O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS
TA’LIM VAZIRLIGI

TOSHKENT MOLIYA INSTITUTI

Q. Safayeva

Moliya matematikasi

Darslik

O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligining 2011 yil 17.09 dagi 392-sonli buyrug‘iga asosan 340000 - «Iqtisod va biznes» ta’lim sohasining barcha magstratura mutaxassisliklari uchun darslik sifatida nashr qilishga tavsiya etilgan.

Тошкент
«IQTISOD-MOLIYA»
2012

УДК: 336.51(075)
КБК: 65.261
S-34

Taqrizchilar: i.f.d., prof. B. Begalov,
f.m.f.n., dots. E. Mamurov

Q. Safayeva
Moliya matematikasi. Darslik. Q. Safayeva. T.: «IQTISOD-MOLIYA», 2012, 264 bet.

Ushbu darslik O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi tomonidan tasdiqlangan «Biznes va boshqaruv» ta’lim sohasidagi barcha magistratura mutaxassisliklari bo‘yicha Davlat ta’lim standartlari talablariga mos ravishda ishlab chiqilgan o‘quv dasturi asosida yozilgan.

Darslikda “Moliya matematikasi” fanining oddiy va murakkab foizlar, to‘lovlar oqimi, o‘zgarmas, o‘zgaruvchan va uzluksiz rentalar, investitsiya samaradorligini baholash, moliya operatsiyalarida inflyatsiya va risklarni hisoblash, aktuar hisoblar va boshqa fundamental bo‘limlarining nazariy asoslari va amaliy masalalarni yechish bo‘yicha uslubiy tavsiyalar tizimli ravishda va uzviy bog‘liqlikda yoritilgan.

УДК: 336.51(075)
КБК: 65.261

ISBN 978-9943-13-363-1

So‘zboshi

Respublikamiz iqtisodiyoti xalqaro iqtisodiyot bilan uzviy bog‘lanib bormoqda. Masalan, Xalqaro Banklar tomonidan moliyalashtiriluvchi loyihalar soni ortib bormoqda, chet mamlakatlar bilan tuzilayotgan qo‘shma loyihalar tobora ko‘payib bormoqda, ko‘plab xorijiy mamlakatlarning banklari respublika hududida faoliyat yuritmoqda.

Bularning hammasi jahonning ilg‘or mamlakatlari moliyaviy faoliyatida qo‘llaniladigan tushunchalar, hisoblash usullarini o‘rganish va ulardan kengroq foydalanish kerakligini taqozo qiladi. Bu esa, o‘z navbatida, xalqaro moliyaviy nazariya va amaliyotini yaxshi o‘zlashtirgan yuqori saviyali mutaxassislarni tayyorlash zaruriyatini tug‘diradi. Shu sababli barcha taraqqiy etgan mamlakatlar, shu jumladan, Rossiyaning iqtisodiy yo‘nalishdagi oliy va o‘rta maxsus ta’lim muassasalarida “Moliya matematikasi” asosiy fan sifatida o‘qitiladi.

Bizning mamlakatimizda ham so‘nggi 15-20 yil ichida “Moliya matematikasi” fan sifatida rivojlana boshlagan. U iqtisodiy yo‘nalishdagi oliy ta`lim muassasalarining magistratura mutaxasisliklarida o‘quv kursi sifatida o‘qitilmoqda. Ushbu fandan Davlat ta`lim standartlari talablari asosida dasturlar va o‘quv adabiyotlari (o‘quv qo‘llanmalar, masalalar to‘plami) hamda ko‘plab o‘quv-uslubiy qo‘llanmalar yaratilgan.

Lekin “Moliya matematikasi” fanidan umumiy uslubiyotga asoslangan to‘liq va tizimlashtirilgan darslik o‘zbek tilida yaratilmagan. O‘quvchilar e`tiboriga tavsiya etiladigan ushbu kitob “Moliya matematikasi” fanidan o‘zbek tilida yozilgan birinchi darslik bo‘lib, unda moliyaviy hisoblar to‘liq va tizimlashtirilgan holda bayon etilishini ta’minlashga harakat qilingan.

Kitob “Biznes va boshqaruv” ta’lim sohasidagi barcha magistratura mutaxassisliklari Davlat ta’lim standartlari asosida yaratilgan yangi o‘quv dasturlariga mos keladi. Darslik yaratishda muallif o‘zining ko‘p yillar davomida Toshkent moliya institutining magistratura bo‘limida o‘qigan ma’ruzalari hamda ko‘p yillik ilmiy-pedogogik tajribalariga tayangan.

Darslikka kirgan asosiy mavzular muallif tomonidan chop etilgan o‘quv qo‘llanmalar, ma’ruza matnlari va masalalar to‘plami tarkibiga kiritilgan va ko‘p yillar davomida iqtisodiyot yo‘nalishidagi oliy o‘quv yurtlari talabalariga xizmat qilib, sinovdan o‘tgan.

Hozirgi kunda “Moliya matematikasi” fanidan o‘zbek tilida darslik va o‘quv qo‘llanmalarning yetarli emasligi, moliya matematikasining nazariy va amaliy muammolariga bag‘ishlangan darslik yaratish zaruriyatini tug‘diradi. Mazkur kitob ushbu maqsad yo‘lida qo‘yilgan ilk qadamlardan biridir.

Darslik 8 bobdan iborat bo‘lib, uning I va II boblari foizlar nazariyasiga bag‘ishlangan. Oddiy va murakkab foizlarni hisoblash nazariyasi ko‘plab amaliy masalalarni yechish jarayonida tavsiflab berilgan.

Darslikning III va IV boblari to‘lovlar oqimiga bag‘ishlangan. Bunda o‘zgarmas (III bob), o‘zgaruvchan va uzluksiz (IV bob) rentalar tushunchasi, ularni hisoblash usullari, rentalarning umumlashtiruvchi parametrlari bo‘lmish yig‘ma miqdori va joriy baholarini hisoblashning nazariy asoslari berilgan.

Ishlab chiqarish investitsiyalarini tahlil qilish va baholashga bag‘ishlangan V bobda investitsiya samaradorligini tasnif etuvchi asosiy parametrlarni hisoblashning matematik modellari va usullari yoritilgan.

Moliyaviy va kredit operatsiyalariga inflyatsiya ta’sirini baholash va inflyatsiya oqibatida moliyaviy operatsiyalardan ko‘riladigan zararlarni oldini olish usullari VI bobda o‘z aksini topgan.

Moliya-kredit operatsiyalaridagi risklar, ularning turlari, risklarni baholash usullari darslikning VII bobida yoritilgan.

Darslikning so‘nggi VIII bobi hayotni va nafaqani sug‘urtalash bilan bog‘liq bo‘lgan moliyaviy hisoblarni o‘zida mujassamlashtirgan aktuar matematikaga bag‘ishlangan.

Darslik ko‘plab iqtisodiy masalalarni o‘z ichiga oladi. Har bir mavzuning nazariy asoslarini amaliy masala va misollar yechishga tatbiq qilish yo‘llari ko‘rsatilgan. Har bir bob tayanch so‘z va iboralar, nazorat savollari va mustaqil yechish uchun masalalar bilan yakunlanadi.

Darslik iqtisodiy yo‘nalishdagi oliy o‘quv yurtlarining magistratura mutaxassisliklari uchun mo‘ljallangan bo‘lib, undan “Moliya matematikasi” fani o‘qitiladigan barcha oliy o‘quv yurtlarining talabalari, magistrlari, professor-o‘qituvchilari, bank xodimlari, tadbirkorlar foydalanishi mumkin.

Muallif mazkur darslikning qo‘lyozmasini nashrga tayyorlashda o‘z xizmatlarini ayamagan Toshkent moliya instituti “Matematika” kafedrasi katta o‘qituvchisi F. Shomansurovaga, o‘zining qimmatli maslahati bilan uning sifatini yaxshilashga o‘z hissasini qo‘shgan TDIU “Axborot texnologiyalari va menejment” fakulteti dekani i.f.d., professor B. Begalovga, Toshkent moliya instituti “Matematika” kafedrasi dotsenti E. Ma’murovga o‘z minnatdorchiligini bildiradi.

Kirish

Moliya matematikasi moliyaviy operatsiyalarni sonli hisoblash usullarini o‘zida mujasamlashtirgan bo‘lib, u tor ma’noda moliya operatsiyalarini sonli tahlil qilishdan iboratdir. Moliya operatsiyalari bo‘yicha yechim qabul qiluvchi shaxs (investor, qarzdor yoki ixtiyoriy moliyaviy bozor ishtirokchisi) shu operatsiyaning daromadliligini va uning riskini baholay bilishi kerak. Ushbu parametrlarni baholash usullarini yaratish “Moliya matematikasi” fanining asosiy vazifalaridan biri hisoblanadi.

Rivojlangan G‘arb mamlakatlarida “Moliya matematikasi” fan sifatida XX asrdayoq shakllanib bo‘lgan. Ushbu fanga bag‘ishlangan ko‘plab monografiyalar, darslik va o‘quv qo‘llanmalar nashr etilgan. Bundan tashqari, moliyaviy hisoblarga kompyuter texnologiyalarini qo‘llash keng yo‘lga qo‘yilgan. Maxsus dasturlar va *Excel* elektron jadvallari yordamida qisqa vaqt oralig‘ida moliya bozorining tasnifi, investitsiya jarayonining samaradorligi, moliya operatsiyasining daromadliligi yoki riski haqida ma’lumotga ega bo‘lishi mumkin.

Moliya matematikasi o‘quv fani sifatida jahonning iqtisodchilar tayyorlaydigan deyarli barcha universitetlarida va kollejlarida o‘qitiladigan zaruriy fanlar qatoriga kiritilgan.

Moliya matematikasi moliya nazariyasi va matematikani o‘zaro bog‘lovchi fandir. Bu fanning predmeti – moliya bozorida pul va qimmatli qog‘ozlar ustida olib boriladigan operatsiyalardan iborat.

Moliya matematikasining sonli tahlil qilish usullarini yaratishda zamonaviy matematikaning turli yo‘nalishlaridan foydalanilgan. Bu usullar elementar matematika, ehtimollar nazariyasi, matematik tahlil, noaniqlik va tavakkalchilik nazariyasi kabilarga asoslangan. Dastlabki moliyaviy tahlilda o‘z yechimini kutib turgan masalalar ham kam emas.

“Moliya matematikasi” o‘quvchilarga, birinchidan, ularning moliya, kredit sohasidagi fanlardan olgan nazariy bilimlarini sonli tahlil qilishni o‘rgatadi, ikkinchi tomondan, ularning elementar matematika, matematik tahlil, ehtimollar nazariyasi va matematik statistika, matematik programmalashtirish kabi matematik fanlardan olgan bilimlarini amaliy masalalarni yechishga tatbiq etishni o‘rgatadi.

Moliya-bank operatsiyalarida va boshqa kelishuvlarda asosan 3 xil parametrlarning qiymati belgilanadi:

1) to‘lovlar, kreditlar miqdori;

2) to‘lash muddati yoki to‘lash vaqti va boshqa vaqt bilan bog‘liq bo‘lgan parametrlar;
3) foiz stavkasi.

Bu parametrlar orasida funksional bog‘lanish mavjud bo‘lib, “Moliya matematikasi”ning vazifasi ana shunday bog‘liqliklarni o‘rganish va shu asosda turli moliyaviy hisoblarni bajarish usullarini yaratishdan iboratdir.

Moliya matematikasining asosiy tushunchalaridan biri foiz pul yoki soddaroq foizlar bo‘lib, ushbu tushuncha ko‘p moliya hisoblarining asosini tashkil qiladi.

Foizlar - turli shakldagi qarzga pul berishdan yoki uni kapital mablag‘ sifatida ishlab chiqarishga yoki moliyaga sarf qilishdan olinadigan foydaning mutlaq qiymatidir.

Qarz berishning turli shakllari deganda ssuda (qarz) berish, tovar mahsulotlarini qarzga sotish, bankning depozit hisobiga pul qo‘yish, omonat sertifikatini va obligasiyalarini sotib olish va boshqalarni tushunish kerak.

Hozirgi davrda foizlar kommersiya, kredit va investitsion kontraktlar, xalqaro iqtisodiy va moliyaviy kelishuvlarning asosiy parametrlaridan biri hisoblanadi.

Moliyaviy va kredit kelishuvlarida qarz beruvchi (kreditor) va qarz oluvchi foiz stavkasi haqida kelishib oladilar.

Foiz stavkasi - olingan qarz hisobiga qarzdorning kreditorga birlik vaqt oralig‘ida to‘laydigan pul miqdoridir. Foiz stavkasi birlik vaqt ichida olingan foyda bilan umumiy qarz miqdorining nisbiy foizi ko‘rinishida aniqlanadi.

Foiz stavkasi mo‘ljallangan vaqt oralig‘i ***ustama foiz davri*** deb ataladi. Bunday davrlar sifatida 1 yil, yarim yil, chorak, oy, hattoki, kun ham qaralishi mumkin.

Ustama foiz davri ustama foiz intervallariga bo‘linishi mumkin.

Ustama foiz intervali - shunday vaqt oralig‘iki, uning so‘nggida ustama foiz hisoblanadi. O‘zaro kelishuvga asosan foizlar ustama foiz davrida kreditorga to‘lab borilishi yoki dastlabki mablag‘ga qo‘shib borilishi mumkin. Ikkinchi holda dastlabki mablag‘ foizlar hisobiga o‘sib boradi.

Dastlabki mablag‘larning necha marta o‘sishini ko‘rsatuvchi miqdorga ***o‘sish koeffitsiyenti*** deb aytiladi.

Foizlar dastlabki mablag‘ning o‘zgarmas yoki o‘zgaruvchan bo‘lishiga bog‘liq ravishda turlicha bo‘ladi.

Agar dastlabki mablag‘ o‘zgarmas deb qaralsa va ustama foiz aniq bir davr uchun hisoblansa, ***oddiy foiz stavkasi***, aks holda, ya`ni, agar ustama foiz hisoblash bazasi o‘zgaruvchan bo‘lsa, u holda ***murakkab foiz stavkasi*** qo‘llaniladi.

Zamonaviy moliyachilar - kreditorlar, qarzdorlar, investorlar, bankirlar va boshqalar ustama foizni hisoblash usullari haqida tushunchaga ega bo‘lishlari kerak. Bu esa moliyaviy operatsiyalarining ma’lum miqdordagi zararning oldini olish imkonini beradi.

Moliya matematikasining ob`ekti bo‘lgan moliya - bank faoliyatidagi ko‘p masalalarda determinirlangan jarayon o‘rganiladi. Lekin sug‘urta va ba’zi risklar bilan bog‘liq bo‘lgan investitsiya jarayonlarini tahlil qilishda ehtimollar bilan bog‘liq bo‘lgan shartli rentalardan foydalanishga to‘g‘ri keladi. Ma’lum bir vaqt oralig‘ida takrorlanuvchi pul oqimlari - ***kirimlar*** yoki ***chiqimlar renta*** deb ataladi. Ana shunday rentalar va ular bilan bog‘liq bo‘lgan masalalarni yechish usullari kitobda o‘z o‘rnini olgan. Deyarli barcha moliyaviy operatsiyalar noaniqlik sharoitida amalga oshiriladi. Shu sababli ularning natijalarini aniq aytib bo‘lmaydi. Shu sababli moliyaviy operatsiyalar riskli deyiladi. Demak, agar moliyaviy operatsiyalar riskli bo‘lsa, u holda ularni baholash masalasini hal qilish kerak bo‘ladi. Kitobda ana shunday masalalar o‘z aksini topgan.

Darslikni yozishda muallif oddiydan murakkablikka o‘tib borib, barcha mavzularni tizimli ravishda uzviy ketma-ketlikda ifodalashga harakat qilgan.

I bob. Oddiy foizlar

1.1-§. Oddiy foizlarni hisoblashga doir masalalar

Oddiy foizlar kreditorning qarzdorga ma'lum miqdordagi pulni belgilangan muddatda qarzga berganligi oqibatida oladigan daromadini hisoblash usulidir. Moliya - bank amaliyotida bu usul qarz muddati bir yildan kam bo'lgan hollarda ishlatiladi.

Oddiy foizlarni xarakterlovchi asosiy proporsiya quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$K : I = 100 : Pt \quad , \qquad (1.1)$$

bu yerda K - qarzdorga kreditor tomonidan berilgan qarz miqdori;

I esa K miqdordagi pulni ishlatgani uchun qarzdorning kreditorga to'laydigan foiz to'lovi yoki, boshqacha aytganda, qarz bahosi. Ushbu parametr ***foiz*** to'lov yoki, soddaroq, foiz deb ham ataladi;

P - foiz stavkasi. U birlik vaqt oralig'ida 100 birlik kapitaldan foydalanganligi uchun qarzdorning kreditorga to'laydigan to'lov miqdori;

t - qarz muddati (yillar bilan o'lchanadi);

Deylik, agar qarzdor kreditordan K so'm pul qarz olgan bo'lib, tomonlar foiz stavkasini $P\%$ bo'lishiga kelishgan bo'lsalar, u holda qarzdor kreditorga qancha foiz to'lov berishi kerakligini aniqlashi kerak bo'lsin. Bu holda (1.1) proporsiyadan foydalanib I ni topish kerak:

$$I = \frac{K \cdot P \cdot t}{100} \quad . \qquad (1.2)$$

Faraz qilaylik, $t = 1$ yil bo'lsin. U holda (1.2) formuladan oylik foiz to'lovni topish mumkin:

$$I = \frac{K \cdot P}{100} : 12 \quad ;$$

yoki

$$I = \frac{K \cdot P}{1200} \quad . \qquad (1.3)$$

(1.3) formuladan foydalanib, *m* oy uchun foiz to‘lovni topish mumkin.

$$I = \frac{K \cdot P \cdot m}{1200} \quad . \qquad (1.4)$$

Xuddi shunday yo‘l bilan 1 kunlik foiz to‘lovni aniqlash mumkin. Bunda 1 yilda 360 yoki 365 kun bor deb qabul qilinishiga qarab 1 kunlik foiz to‘lov

$$I = \frac{K \cdot P}{36000}, \qquad \text{yoki} \qquad I = \frac{K \cdot P}{36500} \qquad (1.5)$$

ko‘rinishda, d kunlik foiz to‘lov esa

$$I = \frac{K \cdot P \cdot d}{36000}, \qquad \text{yoki} \qquad I = \frac{K \cdot P \cdot d}{36500} \qquad (1.6)$$

ko‘rinishda bo‘ladi.

Jahon moliya-bank amaliyotida «***foiz son***» va «***foiz kalit***» (***devizor***) deb ataluvchi tushunchalar ham ishlatiladi.

Agar (1.6) ifodalardagi kasrlarning surat va maxrajini *P* ga bo‘lsak *d* kunlik foiz to‘lov quyidagiga teng bo‘ladi:

$$I = \frac{K \cdot d}{\dfrac{36000}{P}}, \qquad \text{yoki} \qquad I = \frac{K \cdot d}{\dfrac{36500}{P}} \quad . \qquad (1.7)$$

Bu kasrlarning suratidagi Kd son «***foiz son***» deb ataladi,

$$\frac{36000}{P}, \ \frac{36500}{P}$$

nisbatlar esa «***foiz kalit***» yoki ***devizor*** deb ataladi.

1- masala. Jamg‘ arma bankka K_1 va K_2 miqdorda 2 xil mablag‘ qo‘yilgan. K_1 mablag‘ $P_1 = 5\%$ foiz stavkasi bilan 6 oyga, K_2 mablag‘

P_2 = 6% foiz stavkasi bilan 3 oyga qo‘yilgan. K_1 va K_2 mablag‘ lar orasidagi farq 3000 so‘mni tashkil qiladi. Agar K_1 uchun mo‘ljallangan foiz to‘lov (I_1), K_2 uchun mo‘ljallangan foiz to‘lov (I_2) dan 2 marta ko‘p bo‘lsa, K_1 va K_2 larning qiymatini aniqlang.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra:

$K_2 = K_1 - 3000$ va $I_1 = 2 I_2$.

(1.4) formulaga asosan

$$I_1 = \frac{K_1 \cdot 5 \cdot 6}{1200} \quad \text{va} \quad I_2 = \frac{K_2 \cdot 6 \cdot 3}{1200}$$

bo‘ladi. Demak,

$$\frac{K_1 \cdot 5 \cdot 6}{1200} = 2 \cdot \frac{(K_1 - 3000)6 \cdot 3}{1200} \quad .$$

tenglik o‘rinli. Bundan K_1 = 18000 va K_2 = 18000-3000 = 15000 bo‘ladi.

Javob. 18000 va 15000 so‘m.

2 - masala. Jamg‘ arma bankka K miqdorda mablag‘ qo‘yilgan bo‘lib, foiz stavkasi 5% bo‘lsin. Foiz to‘lov miqdori qo‘yilma miqdoridan 2 marta ko‘p bo‘lishi uchun qo‘yilma necha yilga mo‘ljallangan bo‘lishi kerak?

Yechish. Masalining shartiga ko‘ra:

$2K = I$

(1.2) formulaga asosan

$$2K = \frac{K \cdot 5 \cdot t}{100}$$

Bundan $t = 40$ yil ekanligi kelib chiqadi.

Javob. 40 yil.

3- masala. Bankka 300000 so‘m miqdordagi mablag‘ 6 oy muddatga qo‘yilgan. Agar yillik foiz stavkasi 5% ni tashkil qilsa, shu davr ichidagi foiz to‘lov miqdori va oshirilgan mablag‘ miqdori qancha bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra:(1.4) formulaga asosan:

$$I = \frac{300000 \cdot 5 \cdot 6}{1200} = 7500$$

va

$$K' = K + I = 300000 + 7500 = 307500$$

Javob. 7500 so‘m va 307500 so‘m.

4- masala. Qancha vaqt ichida 4% yillik (360 kun) foiz stavkasi bilan qo‘yilgan 45000 so‘mlik mablag‘ bilan 10 martdan 22 maygacha 5,75% yillik (365 kun) foiz stavkasi bilan qo‘yilgan 60000 so‘mlik mablag‘lardan olinadigan foiz to‘lovlar miqdori o‘zaro teng bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: K_1 = 45000, P_1 = 4%, K_2 = 60000, P_2 = 5,75%, t_2 = 73 kun hamda $I_1 = I_2$.

Demak, (1.6) formulalarga asosan

$$\frac{45000 \cdot 4 \cdot t}{36000} = \frac{60000 \cdot 5.75 \cdot 73}{36500}$$

Bundan t = 138 ekanligi kelib chiqadi.

Javob. 138 kun.

5- masala. 10000 pul birligidagi mablag‘ jamg‘ arma bankka 15% yillik (360 kun) oddiy foiz stavkasi bilan 150 kunga qo‘yilgan. Shu davrda oshgan mablag‘ miqdorini toping.

Yechish. Ma’lumki, oshgan kapital mablag‘ miqdori quyidagiga teng bo‘ladi.

$$K' = K + I$$

bu yerda: K = 100000, I - foiz to‘lov miqdori bo‘lib, u (1.5) formula orqali topiladi.

$$I=\frac{K\cdot P\cdot t}{36000}=\frac{10000\cdot 15\cdot 150}{36000}=625.$$

Demak,

K' = 10000 + 625 = 10625.

Javob. 10625 p.b.

6-masala. Agar *A* shaxs 180000 so‘m pulni 20% yillik foiz stavkasi bilan 10 oyga qarzga bergan bo‘lsa, uning shu muddatda olgan daromadi qancha bo‘ladi?

Yechish. (1.4) formulaga asosan

$$I=\frac{K\cdot P\cdot m}{1200}=\frac{180000\cdot 20\cdot 10}{1200}=30000.$$

Javob: 30000 so‘m.

7-masala. *A* shaxs 300000 so‘m miqdordagi mablag‘ni 6 iyundan 17 sentyabrgacha 15% yillik foiz stavkasi bilan jamg‘ arma bankka qo‘ygan. 17 sentyabrda *A* shaxsning bankdagi mablag‘i qancha bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, K=300000, P=15%, t=72.

Foiz to‘lovni (1.5) formula yordamida topamiz:

$$I=\frac{300000\cdot 15\cdot 72}{36000}=9000.$$

$K'=K+I$ = 300000 + 9000 = 309000.

Javob. 309000 so‘m.

8-masala. *A* shaxs 150000 so‘m pulni 4 oyga 5% yillik foiz stavkasi bilan jamg‘ arma bankka qo‘ygan. 4 oyda oshgan qo‘yilma miqdorini toping.

Yechish.

$K'=K+I$

$$I = \frac{150000 \cdot 15 \cdot 4}{1200} = 7500$$

$K' = 150000 + 7500 = 157500.$

Javob. 157500 so‘m.

9-masala. Korxona bankdan 700 000 so‘m ssudani 20% yillik foiz stavkasi bilan 4 yilga olgan. Shu davr so‘nggida korxona bankka qancha pul qaytarishi kerak?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: K = 700000, P=20%, t = 4. (1.2) formuladan foydalanib 4 yil ichidagi foiz to‘lov miqdorini aniqlaymiz.

$$I = \frac{700000 \cdot 20 \cdot 4}{100} = 560000$$

Shu foiz to‘lov hisobiga korxonaning dastlabki qarzi oshadi va u bankka

$K' = K + I$ = 700000 + 560000 = 1 260 000 so‘m

miqdorida pul qaytaradi.

Javob. 1 260 000 so‘m.

1.2-§. Oddiy foizlar bo‘yicha o‘sish koeffitsiyenti va oshgan mablag‘ miqdorini hisoblash formulalari

Yuqoridagi (1.2) formulaga murojaat qilamiz. Undan $\frac{P}{100}$ nisbatni i bilan belgilaymiz. Bu son kasr sonlardagi foiz stavkasini ifodalaydi. U holda K miqdordagi pulni t yilga i – foiz stavkasi bilan qarzga berish oqibatida

$$I = K \cdot i \cdot t, \qquad (1.8)$$

foiz to‘loviga ega bo‘lamiz. Foiz to‘lov hisobiga oshgan qarz miqdori S quyidagiga teng bo‘ladi:

$$S = K + I = K + Kit = K(1+it) = K \cdot s(t), \qquad (1.9)$$

Bu yerda $S - t$ yilda oshgan qarz miqdori; $s(t) = (1+it)$ son esa oddiy foizlar bo‘yicha ***o‘sish koeffitsiyenti*** deb ataladi.

Agar qarz muddati oylarda hisoblansa, u holda oshgan qarz miqdori va o‘sish koeffitsiyenti quyidagicha aniqlanadi:

$$S = K_0(1 + i_{oy} \cdot m), \qquad s(m) = 1 + i_{oy} \cdot m, \qquad (1.10)$$

Bu yerda $i_{oy} = \frac{i}{12}$, m – oylarda hisoblangan qarz muddati.

Kunlarda hisoblangan qarz muddati uchun bu ko‘rsatkichlar quyidagicha aniqlanadi:

$$S = K(1 + i_{kun} d), \qquad s(d) = 1 + i_{kun} \cdot d, \qquad (1.11)$$

Bu yerda $i_{kun} = \frac{i}{360}$ (yoki $i_{kun} = \frac{i}{365}$), d – kunlarda hisoblangan qarz muddati.

1-masala. 500000 so‘m pul 3 yilga 20 % oddiy foiz stavkasi bilan qarzga olingan. Qarz muddatining so‘nggida oshgan qarz miqdorini va uning o‘sish koeffitsiyentini toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, K=500000, t=3, P=20 % , $i = \frac{20}{100} = 0{,}2$.

$$S = 500000 \cdot (1 + 0{,}2 \cdot 3) = 800000 ;$$

$$s(3) = (1 + 0{,}2 \cdot 3) = 1 + 0{,}6 = 1{,}6.$$

Javob. 800000 so‘m; 1,6.

2-masala. Kreditor qarzdorga 300000 so‘m pulni 24 % yillik oddiy foiz stavkasi bilan 5 oyga qarz bergan. Qarz muddati so‘nggida kreditor qancha mablag‘ ga ega bo‘ladi va uning dastlabki mablag‘i necha marta oshadi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, K=300000, i=0,24, m=5.

Bundan foydalanib oylik foiz stavkasi o‘sish koeffisienti va o‘sgan qarzmiqdorini topamiz:

$$i_{oy} = \frac{i}{12} = \frac{0{,}24}{12} = 0{,}02,$$

$$s(5) = 1 + i_{oy} \cdot m = 1 + 0{,}02 \cdot 5 = 1{,}1,$$

$$S = 300000(1 + i_{oy} \cdot m) = 300000 \cdot 1{,}1 = 330000.$$

Javob. 330000 so‘m; 1,1 marta.

3 - masala. 2000000 so‘m pul 36 % yillik oddiy foiz stavkasi bilan 100 kunga qarz berilgan. Qarz muddati so‘nggida kreditor qancha mablag‘ga ega bo‘ladi?

Yechish. K=2000000, p=36 % (i=0,36), d=100 .

$$i_{кun} = \frac{i}{360} = 0{,}001,$$

$$K_{100} = 2000000 \cdot (1 + 0{,}001 \cdot 100) = 2200000.$$

Javob. 2200000 so‘m.

O‘zgaruvchan foiz stavkalari. Agar t_1 davr oralig‘ ida i_1, t_2 davr oraliqda i_2, ... va h-k, t_m davr oraliqda i_m foiz stavkalari qo‘llanilsa $(t=t_1+t_2+\ldots+t_m)$, u holda t muddatda oshgan mablag‘ miqdori

$$S = K(1 + t_1 i_1 + t_2 i_2 + \ldots + t_m i_m) = K\left(1 + \sum_{k=1}^{m} t_k i_k\right) \qquad (1.12)$$

formula yordamida aniqlanadi.

4– masala. Moliyaviy kelishuvga asosan 1 mln. so‘m qarz bo‘yicha birinchi yil 15 %, ikkinchi yil 16 % va 3 yil 17 % foiz stavkasi belgilangan. 3 yilda oshgan qarz miqdorini aniqlang.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra:

$t_1=t_2=t_3=1$; $i_1=0{,}15$; $i_2=0{,}16$; $i_3=0{,}17$.

U holda

$$S = 1000000(1 + 1 \cdot 0{,}15 + 1 \cdot 0{,}16 + 1 \cdot 0{,}17) = 1480000.$$

Javob. S=1480000 so‘m.

Agar qarz miqdori vaqtga bog‘ liq ravishda o‘zgaruvchan bo‘lsa, u holda qarz muddati so‘nggida hisoblangan umumiy foiz to‘lov miqdori

$$I = \sum_{j=1}^{n} K_j \cdot t_j \cdot i, \qquad (1.13)$$

formula yordamida topiladi. Bu yerda Kj - j vaqt onidagi qoldiq qarz miqdori; t_j - qarzning navbatdagi o‘zgarishigacha bo‘lgan vaqt oralig‘i; i – foiz stavkasi $\left(i = \frac{P}{100} \right)$.

5– masala. Bank depozitiga 5. 02 da 12 mln. so‘m pul qo‘yildi. 10. 07 da 4 mln so‘m pul qaytib olindi va 20. 10 da yana 8 mln. so‘m pul qo‘yiladi. Agar yillik foiz stavkasi 18 % bo‘lsa, u holda yilning oxirida bank depozitidagi pul qancha bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: K_1=12 mln. so‘m; P=18 %.

Demak; i=0,18 va $i_{кун} = \frac{0{,}18}{365} = 0{,}00049$.

Birinchi navbatda, ya`ni 05. 02 da bank depozitiga qo‘yilgan 12 mln. so‘m pul 10. 07 gacha saqlanadi. Bu muddatdagi kunlar soni 155 kun, ya`ni t_1=155. Bankdan 4 mln. so‘m olingan kundan boshlab, ya`ni 10. 07 dan 20. 10 gacha depozitda $K_2$=8 mln. so‘m pul qoladi. Bu muddatning uzunligi 102 kun. Uchinchi bosqichda, ya`ni 20. 10 dan boshlab depozitdagi pul qoldig‘ i 16 mln. so‘m bo‘ladi, ya`ni K_3=16 mln. so‘m. Bu mablag‘ 31. 12 gacha saqlanadi.

Demak, t_3=72 kun. Bu holda yilning oxirigacha hisoblangan foiz to‘lov miqdori

$$I = \frac{i}{365}(12 \cdot 155 + 8 \cdot 102 + 16 \cdot 72) = 1{,}876$$ mln. so‘m bo‘ladi.

Yilning oxirida depozitdagi pul miqdori

$S = K_3 + I = 16 + 1{,}876 = 17{,}876$ mln. so‘m bo‘ladi.

Javob: 17,876 mln. so‘m.

1.3-§. Foiz to‘lovlar hisobiga kamaygan yoki oshgan mablag‘ bo‘yicha dastlabki mablag‘ va foiz to‘lovlar miqdorini aniqlash

Yuqorida biz tanishgan masalalardagi barcha parametrlarni aniqlash uchun (1.1) proporsiyadan foydalaniladi. Bu proporsiyadan odatda, dastlabki mablag‘ *K* aniq bo‘lganda foydalaniladi. Bunday hisob «100 dan boshlanadigan hisob» ham deb ataladi. Lekin foiz to‘lovlar miqdorini aniqlashdagi ba’zi hollarda *K* ning qiymati ma’lum bo‘lmaydi, balki foiz to‘lov miqdoriga oshgan yoki kamaygan mablag‘ning miqdori berilgan bo‘ladi. Faraz qilaylik foiz to‘lov hisobiga kamaygan mablag‘ miqdori, ya`ni *K - I* ma’lum bo‘lsin. Bu holda oddiy foizlar bilan bog‘ liq bo‘lgan barcha parametrlar quyidagi proporsiyalar asosida topiladi:

$$(K\text{-}I) : (100\text{-}Pt) = K : 100, \qquad (1.14)$$

yoki

$$(K\text{-}I) : (100\text{-}Pt) = I : Pt\ . \qquad (1.15)$$

Ushbu proporsiyalardan foydalanib dastlabki mablag‘ *K* va foiz to‘lov *I* ni hisoblash formulalarini topamiz.

$$K = \frac{100(K-I)}{100-Pt}; \qquad I = \frac{(K-I)Pt}{100-Pt}\ . \qquad (1.16)$$

Agar muddat oylar bilan o‘lchansa, bu proporsiyalar o‘rniga quyidagilar ishlatiladi:

$$(K\text{-}I) : (1200\text{-}\ Pm) = K : 1200\ . \qquad (1.17)$$

$$(K\text{-}I) : (1200\text{-}\ Pm) = I : Pm\ . \qquad (1.18)$$

Bu holda dastlabki mablag‘ *K* va foiz to‘lovlar quyida formulalar yordamida hisoblanadi.

$$K = \frac{100(K-I)1200}{1200-Pm}, \qquad I = \frac{(K-I)Pm}{1200-Pm}\ . \qquad (1.19)$$

Agar muddat kunlar bilan hisoblansa, quyidagi proporsiyalar ishlatiladi:

$$(K\text{-}I) : (36000\text{-} Pd) = K : 36000, \qquad (1.20)$$

$$(K\text{-}I) : (36000\text{-} Pd) = I : P \;., \qquad (1.21)$$

(1.14) -(1.21) formulalar (proporsiyalar) foiz to‘loviga kamaygan mablag‘ ma’lum bo‘lganda ishlatiladi. Bunday hisob «***100 dan kam bo‘lgan hisob***» deb ataladi.

(1.20)-(1.21) proporsiyalardan dastlabki mablag‘ miqdori *K* ni va foiz to‘lov I ning miqdorini aniqlash mumkin:

$$K = \frac{(K-I)36000}{36000-Pd}\;,\; I = \frac{(K-I)Pd}{36000-Pd}. \qquad (1.22)$$

Ushbu formulalarni «foiz kalit» (divizor) tushunchasidan foydalanib quyidagicha yozish mumkin:

$$I = \frac{(K-I)d}{D-d}, \qquad (1.23)$$

bu yerda: $D = \frac{36000}{P}$ “foiz kalit”dan iborat.

Xuddi shunday yo‘l bilan foiz to‘lovga oshgan mablag‘ miqdori ma’lum bo‘lganda asosiy proporsiyalarni quyidagicha aniqlash mumkin:

$$(K+I) : (100+Pt) = K : 100, \qquad (1.24)$$
$$(K+I) : (100+Pt) = I : Pt, \qquad (1.25)$$
$$(K+I) : (1200+Pm) = K : 1200, \qquad (1.26)$$
$$(K+I) : (1200+Pm) = I : Pm, \qquad (1.27)$$
$$(K+I) : (36000+Pd) = K : 100, \qquad (1.28)$$
$$(K+I) : (36000+Pd) = I : Pd. \qquad (1.29)$$

(1.24)-(1.29) proporsiyalardan dastlabki mablag‘ *K* va foiz to‘lov *I* ning miqdorini aniqlash mumkin.

$$K=\frac{(K+I)36000}{36000+Pd}\ ; \qquad I=\frac{(K+I)Pd}{36000+Pd}\ , \qquad (1.30)$$

yoki «foiz kalit» (divizor) tushunchasidan foydalanib:

$$I=\frac{K+I}{\frac{36000}{P}+d}=\frac{K+I}{D+d} \qquad (1.31)$$

(1.24)-(1.31) formulalar orqali bajariladigan hisoblar «100 dan oshgan hisoblar» deb ataladi.

1-masala. Korxona jamg'arma bankdan ma'lum miqdordagi pulni 10% foiz stavkasi bilan kreditga olgan. Agar 5 yildan so'ng qolgan qarz miqdori 40000 so'm bo'lsa, dastlabki kredit miqdori qancha bo'lgan.

Yechish. Masalaning shartiga ko'ra: P=10%, t=5, K-I=40000.

Dastlabki kredit miqdorini topish uchun (1.16) formuladan foydalanamiz?

$$K=\frac{40000\cdot 100}{100-10\cdot 5}=80000.$$

Javob. 80000 so'm.

2-masala. *A* shaxs jamg' arma bankka ma'lum miqdorda pul qo'ygan. Qo'yilmaning miqdori 5 yilda 100000 so'mga yetgan bo'lib, foiz stavkasi 5% ni tashkil qilsa, u holda dastlabki qo'yilma miqdori qancha bo'lgan?

Yechish. Masalaning shartiga ko'ra: P=5%, t=5, K+I=100000.

Dastlabki qo'yilma miqdorini

$$K=\frac{(K+I)\cdot 100}{100+P\cdot t}$$

formula yordamida topamiz.

$$K = \frac{100000 \cdot 100}{100 + 5 \cdot 5} = 80000.$$

Javob: 80000 so‘m.

1.4-§. Oddiy foizlar bo‘yicha diskontlash. Diskontlash (keltirish) koeffitsiyenti

Moliyaviy amaliyotda foizlarning o‘sishiga teskari bo‘lgan masala ham hal qilinadi. Ushbu masalani quyidagicha qo‘yish mumkin: n yildan so‘ng K_n miqdordagi mablag‘ga ega bo‘lish uchun dastlab bank depozitiga qancha miqdorda pul qo‘yish kerak? Bu yerda K_n bo‘yicha K_0 (dastlabki mablag‘)ni topish masalasi qo‘yiladi. Bunday masalani hal qilish K_n summa bo‘yicha foiz to‘lovlar oldindan amalga oshirilgan holatda ham yechish kerak bo‘ladi. Bunday hollarda K_n summa diskontlanadi deyiladi.

Foizlarni hisoblash jarayoni diskontlash, oldindan olib qolingan foiz to‘lovlar esa ***diskont*** deyiladi.

«***Diskontlash***» degan termin kengaytirilgan ma’noda ham ishlatiladi. Unga kelgusidagi pul summasining oldingi bosqichlardagi, masalan, dastlabki bosqichdagi qiymatini aniqlash uslubi deb qarash mumkin.

Diskontlash yo‘li bilan topilgan K_0 miqdor kelgusidagi K_n summali to‘lovning joriy yoki kapitallashtiriladigan qiymati deb ataladi.

Moliyaviy operatsiyalarni sonli tahlil qilishda diskontlangan miqdorni, ya`ni kelgusidagi daromad (yoki xarajat) larning joriy qiymatini aniqlash muhim ahamiyat kasb etadi.

Moliya-bank operatsiyalarida qo‘llaniladigan analitik usullarning ko‘pchiligi to‘lovlarning joriy qiymati tushunchasiga asoslangan. Foiz stavkalarining turiga qarab ikki xil diskontlash usullari mavjud: 1) matematik diskontlash; 2) banklardagi diskontlash.

Matematik diskontlashda o‘sish stavkasi qo‘llaniladi. Banklardagi diskontlashda esa hisob stavkalari ishlatiladi. Masalan veksellarni hisoblashda hisob stavkalari va demak, banklardagi diskontlash usuli qo‘llaniladi.

Matematik diskontlash $P\%$ foiz stavkasi bilan n yilga qo‘yilgan K miqdordagi pulning oshgan K_n qiymatini topish masalasiga teskari masala hisoblanadi. Bu holda masalani quyidagicha qo‘yish mumkin:

Agar bankning oddiy foiz stavkasi *P %* bo‘lsa, *n* yildan so‘ng K_n miqdordagi mablag‘ ga ega bo‘lish uchun bank depozitiga dastlab qancha miqdorda pul qo‘yish kerak? Ushbu masalani yechib quyidagini topamiz.

$$K_0 = \frac{K_n}{1+ni} = \left(\frac{1}{1+ni}\right) K_n = v_n K_n \quad . \qquad (1.32)$$

Ana shu formula yordamida aniqlangan K_0 summa *n* yildan so‘ng to‘lanadigan K_n summaning joriy yoki keltirilgan bahosi bo‘ladi. Bu formuladagi

$$v_n = \frac{1}{1+ni} = (1+ni)^{-1} \quad . \qquad (1.33)$$

ko‘paytuvchi ***diskontlash koeffitsiyenti*** deb ataladi. U dastlabki mablag‘ oshgan mablag‘ miqdorining qanday qismini tashkil qilishini ko‘rsatadi.

Agar *m* oy ichida oshgan mablag‘ miqdori K_m va yillik foiz stavkasi *P%* aniqlangan bo‘lsa, u holda K_m ning joriy (diskontlangan) qiymati va diskontlash koeffitsiyenti quyidagicha topiladi:

$$K_0 = \frac{K_m}{1+i_{oy}m} \quad \text{va} \quad v_m = \frac{1}{1+i_{oy}m}, \qquad (1.34)$$

Agar *d* kunda oshgan mablag‘ miqdori K_d ma’lum bo‘lib yillik foiz stavkasi *i%* bo‘lsa, u holda K_d ning diskontlangan qiymati va keltirish koeffitsiyenti quyidagicha topiladi.

$$K_0 = \frac{K_d}{1+i_{kun}d} \quad \text{va} \quad v_d = \frac{1}{1+di_{kun}}, \qquad (1.35)$$

bu yerda $i_{kun} = \dfrac{i}{360}$ *yoki* $i_{kun} = \dfrac{i}{365}$.

1- masala. Qarzdor 180 kundan so‘ng kreditorga 310 ming so‘m pul to‘lash kerak. Agar qarz 16% yillik oddiy foiz stavkasi bilan berilgan bo‘lsa, u holda dastlabki qarz miqdori qancha bo‘ladi? (Bir yilda 365 kun deb qaralsin).

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra K_n=310000 so‘m, P=16%, i=0,16, d =180, $i_{kun} = \frac{0{,}16}{365} = 0{,}00044$.

(1.35) formuladan foydalanib topamiz.

$$K_0 = \frac{1}{1+180\cdot 0{,}00044}310000 = 287250.$$

Javob. 2287250 so‘m.

1.5-§ Lombard kredit

Lombard kredit deganda biror garov hisobiga olinadigan qarzni tushunamiz. Qarz qimmatli qog‘ozlar hisobiga yoki boshqa qimmatbaho narsalar hisobiga beriladi hamda berilgan qarz 3 oyga berilib, garovga qo‘yilgan narsa nominal qiymatining 75-80 foizidan oshmagan bo‘lishi kerak. Qarzdor qarzini o‘z vaqtida to‘lashi yoki to‘lov muddatini yana 3 oyga cho‘zishi mumkin. Qarzning bir qismini keyingi 3 oyda to‘lashi mumkin. Hisoblarda har bir oydagi kunlar soni aniq hisoblanadi va 1 yil 360 kundan iborat deb qaraladi. Agar qarzdor qarzni o‘z vaqtida to‘lamasa, u holda u barcha cho‘zilgan muddat uchun oshirilgan foiz stavkasi hisobiga oshgan miqdordagi qarzni qaytarishi kerak.

1- masala. A shaxs 1 yanvarda bankka murojaat qilib 300 ta qimmatli qog‘ oz evaziga kredit berishlarini so‘radi.
Agar har bir qimmatli qog‘ ozning narxi 2000 so‘m bo‘lib, foiz stavkasi 9 % bo‘lsa, ushbu shaxs bankdan qancha kredit olishi mumkin?

Yechish. 1 yanvarda birinchi hisob o‘tkaziladi.

2000so‘m · 300 = 600000 so‘m,
80 % · 60000 = 480000 so‘m,
foiz to‘lov (16 .01 - 16 .04) = 10800 so‘m,
xarajatlar = 2000 so‘m,
jami 467200 so‘m.

Bu yerda foiz to‘lov 90 kunga

$$I = \frac{480000 \cdot 90}{4000} = 10800$$

formula orqali hisoblangan.

A shaxs bankdan

480000 - (10800 + 2000) = 467200 so‘m olishi kerak.

2- masala. Faraz qilaylik *A* shaxs qarzining 80000 so‘m miqdorini 1 aprelda to‘lab, uning qolgan qismini yana 3 oyga cho‘zdirdi.Qarzdorning qolgan qarzi qancha va u qancha miqdorda foiz to‘lov to‘laydi?

Yechish.

1) qolgan qarzning miqdori

480000 - 80000 = 400000;

2) 1.04 - 1.07 (92 kun) davr ichida to‘lanadigan foiz to‘lovini hisoblaymiz:

$$I = \frac{400000 \cdot 92}{4000} = 9200\,.$$

Javob. 400000 so‘m; 9200 so‘m.

3- masala. 2 - masaladagi *A* shaxs bankka 1 iyulda yana 150000 so‘m pul o‘tkazdi. Bu pulni asosiy qarz to‘loviga va foiz to‘loviga taqsimlang.

Yechish.

1) 1 iyulda kamaygan qarz miqdorini topamiz:

K - I = 400000 - 150000 = 250000;

2) foiz to‘lov miqdorini aniqlash uchun quyidagi formuladan foydalanamiz:

$$I = \frac{(K-I)d}{D-d} = \frac{250000 \cdot 91}{4000-91} = 5820.$$

Bu yerda *d* 1 apreldan 1 iyulgacha bo‘lgan vaqt oralig‘ idagi kunlar soni
(*d = 91*).

3) asosiy qarz hisobiga to‘lanadigan to‘lovni topamiz:

150000 - 5820 = 144180 so‘m;

4) 1 oktyabrgacha qolgan qarz

400000 - 144180 = 255820 so‘m bo‘ladi.

4- masala. Agar 3 -misoldagi qarzdor 1 oktyabrda qarzini to‘la uza olmasa va bankka 5 oktyabrda 55820 so‘m pul o‘tkazib yana alohida foiz to‘lov to‘lasa, u holda u hammasi bo‘lib qancha pul to‘lashi kerak va qoldiq qarz qancha bo‘ladi?

Yechish. 1 oktyabrdagi qarz 255820 so‘m asosiy qarz hisobidan bankka o‘tkaziladigan to‘lov 55820 so‘m qoldiq qarz 200000 so‘m.

Qarzdorning bankka o‘tkazadigan to‘lovlari:

1) asosiy qarz hisobidan to‘lov 55820 so‘m

2) qarzni o‘z vaqtida to‘lamagani uchun oshirilgan foiz to‘lov 10 % li foiz stavkasi bilan 4 kunga (1.10 - 5.10) hisoblanadi:

$$I = \frac{255820 \cdot 4}{\frac{36000}{10}} = 284,24;$$

3) 5.10 dan 1.01 gacha (86 kun) qolgan summadan olinadigan oddiy foiz to‘lov quyidagicha hisoblangan

$$\frac{20000 \cdot 86}{4000} = 4300.$$

U holda jami to‘lovlar miqdori 60404,24 so‘m bo‘ladi.

5- masala. 4- masaladagi qarzdor 1 yanvarda o‘z qarzini to‘lay olmadi va faqat 10 yanvarda bankka 100000 so‘m pul o‘tkazdi. Bu pulning qanday qismi asosiy qarz hisobiga va qanday qismi foiz to‘lovi uchun taqsimlanadi?

Yechish. 1.01 da qarz miqdori 200000 so‘m. 1.01 dan 10.01 gacha qarzdor oshirilgan ($p+1$)% miqdorda foiz to‘lov (jarima) to‘laydi:

$$I_1 = \frac{200000 \cdot 10}{\frac{3600}{10}} = 555{,}5\ .$$

Bu holda 99444,5 so‘m (100000 - 555,5) asosiy qarz va oddiy foiz to‘lov hisobiga ajratiladi. Demak, qoldiq qarz

$K - I_1 = 200000 - 99444{,}5 = 100555{,}5$

so‘m bo‘ladi. Oddiy foiz to‘lov miqdori quyidagiga teng bo‘ladi:

$$I = \frac{(K - I_1)d}{D - d} = \frac{100555{,}5 \cdot 80}{4000 - 80} = 2052{,}153.$$

Bu yerda: *d:* 10.01-1.04 oralig‘ idagi kunlar soni (d = 80); D =3600/9=4000.

Shunday qilib, to‘langan 100000 so‘mning 555,5 so‘mi jarima uchun, 2052,153 so‘mi oddiy foiz to‘lovi uchun va qolgan qismi asosiy qarz hisobiga ajratilgan to‘lovni bildiradi:

V= 100000 - (555,5 + 2052,153) = 97392,35 so‘m.

1.04 da qarzdorning qoldiq qarzi 200000 – 97392,35 = 102607,66 so‘m bo‘ladi.

1.6-§ Iste`mol krediti

Iste`mol krediti eng ko‘p tarqalgan kreditlardan biri bo‘lib, unda banklar yoki korxonalar tomonidan jismoniy shaxslarga qimmatbaho buyumlar (uy-joy, yengil avtomobil, mebel va boshqalar) sotib olish uchun beriladigan qarzdir. Iste'mol krediti bo‘yicha to‘lanadigan foiz to‘lovlarni hisoblashda, odatda, arifmetik progressiyadan foydalaniladi.

Kredit bo‘yicha to‘lanadigan foiz to‘lov 1- oy uchun

$$I_1 = \frac{K \cdot P}{1200}, \tag{1.36}$$

formula orqali topiladi. Bu yerda: K - kredit miqdori, $P\%$ - foiz stavkasi.

2-oy uchun to‘lanadigan foiz to‘lov qarz hisobiga to‘langan foiz to‘lov miqdoriga kamaygan kredit bo‘yicha hisoblanadi, ya`ni u quyidagi formula orqali topiladi:

$$I_2 = \frac{K \cdot P}{1200}\left(1 - \frac{1}{m}\right), \tag{1.37}$$

3- oydagi foiz to‘lov

$$I_3 = \frac{K \cdot P}{1200}\left(1 - \frac{2}{m}\right), \tag{1.38}$$

va hokazo, m - oydagisi esa

$$I_m = \frac{K \cdot P}{1200}\left(1 - \frac{m-1}{m}\right). \tag{1.39}$$

formula orqali topiladi.

Kreditdan foydalanganligi uchun to‘lanadigan umumiy foiz to‘lov yuqoridagi oylik foiz to‘lovlari yig‘ indisidan iborat bo‘ladi, ya`ni:

$$I = \frac{KP}{1200}\left[1 + \left(1 - \frac{1}{m}\right) + \left(1 - \frac{2}{m}\right) + \ldots + \frac{1}{m}\right].$$

Bundan osonlik bilan quyidagini hosil qilish mumkin:

$$I = \frac{KP}{1200} \cdot \frac{m}{2}\left(1 + \frac{1}{m}\right),$$

yoki

$$I = \frac{K \cdot P(m+1)}{2400} \,. \qquad (1.40)$$

Ushbu formulani

$$I = k \cdot K$$

ko‘rinishida yozamiz. Bu yerda:

$$k = \frac{P(m+1)}{2400}$$

son ***foiz koeffitsiyent*** deb ataladi va u foiz to‘lov bilan kredit orasidagi bog‘ liqlik darajasini ko‘rsatadi.

Agar kredit bo‘yicha to‘lov har yili teng miqdorlarda amalga oshirilsa, u holda har oydagi to‘lov miqdori

$$J_t = \frac{K + I}{m}, \qquad (t = 1,2,...,m). \qquad (1.41)$$

formula orqali topiladi.

1-masala. *A* korxona *B* bankdan 150000 pul birligi miqdoridagi kreditni 12% yillik foiz stavkasi bilan 6 oyga olgan. Kredit bo‘yicha to‘lovlar rejasini (amortizasiya rejasini) tuzing.

Yechish. Asosiy qarz bo‘yicha oylik to‘lov

$$\frac{K}{m} = \frac{150000}{6} = 25000 \,.$$

Kredit bo‘yicha to‘lanadigan umumiy foiz to‘lovlar miqdori quyidagi yig‘ indidan iborat bo‘ladi.

$$I = I_1 + I_2 + ... + I_6$$

bu yerda: I_k - k - oydagi foiz to‘lov miqdori bo‘lib, u quyidagicha topiladi:

$$I = \frac{K \cdot P}{1200} = \frac{150000 \cdot 12}{1200} = 1500,$$

$$I_2 = \frac{K \cdot P}{1200}\left(1 - \frac{1}{m}\right) = \frac{150000 \cdot 12}{1200}\left(1 - \frac{1}{6}\right) = 1250,$$

$$I_3 = \frac{K \cdot P}{1200}\left(1 - \frac{2}{m}\right) = \frac{150000 \cdot 12}{1200}\left(1 - \frac{2}{6}\right) = 1000,$$

$$I_4 = \frac{K \cdot P}{1200}\left(1 - \frac{3}{m}\right) = \frac{150000 \cdot 12}{1200}\left(1 - \frac{3}{6}\right) = 750$$

$$I_5 = \frac{K \cdot P}{1200}\left(1 - \frac{4}{m}\right) = \frac{150000 \cdot 12}{1200}\left(1 - \frac{4}{6}\right) = 500,$$

$$I_6 = \frac{K \cdot P}{1200}\left(1 - \frac{5}{m}\right) = \frac{150000 \cdot 12}{1200}\left(1 - \frac{5}{6}\right) = 250.$$

Shunday qilib,

I=1500+1250+1000+750+500+250=5250.

Umumiy foiz to‘lov miqdorini (1.40) formula yordamida hisoblaymiz:

$$I = \frac{K \cdot P(m+1)}{2400} = \frac{150000 \cdot 12(6+1)}{2400} = 5250.$$

Amortizasiya rejasini quyidagi jadval ko‘rinishida berish mumkin:

Oylar	Kredit (qarz)	Foiz to‘lov(12%)	Asosiy qarz bo‘yicha o‘rtacha to‘lovlar	Har oydagi badal

1.	150000	1500	25000	26500
2.	125000	1250	25000	26250
3.	100000	1000	25000	26000
4.	75000	750	25000	25750
5.	50000	500	25000	25500
6.	25000	250	25000	25250
Jami		5250	150000	155250

1.7-§. Qarz uzishning o‘rtacha muddatini aniqlash masalasi

Qarz uzish bo‘yicha o‘rtacha muddatni aniqlash masalasi ham oddiy foizlarga doir masalalardan biri hisoblanadi.

Faraz qilaylik qarzdor $P_1,P_2,...,P_n$ foiz stavkalari bilan $d_1,d_2,...d_n$ kunlarda to‘lashi kerak bo‘lgan n ta $K_1,K_2,...,K_n$ miqdorda ssuda olgan bo‘lsin. O‘rtacha foiz stavkasini P_s va kreditning o‘rtacha to‘lash muddatini d_s bilan belgilaymiz. Bu parametrlar uchun quyidagi munosabat o‘rinlidir:

$$\frac{K_1 \cdot P_1 \cdot d_1}{36000} + \frac{K_2 \cdot P_2 \cdot d_2}{36000} + ... + \frac{K_n \cdot P_n \cdot d_n}{36000} = \frac{(K_1 + K_2 + ... + K_n)P_s \cdot d_s}{36000}\ . \quad (1.42)$$

Tenglikning chap tomoni n ta ssudalar bo‘yicha foiz to‘lovlar yig‘indisidan, o‘ng tomoni esa n ta ssudalar yig‘indisidan o‘rtacha $P_s\%$ foiz stavkasi bo‘yicha hisoblangan bitta foiz to‘lov miqdoridan iborat.

(1.42) tenglikdan foydalanilganda quyidagi uch holatdan biri ro‘y berishi mumkin:

1- holat. Turli muddatlarga olingan ssudalar miqdori teng va foiz stavkalar bir xil bo‘ladi, lekin to‘lov muddatlari turlicha bo‘ladi, ya’ni

$K_1=K_2= ... =K, \quad P_1=P_2= ... =P_s=P\ , \quad d_1 \neq d_2 \neq ... \neq d_n.$.

Bu holda (1.42) munosabat quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\frac{K \cdot P \cdot d_1}{36000} + \frac{K \cdot P \cdot d_2}{36000} + ... + \frac{K \cdot P \cdot d_n}{36000} = \frac{(K + K + ... + K)P \cdot d_s}{36000}$$

Bundan d_s o‘rtacha to‘lash muddatini topamiz:

$$d_s = \frac{d_1 + d_2 + ... + d_n}{n} \quad . \qquad (1.43)$$

2- holat. Turli muddatga olingan ssudalar miqdori turlicha, lekin foiz stavkalari bir xil, ya`ni

$K_1 \neq K_2 \neq K_3 \neq ... \neq K_n$, $\quad P_1 = P_2 = ... = P_s = P$, $\quad d_1 \neq d_2 \neq ... \neq d_s$.

Bu holda (1.42) munosabat quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\frac{K_1 \cdot P \cdot d_1}{36000} + \frac{K_2 \cdot P \cdot d_2}{36000} + ... + \frac{K_n \cdot P \cdot d_n}{36000} = \frac{(K_1 + K_2 + ... + K_n) P \cdot d_s}{36000}.$$

Bundan d_s o'rtacha to'lash muddatini topamiz:

$$d_s = \frac{K_1 d_1 + K_2 d_2 + ... + K_n d_n}{K_1 + K_2 + ... + K_n} \quad . \qquad (1.44)$$

3- holat. $K_1 \neq K_2 \neq ... \neq K_n$, $p_1 \neq p_2 \neq ... \neq p_n$, $d_1 \neq d_2 \neq ... \neq d_n$.

Bu holda d_s o'rtacha to'lash muddati quyidagi formula orqali topiladi:

$$d_s = \frac{K_1 P_1 d_1 + K_2 P_2 d_2 + ... + K_n P_n d_n}{(K_1 + K_2 + ... + K_n) P_s} \qquad (1.45)$$

Agar o'rtacha foiz stavkasi (P_s) noma'lum bo'lsa, uni topish uchun (1.40) munosabatda $d_1 = d_2 = ... = d_n = d_s = d$ shart o'rinli bo'lsin deb faraz qilinadi, ya`ni

$$\frac{K_1 \cdot P_1 \cdot d}{36000} + \frac{K_2 \cdot P_2 \cdot d}{36000} + ... + \frac{K_n \cdot P_n \cdot d}{36000} = \frac{(K_1 + K_2 + ... + K_n) P_s \cdot d}{36000}.$$

Bundan

$$P_s = \frac{K_1 P_1 + K_2 P_2 + ... + K_n P_n}{K_1 + K_2 + ... + K_n} \quad . \qquad (1.46)$$

P_s ning topilgan qiymatini (1.45) ga qo‘yib quyidagini aniqlaymiz:

$$d_s = \frac{K_1P_1d_1 + K_2P_2d_2 + ... + K_nP_nd_n}{K_1P_1 + K_2P_2 + ... + K_nP_n} \quad . \qquad (1.47)$$

Hamma qarzlarni birdaniga uzish muddatini aniqlash uchun yuqoridagi (1.45), (1.46), (1.47) formulalardan biri yordamida topilgan o‘rtacha to‘lash muddatini rejadagi birinchi to‘lash muddatiga qo‘yish kerak. Bundan tashqari to‘lash muddatlari orasidagi kunlar sonini ham hisoblash kerak.

1-masala. *A* shaxs bankdan turli muddatlarda to‘lash uchun 3 xil ssuda olgan:

Ssuda turlari	To‘lash muddati	Foiz stavkasi	Kunlar	$K{\cdot}d$
100000	1.03	12	0	0
200000	10.04	12	40	8000000
400000	25.04	12	55	22000000

Qarzdor ham kreditor ham zarar ko‘rmasligi uchun barcha qarzlarni birato‘la qachon uzgan ma’qul?

Yechish. O‘rtacha to‘lash muddatini (1.44) formula yordamida topamiz:

$$d_s = \frac{K_1d_1 + K_2d_2 + K_3d_3}{K_1 + K_2 + K_3} = \frac{0 + 8000000 + 22000000}{700000} = 43\ kun.$$

Qarzni to‘la uzish muddatini topamiz:

1.03+43 = 43.04.

Demak, qarzlar 43 aprelda to‘langanda qarzdor uchun ham, kreditor uchun ham zarar bo‘lmaydi.

2-masala. *A* shaxs 1- mayda kreditordan 3 ta har xil qarz olgan:

1-qarz 400000 so‘m ; to‘lash muddati 8 may

2-qarz 800000 so‘m ; to‘lash muddati 18 iyun

3-qarz 1000000 so‘m ; to‘lash muddati 3 iyul

Foiz stavkasi 10 % ni tashkil qilsin. O‘rtacha to‘lash muddati topilsin.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: $P_1=P_2=P_3=P=10\%$,

$K_1= 400000$; $K_2= 800000$; $K_3= 1000000$,

$d_1= 7$ kun; $d_2= 39$ kun; $d_3= 56$ kun.

O‘rtacha to‘lov muddatini (1.42) formula yordamida topamiz.

$$d_s = \frac{400000\cdot 7 + 800000\cdot 39 + 1000000\cdot 56}{400000 + 800000 + 1000000} = \frac{90000000}{2200000} = 41\ kun.$$

Birinchi to‘lash muddati 8 may. Demak, qarzlarni batamom to‘lash kuni:

8.05 + 41 = 18.06

bo‘ladi. Shunday qilib, agar A shaxs hamma qarzlarni kreditorga 18 iyunda qaytarsa, bunda qarzdor ham, kreditor ham zarar ko‘rmaydi.

Javob. 18 iyun.

1.8-§. Veksellarni diskont qilish va hisoblash

Veksellarni ularning egasidan to‘lov muddatigacha bo‘lgan davrda nominal narxga nisbatan past narxda sotib olish ***veksellarni diskont qilish*** deb ataladi. Boshqacha aytganda veksellarni diskont qilish bank tomonidan veksel egasiga qimmatli qog‘oz evaziga kredit berishdan iborat bo‘ladi. Bunday kreditlashda bank veksel egasiga veksellarda ko‘rsatilgan summadan foiz to‘lovga kam bo‘lgan miqdorda kredit beradi. Foizlarni hisoblash va ularni oldindan sotib olish jarayoni ***veksellarni hisoblash*** deyiladi.

Veksellarning nominal bahosi bilan foiz to‘lovlari orasidagi farq ularning ***diskont bahosi*** deyiladi.

Faraz qilaylik, veksellarning nominal bahosi K_n bo‘lsin. Veksellarni sotib olingandan to ular bo‘yicha to‘lov amalga oshiriladigan kungacha bo‘lgan davrdagi kunlar soni d, diskont bahosi K_v bo‘lsin. U holda foiz to‘lov quyidagi formula orqali topiladi:

$$I = \frac{K_n \cdot d}{D} \quad , \qquad (1.48)$$

bu yerda: $D = \dfrac{36000}{P}$ - foiz kalit.

Diskont baho esa quyidagi

$$K_V = K_n - I = K_n - \frac{K_n \cdot d}{D} \quad ,$$

yoki

$$K_v = K_n \left(1 - \frac{d}{D} \right) \qquad (1.49)$$

formulalar orqali topiladi.

Agar K_v diskont baho ma’lum bo‘lsa, u holda foiz to‘lov (diskont) quyidagi formula orqali topiladi:

$$I = \frac{(K_n - I) \cdot d}{D - d} = \frac{K_v \cdot d}{D - d}, \qquad (1.50)$$

Veksellarning nominal narxini topishda quyidagi:

$$K_n = K_v + \frac{(K_n - I) \cdot d}{D - d}, \qquad (1.51)$$

yoki

$$K_n = K_v \cdot \left(1 + \frac{d}{D - d} \right) \qquad (1.52)$$

formulalar ishlatiladi.

1-masala. Veksellarning nominal bahosi 300000 so‘m bo‘lib, ular bo‘yicha to‘lov 5 dekabrda amalga oshiriladi. Ushbu veksellar 5 sentyabrda hisobga olingan. Yillik foiz stavkasini 12% deb hisoblab diskont bahoni toping.

Yechish. Masalaning shartidan veksellarning nominal qiymati ma’lum:

K_n=300000.

5 sentyabrdan 5 dekabrgacha bo‘lgan davr orasi 91 kun, ya`ni d=91. Veksellar bo‘yicha foiz to‘lovni (1.48) formula orqali topamiz:

$$I = \frac{300000 \cdot 91}{\frac{36000}{12}} = \frac{300000 \cdot 91}{3000} = 9100.$$

Bu holda diskont baho

K_v=K_n - I = 300000 - 9100 = 290900 so‘m bo‘ladi.

2-masala. Yutug‘ chiqish muddati 25 dekabrda bo‘lgan veksellar 25 oktyabrda hisobga olindi. Veksel egasi 30 oktyabrda bankdan 92000 so‘m pul oldi. Agar yillik foiz stavkasi 9% ni tashkil qilsa, veksellarning nominal bahosini toping.

Yechish. 25 oktyabrdan 25 dekabrgacha davr orasidagi kunlar soni d=60 kun. Foiz to‘lovni diskont baho bo‘yicha (1.50) formuladan foydalanib topamiz:

$$I = \frac{92000 \cdot 60}{4000 - 60} = 1401.$$

Bu holda nominal baho

92000+1404=93401 so‘m bo‘ladi.

Javob. 93401 so‘m.

3-masala. Qarzdor 10 yanvarda uzish kerak bo‘lgan 100000 so‘mlik qarzi hisobidan kreditorga to‘lov muddati 15 martda bo‘lgan 10000 so‘mlik, to‘lov muddati 10 aprelda bo‘lgan 20000 so‘mlik hamda muddatlari 10 fevral va 25 martda bo‘lgan ikkita bir xil veksellar yozib berdi. So‘nggi ikkita vekselning nominal bahosini toping. (Yillik foiz stavkasi 9 %)

Yechish. Dastlabki 2 ta veksel uchun diskont quyidagiga teng:

$$I_{I+II} = \frac{10000 \cdot 64 + 20000 \cdot 90}{\frac{36000}{9}} = \frac{640000 + 1800000}{4000} = 610.$$

U holda bu ikki vekselning diskont bahosi:

30000-610 =29390 so‘m

3- va 4- veksellarning diskont bahosi

K_n-I =100000-29390 = 70610 so‘m bo‘ladi.

Bu veksellarning nominal bahosini topish uchun ularning o‘rtacha to‘lov muddatini aniqlaymiz:

d_1 - 3- vekselning to‘lov muddati.

d_2 - 4- vekselning to‘lov muddati bo‘lsin. U holda o‘rtacha to‘lov muddati:

$$d_s = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

bo‘ladi.

Masalaning shartiga ko‘ra: d_1= 30 kun, d_2= 46 kun. Demak, o‘rtacha to‘lov muddati :

$$d_s = \frac{30 + 46}{2} = 38$$

kun bo‘ladi. Endi 3- va 4- veksellar uchun diskontni (1.50) formula yordamida topamiz:

$$I = \frac{(K_n - I) \cdot d_s}{D - d_s} = \frac{70610 \cdot 38}{4000 - 38} = 677\,.$$

U holda bu veksellarning nominal bahosi:

70610 +677= 71287 so‘m bo‘ladi. Ularning har birining nominal bahosi esa:

71287 : 2=35643,5 so‘m bo‘ladi.

Diskontlarni hisoblash termini kengroq ma’noda ham ishlatiladi. Masalan, kelgusida qiymati K_n bo‘ladigan miqdorning ma’lum bir oydagi qiymatini aniqlash masalasi ham diskontlarni hisoblash masalasi bo‘ladi. Bunday hisoblashni, odatda, qiymat ko‘rsatkichini kerakli onga (momentga) keltirish deb ataladi. K_n ni diskontlash natijasida hosil bo‘lgan K_v miqdor K_n ning keltirilgan bahosi deb ataladi.

4-masala. Bitim tuzilgandan 180 kun keyin qarzdor kreditorga 300000 so‘m pul to‘lashi kerak. Yillik foiz stavkasi 12% ni tashkil qiladi. Qarzdor qancha miqdorda qarz olgan?

Yechish. Shartga ko‘ra:K_n= 300000, P=12 % , $D = \frac{36000}{12} = 3000$.

Diskont bahoni, ya`ni dastlabki olingan qarzni topamiz,

$$K_v = K_n\left(1-\frac{d}{D}\right) = 300000\cdot\left(1-\frac{180}{3000}\right) = 282000.$$

K_v=282000 so‘m.

Demak, bu holda diskont (foiz to‘lov)

I= K_n - K_v=300000 - 282000 =18000 so‘m bo‘ladi.

Javob. 282000 so‘m.

Agar biror-bir tijorat banki ikkinchi tijorat bank veksellarini hisoblasa (diskontlasa), u holda bu jarayon veksellarni qayta hisoblash yoki ***rediskontlash*** deyiladi. Odatda, bitta emas bir nechta veksellar rediskontlanadi. Veksellarni qayta hisoblashga topshiruvchi bank ular bo‘yicha kelishilgan vaqtda to‘lov bajarishi yoki ularni yangi veksellarga almashtirishshi mumkin.

Qayta hisoblangan veksellarning to‘lov muddatini cho‘zish - ***prolongatsiya*** deyiladi va u veksellar bo‘yicha yana qaytadan hisoblash (rediskont qilishni), hamda to‘lov muddati yaqinlashgan veksellar qismini ana shu rediskontlangan veksellar hisobiga to‘lash jarayonini bildiradi.

5- masala. 1 yanvarda *A* bankning *B* bankdagi rediskontida 15000, 50000 va 20000 so‘mlik veksellari mavjud. Bundan tashqari *A* bank *B* bankka to‘lov muddati 1 aprelda bo‘lgan 25000 so‘m, to‘lov muddati 15 martda bo‘lgan 35000 so‘m va to‘lov muddati 2 martda bo‘lgan 20000 so‘mlik veksellar o‘tkazgan. Yangi veksellar yordamida to‘lov muddati ro‘y bergan veksellar bo‘yicha to‘lov operatsiyasi amalga oshiriladi. Agar rediskont 9% foiz stavkasi bilan amalga oshirilsa, u holda *A* bank *B* bankka qancha naqd pul to‘laydi? (bu operatsiyadagi bankning xarajati 1000 so‘m deb qaralsin).

Yechish. 1 yanvarda qayta hisoblangan veksellar :

Veksellar	To‘lash muddati	kunlar soni
25000 35000 20000	1.04 15.03 2.03	89 72 58
Jami 80000		

Ushbu veksellar bo‘yicha foiz to‘lovni topamiz:

$$I=\frac{25000\cdot 89+35000\cdot 72+20000\cdot 58}{4000}=1476 \text{ so‘m}$$

bank xarajatlari 1000 so‘m.

Shunday qilib, rediskontlangan (qayta hisoblangan) veksellarning bahosi:

K_n=80000-1476-1000=77524 so‘m.

1 yanvarda to‘lanishi kerak bo‘lgan veksellarning nominal bahosi:

K_n= 15000+50000+20000=85000 so‘m.

Demak, *A* bank *B* bankka

I=K_n-K_o= 85000-77527=7473 so‘m pulni naqd to‘lashi kerak.

Javob. 7473 so‘m.

Tayanch so‘z va iboralar

Oddiy foizlar, oddiy foizlar bo‘yicha o‘sish koeffitsiyenti, o‘zgaruvchan foiz stavkalari, 100 dan kam bo‘lmagan hisob, “foiz kalit”, oddiy foizlar bo‘yicha diskontlash, diskontlash koeffitsiyenti, joriy (diskontlangan) qiymat, lombard krediti, iste`mol krediti, qarz uzishning o‘rtacha muddati, veksellarni diskont qilish, diskont, rediskontlash, prolongatsiya.

Nazorat savollari

1. Moliya matematikasining predmeti qanday?
2. Moliya bank operatsiyalarida qanday parametrlar ishlatiladi?
3. Foiz to‘lov nima?
4. Foiz stavkasi nima?
5. Ustama foiz davri nima?
6. O‘sish koeffitsiyenti nima?
7. Oddiy foizlarni hisoblashga doir asosiy proporsiya qanday ko‘rinishga ega?
8. Oddiy foizlar bo‘yicha o‘sish koeffitsiyenti nima va qanday topiladi?
9. O‘zgaruvchan foiz stavkalarini qo‘llaganda ma’lum bir vaqt oralig‘idagi oshgan mablag‘ miqdori qanday topiladi?
10. Agar to‘lovlar miqdori vaqtga bog‘ liq ravishda o‘zgaruvchan bo‘lsa, u holda umumiy foiz to‘lov qanday topiladi?
11. Foiz to‘lovlar hisobiga kamaygan (oshgan) mablag‘ bo‘yicha asosiy proporsiya qanday ko‘rinishga ega?
12. Foiz to‘lov hisobiga kamaygan (oshgan) mablag‘ miqdori ma’lum bo‘lsa dastlabki mablag‘ va foiz to‘lov qanday topiladi?
13. Oddiy foizlar bo‘yicha diskontlash nima?
14. Oddiy foizlar bo‘yicha diskontlash koeffitsiyenti qanday topiladi?
15. Lombard kreditining o‘ziga xos xususiyatlari qanday?
16. Lombard kreditini hisoblash usuli qanday?
17. Iste`mol krediti nima?
18. Iste`mol krediti bo‘yicha qarz uzishning amortizasiya rejasi qanday tuziladi?

19. Qarz uzishning o‘rtacha muddatini aniqlash masalasidagi asosiy munosabat qanday ko‘rinishga ega?

20. Ssudalar miqdori teng va foiz stavkalari teng bo‘lgan holda o‘rtacha to‘lov muddati qanday aniqlanadi?

21. Ssudalar miqdori va to‘lash muddatlari turlicha bo‘lib foiz stavkalari bir xil bo‘lgan holda o‘rtacha to‘lov muddati qanday topiladi?

22. Barcha parametrlar turlicha bo‘lgan holda o‘rtacha to‘lov muddati qanday topiladi?

23. Veksellarni diskont qilish deganda nimani tushunasiz?

24. Diskont nima?

25. Rediskontlash nima?

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. *A* shaxs jamg‘arma bankka 1200 ming so‘m pulni 12% yillik oddiy foiz stavkasi bilan qo‘ygan. 5 oydagi ustama foiz va oshgan qo‘yilma miqdorini toping.

2. Bankdagi qo‘yilma uchun 8% yillik oddiy foiz stavkasi belgilangan. Qancha muddatdan so‘ng qo‘yilma 3 barobar oshadi?

3. Bankka 200000 so‘m pul qo‘yilgan. Yillik foiz stavkasi 10% bo‘lsa, 25 yildan so‘ng oshirilgan qo‘yilma miqdori qancha bo‘ladi?

4. Jamg‘ arma bankka qo‘yilgan pul 7 yilda 2 marta oshishi uchun yillik foiz stavkasi qancha bo‘lishi kerak?

5. Jamg‘ arma bankka qo‘yilgan pul 5 yilda 6 mln. p.b. ga yetgan. Agar yillik foiz stavkasi 8% bo‘lsa, dastlabki qo‘yilma miqdori qancha bo‘lgan?

6. A shaxs 150000 so‘m pulni p=10% yillik oddiy foiz stavkasi bilan qarzga olsa, 5 yildan so‘ng qarz miqdori qancha bo‘ladi?

7. Bank o‘z mijozlariga oddiy foizlarda dividendlar to‘laydi. Agar dastlabki qo‘yilma 200 mln. so‘m bo‘lib, yillik foiz stavkasi 8% bo‘lsa, u holda mijozning qo‘yilmasi 5 yilda qanchaga yetadi?

8. Agar 1000000 so‘m miqdoridagi ssuda 12% foiz stavkasi bilan 3 yilga berilgan bo‘lsa, u holda foiz to‘lov, o‘sish koeffitsiyenti va oshgan ssuda miqdori qanday bo‘ladi?

9. Mijoz bank depozitiga 100 ming so‘m pulni 1 yilga qo‘ygan. Qo‘yilma bo‘yicha foiz stavkalari o‘zgaruvchan bo‘lib, u ikkinchi chorakning yarmigacha 30%, 3 – chorakning oxiriga 25% va 4 –

chorakda 30% ni tashkil qilgan. Yil oxirida mijoz qancha mablag‘ ga ega bo‘ladi?

10. Agar qarz bo‘yicha qoldiq 5 yilda 25000 so‘mni tashkil qilib foiz stavkasi 10% bo‘lsa, u holda dastlabki qarz miqdori qancha bo‘lgan?

11. Agar bank depozitiga 12% foiz stavkasi bilan qo‘yilgan mablag‘ 5 yilda 2000000 so‘mga etgan bo‘lsa, u holda dastlabki qo‘yilma qancha bo‘lgan?

12. *A* shaxs ma’lum miqdordagi pulni 25% stavkasi bilan kreditga olgan. Agar 8 oyda qolgan qarz miqdori 50000 so‘mni tashkil qilsa, u holda dastlabki qarz miqdori qancha bo‘lgan?

13. *A* shaxsning jamg‘ arma bank depozitiga 30% foiz stavkasi bilan qo‘ygan puli 10 oyda 300000 so‘mga yetgan bo‘lsa, u holda bu shaxsning dastlabki qo‘yilmasi qancha bo‘lgan?

14. *A* shaxs 1 aprelda 200 ta qimmatli qog‘ ozlar evaziga kredit oldi. Agar qimmatli qog‘ ozlar narxi 5000 so‘m, bankning foiz stavkasi 8% hamda xarajatlari 5000 so‘m bo‘lsa, ushbu shaxs qancha kredit olgan?

15. Yuqoridagi 1-masaladagi shaxs 1 iyulda qarz bo‘yicha 30000 so‘m to‘lab qarzning qolgan qismini yana 3 oyga cho‘zdirdi. Ushbu shaxsning qolgan qarzi va foiz to‘lovi miqdorini aniqlang.

16. Yuqoridagi 2-masaladagi shaxs 1 oktyabrda qarz bo‘yicha bankka 20000 so‘m pul o‘tkazdi. Bu pulni asosiy qarz to‘loviga va foiz to‘loviga taqsimlang.

17. Agar 3-masaladagi shaxs 31 dekabrda qarzini to‘la uza olmasa va bankka 5 yanvarda 15000 so‘m pul o‘tkazib yana alohida foiz to‘lov to‘lasa, u holda u hammasi bo‘lib qancha pul to‘lashi kerak va qoldiq qarz qancha bo‘ladi?

18. Korxona jamg‘arma bankdan 500000 so‘m pulni 10% yillik foiz stavkasi bilan 6 oyga olgan. Kredit bo‘yicha to‘lovlar (amortizasiya) rejasini tuzing.

19. Mijoz 1000000 so‘m pulni 20% yillik foiz stavkasi bilan 5 oyga qarz olgan. Kredit bo‘yicha to‘lovlar (amortizasiya) rejasini tuzing.

20. 1000000 so‘m miqdordagi kredit 5 yilga 5% yillik foiz stavkasi bilan olingan. Qarz har yili teng miqdorda pul o‘tkazish yo‘li bilan uziladi. Qarz bo‘yicha har yilgi to‘lovlar miqdorini aniqlang.

21. *A* shaxs 1.01 da bankdan turli muddatlarda to‘lash uchun 4 xil ssuda olgan.

Ssuda turlari	To‘lash muddati	Foiz stavkasi	Kunlar soni	*K*d*
100000	1.03	10	0	
200000	1.04	10	30	
100000	15.04	12	45	
150000	1.05	15	60	

Qarzdor ham, kreditor ham zarar ko‘rmasliklari uchun barcha qarzlarni birato‘la qachon uzgan ma’qul?

22. Yuqoridagi 21-masalani foiz stavkalari bir xil, ya`ni 10% bo‘lgan hol uchun yeching.

23. Yuqoridagi 21-masalani ssudalar miqdori bir xil, ya`ni 100000 so‘m bo‘lgan hol uchun yeching.

24. To‘lov muddati 17 noyabrda bo‘lgan 100000 so‘mlik vekselni A shaxs bankka topshirib uni 23 sentyabrda hisobdan o‘tkazdi. Agar yillik foiz stavkasi 8% dan iborat bo‘lsa, veksel egasi qancha miqdorda pul oladi va qancha miqdorda foiz to‘lov to‘laydi?

25. Korxona o‘zining 800000 so‘mlik qarzi hisobidan bankka 20 mayda to‘lov muddatlari tegishli ravishda 20 iyun, 10 iyul, 5 avgust va 20 sentyabrlardan iborat bo‘lgan 4 ta veksellar topshirdi. Agar yillik foiz stavkasi 6% bo‘lsa, har bir vekselning nominal qiymatlarini toping.

26. 5 mayda to‘lash muddati 18.06 bo‘lgan 400000 so‘mlik, to‘lash muddati 15 iyul bo‘lgan 200000 so‘mlik va to‘lash muddati 3 avgust bo‘lgan X so‘mlik veksellar hisoblangan. Agar yillik foiz stavkasi 6% bo‘lib, uchala veksellarning diskontlangan qiymati 69320 so‘m bo‘lsa, uchinchi vekselning nominal qiymatini toping.

II bob. Murakkab foizlar

2.1-§. Murakkab foizni dekursiv usul yordamida hisoblash

Agar moliyaviy operatsiyalar bo‘yicha foiz ustama foiz davrida to‘lab borilmasdan asosiy qarz summasiga qo‘shib borilsa, u holda murakkab foiz stavkasi qo‘llanadi. Murakkab foizni hisoblash bazasi har bosqichda foiz to‘lov hisobiga oshib boradi.

Murakkab foizni ikki xil yo‘l bilan hisoblash mumkin: 1) dekursiv (to‘lov davrining oxirida amalga oshiriladigan) hisob: 2) antisipativ (to‘lov davrining boshida amalga oshiriladigan) hisob.

Antisipativ usulda qo‘llaniladigan foiz stavkasi antisipativ foiz stavkasi deb ataladi va *P% (a)* bilan belgilanadi. Dekursiv usulda esa bu ko‘rsatkich *P% (d)* bilan belgilanadi va dekursiv foiz stavkasi deb ataladi.

Dekursiv usul bilan ustama foizni hisoblash va shu bilan bog‘liq bo‘lgan ba’zi masalalar bilan tanishamiz. Buning uchun quyidagi masalaga e`tibor beramiz.

Faraz qilaylik boshlang‘ich mablag‘ K_0 miqdorni tashkil qilsin. Bu mablag‘ n yil muddatga murakkab foiz stavkasi bilan jamg‘arma bankka qo‘yilgan bo‘lsin. Ushbu davrda ustama foiz hisobiga oshgan mablag‘ miqdorini K_n bilan belgilaymiz.

Agar K_0 miqdordagi mablag‘ *P% (d)* yillik foiz stavkasi bilan n yilga jamg‘arma bankka qo‘yilgan bo‘lsa, u holda 1- yilning oxirida oshgan qo‘yilma miqdori

$$K_0 + \frac{P}{100}K_0 = K_0\left(1 + \frac{P}{100}\right)$$

bo‘ladi. 2- yilning oxirida oshgan mablag‘ miqdori esa

$$K_2 = K_1 + \frac{P}{100}K_1 = K_1\left(1 + \frac{P}{100}\right) = K_0\left(1 + \frac{P}{100}\right)^2$$

bo‘ladi, va hakozo, n - yilning oxiridagi oshgan mablag‘ miqdori

$$K_n = K_0\left(1+\frac{P}{100}\right)^n, \qquad (2.1)$$

bo‘ladi. Agar $\frac{P}{100} = i$ belgilash kiritsak, (2.1) formulani quyidagicha yozish mumkin.

$$K_n = K_0(1+i)^n, \qquad (2.2)$$

bu yerda: i - o‘nli kasrlarda ifodalangan foiz stavkasi deyiladi. Ushbu formuladagi $(1+i) = \left(1+\frac{P}{100}\right)$ miqdor ***murakkab dekursiv koeffitsiyent***, $(1+i)^n$ - ifoda esa murakkab foiz bo‘yicha ***o‘sish koeffitsiyenti*** deb ataladi.

O‘sish koeffitsiyenti *P% (d)* foiz stavkasi bilan qo‘yilgan mablag‘ning bir yilda necha marta o‘sishini ko‘rsatadi. *P* va *n* ning butun qiymatlarida o‘sish koeffitsiyenti maxsus moliyaviy jadvallarda keltiriladi (3- ilovaning 1 jadvalida turli *P* foiz stavkalar va turli *n* lar uchun o‘sish koeffitsiyenti keltirilgan). O‘sish koeffitsiyentning jadvaldagi qiymatini $I_p^n(d)$ bilan belgilasak quyidagi tenglikka ega bo‘lamiz.

$$(1+\frac{P}{100})^n = r^n = I_P^n(d), \qquad (2.3)$$

(2.3) tenglikdan foydalanib, (2.1) ifodani quyidagi yozishi mumkin.

$$K_n = K_0 \cdot r^n = K_0 I_P^n(d), \qquad (2.4)$$

Bu tenglikdan foydalanib foiz stavkasini va hisob davri uzunligini aniqlash mumkin. Buning uchun (2.3) dan r^n ni topamiz.

$$r^n = (1+i)^n = \frac{K_n}{K_0}, \qquad (2.5)$$

u holda

$$1+i = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}},$$

yoki

$$1+\frac{P}{100}=\sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}}.$$

Bundan

$$P=100\left(\sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}}-1\right). \qquad (2.6)$$

Hisoblash davrining uzunligini aniqlash uchun (2.5) ning ikki tomonini logorifmlaymiz:

$$n\lg(1+i)=\lg K_n-\lg K_o$$

hamda bundan *n* ni topamiz.

$$n=\frac{\lg K_n-\lg K_0}{\lg(1+i)} \qquad (2.7)$$

n yildagi umumiy foiz to‘lov (ustama foiz) miqdorini (2.4) formuladan foydalanib topish mumkin.

$$I=K_n-K_o=K_o\cdot r^n-K_o=K_o(r^n-1)=K_0[(1+i)^n-1],$$

Bu yerda *I* - umumiy murakkab foiz to‘lov (ustama foiz) miqdori.

1-masala. Jamg‘armaga dastlab 5000000 so‘m pul o‘tkazilgan. Foiz to‘lovlar 10% murakkab dekursiv foiz stavkasi bilan yiliga bir marta hisoblanadi. Jamg‘armaga o‘tkazilgan pul miqdori 5 yilda qanchaga etadi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: K_0=5000000 so‘m, n=5, P=10%, ($i=0,1$). (2.1) formuladan foydalanib topamiz:

$$K_5=K_0\left(1+\frac{P}{100}\right)^5=5000000\,(1+0{,}1)^5=8052500.$$

$r^5 = \left(1 + \frac{P}{100}\right)^5$ ifodaning qiymatini 1-moliyaviy jadvaldan topamiz va uning qiymatini $I^5_{10\%}(d)$ bilan belgilaymiz. U holda (2.3) formulaga asosan:

$$K_5 = 5000000 \cdot I^5_{10\%}(d) = 5000000 \cdot 1{,}6105 = 8052500\,.$$

Demak, jamg‘armaning 5 yilda oshgan qiymatlarini (2.1) va (2.4) formulalar bilan topganda bir xil natijani olish mumkin.

Javob. 8052500 so‘m.

2-masala. Jamg‘arma bankka K_0 miqdordagi mablag‘ 10% murakkab dekursiv foiz stavkasi bilan qo‘yilgan. Qo‘yilmaning miqdori 5 marta oshishi uchun necha yil muddat kerak bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: P=10%, (i=0,1) $K_n=5K_0$

(2.3) formuladan

$(1+i)^n=5$

(2.7) formulaga asosan,

$$n = \frac{\lg K_n - \lg K_0}{\lg(1+i)} = \frac{\lg 5K_0 - \lg K_0}{\lg(1{,}1)} = \frac{\lg 5}{\lg 1{,}1} = 11{,}5$$

Javob. 11,5 yil.

3- masala. Agar jamg‘arma bankka qo‘yilgan 800000 so‘m miqdordagi mablag‘ foiz to‘lovlar hisobiga 8 yilda 5650000 so‘mga yetgan bo‘lsa, u holda foiz stavkasi qanday bo‘lgan?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: K_0=800000 so‘m, n=8, K_n=5650000 so‘m. (2.6) formuladan foydalanib topamiz:

$$P = \left(\sqrt[8]{\frac{5650000}{800000}} - 1\right) \cdot 100 = 63\,.$$

Javob. 63%.

Agar foiz to‘lov yiliga m marta hisoblansa, u holda n yilda oshgan mablag‘ miqdori quyidagi formula yordamida topiladi:

$$K_{nm} = K_0\left(1+\frac{P}{100m}\right)^{mn}, \qquad (2.8)$$

Yuqoridagi 1-masalani foiz to‘lovlar har yarim yilda (yiliga ikki marta) hisoblangan hol uchun yeching.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: K_0=5000000 so‘m, p=10%, (i=0,1), n=5, m=2, $n \cdot m$=10. (2.8) formuladan foydalanib topamiz:

K_0=5000000 (1+0,05)^{10}=5000000·1,6289=8144500.

Javob. 8144500 so‘m.

2.2-§. Murakkab foizni antisipativ usul bilan hisoblash

Antisipativ usulning mohiyatini tushunish uchun quyidagi masalaga etibor beramiz.

Faraz qilaylik dastlabki qo‘yilmaning miqdori K_o bo‘lsin. *P % (a)* yillik foiz stavkasi bilan antisipativ usulni qo‘llaganda n yildan so‘ng dastlabki K_o miqdordagi mablag’ qancha bo‘ladi?

Bu savolga javob berish uchun quyidagi ishlarni amalga oshiramiz.

Dastlabki K_0 ni quyidagicha ifodalash mumkin.

$$K_o=K_1-\frac{K_1 \cdot P\%(a)}{100}, \qquad (2.9)$$

bu yerda: K_1- birinchi yilning oxiridagi oshgan mablag‘ miqdori,

$\frac{K_1 \cdot P\%(a)}{100}$ - antisipativ usul bilan K_1 mablag‘dan hisoblangan foiz to‘lov.

(2.9) tenglikda ba’zi chiziqli almashtirishlarni bajarib quyidagini hosil qilamiz.

$$K_o=K_1\frac{(100-P\%(a))}{100}, \qquad (2.10)$$

Bundan K_1 ni topamiz.

$$K_1 = \frac{K_0 \cdot 100}{100 - P\%(a)} \quad . \qquad (2.11)$$

Ikkinchi yilning oxiridagi oshgan mablag‘ miqdori K_2 ni ham xuddi shunday yo‘l bilan topamiz:

$$K_1 = K_2 - \frac{K_2 \cdot P\%(a))}{100} = K_2\left(\frac{100 - P\%(a)}{100}\right).$$

Bu tenglikda K_2 ni topamiz.

$$K_2 = K_1\left(\frac{100}{100 - P\%(a)}\right), \qquad (2.12)$$

Bundan (2.11) formula yordamida quyidagi tenglikni hosil qilish mumkin.

$$K_2 = K_o\left(\frac{100}{100 - P\%(a)}\right)^2. \qquad (2.13)$$

Xuddi shunday yo‘l bilan n yilda oshgan mablag‘ miqdorini topamiz.

$$K_n = K_o\left(\frac{100}{100 - P\%(a)}\right)^n, \qquad (2.14)$$

Bu tenglikni quyidagi ko‘rinishida ham yozish mumkin.

$$K_n = K_o \cdot \rho^n, \qquad (2.15)$$

bu yerda

$$\rho = \frac{100}{100 - P\%(a)}.$$

murakkab antisipativ koeffitsient, ρ^n esa ***antisipativ usuldagi o'sish koeffitsiyenti*** deb ataladi. Turli hisoblash davrlari va turli foiz stavkalari uchun ρ^n ning qiymatlari maxsus jadvallarda keltiriladi (3- ilovadagi 2-moliyaviy jadval).

Dekursiv va antisipativ usullar bilan hisoblanadigan murakkab foizlar, odatda, turlicha bo'ladi. Buni quyidagi masala misolida ham ko'rish mumkin:

1-masala. Dastlabki kapital mablag' 50000 so'm bo'lib, u 3 yilga 6% yillik murakkab foiz stavkasi bilan bank depozitiga qo'yilgan. Ushbu qo'yilmadan olinadigan daromad miqdorini: a) dekursiv usul bilan, b) antisipativ usul bilan toping va yechimlarni solishtiring.

Yechish. Masalaning shartiga ko'ra: K_o=50000 so'm, n=3, P=6% (i=0,06).

a) (2.1) formuladan foydalanamiz:

$$K_3 = K_0\left(1+\frac{P}{100}\right)^3 = 50000\cdot\left(1+\frac{6}{100}\right)^3.$$

$r^3 = \left(1+\frac{6}{100}\right)^3$ ifodaning qiymatini 1-moliya jadvaldan topamiz va bu qiymatni I_6^3 bilan belgilaymiz. $I_6^3 = 1{,}191$. U holda

$K_3 = 50000 \cdot I_6^3 = 50000 \cdot 1{,}191 = 59550.$

Demak, bu davrda olingan daromad

K_3-K_0= 59550-5000 = 9550 so'm.

b) Endi antisipativ usulga murojaat qilamiz. Bunda yuqoridagi (2.14) formuladan foydalanamiz:

$$K_3=K_0\left(\frac{100}{100-P\%(a)}\right)^3 = 50000\ \cdot \rho^3$$

ρ^{3} ning qiymatini 2- moliya jadvalidan topamiz va uni $II_6^3(a)$ - bilan belgilaymiz,

$II_6^3(a)$=1,2040.

Demak,

$K_3 = 50000 \cdot 1,204 = 60200$.

U holda,

$I = K_3 - K_0 = 60200-50000 = 10200$.

Demak, antisipativ usul dekursiv usulga nisbatan kattaroq daromad beradi.

2-masala. 500000 so‘mdan iborat bo‘lgan qarzning miqdori 5 yilda 12% (a) yillik foiz stavkasi bilan hisoblanganda qancha bo‘ladi?

Yechish. K_0=500000 , n=5 , P=12 %(a)

$$K_5 = 500000\left(\frac{100}{100-12\%(a)}\right)^5 = 947602.$$

Javob. 947602 so‘m.

Agar 1 yilda m marta antisipativ foiz stavkasi foiz to‘lov hisoblansa, u holda oshgan mablag‘ miqdori quyidagi formula orqali topiladi.

$$K_{mn} = K_0\left(\frac{100m}{100m-P\%(a)}\right)^{mn}. \qquad (2.16)$$

3-masala. Jamg‘arma bankka 12%(a) foiz stavkasi bilan 500000 so‘m miqdorda pul qo‘yilgan. Agar foizlar har chorakda hisoblansa, u holda depozitga qo‘yilgan pul 5 yilda qancha bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: K_0 = 500000 , P=12 %, m=4, n=5, mn=20.

Demak, (2.16) formulaga asosan,

$$K_{20}=500000\cdot\left(\frac{100\cdot 4}{100\cdot 4-12\%(a)}\right)^{20}\cdot\left(\frac{400}{388}\right)^{20}=903050;$$

$$\left(\frac{100\cdot 4}{100\cdot 4-12\%(a)}\right)^{20}=\mathit{\Pi}_{3}^{20}=1{,}8061;$$

K_{20} = 500000 · 1,8061 =903050.

Javob. 903050 so‘m.

2.3-§. Nominal va samarali foiz stavkalari

Ma’lumki, ustama foizlar yiliga bir marta emas, balki har yarim yillikda bittadan jami 2 marta, har chorakda bittadan jami 4 marta, har oyda bittadan jami 12 marta va hatto har kuni (jami 360 yoki 365 marta) hisoblanishi mumkin.

Agar yillik foiz stavkasi 20% bo‘lsa, u holda yarim yillik foiz stavkasi 10%, choraklik foiz stavkasi 5% va oylik foiz stavkasi 1,77% bo‘lishligi qabul qilingan. Bunday foiz stavkalar xalqaro amaliyotda ***nisbiy foiz stavkalar*** deb ataladi. Endi yuqoridagi (2.8) formulaga murojaat qilamiz:

$$K_{mn}=K_{0}\left(1+\frac{P}{100m}\right)^{mn}.$$

Bu formula yiliga *m* marta amalga oshiriladigan ustama foiz hisoblashda *n* yilda oshgan mablag‘ning miqdorini ko‘rsatadi. Bu formulani yana quyidagicha ham yozish mumkin:

$$K_{mn}=K_{0}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}.$$

bu yerda: $i=\frac{P}{100}$ - ***nominal foiz stavkasi*** deb ataladi.

Bu formula, agar ustama foiz yiliga *m* marta amalga oshirilsa, u holda foiz to‘lov *i/m* foiz stavkasi bilan amalda hisoblanishini ko’rsatadi.

Amaliyotda samarali yoki haqiqiy foiz stavkasi degan tushuncha ham ishlatiladi.

Ta’rif. *i/m* foiz stavkasi bilan yiliga *m* marta hisoblangan ustama foizga teng bo‘lgan natijani beruvchi yillik murakkab foiz stavkasi ***samarali foiz stavkasi*** deb ataladi. Samarali foiz stavkasini *j* bilan belgilaymiz. Yuqoridagi ta’rifga asosan, *i/m* va *j* foiz stavkalar bo‘yicha hisoblangan o‘sish koeffitsientlari o‘zaro teng bo‘ladi, ya`ni

$$(1+j)^n = \left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn},$$

bundan

$$1+j = \left(1+\frac{i}{m}\right)^{m},$$

yoki

$$j = \left(1+\frac{i}{m}\right)^{m} - 1 \qquad (2.17)$$

Agar m=1 bo‘lsa, u holda i=J bo‘ladi, ya’ni nominal foiz stavkasi bilan samarali foiz stavkalar o‘zaro teng bo‘ladi. Agar m>1 bo‘lsa, u holda j>i bo‘ladi.

Tomonlar orasida kelishuvlarda *m* marta amalga oshiriladigan ustama foiz hisoblanganda *i* nominal foiz stavkasini *j* samarali foiz stavkasi bilan almashtirish mumkin. Bu ikki foiz stavkalari moliyaviy nuqtai nazardan teng kuchli hisoblanadi.

1- masala. Agar ustama foiz har oyda hisoblansa va nominal foiz stavkasi 25% bo‘lsa, samarali foiz stavkasi qancha bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, P=25% , m=12, i=0,25.

U holda (2.17) formulaga asosan,

$$j = \left(1 + \frac{0,25}{12}\right)^{12} - 1 = 0,2807\,.$$

Javob. Samarali foiz stavkasi 28,07% bo‘ladi.

Agar j samarali foiz stavkasi va m ustama foiz hisoblash davrlari soni ma’lum bo‘lsa, u holda nominal foiz stavkasi quyidagi formula orqali topiladi:

$$i = m(\sqrt[m]{1 + j} - 1), \qquad (2.18)$$

2-masala. Agar samarali foiz foiz stavkasi 21% bo‘lib, ustama foiz yiliga 2 marta hisoblansa, u holda nominal foiz stavkasi qancha bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, p=21% , m=2, i=0,21.

U holda (2.18) formula asosida nominal foiz stavkasini topamiz.

$$i = 2 \cdot (\sqrt{1 + 0,21} - 1) = 0,2.$$

Javob. Nominal foiz stavkasi 20% ni tashkil qiladi.

Agar

$K_{mn} = K_0\left(1 + \frac{P}{100m}\right)^{mn}$ formulada hisoblash davrlari soni m cheksiz ravishda oshib borsa, har bir davr uzunligi nolga yaqinlashib boradi. Endi $m \to \infty$ da K_{mn} ning qiymatini topamiz. Bu yerda n- yillar soni, m- har yildagi kapitallashtirishlar soni.

$$K_{mn} = K_0 \lim_{m\to\infty}\left(1 + \frac{P}{100m}\right)^{mn} = K_0\left[\lim_{m\to\infty}\left(1 + \frac{P}{100m}\right)\right]^{mn}. \qquad (2.19)$$

Endi quyidagi belgilashni kiritamiz:

$$\frac{P}{100m} = \frac{1}{M}$$

U holda,

$$m = \frac{PM}{100}$$

$m \to \infty$ bo‘lganligi uchun *PM/100* ham cheksizlikka intiladi, ya`ni

$\frac{PM}{100m} \to \infty$ bundan $M \to \infty$, da
(2.19) formulani quyidagi ko‘rinishda yozamiz:

$$K_{mn} = K_0 \lim_{M\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{M}\right)^{\frac{PM}{100}}\right]^n = K_0 \lim_{M\to\infty}\left[\left(\left(1+\frac{1}{M}\right)^{M}\right)^{\frac{P}{100}}\right]^n$$

bundan

$$K_{mn} = K_0 e^{\frac{Pn}{100}} = K_0 e^{in}, \qquad (2.20)$$

Bu formula orqali murakkab foizlar uzluksiz hisoblangandagi *n* yilga oshgan mablag’ miqdori aniqlanadi. K_{mn} *n* ning uzluksiz funksiyasi bo‘lib, u ixtiyoriy bosqichdagi mablag’ miqdorini aniqlashga yordam beradi.

(2.20) formuladagi $e^{\frac{PM}{100}}$ miqdor $m \to \infty$ da ***murakkab foizlarning o‘sish koeffitsiyenti*** deb ataladi.

2.4-§. Murakkab foizlar bo‘yicha diskontlash. Diskontlash (keltirish) koeffitsiyenti

Ma’lumki, K_n - dastlabki K_0 mablag‘ning *n* ta hisoblash bosqichida murakkab foizga o‘sgan qiymatidir. K_n mablag‘ga nisbatan K_0 kamaygan mablag‘ bo‘ladi, chunki K_0 ni topish uchun K_n dan *n* ta hisoblash bosqichidagi murakkab foizni ayirish kerak. K_0 miqdor keltirilgan yoki ***diskontlangan miqdor*** deb ataladi. Quyidagi tenglikdan K_0 ni topamiz,

$$K_n = K_0 \cdot r^n$$

$$K_0 = \frac{K_n}{r^n} = \frac{K_n}{\left(1 + \frac{P}{100}\right)^n} = K_n \cdot r^{-n}, \qquad (2.21)$$

yoki

$$K_0 = K_n(1+i)^{-n} \quad . \qquad (2.22)$$

Bu formuladagi r^{-n} yoki $(1+i)^{-n}$ koeffitsientlar ***keltirish koeffitsientlari*** yoki ***diskontlash koeffitsientlari*** deb ataladi. Bu koeffitsientlarning P va n larni turli qiymatlariga mos keluvchi qiymatlari maxsus jadvalda keltiriladi. (3- moliya jadvaliga qarang).

r^{-n} ning 3- moliya jadvalidagi qiymatini $III_{P\%}^{n}$ bilan belgilasak, quyidagiga ega bo'lamiz,

$$K_0 = K_n \cdot III_{P\%}^{n}$$

Agar ustama foiz yiliga m marta hisoblansa, u holda quyidagi tenglik o'rinli bo'ladi,

$$K_0 = \frac{K_n}{\left(1 + \frac{P}{100m}\right)^{mn}} = \frac{K_n}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{nm}}$$

yoki

$$K_0 = K_n\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{-mn} = K_n \cdot r^{-mn} = K_n III_{P_m\%}^{mn}, \qquad (2.23)$$

K_n oshgan mablag'ni diskontlash natijasida hosil bo'ladigan K_0 mablag' K_n ning ***joriy bahosi*** deb ataladi. Joriy bahoni K_n bo'yicha to'lash davrigacha bo'lgan har qanday bosqich uchun hisoblash mumkin. K_n bilan uning K_0 diskontlangan qiymati orasidagi farq ***diskont*** deb ataladi. Agar diskontni D harfi bilan balgilasak,

$$D = K_n - K_0 = K_n(1 - r^{-n}), \qquad (2.24)$$

yoki

$D=K_n[1-(1+i)^{-n}]$

tengliklar o‘rinli bo‘ladi. Agar ustama foiz yiliga *m* marta hisoblansa, u holda diskont quyidagiga teng bo‘ladi:

$$D = K_n \left[1 - \left(1 + \frac{P}{100m} \right)^{-nm} \right], \qquad (2.25)$$

1-masala. Korxona 5 yildan so‘ng 2000000 so‘m pul qaytarish sharti bilan jamg‘arma bankdan qarz olgan. Agar murakkab yillik foiz stavkasi 15% bo‘lsa, dastlabki qarz miqdorini va diskontni toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, K_n=2000000, P=15%, n=5.

U holda (2.21) formuladan,

$$K_0 = \frac{2000000}{\left(1+\frac{15}{100}\right)^5} = 2000000 * III^5_{15\%} = 2000000 * 0.4972 = 994400.$$

Demak, diskont

$D=K_n-K_0$=2000000-994400=1005600 bo‘ladi.

Javob. K_0=994000 so‘m, D=1005600 so‘m.

2-masala. Bankdagi hisobda 5 yil ichida 500000 so‘m pul yig‘ilgan. Agar murakkab yillik foiz stavkasi 5% ni tashkil qilsa, dastlabki qo‘yilma qancha bo‘lgan?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: K_n=500000, P=5% , n=5.

$K_0=500000(1+0,005)^{-5}=500000\cdot III^{5}_{5\%}=500000\cdot 0,7835=391750.$

Javob. 391750 so‘m.

3-masala. Tijorat bankidagi hisobda 5 yil ichida 900000 so‘m pul yig‘ilgan. Agar murakkab yillik foiz stavkasi 6% ni tashkil qilsa hamda foiz to‘lovi yiliga 2 marta hisoblansa, u holda dastlabki qo‘yilma miqdori qancha bo‘lgan?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: K_n=900000, P=6% , m=2, n=5.

U holda (2.23) formuladan,

$$K_0 = 900000 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{2}\right)^{-10} = 900000 \cdot 0,7441 = 669690.$$

Javob. 669690 so‘m.

Agar ustama foiz uzluksiz ravishda hisoblansa, ya`ni uzluksiz kapitallashtirish amalga oshirilsa, diskontlash koeffitsiyenti qanday bo‘lishini ko‘ramiz.

Buning uchun quyidagi formuladan foydalanamiz:

$$K_n=K_0(1+i)^n.$$

Bu ifodani n bo‘yicha differensiallaymiz:

$$dK_n=K_0(1+i)^n \cdot \ln(1+i)dn.$$

Agar $\ln(1+i)$ ni L bilan belgilasak,

$dK_n=K_0(1+i)^n \cdot Ldn$ bo‘ladi.

Bu yerda: $L=\ln(1+i)$.

Bu ifodadan ko‘rinadiki,

$$e^L=e^{\ln(1+i)}=1+i,$$

$(1+i)$ ni e^L bilan almashtirib quyidagini hosil qilamiz.

$$K_n=K_0 \cdot e^L, \qquad (2.26)$$

bundan

$K_0=K_n \cdot e^{-L}$. (2.27)

Bu yerda: e^L - uzluksiz kapitallashtirish amalga oshirishdagi o‘sish koeffitsiyenti, e^{-L} esa ana shunday sharoitdagi diskontlash koeffitsiyenti deb ataladi.

2.5-§. Foiz stavkasini iterativ usul bilan aniqlash

Jamg‘armaning yig‘ma koeffitsiyenti

$$\frac{S_n}{a} = R_n$$

ning qiymatini n>50 va P=12% bo‘lgan hollarda jadvaldan aniqlash mumkin emas. Bunday hollarda foiz stavkasini aniqlash uchun quyidagi tenglamaga murojaat qilamiz:

$$r \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} = R_n \ , \quad (2.28)$$

bu yerda, $r = 1 + \frac{P}{100}$.

Endi (2.28) tenglikdan hosil qilamiz:

$$r^{n+1} - r = R_n \, (r-1)$$

yoki

$$r^{n+1} = (R_n + 1) \, r - R_n \ , \quad (2.29)$$

Ushbu tenglikning chap tomonini U bilan, o‘ng tomonini esa V bilan belgilaymiz, ya`ni

$U=r^{n+1}$ va $V=(R_n+1)r - R_n$.

Demak, bu holda $U=V$ tenglikni ta’minlovchi P foiz stavkasini aniqlash kerak.

Eng avval $U=V$ tenglikdan P foiz stavkasi qanday intervalga tegishli ekanini aniqlaymiz. Buning uchun (2.28) tenglikni quyidagi ko‘rinishda yozamiz:

$$-r^{n+1}+r(R_n+1)=R_n .$$

Bundan,

$$r=\frac{R_n}{R_n+1-r^n} .$$

Bu ifodada $r>0$ va $R_n>0$ bo‘lganligi uchun

$$R_n+1-r^n>0$$

bo‘ladi. Demak,

$$R_n+1>r^n .$$

yoki

$$r<\sqrt[n]{R_n+1} \qquad \text{va} \qquad 1+\frac{P}{100}<\sqrt[n]{R_n+1}.$$

Demak,

$$P<100\left(\sqrt[n]{R_n+1}-1\right).$$

Bundan ko‘rinadiki, $U=V$ tenglikni ta’minlovchi foiz stavkasi

$$0<P<100\left(\sqrt[n]{R_n+1}-1\right), \qquad (2.30)$$

oraliqda yotishi kerak ekan.

Bu yerda quyidagi 2 holdan biri ro‘y berishi mumkin:

1) agar $U>V$ tengsizlik o‘rinli bo‘lsa, P foiz stavkasini kamaytirish kerak;
2) agar $U<V$ tengsizlik o‘rinli bo‘lsa, P foiz stavkasini oshirish kerak.

Foiz stavkasini oshirish va kamaytirish jarayoni iterativ ravishda amalga oshirilib to $U=V$ tenglikni ta'minlovchi P foiz stavkasi aniqlanguncha takrorlanadi.

1-masala. Jamg'arma bankka A shaxs tomonidan 60 yil davomida har yili 2000 so'mdan pul qo'yib borilgan. Agar bankda yig'ilgan jamg'arma miqdori 2000000 so'm bo'lgan bo'lsa, P foiz stavkasi qanday bo'lgan?

Yechish. Masalaning shartiga ko'ra: $n=60$, $S_n=2000000$, $a=2000$. Endi (2.27) formulaga murojaat qilamiz:

$$S_n=aR_n \qquad \text{yoki} \qquad R_n=\frac{S_n}{a}.$$

Demak,

$$R_{60}=\frac{S_{60}}{2000}=\frac{2000000}{2000}=1000.$$

Endi (2.28) formuladan foydalanib, $U=V$ tenglikni yozamiz:

$$r^{61}=(1000+1)r-R_{60},$$

$$U=r^{61};\ V=1001r-R_{60}=1001r-100.$$

(2.29) formuladan P foiz stavkasining yuqori chegarasini topamiz:

$$P<10\left(\sqrt[60]{1001}-1\right)=12{,}2.$$

Demak, P foiz stavkasi 12,2% dan kam bo'lishi kerak, ya`ni $0<P<12{,}2$ %. Iteratsion jarayonning birinchi bosqichida P=10% deb qabul qilamiz. U holda,

$$U=(1{,}1)^{61}=334{,}92; \quad V=1001\cdot 1{,}1-100=101{,}1.$$

Bu yerda: $U>V$ bo'lganligi sababli P foiz stavkasini kamaytirish kerak.

2- bosqichda P=7% deb qabul qilamiz. U holda,

$U=(1{,}07)^{61}=62$; $V=1001\cdot1{,}07-1000=71{,}07$.

Bu holda $U<V$. Demak, P foiz stavkasini oshirish kerak.
3-bosqichda P=7,5 % deb qabul qilamiz. U holda,

$U=(1{,}075)^{61}=82{,}397$; $V=1001\cdot1{,}075-1000=71{,}07$.

Bu holda $U>V$. Demak, P foiz stavkasi kamaytirilishi kerak. Lekin foiz stavkasini $7<P<7{,}5$ oraliqda bo‘lishini aniqladik.

4-bosqichda P=7,35 %. Bu holda U=75,67, V=74,5735. Bu holda $U>V$. Demak, bu holda ham foiz stavkasi kamaytirilishi kerak.

5-bosqichda P=7,3 %. Bu holda U=73,55 , V=74,0735. Demak, $U<V$. Bu holda foiz stavkasi oshirilishi kerak.

6-bosqichda P=7,34 % . Bu holda U=75,04 , V=74,47. Demak, $U>V$, ya`ni foiz stavkasi kamaytirilishi kerak.

7-bosqichda P=7,32 % . U=74,39 ,V=74,27. Demak, $U>V$. Foiz stavkasini yanada kamaytirish kerak.

8-bosqichda P=7,318 % . U=74,3 ,V=74,256. Demak, $U>V$. Foiz stavkasi kamaytiriladi.

9-bosqichda P=7,3175 % . U=74,28 ,V=74,24. Bu holda U va V larni taqriban teng deb qabul qilamiz va so‘nggi natijaviy foiz stavkasi P=7,3275 deb qabul qilamiz.

Topilgan P foiz stavkasining qiymatini S_n yig‘ma jamg‘arma qiymatini topish formulasi (2.29) qo‘yib, tekshirish o‘tkazamiz.

$$S_n = 2000\cdot 1{,}073175\cdot\frac{1{,}073175^{60}-1}{0{,}073175^{60}} = 2000000.$$

Bundan hisoblash to‘g‘ri ekanligiga ishonch hosil qilamiz.

Tayanch so‘z va iboralar

Dekursiv usul, o‘sish koeffitsiyenti, antisipativ usul, murakkab antisipativ koeffitsient, nominal foiz stavkasi, samarali foiz stavkasi, diskontlash, diskontlash koeffitsiyenti, diskont.

Nazorat savollari

1. Murakkab foiz nima?
2. Murakkab foizni necha usul bilan hisoblash mumkin?
3. Murakkab foizni dekursiv usul bilan hisoblash formulasi qanday?
4. Murakkab dekursiv koeffitsient nima?
5. Murakkab foiz bo‘yicha o‘sish koeffitsiyenti qanday?
6. Murakkab foizni antisipativ usul bilan hisoblash formulasi qanday?
7. Murakkab antisipativ koeffitsient nima?
8. Antisipativ usuldagi o‘sish koeffitsiyenti qanday?
9. Nisbiy foiz stavkalari nima?
10. Samarali foiz stavkasi qanday?
11. Nominal foiz stavkasi ma’lum bo‘lganda samarali foiz stavkasi qanday formula orqali topiladi?
12. Samarali foiz stavkasi ma’lum bo‘lganda nominal foiz stavkasini topish formulasi qanday?
13. Murakkab foizlar uzluksiz hisoblangandagi jamg‘armaning yig‘ma miqdori qanday bo‘ladi?
14. Murakkab foizlar uzluksiz hisoblangandagi o‘sish koeffitsiyenti qanday?
15. Diskontlangan miqdor nima?
16. Keltirish (diskontlash) koeffitsiyenti qanday?
17. Joriy baho nima?
18. Diskont nima va u qanday topiladi?
19. Foiz stavkasini iterativ usul bilan topish jarayonining g‘oyasi qanday?
20. Qanday hollarda iteratsion usullarni qo‘llash mumkin?

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. 50000 so‘m pul 8%(*d*) yillik murakkab foiz stavkasi bilan 5 yilga bank depozitiga qo‘yilgan. Shu muddat ichida mijoz qancha daromadga ega bo‘ladi?

2. Agar dastlabki mablag‘ 500000 so‘m bo‘lib u 4 yil ichida 607753 so‘mga etgan bo‘lsa, u holda yillik foiz stavkasi qanday bo‘lgan?

3. 80000 so‘mdan iborat mablag‘ 6%(*d*) foiz stavkasi bilan ma’lum muddatga jamg‘arma bankka qo‘yilgan. Agar shu muddat ichida qo‘yilma miqdori 3 marta oshgan bo‘lsa, u holda bu muddat necha yildan iborat?

4. 1 mln. so‘mdan iborat qarz 15%(*a*) yillik murakkab foiz stavkasi bilan hisoblanganda, 4 yilda qancha bo‘ladi?

5. 15%(*a*) yillik murakkab foiz stavkasi bilan hisoblanganda dastlabki mablag‘ 2 marta ko‘payishi uchun necha yil muddat kerak bo‘ladi?

6. Agar foiz to‘lov har chorakda hisoblanadigan bo‘lsa, hamda yillik murakkab foiz stavkasi 12% ni tashkil qilsa, u holda jamg‘arma bankka qo‘yilgan 300000 so‘mlik mablag‘ qanchagacha oshadi? Masalani dekursiv va antisipativ usul bilan yeching.

7. Agar 200000 so‘m pul bank depozitiga 20% yillik murakkab foiz stavkasi bilan qo‘yilgan bo‘lsa, u holda 2 yildan so‘ng bu qo‘yilma miqdori qancha bo‘ladi? Foiz to‘lovlar har chorakda amalga oshiriladi deb faraz qilinsin hamda masala dekursiv va antisipativ usullar yordamida yechilsin.

8. Agar qarzdor 3 yildan so‘ng kreditorga 1000000 so‘m qaytargan bo‘lsa hamda yillik foiz stavkasi 15% bo‘lgan bo‘lsa, u holda qarzning dastlabki miqdori qancha bo‘lgan?

9. Bank depozitidagi pul 5 yilda 2000000 so‘mga yetgan. Agar foiz stavkasi 10% bo‘lsa, u holda dastlabki qo‘yilma qancha bo‘lgan?

10. A shaxs 3 yildan so‘ng 5000000 so‘m qaytarish sharti bilan boshqa bir shaxsdan qarz olgan. Agar foiz stavkasini 10% deb kelishilgan bo‘lsa, olingan qarz miqdori qancha bo‘lgan?

11. 20% yillik murakkab foiz stavkasi bilan olingan qarz miqdori 5 yilda 600000 so‘m bo‘lgan bo‘lsa, u holda dastlabki qarz miqdori qancha bo‘lgan?

12. A shaxs jamg‘arma bankka 120000 so‘m pulni 6% yillik dekursiv foiz stavkasi bilan 5 yilga qo‘ygan. Agar ustama foiz yiliga 2 marta hisoblansa shu muddat ichida qo‘yilma necha marta oshadi?

13. Jamg‘arma bankdagi qo‘yilma uchun 8% (*d*) yillik murakkab foiz stavkasi belgilangan. Agar ustama foiz har chorakda hisoblansa hamda dastlabki qo‘yilma miqdori 50000 so‘mni tashkil qilsa, u holda 3 yil ichida qo‘yilmaning miqdori qanchaga etadi?

14. Jamg‘arma bankka 200000 so‘m pul 6,5% (*a*) foiz stavkasi bilan 2 yilga qo‘yilgan. Agar foiz to‘lov har oyda hisoblansa, u holda shu muddat ichida qo‘yilma necha marta oshadi?

15. Agar 100000 so‘m pul 10% murakkab foiz stavkasi bilan 10 yilga qo‘yilgan bo‘lsa, hamda foiz to‘lov cheksiz ko‘p marta hisoblansa, u holda shu muddatdagi oshgan mablag‘ miqdori qancha bo‘ladi?

16. Sug‘urta kompaniyasiga 50 yil davomida har yili 30000 so‘mdan pul o‘tkazib borilgan. Agar shu muddat so‘nggida bu shaxs 2500000 so‘mga ega bo‘lgan bo‘lsa, sug‘urta kompaniyasining foiz stavkasi qanday bo‘lgan?

III bob. To‘lovlar oqimi. Moliyaviy rentalar. Yillik o‘zgarmas renta parametrlarini hisoblash

3.1-§. Moliyaviy rentalar va ularning turlari

Zamonaviy moliya-bank operatsiyalaridagi to‘lovlar bir marta amalga oshiriladigan yagona to‘lov bilan emas, balki ma’lum bir vaqt oralig‘ida takrorlanadigan to‘lovlar ketma-ketligidan iborat bo‘ladi.

Har qanday moliyaviy operatsiyalar 2 xil pul oqimi bilan bog‘liq bo‘lib, ulardan biri tushumlar (daromadlar)dan, ikkinchisi to‘lovlar (xarajatlar)dan iborat bo‘ladi.

Ma’lumki, bir vaqt oralig‘idagi tushumlar va to‘lovlardan tashkil topgan to‘plam ***to‘lovlar oqimi*** yoki ***pul oqimi*** deyiladi. To‘lovlar oqimining alohida olingan bir elementi uning hadi deyiladi.

Moliyaviy hisoblarda tushumlar va to‘lovlar oqimi bitta pul oqimi sifatida ifodalanib, uning musbat hadlari tushumlarni, manfiy hadlari esa to‘lovlarni ifodalaydi. Qulaylik uchun to‘lovlar oqimining barcha hadlari musbat deb qaraymiz hamda ularni “to‘lovlar” deb ataymiz.

Barcha hadlari musbat bo‘lib, har ikki to‘lov orasidagi vaqt oraliqlari o‘zaro teng bo‘lgan pul oqimi ***moliyaviy renta*** yoki sodda qilib ***renta*** deb ataladi. Moliyaviy rentalar “***annuitetlar***” deb ham ataladi. Annuitet(annuity) so‘zi har yilgi to‘lovlar degan ma’noni bildirsada, ushbu atama yillik bo‘lmagan boshqa moliyaviy rentalar uchun ham qo‘llaniladi.

Agar to‘lovlar oqimining barcha hadlari bir xil bo‘lib, ular o‘zgarmas son a ga teng bo‘lsa, u holda bunday renta o‘zgarmas, aks holda o‘zgaruvchan deyiladi.

Moliyaviy renta parametrlari quyidagilardan iborat:

Rentaning hadi – to‘lovlar oqimidagi alohida olingan to‘lov miqdori a_k ni bildiradi.

Renta davri – ikkita ketma-ket amalga oshiriladigan to‘lovlar orasidagi vaqt oralig‘ini bildiradi. Renta davri yillar, oylar, chorak, dekada va hatto kunlar bilan o‘lchanishi mumkin.

Renta muddati – birinchi to‘lovning boshidan so‘nggi to‘lov oxirigacha bo‘lgan vaqt oralig‘ini ifodalaydi.

Rentaning foiz stavkasi – renta hadlarining o‘sishini yoki joriy bahosini topishga xizmat qiluvchi parametr.

Yil davomida foiz to‘lovlarni hisoblashlar soniga ko‘ra moliyaviy rentalar bir yilda bir marta hisoblanadigan, m marta hisoblanadigan yoki uzluksiz hisoblanadigan rentalardan iborat bo‘ladi. Yiliga m marta hisoblanadigan rentalarni hisoblash jarayonini soddalashtirish maqsadida foiz stavkasini hisoblash davri to‘lovlar amalga oshiriladigan davriga teng deb qaraladi.

Rentalar o‘zgarmas va o‘zgaruvchan bo‘lishi mumkin. O‘zgarmas rentaning barcha hadlari o‘zgarmas son a ga teng bo‘ladi. O‘zgaruvchan rentalarda esa har bir t davrdagi to‘lovlar (renta hadi) vaqtga bog‘liq ravishda o‘zgaruvchan a_t ga teng bo‘ladi.

To‘lovlar muddati nuqtai nazaridan rentalar shartsiz va shartli bo‘ladi. Shartsiz rentada birinchi va oxirgi to‘lovlar sanasi kelishib olingan bo‘ladi. Shartli rentada birinchi va oxirgi to‘lovlar sanasi qandaydir hodisaning ro‘y berishiga bog‘liq bo‘ladi.

Shartli rentaga nafaqa misol bo‘ladi. Unga ko‘ra to‘lovlar inson ma’lum bir yoshga yetgandan keyin amalga oshiriladi va umrining oxirigacha to‘lanadi.

Agar to‘lovlar renta davrining oxirida amalga oshirilsa, u holda bunday renta ***postnumerando*** deyiladi.

Agar to‘lovlar renta davrining boshida amalga oshirilsa, u holda bunday renta ***prenumerando*** deyiladi.

To‘lovlar oqimining umumlashtiruvchi parametrlari mavjud bo‘lib, ularni hisoblash moliya operatsiyalarining samaradorligini baholash, moliyaviy loyihalarni solishtirish hamda zarar ko‘rmaslik maqsadida ularni almashtirishga yordam beradi. Bunday umumlashtiruvchi parametrlardan biri to‘lovlar oqimining yig‘ma miqdoridan iborat. ***To‘lovlar oqimining yig‘ma miqdori*** (*amount of cash flows*) - to‘lovlar oqimining barcha hadlari va ulardan to‘lov muddati so‘nggida hisoblangan foiz to‘lovlar yig‘indisiga teng bo‘ladi va u quyidagi formula yordamida topiladi:

$$S = \sum_{t=1}^{k} a_t (1+i)^{n_k - n_t} , \tag{3.1}$$

bu yerda a_t- to‘lovlar oqimining t- hadi; $i = \frac{P}{100}$ - foiz stavkasi, n_k-n_t – a_t hadning to‘lov muddati.

To‘lovlar oqimining ikkinchi umumlashtiruvchi parametri to‘lovlar oqimining joriy bahosi (*present value of cash flows*)dir. Ushbu parametr to‘lov muddatining boshiga keltirilgan (diskontlangan) barcha hadlarning yig‘indisidan iborat bo‘ladi.

To‘lovlar oqimining joriy bahosi quyidagi formula yordamida topiladi:

$$A = \sum_{t=1}^{k} a_t v^{n_t} , \qquad (3.2)$$

bu yerda

$$v^{n_t} = \frac{1}{(1+i)^{n_t}} \qquad (3.3)$$

diskontlash (keltirish) koeffitsiyenti.

To‘lovlar oqimining yig‘ma miqdori to‘lov muddati so‘nggida yig‘ilgan qarzlar yoki daromadlarni, investitsiyalarning umumiy hajmi, yig‘ilgan jamg‘arma miqdori va boshqalarni ifodalaydi.

To‘lovlar oqimining joriy bahosi esa investitsiyaga sarflangan kapital mablag‘larning to‘lov muddatining boshiga keltirilgan bahosini aniqlaydi. Quyida biz o‘zgarmas va o‘zgaruvchan moliyaviy rentalar uchun bunday umumlashtiruvchi parametrlarni aniqlash bilan shug‘ullanamiz.

3.2-§. O‘zgarmas moliyaviy prenumerando rentaning yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyenti

Faraz qilaylik, har yilning boshida bankka *a* miqdorida pul o‘tkazilsin. Bu jarayon *n* yil davomida amalga oshirilsin hamda yillik murakkab foiz stavkasi *P%* ni tashkil qilsin, u holda rentaning *n* yil ichidagi yig‘ma miqdori qancha bo‘ladi, ya`ni *n* yil ichida bankda yig‘ilgan pul miqdori qancha bo‘ladi?

Ushbu masala quyidagicha yechiladi:

Birinchi yili qo‘yilgan *a* miqdordagi pul *n* yil ichida

$$a_n = a\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = a(1+i)^n$$

miqdoriga yetadi va hokazo, n-1-yilda qo‘yilgan pul 1 yilga qo‘yilganligi sababli u n-yilda $a_1=a(1+i)$ miqdorda bo‘ladi. Agar n yil ichidagi to‘lovlar oqimining yig‘ma miqdorini $S_n(pr)$ bilan belgilasak, u quyidagi tenglik orqali aniqlanadi.

$$S_n(pr)=a(1+i)^n+a(1+i)^{n-1}+\ldots+a(1+i)^2+a(1+i)\,, \tag{3.4}$$

yoki

$$S_n(pr)=ar^n+ar^{n-1}+\ldots+ar^2+ar=a(r+r^2+\ldots+r^n)\,, \tag{3.5}$$

bu yerda $\quad r=(1+i)=\left(1+\dfrac{p}{100}\right).$

Agar (3.5) tenglikni o‘ng tomonidagi qavs ichidagi yig‘indini geometrik progressiyaning n ta hadlari yig‘indisi deb qarasak, u holda o‘zgarmas rentaning n yildagi yig‘ma miqdori quyidagi formula yordamida topiladi.

$$S_n(pr)=ar\frac{r^n-1}{r-1}=a\frac{(1+i)^n-1}{(1+i)-1}(1+i), \tag{3.6}$$

yoki

$$S_n(pr)=a\cdot s_{n;p\%}\,,$$

bu yerda

$$s_{n;p\%}=(1+i)\frac{(1+i)^n-1}{i}\qquad . \tag{3.7}$$

yillik o‘zgarmas prenumerando ***rentaning yig‘ma koeffitsiyenti*** deyiladi. Bu miqdor har yilning boshida amalga oshiriladigan to‘lovlarning n yil ichida necha marta oshganini ko‘rsatadi.

1-masala. Mijoz 10 yil davomida har yilning boshida jamg‘arma bankka 200000 so‘m pulni 15% foiz stavkasi bilan o‘tkazib boradi. 10-yilning oxirida mijozning yig‘ilgan mablag‘i qancha bo‘ladi?

Yechish. To‘lovlar oqimi n=10 yillik prenumerando rentadan iborat bo‘lib, uning har bir hadi a=200000 so‘mni tashkil qiladi. Bankning foiz stavkasi P=15% va i=0,15 ga teng ekanligini nazarga olib topamiz.

$$S_{10}(pr) = 200000 \cdot s_{10;15\%},,$$

bu yerda

$$s_{10;15\%} = \frac{(1+0{,}15)\left[(1+0{,}15)^{10} - 1\right]}{0{,}15} = 23{,}3.$$

Ushbu koeffitsientning qiymatini maxsus jadvaldan n=10, P=15% parametrlar uchun topishimiz mumkin.

U holda rentaning yig‘ma miqdori

$$S_{10}(pr) = 200000 \cdot 23{,}3 = 4660000.$$

Javob: 4660000 so‘m.

Agar kapitallashtirish yiliga m marta amalga oshirilsa, yillik o‘zgarmas prenumerando rentaning n yildagi yig‘ma miqdori quyidagi formula yordamida topiladi.

$$S_{nm}(pr) = a\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{nm} - 1}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m} - 1} \cdot \left(1+\frac{i}{m}\right)^{m} = as_{nm(p/m\%)}\ , \qquad (3.8)$$

bu yerda i-nominal foiz stavkasi

$$s_{nm,p/m\%} = \frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{nm} - 1}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m} - 1} \cdot \left(1+\frac{i}{m}\right)^{m} \qquad (3.9)$$

rentaning yig‘ma koeffitsiyenti.

2-masala. Mijoz har yilning boshida bankka 500000 so‘mdan pul o‘tkazdi. Agar yillik murakkab foiz stavkasi 10% bo‘lib, foiz to‘lov har yarim yilda bir marta hisoblansa, u holda mijozning 5 yilda yig‘ilgan mablag‘i qancha bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: a=500000, n=5, m=2, P=10%, i=0,1. (3.9) formulaga asosan rentaning yig‘ma koeffitsiyentini topamiz.

$$s_{10;5\%}=\frac{(1+0{,}05)^{10}-1}{(1+0{,}05)^{2}-1}\cdot(1+0{,}05)^{2}=\frac{0{,}6289}{0{,}1025}\cdot 1{,}1025=6{,}7645.$$

U holda rentaning yig‘ma miqdori $S_{10}(pr)=3382250$ so‘m bo‘ladi.

Javob. 3382250 so‘m.

3.3-§. O‘zgarmas yillik postnumerando rentaning yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyenti

Endi har yilning oxirida bir marta to‘lanadigan o‘zgarmas yillik postnumerando rentani ko‘ramiz hamda kapitallashtirish yillik murakkab $P\%$ foiz stavkasi bilan yiliga bir marta amalga oshirilsin deb taxmin qilamiz. Bu holda n yil muddat ichidagi rentaning yig‘ma miqdori quyidagicha topiladi:

1-yilning oxirida to‘langan a so‘m pul n-yilning oxirida

$$a_{n-1}=ar^{n-1}=a(1+i)^{n-1}$$

so‘m bo‘ladi. Ikkinchi yilda to‘langan a so‘m pul n-yilning oxirida

$$a_{n-2}=ar^{n-2}=a(1+i)^{n-2}$$

so‘m bo‘ladi va hokazo, $n-1$-yilning oxirida to‘langan a so‘m pul n-yilning oxirida

$$a_{1}=a(1+i)=ar, \qquad r=(1+i)$$

so‘m bo‘ladi. n-yilning oxirida to‘langan a so‘m pul kapitallashtirilmaydi, shuning uchun uning qiymati a so‘mligicha qoladi. Shunday qilib, n-yilning oxirida rentaning yig‘ma miqdori

$$S_n = a(1+i)^{n-1} + a(1+i)^{n-2} + \ldots + a(1+i) + a \ ,$$

yoki

$$S_n = a\left(r^{n-1} + r^{n-2} + \ldots + r + 1\right) \qquad (3.10)$$

bo‘ladi, bu yerda

$$r = (1+i) = \left(1 + \frac{P}{100}\right)$$

Bundan geometrik progressiyaning n ta hadlari yig‘indisi formulasidan foydalanib quyidagini hosil qilamiz.

$$S_n = a\left(1 + r\frac{r^{n-1} - 1}{r-1}\right) \ , \qquad (3.11)$$

yoki

$$S_n = as'_{n;p\%} \ .$$

bu yerda

$$s'_{n;p\%} = \left(1 + r\frac{r^{n-1} - 1}{r-1}\right) = \frac{r^n - 1}{r-1} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \ , \qquad (3.12)$$

yillik postnumerando ***rentaning o‘sish koeffitsiyenti*** deyiladi. Uning turli n va *P%* larga mos keluvchi qiymatini 4 - moliyaviy jadvaldan foydalanib topish mumkin. Buning uchun quyidagi tenglikka e`tibor berish kerak.

$$s'_{n;p\%} = \frac{100\left[\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n - 1\right]}{p}. \qquad (3.13)$$

Demak, o‘zgarmas yillik postnumerando rentaning n yil ichidagi yig‘ma miqdori

$$S_n = as'_{n;p\%} = a\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \qquad (3.14)$$

formula yordamida topiladi.

3-masala. Yuqoridagi 1-masalani mijoz tijorat bankka har yilning oxirida pul o‘tkazib borgan holda yeching, ya`ni yillik postnumerando rentaning yig‘ma koeffitsiyenti va yig‘ma miqdorini aniqlang.

Yechish. To‘lovlar oqimi n=10 yillik postnumerando rentadan iborat bo‘lib, uning har bir hadi a=200000 so‘mni tashkil qiladi. Bankning foiz stavkasi i=0,15 ga teng. Bunday rentaning yig‘ma koeffitsiyenti

$$s'_{10;0,15} = \frac{(1+0{,}15)^{10} - 1}{0{,}15} = 20{,}3.$$

U holda rentaning yig‘ma miqdori

$$S_n = 200000 \cdot 20{,}3 = 4060000.$$

Javob: 4060000 so‘m.

Agar kapitallashtirish (ustama foizni hisoblash) yiliga m marta amalga oshirilsa, u holda yillik o‘zgarmas postnumerando rentaning n yildagi yig‘ma miqdorini topishda quyidagilarga e`tibor beramiz.

Birinchidan, ushbu rentaning hadlari soni nm ta bo‘ladi. Hadlar ketma-ketligi esa quyidagidan iborat bo‘ladi:

$$a,\ a\left(1+\frac{i}{m}\right)^m, a\left(1+\frac{i}{m}\right)^{2m}, \ldots, a\left(1+\frac{i}{m}\right)^{nm},$$

bu yerda i - yillik nominal foiz stavkasi. Ushbu ketma-ketlik birinchi hadi a va mahraji $\left(1+\frac{i}{m}\right)^m$ dan iborat bo‘lgan geometrik progressiyani ifodalaydi. Bunday geometrik progressiyaning hadlar yig‘indisi

$$S_{nm} = a\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{nm}-1}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m}-1} = as_{mn,\frac{p}{m}\%}, \qquad (3.15)$$

formula yordamida topiladi.

Formuladagi

$$s_{nm,\frac{p}{m}\%} = \frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{nm}-1}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m}-1}. \qquad (3.16)$$

rentaning yig‘ma koeffitsiyentini bildiradi.

4-masala. Uch yil davomida bankning hisob raqamiga 100 ming so‘mdan pul har yilning oxirida o‘tkazib borilgan. Agar bankning yillik murakkab foiz stavkasi 10% bo‘lib, ustama foiz yiliga 4 marta (har chorakda 1 martadan) hisoblansa, u holda bank depozitidagi mablag‘ 3 yilda qanchaga yetadi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra yiliga 4 marta (m=4) hisoblanadigan yillik postnumernado rentaga egamiz. Unda renta hadi a=100000 so‘m, n=3, p=10%, m=4, nm=12, i=0,1 (3.16) formuladan foydalanib topamiz.

$$s_{nm,p/m\%} = \frac{(1+0{,}025)^{12}-1}{(1+0{,}025)^{4}-1} = 3{,}338,$$

u holda

$$S_{nm} = S_{12} = 100000\cdot 3{,}338 = 333800.$$

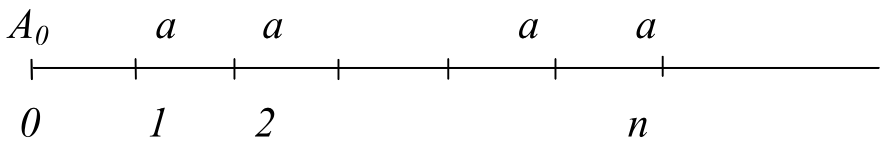
Javob. 333800 so‘m.

3.4 - §. O‘zgarmas yillik postnumerando va prenumerando rentaning joriy bahosi va keltirish koeffitsiyenti

Rentaning joriy qiymatini aniqlash deganda *n* yil davomida *P%* foiz stavkasi bilan amalga oshirilgan o‘zgarmas rentaning yig‘ma miqdorining boshlang‘ich ($t=0$) bosqichidagi yoki ixtiyoriy $t<t_n$ bosqichidagi qiymatini topishni tushunish kerak.

To‘lovlar har yilning boshida yoki oxirida amalga oshirilishiga qarab ularning joriy bahosi turli formulalar yordamida topiladi.

Faraz qilaylik, to‘lovlar har yilning oxirida amalga oshirilsin va ularning miqdori o‘zgarmas *a* soniga teng bo‘lsin. Yillik murakkab foiz stavkasi *P%* bo‘lib, kapitallashtirish har yili 1 marta amalga oshirilsin. Bu holni quyidagi grafik ko‘rinishda tasvirlash mumkin:



Shakldan ko‘rinadiki, yuqoridagi shartlar bajarilganda rentaning joriy bahosi boshlang‘ich ($t=0$) bosqich uchun topiladi.

O‘zgarmas rentaning joriy bahosi uning ***keltirilgan bahosi*** deb ataladi. Bunday keltirilgan bahoni topish ***diskontlash*** deyiladi.

Yillik o‘zgarmas rentaning joriy bahosini topish uchun uning har bir hadini boshlang‘ich ($t=0$) bosqichga keltirish, so‘ngra ularning yig‘indisini topish kerak.

Diskontlangan hamma to‘lovlar yig‘indisi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$a\frac{1}{(1+i)}+a\frac{1}{(1+i)^2}+\ldots+a\frac{1}{(1+i)^n}=av+av^2+\ldots+av^n,$$

bu yerda $v=\dfrac{1}{1+i}=\dfrac{1}{r}$.

Demak, yillik o‘zgarmas rentaning $t=0$ bosqichga keltirilgan joriy bahosi

$$A_0=a\left(v+v^2+\ldots+v^n\right)=a\cdot a^1_{n;\ p\%} \qquad (3.18)$$

formula yordamida topiladi.

Ushbu tenglikning qavs ichidagi ifodasi birinchi hadi v va mahraji v dan iborat geometrik progressiyaning n ta hadlari yig‘indisini ifodalaydi. Shuning uchun, keltirish koeffitsiyenti $a^{1}_{n;\,p\%}$ quyidagi formula yordamida topiladi:

$$a^{1}_{n;\,p\%} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}, \qquad \text{yoki} \qquad a^{1}_{n;\,p\%} = \frac{1-v^{n}}{i}, \qquad (3.19)$$

Keltirish koeffitsientning qiymatlari aniq n va *p(i)* lar uchun maxsus moliyaviy jadvalda keltiriladi (5- moliyaviy jadval).

Demak, o‘zgarmas postnumerando rentaning joriy bahosi, quyidagiga teng bo‘ladi:

$$A_0 = a\cdot\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}, \quad \text{yoki} \qquad A_0 = a\cdot\frac{1-v^{n}}{i} = a\cdot a'_{n;p\%}. \qquad (3.20)$$

Bu yerda $a'_{n;p\%}$,- o‘zgarmas postnumerando rentaning keltirish koeffitsienti.

5-masala. 15 yil davomida har yilning oxirida *A* shaxs bankka 100000 so‘mdan pul o‘tkazib kelgan. Agar yillik foiz stavkasi 5% bo‘lib, kapitallashtrrish har yili bir marta amalga oshirilsa, u holda qo‘yilmalarning joriy qiymatini *t=0* (boshlang‘ich davr) uchun hisoblang.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, a=100000, P=5% (i=0,05), n=15.

(3.19) formuladan foydalanib keltirish koeffitsiyentini topamiz:

$$a^{1}_{15,5\%} = \frac{1-\left(1+i\right)^{-n}}{i} = \frac{1-1{,}05^{-15}}{0{,}05} = 10{,}38.$$

U holda (3.20) formula yordamida rentaning joriy bahosini topamiz:

A_0=100000 · 10,38=1038000.

Javob. A_0=1038000 so‘m.

Ba’zi hollarda o‘zgarmas rentaning joriy qiymatini ixtiyoriy $t=k<n$ davr uchun hisoblash talab qilinadi. Bunda $k<0$ yoki $k>0$ bo‘lishi mumkin. Agar $k\geq 0$ bo‘lsa, u holda

$$A_k = a\cdot\frac{r^n-1}{r-1}\cdot r^{-n}\cdot r^k = a\cdot\frac{1-r^{-n}}{r-1}\cdot r^k = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i)^k,$$

yoki

$$A_k = a\cdot\frac{1-v^n}{i}\cdot r^k = a\cdot a^k_{n;\,p\%}$$

bo‘ladi, bu yerda

$$a^k_{n;\,p\%} = \frac{1-v^n}{i}\cdot r^k = \frac{1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i}\cdot(1+i)^k = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\cdot(1+i)^k. \qquad (3.21)$$

keltirish koeffitsiyenti bo‘lib, uning aniq n va $P\%$ (i) foiz stavkalaridagi qiymatini maxsus jadvaldan foydalanib topish mumkin.

6-masala. Yuqoridagi 5 - masalaning shartlarida o‘zgarmas rentaning joriy bahosini $t=5$ bo‘lgan davr uchun hisoblang.

Yechish. Keltirish koeffitsiyentini topamiz:

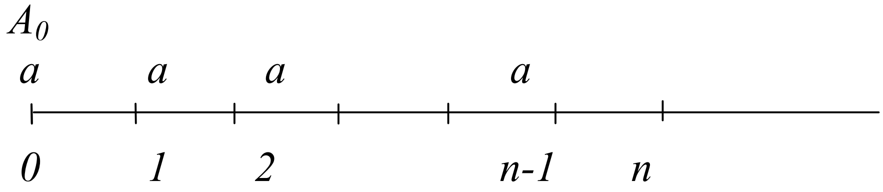
$$a^k_{n;\,p\%} = a^5_{15;\,5\%} = \frac{1-v^{15}}{0{,}05}\cdot r^5 = \frac{1-\left(\frac{1}{1+0{,}05}\right)^{15}}{0{,}05}\cdot(1+0{,}05)^5 = 13{,}253.$$

Rentaning $t=5$ davrga keltirilgan joriy qiymati

A_5=10000 · 13,253=132530.

Javob. A_5=132530 so‘m.

Endi faraz qilaylik, bir xil miqdordagi to‘lovlar *n* yil davomida har yilning boshida amalga oshirilsin hamda yillik murakkab foiz stavkasi *P%* bo‘lib, kapitallashtirish yiliga bir marta amalga oshirilsin. Bu holning grafik tasviri quyidagicha bo‘ladi:



Qo‘yilgan shartlarda o‘zgarmas rentaning joriy qiymati birinchi to‘lov amalga oshirilgan *t=0* bosqichga nisbatan hisoblanadi va u quyidagiga teng bo‘ladi.

$$A_0(pr) = a + \frac{a}{r} + \frac{a}{r^2} + \ldots + \frac{a}{r^{n-1}},$$

yoki

$$A_0(pr) = a\left(1 + v + v^2 + \ldots + v^{n-1}\right),$$

bu yerda $$v = \frac{1}{r} = \frac{1}{1+i}.$$

Ushbu tenglikni geometrik progressiyaning *n* ta hadlari yig‘indisi formulasidan foydalanib quyidagicha yozish mumkin:

$$A_0(pr) = a \cdot \frac{1-v^n}{1-v} = a \cdot a_{n;\,p\%}, \qquad (3.22)$$

bu yerda

$$a_{n;\,p\%} = \frac{1-v^n}{1-v} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\left(1+i\right). \qquad (3.23)$$

keltirish koeffitsiyenti bo‘lib, uning qiymatlari maxsus moliyaviy jadvalda keltiriladi.

7-masala. Yuqoridagi 5- masalani to‘lovlar har yilning boshida amalga oshirilgan hol uchun yeching.

Yechish. Masalani shartiga ko‘ra: a=100000, P=5% (i=0,05), n=15.

(3.23) formuladan foydalanib keltirish koeffitsiyentini topamiz.

$$a_{15;5\%}=\frac{1-(1+0{,}05)^{-15}}{0{,}05}\cdot(1+0{,}05)=10{,}899.$$

(3.21) formulaga asosan rentaning joriy bahosini topamiz:

$A_0(pr)$=100000 · 10,899=108990.

Javob. 108990 so‘m.

3.5-§. *q*–muddatli o‘zgarmas rentaning yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyentini hisoblash usullari

Deylik, to‘lovlar yiliga q marta amalga oshirilsin hamda foiz to‘lovlar yiliga 1 marta p% foiz stavkasi bilan hisoblansin. Agar yillik to‘lovlari a ga teng bo‘lsa, u holda belgilangan muddatlarning har birida a/q miqdorda to‘lov amalga oshiriladi. Renta hadlaridan tuzilgan ketma-ketlik

$$\frac{a}{q},\quad \frac{a}{q}(1+i)^{\frac{1}{q}},\quad \frac{a}{q}(1+i)^{\frac{2}{q}},\ \ldots,\quad \frac{a}{q}(1+i)^{\frac{n}{q}}$$

ko‘rinishga ega bo‘ladi. Ushbu ketma-ketlik birinchi hadi a/q va mahraji $(1+i)^{1/q}$ dan iborat geometrik progressiyani tashkil qiladi. Shu sababli rentaning yig‘ma miqdori bu geometrik progressiya hadlari yig‘indisidan iborat bo‘ladi:

$$S_n^q=\frac{a}{q}\cdot\frac{(1+i)^{\frac{n}{q}}-1}{(1+i)^{\frac{1}{q}}-1}=a\cdot\frac{(1+i)^n-1}{q\left[(1+i)^{\frac{1}{q}}-1\right]}=as^q_{n;p\%},\qquad(3.24)$$

bu yerda $$s^q_{n;p\%} = \frac{(1+i)^n - 1}{q\left[(1+i)^{\frac{1}{q}} - 1\right]} \qquad (3.25)$$

rentaning yig‘ma koeffitsiyenti bo‘lib, uning qiymatlarini maxsus moliyaviy jadvaldan topish mumkin.

8-masala. Jamg‘armaga 5 yil davomida har yili 500000 so‘mdan pul tushadi. Foiz to‘lovlar 15% foiz stavkasi bilan yiliga 1 marta hisoblanadi. Agar to‘lovlar har chorakda (yiliga 4 marta) amalga oshirilsa, u holda 5 yilda jamg‘armadagi pullar miqdori qancha bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: a=500000, n=5, P=15%, i=0,15, q=4 o‘sish koeffitsiyentini (3.25) formula yordamida topamiz.

$$s^4_{5;15\%} = \frac{(1+0{,}15)^5 - 1}{4[(1+0{,}15)^{\frac{1}{4}} - 1]} = 7{,}1109\,.$$

Yuqoridagi (3.24) formula asosida rentaning yig‘ma miqdorini topamiz:

$$S^4_5 = 500000 \cdot 7{,}1109 = 3555450.$$

Javob. 3555450 so‘m.

Agar to‘lovlar yiliga q marta amalga oshirilib, kapitallashtirish yiliga m marta ($m \neq 1$) bajarilsa, u holda rentaning n yil ichida yig‘ma miqdori quyidagi formula yordamida topiladi.

$$S^q_{nm} = a \cdot \frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{nm} - 1}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{q}} - 1\right]} = a \cdot s^q_{mn;p/m\%}\,, \qquad (3.26)$$

bu yerda

$$s^{q}_{nm;p/m\%}=\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{nm}-1}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}-1\right]} \qquad (3.27)$$

rentaning yig‘ma koeffitsiyenti bo‘lib, uning qiymatlarini maxsus moliyaviy jadvallardan topish mumkin.

9-masala. Jamg‘armaga har yili 500000 so‘m pul 5 yil davomida kelib tushadi. Foiz to‘lovlar 15% yillik murakkab foiz stavkasi bilan har yarim yilda bir marta hisoblanadi hamda to‘lovlar har chorakda (yiliga 4 marta) amalga oshiriladi. Rentaning 5 yil ichida yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyentini toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: a=500000, n=5, P=15%, i=0,15, m=2, q=4, nm=10, i/m=0,075, m/q=2/4=1/2. (3.27) formuladan foydalanib rentaning yig‘ma koeffitsiyentini topamiz:

$$s^{4}_{10;15/2\%}=\frac{(1+0{,}075)^{10}-1}{4[(1+0{,}075)^{2/4}-1]}=\frac{2{,}063-1}{4[1{,}037-1]}=7{,}1824.$$

U holda rentaning yig‘ma miqdori (3.26) formulaga asosan quyidagiga teng bo‘ladi.

$$S^{4}_{10}=500000\cdot 7{,}1824=3591200.$$

Javob: 3591200 so‘m.

3.6-§. *q* - muddatli o‘zgarmas postnumerando rentaning joriy bahosi va keltirish koeffitsiyentini hisoblash

Deylik, to‘lovlar muddati n yil bo‘lib uning hadlari o‘zgarmas a songa teng bo‘lsin, to‘lovlar yiliga q marta amalga oshirilsin hamda foiz to‘lov yiliga 1 marta (har yilning oxirida) $P\%$ foiz stavkasi bilan hisoblansin. Bunday rentaning alohida olingan har bir yildagi to‘lovining shu yil boshiga keltirilgan qiymati quyidagi formula yordamida topiladi.

$$A_1 = \frac{a}{q}\cdot\frac{1}{(1+i)^{\frac{1}{q}}} + \frac{a}{q}\cdot\frac{1}{(1+i)^{\frac{2}{q}}} + \ldots + \frac{a}{q}\cdot\frac{1}{(1+i)^{\frac{q-1}{q}}} + \frac{a}{q}\cdot\frac{1}{1+i},$$

yoki

$$A_1 = \frac{a}{q}\cdot\left(\frac{i}{(1+i)^{1/q}-1}\right)\frac{1}{1+i}. \qquad (3.28)$$

Har yilning boshiga diskontlangan to‘lovlarning n yildagi yig‘indisi quyidagiga teng bo‘ladi.

$$A_0^q = A_1 + A_1\nu + A_1\nu^2 + \ldots + A_1\nu^{n-1} = A_1\frac{\nu^n - 1}{\nu - 1},$$

bu yerda $\nu = \dfrac{1}{1+i}.$

Ushbu ifodaga A_1 ning qiymatini (3.28)dan foudalanib qo‘yamiz va topamiz.

$$A_0^q = a\cdot\frac{1-(1+i)^{-n}}{q\left[(1+i)^{\frac{1}{q}}-1\right]} = a\cdot a_{n;p\%}^q, \qquad (3.29)$$

bu yerda

$$a_{n;p\%}^q = \frac{1-(1+i)^{-n}}{q\left[(1+i)^{\frac{1}{q}}-1\right]} \qquad (3.30)$$

rentaning keltirish koeffitsiyenti deyiladi.

10-masala. Jamg‘armaga har yil 400000 so‘mdan pul 5 yil davomida kelib tushadi. Foiz to‘lovlar 12% foiz stavkasi bilan yiliga bir marta hisoblanadi. To‘lovlar har yarim yilda (yiliga 2 marta) amalga oshiriladi. Rentaning joriy bahosi va keltirish koeffitsiyentini toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, n=5, a=400000, P=12%, i=0,12, q=2. (3.30) formuladan foydalanib rentani $t=0$ muddatga keltirish koeffitsiyentini topamiz:

$$a^{2}_{5;12\%}=\frac{1-(1+0{,}12)^{-5}}{2\cdot\left[(1+0{,}12)^{\frac{1}{2}}-1\right]}=3{,}7.$$

U holda rentaning joriy bahosi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$A_0^2=400000\cdot 3{,}7=1480000.$$

Javob: 1480000 so‘m.

Agar to‘lovlar yiliga q marta amalga oshirilib kapitallashtirish yiliga m marta ($m\neq 1$) bajarilsa, u holda rentaning joriy bahosi quyidagi formula yordamida topiladi.

$$A_0^q=a\cdot\frac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-nm}}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{q}}-1\right]}=a\cdot a^{q}_{nm;\frac{p}{m}\%},\qquad (3.31)$$

bu yerda

$$a^{q}_{nm;\frac{p}{m}\%}=\frac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-nm}}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{q}}-1\right]}.\qquad (3.32)$$

rentaning keltirish koeffitsiyenti bo‘lib, uning qiymatlarini maxsus moliyaviy jadvaldan topish mumkin.

11-masala. Yuqoridagi 10-masalani foiz to‘lovlar yiliga 4 marta hisoblangan, ya`ni m=4 bo‘lgan hol uchun yeching.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: n=5, a=400000, P=12%, i=0,12, q=2, m=4. (3.32) formuladan foydalanib rentaning keltirish koeffitsiyentini topamiz.

$$a^{2}_{20;3\%}=\frac{1-(1+0{,}03)^{-20}}{2\cdot\left[(1+0{,}03)^{2}-1\right]}=\frac{1-0{,}5537}{2[1{,}0609-1]}=3{,}6642.$$

U holda (3.31) formuladan foydalanib rentaning joriy bahosini topamiz.

$$A_0^2=3{,}6642\cdot400000=1465680.$$

Javob. 1465680 so‘m.

3.7-§. To‘lovlari yilning boshida amalga oshiriladigan *q* - muddatli prenumerando renta parametrlarini hisoblash

Yuqorida biz tanishgan formulalar q-muddatli postnumerando rentaning yig‘ma miqdori va joriy baholarini topishga yordam beradi. Bunday formulalarni q-muddatli prenumerando renta uchun aniqlash talab qilinadi. Bunda quyidagi holatga e`tiborni qaratish kerak.

O‘zgarmas prenumerando rentada to‘lovlar har bir davrning boshida amalga oshiriladi. Shu sababli bunday rentaning har bir hadi postnumerando rentaning mos hadiga nisbatan bir muddat oshiqroq xizmat qiladi. Shu sababli prenumerando rentaning yig‘ma koeffitsiyenti va yig‘ma miqdori postnumerando rentanikiga nisbatan ($1+i$) marta ko‘p bo‘ladi:

$$S_n\,(pr)=S_n\,(1+i),\quad s_{n;p\%}=s'_{n;p\%}\,(1+i), \qquad (3.33)$$

bu yerda

$S_n\,(pr)$ - o‘zgarmas prenumerando rentaning yig‘ma miqdori; S_n - o‘zgarmas postnumerando rentaning yig‘ma miqdori, $s_{n;p\%}$ $(s'_{n;p\%})$- o‘zgarmas prenumerando (postnumerando) rentaning yig‘ma koeffitsiyenti.

Endi to‘lovlar yiliga q marta, kapitallashtirish nominal foiz stavkasi bilan yiliga m marta hisoblanadigan prenumerando rentaning yig‘ma miqdorini topish uchun (3.27) va (3.33) formulalardan foydalanib o‘zgarmas prenumerando rentaning yig‘ma miqdorini hisoblash formulashini hosil qilamiz.

$$S_{nm}^{q}(pr)=\frac{a\left(\left(1+\frac{i}{m}\right)^{nm}-1\right)}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{q}}-1\right]}\cdot\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{q}}=a\cdot s_{nm;p/m\%}^{q}, \quad (3.34)$$

bu yerda

$$s_{nm;p/m\%}^{q}=\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{nm}-1}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}}-1\right]}\cdot\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}}, \quad (3.35)$$

(3.34) va (3.35) formulalarni mos ravishda (3.26) va (3.27) formulalar bilan solishtirib quyidagi munosabatlarni aniqlaymiz:

$$S_{nm}^{q}(pr)=S_{nm}^{q}\cdot\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{q}}, \quad (3.36)$$

va

$$s_{nm;p/m\%}^{q}=s_{nm}^{q'}\cdot\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{q}}, \quad (3.37)$$

Xuddi, shuningdek, q muddatli prenumerando rentaning keltirish koeffitsiyenti va joriy bahosini hisoblash formulalarini keltirib chiqarish mumkin:

$$A_{nm}^{q}(pr)=a\cdot\frac{1-(1+i)^{-nm}}{q\left[(1+i)^{\frac{m}{q}}-1\right]}\cdot(1+i)^{\frac{m}{q}}=a\cdot a_{nm;\frac{p}{m}\%}^{q}, \quad (3.38)$$

bu yerda

$$a^{q}_{nm;\frac{p}{m}\%} = \frac{1-(1+i)^{-nm}}{q\left[(1+i)^{\frac{m}{q}}-1\right]}\cdot(1+i)^{\frac{m}{q}}. \qquad (3.39)$$

Ushbu formulalarni mos ravishda (3.30) va (3.31) formulalar bilan solishtirib quyidagi munosabatlarni hosil qilamiz.

$$A^{q}_{mn}(pr) = A^{q}_{nm}\cdot\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{q}} \qquad (3.40)$$

va

$$a^{q}_{nm;\frac{p}{m}\%} = a^{q'}_{nm,\frac{p}{m}\%}\cdot\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{q}}. \qquad (3.41)$$

O‘zgarmas rentaning turli holatlari uchun prenumerando va postnumerando renta parametrlari orasidagi bog‘liqlik quyidagi jadval ko‘rinishida ifodalangan. Jadvaldan foydalanib postnumerando va prenumerando renta parametrlaridan biridan foydalanib ikkinchisini osonlik bilan topish mumkin.

12-masala. Jamg‘armaga har yilning boshida 1000000 so‘mdan pul 5 yil davomida kelib tushadi. Foiz to‘lovlar 12% foiz stavkasi bilan yiliga bir marta hisoblanadi. 5 yildan so‘ng jamg‘armaning yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyenti qanday bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: n=5, a=1000000, P=12%, i=0,12. Jamg‘armaning yig‘ma koeffitsiyenti va yig‘ma miqdorini (3.6) va (3.7) formulalar yordamida topamiz:

$$S_n(pr) = a\cdot\frac{(1+i)^n-1}{i}\cdot(1+i) = 1000000\cdot\frac{(1+0{,}12)^5-1}{0{,}12}(1+0{,}12) = 7114800.$$

$$S_{n;p\%} = \frac{(1+i)^n-1}{i}\cdot(1+i) = \frac{(1+0{,}12)^5-1}{0{,}12}(1+0{,}12) = 7{,}1148.$$

Javob. 7114800 so‘m; 7,1148.

1-jadval

O‘zgarmas prenumerando va postnumerando renta parametrlari orasidagi o‘zaro bog‘lanish

t/r	O‘zgarmas yillik renta parametrlari	O‘zgarmas yillik prenumerando renta	O‘zgarmas yillik postnumerando renta	Prenumerando va postnumerando renta parametrlari orasidagi bog‘liqlik
1	Rentaning yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyenti	$S_n(pr) = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}(1+i),$ $s_{n;p\%} = \frac{(1+i)^n}{i}(1+i).$	$S_n = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i},$ $s'_{n;p\%} = \frac{(1+i)^n}{i}.$	$S_n(pr) = S_n \cdot (1+i),$ $s_{n;p\%} = s'_{n;p\%} \cdot (1+i).$
2	Nominal foiz stavkasi bilan yiliga m marta hisoblanadigan o‘zgarmas rentaning yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyenti	$S_{nm}(pr) = a \cdot \frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{nm} - 1}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m} - 1}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m},$ $s_{nm;p/m\%} = \frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn} - 1}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m} - 1}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m}.$	$S_{nm} = a \cdot \frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{nm} - 1}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m} - 1},$ $s'_{nm;p/m\%} = \frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn} - 1}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m} - 1}$	$S_{nm}(pr) = S_{nm}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m},$ $s_{nm;p/m\%} = s'_{nm;p/m\%}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m}.$
3	Rentaning joriy bahosi va keltirish koeffitsiyenti	$A_0(pr) = a \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i),$ $a_{n;p\%} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i).$	$A_0 = a \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i},$ $a'_{n;p\%} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}.$	$A_0(pr) = A_0(1+i),$ $a_{n;p\%} = a'_{n;p\%}(1+i).$

4	q- muddatli rentaning (kapitallashtirish yiliga bir marta hisoblangan hol uchun) yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyenti	$S_n^q(pr) = a\cdot\frac{(1+i)^n-1}{q\left[(1+i)^{\frac{1}{q}}-1\right]}(1+i)^{\frac{1}{q}}$, $s_{n;p\%}^q = \frac{(1+i)^n-1}{q\left[(1+i)^{\frac{1}{q}}-1\right]}(1+i)^{\frac{1}{q}}$.	$S_n^q = a\cdot\frac{(1+i)^n-1}{q\left[(1+i)^{\frac{1}{q}}-1\right]}$, $s_{n;p\%}^{q'} = \frac{(1+i)^n-1}{q\left[(1+i)^{\frac{1}{q}}-1\right]}$.	$S_n^q(pr) = S_n^q(1+i)^{\frac{1}{q}}$, $s_{n;p\%}^q = s_{n;p\%}^{q'}(1+i)^{\frac{1}{q}}$.
5	q- muddatli rentaning (kapitallashtirish yiliga m marta hisoblangan hol uchun) yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyenti	$S_{nm}^q(pr) = a\cdot\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{nm}-1}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}-1\right]}\left(1+\frac{i}{m}\right)$ $s_{nm;p/m\%}^q = \frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}-1}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}-1\right]}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/}$	$S_{nm}^q = a\cdot\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{nm}-1}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}-1\right]}$, $s_{nm;p/m\%}^{q'} = \frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}-1}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}-1\right]}$	$S_{nm}^q(pr) = S_{nm}^q\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}$, $s_{nm;p/m\%}^q = s_{nm;p/m\%}^{q'}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}$.
6	q- muddatli rentaning (kapitallashtirish yiliga m marta hisoblangan hol uchun) joriy bahosi va keltirish koeffitsiyenti	$A_0^q(pr) = a\cdot\frac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-nm}}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}-1\right]}\left(1+\frac{i}{m}\right)$ $a_{nm;p/m\%}^q = \frac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-nm}}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}-1\right]}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/}$	$A_0^q = a\cdot\frac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-nm}}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}-1\right]}$, $a_{nm;p/m\%}^{q'} = \frac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-nm}}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}-1\right]}$	$A_0^q(pr) = A_0^q\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}$, $a_{nm;p/m\%}^q = a_{nm;p/m\%}^{q'}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}$.

13-masala. Yuqoridagi 12- masalada to‘lovlar yilida q=4 marta $\frac{a}{q}=\frac{1000000}{4}=250000$ so‘mdan to‘lab borilsa hamda kapitallashtirishni yiliga m=2 marta amalga oshirilsa, jamg‘armaning 5 yildagi yig‘ma miqdori qancha bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, n=5, a=1000000, P=12%, i=0,12, m=2, q=4. (3.35) formuladan foydalanib jamg‘armaning yig‘ma koeffitsiyentini topamiz.

$$s^{q}_{nm;p/m\%}=\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{nm}-1}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{q}}-1\right]}\cdot\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{q}}=\frac{(1+0{,}06)^{10}-1}{4\left[(1+0{,}06)^{1/2}-1\right]}(1+0{,}06)^{\frac{1}{2}}=6{,}885\cdot$$

U holda jamg‘armaning yig‘ma miqdori quyidagiga teng bo‘ladi.

$$S^{4}_{10}(pr)=1000000\cdot 6{,}885=6885000.$$

Javob. 6885000 so‘m.

14-masala. Yuqoridagi 13- masalada jamg‘armaning joriy bahosini hisoblang.

Yechish. Eng avval keltirish koeffitsiyentini topamiz.

$$a^{q}_{nm;p/m\%}=\frac{1-(1+i)^{-nm}}{q\left[(1+i)^{\frac{m}{q}}-1\right]}\cdot(1+i)^{\frac{m}{q}}=\frac{1-(1+0{,}06)^{-10}}{4\left[(1+0{,}06)^{1/2}-1\right]}(1+0{,}06)^{1/2}=$$

$$=\frac{1-0{,}5584}{0{,}1182}\cdot 1{,}0296=3{,}8466.$$

U holda jamg‘armaning joriy bahosi

$$A^{4}_{0}(pr)=1000000\cdot 3{,}8466=3846600.$$

Javob. 3846600 so‘m.

3.8-§. Qoldirilgan o‘zgarmas rentalar

Yuqorida biz tanishgan yillik o‘zgarmas rentalar ***tezkor rentalar*** deyiladi. Chunki ularning faoliyati shartnoma tuzilishi bilan tezkor ravishda boshlanadi. Qoldirilgan renta shartnoma tuzilgandan so‘ng ma’lum bir muddatga kechikib faoliyat boshlaydi. Rentaning kechiktirilgan vaqt bilan shartnoma tuzilgan boshlang‘ich vaqt oralig‘i ***rentaning kechikish*** yoki ***qoldirish muddati*** deb ataladi.

Qoldirilgan renta qoldirish muddatiga teng bo‘lgan muddatga siljitilgan tezkor rentani ifodalaydi. Shu sababli qoldirilgan rentaning joriy bahosi qoldirish muddatiga keltirilgan tezkor renta joriy bahosiga teng bo‘ladi va quyidagi formula yordamida topiladi:

$$ {}_tA_0 = a \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i)^{-t}, \qquad (3.42) $$

bu yerda $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = a'_{n;p\%}$ - yillik postnumerando rentani boshlang‘ich t=0 davrga keltirish koeffitsiyenti ekanligini nazarga olgan holda (3.42) ni quyidagicha yozamiz:

$$ {}_tA_0 = a \cdot a'_{n;p\%}(1+i)^{-t}. \qquad (3.43) $$

Agar yillik o‘zgarmas prenumerando renta ko‘rilayotgan bo‘lsa, u holda

$$ {}_tA_0(pr) = a \cdot a_{n;p\%}(1+i)^{-t}, \qquad (3.44) $$

bu yerda $a_{n;p\%} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i).$

15-masala. Jamg‘arma tashkil etilganidan boshlab 3 yil o‘tgandan so‘ng keyingi 5 yil ichida unga har yilning oxirida 1000000 so‘mdan pul kelib tusha boshlaydi. Foiz to‘lovlar yillik murakkab 12% foiz stavkasi bilan hisoblanadi. Jamg‘armada yig‘ilgan mablag‘ning joriy bahosini toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, n=5, a=1000000, P=12%, i=0,12, $t=3$. (3.43) formuladan foydalanib, 3 yilga qoldirilgan jamg‘armaning joriy bahosini topamiz:

$$_3A_0 = 1000000 \cdot \frac{1-(1+0{,}12)^{-5}}{0{,}12}(1+0{,}12)^{-3} = 2566039.$$

Javob. 2566039 so‘m.

Jamg‘armaning yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyentini (3.12) va (3.14) formulalar yordamida topish mumkin:

$$S'_{n;p\%} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{(1+0{,}12)^5 - 1}{0{,}12} = 6{,}3525.$$

$$S_n = a \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = 1000000 \cdot 6{,}3525 = 6352500.$$

Javob. 6352500.

Rentani ikkita ishtirokchi o‘rtasida taqsimlash masalasi. Yillik to‘lovi *a* va muddati *n* yil bo‘lgan o‘zgarmas postnumerando renta ikki ishtirokchi orasida taqsimlanayotgan bo‘lsin. Jumladan, to‘lovlar dastlab birinchi ishtirokchiga, so‘ngra ikkinchi ishtirokchiga beriladigan bo‘lsin.

Agar birinchi va ikkinchi ishtirokchilar orasida kapitallashtirilgan to‘lovlar bahosi teng taqsimlansa, birinchi va ikkinchi ishtirokchilar uchun rentani olish muddatlari qanday bo‘ladi?

Yechish. n_1 va n_2 sonlar I va II ishtirokchilar uchun rentani olish muddatlari bo‘lsin, u holda ular o‘zaro quyidagi munosabatda bo‘ladi: $n_2 = n - n_1$.

Demak, agar birinchi ishtirokchi n_1 muddatda renta olsa, qolgan $n_2 = n - n_1$ muddatda ikkinchi ishtirokchi oladi. Demak, birinchi ishtirokchi tezkor rentaga ega bo‘lsa, ikkinchisi n_1 muddatga qoldirilgan rentaga ega bo‘ladi. Masalaning shartiga ko‘ra, birinchi ishtirokchiga to‘langan rentalarni joriy bahosi A_1, ikkinchi ishtirokchiga to‘langan rentalarning joriy bahosi $_{n_1}A_2$ ga teng bo‘ladi, ya`ni quyidagi munosabat o‘rinli bo‘ladi:

$$A_1 = {}_{n_1}A_2; \quad aa_{n;p\%} = aa_{n_2;p\%}v^{n_1}, \qquad (3.45)$$

bu yerda $v = \dfrac{1}{1+i}$.

$n_2 = n - n_1$ tenglikni nazarga olib quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{1-(1+i)^{-n_1}}{i}=\frac{1-(1+i)^{-(n-n_1)}}{i}(1+i)^{-n_1}. \qquad (3.46)$$

Ushbu tenglik ustida ba’zi almashtirishlarni bajarib, quyidagi formulani hosil qilamiz:

$$n_1=\frac{-\ln\left\{\frac{\left[1+(1+i)^{-n}\right]}{2}\right\}}{\ln(1+i)}. \qquad (3.47)$$

Ushbu formulani umumlashtirgan holda quyidagicha yozish mumkin:

$$n_1=\frac{-\ln\left[1-x+x(1+i)^{-n}\right]}{\ln(1+i)}. \qquad (3.48)$$

Bundan osonlik bilan *x=1/2* bo‘lgan holda yuqoridagi (3.47) formulani keltirib chiqarish mumkin.

16-masala. Muddati 10 yilga mo‘ljallangan yillik postnumerando rentani ikkita ishtirokchiga teng taqsimlangan. Agar 15% yillik murakkab foiz stavkasi bilan kapitallashtirilgan renta ishtirokchilar o‘rtasida teng taqsimlangan bo‘lsa, renta muddatlarini birinchi va ikkinchi ishtirokchilar uchun toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, n=10, P=15%, i=0,15, x=1/2. Birinchi va ikkinchi ishtirokchilar uchun n_1 va n_2 renta muddatlarini topamiz. Buning uchun (3.47) formuladan n_1 ni topamiz:

$$n_1=\frac{-\ln\left\{\frac{\left[1+(1+0{,}15)^{-10}\right]}{2}\right\}}{\ln(1+0{,}15)}\approx 3.$$

Demak, birinchi ishtirokchi 3 yil davomida renta oladi. U holda ikkinchi ishtirokchi uchun bu ko‘rsatkich 10-3=7 yil muddatni tashkil qiladi.

Javob. 3 yil va 7 yil.

17-masala. Yillik postnumerando renta 20 yilga mo‘ljallangan bo‘lib, u ikkita ishtiokchi o‘rtasida 1:3 nisbatda taqsimlansin. Agar yillik foiz stavkasi 15% bo‘lsa, u holda birinchi va ikkinchi ishtirokchilar uchun renta muddati qanday bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: n=20, P=15%, i=0,15, x=0,25, 1-x=0,75.

Birinchi ishtirokchining renta muddati n_1 ni yuqoridagi (3.48) formuladan foydalanib topamiz:

$$n_1 = \frac{-\ln\,[1-0{,}25+0{,}25(1+0{,}15)^{-20}\,]}{\ln(1+0{,}15)} = 1{,}91 \approx 2.$$

Demak, birinchi ishtirokchi uchun renta muddati 2 yil, u holda ikkinchi ishtirokchi uchun

$n_2 = n - n_1 = 20-2=18$ yilni tashkil qiladi.

Javob. 2 yil, 18 yil.

Tayanch so‘z va iboralar
To‘lovlar oqimi, moliyaviy renta, annuitet, renta hadi, renta davri, renta muddati, postnumerando renta, prenumerando renta, to‘lovlar oqimining yig‘ma miqdori, rentaning joriy bahosi, o‘zgarmas renta, q – muddatli renta, qoldirilgan renta.

Nazorat savollari

1. To‘lovlar oqimi nima?
2. Moliyaviy rentani ta’riflang.
3. Moliyaviy rentaning qanday turlarini bilasiz?
4. Rentaning qanday parametrlari mavjud?
5. Postnumerando va prenumerando rentalar orasida qanday farq bor?
6. O‘zgarmas prenumerando rentaning yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyenti nima va ular qanday topiladi?
7. O‘zgarmas postnumerando rentaning yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyenti nima va ular qanday topiladi?

8. O‘zgarmas prenumerando va postnumerando rentaning joriy bahosi qanday topiladi?

9. q – muddatli renta nima?

10. q – muddatli rentaning yig‘ma miqdori qanday topiladi?

11. q – muddatli rentaning joriy bahosi qanday topiladi?

12. q – muddatli postnumerando va prenumerando rentalar orasida qanday munosabatlar mavjud?

13. Qoldirilgan renta nima?

14. Qoldirilgan rentaning joriy bahosi qanday topiladi?

15. Rentani ikki ishtirokchi o‘rtasida taqsimlash masalasi qanday yechiladi?

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. Jamg‘armaga 7 yil davomida har yilning oxirida 1000000 so‘mdan pul kelib tushadi. Kelib tushgan pullarga 10% yillik murakkab foiz stavkasi bilan foizlar hisoblanadi. Jamg‘armaning 7 yil muddat so‘nggidagi yig‘ma koeffitsiyenti va yig‘ma miqdorini aniqlang.

2. Yuqoridagi 1 masalani to‘lovlar har yilning boshida amalga oshirilgan hol uchun yeching.

3. Yuqoridagi 1-masalaning shartlarida rentaning keltirish koeffitsiyenti va joriy bahosini hisoblang.

4. Jamg‘armaga 5 yil davomida har yilning oxirida 100000 so‘mdan pul o‘tkaziladi. Ushbu pullardan 10% yillik nominal foiz stavkasi bilan yiliga 2 marta foiz to‘lov hisoblanadi. Muddat so‘nggida jamg‘armaning yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyenti qanday bo‘ladi?

5. Yuqoridagi 4-masalani to‘lovlar har yilning boshida amalga oshirilish (prenumerando) holat uchun yeching.

6. 5 yil davomida jamg‘armaga har yilning oxirida 500000 so‘mdan pul kelib tushadi. Ular 15% yillik nominal foiz stavkasi bilan hisoblanadi. Agar foiz to‘lovlar har yarim yilda 1 marta (yiliga 2 marta) hisoblansa, u holda rentaning keltirish koeffitsiyenti va joriy bahosi qanday bo‘ladi?

7. Yuqoridagi 6-masalaning to‘lovlar har yilning boshida amalga oshirilgan (prenumerando) holat uchun yeching.

8. 20 yil davomida nafaqa jamg‘armasi tashkil qilinmoqda. Tushgan mablag‘lar uchun 10% yillik murakkab foiz stavkasi bilan foizlar hisoblanadi. Har yilgi badal 20000 so‘mni tashkil qiladi. Muddat so‘nggidagi jamg‘armaning yig‘ma miqdorini joriy bahosini to‘lovlar har yilning boshida (postnumerando) va oxirida (prenumerando) amalga oshiriladigan holatlar uchun yeching.

9. Jamg‘armaga 10 yil davomida har yili 1000000 so‘mdan pul kelib tushadi. Foiz to‘lovlar 20% foiz stavkasi bilan yiliga 1 marta hisoblanadi. Agar to‘lovlar har chorakning oxirida (yiliga 4 marta) amalga oshirilsa u holda 10 yillik muddat ichida jamg‘armaning yig‘ma miqdori qancha bo‘ladi?

10. Yuqoridagi 9-masalani foiz to‘lovlarini hisoblash (kapitallashtirish) yiliga 2 marta bajarilgan hol uchun yeching.

11. Jamg‘arma bank hisobiga har yili 800000 so‘mdan pul 10 yil davomida kelib tushadi. Foiz to‘lovlar yillik 15% foiz stavkasi bilan yiliga 1 marta hisoblanadi. To‘lovlar har chorakda (yili 4 marta) amalga oshiriladi. Rentaning joriy bahosini toping.

12. Yuqoridagi 11-masalani foiz to‘lovlar yiliga 2 marta hisoblangan hol uchun yeching.

13. Jamg‘armaga har yilning boshida 800000 so‘mdan pul 8 yil davomida kelib tushadi. Foiz to‘lovlar yillik 15% foiz stavkasi bilan yiliga 1 marta hisoblanadi. Renta muddatining so‘nggida jamg‘armaning yig‘ma miqdori qancha bo‘ladi?

14. Yuqoridagi 13-masalani to‘lovlar har chorakning boshida (yiliga 4 marta) amalga oshirilgan hamda kapitallashtirish yiliga 2 marta hisoblangan hol uchun yeching.

15. Yuqoridagi 14-masalaning shartlarida jamg‘armaning joriy bahosini hisoblang.

16. Jamg‘arma tashkil etilgan davrdan boshlab 2 yil o‘tgandan so‘ng unga har yilning oxirida 500000 so‘mdan pul kelib tusha boshlaydi. Foiz to‘lovlar yillik 20% foiz stavkasi bilan yiliga 1 marta hisoblanadi. To‘lov muddatining so‘nggida jamg‘armada yig‘ilgan mablag‘ning joriy bahosini hisoblang.

17. Davri 20 yilga mo‘ljallangan yillik postnumerando rentani 2 ta ishtirokchiga teng taqsimlash talab qilinsin. Agar yillik foiz stavkasi 20% bo‘lib kapitallashtirish yiliga 1 marta hisoblansa, u holda ishtirokchilarning har biri uchun rentani olish muddati qanday bo‘ladi?

18. Yillik postnumerando renta 15 yilga mo‘ljallangan bo‘lib, u ikkita ishtiokchi o‘rtasida 1:4 nisbatda taqsimlansin. Agar yillik foiz stavkasi 20% bo‘lsa, u holda birinchi va ikkinchi ishtirokchilar uchun renta muddati qanday bo‘ladi?

IV bob. O‘zgaruvchan va uzluksiz rentalar. Rentalarni almashtirish

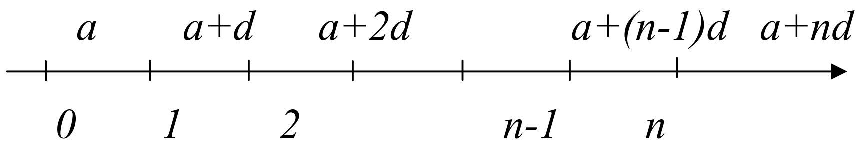
4.1 - §. To‘lovlari arifmetik progressiya bo‘yicha o‘zgaruvchi rentaning yig‘ma miqdorini aniqlash

Yuqorida biz tanishgan masalalarda turli sharoitlarda to‘langan o‘zgarmas rentalar ko‘rilgan edi. Lekin to‘lovlar har doim ham bir xil miqdorda bo‘lavermaydi. Ular turlicha va hech qanday qonuniyatga bo‘ysinmaydigan bo‘lishi yoki arifmetik, yoki geometrik progressiya bo‘yicha o‘suvchan yoki kamayuvchan bo‘lishi mumkin. Quyida biz ana shunday ko‘rinishdagi o‘zgaruvchan rentaning yig‘ma miqdorini aniqlash masalasini ko‘ramiz.

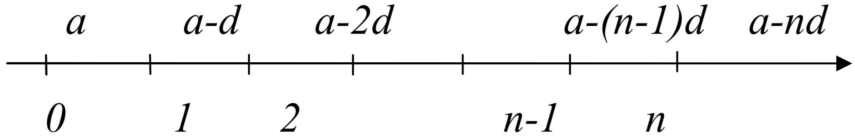
Faraz qilaylik to‘lovlar oqimi arifmetik progressiya bo‘yicha o‘suvchan bo‘lsin. Masalan, n yil davomida har yilning boshida jamg‘armaga quyidagi yo‘l bilan pul o‘tkazilasin.

1- yilning boshida a birlik, 2- yildan boshlab har yilning boshida oldingi yildagiga nisbatan d birlikka ko‘p bo‘lgan pul o‘tkaziladi. Yillik foiz stavkasi $P\%(d)$ ni tashkil qilsin va foiz to‘lov har yilning oxirida hisoblansin va n - yilning oxiridagi rentaning yig‘ma miqdorini aniqlash talab qilinadi. Ushbu masalani grafik usulda quyidagi ko‘rinishda tasvirlash mumkin:

a) renta arifmetik progressiya bo‘yicha o‘suvchan bo‘lgan holda,



b) renta arifmetik progressiya bo‘yicha kamayovchan bo‘lgan holda:



Birinchi holda rentaning yig‘ma miqdori quyidagicha topiladi:

1- yilning boshida jamg‘armaga o‘tkazilgan a so‘m pul n- yilning oxirida ustama foizlar hisobiga

$$a \cdot r^n = a\left(1+\frac{P}{100}\right)^n$$

so‘m bo‘ladi.

2- yilning boshida jamg‘armaga o‘tkazilgan $a+d$ so‘m pul n-yilning oxirida,

$$(a+d) \cdot r^{n-1} = (a+d)\left(1+\frac{P}{100}\right)^{n-1}$$

so‘m bo‘ladi.

3- yilning boshida o‘tkazilgan $a+2d$ so‘m pul n - yilning oxirida:

$$(a+2d) \cdot r^{n-2} = (a+2d)\left(1+\frac{P}{100}\right)^{n-2}$$

so‘m bo‘ladi. So‘nggi to‘lovning n- yilning oxiridagi qiymati

$$[a+(n-1)d]r = [a+(n-1)d](1+\frac{P}{100})$$

so‘m bo‘ladi. Shunday qilib, rentaning n yil ichidagi yig‘ma miqdori

$$\widetilde{S}(pr) = ar^n + (a+d)r^{n-1} + (a+2d)r^{n-2} + \ldots + + [a+(n-1)d]\ r. \quad (4.1)$$

Bundan,

$$\widetilde{S}(pr) = a(r^n + r^{n-1} + r^{n-2} + .. + r) + d(r^{n-1} + 2r^{n-2} + \ldots + (n-1)r), \quad (4.2)$$

yoki

$$\widetilde{S}(pr) = aR_n + dQ \qquad (4.3)$$

bo‘ladi, bu yerda

$$R_n = r\frac{r^n - 1}{r-1} = (1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i} \qquad (4.4)$$

va

$$Q = r^{n-1} + 2r^{n-2} + ... + (n-1)r \ . \qquad (4.5)$$

(4.5) tenglikning ikki tomonini r ga ko‘paytirib topamiz,

$$Qr = r^{n} + 2r^{n-1} + ... + (n-2)r^{3} + (n-1)r^{2} \ . \qquad (4.6)$$

Endi (4.6) va(4.5) tengliklardan Qr-Q ayirmani topamiz.

Bundan

$$Q(r-1) = (r^{n} + r^{n-1} + ... + r^{2} + r) - nr \ . \qquad (4.7)$$

Quyidagi tenglikni nazarga olib,

$$r-1 = \left(1+\frac{P}{100}\right)-1 = \frac{P}{100}$$

topamiz:

$$Q = \frac{100\left(r\frac{r^{n}-1}{r-1} - nr\right)}{P}. \qquad (4.8)$$

(4.4) va (4.8) tengliklarni (4.3) ga qo‘yib topamiz.

$$\widetilde{S}_{n}(pr) = ar\frac{r^{n}-1}{r-1} + d\,\frac{100\left(r\frac{r^{n}-1}{r-1} - nr\right)}{P}. \qquad (4.9)$$

Shunday qilib, aytish mumkinki, agar to‘lovlar yilning boshida amalga oshirilib, arifmetik progressiya qonuniyati bo‘yicha oshib borsa hamda ustama foizlar har yilning oxirida hisoblansa, u holda rentaning n yildagi yig‘ma miqdori (4.9) formula yordamida topiladi.

Agar to‘lovlar yilning oxirida amalga oshirilsa, ya`ni postnumerando renta qaralayotgan bo‘lsa, u holda rentaning n yildagi yig‘ma miqdorini topish uchun quyidagi munosabatlardan foydalanamiz.

$$\widetilde{S}_n(pr) = \widetilde{S}_n(1+i) \qquad \Rightarrow \qquad \widetilde{S}_n = \widetilde{S}_n(pr)(1+i)^{-1}. \qquad (4.10)$$

Ushbu munosabatni nazarga olib (4.9) dan topamiz:

$$\widetilde{S}_n = ar\frac{r^n-1}{r-1}r^{-1} + d\frac{100\left(r\dfrac{r^n-1}{r-1} - nr\right)r^{-1}}{P}. \qquad (4.11)$$

Bundan

$$\widetilde{S}_n = a\frac{r^n-1}{r-1} + d\frac{100\left(\dfrac{r^n-1}{r-1} - n\right)}{P}. \qquad (4.12)$$

1-masala. *A* shaxs jamg‘arma bankka dastlab 100000 so‘m qo‘ygan. Keyingi yillarning har biridagi to‘lov oldingi yildagiga nisbatan,

a) 5000 so‘mga oshib borgan;

b) 5000 so‘mga kamayib borgan.

Agar yillik foiz stavkasi 10% bo‘lib, to‘lovlar yilning boshida amalga oshirilsa, u holda 5 yilda yig‘ilgan jamg‘armaning miqdori qancha bo‘ladi?

Yechish. a) holda arifmetik progressiya qonuniyati bilan oshuvchan prenumerando renta berilgan bo‘lib, uning $n=5$ yildagi yig‘ma miqdorini topish masalasi ko‘riladi. Masalaning shartiga ko‘ra, $P=10\%$, $i=0,1$, $a=100000$, $d=5000$ ((a) holda), d= -5000 ((b) holda).

(4.9) formuladan foydalanib rentaning yig‘ma miqdorini topamiz:

$$a) \qquad \widetilde{S}_5(pr) = 100000\cdot(1+0,1)\frac{(1+0,1)^5-1}{0,1} +$$

$$+5000\cdot\frac{100\left(1,1\cdot\dfrac{1,1^5-1}{0,1} - 5\cdot 0,1\right)}{10} = 671561 + 60780,5 = 732341,5;$$

b) holda to‘lovlar oqimi arifmetik progressiya qonuniyati bilan kamayuvchi prenumerando rentadan iborat bo‘ladi. Uning yig‘ma miqdorini quyidagi formula asosida topamiz:

$$\widetilde{S}(pr) = ar \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} - d\,\frac{100\left(r \cdot \dfrac{r^n - 1}{r - 1} - nr\right)d}{P}. \qquad (4.13)$$

Masalaning berilganlarini (4.13) ga qo‘yib topamiz:

$$\widetilde{S}_5(pr) = 100000 \cdot 6{,}7156 - \frac{100 \cdot 5000}{10} \cdot (6{,}7156 - 5{,}5) =$$
$$= 671561 - 60780{,}5 = 610781{,}5.$$

Javob. a) 732341,5 so‘m va b) 610781,5 so‘m.

2-masala. Yuqoridagi 1- masalaning a) holini to‘lovlar har yilning oxirida amalga oshirilgan hol uchun yeching.

Yechish. Bu yerda arifmetik progressiya qonuniyati asosida o‘suvchan postnumerando rentaning *n=5* yildagi yig‘ma miqdorini topish masalasi bilan shug‘ullanamiz. Masalaning shartiga ko‘ra, *a=100000, d=5000, P=10%, r=1+i=1,1, i=0,1.*

(4.12) formuladan foydalanib topamiz:

$$\widetilde{S}_5(pr) = \frac{100000(1{,}1^5 - 1)}{0{,}1} + \frac{5000 \cdot 100}{10} \cdot \left(\frac{1{,}1^5 - 1}{0{,}1} - 5\right) =$$
$$= 610500 + 55250 = 665750$$

Javob. 665750 so‘m.

4.2-§. Geometrik progressiya bo‘yicha o‘zgaruvchan rentalarning yig‘ma miqdorini hisoblash

Faraz qilaylik to‘lovlar har yilning boshida *P %* yillik murakkab foiz stavkasi bilan *n* yil davomida amalga oshirilsin hamda kapitallashtirish har yili bir marta bajarilsin. 1- to‘lov *b* birlik bo‘lib, 2-to‘lovdan boshlab har bir keyingi to‘lov oldingiga nisbatan *q* marta ko‘p (kam) bo‘lsin. *n*- yil so‘nggida barcha to‘lovning yig‘ma miqdorini topish talab qilinsin.

Bu jarayonni chizma ravishda ham tasvirlash mumkin.

Ushbu masala shartlarida geometrik progressiya qonuniyati bo‘yicha o‘zgaruvchan prenumerando rentaga ega bo‘lamiz. 1 – yildagi *b* birlik to‘lov, ya`ni rentaning 1 –hadi ustama foiz hisobiga oshib borib, *n* yilda br^n miqdorda bo‘ladi.

Ikkinchi yildagi *bq* birlik to‘lov *n-1* yilda bqr^{n-1} miqdorda, va hokazo *n*- yildagi to‘lov ustama foiz hisobiga $bq^{n-1}r$ miqdorga teng bo‘ladi.

Bunday rentaning yig‘ma miqdori foiz to‘lovlar hisobiga oshgan barcha hadlari yihindisidan iborat bo‘ladi:

$$\widetilde{S}'_n\ (pr) = br^n + bqr^{n-1} + bq^2r^{n-2} + \ldots + bq^{n-1}r\,,$$

yoki

$$\widetilde{S}'_n\ (pr) = b(r^n + qr^{n-1} + q^2r^{n-2} + \ldots + q^{n-1}r)\ . \qquad (4.14)$$

Bu tenglikning ikki tomonini $\frac{r}{q}$ ga ko‘paytirib quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{r}{q}\widetilde{S}'_n\ (pr) = b\left(q^{n-2}r^2 + q^{n-3}r^3 + \ldots + qr^{n-1} + r^n + \frac{r^{n+1}}{q}\right). \qquad (4.15)$$

Agar (4.16) tenglamadan (4.14)ni ayirsak quyidagiga ega bo‘lamiz.

$$\widetilde{S}'_n\ (pr)\left(\frac{r}{q}-1\right)=b\left(\frac{r^{n+1}}{q}-q^{n-1}r\right), \qquad (4.16)$$

yoki

$$\widetilde{S}'_n\ (pr)\frac{r-q}{q}=br\frac{r^n-q^n}{q}.$$

Bundan

$$\widetilde{S}'_n\ (pr)=br\frac{r^n-q^n}{r-q}. \qquad (4.17)$$

1 - moliya jadvalidan foydalanib, bu tenglikni quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin.

$$\widetilde{S}'_n\ (pr)=bI^1_{P\%}\frac{I^n_{p\%}-q^n}{I^1_{p\%}-q}, \qquad (4.18)$$

bu yerda $I^n_{p\%}-p$ - murakkab foiz stavkasi va n uchun $r^n=\left(1+\dfrac{p}{100}\right)^n$ ning jadval qiymati.

1-masala. Korxona jamg‘armaga 10 yil davomida har yilning boshida pul o‘tkazib beradi. Jumladan, birinchi yili 1500000 so‘m, ikkinchi yilidan boshlab har yili oldingi yilga nisbatan 0,5 marta ko‘p pul o‘tkazadi. Agar yillik foiz stavkasi 12% bo‘lsa, 10 yilning oxiridagi jamg‘armaning yig‘ma miqdorini aniqlang.

Yechish. Ushbu masalada hadlari geometrik progressiya qonuniyati asosida o‘zgaruvchan prenumerando rentaga egamiz. Masalaning shartiga ko‘ra, *b=1500000; q=0,5; i=0,12; r=1,12; P=12%; n=10*.

(4.17) formuladan foydalanib topamiz:

$$\widetilde{S}'_{10}\ (pr)=1500000\cdot 1{,}12\cdot\frac{1{,}12^{10}-0{,}5^{10}}{1{,}12-0{,}5}=84132.$$

Ushbu natijani I moliyaviy jadvaldan foydalanib, (4.18) formula asosida topamiz:

$$\widetilde{S}'_{10}(pr) = 1500000 \cdot I^{1}_{12\%} \frac{I^{10}_{12\%} - 0{,}5^{10}}{I^{1}_{12\%} - 0{,}5} =$$

$$= 1500000 \cdot 1{,}12 \cdot \frac{3{,}1058 - 0{,}00098}{1{,}12 - 0{,}5} = 8413070.$$

Demak, ikkala holda ham o‘zaro yaqin bo‘lgan natijalarga ega bo‘lamiz.

Javob. 8413070 so‘m.

Agar to‘lovlar yilning oxirida amalga oshirilsa, ya`ni postnumerando renta qaralayotgan bo‘lsa, u holda bunday rentaning *n* yildagi yig‘ma miqdorini (4.10) munosabatlardan foydalanib topish mumkin.

$$\widetilde{S}'_n = \widetilde{S}'_n(pr) r^{-1} = br \frac{r^n - q^n}{r - q} \cdot r^{-1}.$$

Bundan

$$\widetilde{S}'_n = b \frac{r^n - q^n}{r - q}. \qquad (4.19)$$

Endi I moliyaviy jadvaldan foydalanib ushbu formulani quyidagicha yozish mumkin:

$$\widetilde{S}'_n = b \frac{I^{n}_{p\%} - q^n}{I^{1}_{p\%} - q}. \qquad (4.20)$$

2-masala. Yuqoridagi 1- masalani to‘lovlari har yilning oxirida amalga oshirilgan yillik postnumerando renta bo‘lgan hol uchun yeching.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, *n=10, b=1500000, q=0,5, P=12%, r=1,12, i=0,12.*

(4.19) formuladan foydalanib rentaning yig‘ma miqdorini topamiz:

$$\widetilde{S}'_{10} = 1500000 \cdot \frac{1{,}12^{10} - 0{,}5^{10}}{1{,}12 - 0{,}5} = 75116611.$$

Endi ushbu ko‘rsatkichni I moliyaviy jadvaldan foydalanib (4.20) formula asosida topamiz:

$$\widetilde{S}'_{10} = 1500000 \cdot \frac{3{,}1058 - 0{,}5^{10}}{1{,}12 - 0{,}5} = \frac{3{,}1058 - 0{,}00098}{0{,}62} \cdot 1500000 = 75116611.$$

Demak, (4.19) va (4.20) formulalar yordamida topilgan natijalar o‘zaro bir xil bo‘ldi.

Javob. 75116611 so‘m.

4.3-§. O‘zgarmas uzluksiz renta

Yuqorida biz tanishgan rentalarning hadlari o‘zgarmas a sondan iborat bo‘lib, to‘lovlar tayinlangan vaqt oralig‘ida (renta davrida) amalga oshirilar edi.

Ba’zi hollarda to‘lovlar, yoki kapitallashtirish, yoki ularning ikkalasi ham juda tezkorlik bilan, masalan, har hafta yoki har kuni amalga oshirilishi mumkin. Bunday to‘lovlar oqimini uzluksiz jarayon deb qarab, ularni ***uzluksiz renta*** deb atash qabul qilingan.

Shunday qilib, uzluksiz rentalar uch xil ko‘rinishda bo‘ladi:

- kapitallashtirishlar soni diskret bo‘lib, to‘lovlar davri uzluksiz (cheksiz) ravishda amalga oshiriladigan hol;
- to‘lovlar davri uzluksiz bo‘lib, foiz to‘lovlari ham uzluksiz hisoblanadigan hol;
- to‘lovlar davri diskret bo‘lib, kapitallashtirish uzluksiz ravishda amalga oshiriladigan hol.

Yuqorida qayd etilgan barcha hollarda rentaning yig‘ma miqdori va joriy baholarini topish usullari bilan tanishamiz.

Birinchi holda uzluksiz rentani to‘lovlar muddati $q \to \infty$ bo‘lgan, q -muddatli renta deb qarash mumkin. Bunday rentaning keltirish koeffitsiyentini topish uchun (3.32) formula yordamida aniqlangan q -muddatli rentaning keltirish koeffitsiyentidan $q \to \infty$ da limitga o‘tish kerak, ya`ni

$$\ddot{a}_{n;p\%} = \lim_{q\to\infty} \frac{1-(1+i)^{-n}}{q\left[(1+i)^{\frac{1}{q}}-1\right]} = \lim_{q\to\infty} a^{q}_{n;p\%}, \tag{4.21}$$

$q=\infty$ ni kasr maxrajiga qo‘yish noaniqlikka olib keladi. Noaniqlikdan qutilish uchun Lopital qoidasini qo‘llab quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\lim_{q\to\infty} \frac{1}{q\left[(1+i)^{\frac{1}{q}}-1\right]} = \frac{1}{\ln(1+i)}. \tag{4.22}$$

(4.22) ni (4.21) tenglikka qo‘yib uzluksiz rentaning keltirish koeffitsiyentini topamiz:

$$\ddot{a}_{n;p\%} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{\ln(1+i)}. \tag{4.23}$$

U holda uzluksiz rentaning joriy bahosi

$$A = a\cdot\ddot{a}_{n;p\%} = a\cdot\frac{1-(1+i)^{-n}}{\ln(1+i)}. \tag{4.24}$$

bo‘ladi. Shunday yo‘l bilan uzluksiz rentaning yig‘ma koeffitsiyenti va yig‘ma miqdorini topish formulalarini keltirib chiqarish mumkin:

$$\ddot{s}_{n;p\%} = \frac{(1+i)^{n}-1}{\ln(1+i)}. \tag{4.25}$$

va

$$S = a\cdot\ddot{s}_{n;p\%} = a\cdot\frac{(1+i)^{n}-1}{\ln(1+i)}. \tag{4.26}$$

Diskret postnumerando rentadan 1- holdagi uzluksiz rentaga o‘tganda keltirish va yig‘ma koeffitsientlarni *i/ln(1+i)* marta oshishini ko‘rsatish mumkin, ya`ni

$$\frac{\ddot{a}_{n;p\%}}{a'_{n;p\%}} = \frac{[1-(1+i)^{-n}]\ /\ln(1+i)}{[1-(1+i)^{-n}]/i} = \frac{i}{\ln(1+i)}, \qquad (4.27)$$

$$\frac{\ddot{s}_{n;p\%}}{s_{n;p\%}} = \frac{[(1+i)^{n}-1]/\ln(1+i)}{[(1+i)^{n}-1]/i} = \frac{i}{\ln(1+i)}. \qquad (4.28)$$

(4.27) va (4.28) tengliklardan foydalanib quyidagi munosabatlarni hosil qilamiz:

$$\ddot{a}_{n;p\%} = a'_{n;p\%} \cdot \frac{i}{\ln(1+i)} \quad \text{va} \quad \ddot{s}_{n;p\%} = s'_{n;p\%} \cdot \frac{i}{\ln(1+i)}. \qquad (4.29)$$

1-masala. Jamg‘armaga 10 yil davomida har yili 500000 so‘mdan pul kelib tushadi. Kapitallashtirish 10% foiz stavkasi bilan yiliga bir marta hisoblanadi. To‘lovlar uzluksiz ravishda amalga oshiriladi. Rentaning yig‘ma miqdori va joriy bahosining renta muddati so‘nggidagi qiymatlarini toping.

Yechish. Masala 1- holdagi uzluksiz rentani ifodalaydi. Uning shartlariga ko‘ra, a=500000, n=10, $q \to \infty$, P=10%, i=0,1.

(4.23) formuladan foydalanib rentaning keltirish koeffitsiyentini topamiz:

$$\ddot{a}_{10;10\%} = \frac{1-1{,}1^{-10}}{\ln 1{,}1} = \frac{1-0{,}3855}{0{,}095} = 6{,}47.$$

U holda rentaning joriy bahosi

$$A = 500000 \cdot 6{,}47 = 3235000$$

so‘m bo‘ladi. Rentaning yig‘ma koeffitsiyentini (4.25) formuladan foydalanib topamiz:

$$\ddot{s}_{10;10\%} = \frac{1{,}1^{10}-1}{\ln 1{,}1} = \frac{2{,}5937-1}{0{,}095} = 16{,}776.$$

U holda rentaning yig‘ma miqdori

$$S = 500000 \cdot 16{,}776 = 8387894{,}5$$

so‘m bo‘ladi.

Javob. *3235000* so‘m; *8387894,5* so‘m.

Ikkinchi holdagi uzluksiz rentada foiz to‘lovlar uzluksiz hisoblanib, to‘lovlar ham uzluksiz ravishda amalga oshiriladi. Demak, bu holda $m \to \infty$ va $q \to \infty$ deb qaraymiz.

Bunday uzluksiz rentalarda foiz stavkasi o‘rniga ***o‘sish kuchi*** deb ataluvchi uzluksiz foiz stavkasi ishlatiladi. Uzluksiz rentaning o‘sish kuchi δ bilan belgilanadi va uning qiymati quyidagi diskret va uzluksiz foiz stavkalarining teng kuchlilik formulalaridan foydalanib topiladi:

$$\delta = \ln(1+i); \qquad i = \ell^{\delta} - 1,$$

bu yerda i *(P%)* - diskret foiz stavkasi;

δ - rentaning o‘sish kuchi (uzluksiz foiz stavkasi).

Yuqoridagi (4.23) va (4.25) formulalarda diskret foiz stavkasi P ni o‘sish kuchi δ bilan almashtirib ko‘rilayotgan uzluksiz rentaning yig‘ma va keltirish koeffitsientlarini topish formulalarini keltirib chiqarish mumkin:

$$\ddot{s}_{n;\delta} = \frac{\ell^{\delta n}-1}{\delta}, \tag{4.30}$$

$$\ddot{a}_{n;\delta} = \frac{1-\ell^{-\delta n}}{\delta}. \tag{4.31}$$

Bu holda rentaning yig‘ma miqdori

$$S = a \cdot \ddot{s}_{n;\delta} = a \cdot \frac{\ell^{\delta n}-1}{\delta}, \tag{4.32}$$

uning joriy bahosi esa

$$A = a \cdot \ddot{a}_{n;\delta} = a \cdot \frac{1-\ell^{-\delta n}}{\delta}. \qquad (4.33)$$

formulalar yordamida topiladi.

2-masala. Jamg'armaga har yili 500000 so'mdan pul 10 yil davomida kelib tushadi. Foiz to'lovlar 10% foizli o'sish kuchi bilan uzluksiz ravishda hisoblanadi. Agar renta bo'yicha to'lovlar ham uzluksiz ravishda amalga oshiririlsa, u holda rentaning yig'ma miqdori va joriy bahosini toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko'ra, a=500000, n=10, $q \to \infty$, P=10%, δ=0,1. Rentaning yig'ma koeffitsiyentini (4.31) formula yordamida topamiz:

$$\ddot{s}_{10;0,1} = \frac{\ell^{0,1 \cdot 10} - 1}{\delta} = \frac{1,72}{0,1} = 17,2.$$

U holda rentaning yig'ma miqdori

S= 500000 · 17,2=8600000

so'm bo'ladi.

Endi rentaning keltirish koeffitsiyentini (4.31) formuladan foydalanib topamiz:

$$\ddot{a}_{10;0,1} = \frac{1-\ell^{-0,1 \cdot 10}}{0,1} = \frac{1-0,37}{0,1} = 6,3.$$

U holda rentaning joriy bahosi

A= 6,3 · 500000 =3150000

so'm bo'ladi.

Javob. *8600000* so'm, *3150000* so'm.

Uchinchi holdagi uzluksiz rentada to‘lov muddatlari diskret bo‘lib, foiz to‘lovlar uzluksiz ravishda hisoblanadi. Demak, q diskret, $m \to \infty$ bo‘lgan uzluksiz rentaga ega bo‘lamiz. Bunday rentaning yig‘ma miqdori va joriy bahosini hisoblash formulalarini keltirib chiqaramiz. Buning uchun (3.32) formuladan $m \to \infty$ da limit olib, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\ddot{a}^{q}_{n;\delta} = \lim_{m\to\infty} \frac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{nm}}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}-1\right]} = \frac{1-\ell^{-\delta n}}{q\left(\ell^{\delta/q}-1\right)}. \qquad (4.34)$$

U holda rentaning joriy bahosi

$$A = a \cdot \ddot{a}^{q}_{n;\delta} = a \cdot \frac{1-\ell^{-\delta n}}{q\left(\ell^{\delta/q}-1\right)}. \qquad (4.35)$$

formula orqali topiladi.

Xuddi shunday yo‘l bilan 3- holdagi uzluksiz rentaning yig‘ma koeffitsiyenti va yig‘ma miqdori topiladi:

$$\ddot{s}^{q}_{n;\delta} = \frac{\ell^{\delta n}-1}{q\left(\ell^{\delta/q}-1\right)}, \qquad S = a \cdot \frac{\ell^{\delta n}-1}{q\left(\ell^{\delta/q}-1\right)}. \qquad (4.36)$$

Agar *q=1* bo‘lsa, ya`ni to‘lovlar har yili bir marta amalga oshirilsa, u holda rentaning keltirish koeffitsiyenti va joriy bahosi quyidagi formulalar yordamida topiladi:

$$\ddot{a}^{1}_{n;\delta} = \frac{1-\ell^{-\delta n}}{\ell^{\delta/q}-1}, \qquad A = a \cdot \frac{1-\ell^{-\delta n}}{\ell^{\delta/q}-1}, \qquad (4.37)$$

Xuddi shuningdek, bunday uzluksiz rentaning yig‘ma koeffitsiyenti va yig‘ma miqdorlarini topish formulalarini keltirib chiqarish mumkin:

$$\ddot{s}^{1}_{n;\delta} = \frac{\ell^{\delta n} - 1}{\ell^{\delta/q} - 1}, \qquad\qquad S = a \cdot \frac{\ell^{\delta n} - 1}{\ell^{\delta/q} - 1}. \qquad (4.38)$$

3-masala. Jamg‘armaga 10 yil davomida har yili 500000 so‘mdan pul kelib tushadi. Foiz to‘lovlar 10% foizli o‘sish kuchi bilan uzluksiz ravishda hisoblanadi. To‘lovlar har chorakda bir marta (yiliga 4 marta) amalga oshiriladi. Bunday rentaning yig‘ma miqdori va joriy bahosi qanday bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, a=500000, n=10, q=4, P=10%, δ=0,1. (4.36) formuladan foydalanib, rentaning yig‘ma miqdorini topamiz:

$$S = 500000 \cdot \frac{\ell^{0,1\cdot 10} - 1}{4\left(\ell^{0,025} - 1\right)} = 8600000 \quad \text{so‘m.}$$

Rentaning joriy bahosini (4.37) formula yordamida topamiz:

$$A = 500000 \cdot \frac{1 - \ell^{-0,1\cdot 10}}{\ell^{0,025} - 1} = 3150000 \quad \text{so‘m.}$$

Javob. 8600000 so‘m, 3150000 so‘m.

Rentaning keltirish va yig‘ma koeffitsientlarini topish quyidagi formulalar yordamida ham topish mumkin:

$$\ddot{a}_{n;\delta} = \int_0^n \ell^{-\delta t} dt = \frac{1 - \ell^{-\delta n}}{\delta}, \qquad (4.39)$$

$$\ddot{s}_{n;\delta} = \int_0^n \ell^{\delta t} dt = \frac{\ell^{\delta n} - 1}{\delta}. \qquad (4.40)$$

4.4-§. Uzluksiz o‘zgaruvchan rentalar

Yuqorida biz tanishgan uzluksiz rentalarning hadlari o‘zgarmas a sondan iborat bo‘lib, ular yil davomida uzluksiz va tekis taqsimlangan deb qabul qilingan edi. Amaliyotda, ayniqsa, ishlab chiqarish investitsiyalaridagi to‘lovlar oqimi vaqtga bog‘liq ravishda o‘zgaruvchan bo‘ladi. Bunday to‘lovlar oqimining hadlarini vaqtning funksiyasi sifatida ifodalash mumkin:

$$a(t) = f(t).$$

U holda n yil davomidagi barcha to‘lovlar yig‘indisi quyidagi aniq integral yordamida topiladi:

$$\int_0^n f(t)dt = \int_0^n a(t)dt.$$

To‘lovlar oqimining (rentaning) yig‘ma miqdori esa quyidagi aniq integral orqali aniqlanadi:

$$S = \int_0^n f(t)\ell^{\delta(n-t)}dt, \qquad (4.41)$$

To‘lovlar oqimining joriy bahosi quyidagicha aniqlanadi:

$$A = \int_0^n f(t)\ell^{-\delta(n-t)}dt, \qquad (4.42)$$

Uzluksiz o‘zgaruvchan rentalarning yig‘ma miqdori S va joriy bahosi A ni topish usullari *f(t)* funksiyaning tayin ko‘rinishlari uchun mo‘ljallangan. Quyida biz hadlar funksiyasi *a(t)* chiziqli va ko‘rsatkichli(eksponensial) ko‘rinishda bo‘lgan hollar bilan tanishamiz.

Chiziqli o‘zgaruvchan uzluksiz renta

Deylik, uzluksiz rentaning hadlari vaqtning funksiyasi bo‘lib, uni chiziqli funksiya ko‘rinishida ifodalash mumkin bo‘lsin, ya`ni

$$a(t) = a_0 + bt,$$

bu yerda a_0 - boshlang‘ich (tayanch) to‘lov, ya`ni renta muddatining boshida to‘lanadigan pul miqdori. Bu holda rentaning joriy bahosi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$A=\int_0^n (a_0+bt)\ell^{-\delta t}dt = a_0\int_0^n \ell^{-\delta t}dt + b\int_0^n t\ell^{-\delta t}dt = a_0\ddot{a}_{n;\delta} + $$
$$+\frac{b}{\delta}(\ddot{a}_{n;\delta}-n\ell^{-n\delta}) = \left(a_0+\frac{b}{\delta}\right)\ddot{a}_{n;\delta}-\frac{b}{\delta}n\ell^{-n\delta}, \qquad (4.43)$$

bu yerda $\ddot{a}_{n;\delta}$ -o‘zgarmas uzluksiz rentaning keltirish koeffitsiyenti.

Rentaning yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyentini topish formulalarini quyidagi munosabatdan foydalanib topish mumkin:

$$S = A\ell^{\delta n}. \qquad (4.44)$$

Demak, (4.43) tenglikni ikki tomonini $\ell^{\delta n}$ ga ko‘paytirib topamiz:

$$S=\left(a_0+\frac{b}{\delta}\right)\ddot{s}_{n;\delta}-\frac{b}{\delta}n, \qquad (4.45)$$

bu yerda

$$\ddot{s}_{n;\delta}=\frac{\ell^{\delta n}-1}{\delta}. \qquad (4.46)$$

rentaning yig‘ma koeffitsienti.

4- masala. Investitsiyaga dastlab 2 mln. so‘m sarf qilinadi. Keyin 5 yil davomida har yili 1 mln. so‘mdan pul sarf qilib borilgan. Agar kapitallashtirish δ=10% o‘sish kuchi bilan uzluksiz ravishda hisoblansa, u holda rentaning yig‘ma miqdori va joriy bahosini toping.

Yechish. Masalada hadlari chiziqli funksiya qonuniyati bo‘yicha o‘zgaruvchan uzluksiz rentaga egamiz. Masalaning shartlariga ko‘ra, n=10, a_0=2 mln. , b=1 mln., δ=10% (0,1).

(4.43) formuladan foydalanib rentaning joriy bahosini topamiz:

$$A=\left(2+\frac{1}{0{,}1}\right)\cdot\frac{1-\ell^{-0{,}1\cdot 10}}{0{,}1}-\frac{1\cdot 10\cdot \ell^{-0{,}1\cdot 10}}{0{,}1}=38{,}6.$$

Endi (4.44) munosabatdan foydalanib rentaning yig‘ma miqdorini topamiz:

$S = 38{,}6 \cdot \ell^{0{,}1 \cdot 10} \approx 105 .$

Javob. 38,6 mln. so‘m; 105 mln. so‘m.

To‘lovlari ko‘rsatkichli funksiya sifatida o‘zgaruvchan uzluksiz rentalar

Bunday rentaning *t*- hadi

$$a_t = a\ell^{bt}$$

formula orqali aniqlanadi. Rentaning joriy bahosi quyidagicha aniqlanadi:

$$A = a\int_0^n \ell^{bt}\ell^{-\delta n}dt = a\int_0^n \ell^{(b-\delta)t}dt = a\left.\frac{\ell^{(b-\delta)t}}{b-\delta}\right|_0^n = a\frac{\ell^{(b-\delta)n}-1}{b-\delta}, \qquad (4.47)$$

bu yerda δ - uzluksiz rentaning o‘sish kuchi, b - to‘lovning uzluksiz o‘sish sur`ati.

Agar to‘lovning diskret o‘sish sur`ati k berilgan bo‘lsa, u holda (4.47) formuladagi $b-\delta$ ayirmani quyidagicha aniqlash mumkin:

$$b-\delta = \ln\frac{1+k}{1+i}, \qquad (4.48)$$

Bu yerda k - diskret o‘sish sur`ati, *i (P%)* - foiz stavkasi.

5-masala. Investitsiyaga 10 yil davomida har yili 2 mln. co‘mdan pul to‘lanadi. To‘lovlar ko‘rsatkichli qonuniyat bo‘yicha o‘zgaruvchan bo‘lib, uzluksiz ravishda amalga oshiriladi. Kapitallashtirish δ=10% o‘sish kuchi bilan uzluksiz ravishda hisoblanadi. Agar to‘lovlarni uzluksiz o‘sish sur`ati *b*=0,15 bo‘lsa, u holda ushbu rentaning joriy bahosi va yig‘ma miqdorlari qanday bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, *a*=2 mln. so‘m, *n*=10, *m*=2, δ=10%, *b*=0,1 (4.47) formuladan foydalanib rentaning joriy bahosini topamiz:

$$A = 2 \cdot \frac{\ell^{0,05 \cdot 10} - 1}{0,05} = 25,948 \text{ mln. so‘m.}$$

Rentaning yig‘ma miqdorini

$$S = A \cdot \ell^{\delta n} = a \frac{\ell^{bn} - \ell^{\delta n}}{b - \delta} \qquad (4.49)$$

formula yordamida topamiz:

$$S = 25,948 \ell^{0,1 \cdot 10} = 70,6 \quad \text{mln.so‘m.}$$

Javob. 25,948 mln.so‘m. ; 70,6 mln.so‘m.

Agar $b \to \delta$ bo‘lsa, u holda rentaning joriy bahosi quyidagi formula yordamida topiladi:

$$A = a \cdot n \quad . \qquad (4.50)$$

U holda rentaning yig‘ma miqdori

$$S = an\ell^{\delta n} \qquad (4.51)$$

formula yordamida topiladi.

6-masala. To‘lovlari ko‘rsatkichli qonun bo‘yicha o‘zgaruvchan uzluksiz rentada tayanch to‘lov a=500000 so‘m, uzluksiz o‘sish sur`ati b=0,1 va kapitallashtirish δ=10% o‘sish kuchi bilan uzluksiz ravishda hisoblansin, u holda rentaning 10 yil muddati so‘nggidagi joriy bahosi va yig‘ma miqdori qanday bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, a=500000 so‘m, n=10, δ=0,1, b=0,1. Ko‘rilayotgan rentada $\delta = b$=0,1. Shuning uchun uning joriy bahosini (4.50) formula yordamida topamiz.

$$A = 500000 \cdot 10 = 5000000.$$

(4.50) formulaga asosan rentaning yig‘ma miqdori quyidagiga teng bo‘ladi.

$$S = 500000 \cdot 10 . \ell^{0,1 \cdot 10} = 13600000.$$

Javob. 5000000 so‘m, 13600000 so‘m.

7-masala. Investitsiyadan olingan daromadning yillik o‘sish sur`ati 5% ni tashkil qiladi. Agar tayanch to‘lov a=500000 so‘m bo‘lib, kapitallashtirish P=7% foiz stavkasi bilan hisoblansa, u holda 3 yil muddat so‘nggida rentaning joriy bahosi va yig‘ma miqdori qanday bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, a=500000 so‘m, n=3, P=7%, i=0,07, k=5%. (4.48) formula bo‘yicha b-δ ayirmaning qiymatini topamiz:

$$b-\delta=\ln\frac{1+0{,}05}{1+0{,}07}=-0{,}01887.$$

Ushbu natijani (4.47) formulaga qo‘yib rentaning joriy bahosini topamiz.

$$A=500000\cdot\frac{\ell^{-0{,}01887\cdot 3}-1}{-0{,}01887}=1457500.$$

Rentaning yig‘ma miqdorini

$$S=A(1+i)^3$$

munosabatdan foydalanib topamiz.

$$S=1457500(1+0{,}07)^3=1457500\cdot 1{,}225=1785437{,}5.$$

Javob. 1457500 so‘m, 1785437,5 so‘m.

4.5 - §. Abadiy renta

To‘lov muddati $n\to\infty$ bo‘lgan, ya`ni hadlar soni cheksiz bo‘lgan rentalar ***abadiy rentalar*** deb ataladi. Bunday rentalarning keltirish koeffitsiyentini hisoblash formulasini keltirib chiqarish uchun o‘zgarmas postnumerando rentaning keltirish koeffitsiyentini hisoblash formulasi (3.19) da $n\to\infty$ dagi limitni topamiz va quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\lim_{n\to\infty}a'_{n;p\%}=a'_{\infty;p\%}=\lim_{n\to\infty}\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}=\frac{1}{i}. \qquad (4.52)$$

U holda abadiy rentaning joriy bahosi

$$A = a \cdot a'_{\infty,p\%} = \frac{a}{i}. \tag{4.53}$$

Ushbu formuladan quyidagi munosabatni hosil qilamiz.

$$a = A \cdot i.$$

Demak, abadiy rentaning hadi uning joriy bahosining i - qismiga teng bo‘lar ekan.

Agar abadiy rentada kapitallashtirish yiliga m marta hisoblanib, to‘lovlar yiliga q marta amalga oshirilsa, u holda bunday rentaning keltirish koeffitsiyentini topish formulasini keltirib chiqarish uchun (3.34) formuladan $n \to \infty$ dagi limitni hisoblaymiz:

$$a^{q}_{\infty;p/m\%} = \lim_{n\to\infty} a^{q}_{nm;p/m\%} = \lim_{n\to\infty} \frac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-nm}}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}-1\right]} = \frac{1}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}-1\right]}, \tag{4.54}$$

U holda rentaning joriy bahosi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$A_{\infty} = \frac{a}{q\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/q}-1\right]}, \tag{4.55}$$

Agar to‘lovlar muddati kapitallashtirish muddatiga teng bo‘lsa, ya`ni $q=m$ bo‘lsa, u holda rentaning joriy bahosi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$A_{\infty} = \frac{a}{i}, \tag{4.56}$$

8-masala. Har chorakning oxirida 120000 so‘mdan to‘lanadigan, foiz to‘lovlari 12% yillik foiz stavkasi bilan yiliga bir marta hisoblanadigan q- muddatli abadiy rentaning joriy bahosini hisoblang.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, a=120000, m=1, $q=4$, P=12%, i=0,12.

(4.55) formuladan foydalanib topamiz:

$$A_{\infty} = \frac{120000}{4[(1+0{,}12)^{1/4} - 1]} = 1045296.$$

Javob. 1045296 so‘m.

9-masala. Sug‘urta kompaniyasiga har yili 360000 so‘mdan pul o‘tkaziladi. Foiz to‘lovlar 18% yillik murakkab foiz stavkasi bilan yiliga bir marta hisoblanadi. Agar renta muddati n cheksiz bo‘lsa, u holda bunday abadiy rentaning joriy bahosi qanday bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, a=360000, $q=m=1$, P=18%, i=0,18.

(4.56) formula yordamida topamiz.

$$A_{\infty} = \frac{360000}{0{,}18} = 200000.$$

Javob. 2000000 so‘m.

10-masala. Renta hadi a=100000 so‘m bo‘lib, yillik murakkab foiz stavkasi 10% ni tashkil etgan hamda foiz to‘lovlar yiliga bir marta hisoblanadigan abadiy rentaning joriy bahosini hisoblang.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, a=100000, P=10%, i=0,1.

(4.52) formulaga asosan topamiz.

$$A = \frac{100000}{0{,}1} = 1000000.$$

Javob. 1000000 so‘m.

4.6- §. Rentalarni almashtirish va birlashtirish

Ba’zan amaliyotda renta bo‘yicha to‘lov shartlarini qayta ko‘rib chiqish va ularni o‘zgartirishga to‘g‘ri keladi. Masalan, renta bo‘yicha to‘lovlar oqimini birvarakayiga to‘lov bilan almashtirish mumkin. Bu hol ***rentani “sotib olish”*** deyiladi. Aksincha, birvarakayiga to‘lovni renta bilan almashtirish mumkin. Bu hol renta bo‘yicha ***to‘lovlar muddatini cho‘zish*** deyiladi. Ba’zi hollarda turli ko‘rsatkichli bir necha rentalarni bitta renta bilan almashtirish mumkin. Bu hol ***rentalarni birlashtirish*** (konsolidatsiyalash) deyiladi.

1. <u>Rentalarni birlashtirish jarayoni bilan tanishamiz.</u>

Birlashtirilayotgan rentalar yillik, *q*- muddatlik, qoldirilgan va tezkor bo‘lishlari mumkin. Rentalarni almashtirish yoki birlashtirish jarayonida moliyaviy ekvivalentlik prinsipiga asoslanish zarur.

Ushbu prinsipga asosan, almashtiruvchi rentaning joriy bahosi almashuvchi rentaning joriy baholarining yig‘indisiga teng bo‘lishi kerak, ya`ni

$$A = \sum_k A_k, \qquad (4.57)$$

bu yerda A- almashtiruvchi rentaning joriy bahosi; A_k – k-almashuvchi rentaning joriy bahosi.

Almashtiruvchi rentalar turli bo‘lishi mumkin. Almashtiruvchi rentaning ko‘rinishi va uning bitta parametrdan boshqa barcha parametrlari aniq belgilangan bo‘lishi kerak. Noma’lum parametrning qiymati (4.57) ekvivalentlik tenglamasi yordamida aniqlanadi. Odatda, noma’lum parametr sifatida renta hadi yoki muddatini qarash mumkin.

Agar almashtiruvchi renta tezkor postnumerando rentadan iborat bo‘lib, uning muddati n ma’lum bo‘lsa, u holda uning noma’lum hadi (4.57) formulaga asosan, quyidagicha topiladi:

$$A = a \cdot a'_{n;p\%} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{\sum_k A_k}{a_{n;p\%}}.$$

(4.58)

Ushbu munosabatdagi almashtiruvchi rentaning noma’lum keltirish koeffitsiyentini aniqlash mumkin:

$$a_{n;p\%} = \frac{\sum_k A_k}{a}. \qquad (4.59)$$

Agar almashtiruvchi renta hadi a ma'lum bo'lsa, u holda uning noma'lum muddati quyidagicha topiladi:

$$n = \frac{-\ln\left(1 - \frac{\sum_k A_k}{a} \cdot i\right)}{\ln(1+i)}, \tag{4.60}$$

Ushbu formulani keltirib chiqarish uchun rentaning keltirish koeffitsiyentini

$$a_{n;p\%} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{\sum_k A_k}{a}, \tag{4.61}$$

ko'rinishda yozib olamiz va undan n ni topamiz. (4.60) tenglik o'rinli bo'lishi uchun $\frac{\sum_k A_k}{a} < 1$ tengsizlik bajarilishini talab qilinadi. Agar birlashtirilayotgan rentalardagi foiz stavkalari o'zaro teng bo'lsa, u holda renta muddati quyidagicha topiladi.

$$n = \frac{\ln \ell - \ln \sum_k a_k (1+i)^{-nk}}{\ln(1+i)}. \tag{4.62}$$

1-masala. 3 ta tezkor yillik postnumerando renta bitta 2 yilga qoldirilgan renta bilan almashtiriladi. Shartnomaga asosan almashtiruvchi rentaning muddati qoldirilgan muddat bilan birgalikda 10 yilni tashkil qiladi. Almashuvchi rentaning hadlari mos ravishda 100, 150 va 250 dan iborat bo'lib ularning muddatlari mos ravishda 5, 10, 8 yilni tashkil qiladi. Agar almashuvchi rentalardagi foiz to'lovlar 20% yillik murakkab foiz stavkasi bilan hisoblansa, u holda almashtiruvchi renta hadini toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko'ra, a_1=100, a_2=150, a_3=250, n_1=5, n_2=10, n_3=8, $P_1 = P_2 = P_3$=20% $\Rightarrow$ $i_1 = i_2 = i_3$=0,2.

(4.61) formula asosidap almashtiruvchi rentaning keltirish koeffitsiyentini topamiz:

$$a_{5;20\%} = \frac{1-(1+0{,}2)^{-5}}{0{,}2} = \frac{1-0{,}4019}{0{,}2} = 2{,}9905;$$

$$a_{10;20\%} = \frac{1-(1+0{,}2)^{-10}}{0{,}2} = \frac{1-0{,}1615}{0{,}2} = 4{,}1925;$$

$$a_{8;20\%} = \frac{1-(1+0{,}2)^{-8}}{0{,}2} = \frac{1-0{,}2326}{0{,}2} = 3{,}837.$$

Endi almashuvchi rentalarning joriy bahosini quyidagi formulalar yordamida topamiz:

$$A_k = a_k \cdot a_{n_k;p\%}, \qquad k = 1;2;3. \tag{4.63}$$

$$A_1 = a_1 \cdot a_{5;20\%} = 100 \cdot 2{,}9905 = 299{,}05;$$

$$A_2 = a_2 \cdot a_{10;20\%} = 150 \cdot 4{,}1925 = 628{,}875;$$

$$A_3 = a_3 \cdot a_{8;20\%} = 250 \cdot 3{,}837 = 959{,}25;$$

Ushbu qiymatlarni qo‘yib topamiz:

$$\sum_k A_k = 299{,}05 + 628{,}875 + 959{,}25 = 1887{,}175.$$

Almashuvchi rentalarning barcha aniqlangan parametrlarini quyidagi jadvalga joylashtiramiz.

Rentalar, (*k*)	a_k	n_k	*P%, (i)*	$a_{n_k;20\%}$	$a \cdot a_{n_k;20\%}$
1	100	5	20	2,9905	299,05
2	150	10	20	4,1925	628,875
3	250	8	20	3,837	959,25
Jami	500	-	-	-	1887,175

Demak, almashtiruvchi rentaning joriy bahosi (4.57) tenglikka asosan

$$A = \sum_{k=1}^{3} A_k = 1887{,}175.$$

Ikkinchi tomondan almashtiruvchi renta 2 yilga qoldirilgan tezkor renta bo‘lgani uchun uning joriy bahosi

$$A = a \cdot a_{8;20\%}(1+0{,}2)^{-2}.$$

formula yordamida ham topilishi mumkin, bu yerda

$$a_{8;20\%} = \frac{1-(1+i)^{-8}}{0{,}2} = 3{,}837.$$

Demak,

$$a = \frac{A}{3{,}837 \cdot (1+0{,}2)^{-2}} = \frac{1887{,}175}{3{,}837 \cdot 0{,}6944} = 708{,}293.$$

Agar almashtiruvchi renta tezkor bo‘lsa, u holda uning hadi quyidagiga teng bo‘ladi.

$$a = \frac{A}{a_{8;20\%}} = \frac{1887{,}175}{3{,}837} = 491{,}836.$$

Javob. 708,298 ming so‘m; 491,836 ming so‘m.

2-masala. Yuqoridagi masalaning shartlarida almashtiruvchi rentaning yillik to‘lov miqdori (renta hadi) ma’lum va 2000 so‘mni tashkil qiladi. Renta muddatini aniqlang.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, a=2000, P=20%, i=0,2.

Dastlab 2 yilga qoldirilgan tezkor rentaning joriy bahosini topamiz:

$$A = \sum_k A_k \cdot (1+i)^2 = 1887{,}175 \cdot (1+0{,}2)^2 = 2717{,}532.$$

Renta muddatini (4.60) formula yordamida topamiz:

$$n = \frac{-\ln\left(1-\frac{A}{2000}\cdot 0{,}2\right)}{\ln(1+0{,}2)} = \frac{-\ln\left(1-\frac{2717{,}532}{2000}\cdot 0{,}2\right)}{\ln 1{,}2} =$$

$$= \frac{-\ln(0{,}73)}{\ln(1{,}2)} = \frac{0{,}21471}{0{,}18232} = 1{,}178.$$

Bunda renta muddatini bir yil deb qabul qilish mumkin.

Javob. Bir yil.

2. <u>Tezkor rentani qoldirilgan rentaga almashtirish.</u>

Deylik, tezkor renta qoldirilgan bo‘lib, uning parametrlari a_1, n_1, $P\%$ (i) lardan iborat bo‘lsin. Ushbu renta to‘lovlarini t yilga qoldirish talab qilinayotgan bo‘lsin. Boshqacha aytganda, tezkor rentangi qoldirilgan rentaga almashtirish masalasi qo‘yiladi. Almashtiruvchi rentaning parametrlari a_2, n_2, t (t renta muddatiga kirmaydi). Almashtiruvchi rentada qaysi parametri ma’lum bo‘lishiga bog‘liq ravishda masala turlicha qo‘yiladi. Masalan, agar renta muddati aniqlangan bo‘lsa, u holda renta hadini topish va, aksincha, agar renta hadi aniqlangan bo‘lsa, uning muddatini topish masalasi qo‘yiladi.

Deylik, $n_2=n_1=n$ bo‘lsin. U holda renta hadi quyidagi ekvivalentlik munosabatidan topiladi:

$$a_1 \cdot a_{n;i} = a_2 \cdot a_{n_2;p\%}(1+i)^{-t}. \qquad (4.64)$$

Ushbu tenglikdan

$$a_2 = a_1(1+i)^t. \qquad (4.65)$$

Demak, almashtiruvchi renta hadi almashuvchi renta hadining muddatdan oshgan miqdoriga teng bo‘ladi. Umumiy holda, agar $n_1 \neq n_2$, u holda yangi renta hadi quyidagiga teng bo‘ladi.

$$a_2 = a_1 \cdot \frac{a_{n_1;p\%}}{a_{n_2;p\%}}(1+i)^t. \qquad (4.66)$$

3-masala. Hadlari a_1 =200000 so‘m bo‘lgan renta muddati 10 yildan iborat. Bunday rentaning muddati o‘zgarmagan holda 3 yilga qoldirilayotgan bo‘lsin. Foiz to‘lovlar 10% yillik murakkab foiz stavkasi bilan yiliga bir marta hisoblanadi. Qoldirilgan renta hadini aniqlang.

Yechish. a=200000, P=10%, (i=0,1), n_1=10, t=3. (4.65) formuladan foydalanib topamiz.

$$a_2 = a_1 \cdot (1+0{,}1)^3 = 200000 \cdot 1{,}1^3 = 266200.$$

Demak, tezkor renta bo‘yicha to‘lovni 3 yilga qoldirish oqibatida qarzdor har yili 66200 so‘mdan qo‘shimcha xarajat sarf qilishiga to‘g‘ri keladi.

Agar rentani 3 yilga qoldirish bilan bir qatorda uning muddati ham 3 yilga oshsa, ya`ni muddat 10 yil o‘rniga 13 yilga o‘zgarsa, u holda yangi rentaning hadi (4.66) formuladan foydalanib topiladi.

$$a_2 = a_1 \cdot \frac{a_{10;10\%}}{a_{13;10\%}}(1+0{,}1)^3 = 200000 \cdot 1{,}1515 = 230296.$$

Demak, agar yangi rentada to‘lov muddati 3 yilga cho‘zilib, u 3 yilga qoldirilsa, u holda qarzdor har yili 30296 so‘mdan qo‘shimcha to‘lovni amalga oshirini kerak.

Javob. 266200 so‘m; 230296 so‘m.

3. <u>Yillik tezkor rentani muddatli rentaga almashtirish.</u>

Deylik, parametrlari a_1, n_1 bo‘lgan yillik tezkor rentani parametrlari a_2, n_2 bo‘lgan q- muddatli rentaga almashtirish kerak bo‘lsin. Agar yangi q- muddatli renta va foiz stavkasi parametridan n_2 (renta muddati), foiz stavkasi (i) va to‘lash muddati q berilgan bo‘lsa, u holda renta hadi a_2 quyidagi formula yordamida topiladi:

$$a_2 = a_1 \cdot \frac{a_{n_1;p\%}}{a^q_{n_2;p\%}}. \qquad (4.67)$$

Agar $n_2=n_1=n$ bo‘lsa, u holda

$$\frac{a_{n_1;p\%}}{a^q_{n_2;p\%}} = \frac{q\left[(1+i)^{1/q}-1\right]}{i}. \qquad (4.68)$$

Bu holda renta hadi a_2 quyidagiga teng bo‘ladi:

$$a_2 = a_1 \cdot \frac{q\left[(1+i)^{1/q}-1\right]}{i}. \qquad (4.69)$$

4-masala. Deylik, yillik tezkor renta hadi a_1= 200000 so‘m bo‘lib, $n_2=n_1=n$ tenglik o‘rinli bo‘lsin. Ushbu rentani q= 4 muddatli (yiliga 4 marta to‘lanadigan) rentaga almashtirish talab qilinsin. U holda agar renta muddati o‘zgarmas va yillik foiz stavkasi P=10% bo‘lsa, u holda almashtiruvchi renta hadini toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, $n_2=n_1=n$, P=10% ($i=0,1$), q=4. (4.69) formuladan foydalanib almashtiruvchi renta hadini topamiz:

$$a_2 = 200000 \cdot \frac{4[(1+0,1)^{1/4} - 1]}{0,1} = 192000.$$

Javob. 192000 so‘m.

5-masala. Yuqoridagi 4-masala shartida $n_1=3$ va $n_2=4$ bo‘lsin, deb qabul qilib almashtiruvchi renta hadini toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, $n_2=4$, n_1=3, a_1=20000, q=4. Almashtiruvchi renta hadini (4.67) formula yordamida topamiz. Buning uchun, eng avval, rentalarning keltirish koeffitsientlarini topamiz.

$$a_{3;10\%} = \frac{1-(1+0,1)^{-3}}{0,1} = 2,487,$$

$$a^4_{4;10\%} = \frac{1-(1+0,1)^{-4}}{4\left[(1+0,1)^{1/4} - 1\right]} = 3,302.$$

U holda yangi renta hadi quyidagiga teng bo‘ladi.

$$a_2 = 200000 \cdot \frac{2,487}{3,302} = 150636.$$

Javob. 150636 so‘m.

Tayanch so‘z va iboralar
O‘zgaruvchan renta, to‘lovlari arifmetik progressiya bo‘yicha o‘zgaruvchan renta, to‘lovlari geometrik progressiya bo‘yicha

o‘zgaruvchan renta, o‘zgarmas uzluksiz renta, uzluksiz o‘zgaruvchan renta, chiziqli o‘zgaruvchan renta, eksponensial qonun bo‘yicha o‘zgaruvchan renta, uzluksiz rentaning o‘sish kuchi, to‘lovning uzluksiz o‘sish sur`ati, abadiy renta, rentalar konversiyasi (rentalarni almashtirish), rentalarni birlashtirish (konsolidasiya), tezkor rentani qoldirilgan rentaga almashtirish, yillik tezkor rentani muddatli rentaga almashtirish.

Nazorat savollari

1. O‘zgaruvchan rentani ta’riflang.

2. Hadlari arifmetik progressiya bo‘yicha o‘zgaruvchan prenumerando rentaning yig‘ma miqdori qanday topiladi?

3. Hadlari arifmetik progressiya bo‘yicha o‘zgaruvchan postnumerando rentaning yig‘ma miqdori qanday topiladi?

4. Hadlari geometrik progressiya bo‘yicha o‘suvchan (kamayuvchan) rentani ta’riflang.

5. Hadlari geometrik progressiya bo‘yicha o‘zgaruvchan prenumerando rentaning yig‘ma miqdori qanday topiladi?

6. Hadlari geometrik progressiya bo‘yicha o‘zgaruvchan postnumerando rentaning yig‘ma miqdori qanday topiladi?

7. Uzluksiz rentani ta’riflang.

8. Uzluksiz rentaning qanday turlarini bilasiz?

9. Uzluksiz rentaning turli hollari uchun keltirish koeffitsiyenti va joriy bahosi qanday topiladi?

10. Uzluksiz rentaning turli hollari uchun yig‘ma koeffitsient va yig‘ma miqdor qanday topiladi?

11. Uzluksiz o‘zgaruvchan rentani ta’riflang.

12. Uzluksiz o‘zgaruvchan rentaning yig‘ma miqdorini topish formulasini keltiring.

13. Uzluksiz o‘zgaruvchan rentaning joriy bahosini topish formulasini keltiring.

14. Chiziqli o‘zgaruvchan rentaning joriy bahosi qanday topiladi?

15. Chiziqli rentaning yig‘ma koeffitsient va yig‘ma miqdorini topish formulasi qanday?

16. To‘lovlari eksponensial (ko‘rsatkichli) o‘zgaruvchan rentaning joriy bahosini topish formulasini keltiring.

17. Uzluksiz rentalarda qanday foiz stavkalari qo‘llaniladi?

18. Abadiy rentani ta’riflang.

19. Abadiy rentaning keltirish koeffitsiyenti va joriy bahosi qanday topiladi?

20. Rentalarni almashtirish va birlashtirish deganda nimani tushunasiz?

21. Moliyaviy ekvivalentlik prinsipi qanday?

22. Birlashtiruvchi rentaning hadi va muddatini aniqlash formulalarini keltiring.

23. Tezkor yillik renta qoldirilgan rentaga qanday almashtiriladi?

24. Yillik tezkor renta muddatli rentaga qanday almashtiriladi?

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. 10 yil davomida korxona har yilning oxirida jamg‘arma bankka pul o‘tkazib kelgan. Bunda 1- o‘tkazilgan pul miqdori 15000000 so‘m bo‘lib, keyingi har bir yildagi qo‘yilma oldingi yildagiga nisbatan: a) 2 mln. so‘mga ko‘p bo‘lgan; b) 2 mln, so‘mga kam bo‘lgan. Agar yillik foiz stavkasi 12 % (d) bo‘lsa, bankdagi korxona jamg‘armasining yig‘ma miqdorini toping.

2. A shaxs jamg‘arma bankka 1- yili 250000 so‘m pul qo‘ygan. So‘ngra keyingi 9 yil davomida har yilning oxirida bankka oldingi yilga nisbatan 50000 so‘m ko‘p pul qo‘ygan. Agar yillik murakkab foiz stavkasi 8%(d) bo‘lsa, 10- yilning oxiridagi jamg‘armaning yig‘ma miqdori qancha bo‘ladi?

3. A shaxs jamg‘arma bankka 1-yil 200000 so‘m pul o‘tkazgan. Keyingi 4 yil davomida har yili bankka oldingi yilga nisbatan 2 marta ko‘p pul o‘tkazib borgan. Agar bankning foiz stavkasi 10% bo‘lsa ushbu shaxs 5 yilda qancha mablag‘ga ega bo‘ladi?

4. A shaxs jamg‘arma bankdan 500000 so‘m qarzni 5 yilga olgan. U birinchi yili qarz bo‘yicha 50000 so‘m pul to‘lagan. Keyingi 4 yil ichida har yili oldingiga nisbatan 2 marta kam pul o‘tkazib borgan. Agar bankning foiz stavkasi 15% bo‘lsa, u holda ushbu shaxsning 5 yildan so‘nggi qoldiq qarzi qancha bo‘ladi?

5. Jamg‘armaga 15 yil davomida har yili 2 mln. so‘mdan pul kelib tushadi. Foiz to‘lovlari 10% yillik murakkab foiz stavkasi bilan yiliga bir marta hisoblanadi. Agar to‘lovlar uzluksiz ravishda amalga oshirilsa, u holda rentaning joriy bahosi va yig‘ma miqdori qanday bo‘ladi?

6. Jamg‘armaga 15 yil davomida har yili 2 mln. so‘mdan pul kelib tushadi. Foiz to‘lovlari 10% foizli o‘sish kuchi bilan uzluksiz ravishda hisoblanadi. Agar renta bo‘yicha to‘lovlar ham uzluksiz ravishda amalga oshirilsa, u holda rentaning joriy bahosi va yig‘ma miqdori qanday bo‘ladi?

7. Jamg‘armaga 15 yil davomida har yili 2 mln. so‘mdan pul kelib tushadi. Foiz to‘lovlari 10% foizli o‘sish kuchi bilan uzluksiz ravishda hisoblanadi. Agar to‘lovlar har yarim yilda bir marta (yilliga 2 marta) amalga oshirilsa, u holda rentaning joriy bahosi va yig‘ma miqdori qanday bo‘ladi?

8. Investitsiyaga dastlab 500000 so‘m sarf qilinadi. Keyingi 10 yil davomida har yili 100000 so‘mdan pul sarf qilib boriladi. Agar foiz to‘lovlari $\delta = 12\%$ o‘sish kuchi bilan uzluksiz ravishda hisoblansa, u holda rentaning yig‘ma miqdori va joriy bahosi qanday bo‘ladi?

9. Investitsiyaga 10 yil davomida har yili 500000 so‘mdan pul sarf qilinadi. To‘lovlar ko‘rsatkichli qonun bo‘yicha o‘zgaruvchan bo‘lib, uzluksiz ravishda amalga oshiriladi. Foiz to‘lovlar $\delta = 10\%$ o‘sish kuchi bilan uzluksiz ravishda hisoblanadi. Agar to‘lovlarining uzluksiz o‘sish sur`ati $b = 0{,}12$ bo‘lsa, u holda rentaning yig‘ma miqdori va joriy bahosi qanday bo‘ladi?

10. Investitsiyadan olinadigan daromadning o‘sish sur`ati 10% ni tashkil qiladi. Agar tayanch to‘lov a=2000000 so‘m bo‘lib, foiz to‘lovlar P=8% foiz stavkasi bilan yiliga 1 marta hisoblansa, u holda rentaning 3 yil muddat so‘nggidagi joriy bahosi va yig‘ma miqdori qanday bo‘ladi?

11. Har oyning oxirida 100000 so‘mdan to‘lanadigan, foiz to‘lovlari 10% yillik foiz stavkasi bilan yiliga bir marta hisoblanadigan muddatli abadiy rentaning joriy bahosini toping.

12. Jamg‘armaga har yili 450000 so‘mdan pul o‘tkaziladi. Foiz to‘lovlar yillik 15% foiz stavkasi bilan yiliga bir marta hisobanadi. Agar renta muddati $n \to \infty$ bo‘lsa, u holda bunday rentaning joriy bahosi qanday bo‘ladi?

13. Uchta tezkor yillik postnumerando rentalarni 3 yilga qoldirilgan bitta renta bilan almashtirish, ya`ni ularni birlashtirish talab qilinadi. Shartnomaga ko‘ra birlashtiruvchi rentaning muddati (qoldirilgan muddatni g‘isobga olganda) 10 yilni tashkil etadi. Almashuvchi rentalarning parametrlari quyidagi jadvalda keltirilgan.

Rentalar, (*k*)	a_k	n_k	*p%, (i)*
1	100	6	20
2	120	11	20
3	300	8	20
Jami			

Birlashtiruvchi rentaning noma’lum hadini toping.

14. Yuqoridagi 13-masala shartlarida birlashtiruvchi renta hadi 300000 so‘m ekanligi ma’lum. Ushbu rentaning noma’lum muddatini toping.

15. Hadlari 120000 so‘m bo‘lgan renta muddati 12 yildan iborat. Bunday rentaning muddati o‘zgarmagan holda 4 yilga qoldirilgan bo‘lsin. Foiz to‘lovlar 20% foiz stavkasi bilan yiliga bir marta hisoblansin. Qoldirilgan renta hadini hisoblang.

16. Tezkor yillik rentaning hadi 50000 so‘m bo‘lib, $n_1=n_2=n$ tenglik o‘rinli bo‘lsin. Ushbu renta q=2 muddatli (yiliga 2 marta to‘lanadigan) rentaga almashtirish talab qilinadi. Agar foiz to‘lovlar 10% foiz stavkasi bilan yiliga bir marta hisoblansa, almashtiruvchi renta hadi qanday bo‘ladi?

17. Yuqoridagi 16-masalani n_1=3, n_2=5 bo‘lgan hol uchun yeching.

V bob. Investitsiya samaradorligini moliyaviy tahlil qilishda matematik usullar

Investitsiya nazariyasi moliya nazariyasining murakkab va muhim yo‘nalishlaridan biridir.

Investitsiya loyihasi deganda shunday loyihani tushunish kerakki, bunda, eng avval, ishlab chiqarishga, qurilishga, savdoga, qimmatli qog‘ozlarga yoki boshqa biror sohaga kapital mablag‘ sarf qilinadi. So‘ngra bu mablag‘lar investitsiya muddati so‘nggida ma’lum miqdordagi foyda bilan investorga qaytib keladi.

Investorning vazifasi loyiha muddati boshidagi ma’lumotlarga asoslanib o‘zida bor bo‘lgan mablag‘larni optimal taqsimlashdan iborat. Buning uchun investor quyidagi masalalarni hal qilishi kerak:

1. Mavjud sohalardan qaysi biriga kapital mablag‘ sarf qilganda, uning oladigan daromadi maksimal bo‘ladi?
2. Investitsiya muddatini qanday belgilash kerak?
3. Qanday foiz stavkasini tanlash kerak?

Bu savollarga javob topish uchun murakkab hamda noaniqlik va tavakkalchilik bilan bog‘liq bo‘lgan masalalarni yechish kerak bo‘ladi. Bunday masalalarni yechish matematik modellar va usullardan foydalanishni talab qiladi. Hatto eng sodda matematik modelni tuzish va undan foydalanish investitsiya parametrlarini aniqlashga, ular orasidagi bog‘liqlik darajasini aniqlashga yordam beradi.

Kezi kelganda shuni aytish joizki, matematik modellar va usullar moliyaviy tahlil bo‘yicha yechim qabul qiluvchi tajribali, etuk mutaxassislarning o‘rnini bosa olmaydi, lekin ularga to‘g‘ri yechim qabul qilishda ko‘maklashadi.

O‘rta va uzoq muddatga mo‘ljallangan investitsiya samaradorligini hisoblash investitsiyalar to‘plami ichida optimal variantni topishda investorlarga yordam beradi. Adabiyotda investitsiya samaradorligini hisoblashning turli usullari muvjud. Bu usullarning deyarli barchasi quyidagi ko‘rsatkichlarni baholashga asoslangan:

1) joriy sof daromad;
2) ichki foydalilik darajasi (normasi);
3) o‘z-o‘zini qoplash davri;
4) foydalilik indeksi yoki samaradorlik.

Ushbu parametrlarni aniqlash uchun mavjud bo‘lgan barcha usullarni 2 ta guruhga ajratish mumkin:

a) statik (an`anaviy) usul;

b) dinamik usul.

Statik (an`anaviy) usullar vaqt omilini nazarga olmaydigan va loyihaning sifati haqida yuzaki axborot beruvchi usullardir.

Dinamik usullarda, statik usullardan farqli o‘laroq, vaqt omili nazarga olinadi. Investitsiya xarajatlarini va undan olinadigan daromadlarni o‘zaro solishtirish uchun ularni ma’lum bir vaqt oniga keltirish (diskontlash) kerak. Parametrlarni diskontlashga hamda pulning davriy bahosi konsepsiyasiga asoslangan usullar dinamik usullar deb ataladi.

Endi investitsiya samaradorligi ko‘rsatkichlarini topish usullari bilan tanishamiz.

5.1-§. Investitsiyaning o‘z-o‘zini qoplash davri

1-ta’rif. ***O‘z-o‘zini qoplash davri*** investitsiya samaradorligini ko‘rsatuvchi parametr bo‘lib, u investorlarga ular tomonidan sarf qilingan kapital mablag‘larni har yilgi kutiladigan sof pul oqimlari asosida qoplash vaqtini ko‘rsatadi. Bu ko‘rsatkich yillar bilan o‘lchanadi.

2-ta’rif. ***Yillik sof pul oqimi*** deb ko‘rilayotgan loyiha bo‘yicha soliqlar to‘langandan so‘ng ortib qoladigan yillik sof foydaga aytiladi.

O‘z-o‘zini qoplash davri 2 xil bo‘ladi:

1. O‘rtacha o‘z-o‘zini qoplash davri;
2. Haqiqiy o‘z-o‘zini qoplash davri.

O‘rtacha o‘z-o‘zini qoplash davri quyidagi formula orqali topiladi:

$$T_{o'r} = \frac{C_0}{R} \quad , \qquad (5.1)$$

bu yerda: C_0 - boshlang‘ich kapital mablag‘ miqdori, R - o‘rtacha yillik sof foyda.

Demak, o‘rtacha o‘z-o‘zini qoplash davri boshlang‘ich kapitalni o‘rtacha yillik sof foydaga nisbatiga teng bo‘ladi.

3-ta’rif. ***Haqiqiy o‘z-o‘zini qoplash davri*** deb rejalashtirilgan har yilgi tushumlar asosida sarf qilingan kapital mablag‘ni qoplashga ketadigan vaqtga aytiladi.

O‘rtacha va haqiqiy o‘z-o‘zini qoplash davrlari orasidagi farqni ko‘rish uchun quyidagi masalaga murojaat etamiz:

1-masala. *A* loyiha bo‘yicha asosiy vositalarga 800000 so‘m pul sarf qilinishi kerak bo‘lsin. Birinchi 5 yillikning har bir yilidagi kutiladigan sof foydalar 200000, 220000, 150000, 140000, 190000 so‘mlardan iborat bo‘lsin. O‘rtacha va haqiqiy o‘z-o‘zini qoplash davrlari topilsin.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, C_0 =800000 so‘m.

R=(200000+220000+150000+140000+190000)/ 5= 180000.

U holda yuqoridagi (5.1) formulaga asosan

$$T_{o'r} = \frac{800000}{180000} = 4{,}44\,.$$

Haqiqiy o‘z-o‘zini qoplash davrini aniqlash uchun quyidagi jadvaldan foydalanamiz:

yillar	yillik sof pul oqimlari	Xarajatlar
0	-	800000
1	200000	600000
2	220000	380000
3	150000	230000
4	140000	90000
5	90000 (190000 ning 47 % i)	0

A loyihaning haqiqiy o‘z-o‘zini qoplash davri 4,47 (4 yil + 5-yilning 47%) yilni tashkil qiladi.

T_h=4+0,47=4,47.

Sof pul oqimining taqsimlanishini nazarga olganligi sababli haqiqiy o‘z-o‘zini qoplash davri haqiqatga yaqin bo‘ladigan natijani beradi. Lekin, umuman aytganda, o‘z-o‘zini qoplash davri ko‘rsatkichi investorlarga sarf qilgan kapital mablag‘ning qaytish davrini ko‘rsatgani bilan loyihaning samaradorligini baholamaydi. Bundan tashqari o‘z-o‘zini qoplash davri pulning o‘zgarishiga bog‘liq ravishda o‘zgaruvchan ekanligini ko‘rsatmaydi hamda o‘z-o‘zini qoplash davridan keyin loyihaga sarf qilingan xarajatlar va ulardan olinadigan daromadlar dinamikasini aniqlamaydi.

Agar o‘rtacha o‘z-o‘zini qoplash davri ko‘rsatkichi o‘rniga keltirilgan (diskontlangan) o‘z-o‘zini qoplash davri ko‘rsatkichi kiritilsa, u holda yuqoridagi kamchiliklardan ba’zilarini oldini olish mumkin.

Keltirilgan o‘z-o‘zini qoplash davri haqida tushunchaga ega bo‘lish va uni topish usuli bilan tanishish uchun quyidagi masalani ko‘ramiz.

2-masala. *A* loyiha uchun 600000 so‘m boshlang‘ich kapital mablag‘ kerak. Bundan keladigan yillik sof daromad 200000 so‘mni tashkil qilsin. Loyihaning faoliyat davri 5 yil bo‘lib foiz stavkasi (solishtirish stavkasi) 10% ni tashkil qilsin. O‘rtacha va keltirilgan o‘z-o‘zini qoplash davrini toping.

Yechish. O‘rtacha o‘z-o‘zini qoplash davrini (5.1) formula asosida topamiz. Masalaning shartiga ko‘ra boshlang‘ich kapital C_0= 600000 yillik o‘rtacha daromad R=200000. U holda

$$T_{o'r} = \frac{600000}{200000} = 3 \text{ yil.}$$

Ushbu ko‘rsatkich solishtirish stavkasi P=10% bo‘lgan hol uchun 4-moliya jadvalining 3 va 4 yillarga mos keluvchi 2,487 va 3,170 koeffitsientlari orasida bo‘ladi. Shuning uchun keltirilgan o‘z-o‘zini qoplash davri quyidagiga teng bo‘ladi:

$$T_{kel} = 3 + \frac{3,000 - 2,487}{3,170 - 2,487} = 3 + 0,75 = 3,75 \text{ yil.}$$

Keltirilgan o‘z-o‘zini qoplash koeffitsiyenti pulning davriy bahosi konsepsiyasini nazarga olgan holda o‘z-o‘zini qoplash davridan so‘nggi bosqichdagi sof pul oqimini diskontlash imkonini bermaydi. Bundan ko‘rinadiki,o‘z-o‘zini qoplash ko‘rsatkichini loyihalarni dastlabki saralash uchungina qo‘llash mumkin.

Investitsiya samaradorligini o‘lchashda katta ahamiyatga ega bo‘lgan ko‘rsatkichlardan biri kapital mablag‘ning foydalilik koeffitsiyentidir.

4-ta’rif. O‘rtacha o‘z-o‘zini qoplash davriga teskari bo‘lgan miqdor ***kapital mablag‘ning foydalilik koeffitsiyenti*** deyiladi.

Kapital mablag‘ning foydalilik koeffitsiyenti quyidagi formula orqali topiladi,

$$\rho = \frac{R}{C_0} \ . \qquad (5.2)$$

Bu yerda: R-investitsiyadan tushadigan o‘rtacha yillik sof daromad, C_0 - dastlabki kapital mablag‘ miqdori, ρ - kapital mablag‘ning foydalilik koeffitsiyenti. U sarf qilingan bir birlik harajat, qancha foyda keltirishini ko‘rsatadi.

3- masala. Yuqoridagi 1-misoldagi berilgan ma’lumotlar bo‘yicha kapital mablag‘ning foydalilik koeffitsiyentini toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, C_0=600000 co‘m, R=200000, u holda (3.2) formulaga asosan,

$$\rho = \frac{R}{C_0} = \frac{20000}{60000} = \frac{1}{3}.$$

Javob. 1/3.

5.2-§. Investitsiyaning ichki foydalilik darajasi (normasi)

1-ta’rif. ***Ichki foydalilik darajasi*** (internal rate of return, IRR) deb, shunday foiz stavkasiga aytiladiki, unda keltirilgan daromadlar miqdori keltirilgan xarajatlar miqdoriga teng bo‘ladi. Demak, investitsiyaga ichki foydalilik darajasiga teng bo‘lgan foiz stavkasi belgilash sarf qilingan mablag‘ning o‘z-o‘zini qoplashini ta’minlaydi. Bu stavka qancha katta bo‘lsa, sarf qilingan kapital mablag‘ning foydaliligi shuncha yuqori bo‘ladi.

Ichki foydalilik normasi quyidagiga teng bo‘ladi.

$$IRR = \frac{R}{C_0} - \frac{R}{C_0} \cdot \frac{1}{(1+i)^n},$$

bu yerda: R - sof pul oqimi, C_0 - dastlabki kapital mablag‘ miqdori, $i = \frac{P}{100}$ - foiz stavkasi, n - investitsiya muddati.

Bu formulani keltirib chiqarish uchun IRR ta’rifidan foydalanamiz. Bu ta’rifga ko‘ra,

$$C_0 = \frac{R_1}{1+i} + \frac{R_2}{(1+i)^2} + ... + \frac{R_n}{(1+i)^n}. \qquad (5.3)$$

Agar $R_1 = R_2 = . . . = R_n = R$ tenglik o‘rinli bo‘lsa, u holda C_0 birinchi hadi $b_1 = \frac{R}{1+i}$ va maxraji $q = \frac{1}{1+i}$ ga teng bo‘lgan geometrik progressiyaning n ta hadi yig‘indisidan iborat bo‘ladi. Shuning uchun

$$C_0 = \frac{R[(1+i)^n - 1]}{i(1+i)^n} = \frac{R(1+i)^n}{i(1+i)^n} - \frac{R}{i(1+i)^n}$$ bo‘ladi. Bu tenglikdan

foiz stavkasi i ni topamiz.

$$i = \frac{R}{C_0} - \frac{R}{C_0(1+i)^n}.$$

Bu foiz stavkasi (5.3) shartni qanoatlantirgani uchun u ichki foydalilik darajasi (IRR) dan iborat bo‘ladi, ya`ni

$$IRR = \frac{R}{C_0} - \frac{R}{C_0(1+i)^n}. \qquad (5.4)$$

Agar investitsiya muddati $n \to \infty$ bo‘lsa, u holda (5.4) tenglikdan

$$IRR = \frac{R}{C_0}$$

tenglik kelib chiqadi. Bundan ko‘rinadiki, agar loyiha muddati katta bo‘lib, har yilgi sof daromadlar bir xil bo‘lsa, u holda foydalilik normasi kapital mablag‘ning foydalilik koeffitsiyentiga teng bo‘ladi.

Ichki foydalilik normasi loyihadan tushadigan sof pul oqimlari uchun joriy bahoni topishga yordam beradi va shu tufayli sof foydani dastlabki kapital mablag‘ bilan solishtirish imkonini beradi. Hamda o‘z-o‘zini qoplash davridan so‘nggi davrdagi loyihaning ishlash muddatini aniqlashga yordam beradi.

Horijda chop etilgan ko‘p adabiyotlarda kapital mablag‘larni sonli tahlil qilish IRR ni hisoblashdan boshlanadi. Tahlil uchun ichki foydalilik normasi 15-20% dan kam bo‘lmagan loyihalar ajratiladi. IRRni hisoblash uslubi investitsiyani va undan tushadigan sof daromadni taqsimlash uslublariga qarab turlicha bo‘ladi.

Yuqorida biz IRRni topishning eng sodda, statik an`anaviy usuli bilan tanishdik. Endi uni topishning dinamik usullari bilan tanishamiz.

2-ta’rif. Investitsiya xarajatlarini va undan olinadigan daromadlarni bir vaqt oniga keltirishga asoslangan usullar ***dinamik usullar*** deb ataladi.

Investitsiya bilan bog‘liq bo‘lgan xarajatlar va daromadlarni bir-birlari bilan solishtirish uchun ularni ma’lum bir vaqt oniga keltirish (diskontlash) kerak. Bunday vaqt oni sifatida, ko‘pincha, boshlang‘ich davr, ya`ni investitsiyaga kapital mablag‘ sarf qilinadigan davr tanlanadi.

Dinamik ucullar pulning davriy bahosi konsepsiyasiga asoslanadi. Bu konsepsiyaga asosan kelgusidagi pulning davriy bahosi uning joriy yildagi bahosidan kam bo‘ladi. Shu sababli investitsiyaga sarf qilingan kapital mablag‘ning qiymati ma’lum bir davrdan so‘ng oshadi. Agar ma’lum foiz stavkasi bo‘yicha kelgusida oshgan mablag‘ ma’lum bo‘lsa, uning joriy yildagi bahosini keltirish (diskontlash) koeffitsiyenti yordamida (maxsus moliya jadvaldan foydalanib) topiladi.

Dinamik usul yordamida ichki foydalilik darajasi quyidagicha topiladi.

Yuqorida keltirilgan 2 - ta’rifga asosan ichki foydalilik darajasi bu loyiha bo‘yicha aniqlangan shunday foiz stavkasini bildiradiki, unda biror t onga keltirilgan daromadlar va xarajatlar ayirmasi nolga teng bo‘ladi.

Faraz qilaylik, $t_1, t_2, \ldots t_k$ onlarda loyiha bo‘yicha olinadigan daromadlar $R_1, R_2, \ldots R_k$ hamda loyihaga sarf qilinadigan xarajatlar $C_1, C_2, \ldots C_k$ bo‘lsin. U holda ichki foydalilik normasining ta’rifiga asosan

$$R_1(1+i)^{-t_1} + R_2(1+i)^{-t_1} + \ldots R_k(1+i)^{-t_k} = \\ = C_1(1+i)^{-t_1} + C_2(1+i)^{-t_1} + \ldots C_k(1+i)^{-t_k}, . \quad 5.5)$$

Agar daromadlar oqimining o‘rtacha muddatini t_R bilan, xarajatlar oqimining o‘rtacha muddatini t_c bilan belgilasak, (5.5) tenglikni quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin.

$$(R_1+R_2+ \ldots +R_k)(1+i)^{-t_R} =(C_1+C_2+ \ldots +C_k)(1+i)^{-t_c}, \quad (5.6)$$

yoki

$$\frac{R_1 + R_2 \ldots + R_k}{C_1 + C_2 \ldots + C_k} = \frac{(1+i)^{-t_c}}{(1+i)^{-t_R}} .$$

Bundan

$$\frac{R_1 + R_2 \ldots + R_k}{C_1 + C_2 \ldots + C_k} = (1+i)^{t_R - t_c},$$

yoki

$$1 + i = \sqrt[t_R - t_c]{\frac{R_1 + R_2 + \ldots + R_k}{C_1 + C_2 + \ldots + C_k}},$$

bundan o‘z navbatida

$$i = \sqrt[t_R - t_c]{\frac{R_1 + R_2 + \ldots + R_k}{C_1 + C_2 + \ldots + C_k}} - 1 \quad (5.7)$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi. Agar $i = \frac{P}{100}$ ekanligini inobatga olsak,

$$P = 100\left(\sqrt[t_R - t_c]{\frac{R_1 + R_2 + ... + R_k}{C_1 + C_2 + ... + C_k}} - 1\right), \qquad (5.8)$$

bu yerdagi t_p - daromadlar oqimiing o‘rtacha muddati hamda t_c - xarajatlar oqimining o‘rtacha muddati bo‘lib, ular quyidagi formulalar orqali topiladi.

$$t_R = \frac{R_1 t_1 + R_2 t_2 + ... + R_k t_k}{R_1 + R_2 + ... + R_k}, \qquad (5.9)$$

$$t_c = \frac{C_1 t_1 + C_2 t_2 + ... + C_k t_k}{C_1 + C_2 + ... + C_k}. \qquad (5.10)$$

1-masala. Investitsiyaga sarf qilinadigan xarajatlar birinchi yili 2000000 so‘m bo‘lib, ikkinchi, uchinchi va to‘rtinchi yillarda 1500000 so‘m bo‘lsin. Daromadlar oqimi esa 2200000, 2500000, 3000000 va 2000000 so‘mdan iborat bo‘lsin. Ichki foydalilik normasi (IRR) topilsin.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, C_1 = 2000000; C_2=C_3=C_4 = 1500000; R_1 = 2200000, R_2 = 2500000, R_3 = 3000000, R_4 = 2000000

t_R - daromadlar oqimining o‘rtacha muddatini (5.9) formula yordamida, t_c - xarajatlar oqimining o‘rtacha muddatining (5.10) formula yordamida topamiz.

$$t_c = \frac{2000000 \cdot 1 + 1500000 \cdot 2 + 1500000 \cdot 3 + 1500000 \cdot 4}{2000000 + 1500000 + 1500000 + 1500000} = 2{,}38;$$

$$t_R = \frac{2200000 \cdot 1 + 2500000 \cdot 2 + 3000000 \cdot 3 + 2000000 \cdot 4}{2200000 + 2500000 + 3000000 + 2000000} = 2{,}55.$$

Endi (5.8) formuladan foydalanib IRR ni topamiz.

$$P = 100\left(\sqrt[0{,}17]{\frac{9700000}{6500000}} - 1\right) \approx 30{,}85.$$

$P = 30{,}85\%;\qquad i = \dfrac{P}{100} = 0{,}3085.$

2-masala. 2 ta *A* va *B* investitsiya loyihasi berilgan bo‘lib, ulardagi xarajatlar va daromadlar oqimi quyidagi jadvalda berilgan.

Investitsiya loyihalari	Xarajatlar oqimi		Daromadlar oqimi				
	I yil	II yil	III yil	IV yil	V yil	VI yil	VII yil
A	100	150	50	150	200	200	-
B	200	50	50	100	100	200	200

Ichki foydalilik normasi bo‘yicha *A* va *B* loyihalarning samaradorligi tekshirilsin.

Yechish. *A* variant bo‘yicha

$R_3 = 50,\ R_4 = 150,\ R_5 = 200,\ R_6 = 200,\ \ C_1 = 100,\ C_2 = 150.$

$$50\cdot(1+i)^{-3} + 150\cdot(1+i)^{-4} + 200\cdot(1+i)^{-5} + 200\cdot(1+i)^{-6} = \\ = 100\cdot(1+i)^{-1} + 150\cdot(1+i)^{-2}.$$

Xarajatlar va daromadlar oqimining o‘rtacha muddatlarini topamiz.

$$t_R = \frac{3\cdot 50 + 4\cdot 150 + 5\cdot 200 + 6\cdot 200}{50 + 150 + 200 + 200} = 4{,}9;$$

$$t_c = \frac{1\cdot 100 + 2\cdot 150}{100 + 150} = 1{,}6.$$

IRRni *A* variant uchun topamiz.

$$IRR = P = 100\left(\sqrt[t_R - t_c]{\frac{R_3 + R_4 + R_5 + R_6}{C_1 + C_2}} - 1\right);$$

$$IRR(A) = 100(\sqrt[3{,}3]{2{,}4} - 1) \approx 40\%.$$

Endi IRRni B variant uchun topamiz.

$R_3 = 50$, $R_4 = 100$, $R_5 = 100$, $R_6 = 200$, $R_7 = 200$, $C_1 = 200$, $C_2 = 50$.

IRRni quyidagi formula bilan topamiz.

$$50\cdot(1+i)^{-3}+100\cdot(1+i)^{-4}+100\cdot(1+i)^{-5}+200\cdot(1+i)^{-6}+200\cdot(1+i)^{-7}=$$
$$=200\cdot(1+i)^{-1}+50\cdot(1+i)^{-2}.$$

B loyiha uchun xarajatlar va daromadlar oqimining o‘rtacha muddatlarini topamiz.

$$t_R=\frac{3\cdot 50+4\cdot 100+5\cdot 100+6\cdot 200+7\cdot 200}{50+100+100+200+200}\approx 5{,}6;$$

$$t_c=\frac{1\cdot 200+2\cdot 50}{250}=1{,}2.$$

U holda, B variant uchun ichki foydalilik me`yori quyidagiga teng bo‘ladi.

$$IRR=P=100\left(\sqrt[t_R-t_c]{\frac{R_3+R_4+R_5+R_6}{C_1+C_2}}-1\right);$$

$$IRR(B)=100(\sqrt[4,4]{\frac{650}{250}}-1)\approx 30\%.$$

Demak, $IRR(A) > IRR(B)$ tengsizlik o‘rinli bo‘lganligi uchun A loyiha ichki foydalilik darajasi bo‘yicha samaraliroq bo‘ladi. Shuning uchun investor A variantni tanlash kerak.

5.3 - §. Investitsiyaning sof joriy bahosini aniqlash

Investitsiyani tahlil qilishda uning samaradorligini baholash uchun ishlatiladigan mezonlardan yana biri sof joriy baho yoki keltirilgan sof foyda (net present value, NPV) mezonidir. Uni W bilan belgilaymiz. Bu qiymat investitsiya jarayonining mutlaq natijasiini, ya`ni uning so‘nggi samarasini ko‘rsatadi.

Sof joriy baho - bir vaqt oniga keltirilgan foyda ko‘rsatkichlari bilan keltirilgan xarajatlar orasidagi ayirmaga teng bo‘ladi. Agar daromadlar va kapital xarajatlar tushumlar oqimi sifatida qaralsa, u holda sof joriy baho ushbu oqimning joriy qiymatiga teng bo‘ladi. U holda keltirilgan sof daromadni quyidagi tenglik orqali ifodalash mumkin.

$$W = \sum_{i=n_1}^{n_2} R_i V^{i+n_1} - \sum_{t=1}^{n_1} C_t V^t , \qquad (5.11)$$

bu yerda: C_t - t bosqichlardagi investitsiya xarajatlari, ($t=1,2,..., n_1$);

R_i ($i = n_1, n_1+1, ..., n_2$) - i- bosqichdagi investitsiyadan olinadigan daromad;

n_1 - investitsiyaga kapital mablag‘ sarf qilinadigan davr;

n_2 - investitsiyadan daromad olinadigan davr;

V^t - keltirish (diskontlash) koeffitsiyenti bo‘lib, u quyidagiga teng bo‘ladi.

$$V^t = (1+\frac{P}{100})^{-t} = (1+i)^{-t} = \frac{1}{(1+i)^t}.$$

Yuqoridagi (5.11) formulada investitsiya muddati tugashi bilan darrov daromad tushish davri boshlanadi deb faraz qilingan. Lekin har doim ham bunday bo‘lavermaydi. Ba’zan investitsiya muddati tugagandan so‘ng ma’lum bir vaqt oralig‘idan keyingina daromad tusha boshlashi mumkin. Ba’zi hollarda esa investitsiya muddati bilan daromad tushish muddati alohida ajratilmaydi, balki loyihaning ishlash muddatining har bir bosqichida ma’lum bir miqdorda xarajatlar sarf qilinadi va ma’lum bir miqdorda daromad olinadi deb faraz qilinadi. Oxirgi holda sof joriy daromad quyidagi formula yordamida topiladi.

$$W = \sum_{t=1}^{n} (R_t - C_t) V^t - C_0 , \; V=(1+i)^{-n} , \qquad (5.12)$$

bu yerda C_0 - boshlang‘ich kapital mablag‘ miqdori; n - loyihaning umumiy ishlash muddati; t - loyihaning «yoshi» (loyiha bo‘yicha ish boshlangandan beri o‘tgan yillar soni); V - keltirish (diskontlash) koeffitsiyenti.

(5.12) formulada

$$R_t - C_t = q_t,$$

belgilash kiritib, uni quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin.

$$W = \sum_{t=1}^{n} q_t V^t - C_0 \ . \qquad (5.13)$$

Agar yillik daromadlar bilan xarajatlar farqi o‘zgarmas sondan iborat bo‘lsa, ya`ni R_t-C_t=q bo‘lsa, u holda (5.13) tenglik

$$W = q\sum_{t=1}^{n} V^t - C_0 \ . \qquad (5.14)$$

ko‘rinishga yoki

$$W = q\sum_{t=1}^{n}\left(\frac{1}{i+1}\right)^t - C_0 \ . \qquad (5.15)$$

ko‘rinishga keladi.

Bundan

$$W = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\cdot q - C_o \ . \qquad (5.16)$$

Lekin $i + 1 = r$ ekanligini nazarga olsak,

$$W = \frac{r^n - 1}{ir^n}\cdot q - C_o . \qquad (5.17)$$

formulaga ega bo‘lamiz. Bu formuladagi

$$W_0 = \frac{r^n - 1}{ir^n}\cdot q \ .$$

ifoda yordamida aniqlanadigan miqdor ***joriy baho*** deb ataladi. Joriy baho sof joriy bahoning xususiy holi bo‘lib, u quyidagiga teng bo‘ladi.

$$W_0 = W + C_0, \tag{5.18}$$

Agar daromadlar va xarajatlar oqimi uzluksiz ravishda amalga oshadi deb faraz qilsak, u holda (t_1, $t+\Delta t$) intervaldagi daromad va xarajatlar ayirmasi $(R_t - C_t)\Delta t$ bo‘ladi. U holda joriy baho

$$W_0 = (R_t - C_t)\Delta t e^{-\delta t}.$$

tenglik orqali aniqlanadi. Bu yerda

$$\delta(t) = \delta = ln(1+i), \ \ t\in(t, t+\Delta t),$$

$$e^{\delta t} = e^{\ln(1+i)^t},$$

$$V = \frac{1}{(1+i)^t} = e^{-\delta t}.$$

Agar kapitallashtirish cheksiz ravishda amalga oshirilsa, u holda joriy baho quyidagiga teng bo‘ladi.

$$W_0 = \lim_{t\to 0}\sum_{t-1}^{n} (R_t - C_t)\Delta t e^{-\delta t} = \int_0^n (R_t - C_t)e^{-\delta t}dt. \tag{5.19}$$

Agar $i = \frac{P}{100}$ o‘zgarmas son bo‘lsa, u holda joriy baho quyidagiga teng bo‘ladi:

$$W_0 = \int_0^n (R_t - C_t)e^{-\delta t}dt. \tag{5.20}$$

Agar R_t - $C_t = q = const$ bo‘lsa, u holda joriy baho

$W_0 = q\int_0^n e^{-\delta t}dt = -q(e^{-\delta t} - 1)$ bo‘ladi.

Demak,

$$W_0 = q(1 - e^{-\delta t}) . \qquad (5.21)$$

Umumiy holda, agar $W_o > C_o$ tengsizlik o‘rinli bo‘lsa, tegishli investitsiya loyihasi foydali bo‘ladi.

(5.21) formuladagi $q = R_t - C_t$ miqdor t - bosqichdagi foyda va xarajatlar orasidagi farqni ko‘rsatadi va ***kvazirenta*** deb ataladi.

Yuqoridagi tahlil shuni ko‘rsatadiki joriy baho uchta faktorlar ya`ni yillik daromad va xarajatlar orasidagi farq; loyihaning ishlash muddati; foiz stavkasi miqdoriga bog‘liq bo‘lib, ularning funksiyasi sifatida ifodalanadi, ya`ni

$$W_0 = f(q; n; c) .$$

Kvazirenta (q), odatda, 10 yil muddatga hisoblanadi, chunki undan uzoqroq muddatlarda kvazirentaning qiymati kamayish xususiyatiga ega.

Masalan 1 so‘mlik kvazirentani 9% foiz stavkasida hisoblangan joriy bahosi turli uzoqlikdagi davrlar uchun quyidagi jadvalda keltirilgan.

Yillar	q ning joriy bahosi
3	0.7721
5	0.6499
8	0.5018
10	0.4224
15	0.2745
23	0.1374

Foiz stavkasi ham joriy bahoga ta’sir qiluvchi parametr hisoblanadi. Foiz stavkasining oshishi joriy bahoning kamayishiga olib keladi. Buni quyidagi misolda ko‘rishimiz mumkin.

1- masala. Investitsiyaga sarf qilingan 100 000 dollar pul bir yilning oxirida 200 000 dollar daromad keltiradi. Agar foiz stavkasi:

a) 0%; b) 300%; c)100%

bo‘lsa sof joriy bahoni aniqlang.

Yechish.

$$a)\ W=\frac{R}{1+i}-C_0=\frac{200000}{1+0}-100000=100000\$;$$

$$b)\ W=\frac{R}{1+i}-C_0=\frac{200000}{1+3}-100000=-50000\$;$$

$$c)\ W=\frac{R}{1+i}-C_0=\frac{200000}{1+1}-100000=0\$.$$

Masalaning yechimidan ko‘rinadiki, foiz stavkasi qancha yoqori bo‘lsa, sof joriy baho shuncha kam bo‘lar ekan. Agar keltirilgan foiz stavkalari 100 dan kam bo‘lsa $W > 0$, va aksincha agar foiz stavkasi 100 dan ko‘p bo‘lsa, u holda $W < 0$ bo‘lar ekan. Ichki foydalilik darajasiga mos keluvchi foiz stavkasi uchun W = 0 bo‘ladi.

Masalan, agar $p=20\%$ $(i=0,2)<100$ bo‘lsa, u holda sof joriy baho $W=66666,7\ \$$ bo‘ladi. Bunday foiz stavkasi bilan loyihaga 100000 $ sarf qilgan investor 120000 $ dan kam bo‘lmagan foydaga ega bo‘lsa ($W\geq 0$ ni ta'minlovchi), u holda loyiha qabul qilinishi kerak. Shu sababli 200000 $ foydani keltiruvchi va sof joriy bahosi $W=66666,7\ \$$ ga teng bo‘lgan loyihani qabul qilish kerak.

2-masala. Loyiha uchun sarf qilingan dastlabki kapital mablag‘ 300 000 dollar bo‘lib, unga 5 yil davomida har yili 100 000 dollardan qo‘shimcha mablag‘ sarf qilinsin. Agar har yili o‘rtacha daromad 170 000 dollardan iborat bo‘lsa, ichki foydalilik normasi (JRR) ni toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, C_0 = 300000, $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = = C$ = 100000;

$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$ = 170000;

$q = R_t - C_t = R - C$ = 70000.

JRR ning ta’rifiga, asosan, W = 0, demak, (5.14) formulaga asosan quyidagiga ega bo‘lamiz.

$$q\sum_{t=1}^{n}V^t=C_0, \qquad 70000\sum_{t=1}^{n}V^t=300000.$$

V^t ning 3- moliyaviy jadvaldagi qiymatini III_p^t bilan belgilaymiz va t =5 uchun quyidagiga ega bo‘lamiz.

300000 = 70000 III_p^5.

Bundan

$$Ш_p^5 = \frac{300000}{70000} = 4{,}2857143.$$

3- moliyaviy jadvalidan foydalanib quyidagi jadvalni topamiz.

№	Jadvaldagi miqdor	Foiz stavkasi (P)	Jadvaldagi miqdor	Foiz stavkasi
1	4,32947	5,0	4,32947	0,5
2	4,27028	5,5	4,2857143	P
1-2	0,05919	-0,5	0,04376	5-P

Jadvalning so'nggi qatoridan quyidagi proporsiyani tuzamiz va undan P ni topamiz.

0,05919 : 0,04376 = -0,5 : (5 - P);

5 - P = -0,37;

P = 5,37% i = 0,0537;

Javob. JRR = 5,37%.

Endi joriy bahoni topish formulasiga murojat qilamiz:

$$W_0 = q\frac{r^n - 1}{ir^n}.$$

Agar $n \to \propto$ da bu ifodadan limit hisoblasak, u holda quyidagiga ega bo'lamiz.

$$\lim W_0 = W_0 = \lim q\frac{r^n - 1}{ir^n} = \lim \frac{q}{i}(1 - \frac{1}{r^n}) = \frac{q}{i}.$$

Bundan ko'rinadiki, agar investitsiya muddati cheksiz bo'lsa, u holda joriy baho kvazirentaning foiz stavkasiga nisbatiga teng bo'ladi.

Sof joriy baho ko'rsatkichi shu bilan ahamiyatliki, u loyihaning umumiy ishlash muddatini nazarga olgan holda barcha xarajatlar va barcha daromadlarni hisoblaydi. Lekin sof joriy baho investitsiyaga qancha mablag‘ sarf qilish kerakligini ham foiz stavkalarning optimal qiymatini ham hisoblamaydi.

3-masala. 5.2-**§.** dagi 2- masala shartlari bajarilganda foiz stavkasi P = 10% deb qabul qilib sof joriy bahoni hisoblang.

Yechish. (5.11) formulaga asosan topamiz.

$$W_A = 50(1+i)^{-3} + 150(1+i)^{-4} + 200(1+i)^{-5} + 200(1+i)^{-6} -$$
$$-100(1+i)^{-1} - 150(1+i)^{-2} = 50II_{10}^{3} + 150III_{10}^{4} + 200III_{10}^{5} + 200III_{10}^{6} -$$
$$-100III_{10}^{1} - 150III_{10}^{2} = 377 - 214 = 163;$$

$$W_B = 50(1+i)^{-3} + 100(1+i)^{-4} + 100(1+i)^{-5} + 200(1+i)^{-6} +$$
$$+200(1+i)^{-7} - 200(1+i)^{-1} - 50(1+i)^{-2};$$

$$W_B = 50III_{10}^{3} + 100III_{10}^{4} + 100III_{10}^{5} + 200III_{10}^{6} +$$
$$+200III_{10}^{7} - 200III_{10}^{1} - 50III_{10}^{2} = 386 - 223 = 163.$$

Sof joriy foyda mezoni bilan tekshirilganda qabul qilingan foiz stavkasi bu ikkala loyihalarning teng kuchli ekanligini ko‘rsatadi.

Endi faraz qilaylik investor oldida o‘z kapital mablag‘ini investitsiyaga sarf qilishi uchun cheksiz ko‘p variantlar mavjud bo‘lsin. Hamda t = 0 boshlang‘ich bosqichdagi kapital mablag‘ning miqdori C_0 ga teng bo‘lib, har yilgi kutiladigan daromad R ga teng bo‘lsin. Ma’lumki

$$R = f(C_0).$$

Bu holda keltirilgan joriy baho (daromad) quyidagiga teng bo‘ladi.

$$W_0 = \frac{R}{i} - C_0,$$

W_0 miqdor maksimal qiymatga ega bo‘lishi uchun

$$\frac{dW_0}{dC_0} = \frac{1}{i} \cdot \frac{dR}{dC_0} - 1 = 0$$

tenglik o‘rinli bo‘lishi kerak, ya`ni

$$\frac{dR}{dC_0} = i$$

bo‘lishi kerak. Bu tenglik orqali aniqlangan *i* ichki foydalilik me`yorini ***marginal foydalilik normasi*** deb ataymiz va uni $p(C_0)$ bilan belgilaymiz. Demak, bu holda

$$p(C_0) = i \qquad \text{va} \qquad \frac{dR}{dC_0} = p(C_0).$$

Keltirilgan joriy baho (W_0) maksimum qiymatga erishishi uchun

$$\frac{d^2R}{dC_0^{\,2}} = \frac{dp(C_0)}{dC_0} < 0$$

tengsizlik o‘rinli bo‘lishi kerak. Demak, yuqoridagi mulohazalardan quyidagi xulosaga kelish mumkin.

Xulosa. Marjinal ichki foydalilik normasi hisob foiz stavkasiga teng bo‘lgan investitsiya maksimal joriy bahoni (daromadni) ta’minlaydi.

5.4-§. Investitsiyaning foydalilik indeksini (samaradorligini) hisoblash

7- ta’rif. ***Foydalilik indeksi*** yoki ***samaradorlik*** deb, bir vaqt onida keltirilgan foydalarning shu vaqt onida keltirilgan investitsiya xarajatlariga bo‘lgan nisbatiga aytiladi.

Agar foydalilik indeksini *U* bilan belgilasak, u quyidagiga teng bo‘ladi.

$$U = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i V^i}{K}\ , \qquad (5.22)$$

yoki

$$U = \frac{\sum_{i=n_1}^{n_2} R_i V^{i+n_1}}{\sum_{i=1}^{n_1} C_t V^i} \ . \qquad (5.23)$$

Bu formulalardan birinchisi K miqdordagi kapital mablag‘ birdaniga investitsiyaga sarf qilingan holni ifodalaydi. Ikkinchisi esa kapital mablag‘ $t = 1, 2, \ldots n_1$ bosqichlarda sarf qilinadigan $t = n_1, n_1+1, \ldots n_2$ bosqichlarda investitsiyadan foyda tushadigan hollarni ifodalaydi. Agar $U = 1$ bo‘lsa, foydalilik indeksi samaradorlik normasiga mos keladi. Agar $U < 1$ bo‘lsa, investitsiya samarador bo‘lmaydi.

1-masala. Yuqoridagi (5.3- § dagi) 4 – masalaning A va B loyihalari uchun foydalilik indeksi topilsin.

Yechish. A variant uchun

$$\sum_{i=n_1}^{n_2} R_i V^i = 377; \qquad \sum_{i=1}^{n} C_i V^i = 214.$$

Demak, $U_A = \frac{377}{214} = 1{,}75$.

B variant uchun

$$\sum_{i=1}^{n} R_i V^i = 386; \qquad \sum_{i=1}^{n} C_i V^i = 223.$$

Bu holda $U_B = \frac{386}{223} = 1{,}72$.

Javob. U_A = 75%; U_B = 72%. Bu ko‘rsatkich bo‘yicha A loyiha samaraliroq ekan.

Agar investitsiyaga bir barobariga K miqdorda capital mablag‘ sarf qilinsa va undan tushadigan har yilgi daromad R birlikni tashkil qilsa hamda to‘lovlar yilning oxirida amalga oshirilsa, u holda foydalilik indeksi quyidagi formula orqali topiladi.

$$U = \frac{RA_{np}}{K},$$

bu yerda R- o‘zgarmas yillik renta (o‘rtacha yillik daromad),

$$a^{q}_{np\%} = \frac{1 - r^{n}}{q(r^{\frac{1}{q}} - 1)} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{q[(1+i)^{\frac{1}{q}} - 1]}.$$

(r = i + 1) - P% foiz stavkasi bilan hisoblangan q muddatli rentaning diskontlash koeffitsiyenti, n - investitsiya muddati.

2-masala. Daromad tusha boshlagan davrgacha 4 mln.so‘m pul investitsiyaga sarf qilingan. Kutilayotgan o‘rtacha yillik daromad 0,7 mln. so‘m. Tushum har oyda amalga oshiriladi. Investitsiya muddati 10 yil, P= 10% bo‘lsa, foydalilik indeksi topilsin.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: R = 0,7 mln.so‘m; K = 4 mln. so‘m; P= 10%, $q=12$.

$$r = 1 + \frac{P}{100} = 1 + \frac{10}{100} = 1{,}1;$$

$$U = \frac{0{,}7 \cdot (1 - 1{,}1^{-10})}{12 \cdot (1{,}1^{\frac{1}{12}} - 1)} : 4 = \frac{4{,}5}{4} = 1{,}125.$$

Javob. Loyihaning samaradorli 1,125>1. Demak, loyihani qabul qilish mumkin.

Yuqorida biz ko‘rgan investitsiya samaradorligini ko‘rsatuvchi baholarni aniqlashda kelgusidagi daromadlarning miqdori va ularga mos keluvchi vaqt onlarini aniq deb qaradik. Lekin har vaqt ham uni aniqlash mumkin bo‘lavermaydi. Sof foydaning miqdori turli faktorlar ta’sirida o‘zgaruvchan tasodifiy miqdor bo‘ladi. Ikkinchidan foiz stavkasi (solishtirish stavkasi) ham har vaqt ma’lum bo‘lavermaydi. Ma’lum bir bosqichda aniqlangan foiz stavkasining qiymati boshqa bosqichlarga to‘g‘ri kelmasligi mumkin. Bundan tashqari foiz stavkasini aniqlashda tavakkalchilikdan ko‘riladigan zararni nazarga olish zaruriyati tug‘iladi. Tavakkalchilik va undan ko‘riladigan zarar muammosi investitsiyalarni tanlashda asosiy muammolardan biri hisoblanadi. Foiz stavkasi qiymatiga tavakkalchilik zararini oldini oluvchi qo‘shimcha qo‘shish an`anaviy usul hisoblanadi, lekin xorijiy mamlakatlardagi katta firmalarda matematik statistika, iqtisodiy matematik modellashtirish, sistemali tahlil usullarini qo‘llab, ayrim parametrlarning o‘zgarishi investitsiya samaradorligiga qanday ta’sir qilishini aniqlash va buning natijasida tavakkalchilikdan ko‘riladigan zararni kamaytirish yo‘llarini qo‘llamoqdalar. Umuman bu sohada ham matematiklar oldida hal qilish kerak bo‘lgan ulkan vazifalar turibdi.

Tayanch so‘z va iboralar

Investitsiya loyihasi, investor, investitsiyaning o‘z-o‘zini qoplash muddati, foydalilik koeffitsienti, ichki foydalilik darajasi, investitsiyaning sof joriy bahosi, kvazirenta, foydalilik indeksi (samaradorligi)

Nazorat savollari

1. Investitsiya loyihasi nima?
2. Investor kim va uning vazifasi qanday?
3. Investitsiya samaradorligini ko‘rsatuvchi parametrlar qanday?
4. Investitsiya samaradorligini hsioblash usullari necha guruhga ajratiladi?
5. Investitsiyani o‘z-o‘zini qoplash davri nima va u qanday turlarga bo‘linadi?
6. O‘rtacha va haqiqiy o‘z-o‘zini qoplash davrlarini ta’riflang.
7. Investitsiyaning foydalilik koeffitsiyenti nima?
8. Investitsiyaning ichki foydalilik darajasi nima?
9. Diskontlash (keltirish) koeffitsiyenti nima va u qanday formula yordamida topiladi?
10. Daromadlar va xarajatlar oqimining o‘rtacha muddati nima va ular qanday topiladi?
11. Investitsiyaning sof joriy bahosi nima va u qanday formula yordamida topiladi?

12. Investitsiyaning joriy bahosi va sof joriy bahosi orasida qanday bog‘lanish mavjud?

13. Kvazirenta nima va u qanday hususiyatga ega?

14. Foiz stavkasi bilan sof joriy baho orasida qanday bog‘lanish bor?

15. Investitsiyaning foydalilik indeksi nima va u qanday formulalar yordamida topiladi?

16. Investitsiya samaradorligi qanday aniqlanadi?

17. Investitsiya muddati cheksiz bo‘lganda sof joriy baho qanday topiladi?

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. *A* loyiha uchun dastlab 500000 dollar pul sarf qilingan. Agar keyingi 5 yil ichida kutilayotgan o‘rtacha daromad 100000$ bo‘lsa, u holda loyiha o‘zini-o‘zi qancha muddatda qoplaydi?

2. Yuqoridagi 1 masala ma’lumotlari asosida loyihaning foydalilik koeffitsiyentini toping.

3. Investitsiyaga dastlab 50 mln. so‘m sarf qilinadi. Keyingi 4 yil ichida sof pul oqimlari 20 mln, 30 mln, 40 mln va 50 mln. so‘mlarni tashkil qiladi. Investitsiyaning o‘rtacha va haqiqiy o‘z-o‘zini qoplash davrini aniqlang.

4. Investitsiyaga sarf qilinadigan xarajatlar birinchi yil 2000000 va 4- yil 1500000 so‘m bo‘lsin. Daromadlar oqimi esa 900000, 1800000, 500000, 1800000 so‘mlardan iborat bo‘lsin. Ichki foydalilik normasi (IRR) ni toping.

5. Investor loyihaga dastlab 5 mln. so‘m yana 2 yildan so‘ng 2 mln. so‘m kapital mablag‘ sarf qiladi, 5 yildan so‘ng u 10 mln. so‘m daromad oladi. Ushbu investitsiyaning ichki foydalilik darajasini toping.

6. Investitsiyaga mos keluvchi xarajatlar (“-“ ishorali) va daromadlar (“+” ishorali) oqimi quyidagicha jadvalda keltirilgan.

t	0	1	2	3	4
$R(t)$	-5	1	-3	8	4

Ushbu investitsiyaga mos keluvchi ichki foydalilik darajasini toping.

7. Investitsiyaga sarf qilingan 1000000 so‘m pul 2500000 so‘m daromad keltiradi. Agar foiz stavkasi A) 50%; B) 100%; C) 200% bo‘lsa, sof joriy bahoni aniqlang.

8. Ikkita *A* va *B* investitsiya loyihalari berilgan bo‘lib, ulardagi xarajatlar va daromadlar oqimi quyidagi jadvalda keltiirlgan.

Investitsiya loyihalari	Xarajatlar oqimi		Daromadlar oqimi				
	I yil	II yil	III yil	IV yil	V yil	VI yil	VII yil
A	100	150	50	150	200	200	-
B	200	50	50	100	100	200	200

Agar *P*=10% bo‘lsa, u holda har ikki loyiha bo‘yicha sof joriy bahoni toping va qaysi loyiha samaraliroq ekanligini aniqlang.

9. Investitsiya jarayonining boshida loyihaga 90 ming doll. mablag‘ sarf qilingan. Loyiha to‘g‘risidagi ma’lumotlar quyidagi jadvalda keltirilgan.

	Xarajat	Daromadlar					
		1 yil	**2 yil**	**3 yil**	**4 yil**	**5 yil**	**6 yil**
C	90	10	90	30	30	40	51

Investitsiyaning sof joriy bahosini toping. (*P*=10%).

10. Investor investitsiya boshida loyihaga 5 mln so‘m, yana 2 yildan so‘ng u 2 mln so‘m kapital mablag‘ sarf qiladi. 5 yildan so‘ng investor 10 mln so‘m daromad oladi. IRR ni toping.

11. Investitsiya boshida loyiha 150 ming doll kapital mablag‘ sarf qilingan. Loyiha to‘g‘risidagi ma’lumotlar quyidagi jadvalda keltirilgan.

	Xarajat	Daromadlar					
		I yil	II yil	III yil	IV yil	V yil	VI yil
C	150	20	80	70	60	40	60

O‘z-o‘zini qoplash davri topilsin.

12. Yuqorida 11- masaladagi berilganlardan foydalanib foydalilik indeksini toping.

VI bob. Moliyaviy operatsiyalarda inflyatsiyani hisoblash

6.1-§. Inflyatsiyaning o‘sish sur`ati va indeksi

Inflyatsiya hozirgi zamonning mushkul va og‘ir muammolaridan biridir. U bir qancha faktorlarga bog‘liq bo‘lib, iqtisodiy nazariyaning ehtimollar nazariyasi va matematik statistika usullarini qo‘llashga asoslangan bir necha tarkibiy qismlarining predmetini tashkil qiladi.

Inflyatsiya milliy pul birligining xarid quvvatini pasayishi va mamlakat ichida narx-navoning o‘sib ketishida namoyon bo‘ladi. Shuning uchun o‘rta va uzoq muddatli moliya operatsiyalarida uni nazarga olmaslik katta miqdordagi zararga olib kelishi mumkin.

Inflyatsiya sur`ati tovar va xizmatlar baholarining o‘rtacha o‘zgarishini xarakterlovchi ***inflyatsiya indeksi*** yordamida o‘lchanadi.

Inflyatsiya indeksi - ma’lum (fiksirlangan) miqdordagi tovar va xizmatlar savati bahosining tayin bir vaqt oralig‘ida o‘rtacha o‘zgarishini aniqlovchi ko‘rsatkichdir.

Iste`mol savatiga kiritiladigan tovar va xizmatlar turlarini oldindan mo‘ljallangan maqsadga muvofiq ravishda turlicha talqin qilish mumkin. Masalan, 1 hafta, 1 oy, 1 chorak va 1 yilga mo‘ljallangan oziq-ovqatlardan tuzilgan iste`mol savatlari uchun inflyatsiya indeksini hisoblash mumkin. Shuningdek, minimal yashash darajasini aniqlash uchun iste`mol savatini tuzish mumkin. Bunday savatga eng zarur bo‘lgan oziq-ovqatlar va kiyim-kechaklar hamda xizmatlar kiritiladi.

Inflyatsiya indeksini ishlab chiqarishning turli sohalari uchun hamda yalpi milliy mahsulot (YaMM) uchun ham hisoblash mumkin.

Faraz qilaylik, iste`mol savatiga $n$ xil mahsulot va xizmatlar kiritilsin. Savatdagi har bir $i$-mahsulot yoki xizmat miqdori $a_i$ birlikni tashkil qilsin. Shuningdek, $t$ ondagi har bir $i$- mahsulotning bahosi $X_i(t)$ pul birligini tashkil qilsin. U holda $t$ ondagi iste`mol savatining bahosi

$$X(t) = \sum_{i=1}^{n} X_i(t) a_i \qquad (6.1)$$

pul birligiga teng bo‘ladi.

(t_1,t_2) vaqt oralig‘idagi iste`mol baholarining o‘sishi ***inflyatsiya indeksi*** deb ataladi va u quyidagi o‘lchovsiz miqdorga teng bo‘ladi.

$$H(t_1,t_2)=\frac{X(t_2)}{X(t_1)}, \quad t_2>t_1 \ . \qquad (6.2)$$

Kuzatilayotgan ($t_1;t_2$) vaqt oralig‘idagi ***inflyatsiya sur`ati*** deb,

$$h(t_1,t_2)=\frac{X(t_2)-X(t_1)}{X(t_1)}=H(t_1,t_2)-1 \, . \qquad (6.3)$$

shartni qanoatlantiruvchi miqdorga aytiladi. (6.3) tenglikdan ko‘rinadiki, inflyatsiya indeksi quyidagi

$$H(t_1,t_2)=h(t_1,t_2)+1, \qquad (6.4)$$

miqdorga teng ekan.

Inflyatsiya indeksi kuzatilayotgan vaqt oralig‘ida iste`mol savatining bahosi necha marta o‘sganligini ko‘rsatsa, inflyatsiya sur`ati (100 ga ko‘paytirilgandan so‘ng) ana shu bahoni necha foizga o‘sganligini ko‘rsatadi. Bundan ko‘rinadiki, inflyatsiya sur`ati formal nuqtai nazardan qaraganda foiz stavkasiga o‘xshaydi. Shuning uchun $h(t_1,t_2)$ - inflyatsiya sur`atini nazariy tomondan ***inflyatsiya stavkasi*** deb ham atash mumkin

Faraz qilaylik h- yillik inflyatsiya sur`ati bo‘lsin. Demak, 1 yildan so‘ng X summali pulning qiymati $X(1+h)$ ga teng bo‘ladi. Yana bir yildan so‘ng bu pulning qiymati $X(1+h)^2$ ga etadi va hokazo, n yildan so‘ng X summali pulning qiymati $X(1+h)^n$ ga teng bo‘ladi. Ushbu mulohazaning natijasi sifatida quyidagi teoremani ko‘ramiz

Teorema. Agar $t_o<t_1<t_2< \ . \ . \ .<t_n$ bo‘lsa, u holda (t_o,t_n) intervaldagi inflyatsiya indeksi (t_o,t_n) intervalni tashkil qiluvchi (t_{i-1},t_i) intervallardagi inflyatsiya indekslari ko‘paytmasiga teng bo‘ladi, ya`ni

$$H(t_0,t_n)=1+h(t_0,t_n)=\prod_{i=1}^{n}\left[1+h(t_{i-1},t_i)\right] \qquad (6.5)$$

Bu teorema isbotini o‘quvchilarga havola qilamiz. Endi (*t-1,t*) birlik intervaldagi inflyatsiya indeksini *H(t)* va inflyatsiya sur`atini *h(t)* bilan belgilaymiz. U holda

$$H(t) = \frac{X(t)}{X(t-1)}; \qquad h(t) = H(t) - 1 \qquad (6.6)$$

tengliklar o‘rinli bo‘ladi. Bundan

$$X(t) = X(t-1)H(t)$$

yoki

$$X(t) = X(t-1)[1 + h(t)] \qquad (6.7)$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi. Demak, bundan ko‘rinadiki, (*t-l,t*) vaqt oralig‘idagi bahoning o‘sishi *h(t)* foiz stavkasi asosida murakkab foizni hisoblash yo‘li bilan aniqlanadi.

Inflyatsiya indeksi (inflyatsiya stavkasi) bilan murakkab foiz stavkasi orasidagi o‘xshashlikni nazarga olmaslik amaliyotda ayrim xatoliklarga va buning oqibatida katta zararga olib kelishi mumkin. Masalan, faraz qilaylik, baholar har oyda 8 foizga oshayotgan bo‘lsin. Bu holda ba’zi xususiy banklarda yillik inflyatsiya darajasini 8·12=96 foiz deb qabul qilinadi, hamda mijozlar sonini ko‘paytirish maqsadida 120% yillik foiz va’da qiladilar. Bu va’daga ishongan mijozlar qanchalik xatoga yo‘l qo‘yishini aniqlaymiz.

Agar oylik inflyatsiya sur`ati 8% bo‘lsa, u holda bir oyda baholar 1,08 marta, bir yilda esa $(1+0,08)^{12}=2,52$ marta oshadi. Demak, yillik inflyatsiya sur`ati 252%ni tashkil qiladi. Bu faktni nazarga olinganda 120% yillik daromad o‘z ahamiyatini yo‘qotadi.

Amaliyotda inflyatsiya indeksi absolyot o‘lchamda, inflyatsiya sur`ati *h(t)* esa foizlarda ifodalanadi. Masalan, agar *H(t)*=2,5 yoki *h(t)*=l,5 ekanligi aniqlangan bo‘lsa, u holda ko‘rilayotgan vaqt oralig‘ida baholar 2,5 marta yoki ular 150% ga oshganligidan dalolat beradi. Demak, inflyatsiya sur`ati birlik vaqt oralig‘ida baholar o‘sishining solishtirma tezligini ifodalaydi.

1-masala. Faraz qilaylik, kelgusi yil uchun oylik inflyatsiya sur`ati (h_{ov}) prognoz qilinayotgan bo‘lsin. Ana shu prognoz asosida kelgusi yildagi inflyatsiya indeksini aniqlang.

Yechish. Yuqoridagi (6.5) formulaga asosan yillik inflyatsiya indeksi H_{yil} quyidagiga teng bo‘ladi

$$H_{yil} = (1 + h_{oy})^{12} \quad .$$

(6.5) va (6.6) formulalaridan foydalanib oylik inflyatsiya sur`ati ($h_{\text{oy}}$ ) ning turli qiymatlari uchun yillik inflyatsiya sur`ati va inflyatsiya indeksini topamiz va ularni quyidagi jadvalga joylashtiramiz.

h_{oy} / H_{yil} h_{yil}	1%	2%	3%	4%	5%	10%	12%	15%	20%
H_{yil}	1.13	1,27	1,43	1,60	1,80	3,14	3,90	5,35	9,92
h_{yil}	13 %	27%	43%	60%	80%	214%	290%	435%	892%

2-masala. Mijoz 2 mln. so‘m pulni 1 yanvardan boshlab 6% oylik murakkab foiz stavkasi bilan bank depozitiga qo‘ygan. Agar matbuotda oylik inflyatsiya sur`ati haqida 3 xil ma’lumot berilgan bo‘lib, ularga ko‘ra oylik inflyatsiya sur`ati o‘zgarmas hamda ular mos ravishda 0,03; 0,05; 0,10 birliklarni tashkil qilsa hamda yuqoridagi oylik inflyatsiya sur`atlarining amalga oshish ehtimollari aniqlangan bo‘lib, ular mos ravishda

$$P_1=0,3;\ P_2=0,5;\ P_3=0,2$$

qiymatlarni qabul qilsa, u holda mijozning bir yildagi kutilgan real daromadi qancha bo‘ladi?

Yechish. 1) 1 yil (12 oy) ichida nominal o‘sish koeffitsiyentini topamiz:

$$r_{\text{yil}}=(1+0,06)^{12}=2,01.$$

2) inflyatsiya sur`ati haqidagi k- (k=1,2,3) ma’lumotga ko‘ra,
H^k_{yil} yillik inflyatsiya indeksini topamiz:

$$H_{yil}^{(k)} = \left(1 + h_{oy}^{(k)}\right)^{12}, k = 1,2,3;$$

$$H_{yil}^{(1)} = \left(1 + h_{oy}^{(1)}\right) = \left(1 + 0{,}03\right)^{12} = 1{,}43;$$

$$H_{yil}^{(2)} = \left(1 + h_{oy}^{(2)}\right) = \left(1 + 0{,}05\right)^{12} = 1{,}80;$$

$$H_{yil}^{(3)} = \left(1 + h_{oy}^{(3)}\right) = \left(1 + 1{,}10\right)^{12} = 3{,}14.$$

Bu ko‘rsatkichlar inflyatsiya natijasida nominal o‘sish koeffitsiyentining real qiymati necha marta kamayganini ko‘rsatadi

3) yillik o‘sish koeffitsiyentining real qiymati

$$r_{yil}^{(k)} = \frac{r_{yil}}{H_{yil}^{(k)}}$$

formula yordamida topiladi.

$$r_{yil}^{(1)} = \frac{r_{yil}}{H_{yil}^{(1)}} = \frac{2{,}01}{1{,}43} = 1{,}406;$$

$$r_{yil}^{(2)} = \frac{r_{yil}}{H_{yil}^{(2)}} = \frac{2{,}01}{1{,}80} = 1{,}117;$$

$$r_{yil}^{(3)} = \frac{r_{yil}}{H_{yil}^{(3)}} = \frac{2{,}01}{3{,}14} = 0{,}640;$$

4) mijozning 1 yillik real daromadini aniqlaymiz.

$$D_{yil}^{(k)} = 2mln \cdot r_{yil}^{(k)} - 2mln = 2mln \cdot \left(r_{yil}^{(k)} - 1\right);$$

$$D_{yil}^{(1)} = 2ml\,n \cdot r_{yil}^{(1)} - 2ml\,n = 2ml\,n \cdot \left(1{,}406 - 1\right) = 812000;$$

$$D_{yil}^{(2)} = 2mln \cdot r_{yil}^{(2)} - 2mln = 2mln \cdot (1{,}117 - 1) = 234000;$$

$$D_{yil}^{(3)} = 2mln \cdot r_{yil}^{(3)} - 2mln = 2mln \cdot (0{,}64 - 1) = -720000;$$

5) mijozning o‘rtacha real daromadini topamiz.

$$D_{yil} = \sum_{k=1}^{3} P_k D_{yil}^k = 0{,}3 \cdot 812000 + 0{,}5 \cdot 234000 -$$

$$- 0{,}2 \cdot 720000 = 246600;$$

6) masalaning berilganlarini va topilgan natijalarni quyidagi jadvalga joylashtiramiz.

	K		
	1	2	3
i	0,06	0,06	0,06
r_{yil}	2,01	2,01	2,01
h_{oy}	0,03	0,05	0,10
$H_{yil}^{(k)}$	1,43	1,80	3,14
P_k	0,3	0,5	0,2
$r_{yil}^{(k)}$	1,406	1,117	0,640
$D_{yil}^{(k)}$	812	234	-720

Javob. Mijozning kutilgan real daromadi 246 600 so‘m.

6.2-§. Foiz stavkasini indeksatsiya qilish

Faraz qilaylik K_o miqdordagi pul n oyga bank depozitiga j oylik murakkab foiz stavkasi bilan qo‘yilgan bo‘lsin.

$$j = \frac{i}{12}$$

Bu yerda: i- yillik nominal foiz stavkasi. Bundan tashqari oylik inflyatsiya sur`ati h birlikni tashkil qilsin, deb faraz qilamiz.

Ma'lumki, inflyatsiya sur`ati nazarga olinmaganda n oyda ustama foiz hisobiga oshgan jamg'armaning miqdori

$$K_n=K_0(1+j)^n$$

qiymatga teng bo'ladi. Agar inflyatsiya nazarga olinsa bu miqdorning real qiymati

$$K_n(h)=K_0\frac{(1+j)^n}{(1+h)^n}\ . \qquad (6.9)$$

formula orqali topiladi. Bu formuladan ko'rinadiki, agar $h=j$ bo'lsa, u xolda jamg'armaning dastlabki K_0 qiymati saqlanadi, ya`ni $K_n=K_0$ bo'ladi. Arap $h>j$ bo'lsa, u holda $K_n<K_0$ bo'ladi. Demak, jamg'armaning qiymati kamayadi. Iqtisodiyotdagi bunday holat «***kapitalning erroziyalanishi***» deb ataladi. Agar $h<j$ bo'lsa, u holda jamg'armaning qiymati n oyda ma'lum bir miqdorga oshadi. Bu miqdor rejalashtirilgan miqdorga teng bo'lishini ta'minlash uchun dastlabki K_0 jamg'armani yoki foiz stavkasini indeksatsiya qilinadi, ya`ni ularning qiymati «***inflyatsiya mukofoti***» miqdoriga oshiriladi.

Masalan, agar j - dastlabki foiz stavkasi (netto stavka) bo'lib, r inflyatsiya nazarga olib o'zgartirilgan foiz stavkasi (brutto stavka) bo'lsa, u holda jamg'armaniig n oydagi real qiymati $K_n(h)$ bilan nominal qiymati K_n o'zaro teng bo'lishi uchun o'sish koeffitsiyentini quyidagicha o'zgartirish kerak.

$$1+r=(1+j)(1+h)$$

Bundan

$$r=j+h+jh\,. \qquad (6.10)$$

Agar j va h yetarli darajada kichik miqdorlar bo'lsa, u holda brutto foiz stavkasi sifatida

$$r\approx j+h. \qquad (6.11)$$

miqdorni qabul qilish mumkin. Bu holda mablag‘ning real qiymati

$$K_n(h) = K_0(1+r)^n \ , \qquad (6.12)$$

formula orqali topiladi.

(6.10) formula ***Fisher formulasi*** (Irving Fisher – amerikalik iqtisodchi) deb ataladi. Bu formuladagi $h+jh$ yig‘indi inflyatsiya oqibatida yo‘qotiladigan foydaning o‘rnini qoplash uchun foyda stavkasiga qo‘shiladigan miqdorni ko‘rsatadi. Bu miqdor «inflyatsiya mukofoti» deb ataladi. I. Fisher formulasi amaliyotda keng tarqalgan quyidagi xatoga yo‘l qo‘ymaslik zarurligini tavsiya etadi. Ko‘p hollarda inflyatsiyani nazarga oluvchi foiz stavkasini hisoblash uchun real foydalilik stavkasiga inflyatsiya sur`ati qo‘shiladi. Masalan, agar j=40% va h=150% bo‘lsa, u holda inflyatsiyani nazarga oluvchi foiz stavkasi sifatida

$$j+h=40+150=190\%$$

qabul qilinadi. Lekin jh ko‘paytmani nazarga olmaslik uchun j va h yetarli darajada kichik miqdorlar bo‘lishi kerak. Bizning holimizda

$$jh = 1{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}6;$$

ya`ni 60%.ga teng. Demak, bu holda inflyatsiyani nazarga oluvchi foiz stavkasi 190+60=250% ni tashkil qiladi. jh ko‘paytmani nazarga olmaslik oqibatida olinadigan foydaning chorak qismiga yaqinini yo‘qotish mumkin.

Agar K_o dastlabki mablag‘ni $H_n(h)=(1+h)^n$ baho indeksi yordamida indeksatsiya qilinsa, u holda n oy ichidagi jamg‘armaning miqdori quyidagiga teng bo‘ladi.

$$K_n(h)=K_0H_n(h)(1+j)^n=K_0(1+h)^n(1+j)^n=$$
$$=K_0[(1+h)(1+j)]^n= K_o(1+j+h+jh)^n=K_o(1+r)^n, \qquad (6.13)$$

Demak, bundan ko‘rinadiki, foiz stavkasini yoki dastlabki mablag‘ni indeksatsiya qilish oqibatida bir xil natijaga ega bo‘lish mumkin.

1- masala. Bank depozitiga qo‘yilgan dastlabki mablag‘ 20000 so‘mni tashkil qiladi. Yillik foiz stavkasi 0,08 ga teng. Yillik inflyatsiya sur`ati 0,03 ga teng.

1) inflyatsiyani nazarga olmagan va olgan xollar uchun 3 yildagi jamg‘armaning yig‘ma miqdorini aniqlang;
2) brutto stavkani toping;
3) brutto stavka yordamida jamg‘armaning oshirilgan qiymatini toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, dastlabki mablag‘ K_0=20000 yillik foiz stavkasi i=0,08; inflyatsiya sur`ati h=0,03. Agar inflyatsiya nazarga olinmasa, u holda 3 yildagi foiz to‘lovi hisobiga oshgan mablag‘ miqdori

$$K_3=K_0(1-i)^3=20000(1+0,08)^3=20000\cdot 1,26=25200$$

so‘m bo‘ladi.

K_3 ning inflyatsiya nazarga olingandagi real qiymati

$$K_3(h)=K_0\frac{(1+i)^3}{(1+h)^3}=20000\frac{(1+0,08)^3}{(1+0,03)^3}=23100$$

so‘m bo‘ladi.

Yillik foiz stavkasi i=0,08 va inflyatsiya sur`ati h=0,03 kichik sonlar bo‘lganligi uchun brutto foiz stavkasi uchun

$$r=i+h$$

tenglik o‘rinli deb qabul qilish mumkin. Demak,

$$r=0,08+0,03=0,11.$$

U holda brutto foiz stavkasi yordamida hisoblangan 3 yilda oshgan mablag‘ miqdori

$$K_3=K_0(1+r)^3=20000(1+0,11)^3=27400.$$

so‘m bo‘ladi.

Javob. K_3=25200; $K_3(h)$=23100; r=0,ll; K_3=27400.

6.3-§. Inflyatsiyani nazarga oluvchi oddiy va murakkab foiz stavkalarini hisoblash

Endi inflyatsiyani nazarga oluvchi foiz stavkalarni hisoblash formulalarini aniqlaymiz.

Faraz qilaylik, n- ustama foiz hisoblash muddati (yillar bilan hisoblanadi), i_h- inflyatsiyani nazarga oluvchi oddiy foiz stavkasi K_0- dastlabki mablag‘ miqdori bo‘lsin. U holda n yil ichida ustama foiz hisobiga oshgan jamgarmaning miqdori quyidagi formula orqali topiladi:

$$K_n(h)=K_0(1+ni_h), \qquad (6.14)$$

Agarda inflyatsiyani nazarga olib hisoblangan jamg‘armaning yig‘ma miqdori indeksatsiya qilinsa, u holda quyidagi tenglikka ega bo‘lish mumkin:

$$K_n(h)=K_0(1+ni)(1+h), \qquad (6.15)$$

(6.14) va (6.15) tenglamalarlan xulosa qilib quyidagi ekvivalentlik tenglamasi deb ataluvchi tenglamani hosil qilish mumkin.

$$(1+ni_h)=(1+ni)(1+h).$$

Bundan inflyatsiyani nazarga oluvchi oddiy foiz stavkasini topish formulasini chiqarish mumkin.

$$i_n=\frac{(1+ni)(1+h)-1}{n}; \qquad (6.16)$$

Oddiy hisob stavkasi uchun ekvivalentlik tenglamasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\frac{1}{1-nd_h}=\frac{1}{1-nd}(1+h), \qquad (6.17)$$

bu yerda d_h - inflyatsiyani nazarga oluvchi oddiy hisob stavkasi; d- inflyatsiya nazarga olinmagan holdagi oddiy hisob stavkasi. Bu tenglamadan inflyatsiyani nazarga oluvchi oddiy hisob stavkasini topish mumkin.

$$d_n = \frac{1}{n} - \frac{1-nd}{n(1+h)}. \qquad (6.18)$$

Inflyatsiyani nazarga oluvchi murakkab foiz stavkasi bilan hisoblangan ustama foiz hisobiga n yil ichida oshgan jamg‘armaning miqdori

$$K_n(h)=K_0(1+j_h)^n, \qquad (6.19)$$

formula orqali topiladi. Bu yerda *n*- ustama foiz hisoblash davri; K_0- dastlabki mablag‘ miqdori; j_h- inflyatsiyani nazarga oluvchi murakkab foiz stavkasi. Shu bilan bir qatorda, yig‘ma jamg‘armani indeksatsiya qilish oqibatida quyidagiga ega bo‘lamiz.

$$K_n(h)=K_0(1+j)^n(1+h)^{n.} \qquad (6.20)$$

(6.19) va (6.20) tengliklardan quyidagi ekvivalentlik tenglamasini hosil qilamiz.

$$(1+j_h)^n = (1+j)^n(1+h_h) = (1+j)^n H_n(h). \qquad (6.21)$$

Bu tenglamadan inflyatsiyani nazarga oluvchi murakkab foiz stavkasini topish formulasini hosil qilamiz.

$$j_h = (1+j)\sqrt[n]{H_n(h)} - 1. \qquad (6.22)$$

Agar ustama foiz bir yilda m marta hisoblansa, u holda (6.22) formula quyidagi ko‘rinishda yoziladi:

$$j_h = m\left[(1+\frac{j}{m})\sqrt[mn]{H_h(h)} - 1\right]. \qquad (6.23)$$

Xuddi shunday yo‘l bilan inflyatsiyani nazarga oluvchi murakkab hisob stavkasi va nominal murakkab hisob stavkalar uchun quyidagi formulalarni hosil qilish mumkin:

$$d_h = 1 - \frac{1-d}{\sqrt[n]{(1+h)^h}} = 1 - \frac{1-d}{\sqrt[n]{H_n(h)}}; \tag{6.24}$$

$$j_h = m\left[1 - \frac{j/m}{\sqrt[mn]{(1+h)^n}}\right] = m\left[1 - \frac{j/m}{\sqrt[mn]{H_n(h)}}\right]. \tag{6.25}$$

bu yerda d- inflyatsiya nazarga olinmagan holdagi murakkab hisob stavkasi, d_h- inflyatsiya nazarga olingandagi murakkab hisob stavkasi, j_h- inflyatsiyani nazarga oluvchi nominal murakkab foiz stavkasi; j- inflyatsiya nazarga olinmagandagi nominal murakkab foiz stavkasi.

Yuqorida hosil qilingan (6.16), (6.18), (6.22), (6.23), (6.24), (6.25) formulalar dastlabki foiz stavkasi va inflyatsiya oqibatida yuz berishi mumkin bo‘lgan zararni oldini oluvchi oddiy, murakkab va hisob foiz stavkalarini topishga yordam beradi. Bu formulalar yordamida moliya operatsiyalarining real daromadini hisoblash mumkin. Masalan, i oddiy foiz stavkasi, h inflyatsiya sur`ati ma’lum bolganda inflyatsiyani nazarga oluvchi moliya operatsiyasining foydalilik darajasi

$$i = \frac{ni_h + 1 - H_n(h)}{nH_n(h)} \tag{6.26}$$

formula orqali topiladi.

Inflyatsiyani nazarga oluvchi murakkab foiz stavkasi hamda inflyatsiya sur`ati ma’lum bo‘lgandagi moliya operatsiyasining foydalilik darajasi

$$j = \frac{1+j_h}{\sqrt[n]{(1+h)^n}} - 1 = \frac{1+j_h}{\sqrt[n]{H_n(h)}} - 1 \tag{6.27}$$

formula orqali topiladi.

Agar ustama foiz yiliga m marta murakkab foiz stavkasi bilan hisoblansa va inflyatsiya sur`ati h ma’lum bo‘lsa, u holda moliya operatsiyasining foydalilik darajasi quyidagi formula yordamida topiladi.

$$j = m\left[\frac{\frac{j_h}{m}+1}{\sqrt[mn]{H_n(h)}} - 1\right], \qquad (6.28)$$

(6.27) formuladan ko‘rinadiki,

$$j = \frac{1+j_h}{(1+h)} - 1.$$

Agar bu tenglikda $j_h=h$ bo‘lsa, u holda $j=0$ bo‘ladi, ya`ni agar murakkab foiz stavkasi inflyatsiya sur`atiga teng bo‘lsa, u holda moliya operatsiyasidan olinadigan daromad 0 ga teng bo‘ladi.

Agar $j_h<h$ bo‘lsa, u holda $j<0$ bo‘ladi. Demak, bu holda moliya operatsiyasi zararga olib keladi.

Agar $j_h>h$ bo‘lsa, u holda $j>0$ bo‘ladi. Demak, bu holda moliya operatsiyasi real foyda keltiradi.

2-masala. 50000 so‘mlik kredit 2 yilga berilgan. Operatsiyaning murakkab foiz stavkasi bilan hisoblangan yillik real foydaliligi 20% ni tashkil qiladi. Inflyatsiyaning kutilgan sur`ati 1 yilda 150% ni tashkil qiladi. Inflyatsiyani nazarga oluvchi o‘sish koeffitsiyentini, murakkab foiz stavkasini va 2 yilda ustama foiz hisobiga oshgan mablag‘ miqdori topilsin.

Yechish. Masalaning berilishiga ko‘ra: h=1,5, n=2, j=0,2, K_0=50000.

Inflyatsiya indeksini va o‘sish koeffitsiyentini topamiz:

$H_2(h)=(1+h)^2=(1+1,5)^2=6,25;$

$(1+j)^2(1+h)^2=(1+0,2)^2 \cdot 6,25=9.$

Inflyatsiyani nazarga oluvchi murakkab foiz stavkasini (6.22) formula asosida topamiz.

$$j_h = (1+j)\sqrt{H_2(h)} - 1 = (1+0,2)\sqrt{625} - 1 = 2$$

yoki j_h=200% .

2 yilda oshgan mablag‘ miqdorini topamiz.

$K_2(h)=K_0(1+j_h)^2$=50000(l+2)^2=450000.

Javob. 9; 200%; 450000.

3-masala. 20 000 000 so‘mlik kredit 3 yilga 8% nominal foiz stavkasi bilan berilgan. Agar ustama foizlar har chorakda hisoblansa hamda inflyatsiya sur`ati 9% bo‘lsa, u holda inflyatsiyani nazarga oluvchi nominal foiz stavkasi, 3 yilda oshirilgan mablag‘ miqdori qanday bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra: h=0,09, n=3, m=4, j=0,08, K_0=20 000 000.

Inflyatsiya indeksini topamiz:

$H_3(h)$=(l+0,09)^3=1,295.

(6.23) formulaga asosan inflyatsiyani nazarga oluvchi nominal foiz stavkasini topamiz:

$$j_h = 4\left[\left(1+\frac{0,08}{4}\right)\sqrt[12]{1,295}-1\right] = 0,36.$$

yoki j_h=36%.

Oshgan mablag‘ miqdorini aniqlaymiz.

$K_3(h)$=2000000 (1+0,36)^3=5030912.

Javob: 36%; 5030912 so‘m.

4-masala. K_o miqdordagi kredit yarim yilga 20% hisob stavkasi bilan berilgan. Agar inflyatsiya indeksi 1,4 birlikni tashkil qilsa, inflyatsiyani nazarga oluvchi hisob stavkasini toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra,

n=0.5; d=0,2; $H_h=1+h$=1,4

(6.18) formuladan foydalanib topamiz:

$$d_n = \frac{nd + H_h - 1}{nd} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}2 + 1{,}4 - 1}{0{,}5 \cdot 1{,}4} = 0{,}714$$

yoki d_n=71.4%.

5-masala. Kredit 2 yilga 180% murakkab nominal foiz stavkasi bilan berilgan. Agar oylik inflyatsiya sur`ati 8% bo‘lib, ustama foiz har chorakda hisoblansa, u holda bu moliya operatsiyasining real foydaliligini aniqlang.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, n=2; m=4; h=0,08.

Nominal foiz stavkasini inflyatsiyani nazarga oluvchi murakkab foiz stavkasi deb qabul qilamiz. U holda

$$j=j_h=1{,}8$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi. Inflyatsiya indeksini topamiz:

$$N_2(h) =(1+h)^{24}=(1+0{,}08)^{24} =6{,}34.$$

Moliya operatsiyasining foydaliligini (6.28) formula asosida topamiz:

$$j = m\left[\frac{\frac{j_h}{m}+1}{\sqrt[mn]{H_n(h)}} - 1\right] = 4\left[\frac{\frac{1{,}8}{4}+1}{\sqrt[8]{6{,}54}} - 1\right] = 0{,}6\,.$$

Javob. Moliya operatsiyasi 60% foyda keltiradi.

6-masala. Yillik inflyatsiya sur`ati 80% ni tashkil qiladi. K_o miqdordagi mablag‘ bank depozitiga 1 yilga 50% yillik nominal foiz stavkasi bilan qo‘yilgan bo‘lsa hamda foiz to‘lov har oyda hisoblansa, bu moliya operatsiyasining foydaliligi qanday bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, h=0.8; j_h=0.5; m=12; $H_h=1+h$=1+0,8=1,8

Yuqoridagi (6.28) formuladan foydalanamiz va moliya operatsiyasining foydaliligini hisoblaymiz:

$$j = 12\left[\frac{\frac{0,5}{12}+1}{\sqrt[12]{1,8}} - 1\right] = -0,095.$$

Javob. Moliya operatsiyasi 9,5% zarar keltiradi.

6.4-§. Investitsiya loyihalarida inflyatsiyani hisoblash

Faraz qilaylik, investor bir xil foiz hisobiga ixtiyoriy me`yorda kredit olishi mumkin bo‘lsin hamda uning kredit olish imkoniyati cheksiz bo‘lsin. Investor kreditga pul olish yoki pul berishdan oldin narx-navoning va oylik ish haqining o‘sishi yoki kamayishi hisobiga to‘lov oqimlarining ayrim komponentlari inflyatsiya ta’siriga uchrashi mumkin ekanligi haqida tasavvurga ega bo‘lishi kerak. Masalan, oylik maosh muhim tovarlar bahosiga nisbatan sekinroq o‘sishi mumkin, lekin ba’zi investitsiya komponentlarining bahosi kuchli inflyatsiya sharoitida ham o‘zgarmay qolishi mumkin.

Faraz qilaylik, tahlil qilinayotgan investitsiya loyihasining ($0,T$) davrdagi barcha to‘lov oqimlariga inflyatsiya ta’sir etgan bo‘lsin hamda ushbu inflyatsiya sur`ati (inflyatsiya stavkasi) h bo‘lishi kutilayotgan bo‘lsin. Bundan tashqari hamma to‘lov oqimlari inflyatsiya stavkasi h ni nazarga olgan holda indeksatsiya qilinadi deb faraz qilamiz.

Agar $0=t_0<t_1<t_2< \ldots\ \ldots\ \ldots<t_n\leq T$ bosqichlarda to‘lovlar oqimi $C_{t0}, C_{t1}, \ldots, C_{tn}$ bo‘lib, daromadlar oqimi $R_{t0}, R_{t1}, \ldots\ \ldots\ \ldots, R_{tn}=R_t$ bo‘lsa, u holda bu parametrlar indeksatsiya qilingandan so‘ng quyidagi ko‘rinishga keladi.

$$C_{t_s}(h) = (1+h)^{t_s} C_{t_s}, \quad s=1,\ldots,n; \qquad (6.29)$$

$$R_t(h) = (1+h)^t R_t, \qquad 0 \leq t \leq T.$$

Ma’lumki, to‘lovlar oqimining boshlang‘ich t_0 davrga i foiz stavkasi bilan keltirilgan sof joriy bahosi (5.12) formulaga asosan quyidagi ko‘rinishga ega.

$$W=\sum_{t=1}^{t}R_t\frac{1}{(1+i)^t}-\sum_{s=1}^{s}C_{t_s}\frac{1}{(1+i)^{t_s}}-C_0. \qquad (6.30)$$

Arap to‘lovlar oqimi indeksatsiya qilinsa, u holda to‘lovlar oqimining boshlang‘ich davrga keltirilgan i foiz stavkasidagi bahosi quyidagiga teng bo‘ladi.

$$W(h)=\sum_{t=1}^{t}R_t(h)\frac{1}{(1+i)^t}-\sum_{s=1}^{s}C_{t_s}(h)-\frac{1}{(1+i)^{t_s}}-C_0 \qquad (6.31)$$

teng bo‘ladi. Bu tenglikni (6.29) belgilashlardan foydalanib quyidagicha yozish mumkin.

$$W(h)=\sum_{t=1}^{t}R_t\frac{(1+h)^t}{(1+i)^t}-\sum_{s=1}^{s}C_{t_s}\frac{(1+h)^{t_s}}{(1+i)^{t_s}}-C_0\ ,$$

yoki

$$W(h)=\sum_{t=1}^{t}R_t\frac{1}{(1+i_h)^t}-\sum_{s=1}^{s}C_{t_s}\frac{1}{(1+i_h)^{t_s}}-C_0 \qquad (6.32)$$

bu yerda

$$1+i_h=\frac{1+i}{1+h}\ . \qquad (6.33)$$

Bundan

$$i_h=\frac{1+i}{1+h}-1=\frac{i-h}{1+h}. \qquad (6.34)$$

Ushbu kattalikni inflyatsiyani nazarga oluvchi foiz stavkasi deb qabul qilamiz. Agar $h < i$ bulib, h va i lar etarli darajada kichik (0.05-0.10 sonlardan oshmasa) bo‘lsa, u holda

$i_h=i - h$

deb qabul qilish mumkin.

(6.31) formulaning o‘ng tomoni indeksatsiya qilingan tushumlar va xarajatlar orasidagi farqning (to‘lov oqimlari bahosining) i foiz stavkasi bilan boshlang‘ich t_0 bosqichga keltirilgan qiymatini bildiradi. Uni $NPV_h(t)$ bilan belgilaymiz. (6.32) tenglikning o‘ng tomoni esa indeksatsiya qilingan i_h foiz stavkasi bilan t_0 bosqichga keltirilgan tushumlar va xarajatlar orasidagi farqni ko‘rsatadi. Uni $NPV_h(i_h)$ bilan belgilaymiz. Demak, (6.31) va (6.32) formulalardan

$$NPV_h(i) = NPV_h(i_h) \qquad (6.35)$$

tenglik o‘rinli ekanligi ko‘rinadi. Bu tenglikning chap tomonidagi ichki foydalilik darajasini $i_o(h)$ bilan, o‘ng tomondagisini esa i_0 bilan belgilaymiz. U holda (6.34)ga asosan

$$i_0 = \frac{i_0(h) - h}{1 + h}.$$

Bundan

$$i_o(h) = i_o(1 + h) + h. \qquad (6.36)$$

Bu yerda i_0 - loyihaning inflyatsiyani hisobga olmagandagi foydalilik stavkasi, $i_o(h)$ - inflyatsiyani nazarga olgandagi foydalilik stavkasi. Agar $i_0(h)$ etarli darajada kichik bo‘lsa, u holda

$$i_0(h) = i_0 + h$$

deb qabul qilish mumkin.

1-masala. Investor 1 000 000 so‘m pulni 15% yillik foiz stavkasi bo‘yicha investitsiyalashtirib 2 000 000 so‘m foyda olmoqchi bo‘lsin. Agar yillik inflyatsiya sur`ati 10% bo‘lsa, u holda inflyatsiyani nazarga oluvchi foiz stavkasini hamda investorning olishi mumkin bo‘lgan real daromadini aniqlang.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, C_0=1 000 000, i = 0,15; h = 0,10; R =2 000 000.

(6.34) formuladan foydalanib topamiz:

$$i_h = \frac{1+i}{1+h} - 1 = \frac{0{,}15 - 0{,}10}{1+0{,}1} = \frac{0{,}05}{1{,}1} = 0{,}045\ .$$

Endi (6.32) formuladan foydalanamiz:

$$W(h) = \frac{R}{1+i_h} - C_0 = \frac{2000000}{1+0{,}045} - 1000000 = 913875{,}5.$$

Javob: 0.045; 913875,5 so‘m.

2-masala. 1- misoldagi ma’lumotlar asosida inflyatsiyani nazarga oluvchi ichki foydalilik darajasini toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, C_0=1 000 000, i = 0,15, h =0,10, R =2 000 000, n=1.

(5.4) formulaga asosan inflyatsiya nazarga olinmagandagi foydalilik stavkasini quyidagi formula orqali topamiz.

$$i_0 = \frac{R}{C_0} - \frac{R}{C_0(1+i)^n}$$

Masalaning shartiga ko‘ra, n = 1 ekanligini nazarga olib topamiz:

$$i_0 = \frac{2000000}{1000000} - \frac{2000000}{1000000\,(1+0{,}15)} = 0{,}26.$$

Inflyatsiyani nazarga oluvchi foydalilik stavkasini (6.36) formuladan foydalanib topamiz.

$i_0(h) = i_0\,(1 + h) + h$ = 0,26(1+0,1) + 0,1=0,386.

Javob: 0,386.

3-masala. Investitsiyaga sarf qilingan boshlang‘ich kapital 3000000 so‘m bo‘lib, keyingi 5 yilning har birida yana 1000000 so‘mdan xarajat sarf qilinsin. Investitsiyadan olinadigan daromadlar oqimi esa har yili 1700000 so‘mdan iborat bo‘lsin. Agar yillik foiz stavkasi 15% va yillik inflyatsiya sur`ati 10% ni tashkil etsa, investitsiyadan olinadigan sof joriy daromadni inflyatsiyani nazarga olgan holda topilsin.

Yechish. Masalaning berilishiga ko‘ra, C_0=300000; C_1=1000000; C_3=1000000; C_4=1000000; C_5=1000000; $R_1=R_2=R_3=R_4=R_5$=1700000; i=15%=0,15; h=10%=0,1.

Inflyatsiyani nazarga oluvchi kirimlar va chiqimlar oqimini hisoblaymiz.

$$R_t(h) = R_t(1+h)^t; \qquad C_t(h) = (1+h)^t C_t .$$

$R_1(h)$ =(1+0.1)1700000=1870000;
$R_2(h)$ =(1+0.1)^{2}1700000=2057000;
$R_3(h)$ =(l+0.1)^{3}1700000=2262700;
$R_4(h)$ =(l+0.1)^{4}1700000=2488970;
$R_5(h)$ =(l+0.1)^{5}1700000=2737867;
$C_1(h)$=(1+0.1)1000000=1100000;
$C_2(h)$ =(1+0.1)^{2}1000000=1210000;
$C_3(h)$ =(1+0.1)^3 1000000=1331000;
$C_4(h)$ =(l+0.1)^{4}1000000=1464100;
$C_5(h)$ =(l+0.1)^{5}1000000=1610510.

So‘ngra investitsiyaning sof joriy bahosini topamiz.

$$W(h)=\frac{R_1(h)}{1+i}+\frac{R_2(h)}{(1+i)^2}+\frac{R_3(h)}{(1+i)^3}+\frac{R_4(h)}{(1+i)^4}+\frac{R_5(h)}{(1+i)^5}-$$

$$-\frac{C_1(h)}{(1+i)}-\frac{C_2(h)}{(1+i)^2}-\frac{C_3(h)}{(1+i)^3}-\frac{C_4(h)}{(1+i)^4}-\frac{C_5(h)}{(1+i)^5}-C_0;$$

$W(h)$=162687+1555387,5+1487737,5+1423081,7+1361174,8-
-95652-91493,8-875139,7-7107-800691-
3000000=69075,2.

Javob. Sof joriy daromad 69075,2 so‘m.

Tayanch so‘z va iboralar
Inflyatsiya indeksi, inflyatsiya sur’ati, inflyatsiya mukofoti, foiz stavkasini indeksatsiya qilish, kapitalning erroziyalanishi, Fisher formulasi.

Nazorat savollari

1. Inflyatsiya nima?
2. Inflyatsiya indeksi va inflyatsiya sura’tini ta’riflang.
3. Yalpi milliy mahsulot (YaMM) uchun inflyatsiya indeksi qanday hisoblanadi?
4. Agar oylik inflyatsiya indeksi ma’lum bo‘lsa bir yillik inflyatsiya indeksi qanday topiladi?
5. Inflyatsiya sura’ti nazarga olinadigan *n* oyda ustama foiz hisobiga oshgan mablag‘ miqdori qanday formula orqali topiladi?
6. Fisher formulasi qanday?
7. “Inflyatsiya mukofoti” nima?
8. Foiz stavkasi qanday indeksatsiya qilinadi?
9. Inflyatsiyani nazarga oluvchi oddiy foiz stavkasi qanday topiladi?
10. Inflyatsiyani nazarga oluvchi murakkab foiz stavkasi qanday formula yordamida topiladi?
11. Oddiy foiz stavkasi va inflyatsiya sura’tini nazarga oluvchi moliya operatsiyasining foydalilik darajasi qanday topiladi?
12. Murakkab foiz stavkasi va inflyatsiya sur`atini nazarga oluvchi moliya operatsiyasining foydalilik darajasi qanday topiladi?
13. Investitsiya loyihalarida inflyatsiya qanday hisoblanadi?
14. To‘lovlar oqimi qanday indeksatsiya qilinadi?
15. Inflyatsiyani nazarga oluvchi foiz stavkasi qanday topiladi?
16. Investitsiyaning foydalilik indeksi qanday indeksatsiya qilinadi?

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. Agar oylik inflyatsiya indeksi 0,05 bo‘lsa, u holda 6 oydagi inflyatsiya indeksi qanday bo‘ladi?

2. Agar har oyda inflyatsiya sur`ati 8% bo‘lsa, u holda 1 yilga qarz beruvchi shaxs qanday foiz stavkasini tanlanganda zarar ko‘rmaydi?

3. A shaxs 500000 so‘m pulni 5% oylik murakkab foiz stavkasi bilan bank depozitiga qo‘ygan. Agar oylik inflyatsiya sur`ati 0,04 bo‘lsa, u holda bu shaxsning 1 yildagi real daromadi qancha bo‘ladi?

4. Jadvalda turli yillardagi narxlar indeksi keltirilgan

Yillar	**Narx indeksi**	**Inflyatsiya sur`ati**
1	100	
2	112	
3	123	
4	129	

Har bir yil uchun inflyatsiya sur`atini toping.

5. Mijoz 1 yilga bankdan 500000 so‘m kredit oldi. Agar oylik foiz stavkasi 6% bo‘lib, oylik inflyatsiya sur`ati 0,03ga teng bo‘lsa, yilning oxirida mijozning bankka to‘lashi kerak bo‘lgan pul miqdorini inflyatsiyani nazarga olgan va olmagan xolda toping, brutto foiz stavkasini aniqlang hamda brutto foiz stavkasi yordamida bir yilda yig‘ilgan ja’mi qarz miqdorini aniqlang.

6. Bank depozitiga 100000 so‘m miqdorda pul qo‘yilgan. Arap yillik murakkab foiz stavkasi 0,1 bo‘lib, yillik inflyatsiya sur`ati 0,06 bo‘lsa, u holda 5 yildan keyin mablag‘ning foiz stavkasi hisobiga oshirilgan qiymatini inflyatsiyani nazarga olgan holda toping.

7. Bank depozitiga 400000 so‘m pul 0,06 oylik murakkab foiz stavkasi bilan qo‘yilgan. Agar oylik inflyatsiya sur`ati 0,03 birlikni tashkil qilsa, bir yilda oshirilgan jamg‘armaning real qiymatini toping.

8. Bank depozitiga 200000 so‘m pul 0,07 yillik foiz stavkasi bilan 2 yilga qo‘yilgan. Agar yillik inflyatsiya indeksi 0,05 bo‘lsa:

a) jamg‘armaning inflyatsiyani nazarga olmagandagi miqdorini toping

b) inflyatsiyani nazarga olgandagi jamg‘arma miqdorini aniqlang

c) brutto foiz stavkasini toping

d) brutto stavkasi bilan hisoblangan jamg‘armaning yig‘ma miqdorini toping.

9. K_o miqdoridagi kredit 2 yilga 50 % hisob stavkasi bilan berilgan. Agar inflyatsiya indeksi 1,2 birlikni tashkil etsa, inflyatsiyani nazarga oluvchi hisob stavkasi qanday bo‘lishi kerak?

10. 50000 so‘m pul 2 yilga 80 % nominal foiz stavkasi bilan bank depozitiga qo‘yilgai. Arap ustama foiz har chorakda hisoblansa hamda yillik inflyatsiya sur`ati 8% bo‘lsa, u holda inflyatsiyani nazarga oluvchi nominal foiz stavkasi hamda 2 yilda oshgan mablag‘ miqdori qanday bo‘ladi?

11. Investor 500000 so‘m pulni 25% foiz stavkasi bilan iivestisiyalashtirib, 1 yilda 1000000 so‘m daromad olmoqchi. Agar yillik inflyatsiya sur`ati 20% bo‘lsa, u holda inflyatsiyani nazarga oluvchi foiz stavkasi va investorning olishi mumkin bo‘lgan real daromadini aniqlang.

12. Agar investitsiyaga sarflangan dastlabki kapital mablag‘i miqdori 1000000 so‘m bo‘lib foiz stavkasi 30%, yillik inflyatsiya sur`ati 10% ni tashkil qilsa hamda mo‘ljallangan daromad 1000000 so‘mni tashkil qilgan bo‘lsa, u holda inflyatsiyani nazarga oluvchi va olmagandagi ichki foydalilik normasi (stavkasi)ni toping.

13. Investitsiyaga birinchi yil 2000000 so‘m, ikkinchi, uchinchi va to‘rtinchi yillarda 1500000 so‘mdan sarf qilinsin. Daromadlar oqimi esa 2200000, 2500000, 3000000 va 2000000 so‘mdan iborat bo‘lsin. Agar yillik foiz stavkasi 20% va yillik inflyatsiya sur`ati 12% bo‘lsa, inflyatsiyani nazarga oluvchi va olmagan holdagi ichki foydalilik normasi (stavkasi)ni toping.

VII bob. Moliyaviy risklarni tahlil qilish va baholash

7.1. -§. Moliyaviy risklar haqida asosiy tushunchalar

Deyarli barcha moliyaviy operatsiyalar noaniqlik sharoitida amalga oshiriladi. Shu sababli ularning natijalarini aniq aytib bo‘lmaydi. Ular foydali ham, zararli ham bo‘lishi yoki kutilgan darajada daromad keltirmasligi ham mumkin. Shu sababli ***moliyaviy operatsiyalar riskli*** deyiladi. Risk(tavakkalchilik) tushunchasi ko‘p qirrali bo‘lib, uning turli ma’noda ishlatilishi kuzatilgan. Moliyaviy operatsiyalarda risk tasodifiy faktorlar ta’siri ostida ro‘y beradigan ayrim yo‘qotish(zarar) sifatida aniqlanadi.

Moliyaviy operatsiyalar risk bilan bog‘liq ekan, demak, undan aziyat chekuvchi, ya`ni oqibatda zarar ko‘ruvchi shaxs ham mavjud bo‘ladi. Bunday shaxsni ***yechim qabul qiluvchi shaxs (YQQSh)*** deb ataymiz. YQQSh bank hisobiga, qandaydir moliyaviy operatsiyaga yoki qimmatbaho qog‘ozlarga pul sarf qiluvchi investor bo‘lishi mumkin.

Agar moliyaviy operatsiya YQQSh uchun teng kuchli bo‘lmagan bir necha natijalarga olib kelsa, u holda bunday operatsiya ***riskli*** deyiladi.

Odatda, moliyaviy operatsiyalarning natijalari YQQShga keltiradigan daromadlari bilan farqlanadi.

Masalan, 3 xil Q_1, Q_2, Q_3 moliyaviy operatsiyalar berilgan bo‘lib, ular 2 xil A va B natijalarga olib kelsin.

Natijalar / Operatsiyalar	A	B
Q_1	-5	25
Q_2	-10	50
Q_3	15	20

Jadvalda keltirilgan operatsiyalar, 2 xil natijaga olib kelganligi sababli, riskli bo‘ladi. Masalan, Q_1 va Q_2 operatsiyalar natijasida olinadigan o‘rtacha daromad manfiy ishorali bo‘lishi, ya`ni ular ma’lum darajada yo‘qotishga olib kelishi mumkin. Lekin Q_3 operatsiya nima uchun riskli ekanligini ko‘ramiz. Ushbu operatsiya natijasi A va B holatlarning ikkalasida ham musbat. Bunda risk 20 birlik daromad olish mumkin bo‘lgan holda 15 birlik daromad olgani uchun 5 birlik yo‘qotish (risk)ga yo‘l qo‘yiladi.

Odatda, moliyaviy operatsiyalarning natijalari daromad va risk nuqtai nazaridan baholanadi. Bunday baholash usullarining ayrimlarida moliyaviy operatsiyaning natijalari foyda va risk matritsalari ko‘rinishida ifodalanadi. Foyda matritsasi quyidagi yo‘l bilan tuziladi.

Deylik, YQQSh operatsiya bo‘yicha mumkin bo‘lgan $i=1,2,...,m$ yechimlardan birini qabul qilishi mumkin bo‘lsin. Ushbu yechimlarga ta’sir etuvchi $j=1,2,...,n$ ta holatlar (faktorlar) mavjud bo‘lsin, deb faraz qilamiz. Agar YQQSh j - holatda i- yechimni qabul qilsa, uning foydasi q_{ij} birlikka teng bo‘ladi. Demak, u holda foydalar matritsasi yoki tushumlar matritsasi

$$Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1j} & \dots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2j} & \dots & q_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{i1} & q_{i2} & \dots & q_{ij} & \dots & q_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{m1} & q_{m2} & \dots & q_{mi} & \dots & q_{mn} \end{pmatrix} \qquad (7.1)$$

ko‘rinishda bo‘ladi. Ushbu matritsa yordamida risklar matritsasi quyidagicha tuziladi:

(7.1) matritsaga ko‘ra, agar YQQSh i- yechimni tanlasa, u j- holatda q_{ij} yotuqqa ega bo‘ladi. Ushbu yechimni riskli ekanligini isbotlaymiz. Bizga real holat noma’lum. Agar u ma’lum bo‘lganda unga eng katta foyda keltiruvchi yechimni tanlash kerak bo‘lar edi, ya`ni

$$q_j = \max_i q_{ij} \qquad (7.2)$$

natijani beruvchi variantni tanlagan bo‘lar edik. Biz q_{ij} foyda keltiruvchi i- yechimni qabul qilib, $r_{ij}=q_j-q_{ij}$ yo‘qotishga(riskga) yo‘l qo‘ydik. Demak, risk matritsasi quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$R=(r_{ij}), \qquad r_{ij} = \max_i q_{ij} - q_{ij}, \qquad (7.3)$$

1-masala. Quyida keltirilgan daromad matritsasidan foydalanib, risk matritsasini tuzing.

$$Q = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 12 \\ 8 & 5 & 3 & 10 \\ 1 & 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

Yechish. Barcha *j=1,2,3,4* holatlar uchun maksimal daromad keltiruvchi yechimni aniqlaymiz.

$$q_1 = \max_i q_{i1} = \max(5;\ 2;\ 8;\ 1) = 8;$$
$$q_2 = \max_i q_{i2} = \max(2;\ 3;\ 5;\ 4) = 5;$$
$$q_3 = \max_i q_{i3} = \max(8;\ 4;\ 3;\ 2) = 8;$$
$$q_4 = \max_i q_{i4} = \max(4;\ 12;\ 10;\ 8) = 12.$$

So‘ngra (7.3) formula asosida risk matritsasi elementlarini topamiz.

$$R = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 & 8 \\ 6 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \\ 7 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

Bank-kredit va moliyaviy amaliyotda risklarni boshqarishda ko‘proq sifat usullari ishlatiladi. Sifat usullari bilan yechiladigan masalalardan biri ***kredit riskini kamaytirish*** usulidir.

Bank tomonidan mijozga kredit berish jarayoni berilgan kreditni qaytmaslik riski bilan bog‘liq bo‘ladi. Banklardagi kredit bo‘limlari mijozlar tomonidan olingan kreditning qaytarilishini ta’minlash va qaytarilmaslik riskini kamaytirish yo‘llari bilan shug‘ullanadi. Kredit riskini kamaytirish uchun banklarning kredit bo‘limlari tomonidan quyidagi ishlar doimo amalga oshirilib boriladi:

1) kredit bo‘limi har bir kredit va uni olgan mijozning faoliyati haqida axborotlarni yig‘ib, ularni jismoniy shaxs, davlat organlari, korxonalar va boshqa banklarga ajratib tahlil qilib boradi;

2) mijozlarning kredit sarfi bo‘yicha faoliyati haqida axborotlarni uzluksiz ravishda yig‘ib, ularni baholab boradi;

3) kredit bo‘limi mijozlarning kredit tarixini o‘rganadi, kreditni qaytarish imkoniyatini tahlil qiladi. Agar mijoz bankdan iborat bo‘lsa, uning balansi kuzatiladi, agar mijoz korxonadan iborat bo‘lsa, uning ishlab chiqarish va mahsulotlarini realizasiya qilish imkoniyatlari, rivojlanish istiqbollari kuzatiladi va baholanadi;

4) jismoniy shaxslarga berilgan kreditlarning qaytarilishini ta’minlash maqsadida ular biror-bir narsani garovga qo‘yish yo‘li bilan beriladi. Agar mijoz ma’lum bir sabablarga ko‘ra olingan kreditni qaytara olmasa, u holda bank garovga qo‘yilgan narsaga ega bo‘ladi;

5) banklar tomonidan berilgan kreditning qaytarilishini sug‘urtalash yo‘li bilan ham hal qilinadi;

6) Markaziy bank tomonidan o‘rnatilgan yana bir qancha chora-tadbirlar ishlab chiqilgan bo‘lib, banklar mijozlarga kredit berish jarayonida ularga amal qilishi lozim.

Sifat usullari bilan hal qilinadigan masalalardan yana biri banklarning ***likvidsizlik va to‘lov qobiliyatini yo‘qotish risklarini kamaytirish***dan iborat. Agar bank o‘zini har qanday mijoziga kerakli mablag‘ni o‘z vaqtida hech qanday qiyinchiliksiz to‘lab berish qobiliyatiga ega bo‘lsa, uning aktivi (mablag‘i) ***likvidli*** deyiladi. Agar bank o‘z mijoziga bunday xizmat qila olmasa, uning aktivlari ***likvidsiz*** deyiladi.

Aktivlarning likvidsizligi banklar uchun ma’lum darajada yo‘qotishlarga olib keladi. Chunki bank o‘z mijozlarining talablarini qondirish uchun boshqa banklardan yuqori foiz stavkasi bilan qarz olishiga to‘g‘ri keladi. Demak, likvidsizlik riskini kamaytirish masalasi banklar oldida turgan asosiy vazifalardan biri hisoblanadi.

Banklarning barcha aktivlari 3 xil guruhga ajratiladi:

1) birinchi darajali likvidli aktivlar (g‘aznadagi naqd pul; bankning Markaziy bankdagi korrespondentlik hisob varag‘i; qimmatbaho qog‘ozlar; katta ishonchli bank veksellari va boshqalar);

2) likvidli aktivlar (bank hisobiga tushishi kutilgan qisqa muddatli to‘lovlar, tezkorlik bilan uncha katta bo‘lmagan xarajatlar hisobiga sotiladigan qimmatbaho qog‘ozlar va boshqalar);

3) likvidsiz aktivlar (muddati o‘tgan kreditlar, ishonchli bo‘lmagan pullar, bankning bino va boshqa inshootlari).

Likvidsizlik riskini tahlil qilishda, asosan, birinchi darajali likvidli mablag‘lar nazarda tutiladi.

Agar bank barcha mijozlaridan olgan barcha qarzlarini to‘lash qobiliyatiga ega bo‘lmasa, u to‘lovga ***qobiliyatsiz*** deyiladi. Markaziy bank tijorat banklarining to‘lov qobiliyatini himoyalash maqsadida qator talablar(shartlar) ishlab chiqqan. Tijorat banklari esa o‘zining to‘lov qobiliyatini yo‘qotmaslik uchun ularga amal qilishi zarur. Demak, banklarning likvidsizlik va to‘lovga qobiliyatsizlik riski doimo Markaziy bank nazoratida bo‘ladi.

Ko‘p hollarda moliyaviy risklarni oldini olish uchun ***forvard*** va ***f’yuchers*** bitimlaridan foydalaniladi. Forvard kelishuvlarida tomonlar orasida qimmatbaho qog‘oz yoki boshqa aktivlarni kelgusidagi aniq bir muddatda ko‘rsatilgan narxda ijro etish uchun bitim tuziladi.

F`yuchers bitimlari ham forvard bitimlaridan iborat bo‘lib, ulardan farqli ravishda u standartlashtirilgan va egasiz bo‘lib, u bilan birjalarda savdo qilinadi.

Forvard va f`yuchers bitimlari aniq bir maqsadni ko‘zlab, amalga oshirilgan bozorni oldindan ko‘ra bilish imkoniyatini yaratadi, bu esa, o‘z navbatida noaniqlik bilan bog‘liq bo‘lgan riskni kamaytiradi.

Yuqorida biz tanishgan sifat usullari moliyaviy va kredit operatsiyalarida ro‘y berishi mumkin bo‘lgan risklarni qandaydir ma’noda oldini olish yoki uni kamaytirish uchun mo‘ljallangan chora-tadbirlardan iborat. Lekin bunday usullar bilan moliyaviy operatsiyalarning riski uning o‘rtacha daromadiga qanday ta’sir qilishini, qanday yo‘l bilan moliya operatsiyalari sub`ektlarining daromadini maksimallashtirib, riskni minimallashtirish mumkin? degan savolga javob bermaydi. Bunday savolga moliyaviy operatsiyalar natijalarini miqdoriy baholashga asoslangan matematik usullargina javob berishi mumkin.

Moliyaviy bozor qatnashuvchilari tomonidan yechiladigan masalalarning yechimlari ikki xil: ***nazorat qilinuvchi*** va ***nazorat qilinmaydigan faktorlar***ga bog‘liq bo‘ladi. Nazorat qilinmaydigan faktorlar ham, o‘z navbatida, ***noaniq*** va ***ehtimolli faktorlar***ga bo‘linadi.

Noaniq faktorlar haqida hech qanday ma’lumot ham, ularning ehtimolli xarakteristikalari ham mavjud bo‘lmaydi. Bunday holatlarda risklarni baholashda ***"tabiat bilan o'yin"***ga asoslangan statistik yechimlar nazariyasidan foydalaniladi.

Ehtimolli faktorlarning esa ehtimolli xarakteristikalaridan taqsimot qonuni, daromad olish ehtimolligi va boshqalar ma'lum bo'ladi. Bunday holda risk ehtimolli kategoriya hisoblanadi hamda uni baholash uchun ehtimollar nazariyasi va matematik statistikaning asosoiy nazariyalaridan foydalaniladi.

7.2-§. Noaniqlik sharoitida moliyaviy risklarni baholash

Deylik, moliyaviy operatsiya to'la noaniqlikda o'tkazilayotgan bo'lsin. Bunda *i=1,2,…,m* yechimlardan bittasini tanlash uchun real *j*-holat *(j=1,2,…,n)* haqida hech qanday ma'lumot, hattoki, uning ehtimolligi haqida ham ma'lumot bo'lmaydi. Bunday holatda quyidagi mezonlar asosida yechim qabul qilinadi.

Vald mezoni. Ushbu mezon o'ta pessimistik mezon bo'lib, u eng yomon yechimlar orasida yaxshisini tanlashga asoslangan. Eng avval daromadlar matritsasi (7.1) ga murojaat qilamiz.

$$Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1j} & \cdots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2j} & \cdots & q_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ q_{i1} & q_{i2} & \cdots & q_{ij} & \cdots & q_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ q_{m1} & q_{m2} & \cdots & q_{mi} & \cdots & q_{mn} \end{pmatrix}$$

Agar YQQSh 1- yechimni qabul qilsa, u holda uning eng kam yotug'i (daromadi) $a_1 = \min_j q_{1j}$ bo'ladi. Agar u *i*- yechimni tanlasa, u holda uning eng kam daromadi $a_i = \min_j q_{ij}$ bo'ladi, va hokazo. Agar u *m*- yechimni tanlasa, uning eng kam daromadi $a_m = \min_j q_{mj}$ bo'ladi. YQQSh o'z daromadini maksimallashtirish uchun quyidagi

$$a_{i0} = \max_i a_i = \max_i (\min_j q_{ij}) \qquad (7.4)$$

shartni qanoatlantiruvchi i_0 yechimni tanlaydi.

2-masala. Quyidagi keltirilgan daromadlar matritsasidan foydalanib maksimin daromad(yutug'ni) ta'minlovchi yechimni aniqlang.

$$Q = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

Yechish. YQQSh 1- yechimni tanlasa, u eng kami 3 birlik daromadga ega bo'ladi.

$$a_1 = \min(3;\, 5;\, 6;\, 7) = 3;$$

Agar u 2, 3, 4 –yechimlarni tanlasa, u mos ravishda quyidagi minimal yotug'larga ega bo'ladi:

$$a_2 = \min(4;\, 3;\, 1;\, 5) = 1;$$
$$a_3 = \min(1;\, 2;\, 4;\, 3) = 1;$$
$$a_4 = \min(3;\, 5;\, 2;\, 7) = 2;$$

Demak, YQQSh topilgan minimal daromadlar ichida eng kattasini ta'minlovchi 1- yechimni tanlaydi va $a_1 = 3$ daromadga ega bo'ladi, ya`ni

$$a_{i0} = \max(a_1, a_2, a_3, a_4) = \max(3;1;1;2) = 3; \qquad i_0 = 1.$$

Sevidj mezoni (eng kam riskni ta'minlovchi mezon). Agar daromadlar o'rniga risk matritsasi $R=(r_{ij})$ ishlatilsa, u holda eng kam riskni ta'minlovchi yechim quyidagicha aniqlanadi.

Deylik risklar matritsasi berilgan bo'lsin:

$$R=\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1j} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2j} & \dots & r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{i1} & r_{i2} & \dots & r_{ij} & \dots & r_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mi} & \dots & r_{mn} \end{pmatrix}$$

Bu holda Vald mezoni bo'yicha eng kichik riskni ta'minlovchi yechim quyidagicha topiladi.

Agar YQQSh *i*- yechimni tanlasa, u holda u $r_1 = \max_j r_{1j}$ riskga ega bo'ladi. Xuddi shuningdek, agar YQQSh *2, 3, ..., m* - yechimlarni tanlasa, mos ravishda quyidagi maksimum risklarga ega bo'ladi:

$$r_2 = \max_j r_{2j}; \quad r_3 = \max_j r_{3j}; \quad ...; \; r_m = \max_j r_{mj}.$$

YQQSh riski minimal bo'lgan yechimni tanlashi kerak, ya`ni

$$\min_i (\max_j r_{ij}) = r_{i0}$$

tenglikni ta'minlovchi i_0 -yechimni tanlaydi.

3-masala. Yuqoridagi 2- masalada keltirilgan daromadlar matritsasini risklar matritsasiga aylantiring va eng kam riskni ta'minlovchi yechimni Sevidj mezonidan foydalanib toping.

Yechish. Berilgan *Q* matritsaning elementlarini quyidagicha almashtirib risklar matritsasini tuzamiz:

$$r_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}, \qquad (j = 1,2,3,4)$$

$$R=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 2 \\ 3 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Agar YQQSh 1- yechimni tanlasa, eng ko'pi $r_1 = \max_j \; r_{1j} = 1$ riskga ega bo'ladi. Qolgan yechimlar uchun risklar quyidagicha aniqlanadi:

$$r_2 = \max_j r_{2j} = 5; \qquad r_3 = \max_j r_{3j} = 4; \quad r_4 = \max_j r_{4j} = 4.$$

YQQSh eng kichik riskni ta'minlovchi i- yechimni tanlaydi.

$$\min_j (r_1, r_2, r_3, r_4) = \min_j (1;\ 5;\ 4;\ 4) = 1$$

Javob. $i_0 = 1;\ r_{i_0 j} = 1.$

Gurvits mezoni. Ushbu mezon yasama mezondan iborat bo'lib, unga asosan, q_{ij} - miqdor daromadni bildirganda optimal strategiya sifatida quyidagi shartni qanoatlantiruvchi yechim tanlanadi:

$$\max_i \left[\alpha \max_j q_{ij} + (1-\alpha) \min_j q_{ij} \right], \quad \alpha \in [0,1] \qquad (7.5)$$

Agar risklar matritsasi $R=(r_{ij})$ berilsa, u holda

$$\min_i \left[\alpha \min_j r_{ij} + (1-\alpha) \max_j r_{ij} \right], \quad \alpha \in [0,1] \qquad (7.6)$$

natijani ta'minlovchi yechim tanlanadi. Bu yerda α -yechim qabul qilish variyantini baholovchi parametr. Masalan, $\alpha=1$ da variant o'gir va uni tuzatish uchun chora ko'rish kerak. Agar $\alpha=0$ bo'lsa, variant yaxshi va hech qanday chora ko'rish kerak emasligini ko'rsatadi.

4-masala. Quyida keltirilgan risklar matritsasidan foydalanib eng kam riskni ta'minlovchi yechimni α=0,4 uchun toping.

$$R = \begin{pmatrix} 71 & 24 & 23 \\ 24 & 75 & 23 \\ 70 & 16 & 20 \\ 16 & 27 & 13 \end{pmatrix}$$

Yechish. (7.6) munosabatdan foydalanib har bir $i=1,2,3,4$ yechimlar uchun

$$0{,}4 \min_j r_{ij} + 0{,}6 \max_j r_{ij}$$

qiymatni topamiz. Uni r_i lar bilan belgilaymiz. U holda

$$r_1 = 0,4 \cdot 23 + 0,6 \cdot 71 = 9,2 + 42,6 = 51,8;$$
$$r_2 = 0,4 \cdot 23 + 0,6 \cdot 75 = 9,2 + 45 = 54,2;$$
$$r_3 = 0,4 \cdot 16 + 0,6 \cdot 70 = 6,4 + 42 = 48,4;$$
$$r_4 = 0,4 \cdot 13 + 0,6 \cdot 27 = 5,2 + 16,2 = 21,4;$$

$$\min_i (r_1, r_2, r_3, r_4) = 21,4.$$

Demak, Gurvits mezoni bo‘yicha eng kam riskni ta’minlovchi yechim i=4 ekan.

Laplas mezoni. To‘la noaniqlik sharoitida barcha $j=1,2,\dots,n$ holatlarning ro‘y berish ehtimollari o‘zaro teng, deb qaraladi va eng kichik riskni ta’minlovchi yechim Vald yoki Sevidj usullaridan birini qo‘llab topiladi.

Agar noaniqlik sharoitida $j=1,2,\dots,n$ holatlarning ehtimolligi p_j ma’lum bo‘lsa, u holda bunday holat ***qisman noaniqlik*** deyiladi. Ana shunday sharoitda yechim qabul qilish uchun o‘rtacha kutilgan daromadni maksimallashtirish yoki o‘rtacha kutilgan riskni minimallashtirish qoidalaridan foydalanish kerak.

5-masala. Yuqoridagi 4-masalada keltirilgan risklar matritsasidan foydalanib eng kam riskni ta’minlovchi yechimni Laplas mezoni asosida toping.

Yechish. Risklar matritsasini quyidagi ko‘rinishda yozib olamiz.

Holatlar,(j) / Yechimlar, (i)	1	2	3
1	71	24	23
2	24	75	23
3	70	16	20
4	16	27	13
Holatlar ehtimolligi, (r)	1/3	1/3	1/3

Agar YQQSh 1-yechimni tanlasa, u

$$r_1 = \frac{1}{3}\left(71 + 24 + 23\right) = 39,(3)$$

riskga ega bo‘ladi. Xuddi shuningdek, 2, 3, 4- yechimlarni tanlaganda mos ravishda quyidagi r_2, r_3, r_4 risklarga ega bo‘ladi.

$$r_2 = \frac{1}{3}\left(24 + 75 + 23\right) = 40,(6);$$

$$r_3 = \frac{1}{3}\left(70 + 16 + 20\right) = 35,(3);$$

$$r_4 = \frac{1}{3}\left(16 + 27 + 13\right) = 18(6)$$

Demak, YQQSh 4- yechimni tanlasa, uning riski eng kam bo‘lib, u 18,(6) birlikka teng bo‘ladi.

Bayes mezoni. Ushbu mezon qisman noaniqlik sharoitida yechim qabul qilish uslubini o‘rgatadi. Agar $j=1,2,...,n$ holatlarning ro‘y berish ehtimollari ma’lum bo‘lsa, ya`ni real $j$- holatning bo‘yicha amalga oshish ehtimoli $P_j$ ma’lum bo‘lsa, bu holda YQQSh o‘z daromadini maksimallashtiruvchi yoki riskni minimallashtiruvchi yechimni, ya`ni

$$\min_i r_i = \min_i \sum_{j=1}^{n} r_{ij} P_j \tag{7.7}$$

shartni qanoatlantiruvchi yechimni tanlashi kerak.

6-masala. Quyidagi berilgan risklar matritsasidan foydalanib, eng kam riskni ta’minlovchi yechimni Bayes mezoni asosida toping.

Yechish. Agar YQQSh 1- yechimni tanlasa, u holda uning riski
$r_1 = 2 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,5 + 7 \cdot 0,2 = 4,2;$

Xuddi shuningdek, 2 va 3- yechimlarga mos keluvchi risklar mos ravishda r_2 va r_3 ga teng bo‘ladi.

$$r_2 = 3 \cdot 0{,}1 + 6 \cdot 0{,}2 + 3 \cdot 0{,}5 + 4 \cdot 0{,}2 = 4{,}8;$$
$$r_3 = 5 \cdot 0{,}1 + 8 \cdot 0{,}2 + 7 \cdot 0{,}5 + 3 \cdot 0{,}2 = 6{,}2;$$
$$\min(r_1, r_2, r_3) = r_1 = 4{,}2$$

bo'lganligi sababli YQQSh 1- yechimni tanlashi kerak. Shunda uning riski eng kam bo'lib, u 4,2 ga teng bo'ladi.

Javob. $i_0 = 1;\ r_{i_0} = 4{,}2.$

7.3-§. Ehtimolli moliyaviy operatsiyalarda risklarni baholash

Agar moliyaviy operatsiyaning har bir natijasining ehtimolligi ma'lum bo'lsa, bunday operatsiya ***ehtimolli*** deyiladi. Bunday operatsiyadan olinadigan foyda operatsiya so'nggidagi pul massasi bilan boshlang'ich pul massasi orasidagi farqdan iborat bo'lib, u tasodifiy miqdor bo'ladi. Bunday operatsiyalarning foydasi va riskini baholash usullari bilan tanishamiz.

1. Alohida olingan operatsiyaning riskini baholashda ehtimollar nazariyasi elementlari ishlatiladi. Bunda operatsiyaning natijasi daromaddan iborat deb qaraymiz va unga bu natijaning ro'y berish ehtimolini mos qo'yamiz va Q tasodifiy miqdorni hosil qilamiz va uni tasodifiy daromad deb qaraymiz. Agar Q ni diskret tasodifiy miqdor deb qarasak, uning taqsimot qonuni quyidagicha bo'ladi:

Q:

Q	d_1	d_2	...	d_n
P	p_1	p_2	...	p_n

Bu yerda: d_i - daromad, p_i - ehtimollik. Ehtimollar nazariyasi elementlarini qo'llab operatsiyaning quyidagi tavsiflarini hosil qilamiz.

Kutilayotgan o'rtacha daromad. Buni topish uchun Q tasodifiy miqdorning matematik kutilishini aniqlaymiz.

$$M(Q)=d_1p_1+d_2p_2+\ldots+d_np_n\,. \qquad (7.8)$$

Bu kattalikni m_Q yoki $\overline{Q}$ bilan belgilash mumkin.

Operatsiyaning dispersiyasi - o‘rtacha daromadning chetlanishi. Buni aniqlash uchun Q tasodifiy miqdor dispersiyasini topamiz.

$$D(Q)=M[Q-M(Q)]^2 .$$

Operatsiyaning o‘rtacha kvadratik chetlanishini aniqlash uchun Q tasodifiy miqdorning o‘rtacha kvadratik chetlanishini topamiz:

$$\sigma(Q)=\sqrt{D(Q)}$$

Q - tasodifiy miqdorning dispersiyasi va o‘rtacha kvadratik chetlanishi **operatsiya riskining bahosi** hisoblanadi. Lekin ko‘p iqtisodchi olimlar tomonidan riskni bahosi sifatida o‘rtacha kvadratik chetlanish $\sigma(Q)$ qabul qilingan.

1-masala. Quyidagi 2 ta Q_1 va Q_2 operatsiyalarning riskini baholang.

Q_1:

-5	*25*
0,01	*0,99*

Q_2:

15	*25*
0,5	*0,5*

Yechish. Eng avvalo, ushbu operatsiyalarning o‘rtacha daromadini, ya`ni Q_1 va Q_2 tasodifiy miqdorlarning matematik kutilishlarini topamiz:

$$M(Q_1)=-5\cdot 0{,}01+25\cdot 0{,}99=-0{,}05+24{,}75=24{,}7;$$

$$M(Q_2)=15\cdot 0{,}5+25\cdot 0{,}5=20.$$

Endi tasodifiy miqdorlarning dispersiyalarini, ya`ni o‘rtacha daromadning chetlanishini topamiz.

$$D(Q_1)=M(Q_1^2)-\left[M(Q_1)\right]^2=25\cdot 0{,}01+625\cdot 0{,}99-(24{,}75)^2=8{,}91;$$
$$D(Q_2)=M(Q_2^2)-\left[M(Q_2)\right]^2=225\cdot 0{,}5+625\cdot 0{,}5-20^2=25.$$

Endi Q_1 va Q_2 tasodifiy miqdorlarning o‘rtacha kvadratik chetlanishini topamiz.

$$\sigma(Q_1)=\sqrt{D(Q_1)}=\sqrt{8{,}91}\approx 2{,}98;$$
$$\sigma(Q_2)=\sqrt{D(Q_2)}=\sqrt{25}\approx 5.$$

Demak, Q_1 operatsiyasining riski (*2,98*), Q_2 operatsiyaning riski (*5*) dan kichik, Q_1 operatsiyaning o‘rtacha daromadi (*24,7*) , Q_2 operatsiyaning o‘rtacha daromadi (*20*) birlikka teng.

Demak, investor uchun Q_1 operatsiya Q_2 ga nisbatan ko‘proq daromad keltirib, kamroq risk bilan bog‘liq ekan.

2-masala. Yechim qabul qiluvchi shaxs (YQQSh) 2 ta mumkin bo‘lgan o‘yinni ko‘rmoqda. Ulardan birida YQQSh tanga tashlaydi. Agar tanga «raqam» tomoni bilan tushsa, 10 birlik yutqazuvga, va aksincha, agar tanga «gerb» tomoni bilan tushsa, u 10 birlik yutuqqa ega bo‘ladi. Bu o‘yinda YQQShning yotug‘ini tasodifiy miqdor, deb qaraymiz. U holda uning taqsimot qonuni quyidagicha bo‘ladi:

Q_1:

	Raqam	*Gerb*
X	*-10*	*10*
P	*0,5*	*0,5*

Q_2:

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
X	*-20*	*-10*	*0*	*0*	*10*	*20*
P	*1/6*	*1/6*	*1/6*	*1/6*	*1/6*	*1/6*

Ikkinchi o‘yin o‘yin kubigini tashlashdan iborat. Bunda agar kubikning «1» raqamli tomoni tushsa, YQQSh 20 pul birligida va «2» raqamli tomoni tushsa, 10 pul birligida yutqazuvga hamda agar «5» va «6» raqamli tomonlari tushsa, mos ravishda 10 va 20 pul birligida yutuqqa ega bo‘ladi.

Bu ikkala o‘yindagi o‘rtacha yotug‘ni topamiz.

$$M(Q_1) = -10 \cdot 0{,}5 + 10 \cdot 0{,}5 = 0;$$

$$M(Q_2) = -20 \cdot \frac{1}{6} - 10 \cdot \frac{1}{6} + 10 \cdot \frac{1}{6} + 20 \cdot \frac{1}{6} = 0.$$

Demak, ikkala o‘yinda ham o‘rtacha yutuq nolga teng. Bu o‘yinlarda YQQShning riskini hisoblaymiz:

$$D(Q_1) = (-10)^2 \cdot 0{,}5 + 10^2 \cdot 0{,}5 = 100;$$

$$D(Q_2) = (-20)^2 \cdot \frac{1}{6} + (-10)^2 \cdot \frac{1}{6} + 10^2 \cdot \frac{1}{6} + 20^2 \cdot \frac{1}{6} = 167.$$

Bundan

$$\sigma(Q_1) = \sqrt{D(Q_1)} = \sqrt{100} = 10;$$

$$\sigma(Q_2) = \sqrt{D(Q_2)} = \sqrt{167} \approx 13.$$

Demak, ikkinchi o‘yinning riski birinchi o‘yinga nisbatan katta ekan. Shuning uchun YQQSh birinchi o‘yinni o‘ynagani ma’qul.

2. Uzluksiz daromad uchun riskni hisoblash. Deylik, tasodifiy daromad uzluksiz tasodifiy miqdor bo‘lib, uning taqsimot funksiyasi *F(x)* ma’lum bo‘lsin. U holda *Q* operatsiyaning *s* birlikdan oshmagan miqdorda daromad keltirish ehtimoli *F(s)* ga teng bo‘ladi.

Uzluksiz daromadli *Q* operatsiyaning yotuqsiz bo‘lish ehtimoli, boshqacha aytganda, uning daromadi kutilayotgan o‘rtacha daromad *m* dan kichik bo‘lish ehtimolligi *F(m)* ga teng bo‘ladi.

Uzluksiz daromadli *Q* operatsiyasining zarar ko‘rish ehtimolligi *F(0)* ga teng bo‘ladi. Operatsiyaning kutiladigan o‘rtacha daromadi

$$M(X) = \int_0^\infty x f(x)dx$$

va uning riski

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{\int_0^\infty x^2 f(x)dx - \left[\int_0^\infty x f(x)dx\right]^2}$$

formulalar yordamida topiladi, bu yerda *f(x)* – zichlik (differensial) funksiya bo‘lib, u taqsimot funksiya *F(x)* dan olingan 1- tartibli hosilaga teng bo‘ladi, ya`ni

$$f(x)=F'(x)$$

formula orqali aniqlanadi. *Q* operatsiyaning kutiladigan o‘rtacha zararini

$$\int_{-\infty}^{0} x dF(x)$$

ko‘rinishda aniqlash mumkin.

Endi quyidagi masalani hal qilishga o‘tamiz**:**

3-masala. Agar YQQSh mavjud jamg‘armasini *Q* operatsiyaga sarf qilgan bo‘lsa, u holda uning kutiladigan yo‘qotishlarining kutiladigan daromadiga nisbati quyidagi formula yordamida topiladi:

$$\mu = \frac{\int_{-\infty}^{0} x dF(x)}{\int_{0}^{+\infty} x dF(x)},$$

Bu yerda μ - risk koeffitsiyenti deyiladi. Bu koeffitsient qancha kichik bo‘lsa, operatsiya shuncha daromadli bo‘ladi.

4-masala. Uzluksiz daromadli *Q* operatsiyaning taqsimot funksiyasi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0; \\ \dfrac{x^3}{125}, & 0 < x \le 5; \\ 1, & x > 5. \end{cases}$$

Quyidagi savollarga javob toping.

a) tasodifiy miqdorning zichlik (differensial) funksiyasini toping.

b) operatsiyaning kutiladigan o‘rtacha daromadini va kutiladigan zararini hisoblang;

c) operatsiyaning 4 birlikdan kam daromad ko‘rish ehtimolligini toping;

d) operatsiyaning riskini hisoblang;

e) operatsiya uchun risk koeffitsiyentini hisoblang.

Yechish. Tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasini *f(x)=F'(x)* formula yordamida topamiz.

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ \dfrac{3x^2}{125}, & 0<x\le 5;\\ 0, & x>5.\end{cases}$$

Operatsiyaning kutiladigan o‘rtacha daromadini hisoblash uchun tasodifiy miqdorning matematik kutilishini topamiz:

$$M(X)=\int_0^5 xf(x)dx=\int_0^5 x\cdot\frac{3x^2}{125}dx=\int_0^5 x\cdot\frac{3x^3}{125}dx=\frac{3}{125}\cdot\frac{x^4}{4}\Big|_0^5=\frac{1875}{500}=3{,}75.$$

Endi operatsiyaninng daromadsiz bo‘lish ehtimolligini, ya`ni *x<3,75* tengsizlikning ehtimolini topamiz:

$$P(X<3{,}75)=F(3{,}75)=0{,}42.$$

Daromadning o‘rtacha daromaddan chetlanishini topamiz:

$$D(X)=\int_0^5 x^2 f(x)dx-\left[\int_0^5 xf(x)dx\right]^2=\int_0^5 x^2\cdot\frac{3x^2}{125}dx-[3{,}75]^2=0{,}9375.$$

Operatsiyani o‘rtacha kvadratik chetlanishini, ya`ni uning riskini topamiz:

$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}=\sqrt{0{,}9375}\approx 0{,}9682.$$

Demak, operatsiyaning kutiladigan o‘rtacha daromadi 3,75 p.b. ni tashkil qiladi. Lekin bu operatsiyaning riskli bo‘lish ehtimoli katta. Shu sababli YQQSh o‘z mablag‘ini bu operatsiyaga sarf qilmagani ma’qul.

3. Kredit riski. Olingan qarzni qaytmasligi bilan bog‘liq bo‘lgan risk ***kredit riski*** deyiladi. Kredit riskiga doir quyidagi masala bilan tanishamiz.

5-masala. Bank o‘z ixtiyoridagi kreditga ajratgan mablag‘ining 10% ini davlat organlariga, 30% ini boshqa banklarga va qolgan qismini jismoniy shaxslarga qarzga beradi. Davlat organlariga berilgan kreditning qaytmaslik ehtimoli 0,01 ga, boshqa banklarga berilgan qarzlarning qaytmaslik ehtimoli 0,05 ga va jismoniy shaxslarga berilgan kreditlarning qaytmaslik ehtimoli 0,2 ga teng. Kreditga pul so‘rab murojaat etgan navbatdagi mijozning qarzni qaytarmaslik ehtimolligini toping.

Yechish. Qarzning qaytarilmaslik ehtimolligini to‘la ehtimol formulasi bilan topamiz. Deylik, yangi mijoz: H_1 - davlat organlari, H_2 - boshqa banklar va H_3 - jismoniy shaxslardan bo‘lish hodisalari bo‘lsin. U holda masalaning shartiga ko‘ra, bu hodisalarning ehtimolliklari

$$P(H_1)=0{,}1; \quad P(H_2)=0{,}3; \quad P(H_3)=0{,}6$$

bo‘ladi. A bilan olingan qarzning qaytmaslik hodisasini belgilaymiz.

Agar mijoz davlat organlaridan iborat bo‘lsa, uning qarzni qaytarmaslik ehtimolligi

$$P_{H_1}(A)=0{,}01$$

bo‘ladi. Agar yangi mijoz boshqa banklardan biri bo‘lsa, uning qarzni qaytarmaslik ehtimolligi

$$P_{H_2}(A)=0{,}05$$

bo‘ladi. Agar mijoz jismoniy shaxs bo‘lsa, uning olgan qarzini qaytarmaslik ehtimolligi

$$P_{H_3}(A)=0,2$$

bo‘ladi. Yuqorida aniqlangan ehtimolliklarni quyidagi to‘la ehtimol formulasiga qo‘yib, yangi mijozning qarzni qaytarmaslik ehtimolligi *P(A)* ni topamiz:

$$P(A)=P(H_1)P_{H_1}(A)+P(H_2)P_{H_2}(A)+P(H_3)P_{H_3}(A)=$$
$$=0,1\cdot 0,01+0,3\cdot 0,05+0,6\cdot 0,2=0,136.$$

Demak, yangi mijozning olingan qarzni qaytarmaslik ehtimolligi 0,136 ga teng ekan.

Javob: *P(A)=0,136.*

4. Depozit riski. ***Depozit riski*** deb, jismoniy shaxslar tomonidan banklarning depozit hisobiga qo‘yilgan mablag‘larni muddatidan oldin qaytib olishi bilan bog‘liq bo‘lgan risklarga aytiladi. Depozit riski banklarning odatdagi faoliyatining buzilishiga olib keladi. Bunday holatda banklar o‘z aktivlarining qaytadan guruhlashga majbur bo‘ladilar va natijada ko‘plab yo‘qotishlar yozaga keladi. Agar mijozlar ommaviy tarzda o‘z mablag‘larini muddatida oldin qaytib ola boshlasa, tijorat banki inqirozga uchrashi mumkin. Buni oldini olish uchun, bank rahbariyati ma’lum bir vaqt oralig‘ida o‘z mablag‘ini muddatdan oldin qaytib oladigan mijozlar sonining chegaralari haqida ma’lumotga ega bo‘lishi foydadan holi emas. Bunday holda bank o‘z imkoniyatlaridan kelib chiqib, inqirozga uchramaslik chora-tadbirlarini amalga oshirishi mumkin.

Bankka juda ko‘p sondagi mijozlar o‘zlarining kichik miqdordagi mablag‘larini depozit hisobiga ma’lum bir muddatga qo‘ygan. Har bir mijozning o‘z mablag‘ini muddatidan oldin qaytib olish ehtimoli ham deyarli bir xil bo‘lsin. U holda o‘z mablag‘ini muddatidan oldin qaytib oladigan mijozlar soni k ning ($k_1 \le k \le k_2$) intervaldagi qiymatlarni qabul qilish ehtimolligi Laplasning integral formulasi yordamida topiladi:

$$P_n(k_1 \le k \le k_2) \approx \Phi\left(\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}}\right)-\Phi\left(\frac{k_1-np}{\sqrt{npq}}\right),$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt,$$

bu yerda: n - barcha mijozlar soni, p - har bir mijozning o‘z mablag‘ini muddatidan oldin qaytib olish ehtimolligi ($q=1-p$), k_1, k_2 - qaytib olinadigan mablag‘lar sonining chegaralari, $\Phi(x)$ - Laplasning integral funksiyasi.

Shunday yo‘l bilan qaytib olish ehtimolligi bir yil bo‘lgan ko‘p sondagi mijozlardan qanchasini o‘z mablag‘ini muddatidan oldin qaytib olishini prognoz qilish mumkin.

6-masala. Tijorat bankining depozit hisobiga 500 ta mijoz 3 oy muddatga pul qo‘ygan bo‘lib, ularning har birini muddatidan oldin o‘z mablag‘ini qaytib olish ehtimolligi $p=0,05$ ga teng bo‘lsin. Bank mijozlari ichida 25 tadan 50 tagachasini o‘z mablag‘ini muddatidan oldin qaytib olish ehtimolligini toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, $n=500$, $k_1=25$, $k_2=50$, $p=0,05$, $q=1-p=0,95$.

Laplasning integral formulasidan foydalanamiz:

$$P_n(k_1 \le k \le k_2) \approx \Phi\left(\frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}\right),$$

bu yerda $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$.

$$\Phi\left(\frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) = \Phi\left(\frac{50 - 500 \cdot 0,05}{\sqrt{500 \cdot 0,05 \cdot 0,95}}\right) = \Phi(5,13) \quad .$$

Maxsus jadvaldan $\Phi(5,13)=0,5$ *e*kanligini topamiz.

Xuddi shuningdek,

$$\Phi\left(\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}\right) = \Phi\left(\frac{25 - 500 \cdot 0,05}{\sqrt{500 \cdot 0,05 \cdot 0,95}}\right) = \Phi(0) = 0.$$

Demak,

P(25≤ k ≤50)=Φ(5,13)-Φ(0)=0,5-0=0,5.

Javob: *P(25≤ k ≤50)=0,5.*

7.4-§. Moliyaviy operatsiyalar risklarini kamaytirishning umumiy usullari

Risklarni kamaytirish usullaridan bir qatori ko'rilayotgan moliyaviy operatsiyaga mos bo'lgan boshqa operatsiyalarni tanlashga asoslangan bo'lib, uning natijasida yig'indi operatsiyaning riskini berilgan operatsiya riskidan kam bo'lishi ta'minlanadi. Bunday usullardan biri ***diversifikasiyalash*** deyiladi. Diversifikasiyalash usuli quyidagi tasdiqqa asoslangan: korrelyatsion bog'liqlikda bo'lmagan Q_1, Q_2, ..., Q_n tasodifiy miqdorlar berilgan bo'lib, ularning foydaliligi (daromadligi) d_1, d_2, ..., d_n va risklari r_1, r_2, ..., r_n bo'lsin. U holda $\overline{Q} = \dfrac{Q_1 + Q_2 + ... + Q_n}{n}$ o'rtacha arifmetik ham tasodifiy miqdor bo'lib, uni foydaliligi

$$d = \frac{d_1 + d_2 + ... + d_n}{n},$$

riski esa

$$r = \frac{\sqrt{r_1^2 + r_2^2 + ... + r_n^2}}{n}$$

bo'ladi.

Natija. Deylik, $d_i \geq a$ va $b \leq r_i \leq c$ tengsizliklar barcha $i=1,2,...,n$ lar uchun o'rinli bo'lsin. U holda $\overline{Q}$ ning daromadligi $d \geq a$, riski esa

$$\frac{b}{\sqrt{n}} \leq r \leq \frac{c}{\sqrt{n}}$$

oraliqdagi qiymatlarni qabul qiladi. Bundan ko‘rinadiki, n ning qiymati oshgan sari r ning qiymati, ya`ni risk kamayadi. Ushbu natija ***diversifikasiyalash samarasi*** deyiladi.

Diversifikasiyalash samarasi shundan iboratki, unga ko‘ra investor yoki ixtiyoriy YQQSh o‘z mablag‘ini faqat bitta operatsiyaga sarf qilgandan ko‘ra, o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan turli operatsiyalarga sarf qilsa, uning daromadi o‘rtacha daromadga teng bo‘lib, riski kamayadi.

Agar operatsiyalar o‘zaro korrelyatsion bog‘liqlikda bo‘lsa,

Operatsiyalar, (i)	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
Operatsiyalar daromadi, (d_i)	3	5	6	7
Operatsiyalar riski, (r_i)	2	4	5	6

yuqoridagi tasdiq o‘rinli bo‘lmaydi. Chunki bu holda operatsiyalar soni oshishi bilan ularning o‘rta arifmetigining riski oshishi mumkin.

1-masala. Jadvalda 4 ta operatsiya tegishli daromadlari va risklari bilan keltirilgan. YQQSh ushbu operatsiyalardan foydalanib bir necha operatsiya tuzishi mumkin bo‘lsin. Tuzilgan operatsiyalarning samaradorligi va riskini hisoblang.

1. Q_1 va Q_2 operatsiyalardan tuzilgan operatsiyani ko‘ramiz:

$$Q_{1,2} = \frac{Q_1 + Q_2}{2}.$$

Ushbu operatsiyadan kutiladigan daromad

$$d_{1,2} = \frac{3+5}{2} = 4.$$

Uning riski esa

$$r_{1,2} = \frac{\sqrt{2^2 + 4^2}}{2} = \frac{\sqrt{20}}{2} \approx 2,24.$$

bo‘ladi.

2. Endi Q_1 , Q_2 va Q_3 operatsiyalardan tuzilgan

$$Q_{1,2,3} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{3}$$

operatsiyani ko‘ramiz. Ushbu operatsiyaning kutilgan daromadi

$$d_{1,2,3} = \frac{3+5+6}{3} = 4,(6),$$

riski esa

$$r_{1,2,3} = \frac{\sqrt{2^2 + 4^2 + 5^2}}{3} = \frac{\sqrt{45}}{3} \approx 2{,}23.$$

bo‘ladi.

3. Endi barcha Q_1 , Q_2 , Q_3 va Q_4 operatsiyalardan

$$Q_{1,2,3,4} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4}{4}$$

operatsiya tuzamiz. Ushbu operatsiyaning daromadi va riskini hisoblaymiz.

$$d_{1,2,3,4} = \frac{3+5+6+7}{4} = 5{,}25$$

$$r_{1,2,3,4} = \frac{\sqrt{2^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2}}{4} = \frac{\sqrt{81}}{4} = 2{,}25.$$

Ushbu hisob-kitoblar shuni ko‘rsatadiki, operatsiyalar soni oshgan sari ularning o‘rta arifmetigidan iborat operatsiyaning daromadi o‘sish hususiyatiga ega bo‘lib, risklari esa, yetarli darajada kichik miqdorga o‘zgaradi.

Moliya-kredit operatsiyalari risklarini kamaytirish usullaridan yana biri ***xejirlashtirish*** deyiladi. Bunda asosiy operatsiya uchun boshqa operatsiya shunday tanlanadiki, ularni birgalikda bajarilishi riskni kamaytirishga olib keladi.

2-masala. Moliyaviy bitim bo‘yicha yarim yildan so‘ng Rossiya firmasi O‘zbekiston kompaniyasidan 35 000 000 so‘m (taxminan 1000 000 rub.) pul olishi kerak bo‘lib, to‘lov so‘mda amalda oshirilishi kerak bo‘lsin. Rossiya firmasi yarim yildan so‘ng so‘mning rublga nisbatan kursi o‘zgarishidan qo‘rqadi va shu sababli u O‘zbekistonning biror banki bilan 35 000 000 so‘mni 1000 000 rublga sotish uchun shartnoma tuzadi. (1 rubl- 35 so‘m kursida).

Rossiya firmasi shunday xejirlashtirish yo‘li bilan o‘zini risklarini kamaytiradi. Agar diversifikasiyada korrelyatsion bog‘liqlikda bo‘lmagan operatsiyalar qaralgan bo‘lsa, xejirlashtirishda o‘zaro kuchli korrelyatsion bog‘liq bo‘lgan operatsiyalar tanlanadi. Lekin tanlangan operatsiya asosiy operatsiyaga teskari korrelyatsion bog‘liqlikda bo‘lishiga ahamiyat beriladi.

Deylik, Q_1 asosiy operatsiya bo‘lib, uning riski r_1 bo‘lsin hamda Q_2 qo‘shimcha tanlangan operatsiya bo‘lib, uning riski r_2 bo‘lsin. Bu ikki operatsiyada yig‘indi operatsiya (Q)ni tuzamiz.

U holda Q operatsiyaning dispersiyasi

$$D = r_1^2 + 2k_{12}r_1r_2 + r_2^2$$

formula yordamida topiladi, bu yerda k_{12} – Q_1 va Q_2 operatsiyalar samaradorligining korrelyatsion koeffitsiyenti. Ushbu dispersiya asosiy Q_1 operatsiya dispersiyasidan kichik bo‘lishi uchun

$$2k_{12}r_1r_2 + r_2^2 < 0$$

tengsizlik o‘rinli bo‘lishi kerak. Bu holda korrelyatsiya koeffitsiyenti quyidagi

$$k_{12} < \frac{-r_2}{2r_1}$$

shartni qaonatlantirishi kerak.

3-masala. YQQSh Q_1 operatsiyani amalga oshirmoqda

Q_1:

q_i	-10	20
p_i	0,5	0,5

Unga Q_1 operatsiya bilan bog‘liq bo‘lgan S operatsiyani ham qo‘shib olib borish taklif etilgan.

S:

q_i	5	-5
p_i	0,5	0,5

Agar YQQSh ushbu taklifni qabul qilsa, uning riski qanchaga kamayadi?

Yechish. Q_1 va S operatsiyalarning yig‘indisidan iborat bo‘lgan Q operatsiyani tuzamiz:

Q:

q_i	-5	15
p_i	0,5	0,5

Q_1 , S va Q operatsiyalarning asosiy parametrlari bo‘lgan o‘rtacha daromadi, dispersiyasi va riskini hisoblaymiz:

$M(Q_1)=5;\quad D(Q_1)=225;\quad r(Q)=15.$
$M(S)=0;\quad D(S)=25;\quad r(S)=5.$
$M(Q)=5;\quad D(Q)=100;\quad r(Q)=10.$

Bundan ko‘rinadiki, xejirlashtirish oqibatida YQQShning o‘rtacha daromadi o‘zgarmagan, lekin uning riski 15 birlikdan 10 birlikkacha kamaygan.

Amaliyotda asosiy operatsiyaga teskari korrelyatsion bog‘liqlikda bo‘lgan qo‘shimcha operatsiyani tanlash va uning o‘rtacha samaradorligini 0 ga teng bo‘lishini ta’minlash oson ish emas. Ba’zan qo‘shimcha operatsiyaning o‘rtacha samaradorligini kichik manfiy son bo‘lishiga ham yo‘l qo‘yiladi. Buning oqibatida asosiy operatsiyaning samaradorligi ma’lum miqdorga kamayadi. Riskni kamaytirish uchun samaradorlik darajasini qanchaga kamaytirish mumkinligini YQQSh belgilaydi.

Risklarni kamaytirish yo‘llaridan yana biri moliyaviy operatsiyalar natijalarini sug‘urtalashdan iborat. Lekin bu yo‘l bilan riskni kamaytirish sug‘urta to‘lovi hisobiga juda qimmatga tushishi mumkin.

Tayanch so‘z va iboralar

Risk (tavakkalchilik), foyda va risk matritsalari, kredit riski, likvidsizlik riski, to‘lov qobiliyatini yo‘qotish riski, forvard va f`yuchers bitimlari, Vald mezoni, Sevidj mezoni, Gurvits mezoni, Laplas mezoni, Bayes mezoni, kutilayotgan o‘rtacha daromad, depozit riski, diversifikasiya, xejirlashtirish.

Nazorat savollari

1. Risk (tavakkalchilik) tushunchasini ta’riflang.
2. Foydalar matritsasi nima?
3. Risk matritsasi qanday tuziladi?
4. Risklarni kamaytirishning sifat usullari qanday?
5. Likvidsizlik riskini izohlang.
6. To‘lov qobiliyatini yo‘qotish riski qanday?
7. Forvard va f`yuchers bitimlari nima uchun tuziladi?
8. Noaniqlik sharoitida moliyaviy risklarni qanday usullar bilan kamaytirish mumkin?
9. Laplas mezoni bilan Bayes mezoni orasida qanday farq bor?
10. Ehtimolli operatsiyani ta’riflang.
11. Ehtimolli operatsiyalarda kutiladigan o‘rtacha daromad qanday topiladi?
12. Ehtimolli operatsiyalarning riski qanday hisoblanadi?
13. Uzluksiz daromad riski qanday hisoblanadi?
14. Kredit riski qanday?
15. Depozit riski qanday?
16. Moliyaviy operatsiyalar riskini kamaytirishning diversifikasiyalash usuli qanday?
17. Xejirlashtirish usulining mohiyati qanday?

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. Quyidagi keltirilgan daromadlar matritsasidan foydalanib risklar matritsasini tuzing.

$$Q = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 7 \\ 4 & 6 & 5 & 2 \\ 2 & 5 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

2. Yuqoridagi 1-masalada keltirilgan daromadlar matritsasidan foydalanib YQQShning daromadini ta’minlovchi yechimni Vald mezoni asosida toping.

3. 1-masaladagi yutuqlar matritsasidan foydalanib risk matritsasini tuzing va YQQShning riskini kamaytiruvchi yechimni Sevidj mezoni asosida toping.

4. Quyidagi keltirilgan risklar matritsasidan foydalanib α=0,6 bo‘lgan hol uchun eng kam riskni ta’minlovchi yechimni Gurvits mezoni asosida toping.

$$R = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 & 10 \\ 6 & 9 & 8 & 7 \\ 10 & 7 & 6 & 8 \\ 8 & 6 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

5. Yuqoridagi 4-masalada keltirilgan risklar matritsasidan foydalanib eng kam riskni ta’minlovchi yechimni Laplas mezoni asosida toping.

6. Yuqoridagi 4-masaladagi risklar matritsasidan foydalanib eng kam riskni ta’minlovchi yechimni p_1 =0,2, p_2 =0,3, p_3 =0,4, p_4 =0,1 bo‘lgan hol uchun Bayes mezoni asosida toping.

7. Quyidagi *Q* daromadli operatsiyaning kutilayotgan daromadi va riskini hisoblang.

Q:

-10	*-20*	*10*	*20*
0,1	*0,3*	*0,3*	*0,3*

8. Quyidagi ikkita Q_1 va Q_2 operatsiyalardan qaysi biri YQQSH uchun foydaliroq ekanligini aniqlang.

Q_1:

-10	*20*
0,5	*0,5*

Q_2:

5	*10*	*20*
0,3	*0,5*	*0,2*

9. Uzluksiz daromadli Q operatsiyaning taqsimot funksiyasi

$$F(x)=\begin{cases} 0, & agar \quad x \le 2; \\ \dfrac{x^2-4}{5}, & agar \quad 2 < x \le 3; \\ 1, & agar \quad x > 3. \end{cases}$$

ko‘rinishda berilgan.

a) operatsiyaning (taqsimotning) zichlik funksiyasini toping;

b) operatsiyaning kutilgan o‘rtacha daromadini aniqlang;

c) operatsiyaning riskini baholang;

d) operatsiyaning daromadi (*2,5;3*) oraliqda bo‘lish ehtimolini toping.

10. Tijorat banki o‘z mablag‘larini 30 % ini ipoteka kreditiga, 40 % ini iste`mol kreditiga va qolgan 30 % ini boshqa banklarga kreditga beradi. Ipoteka kreditining qaytmaslik ehtimoli 0,1 ga, iste`mol kreditining qaytmaslik ehtimoli 0,05 ga va boshqa banklardan qaytmaslik ehtimoli 0,02 ga teng. Banka kredit so‘rab, murojaat qilgan mijozning qarzni qaytarmaslik ehtimolini toping.

11. Tijorat bankining depozit hisobiga 300 ta mijoz 6 oylik muddatga pul qo‘ygan, ulardan har birining muddatdan oldin mablig‘ini qaytib olish ehtimolligi 0,08 ga teng bo‘lsin. Mijozlarning 90 tadan 60 tagachasining o‘z mablag‘larini muddatdan oldin qaytib olishlik ehtimolligini toping.

12. Quyidagi jadvalda 4 ta operatsiya tegishli daromadlari va risklari bilan berilgan. (1 va 2), (1,2,3), (1,2,3,4) operatsiyalardan tuzilgan operatsiyalarning samaradorligi va riskini hisoblang.

Operatsiyalar, Q_i	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
Operatsiyalar daromadi, (d_i)	5	6	7	8
Operatsiyalar riski, (r_i)	3	4	5	6

13. Rossiya firmasi Germaniya bankidan yarim yil muddatga kredit oldi. Rublning Germaniya markasiga nisbatan kursining pasayishini qanday yo‘l bilan xejirlashtirish mumkin?

VIII bob. Aktuar hisoblar

8.1-§. Aktuar hisoblarning nazariy asoslari

Sug‘urtadan maqsad tabiiy ofatlar va ko‘ngilsiz hodisalardan keltirilgan zararlarni qoplash uchun pul fondlarini hosil qilishdir. Sug‘urta badallaridan yuzaga keladigan pul fondlari ulkan miqdorlarni tashkil qiladi. Sug‘urta tashkiloti zarar miqdoriga qarab, mablag‘ ajratadi. Sug‘urtalanuvchi bu mablag‘lar hisobidan zararlarni va ularning oqibatlarni qoplashga harakat qiladi.

Sug‘urtalovchi va sug‘urtalanuvchilar o‘rtasidagi bu munosabatlar asosan kredit muassasalari orqali amalga oshiriladi.

Sug‘urta faoliyatida va ayrim investitsiya loyihalarida tasodifiy xarakterdagi hodisalarning ro‘y berishi bilan bog‘liq bo‘lgan to‘lovlar oqimi bilan ish ko‘rishga to‘g‘ri keladi. Sug‘urtada bunday to‘lovlar oqimi ***sug‘urta annuiteti*** deb ataladi. Sug‘urta annuitetlaridagi to‘lovlarning soni va ularni amalga oshirish muddatlari oldindan noma’lum hisoblanadi.

Sug‘urta annuitetlarini shakllantirish va ularning bahosini aniqlash bilan bog‘liq bo‘lgan hisoblashlar ***aktuar hisoblar*** deb ataladi. Aktuar hisoblar bilan ish ko‘ruvchi mutaxassislar - ***aktuariylar*** bo‘lib, ular sug‘urta faoliyatda muhim o‘rin tutadilar.

Ehtimolli xarakterga ega bo‘lgan moliya operatsiyalarini o‘rganuvchi fanni ***aktuar matematika*** deb atash qabul qilingan. Aktuariy(actuarius) so‘zi qadimgi Rim mamlakatida paydo bo‘lib, unda Senatning qarorlarini va undagi munozaralarni yozib boruvchi shaxs shunday deb atalgan. Keyinchalik 1762-yilda London shahrida hayotni odilona sug‘urtalash jamiyati tuziladi. Ushbu jamiyat Rou Mores tomonidan tashkil qilinadi va undagi bosh lavozimli shaxs jamiyat tomonidan tuziladigan shartnomalarni ro‘yxatga olish bilan shug‘ullangan. Ana shu shaxs Rou Mores taklifi bilan “***aktuariy***” deb atalgan. Hozirgi kunda “aktuariy” deganda ehtimollar nazariyasi va matematik statistika elementlarini qo‘llab moliyaviy operatsiyalardagi risklarni va o‘rtacha foydaliliklarni hisoblashga qodir bo‘lgan mutaxassis nazarda tutiladi.

Dastlab aktuariylar sug‘urta jamiyati majlislarining qaydnomalari, direktorlar Kengashining buyruqlariga javob bergan. Keyinchalik ular tomonidan jamiyatning hisob-kitoblari ham olib borilgan.

1775-yilda jamiyatga bosh mutaxassis qilib matematik Vilyam Morgan tayinlangan bo‘lib, u sug‘urta modellarining foiz stavkalarini tanlash va jamiyatning moliyaviy va matematik operatsiyalarining foydaliligini ta’minlash bilan shug‘illangan.

Shundan beri bunday moliyaviy va matematik amaliyotni bajaradigan shaxslar “***aktuariylar***” deb atala boshlagan.

Aktuariylar hayotni sug‘urtalashda katta rol o‘ynagan. Keyinchalik ular (hayotni sug‘urtalashdan) boshqa, masalan, turli ofatlardan sug‘urtalash, mol-mulkni sug‘urtalash, ayrim og‘ir kasalliklardan sug‘urtalash bilan ham shug‘ullanib, ularning matematik nazariyasini yaratdilar. Sug‘urtada qo‘llaniladigan matematik hisoblar “***aktuar matematika***” deb atala boshlagan.

Sug‘urta bitimlari, asosan, 3 turga bo‘linadi:

1) ma’lum yoshgacha yashashni sug‘urtalash;

2) rentalarni sug‘urtalash;

3) hayotni sug‘urtalash.

Sug‘urtalashning eng sodda turlaridan biri ma’lum yoshgacha yashashni sug‘urtalashdir. Agar sug‘urtalanuvchi sug‘urta muddati davomida vafot etsa, u holda uning to‘lagan badallari qaytarilmaydi va sug‘urta to‘lovi amalga oshirilmaydi. Bunday sug‘urtalashdagi to‘lovlar oqimining joriy bahosi (shartnoma tuzilgan davrga keltirilgan qiymati) quyidagicha aniqlanadi.

Deylik x yoshdagi l_x ta shaxs sug‘urta kompaniyasi bilan n yoshgacha yashashni sug‘urtalash haqida shartnoma tuzayotgan bo‘lsin. Ular ichida n yoshga yetganlarga S pul birlik sug‘urta summasi to‘lanadi. Demak, sug‘urtalovchi $x+n$ yilda tirik qolgan l_{x+n} ta odamga S pul birligidan jami $l_{x+n}S$ pul birligida sug‘urta summasini to‘laydi. Ushbu summaning boshlang‘ich davrga keltirilgan qiymati, ya`ni uning joriy bahosi $V^n l_{x+n}S$ pul birligiga teng bo‘ladi. Har bir sug‘urtalanuvchiga to‘g‘ri keladigan sug‘urta summasi

$$p = \frac{V^n l_{x+n} S}{l_x} \tag{8.1}$$

pul birligiga teng bo‘ladi. Bu yerda

$$V^n = (1+i)^{-n} = \frac{1}{(1+i)^n}.$$

Keltirish koeffisienti bunday sug‘urta summasiga ega bo‘lishi uchun sug‘urtalanuvchi dastlab sug‘urta kompaniyasiga bir varakayiga p pul birligida badal to‘lashi kerak.

1-masala. 50 yoshli erkakning 60 yoshgacha yashashi sug‘urtalanayotgan bo‘lsin. Sug‘urta muddati so‘nggida sug‘urtalanuvchiga (agar u vafot etmasa) 1000000 so‘m sug‘urta summasi to‘lanadi. Agar foiz stavkasi *P=10% (i=0,1)* bo‘lsa, u holda shartnomaning joriy bahosi qanday bo‘ladi?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra,

$$V = \frac{1}{1+0{,}1} = 0{,}91; \quad l_{50} = 70354; \quad l_{60} = 50246, \quad S = 1000000.$$

(8.1) formuladan foydalanib topamiz.

$$p = \frac{1000000 \cdot 0{,}91^{10} \cdot 50246}{70354} = 275319{,}5.$$

Javob. 275319,5 so‘m.

Ushbu javobni quyidagicha izohlash mumkin. 50 yoshli 70354 kishining har biri sug‘urta kompaniyasiga 275319,5 so‘mdan pul topshirsa, u holda jamg‘armaning yig‘ilgan miqdori 19370428000 so‘m bo‘ladi. Ushbu summani har bir 60 yoshli 50246 ta mijozlarga taqsimlansa, ular 1000000 so‘mdan pulga ega bo‘ladilar.

Ba’zi hollarda sug‘urtalanuvchi sug‘urta to‘lovlarini birvarakayiga emas, balki ma’lum bir muddat ichida yoki to vafot etguncha doimiy ravishda olib turishni hohlaydi. Ma’lum bir davr oralig‘ida doimiy olib turiladigan sug‘urta to‘lovlariga ***sug‘urta rentasi*** yoki ***sug‘urta annuiteti*** deyiladi. Sug‘urta rentasi oddiy moliyaviy rentadan shu bilan farq qiladiki, u sug‘urtalanuvchi hayot bo‘lsagina to‘lab boriladi, demak, u shartli renta hisoblanadi. Sug‘urta to‘lovlari yilning oxirida yoki boshida to‘lanishiga bog‘liq ravishda sug‘urta rentalari postnumerando yoki prenumerando sug‘urta rentalariga ajraladi. Bunday rentalar ***sug‘urtalanuvchining vafotigacha (umrining oxirigacha) amalga oshiriladigan rentalar*** deyiladi. Bundan farqli ravishda sug‘urta rentasining muddati n yil bilan chegaralangan bo‘lishi mumkin. Bunday rentalar ***muddatli rentalar*** deyiladi. Bunday rentalar bo‘yicha to‘lovlar n yil davomida amalga oshiriladi.

Hayotni sug‘urtalash amalda keng tarqalgan sug‘urta bitimlaridan biri bo‘lib, unda sug‘urta to‘lovi sug‘urtalanuvchining vafotidan so‘ng to‘lanadi.

Hayotni sug‘urtalash 2 turga bo‘linadi:

a) umrining oxirigacha sug‘urtalash;

b) muddatli sug‘urtalash. Bunda sug‘urtalanuvchi sug‘urta muddati tugamasdan vafot etganda sug‘urta to‘lovi amalga oshiriladi.

Moliyaviy sug‘urta operatsiyalarida sug‘urtalovchi va sug‘urtalanuvchilar majburiyatlarining o‘zaro muvozanatda bo‘lishi talab qilinadi. Bundan sug‘urtalovchining moliyaviy majburiyati (sug‘urta muddati ichida amalga oshirilgan sug‘urta to‘lovlarining joriy bahosi) sug‘urtalanuvchi tomonidan birvarakayiga yoki annuitet ko‘rinishida to‘lab borilgan sof mukofotning joriy bahosi (netto-mukofoti) o‘zaro teng bo‘lish zaruriyati kelib chiqadi. Bunday prinsip ***aktuar hisoblarning asosiy prinsipi*** hisoblanadi.

Sug‘urta mukofoti birvarakayiga to‘langanda uning miqdori kelgusida amalga oshiriladigan sug‘urta to‘lovlarining joriy bahosiga teng bo‘lishi kerak. Shu sababli sug‘urta to‘lovlarining joriy bahosi ***sug‘urta shartnomasi (bitimi)ning bahosi*** deyiladi.

Agar sug‘urta mukofoti bir necha muddatlarda to‘lansa, u holda badallarning joriy bahosi bilan sug‘urta to‘lovlarining joriy baholari o‘zaro teng bo‘ladi.

Sug‘urta operatsiyasida sug‘urta to‘lovlarining joriy bahosi (agar to‘lovlar sug‘urta muddati davomida bir necha marta to‘lansa) yoki sug‘urta shartnomasining netto bahosini (agar to‘lovlar birvarakayiga amalga oshirilsa) topish aktuar hisoblarning asosini tashkil qiladi.

Sug‘urta operatsiyalarining joriy baholari sug‘urta bitimlarining turiga qarab turlicha hisoblanadi.

Ma’lum muddatgacha yashashni sug‘urtalash, hayotni sug‘urtalash bitimlarining joriy baholarini topish bilan keyingi paragraflarda tanishamiz.

8.2-§. Vafot etish jadvali

Sug‘urtaning bir turi hayotning sug‘urtasi hisoblanadi. Hayotni sug‘urtalash bo‘yicha aktuar hisoblarda, avvalo, sug‘urtalanuvchilarning jinsi va yoshini, ularning ma’lum bir yoshgacha yashashini xarakterlovchi statistik ma’lumotlar zarur bo‘ladi.

Bunday ma’lumotlar vafot etish jadvallarida keltiriladi. ***Vafot etish***

jadvallari ma’lum sondagi odamlar to‘plamining, ularning yoshi ortib borishi bilan qanday kamayishini miqdoriy ko‘rsatuvchi jadvallardir.

Bunday jadvallar butun mamlakat aholisi uchun, yirik iqtisodiy rayonlar uchun yoki shahar va qishloq aholisi uchun alohida, shuningdek, jinslar bo‘yicha alohida tuzilishi mumkin.

Vafot etish jadvalining asosiy ko‘rsatkichi, odatda, 100 ming kishi, deb olinadigan dastlabki l_0 - odamlar orasidan roppa-rosa x yoshga etgan odamlar sonini bildiruvchi - l_x kattalikdir. Shuni ta’kidlash lozimki, aktuar hisoblarda vafot etish jadvallaridagi odamlarning dastlabki soni qancha bo‘lishi hisoblashlarning oxirgi natijasiga ta’sir etmaydi. Aktuar hisoblarda to‘la jadvallar qo‘llanilib, bunda odamlar yoshi 1 yil oraliqda ko‘rsatiladi.

Vafot etish jadvallari l_x kattalikdan tashqari, q_x - vafot etish ehtimoli yoki d_x - bir yilda vafot etgan x yoshlilar sonini ham o‘z ichiga olishi mumkin. Misol sifatida, boshlang‘ich yosh- 0, deb olingan erkak va ayollarning vafot etish jadvalidan ayrim bir lavhalar ilovada keltirilgan (4-ilovaga qarang).

Vafot etish jadvalidagi l_x, q_x, d_x - kattaliklar quyidagi munosabatlar bilan bog‘langan bo‘ladi.

$$l_{x+1} = l_x - d_x; \qquad d_x = l_x \cdot q_x;$$

$$q_x = 1 - p_x = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x} = \frac{d_x}{l_x}.$$

Yuqorida keltirilgan vafot etish jadvali asosida sug‘urta hisoblariga oid turli ehtimolliklarni aniqlash mumkin bo‘ladi. Shunday ehtimolliklardan eng muhimlari bilan tanishamiz.

x yoshdagi odamning $x+n$ yoshgacha yashash ehtimoli:

$$_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}, \qquad (8.2)$$

x yoshgacha yetgan kishining yana bir yil yashash ehtimoli:

$$p_x = 1 - q_x = 1 - \frac{d_x}{l_x} = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

formulalar yordamida topiladi.

1-masala. Agar erkak kishining yoshi 50 da bo‘lsa, uning yana 10 yil umr ko‘rish ehtimolini toping.

Yechish. (8.1) formulaga ko‘ra,

$$_{10}p_{50} = \frac{l_{60}}{l_{50}} = \frac{50246}{70354} \approx 0{,}7142.$$

Bundan, 50 yoshli erkak kishining keyingi 10 yil ichida vafot etish ehtimoli:

$$_{10}q_{50} = 1 - 0{,}7142 = 0{,}2858.$$

Vafot etish jadvallari bo‘yicha, masalan x bilan $x+n$ yosh oralig‘ida vafot etish ehtimolini ham hisoblash mumkin:

$$_{n}q_{x} = 1 - {}_{n}p_{x} = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} = \frac{\sum_{j=x}^{x+n-1} d_j}{l_x} \quad . \qquad (8.3)$$

2-masala. 60 yoshdagi erkakning 60 bilan 70 yosh orasida vafot etish ehtimolini toping.

Yechish. (8.2) formuladan foydalanib topamiz.

$$_{10}q_{60} = 1 - {}_{n}p_{x} = \frac{l_{60} - l_{70}}{l_{60}} = \frac{50246 - 28604}{50246} \approx 0{,}43.$$

O‘z navbatida, x yoshdagi shaxsning $x+m$ bilan $x+m+n$ yosh oralig‘ida vafot etish ehtimoli quyidagicha aniqlanadi:

$$_{m/n}q_{x} = \frac{l_{x+m} - l_{x+m+n}}{l_x} = \frac{l_{x+m}}{l_x} \cdot \frac{l_{x+m} - l_{x+m-n}}{l_{x+m}} \qquad (8.4)$$

Oxirgi ifodadan

$$_{m/n}q_x = {}_m p_x \cdot {}_n q_{x+m}$$

ekanligi kelib chiqadi. Boshqacha aytganda, izlanayotgan ehtimollik $x+m$ yoshgacha yashash ehtimolini keyingi n yil davomida vafot etish ehtimoliga ko‘paytirilganiga teng bo‘lar ekan.

3-masala. 50 yoshda bo‘lgan erkak kishining 55 yoshga to‘lgandan keyingi besh yil ichida vafot etish ehtimolini toping:

Yechish. (8.3) formulaga binoan,

$$_{5/5}q_{50} = \frac{l_{55} - l_{60}}{l_{50}} = \frac{59859 - 50246}{70354} \approx 0{,}137.$$

Ko‘rilgan (8.1), (8.2), (8.3) ehtimolliklar hayotni sug‘urtalashga oid ***sug‘urta ehtimolliklari*** deb aytiladi.

Ba’zi aktuar hisoblarda, masalan, nafaqa sug‘urtasida, eru xotinlarni birgalikda ma’lum yoshgacha yashash yoki vafot etish ehtimolliklarini hisoblash talab qilinadi.

Deylik, er x yoshda bo‘lib, xotini y yoshda bo‘lsin. Ularning yana n yil yashash ehtimolligi quyidagicha topiladi. Birinchidan, erining yana n yil yashash ehtimoli

$$_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

formula yordamida, xotininiki esa

$$_n p_y = \frac{l_{y+n}}{l_y}$$

formula yordamida erkaklar va ayollar uchun tuzilgan vafot etish jadvalidan foydalanib topiladi.

n yil ichida er va xotinning vafot etish ehtimoli quyidagicha topiladi:

$$ {}_nq_x = 1 - {}_np_x; \qquad {}_nq_y = 1 - {}_np_y. $$

Endi er va xotinning tug‘ilgan kunlari bir xil bo‘lsin hamda ulardan bittasining vafot etishi ikkinchisiga bog‘liq bo‘lmasin. U holda er va xotinning birgalikda yana n yil yashash ehtimoli

$$ {}_nP_{xy} = {}_nP_x \cdot {}_nP_y = \frac{l_{x+n}}{l_x} \cdot \frac{l_{y+n}}{l_y} = \frac{l_{x+n} \cdot l_{y+n}}{l_x \cdot l_y}. \qquad (8.5) $$

Ushbu formulada quyidagi belgilashlar kiritamiz:

$$ l_x \cdot l_y = l_{xy}; \qquad l_{x+n} \cdot l_{y+n} = l_{xy+n}. $$

U holda (8.4) formula quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$ {}_nP_{xy} = \frac{l_{xy+n}}{l_{xy}}. \qquad (8.6) $$

Endi x yoshdagi eri $x+n$ yoshga yetmasdan vafot etib, uning rafiqasini $y+n$ yoshgacha yashash ehtimolini topamiz:

$$ {}_nP_{x/y} = {}_nq_x \cdot {}_nq_y = (1 - {}_nP_x) \cdot {}_nP_y = {}_nP_y - {}_nP_x \cdot {}_nP_y = \frac{l_{y+n}}{l_y} - \frac{l_{x+n}}{l_x} \cdot \frac{l_{y+n}}{l_y}. \qquad (8.7) $$

4-masala. Oilada eri 60 yoshda bo‘lib, xotini 55 yoshda bo‘lsin. Ularning birgalikda yana 10 yil yashash ehtimolini toping.

Yechish. (8.4) formuladan foydalanib topamiz:

$$ {}_{10}P_{60;55} = {}_{10}P_{60} \cdot {}_{10}P_{55} = \frac{28604}{50246} \cdot \frac{73144}{85336} = 0{,}5693 \cdot 0{,}857 = 0{,}4879. $$

Bu yerda ${}_{10}P_{60}$ erkaklarni, ${}_{10}P_{55}$ esa ayollarni vafot etish jadvali (4- ilova)dan foydalanib topildi.

Yuqoridagi eru xotinlardan bittasi, masalan, eri keyingi 10 yilda vafot etib, rafiqasining yana 10 yil yashash ehtimoli

$${}_{10}P_{60/55} = (1-{}_{10}P_{60}) \cdot {}_{10}P_{55} = (1-0{,}5693)\cdot 0{,}857 = 0{,}369$$

bo'ladi.

Javob. 0,369.

8.3-§. Kommutatsion funksiyalar

Sug'urta annuitetlariga doir yozuvlarni, belgilashlarni va hisoblashlarni soddalashtirish maqsadida ***Kommutatsion funksiyalar*** deb ataluvchi funksiyalar qo'llaniladi. Bu funksiyalarga, odatda, biror-bir iqtisodiy ma'no berilmaydi va ularni faqat yordamchi vositalar sifatida qabul qilinadi.

Standart Kommutatsion funksiyalar ikki guruhga bo'linadi. Birinchi guruh funksiyalari uchun asos sifatida ma'lum bir yoshgacha yashagan kishilar soni, ikkinchi guruhga esa - vafot etganlar soni olinadi. Amaliyot uchun muhim bo'lgan ba'zi Kommutatsion funksiyalarga to'xtalamiz. Birinchi guruhdagi asosiy funksiyalar qatoriga quyidagi D_x va N_x funksiyalar kiradi:

$$D_x = l_x v^x \tag{8.8}$$

$$N_x = \sum_{j=x}^{W} D_j = \sum_{k=0}^{W-x} D_{x+k} \tag{8.9}$$

Bunda v - i foiz stavkali murakkab foiz bo'yicha hisoblangan diskontlash koeffitsiyenti, W - vafot etish jadvali bo'yicha aniqlanuvchi eng katta yosh ko'rsatkichi.

(8.7) formulaning ma'nosi quyidagidan iborat. Agar yangi tug'ilgan l_0 ta chaqaloq x yoshga yetishi sug'urtalanayotgan bo'lib, unga x yoshga kirganda bir birlik pul miqdorida sug'urta puli to'lanadigan bo'lsa, u holda to'lanadigan sug'urta to'lovlarining joriy qiymati yoki birvarakayiga to'lanadigan badal(8.7) formula yordamida topiladi. (8.8) formula esa yangi tug'ilgan l_0 ta chaqaloq x yoshdan boshlab umrining oxirigacha har yilning boshida bir birlik pul miqdorida sug'urta puli to'lab borish uchun sug'urtalangan bo'lsa, u holda sug'urta to'lovlarining joriy bahosi yoki bir marta to'lanadigan sug'urta badali miqdorini ko'rsatadi.

Kommunikatsion funksiyalar orasida quyidagi

$$N_x=N_{x+1}+D_x \quad \text{va} \quad N_W=D_W. \tag{8.10}$$

munosabatlar o‘rinli bo‘ladi.

Ba’zi aktuar hisoblarda ma’lum bir yosh oraliqlari uchun D_x - Kommutatsion funksiyalar yig‘indisi zarur bo‘ladi.

Bunday hollarda N_x – kommutatsion funksiyadan foydalanish mumkin.

$$\sum_{t=1}^{k} D_{x+t} = N_{x+1} - N_{x+k+1} \quad . \tag{8.11}$$

Agar sug‘urta to‘lovlari bir yilda m marta amalga oshirilsa, u holda N_x funksiyalar uchun amaliyotda quyidagi formulalar ham ishlatiladi:

Postnumerando to‘lovlar (sug‘urta badallari to‘lov muddatining oxirida to‘lanadi) uchun

$$N_x^{(m)} = N_x + \frac{m-1}{2m} D_x \ , \tag{8.12}$$

prenumerando to‘lovlar (to‘lovlar shartnoma muddatining boshida to‘lanadi) uchun

$$N_x^{(m)} = \ddot{N}_x - \frac{m-1}{2m} D_x \ . \tag{8.13}$$

formula o‘rinlidir.

Ikkinchi guruhga tegishli Kommutatsion funksiyalardan eng muhimlari quyidagi C_x va M_x funksiyalardir:

$$C_x = d_x v^{x+1}, \qquad M_x = \sum_{j=x}^{\varpi} C_j \ . \tag{8.14}$$

Ikkala guruh Kommutatsion funksiyalari orasida quyidagicha bog‘lanishlar mavjud:

$$C_x = d_x v^{x+1} = (l_x - l_{x+1}) v^{x+1} = l_x v^x \cdot v - l_{x+1} v^{x+1} = D_x v - D_{x+1} \ . \tag{8.15}$$

Xuddi shunga o‘xshash

$$M_x = N_x v - N_{x+1} \qquad (8.16)$$

ekanligini ko‘rsatish mumkin.

Sug‘urtaga oid hisoblarning boshlang‘ich vazifalaridan biri sug‘urta annuitetining bahosini aniqlashdan iborat.

Aytaylik, biror-bir shaxsga x yoshidan boshlab, umrining oxirigacha har yilning oxirida bir pul birligidan iborat summa to‘lab borilsin. U holda yillik sug‘urta annuitetining bahosi a_x quyidagiga

$$a_x = p_x \cdot v + {}_2p_x v^2 + \ldots + {}_{W-x}p_x \cdot v^{W-x} =$$

$$= \frac{l_{x+1} \cdot v}{l_x} + \frac{l_{x+2} \cdot v^2}{l_x} + \ldots + \frac{l_W^{W-x} \cdot v^w}{l_x}$$

teng bo‘ladi. Har bir qo‘shiluvchining surat va mahrajini v^x ga ko‘paytiramiz. Undan keyin D_x va N_x Kommutatsion funksiyalarni qo‘llab $\ddot{a}_x$ uchun quyidagi bahoni hosil qilamiz:

$$a_x = \frac{\sum_{j-1}^{W-x} l_{x+j} \cdot v^{x+j}}{l_x \cdot v^x} = \frac{N_{x+1}}{D_x} \ . \qquad (8.17)$$

Agar yuqoridagi shartlar bilan to‘lov har yilning boshida (prenumerando) amalga oshirilsa, u holda sug‘urta annuitetining bahosi (uni $\ddot{a}_x$ kabi belgilaymiz) quyidagiga

$$\ddot{a}_x = 1 + p_x \cdot v^{+}{}_2p_x \cdot v^2 + \ldots + {}_{W-x}p_x \cdot v^{W-x} =$$

$$= \frac{\sum_{j=0}^{W-x} l_{x+j} \cdot v^{x+j}}{l_x \cdot v^x} = \frac{N_x}{D_x} \qquad (8.18)$$

teng bo‘ladi. Ko‘rilgan kattaliklar orasida quyidagi munosabatlar

$$\ddot{a}_x = a_x + 1 \qquad \text{yoki} \qquad a_{x+1} v = a_x \qquad (8.19)$$

o‘rinli ekanligini ko‘rsatish mumkin.

Agar sug‘urta to‘lovlari birvarakayiga amalga oshirilsa, u holda bir pul birligidagi to‘lovning joriy qiymati $A_{x;\overline{n}}$ quyidagi formula yordamida topiladi.

$$A_{x;\overline{n}} = v^n \frac{l_{x+n}}{l_x} = v^n \cdot {}_nP_x \quad . \qquad (8.20)$$

U holda S summali sug‘urta to‘lovining joriy bahosi

$$P_x = A_{x;\overline{n}} \cdot S = v^n \, {}_nP_x \cdot S. \qquad (8.21)$$

bo‘ladi. Kommutatsion funksiyalar yordamida (8.19) va (8.20) formulalarni quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin.

$$A_{x;\overline{n}} = \frac{D_{x+n}}{D_x}; \qquad P_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot S. \qquad (8.22)$$

5-masala. Yangi tug‘ilgan chaqaloqning ota-onasi uni sug‘urtalagan bo‘lib, shartnomaga ko‘ra, bola (o‘g‘il bola) 25 yoshga to‘lganda unga 5 mln. so‘m sug‘urta summasi to‘lanishi kerak. Agar foiz stavkasi 9% bo‘lsa, u holda ota-onalar birvarakayiga qancha sug‘urta mukofoti to‘lashi kerak?

Yechish. Sug‘urta badali ham, sug‘urta mukofoti ham birvarakayiga amalga oshiriladigan to‘lovlardan iborat bo‘lgani uchun shartnomaning joriy bahosi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$A_{0;\overline{25}} = \frac{D_{0+25}}{D_0} = 0,2774429;$$

$$P_0 = A_{0;\overline{25}} \cdot S = 0,2774429 \cdot 5 = 1,3872145.$$

Javob. 1387214 so‘m.

6-masala. Sug‘urta kompaniyasi bilan tuzilgan shartnomaga asosan *A* shaxsga har yilning oxirida 100000 so‘mdan sug‘urta summasi umrining oxirigacha to‘lab boriladi. Agar *A* shaxs 50 yoshli erkak bo‘lib, yillik foiz stavkasi 5% bo‘lsa, u holda bunday sug‘urta rentasining joriy bahosi qanday bo‘ladi?

Yechish. (8.16) formuladan foydalanib topamiz.

$$a_{50} = \frac{N_{51}}{D_{50}}.$$

Kommutatsion funksiyalar jadvalidan quyidagilarni topamiz.

$N_{51}=62053,37;$ $D_{50}=6135,131.$

Demak,

$$a_{50} = \frac{62053,37}{6135,131} = 10,1144.$$

Bu holda rentaning joriy bahosi

$$P_{50} = 100000 \cdot 10,1144 = 10114432.$$

bo‘ladi.

Javob. 10114432 so‘m.

Agar to‘lovlar ma’lum bir muddatda amalga oshirilsa, masalan, n yil bilan chegaralangan bo‘lsa, bunda sug‘urta rentalari tezkor deyiladi. Oddiy tezkor rentaning joriy bahosi $a_{x;\overline{n}}$ bilan belgilanadi va quyidagicha aniqlanadi.

$$a_{x;\overline{n}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \frac{l_{x+k}}{l_x} = \frac{N_{x+1} - N_{x+1+n}}{D_x}. \qquad (8.23)$$

Agar to‘lovlar yilning boshida amalga oshirilsa, u holda rentaning joriy bahosi

$$\ddot{a}_{x;\overline{n}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \frac{l_{x+k}}{l_x} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}, \qquad (8.24)$$

bo‘ladi.

7-masala. 18 yoshli talaba kontrakt asosida o‘qishga kirib, u 4 yil davomida har yili 3 mln. so‘mdan kontrakt puli to‘laydi. Sug‘urta kompaniyasiga har yilgi kontrakt pulini to‘lab borishi uchun talaba unga dastlab qancha miqdorda pul o‘tkazishi kerak (yillik foiz stavkasi 9%).

Yechish. Kontrakt puli har yilning boshida to‘lanadi. Demak, yillik prenumerando rentaga ega bo‘lamiz. Uning keltirish koeffitsiyentini (8.19) formula orqali topamiz:

$$\ddot{a}_{18;\overline{4}} = \frac{N_{18} - N_{22}}{D_{18}} = \frac{690374{,}2 - 541881{,}1}{40054{,}94} \approx 3{,}7.$$

U holda rentaning joriy bahosi

$A=3{,}7\cdot 3=11{,}1$

bo‘ladi.

Javob. 11100000 so‘m.

8.4-§. Shaxsiy va hayotni sug‘urtalashda netto - mukofot

Shaxsiy sug‘urtalash sug‘urta tizimining tarkibiy bir qismidir. Lekin, uning ob`ekti mulk emas, balki insonlar hayoti va sog‘ligini asrashdir. Mulk sug‘urtasidan ko‘zda tutilgan asosiy maqsad tabiiy ofat natijasida mol-mulkka yetkazilgan zararlarni qoplashni tashkil qilish bo‘lsa, shaxsiy sug‘urta oila budjetini mustahkamlash orqali fuqarolar farovonligini yaxshilashga yordam beradi.

Shaxsiy sug‘urta hodisalariga sug‘urtalangan shaxsning baxtsiz hodisa oqibatida shikastlanishi, sifatsiz oziq-ovqatni iste`mol qilishi natijasida kuchli zaharlanishi, tasodifan suyak sinishi, chiqishi, noto‘g‘ri tibbiy muolaja natijasida a’zolarning jarohatlanishi yoki ularning olib tashlanishi kabi hodisalar kiradi.

Fuqarolar shaxsiy sug‘urtasiga, shuningdek, aholi hayotini aralash sug‘urtalash, bolalar va nikoh to‘yi sug‘urtasi, transportda qatnovchi yo‘lovchilar sug‘urtasi, harbiy xizmatchilarni majburiy sug‘urtalash, ko‘mir, neft, gaz, qazib olish va geologiya-qidiruv ishlari tizimi xodimlarining majburiy shaxsiy sug‘urtasi, fuqarolarni qo‘shimcha nafaqaga sug‘urtalash, o‘quvchilarni ko‘ngilsiz hodisalardan sug‘urtalash, sayyohlar sug‘urtasi kabilar ham kiradi.

Sug‘urta shartnomasiga asosan, sug‘urtalanuvchi oldindan sug‘urtalovchiga biror miqdordagi pulni-mukofotni to‘laydi. O‘z navbatida, sug‘urtalanuvchi sug‘urta hodisasi ro‘y bergandan so‘ng S - miqdordagi sug‘urta pulini olishga haqli bo‘ladi. Agar sug‘urta hodisasining ro‘y berish ehtimoli – q oldindan ma’lum bo‘lsa, u holda nazariy jihatdan to‘lanadigan mukofot miqdori – R ni $R=S \cdot q$ tarzda aniqlash mumkin.

Sug‘urtalashda ***netto-mukofot*** deb, sug‘urtaning nazariy bahosi tushuniladi. Amaliyotda sug‘urta tashkilotiga to‘lanadigan mukofot miqdori, odatda, netto-mukofotdan tashqari ***yuklama*** deb ataluvchi miqdorni ham o‘z ichiga oladi. Yuklama hisobidan sug‘urta bo‘yicha ish yuritish xarajatlariga mablag‘ ajratiladi. Netto-mukofot va yuklama yig‘indisiga ***brutto-mukofot*** deb ataladi.

Quyida shaxsiy sug‘urtalashning sodda holi uchun netto-mukofotni aniqlash bilan tanishamiz. Aytaylik, x yoshdagi kishi sug‘urta tashkiloti bilan shartnoma tuzib, unga asosan, u $x+n$ yoshga to‘lgandan keyin S so‘m miqdordagi sug‘urta pulini olishi mumkin bo‘lsin. Bu turdagi sug‘urtalashning netto-mukofoti miqdorini ${}_nE_x$ kabi belgilaylik.

U holda

$$ {}_nE_x={}_nP_x \cdot V^n \cdot S, \qquad (8.25)$$

bunda, ${}_nP_x$ - x yoshda bo‘lgan kishining $x+n$ yoshgacha yashash ehtimoli;

V^n - berilgan murakkab foiz stavkasi bo‘yicha hisoblangan diskontlash koeffitsiyenti.

Umumiy holda, Kommutatsion funksiya yordamida quyidagini hosil qilish mumkin:

$$ {}_nE_x={}_nP_x \cdot V^n \cdot S = \frac{L_{x+n}}{L_x} \cdot V^n \cdot S = \frac{l_{x+n} \cdot V^x}{l_x \cdot V^x} \cdot V^n \cdot S = \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot S . \qquad (8.26)$$

1-masala. 50 yoshdagi erkak kishining 70 yoshgacha yashashi sug‘urtalangan bo‘lsin, u holda netto-mukofot miqdorini aniqlash talab etiladi. Agar hisoblashlarda murakkab foiz stavkasini 9% deb qabul qilsa, u holda (8.21) formulaga asosan,

$$ {}_{20}E_{50} = \frac{D_{70}}{D_{50}} \cdot S = \frac{940,1039}{6135,131} \cdot S = 0,153233 \cdot S $$

bo‘ladi. Bu yerda netto-mukofot S - sug‘urta qoplamasining 15 % dan sal ko‘prog‘ini tashkil etmoqda va u sug‘urta ishlarini yoritishga oid xarajatlar (yuklama) ni hisobga olmaydi.

2-masala. Agar yuqoridagi 1-masala shartlarida ayol kishi sug‘urtalangan bo‘lsa, u holda kutilgan netto-mukofot miqdori qanday bo‘ladi?

Yechish. Kommutatsion funksiyalar jadvalidan (5-ilova) foydalanib topamiz.

$D_{70}(A)=2101,824;$ $D_{50}(A)=7819,733.$

Demak,

$$ {}_{20}E_{50}(A) = \frac{D_{70}(A)}{D_{50}(A)} \cdot S = \frac{2101,824}{7819,733} \cdot S = 0,2688 \cdot S. $$

Javob. Netto-mukofot sug‘urta qoplamasining 27% ga yaqin miqdorini tashkil etadi.

Shaxsiy sug‘urtalashning keng tarqalgan turlaridan biri hayotni sug‘urtalashdir. Bunda sug‘urtalanuvchi vafot etgan taqdirda uning vorislariga S miqdordagi sug‘urta puli to‘lanadi. Aytaylik, hayotni sug‘urtalash shartnomasi x yoshda tuzilgan bo‘lsin. Agar sug‘urtalangan shaxs sug‘urta muddatining birinchi yilida vafot etgan bo‘lsa va sug‘urta summasi vorislarga yil oxirida to‘lansa, to‘lov summasining joriy qiymati $q_x Sv$ ga; agar sug‘urta hodisasi 2- yilda ro‘y bersa, sug‘urta summasining joriy qiymati $2q_x Sv^2$ va h.k. n- yilda ro‘y bersa, $nq_x Sv^n$ ga teng bo‘ladi.

Bu holda, netto-mukofot miqdori sug‘urta annuitetining joriy qiymatiga yoki diskontlangan to‘lovlarning matematik kutilishiga teng bo‘ladi. Hayotni sug‘urtalash muddati umrning oxirigacha deb olinsa, izlanayotgan netto-mukofot miqdori (vafot etish jadvallariga ko‘ra, $q_x = \frac{d_x}{l_x}$) quyidagicha aniqlanadi:

$$E_x = A_x = \frac{d_x}{l_x} vS + \frac{d_{x+1}}{l_x} v^2 S + ... + \frac{d_w}{l_x} \cdot v^{w-x} S. \qquad (8.27)$$

Har bir qo‘shiluvchi hadni v^x ga ko‘paytirib va bo‘lib, hamda D_x Kommutatsion funksiyadan foydalanib, quyidagini hosil qilamiz:

$$A_x = S \cdot \left(\frac{d_x}{D_x} v^{x+1} + \frac{d_{x+1}}{D_x} v^{x+2} + ... + \frac{d_w}{D_x} v^w \right). \qquad (8.28)$$

Agar, oxirgi tenglikda M_x Kommutatsion funksiyani qo‘llasak:

$$E_x = A_x = \frac{M_x}{D_x} \cdot S \qquad (8.29)$$

tenglik hosil bo‘ladi. Odatda, umrning oxirigacha sug‘urtalash kamdan-kam holda uchraydi. Ko‘pincha, hayotni sug‘urtalash biror chegaralangan muddatgacha tuziladi. Aytaylik, ushbu muddat n yilga teng bo‘lsin. Bu holda netto-mukofot quyidagicha aniqlanadi:

$$_nE_x = {}_nA_x = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \cdot S. \qquad (8.30)$$

3-masala. 50 yoshli erkak kishi uchun umrining oxirigacha sug‘urta shartnomasi tuzilgan va unga ko‘ra u vafot etgandan so‘ng uning vorislariga 5000000 so‘m sug‘urta pulini to‘lash belgilangan. Agar foiz stavkasi 5% deb qabul qilingan bo‘lsa, u holda netto-mukofot miqdori qanday bo‘ladi?

Yechish. Kommutatsion funksiyalar jadvali (5-ilova)dan foydalanib, erkaklar uchun $M_{50}=2888,01$ va $D_{50}=6135,131$ ekanligini topamiz. U holda (8.23) formulaga asosan,

$$E_{50} = A_{50} = \frac{M_{50}}{D_{50}} \cdot 5 = 2{,}35 \text{ mln. so‘m.}$$

Javob. Mijoz sug‘urta shartnomasi tuzilish jarayonida 2350000 so‘m netto-mukofot to‘lashi kerak.

4-masala. Agar 3- masalaning shartlaridagi erkak kishi umrining oxirigacha emas, balki 20 yilga shartnoma tuzgan bo‘lsa, u holda uning netto-mukofoti qancha bo‘ladi?

Yechish. Yuqoridagi (8.24) formuladan foydalanib topamiz.

$${}_{20}E_{50} = {}_{20}A_{50} = \frac{M_{50} - M_{70}}{D_{50}} \cdot 5 = \frac{2888{,}06 - 623{,}6632}{6135{,}131} \cdot 5 = 1845500.$$

Javob. 1845500 so‘m.

5-masala. Yuqoridagi 3-masalaning shartlaridagi sug‘urtalanuvchi ayol kishidan iborat bo‘lsa, u holda uning netto-mukofoti miqdori qancha bo‘ladi?

Yechish. Kommutatsion funksiyalar jadvali (5-ilova)dan foydalanib ayollar uchun $M_{50}(A) = 2512{,}876$ va $D_{50}(A) = 7819{,}733$ ekanligini topamiz. U holda (8.23) formula yordamida topamiz:

$$E_{50} = \frac{M_{50}(A)}{D_{50}(A)} \cdot 5 = \frac{2512{,}876}{7819{,}733} \cdot 5 = 1606753.$$

Javob. Sug‘urtalanuvchi ayol sug‘urtalovchiga 1606753 so‘m netto-mukofot to‘laydi.

6- masala. Agar 4- masala shartida sug‘urtalanuvchi ayol kishi bo‘lsa, u holda uning netto-mukofoti qancha bo‘ladi?

Yechish. (8.24) formula yordamida topamiz:

$${}_{20}E_{50} = \frac{M_{50}(A) - M_{70}(A)}{D_{50}(A)} \cdot 5 = \frac{2512{,}876 - 1230{,}937}{10265{,}1} \cdot 5 = 624416.$$

Javob. 624416 so‘m.

8.5-§. Nafaqani sug‘urtalash

Xalqaro amaliyotda nafaqa tizimini moliyalashtirish fondlashtirilmagan, fondlashtirilgan va qisman fondlashtirilgan shakllarda amalga oshiriladi. ***Fondlashtirilmagan*** nafaqa tizimida nafaqalar joriy tushumlar yordamida to‘lab boriladi. ***Fondlashtirilgan*** tizimda esa nafaqalar nodavlat nafaqa fondlari (NNF) mablag‘idan to‘lanadi. ***Qisman fondlashtirilgan*** tizimda maqsadli fondlar hamma a’zolar uchun emas, balki qisman a’zolar uchun, masalan, nafaqaga chiqayotgan shaxslar uchun tuziladi.

Aktuar hisoblarni qo‘llash nuqtai nazaridan fondlashtirilgan nafaqa tizimi katta ahamiyatga ega bo‘lib, unda mijozlar NNFlari yordamida nafaqa bilan ta’minlanadilar. Nafaqalarni NNFlari yordamida moliyalashtirish jarayoni uzoq muddatli investitsiya jarayonidan iborat bo‘lib, u ikki bosqichdan iborat bo‘ladi.

I bosqichda mijozlarning badallari hisobiga yig‘ilgan jamg‘arma investitsiyaga sarflanadi va olingan foydalar hisobiga jamg‘arma hajmi oshadi. II bosqichda yig‘ilgan mablag‘ mijozlarga doimiy nafaqa sifatida to‘lab boriladi.

Quyida biz faqat fondlashtirilgan nafaqa tizimini moliyalashtirishda aktuar hisoblarni qo‘llash bilan tanishamiz.

Fondlashtirilgan tizimning o‘zi 3 turga bo‘linadi:

1) omonat saqlaydigan nafaqa tizimi. Bunda mijozning ma’lum bir yoshgacha yashash ehtimoli nazarga olinmaydi, badallardan yig‘ilgan summa mijoz vafot etgan taqdirda uning vorislariga meros sifatida beriladi; to‘lovlarning aniq muddati belgilanadi; mijozlar orasida birdamlik mavjud bo‘lmaydi.

2) sug‘urtaviy nafaqa tizimi. Bunda ishtirokchilarning birdamligi mavjud bo‘lib, mijoz vafot etgan taqdirda uning hisobidagi mablag‘ vorislariga meros sifatida berilmaydi. Mijozning ma’lum yoshgacha yashash ehtimoli nazarga olinadi;

3) aralash, omonatli-sug‘urtaviy nafaqa tizimi. Bunda omonatli va sug‘urtaviy tizimlar ketma-ket navbat bilan qo‘llanadi, masalan, badallarni yig‘ish bosqichida omonatli, nafaqalarni to‘lash bosqichida sug‘urtaviy tizim qo‘llanadi.

Nafaqa sug‘urtasida badallar va to‘lovlar(nafaqalar) summalarining muvofiqlanishi, ya`ni ularning balanslanganligi prinsipiga asoslanadi. Ana shunday prinsip ***sug‘urta jarayonining asosiy prinsipi*** hisoblanadi.

Har qanday fondlashtirilgan nafaqa sug‘urtasini hisoblashda 2 xil masalani hal qilish mumkin: 1) o‘rnatilgan badallar asosida nafaqa miqdorini aniqlash; 2) o‘rnatilgan nafaqa miqdori asosida badallar hajmini aniqlash.

Quyida turli nafaqa tizimlari uchun ana shunga o‘xshash masalalarni hal qilish yo‘llarini o‘rganamiz.

Omonat saqlaydigan nafaqa tizimida sug‘urta mukofoti va nafaqa miqdorini hisoblash usullari. Omonat saqlaydigan nafaqa tizimida birvarakayiga to‘lanadigan netto-mukofot miqdori yoki ma’lum muddat oralig‘ida renta sifatida to‘lanadigan mukofot hadlarini aniqlashda moliyaviy rentaning joriy bahosini topish formulalaridan foydalaniladi. Bunday formulalar asosida sug‘urta operatsiyasi ishtirokchilari majburiyatlarining o‘zaro tengligi prinsipini akslantiruvchi quyidagi tenglik o‘rinli bo‘ladi:

$$E = A \cdot v^n = R \cdot a_{t;p\%}(1+i) \cdot v^n, \qquad (8.31)$$

bu yerda:

R - yillik nafaqa summasi;

E - birvarakayiga to‘lanadigan sug‘urta badali (netto-mukofot);

A - sug‘urtalanuvchi shaxsiy hisobida nafaqa yoshiga yetguncha yig‘ilgan summa;

$v - p\%$ foiz stavkasi bilan hisoblangan diskontlash koeffitsiyenti $v = (1+i)^{-1}$;

$\ddot{a}_{t;p\%} = a_{t;p\%}(1+i)$ - o‘zgarmas prenumerando to‘lovlarni keltirish koeffitsiyenti;

$a_{t;p\%}$ - o‘zgarmas postnumerando to‘lovlarni keltirish koeffitsiyenti;

n - shartnoma muddati (*n*=*L*-*x*);

t - nafaqani to‘lash muddati (*t*=*W*-*L*).

Bundan tashqari yana qiyidagi belgilashlarni kiritamiz:

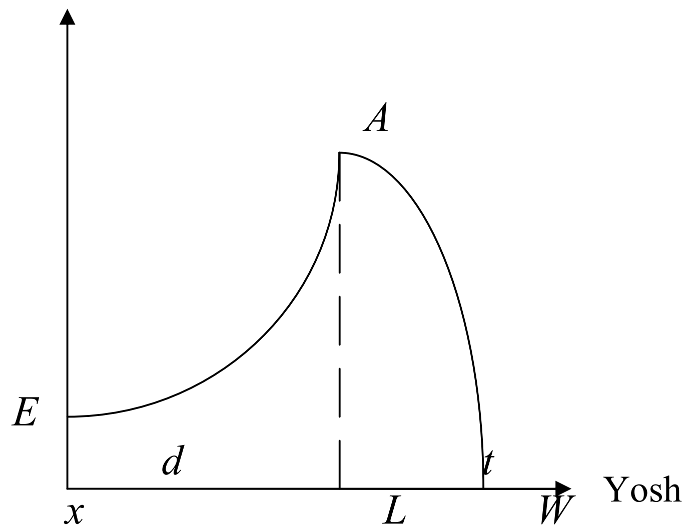
L - nafaqaga chiqish yoshi;

W - sug‘urtalanuvchining shartnoma tugashi vaqtidagi yoshi;

x - sug‘urtalanuvchining shartnoma tuzish vaqtidagi yoshi.

T - yillik to‘lov (badal) miqdori;

Nafaqaga chiqqungacha o‘tgan davr ***sug‘urta muddati*** deb ataladi. Bu muddat tugagach, agar sug‘urta shartnomasi bo‘yicha hamma badallar to‘langan bo‘lsa, sug‘urtalanuvchi nafaqa yoshiga to‘lgandan so‘ng unga umrining oxirigacha qo‘shimcha nafaqa to‘lanadi. Umumiy muddat ikki davrga bo‘linadi. Birinchi davrda sug‘urtalanuvchi x yoshdan nafaqa yoshi L gacha surunkali ravishda sug‘urta badallarini yoki birvarakayiga E miqdorda sug‘urta mukofotini to‘laydi. Bu davrda ushbu summa A miqdordagi summagacha o‘sadi; ikkinchi davrda jamg‘arilgan mablag‘ asosida sug‘urtalanuvchiga umrining oxirigacha yoki u W yoshga etguncha nafaqa to‘lanadi (1-shakl).



1-shakl.

1-masala. 40 yoshli sug‘urtalanuvchi erkak nafaqa yoshigacha 20 yil davomida sug‘urta badallarini yoki birvarakayiga sug‘urta mukofotini to‘laydi. Shartnomaga ko‘ra, sug‘urtalanuvchi nafaqa yoshiga yetgach, unga har yili 50000 so‘mdan qo‘shimcha nafaqa 15 yil davomida to‘lanadi. Ushbu sug‘urta to‘lovini ta’minlovchi netto-mukofotni aniqlang.

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, x=40, n=20, t=15, W=60, R=50000, P=9%, i=0,09.

Sug‘urtalanuvchining shaxsiy hisobida yig‘ilgan mablag‘ miqdori A ni (8.31) tenglikdan foydalanib topamiz.

$$A = R \cdot a_{t;p\%}(1+i) = 50000 \cdot a_{15;9\%}(1+0{,}09);$$

$$A = R \cdot \ddot{a}_{t;p\%} = R \cdot a_{t;p\%}(1+i) = 50000 \cdot 8{,}786161 = 439308,$$

bu yerda $\ddot{a}_{t;p\%} = a_{t;p\%}(1+i)$ -o‘zgarmas prenumerando rentaning keltirish koeffitsiyenti bo‘lib, uning jadvaldagi qiymati 8,786161 ga teng.

Demak,

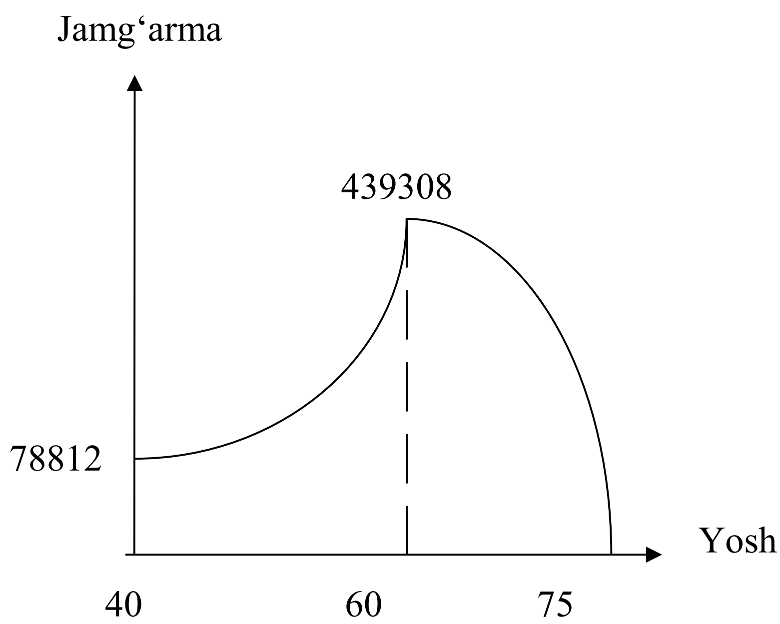
$$A = 50000 \cdot 8{,}786161 = 439308.$$

U holda (8.31) formulaga ko‘ra,

$$E=AV^{-20}=439308 \cdot 0{,}1784=78812.$$

Demak, birvarakayiga to‘lanadigan sug‘urta mukofoti 78812 so‘m bo‘lar ekan.

Nafaqa jamg‘armasining o‘zgarish jarayonini grafikda quyidagicha tasvirlash mumkin.



2-shakl.

Shaklga quyidagicha izoh berish mumkin. Agar sug‘urtalanuvchi birvarakayiga 78812 so‘m netto-mukofot to‘lasa, u nafaqa yoshiga yetganda uning shaxsiy hisobidagi jamg‘arma miqdori 439308 so‘mga yetadi. Ushbu jamg‘arma sug‘urtalanuvchiga keyingi 15 yil davomida

(75 yoshga to‘lguncha) yiliga 50000 so‘mdan qo‘shimcha nafaqa pul to‘lanishiga imkon beradi.

Agar sug‘urta shartnomasiga ko‘ra, sug‘urta badallari m yil ($m \leq n$) davomida har yilning boshida teng miqdorlarda to‘lab borilsa, u holda yillik to‘lov (badal) miqdori T quyidagi tenglik asosida topiladi:

$$T \cdot \ddot{a}_{m;p\%} = A \cdot v^n, \qquad (8.32)$$

bundan

$$T = \frac{A \cdot v^n}{\ddot{a}_{m;p\%}} = \frac{A \cdot v^n}{a_{m;p\%}(1+i)}. \qquad (8.33)$$

8-masala. Agar yuqoridagi 1-masalada sug‘urtalanuvchi sug‘urta to‘lovlarini 20 yil davomida o‘zgarmas yillik renta sifatida to‘lab borsa, u holda har yilgi badal miqdori qancha bo‘ladi? Foiz stavkasi 9% deb qabul qilinsin.

Yechish. 1- masala yechimlari bo‘yicha A=439308, $A\,v^{20}$=78812, n=20.
(8.32) formuladan foydalanib topamiz.

$$T \cdot \ddot{a}_{20;9\%} = A v^{20} = 78812,$$

bu yerda

$$\ddot{a}_{20;9\%} = a_{20;9\%}(1+0{,}09) = 9{,}1285 \cdot 1{,}09 = 9{,}95.$$

Demak,

$$T = \frac{78812}{9{,}95} = 8021{,}31.$$

Javob. Sug‘urtalanuvchining har yilgi badali 8021,31 so‘mni tashkil qiladi. Demak, sug‘urtalanuvchi nafaqaga chiqqandan so‘ng 15 yil davomida yiliga 50000 so‘mdan qo‘shimcha nafaqa olish uchun u birvarakayiga 78812 so‘m sug‘urta mukofoti to‘lashi yoki 20 yil davomida yiliga 8021,31 so‘mdan sug‘urta badallarini to‘lab borishi kerak.

Sug‘urtaviy nafaqa tizimida nafaqani sug‘urtalash ma’lum bir yoshgacha yashashni sug‘urtalashni ketma-ket takrorlashdan iborat bo‘ladi.

Deylik, nafaqa L yoshdan berilsin va birvarakayiga to‘lanadigan nafaqa miqdori S so‘mni tashkil qilsin. U holda bunday sug‘urta bahosi L yoshgacha yashashni sug‘urtalash bahosiga teng bo‘ladi va quyidagi formula yordamida topiladi.

$$_{L-x}E_x = {}_{L-x}P_x \cdot v^{L-x} \cdot S, \tag{8.34}$$

bu yerda $_{L-x}P_x$ - x - yoshidagi odamning L yoshgacha yashash ehtimoli, berilgan foiz stavkasi bo‘yicha hisoblangan diskontlash koeffitsiyenti

$$v^{L-x} = (1+i)^{-L+x}.$$

Agar masalada nafaqa hajmi berilgan bo‘lsa, u holda ***netto-narx (tarif)*** deb ataluvchi hamda bir so‘mlik nafaqaga to‘g‘ri keluvchi netto-mukofotni ifodalovchi ko‘rsatkich ishlatiladi. Netto-narxni birvarakayiga hamda bir necha muddatda to‘lanadigan badallar uchun hisoblash mumkin.

Deylik, birvarakayiga to‘lanadigan badal ko‘rilayotgan bo‘lsin. Bu holda netto-narx nafaqa to‘lash shartlariga mos keluvchi anunitet bahosiga teng bo‘ladi. U holda netto-mukofot netto-narxning nafaqa miqdoriga ko‘paytmasi ko‘rinishida aniqlanadi. Masalan, o‘zgarmas yillik prenumerando nafaqa uchun

$$E_x = R \cdot \ddot{a}_x = R \cdot \frac{N_x}{D_x}, \tag{8.35}$$

bu yerda $\ddot{a}_x$ - yillik prenumerando rentaning joriy bahosi; R - yillik nafaqa miqdori; N_x, D_x -Kommutatsion funksiyalar. Agar nafaqa to‘lash muddati n yilga qoldirilgan bo‘lsa, u holda netto-mukofot quyidagicha aniqlanadi:

$$ {}_nE_x = R \cdot {}_n\ddot{a}_x = R\frac{N_{x+n+1}}{D_x}, \qquad (8.36) $$

bu yerda

$$ {}_n\ddot{a}_x = \frac{N_{x+n+1}}{D_x}, \qquad (8.37) $$

${}_n\ddot{a}_x$ - n - yilga qoldirilgan yillik prenumerando renta bahosi.

3-masala. 40 yoshli ayol sug'urta kompaniyasi bilan shartnoma tuzib, unga nafaqa yoshiga yetgandan so'ng umrbod (55 yoshdan boshlab) har yilning boshida 100000 so'mdan qo'shimcha nafaqa to'lanishiga kelishib oldi. Agar foiz stavkasi 5% bo'lsa, u holda sug'urtalanuvchi ayol birvarakayiga qancha sug'urta mukofoti to'lashi kerak?

Yechish. Masalaning shartiga ko'ra, x=40, n=15, L=55, P=5%, i=0,09. Masalada 15 yilga qoldirilgan, umrbod prenumerando rentaga ega bo'lamiz. Bunday rentaning netto-narxi (8.37) formulaga asosan,

$$ {}_{15}\ddot{a}_{40} = \frac{N_{56}(A)}{D_{40}(A)} = \frac{70666{,}31}{13372{,}61} = 5{,}2844. $$

U holda

$$ E_{40} = 100000 \cdot 5{,}2844 = 528440. $$

Javob. 528440 so'm.

Agar nafaqa umrbod emas, balki 15 yil muddatga sug'urtalangan bo'lsa, u holda sug'urtalanuvchi nafaqa yoshiga yetgan vaqtdagi sug'urta bahosi quyidagicha topiladi:

$$ E_{55} = 100000 \cdot \ddot{a}_{55;15} = 100000\frac{N_{55}(A) - N_{70}(A)}{D_{55}} = $$

$$ = \frac{76497{,}01 - 18288{,}63}{5830{,}702} \cdot 100000 = 998308{,}26. $$

Sug‘urtalanuvchining 40 yoshidagi sug‘urta annuitetining bahosi 15 yilga qoldirilgan 20 yil bilan chegaralangan prenumerando rentaning bahosidan iborat bo‘lsa, yani agar sug‘urta 20 yil muddatga tuzilgan bo‘lsa, u holda uning bahosi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$E_{40} = 100000 \cdot {}_{15}\ddot{a}_{40;20} = 100000 \frac{N_{55}(A) - N_{75}(A)}{D_{40}(A)} =$$

$$= \frac{76497{,}01 - 9362{,}677}{13372{,}61} \cdot 100000 = 502028{,}64 \ \ so`m$$

Agar sug‘urtalanuvchi badallarni ma’lum muddat oralig‘ida ketma-ket to‘lovlar (rentalar) singari to‘lab borsa va nafaqalar ham ketma-ket to‘lovlar singari amalga oshirilsa, u holda tomonlar majburiyatlarining tengligi haqidagi prinsipga asoslanib quyidagi tenglikni yozamiz:

$$Pa_{x;t} = R\,{}_{n}a_{x}, \qquad (8.38)$$

bu yerda

P - yillik badallar summasi;

R - yillik nafaqa summasi;

$a_{x;t}$ - tezkor chegaralangan rentaning bahosi;

${}_{n}a_{x}$ - n- yilga qoldirilgan umrbod renta bahosi;

(8.38) tenglikdan foydalanib topamiz:

$$P = R\frac{{}_{n}a_{x}}{a_{x;t}} = R\frac{N_{x+n+1}}{D_x} : \frac{N_{x+1} - N_{x+t+1}}{D_x} = R \cdot \frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+t+1}}. \qquad (8.39)$$

4-masala. 40 yoshdagi erkak kishi sug‘urta kompaniyasi bilan unga nafaqa yoshiga yetgach har yili 500000 so‘mdan 20 yil davomida nafaqa to‘lash haqida shartnoma tuzdi. Shartnomaga ko‘ra, foiz stavkasi 5 % deb qabul qilindi. Ushbu shartnoma amalga oshishi uchun sug‘urtalanuvchi sug‘urta badallarini (birvarakayiga emas, balki 20 yil davomida cho‘zib to‘lasa, u har yili qanchadan badal to‘lashi kerak?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, x=40, n=20, R=500000, P=5%, $x+n+1$=60. (8.39) formuladan foydalanib topamiz.

$$P = 500000 \cdot \frac{N_{60}}{N_{41} - N_{61}} = R \cdot \frac{24439{,}09}{146574{,}1 - 21749{,}14} =$$

$$= 0{,}19579 \cdot 500000 = 97893.$$

Demak, yillik badal miqdori yillik nafaqa miqdorining 20% ga yaqin qismini tashkil qiladi va 97893 so‘m bo‘ladi.

Agar sug‘urta badallari ham, nafaqa har yilning boshida amalga oshirilsa, ya`ni ular prenumerando to‘lovlardan iborat bo‘lsa, u holda yiliga nafaqa summasi R ma’lum bo‘lganda yillik sug‘urta badallari summasi P quyidagi tenglik yordamida topiladi:

$$P\ddot{a}_{x;t} = R \cdot {}_n\ddot{a}_x. \tag{8.40}$$

va quyidagiga teng bo‘ladi:

$$P = R\frac{{}_n\ddot{a}_x}{a_{x;t}} = R \cdot \frac{N_L}{N_x - N_{x+t}}. \tag{8.41}$$

5-masala. 40 yoshdagi ayol sug‘urta kompaniyasi bilan shartnoma tuzgan. Unga ko‘ra sug‘urtalanuvchiga har yili 500000 so‘mdan qo‘shimcha nafaqa umrining oxirigacha to‘lab boriladi. Agar foiz stavkasi 5% bo‘lsa, u holda sug‘urtalanuvchi ayol 15 yil davomida har yili qanchadan sug‘urta badali to‘lab borishi kerak?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, *L (*nafaqa yoshi*)*=55, *x*=40, *R*=500000, *P*=5%, *t*=15.

(8.41) formuladan foydalanib topamiz.

$$P = R \cdot \frac{N_{55}(A)}{N_{40}(A) - N_{55}(A)} = \frac{76497{,}01}{218014{,}5 - 76497{,}01} \cdot R =$$

$$= \frac{76497{,}01}{141517{,}49} \cdot R = 0{,}54R.$$

P=0,54 · 500000=270000.

Demak, yillik sug‘urta badallari summasi bir yillik nafaqa summasining 54% ni tashkil qiladi va 270000 so‘mdan iborat bo‘ladi.

8.6-§. Sug‘urta rezervlari

Sug‘urta tashkilotlari ishini barqaror rivojlanishini ta’minlovchi ko‘rsatkichlardan biri ***sug‘urta rezervlari***dir.

Rezerv deb, sug‘urta tashkiloti majburiyatlarining sof joriy bahosiga aytiladi. Rezerv summasini to‘g‘ri va teskari usullar bilan hisoblash mumkin. Bu ikki usul ham bir xil natijaga olib keladi.

To‘g‘ri usulda rezerv sug‘urtalovchi amalga oshiradigan to‘lovlarning joriy bahosidan sug‘urtalanuvchilarning kutiladigan badallarining joriy bahosini ayirish kerak.

Rezerv (reserve) so‘zi xalqaro sug‘urta amaliyotiga tegishli bo‘lib, u sug‘urtalovchining sof majburiyatini ifodalab, real jamg‘armani (aktivlarni) ifodalaydi. Sug‘urta tashkilotining sug‘urtalanuvchilar oldidagi majburiyati to‘liq bajarilishi uchun rezervlarga majburiyatlarni to‘liq bajarilishiga imkoniyat tug‘diruvchi aktivlarni kiritish har bir sug‘urtalovchi uchun majburiy hisoblanadi.

Iqtisodiy atamalarda rezerv so‘zi zaxira yoki fond ma’nosida ishlatiladi, lekin u majburiyatni ifodalamaydi. Rezerv so‘zining bu ikki ma’nosini to‘g‘ri ishlatish uchun zaxira, fond ma’nosida ishlatilgan rezerv so‘zini oddiygina “rezerv” deb ataymiz. Majburiyatni ifodalovchi rezerv so‘zini esa “sug‘urta rezervi” deb ataymiz.

Sug‘urta rezervini hisoblash usullari bilan tanishamiz. Sug‘urta rezervini sug‘urta shartnomasi amal qiladigan davrning ixtiyoriy bir bosqichi uchun hisoblash mumkin. Masalan, uni $t=0$ bosqich uchun, ya`ni sug‘urta mukofoti to‘languncha bo‘lgan davr uchun hisoblash mumkin. Deylik, x yoshdagi mijoz har yilning boshida R_x summali badalni umrining oxirigacha to‘lab borsin. U holda $t=0$ bosqichdagi sug‘urta rezervi quyidagiga teng bo‘ladi.

$$ {}_0V_x = A_x - P_x \cdot \ddot{a}_x = 0, \qquad (8.42) $$

bu yerda, ${}_0V_x$ - x yoshdagi sug‘urtalanuvchilar uchun sug‘urta rezervi miqdori, A_x - sug‘urta majburiyatlarining joriy bahosi; $\ddot{a}_x$ - netto-tarif (1 so‘mlik nafaqa summasiga to‘g‘ri keluvchi netto-mukofot miqdori).

(8.42) tenglikdan ko‘rinadiki, boshlang‘ich $t=0$ bosqichdagi rezerv 0 ga teng bo‘ladi. Sug‘urta shartnomasi tuzilgandan keyingi t bosqichdagi sug‘urta rezervi quyidagiga teng bo‘ladi:

$${}_tV_x = A_{x+t} - P_x \cdot \ddot{a}_{x+t} \quad . \qquad (8.43)$$

Sug'urta rezervlari sug'urta turlariga bog'liq ravishda turlicha hisoblanadi. Masalan, ma'lum yoshgacha yashashni sug'urtalashda sug'urta rezervini aniqlash uchun sug'urta mukofoti birdaniga to'lanishi nazarga olinadi. U holda bu mukofot sug'urtalanuvchining shaxsiy hisobiga yoziladi va boshlang'ich rezerv deb qabul qilinadi. Sug'urta ehtimolligidan foydalanib (8.43) formulani quyidagi ko'rinishda yozish mumkin.

$${}_tV_x = A_{x+t} = R\frac{l_{x+n}}{l_{x+t}}V^{n-t} = R\frac{D_{x+n}}{D_{x+t}}. \qquad (8.44)$$

Ba'zi sug'urta turlarida, masalan, nafaqa sug'urtasida sug'urtalanuvchilarning shaxsiy hisobi yuritiladi. Alohida olingan sug'urtalanuvchi shaxsiy hisobida yig'ilgan mablag' sug'urta rezervidan farq qiladi. Sug'urtalanuvchi shaxsiy hisobidagi mablag'ning t bosqichdagi hajmi

$$S_t = {}_nE_t(1+i)^t = \frac{D_{x+n}}{D_x}(1+i)^t = \frac{D_{x+n}}{D_x v^t}. \qquad (8.45)$$

pul birligiga teng bo'ladi. Bu yerda ${}_nE_t$ - $x+n$ yoshgacha yashashni sug'urtalashdagi netto-mukofot; D_{x+n} , D_x - Kommutatsion funksiyalar.

$t>0$ bosqichdagi sug'urta rezervi ${}_tV_x$ va sug'urtalanuvchining shaxsiy hisobiga yozilgan mablag' miqdori S_t orasida quyidagi munosabat o'rinli bo'ladi.

$$S_t < {}_tV_x \quad .$$

Endi (8.44) va (8.45) tengliklardan foydalanib quyidagi munosabatga ega bo'lamiz.

$${}_tV_x = S_t = \frac{D_x v^t}{D_{x+t}} = S_t \cdot \frac{l_x}{l_{x+t}} = S_t \frac{1}{{}_tP_x}, \qquad (8.46)$$

bu yerda ${}_tP_x$ x - yoshdagi mijozning $x+t$ yoshgacha yashash ehtimoli.

1-masala. 40 yoshdali erkak kishi o‘zini 60 yoshgacha yashashini sug‘urtalash uchun shartnoma tuzdi. Shartnomaga ko‘ra, u 60 yoshga to‘lganda unga 10 mln. so‘m pul to‘lanadi. U holda sug‘urtalanuvchi birvarakayiga qanday summada badal to‘lashi kerak va uning t=0 va t=1 bosqichlaridagi rezervi qanday bo‘lishi kerak? (Kommutatsion funksiyalar 5% li murakkab foiz stavkasi bilan hisoblangan).

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, R=10, n=20, i=0,05, p=5%, x=40, $x+n$=60. (8.44) formuladan foydalanib topamiz:

$$ {}_0V_{40} = {}_{20}E_{40} = 10 \cdot \frac{D_{60}}{D_{40}} = \frac{2689,946}{11838,66} \cdot 10 = 2272171. $$

Demak, shartnoma tuzilgan boshlang‘ich ($t=0$) bosqichda sug‘urta mukofoti 2272171 so‘m bo‘lishi kerak.

Ana shu summa sug‘urtalanuvchining shaxsiy hisobiga yoziladi va sug‘urta rezervi sifatida qabul qilinadi.

Oradan 1 yil o‘tgandan so‘ng sug‘urta rezervi

$$ {}_1V_{40} = 10 \cdot \frac{D_{60}}{D_{41}} = 2419014 $$

mln. so‘m bo‘ladi. Bu davrda sug‘urtalanuvchining shaxsiy hisobidagi mablag‘

$$ S_1 = 2272171 \cdot (1 + 0,05) = 2385779,5 $$

so‘mga etadi. Bundan $S_1 < {}_1V_{40}$ tengsizlikning bajarilishi ko‘rinadi. Sug‘urtalanuvchilarning birdamligi oqibatida 1 yil ichida sug‘urta rezervi

$$ 2419014 - 2272171 = 146843 $$

so‘mga oshgan.

Sug‘urtalanuvchi shaxsiy hisobidagi pul zaxirasi bilan sug‘urta rezervining o‘zgarish dinamikasi quyidagi jadvalda keltirilgan.

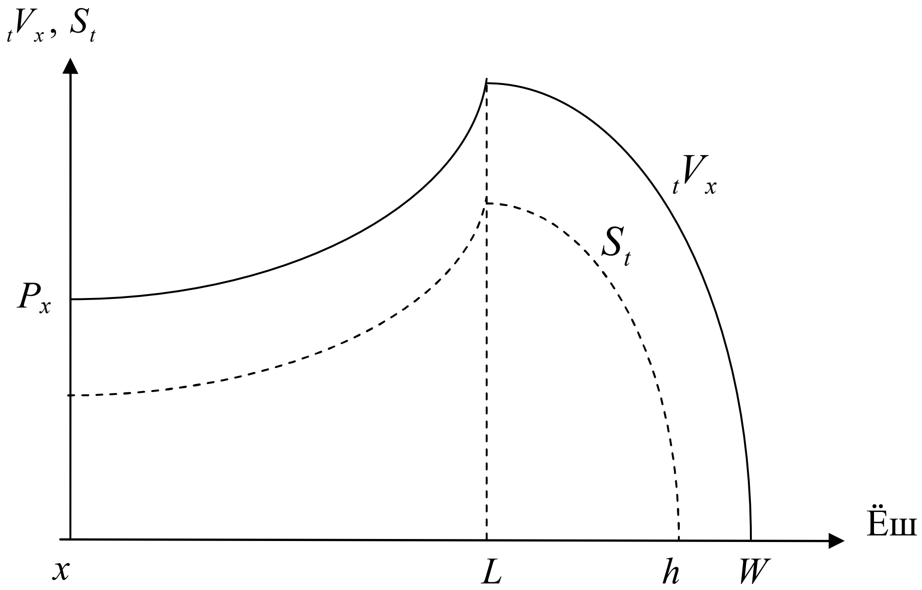
Jadvaldan ko‘rinadiki, sug‘urtalanuvchining shaxsiy hisobida yig‘ilgan mablag‘ 10 mln. so‘mdan kam. Lekin 60 yoshda 100 ta sug‘urtalanuvchidan 50 tasi vafot etishi mumkin. Vafot etganlar

t	0	1	5	10	20
S_t	2272171	2385779,5	2899971	3701139	6028751
${}_tV_{40}$	2272171	2419014	3123322	4384369	10000000

hisobiga 60 yoshga to‘lgan sug‘urtalanuvchilarga 10000000 so‘mdan sug‘urta to‘lovi berilishi mumkin.

8.7-§. Nafaqa sug‘urtasida rezervni hisoblash

Deylik, yakka shaxsining umrbod nafaqa sug‘urtasi ko‘rilayotgan bo‘lsin hamda sug‘urta badali birvarakayiga to‘lanadigan bo‘lsin. Bu holda sug‘urta rezervi bilan shaxsiy hisobdagi mablag‘ning o‘zgarishini quyidagi shakl ko‘rinishida tasvirlash mumkin (3- shakl).



3- shakl.

Shaklda quyidagi belgilashlar kiritilgan:

P_x – x - yoshdagi sug‘urtalanuvchining birvarakayiga to‘lagan badali;

L - sug‘urtalanuvchining nafaqaga chiqish yoshi;

h - sug‘urtalanuvchining shaxsiy hisobidagi pulning tugash muddati;

W - to‘lanadigan qo‘shimcha nafaqaning so‘nggi muddati.

3- shaklga binoan sug‘urtalanuvchining x yoshdan W yoshgacha bo‘lgan vaqt oralig‘i ikkita qismga ajratilgan bo‘lib, ulardan birinchisida sug‘urta rezervi jamlanadi, ikkinchisida esa jamlanadi va nafaqaga sarflanadi. Sug‘urta davrining boshida sug‘urta badali (mukofoti) to‘langandan keyingi bosqichdagi sug‘urta rezervi sug‘urta to‘lovlarining joriy bahosiga, bu esa, o‘z navbatida, birvarakayiga to‘langan sug‘urta mukofoti P_x ga teng bo‘ladi. Agar yillik nafaqa miqdori R ga teng bo‘lib, u har yilning boshida to‘lanadigan bo‘lsa, u holda boshlang‘ich davrdagi sug‘urta rezervi

$$ {}_0V_x = A_x = P_x = \frac{N_L}{D_x} \cdot R, \qquad (8.47) $$

formula yordamida topiladi. Bu yerda A_x – x yoshdagi sug‘urtalanuvchilarga to‘lanadigan sug‘urta to‘lovlarining joriy bahosi, N_L , D_x - kommutatsion funksiyalar.

2-masala. 50 yoshdagi shaxs nafaqa yoshi (60 yosh)ga etgandan so‘ng umrining oxirigacha har yili 300 ming so‘mdan qo‘shimcha nafaqa olishi uchun sug‘urta shartnomasini tuzgan. Agar foiz stavkasi 9% (i=0,09) bo‘lsa, u holda sug‘urtalanuvchi birvarakayiga qancha badal to‘lashi kerak?

Yechish. Masalaning shartiga ko‘ra, x=50, L=60, R=300, P=9%, i=0,09. Kommutatsion funksiyalar jadvalidan foydalanib topamiz: N_{60}= 3082,2 , D_{50}=1124,8. (8.47) formulaga asosan,

$$ {}_0V_x = P_x = \frac{3082,2}{1124,8} \cdot 300 = 822. $$

Javob: 822 ming so‘m.

Sug‘urta rezervi jamlanadigan birinchi bosqichdagi sug‘urta rezervi quyidagi formula orqali topiladi:

$$ {}_tV_x = \frac{N_L}{D_{x+t}} \cdot R, \qquad (8.48) $$

bu yerda $x+t<L$.

Deylik, $t=5$ bo‘lsin. U holda $x+t=55$ bo‘ladi. Demak, shartnoma tuzilgandan so‘nggi 5 yil ichida yig‘ilgan sug‘urta rezervining miqdori

$$ {}_5V_{50} = \frac{N_{60}}{D_{55}} \cdot 300 = \frac{3082{,}2}{673{,}09} \cdot 300 = 1374 $$

so‘m bo‘ladi. Sug‘urtalanuvchi nafaqa yoshiga etgandan keyingi ($x+t \geq L$) bosqichdagi sug‘urta rezervi quyidagi formula yordamida topiladi.

$$ {}_tV_x = \frac{N_{x+t}}{D_{x+t}} \cdot R. \qquad (8.49) $$

Yuqoridagi 2- masala shartlarida $t=15$ uchun quyidagi natijaga ega bo‘lamiz.

$$ {}_{15}V_{50} = \frac{N_{50+15}}{D_{50+15}} \cdot 300 = \frac{N_{65}}{D_{65}} \cdot 300 = \frac{1522{,}2}{213{,}78} \cdot 300 = 2136{,}12. $$

Demak, sug‘urtalanuvchini 65 yoshga to‘lganda uning sug‘urta rezervi 2136 ming so‘m bo‘lar ekan.

Sug‘urtalanuvchining shaxsiy hisobidagi mablag‘ning o‘zgarishi birinchi $x<t<L$ bosqichda quyidagi formula yordamida topiladi.

$$ S_t = P_x \cdot (1+i)^t. \qquad (8.50) $$

Ikkinchi bosqichda ($L<t<W$) esa

$$ S_{t+1} = S_t \cdot (1+i)^t - R. \qquad (8.51) $$

formula yordamida topiladi.

3-masala. Yuqoridagi 2- masala shartidagi sug‘urtalanuvchining shaxsiy hisobidagi mablag‘ u 55 va 65 yoshga to‘lganda qancha bo‘ladi?

$x+t$	50	55	60	65	70	90
S_t	822	1265	1946	1821	49	-
${}_tV_x$	822	1374	2376	2136	1874	300

Yechish. Dastlab t=5 va $x+t$=55 bo‘lgan holni ko‘ramiz. Masalaning shartiga ko‘ra, P_x=822, i=0,09, t=5. (8.50) formulaga asosan topamiz.

$$S_5 = 822 \cdot (1 + 0{,}09)^5 = 1265.$$

Endi t=10 bo‘lgan hol uchun, ya`ni sug‘urtalanuvchi 60 yoshga to‘lganda, uning shaxsiy hisobidagi mablag‘ miqdorini hisoblaymiz.

$$S_{10} = 822 \cdot (1 + 0{,}09)^{10} = 1946.$$

t=11 bo‘lganda $x+t$=61 bo‘ladi. Bu yoshda sug‘urtalanuvchining shaxsiy hisobidagi mablag‘ miqdorini (8.51) formula yordamida topamiz.

$$S_{11} = S_{10} \cdot (1 + 0{,}09) - 300 = 1946 \cdot 1{,}09 - 300 = 1821.$$

Sug‘urtalanuvchi shaxsiy hisobidagi mablag‘ va sug‘urta rezervining o‘zgarishi quyidagi jadvalda keltirilgan.

Jadvaldan ko‘rinadiki, nafaqa berila boshlangandan 10 yil keyin, ya`ni sug‘urtalanuvchi 70 yoshga to‘lganda uning shaxsiy hisobidagi mablag‘i tugaydi. Keyingi yillardagi nafaqa esa sug‘urtalanuvchilarning hamkorligi tufayli amalga oshiriladi.

Tayanch so‘z va iboralar

Aktuar hisoblar, aktuar matematika, aktuariylar, ma`lum bir yoshgacha yashashni sug‘urtalash, sug‘urta rentasi, muddatli sug‘urta rentalari, umrning oxirigacha sug‘urtalash, sug‘urta bahosi, netto baho, vafot etish jadvali, sug‘urta ehtimoli, kommutatsion funksiyalar, netto-mukofot, brutto mukofot, sug‘urta muddati, sug‘urta rezervlari.

Nazorat savollari

1. Sug'urta atamasining ta'rifi qanday?

2. Sug'urtaning o'ziga xos xususiyatlari nimalardan iborat?

3. Hayotni sug'urtalashda vafot etish jadvalining qanday ko'rsatkichlari ishlatiladi?

4. Sug'urta ehtimollari nima?

5. Kommutatsion funksiyalar nima?

6. Shaxsiy sug'urtalashning vazifalari nimalardan iborat?

7. Shaxsiy sug'urtalashning qanday turlari bor?

8. Hayotni sug'urtalashning mohiyati nimadan iborat?

9. Nafaqa sug'urtasi va uning maqsadini ayting.

10. Nafaqa sug'urtasida netto-tarif nima?

11. Nafaqa sug'urtasida neto-mukofot qanday aniqlanadi?

12. Nafaqa sug'urtasida yillik sug'urta badali qanday topiladi?

13. Hayotni sug'urtalashda netto-mukofot qanday topiladi?

14. Sug'urta rezervi nima?

15. Sug'urtalanuvchining shaxsiy hisobidagi mablag' qanday hisoblanadi?

16. Nafaqa sug'urtasida rezerv qanday hisoblanadi?

17. Omonat saqlaydigan nafaqa tizimida sug'urta mukofoti va nafaqa miqdori qanday hisoblanadi?

18. Sug'urtaviy nafaqa tizimida nafaqa qanday sug'urtalanadi?

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. Agar erkak kishi ayni paytda 40 yoshda bo'lsa, uning 70 yoshgacha umr ko'rish ehtimolini toping.

2. 50 yoshli erkak kishining keyingi 10 yil ichida vafot etish ehtimolini toping.

3. 30 yoshdagi erkak kishining 35 yoshga to'lgandan keyingi 5 yil davomida vafot etish ehtimolini toping.

4. 18 yoshdagi yigitning keyingi 2 yil ichida vafot etmaslik ehtimoli qanday?

5. 60 yoshga to'lgan ayolning 70 yoshgacha yashash ehtimolini toping.

6. 60 yoshdagi ayolni 80 yoshda vafot etish ehtimolini toping.

7. Biror shaxsga (erkak kishiga) 30 yoshdan boshlab umrining oxirigacha har yilning oxirida 10000 so'mdan iborat summa to'lab borilsa, u holda sug‘urta annuitetining bahosi qanday bo‘ladi? (foiz stavkasi 5% deb qaralsin).

8. 40 yoshdagi erkak kishi 60 yoshga to‘lgach S=2500 dollar sug‘urta qoplamasi olmoqchi bo‘lsa, (foiz stavkasi 9%) u qancha sug‘urta mukofoti to‘lashi kerak?

9. 40 yoshli erkak kishi uchun umrining oxirigacha sug‘urta shartnomasi tuzilgan bo‘lib, sug‘urta to‘lovi 1200 dollar bo‘lsa, netto-mukofot miqdorini toping.

10. 30 yoshdagi ayol 50 yoshga yetganda 1 mln. so‘m pul olish uchun sug‘urta kompaniyasi bilan shartnoma tuzdi. Agar foiz stavkasi 5% bo‘lsa, u holda netto-mukofoti miqdori qanday bo‘ladi?

11. 30 yoshli ayol 55 yoshda nafaqaga chiqqandan so‘ng 20 yil davomida har yilning boshida 100000 so‘mdan iborat qo‘shimcha nafaqaga ega bo‘lishi uchun sug‘urta kompaniyasi bilan shartnoma tuzdi. Agar foiz stavkasi 5% bo‘lsa, u holda bir martalik sug‘urta badali qanday bo‘ladi?

12. Yoshi 40 da bo‘lgan erkak kishi 50 ming so‘m pul to‘lab sug‘urta kompaniyasi bilan shartnoma tuzdi. Shartnomaga asosan bu kishi 65 yoshdan boshlab har yili ma’lum bir miqdorda qo‘shimcha nafaqaga ega bo‘ladi. Agar foiz stavkasi 5% bo‘lsa, u holda har yilgi nafaqa miqdori qanday bo‘ladi?

13. 20 yil davomida to‘lanadigan sug‘urta badallari hisobiga sug‘urtalanuvchi nafaqaga chiqqandan keyin unga 15 yil davomida har yili 120000 so‘m qo‘shimcha nafaqani ta’minlovchi sug‘urta mukofotini aniqlang (foiz stavkasi 9% deb olinsin).

14. Agar 3-masala shartlarida qo‘shimcha nafaqa miqdori 20 000 so‘m bo‘lib, foiz stavkasi 9% bo‘lsa, netto-mukofot miqdori qancha bo‘ladi?

15. 30 yoshdagi erkak kishi o‘zini 70 yoshgacha yashashini sug‘urtalash uchun shartnoma tuzdi. Shartnomaga ko‘ra, u 70 yoshga to‘lganda unga 20 mln. so‘m pul to‘lanadi. Sug‘urtalanuvchi shartnoma tuzgan boshlang‘ich davrda qancha miqdorda badal to‘lashi kerak. Uning 40, 50 va 60 yoshidagi sug‘urta rezervlari qancha bo‘ladi?

16. 40 yoshdagi ayol nafaqa yoshi (55 yosh) ga yetgandan so‘ng umrining oxirigacha har yili 500 000 so‘mdan qo‘shimcha nafaqa olish uchun sug‘urta shartnomasini tuzdi. Agar foiz stavkasi 5% (i=0,05) bo‘lsa, u holda sug‘urtalanuvchi birvarakayiga qancha badal to‘lashi kerak?

ILOVALAR

1-ilova. Arifmetik progressiya

Ikkinchi hadidan boshlab har bir hadi o‘zidan oldingi hadiga bir xil sonni qo‘shishdan hosil bo‘ladigan sonlar ketma-ketligi arifmetik progressiya deb ataladi. Arifmetik progressiya sonlar ketma-ketligi qo‘yidagicha yoziladi:

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ ,\ a_n,\ \ldots$$

Arifmetik progressiya ta’rifidan $a_2-a_1=a_3-a_2=\ldots\ \ldots\ \ldots a_n-a_{n-1}=d$ ekanligi kelib chiqadi. Bu o‘zgarmas son d arifmetik progressiyaning ***ayirmasi*** deyiladi. Agar $d>0$ bo‘lsa, arifmetik progressiya o‘suvchan, $d<0$ bo‘lsa u kamayuvchan deyiladi.

Arifmetik progressiya elementlari orasidagi bog‘lanishlarni quyidagi ko‘rinishda ifodalash mumkin:

$$a_j=a_{j-1}+d=a_{j-2}+2d=\ldots=a_1+(j-1)d, \qquad (1)$$

yoki

$$a_j=a_{j+1}-d=a_{j+2}-2d=\ldots=a_{n-1}-(n-j-1)d=a_n-(n-j)d, \qquad (2)$$

Arifmetik progressiya quyidagi xossalarga ega:

1) ikkinchi hadidan boshlab har bir hadi o‘zidan oldingi va keyingi hadlarining o‘rta arifmetigiga teng, ya`ni

$$a_{j+1}=\frac{a_j+a_{j+2}}{2};$$

2) chetki hadlardan baravar uzoqlashgan hadlar yig‘indisi o‘zaro teng bo‘ladi, ya`ni

$$a_1+a_n=a_2+a_{n-1}=\ldots$$

arifmetik progressiyaning n – hadi

$$a_n=a_1+(n-1)d \qquad (3)$$

formula yordamida topiladi.

Teorema. Arifmetik progressiyaning *n* ta hadlari yig‘indisi uchun quyidagi formulalar o‘rinlidir.

$$S_n = \sum_{j=1}^{n} a_j = \frac{a_1 + a_n}{2} n \ . \qquad (4)$$

Teoremaning isboti. (1) va (2) formulalardan foydalanib, S_n ni quyidagicha ifodalash mumkin.

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \ldots + (a_1 + nd), \qquad (5)$$

$$S_n = a_1 + (a_1 - d) + (a_1 - 2d) + \ldots + (a_1 - nd). \qquad (6)$$

(5) va (6) tengliklarni qzaro qo‘shib va ayrim almashuvlarni bajarib quyidagiga ega bo‘lamiz.

$$2S_n = (a_1 + a_n)n;$$

Bundan $$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}. \qquad (7)$$

Bundan tashqari arifmetik progressiyaning *n* ta hadlari yig‘indisini topish uchun quyidagi formuladan ham foydalanish mumkin.

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} n \ . \qquad (8)$$

1-misol. Arifmetik progressiyada $a_1 = 3$, $a_4 = 15$. Shu progressiyaning o‘nta hadlari yig‘indisini toping.

Yechish. (3) formulaga asosan tonamiz:

$$d = \frac{a_4 - a_1}{3} = \frac{15 - 3}{3} = 4; \qquad a_4 = a_1 + 3d = 15;$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 9 \cdot 4 = 39;$$

$$S_n = \frac{(3+39)\cdot 10}{2} = 210.$$

2 – misol. Arifmetik progressiyaning birinchi hadi $a_1 = 4$; to‘qqizinchi hadi $a_9 = 20$; progressiyaning beshinchi hadini va 10 ta hadlari yig‘indisini toping.

Yechish.

$$a_9 = a_1 + 8d, \quad d = \frac{a_9 - a_1}{8} = \frac{20-4}{8} = 2,$$

$$a_5 = a_1 + 4d = 4 + 8 = 12;$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = a_9 + d = 20 + 2 = 22;$$

$$S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} 10 = \frac{4+22}{2} 10 = 130.$$

2-ilova. Geometrik progressiya

Birinchi hadi noldan farqli bo‘lib, ikkinchi hadidan boshlab har bir hadi o‘zidan oldingi hadini bir hil songa ko‘paytirishdan hosil qilinadigan sonlar ketma-ketligi ***geometrik progressiya*** deyiladi va quyidagicha yoziladi: $b_1; b_2, \ldots, b_n, \ldots$

Yuqoridagi ta’rifdan

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \ldots = \frac{b_j}{b_{j-1}} = q = const \qquad (1)$$

ekanligi ko‘rinadi. q son geometrik progressiyaning ***maxraji*** deyiladi. Masalan,

1, 2, 4, 8, 16 sonlar ketma-ketligi geometrik progressiya bo‘lib, unda b_1=l; q=2; n=4.

2, -6, 18, -54 sonlar ketma-ketligi ham geometrik progressiyani tashkil qiladi. Unda $b_1=2$; $b_2=-6$; $q=-3$; $n=4$.

(1) tenglikdan foydalanib geometrik progressiyaning hadlari orasidagi quyidagi munosabatlarni hosil qilish mumkin.

$$b_j=b_{j-1}q=b_{j-2}q^2=\ldots=b_1q^{j-1}, \qquad j=\overline{2,n}. \qquad (2)$$

Geometrik progressiya quyidagi xossalarga ega:

1. Ikkinchi hadidan boshlab har bir hadining kvadrati o‘zidan oldingi va keyingi hadlarining ko‘paytmasiga teng, ya`ni

$$b_j^2 = b_{j-1}b_{j+1}, \qquad j=\overline{2,n}. \qquad (3)$$

Musbat hadli ($b>0,\ q>0$) progressiya uchun esa, ikkinchi hadidan boshlab har bir hadi o‘zidan oldingi va keyingi hadlarining o‘rta geometrigiga teng, ya`ni

$$b_j = \sqrt{b_{j-1}b_{j+1}}, \qquad j=\overline{2,n}. \qquad (4)$$

2. Chetki hadlaridan baravar uzoqlashgan hadlarining ko‘paytmalari o‘zaro teng, ya`ni

$$b_1b_n=b_2b_{n-1}=\dots \tag{5}$$

3. Geometrik progressiyaning n-hadi

$$b_n=b_1q^{n-1} \tag{6}$$

formula orqali topiladi.

4. Geometrik progressiyaning n ta hadlari yig‘indisi

$$S_n=\sum_{j=1}^{n}b_j=b_1\frac{q^n-1}{q-1} \tag{7}$$

formulalar yordamida topiladi. Agar $b_1=1$ bo‘lsa, (7) formuladan

$$\frac{q^n-1}{q-1}=1+q+q^2+......+q^n, \qquad q\neq 1, \quad n=\overline{1,n}$$

formulani hosil qilish mumkin.

1-misol. Geometrik progressiyada $b_o=2;$ $q=-3$. Ushbu progressiyaning to‘rtta hadlari yig‘indisini toping.

Yechish.

$$S_4=b_1\frac{q^4-1}{q-1}=2\frac{(-3)^4-1}{(-3)-1}=-40.$$

Javob. -40.

2-misol. Geometrik progressiyaning birinchi hadi $b_1=5$, uning maxraji $q=2$. Progressiyaning yettinchi hadi (b_7)ni hamda yettita hadlari yig‘indisini toping.

Yechish.

$$b_7=b_1q^6=5\cdot 2^6=320;$$

$$S_7 = b_1 \frac{q^7 - 1}{q - 1} = 5 \cdot (2^7 - 1) = 635.$$

Javob. 635.

Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya hadlari yig'indisi. Maxraji $|q|<1$ shartni qanoatlantiruvchi geometrik progressiya ***cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya*** deb ataladi.

Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyaning barcha (cheksiz) hadlari yig'indisi

$$S = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{b_1}{1 - q}$$

formula yordamida topiladi.

3-misol. 2; -2/3; 2/9; -2/27, … cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyaning yig'indisini toping.

Yechish.

$b_1=2$; $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-\frac{2}{3}}{2} = -\frac{1}{3}$; $S = \frac{b_1}{1 - q} = \frac{2}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{2}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{2}.$

3-ilova. Moliyaviy jadvallar

1- moliyaviy jadval

Murakkab foizlar bo‘yicha o‘sish koeffitsiyenti (Dekursiv ususl)

$I^{n}_{p(d)}$ $$I^n_p = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

n \ p(d)	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %
1	1,0100	1,0200	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800	1,0900
2	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881
3	1,0303	1,0612	1,0927	1,1249	1,1576	1,1910	1,2250	1,2597	1,2950
4	1,0406	1,0824	1,1255	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116
5	1,0510	1,1041	1,1593	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386
6	1,0615	1,1262	1,1941	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771
7	1,0721	1,1487	1,2299	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,8280
8	1,0829	1,1717	1,2668	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926
9	1,0937	1,1951	1,3048	1,4233	1,5513	1,6895	1,8385	1,9990	2,1719
10	1,1046	1,219	1,3439	1,4802	1,6289	1,7908	1,9672	2,1589	2,3674
11	1,1157	1,2434	1,3842	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804
12	1,1268	1,2682	1,4258	1,6010	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127
13	1,1381	1,2936	1,4685	1,6651	1,8856	2,1329	2,4098	2,7196	3,0658
14	1,1495	1,3195	1,5126	1,7317	1,9799	2,2609	2,5785	2,9372	3,3417
15	1,1610	1,3459	1,5580	1,8009	2,0789	2,3966	2,7590	3,1722	3,6425
16	1,1726	1,3728	1,6047	1,8730	2,1829	2,5404	2,9522	3,4259	3,9703
17	1,1843	1,4002	1,6528	1,9479	2,2920	2,6928	3,1588	3,7000	4,3276
18	1,1961	1,4282	1,7024	2,0258	2,4066	2,8543	3,3799	3,9960	4,7171
19	1,2081	1,4568	1,7535	2,1068	2,5270	3,0256	3,6165	4,3157	5,1417
20	1,2202	1,4859	1,8061	2,1911	2,6533	3,2071	3,8697	4,6610	5,6044
25	1,2824	1,6406	2,0938	2,6658	3,3864	4,2919	5,4274	6,8485	8,6231
30	1,3478	1,8114	2,4273	3,2434	4,3219	5,7435	7,6123	10,0627	13,2677
35	1,4166	1,9999	2,8139	3,9461	5,5160	2,6861	10,6766	14,7853	20,4140
40	1,4889	2,2080	3,2620	4,8010	7,0400	10,2857	14,9745	21,7245	31,4094
45	1,5648	2,4379	3,7816	5,8412	8,9850	13,7646	21,0025	31,9204	48,3173
50	1,6446	2,6916	4,3839	7,1067	11,4674	18,4202	29,4570	46,9016	74,3575

$I^{n}_{p(d)}$

(*davomi*)

n \ p(d)	10 %	12 %	15 %	20 %	24 %	25 %	28 %	30 %	32 %
1	1,1000	1,1200	1,1500	1,2000	1,2400	1,2500	1,2800	1,3000	1,3200
2	1,2100	1,2544	1,3225	1,4400	1,5376	1,5625	1,6384	1,6900	1,7424
3	1,3310	1,4049	1,5209	1,7280	1,9066	1,9531	2,0972	2,1970	2,2997
4	1,4641	1,5735	1,7490	2,0736	2,3642	2,4414	2,6844	2,8561	3,0360
5	1,6105	1,7623	2,0114	2,4883	2,9316	3,0518	3,4360	3,7129	4,0075
6	1,7716	1,9738	2,3131	2,9860	3,6352	3,8147	4,3980	4,8268	5,2899
7	1,9487	2,2107	2,6600	35832	4,5077	4,7684	5,6295	6,2748	6,9826
8	2,1436	2,4760	3,0590	4,2998	5,5895	5,9605	7,2058	8,1573	9,2170
9	2,3579	2,7731	3,5179	5,1598	6,9310	7,4506	9,2234	10,6045	12,1665
10	2,5937	3,1058	4,0456	6,1917	8,5944	9,3132	11,8059	13,7858	16,0598
11	2,8531	3,4785	4,6524	7,4301	10,6571	11,6415	15,1116	17,9216	21,1989
12	3,1384	3,8960	5,3503	8,9161	13,2148	14,5519	19,3428	23,2981	27,9825
13	3,4523	4,3635	6,1528	10,6993	16,3863	18,1899	24,7588	30,2875	36,9370
14	3,7975	4,8871	7,0757	12,8392	20,3191	22,7374	31,6913	39,3738	48,7568
15	4,1772	5,4736	8,1371	15,4070	25,1956	28,4217	40,5648	51,1859	64,3590
16	4,5950	6,1304	9,3576	18,4884	31,2426	35,5271	51,9230	66,5417	84,9538
17	5,0545	6,8660	10,7613	22,1861	38,7408	44,4089	66,4614	86,5041	112,1390
18	5,5599	7,6900	12,3755	26,6233	48,0386	55,5112	85,0706	112,4554	148,0235
19	6,1159	8,6128	14,2318	31,9480	59,5679	69,3889	108,8904	146,1920	195,3911
20	6,7275	9,6463	16,3665	38,3376	73,8641	86,7362	139,3797	190,0496	257,9162
25	10,8347	17,0001	32,9190	95,3962	216,5420	264,6978	478,9049	705,6410	1033,59
30	17,4495	29,9599	66,2118	237,3763	634,8199	807,7936	1645,5046	2619,9956	4142,0748
35	28,1024	52,7996	133,1755	590,6682	1861,054	2465,1903	5653,9106	9727,8604	16599,217
40	45,2593	93,0510	267,8635	1469,7716	5455,9126	7523,1638	19426,689	36118,865	66520,767
45	72,8905	163,9876	538,7693	3657,2620	15994,690	22958,874	55970,388	134106,82	266579,6
50	117,3909	289,0022	1083,6574	9100,4382	46890,435	70064,923	188585,91	49792,22	1068308,2

2- moliyaviy jadval. Murakkab foizlar bo'yicha o'sish koeffitsienti (antisipativ usul)

$\Pi^{n}_{p(a)}$

$$\Pi^{n}_{p(a)} = \left(\frac{100}{100-p}\right)^{n}$$

n \ p(a)	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,0101	1,0204	1,0309	1,0417	1,0526	1,0638	1,0753	1,0870	1,0989	1,1111
2	1,0203	1,0412	1,0628	1,0851	1,1080	1,1317	1,1562	1,1815	1,2076	1,2346
3	1,0306	1,0625	1,0957	1,1303	1,1664	1,2040	1,2432	1,2842	1,3270	1,3717
4	1,0410	1,0842	1,1296	1,1774	1,2277	1,2808	1,3368	1,3959	1,4583	1,5242
5	1,0515	1,1063	1,1645	1,2264	1,2924	1,3626	1,4374	1,5173	1,6025	1,6935
6	1,0622	1,1289	1,2005	1,2775	1,3604	1,4495	1,5456	1,6492	1,7610	1,8817
7	1,0729	1,1519	1,2377	1,3308	1,4320	1,5421	1,6620	1,7926	1,9351	2,0908
8	1,0837	1,1754	1,2759	1,3862	1,5073	1,6405	1,7870	1,9485	2,1265	2,3231
9	1,0947	1,1994	1,3154	1,4440	1,5867	1,7452	1,9216	2,1179	2,3368	2,5812
10	1,1057	1,2239	1,3561	1,5041	1,6702	1,8566	2,0662	2,3021	2,5679	2,8680
11	1,1169	1,2489	1,3980	1,5668	1,7581	1,9751	2,2217	2,5023	2,8219	3,1866
12	1,1282	1,2743	1,4412	1,6321	1,8506	2,1012	2,3889	2,7199	3,1010	3,5407
13	1,1396	1,3004	1,4858	1,7001	1,9480	2,2353	2,5687	2,9564	3,4077	3,9341
14	1,1511	1,3269	1,5318	1,7709	2,0505	2,3780	2,7621	3,2134	3,7447	4,3712
15	1,1627	1,3540	1,5792	1,8447	2,1585	2,5298	2,9700	3,4929	4,1151	4,8569
16	1,1745	1,3816	1,6280	1,9216	2,2721	2,6913	3,1935	3,7966	4,5221	5,3966
17	1,1863	1,4098	1,6783	2,0017	2,3917	2,8630	3,4339	4,1267	4,9693	5,9962
18	1,1983	1,4386	1,7302	2,0851	2,5175	3,0458	3,6924	4,4856	5,4608	6,6625
19	1,2104	1,4679	1,7838	2,1719	2,6500	3,2402	3,9703	4,8756	6,0009	7,4027
20	1,2226	1,4979	1,8389	2,2624	2,7895	3,4470	4,2691	5,2996	6,5944	8,2253
21	1,2350	1,5285	1,8958	2,3567	2,9363	3,6670	4,5905	5,7604	7,2465	9,1392
22	1,2475	1,5596	1,9544	2,4549	3,0909	3,9011	4,9360	6,2613	7,9632	10,1546
23	1,2601	1,5915	2,0149	2,5572	3,2535	4,1501	5,3075	6,8058	8,7508	11,2829
24	1,2728	1,6240	2,0772	2,6637	3,4248	4,4150	5,7070	7,3976	9,6163	12,5366
25	1,2856	1,6571	2,1414	2,7747	3,6050	4,6968	6,1366	8,0409	10,5673	13,9296
30	1,3519	1,8332	2,4937	3,4030	4,6590	6,3998	8,8209	12,2002	16,9339	23,5898
35	1,4216	2,0281	2,9040	4,1736	6,0211	8,7202	12,6793	18,5108	27,1363	39,9496
40	1,4948	2,2437	3,3817	5,1186	7,7814	11,8819	18,2256	28,0858	43,4855	67,6550
45	1,5719	2,4821	3,9380	6,2776	10,0563	16,1900	26,1980	42,6136	69,6847	114,5743
50	1,6529	2,7460	4,5858	7,6991	12,9963	22,0601	37,6576	64,6560	111,6684	194,0325

$\boxed{\Pi^{n}_{p(a)}}$

(davomi)

p(a) / n	12%	15%	20%	24%	25%	30%	35%
1	1,1364	1,1765	1,2500	1,3158	1,3333	1,4286	1,5385
2	1,2913	1,3841	1,5625	1,7313	1,7778	2,0408	2,3669
3	1,4674	1,6283	1,9531	2,2780	2,3704	2,9155	3,6413
4	1,6675	1,9157	2,4414	2,9974	3,1605	4,1649	5,6020
5	1,8949	2,2537	3,0518	3,9440	4,2140	5,9499	8,6185
6	2,1533	2,6515	3,8147	5,1894	5,6187	8,4999	13,2593
7	2,4469	3,1194	4,7684	6,8282	7,4915	12,1427	20,3989
8	2,7806	3,6699	5,9605	8,9844	9,9887	17,3467	31,3829
9	3,1598	4,3175	7,4506	11,8216	13,3183	24,7809	48,2814
10	3,5907	5,0794	9,3132	15,5548	17,7577	35,4013	74,2791
11	4,0803	5,9757	11,6415	20,4668	23,6770	50,5733	114,2755
12	4,6367	7,0303	14,5519	26,9300	31,5693	72,2476	175,8084
13	5,2690	8,2709	18,1899	35,4343	42,0924	103,2109	270,4745
14	5,9875	9,7305	22,7374	46,6240	56,1232	147,4441	416,1147
15	6,8039	11,4476	28,4217	61,3474	74,8309	210,6344	640,1764
16	7,7317	13,4678	35,5271	80,7203	99,7746	300,9064	984,8867
17	8,7861	15,8445	44,4089	106,2109	133,0327	429,8662	1515,2104
18	9,9842	18,6406	55,5112	139,7511	177,3770	614,0946	2331,0929
19	11,3456	21,9301	69,3889	183,8831	236,5026	877,2780	3586,2968
20	12,8928	25,8001	86,7362	241,9514	315,3369	1253,2543	5517,3796
21	14,6509	30,3531	108,4202	318,3571	420,4491	1790,3633	8488,2764
22	16,6487	35,7095	135,5253	418,8909	560,5989	2557,6618	13058,8867
23	18,9190	42,0112	169,4066	551,1723	747,4651	3653,8026	20090,5949
24	21,4989	49,4249	211,7582	725,2267	996,6202	5219,7180	30908,6076
25	24,4305	58,1469	264,6978	954,2457	1328,8269	7456,7400	47551,7040
30	46,2935	131,0486	807,7936	3763,5027	5599,6657	44366,8709	409825,8051
35	87,7216	295,3504	2465,1903	14843,0883	23596,9451	263978,526	3532096,1513
40	166,2238	665,6455	7523,1638	58540,4840	99437,3322	1570646,31	30441477,9813
45	314,9777	1500,197	22958,8740	230881,081	419028,099	9345191,37	262360802,762
50	596,8516	3381,066	70064,9232	910584,777	1765780,96	55602971,2	2261164548,86

3-moliyaviy jadval. Murakkab foizlar bo‘yicha diskontlash koeffitsiyentlari (dekursiv usul)

$$III_{p\%}^{n} = \frac{1}{\left(1+\frac{p}{100}\right)^{n}} = \left(1+\frac{p}{100}\right)^{-n} = (1+i)^{-n}$$

n / p(d)	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %
1	0,9901	0,9804	0,9709	0,9615	0,9524	0,9434	0,9346	0,9259	0,9174
2	0,9803	0,9612	0,9426	0,9246	0,9070	0,8900	0,8734	0,8573	0,8417
3	0,9706	0,9423	0,9151	0,8890	0,8638	0,8396	0,8163	0,7938	0,7722
4	0,9610	0,9238	0,8885	0,8548	0,8227	0,7921	0,7629	0,7350	0,7084
5	0,9515	0,9057	0,8626	0,8219	0,7835	0,7473	0,7130	0,6806	0,6499
6	0,9420	0,8880	0,8375	0,7903	0,7462	0,7050	0,6663	0,6302	0,5963
7	0,9327	0,8706	0,8131	0,7599	0,7107	0,6651	0,6227	0,5835	0,5470
8	0,9235	0,8535	0,7894	0,7307	0,6768	0,6274	0,5820	0,5403	0,5019
9	0,9143	0,8368	0,7664	0,7026	0,6446	0,5919	0,5439	0,5003	0,4604
10	0,9053	0,8203	0,7441	0,6756	0,6139	0,5584	0,5083	0,4632	0,4224
11	0,8963	0,8043	0,7224	0,6496	0,5847	0,5268	0,4751	0,4289	0,3875
12	0,8874	0,7885	0,7014	0,6246	0,5568	0,4970	0,4440	0,3971	0,3555
13	0,8787	0,7730	0,6810	0,6006	0,5303	0,4688	0,4150	0,3677	0,3262
14	0,8700	0,7579	0,6611	0,5775	0,5051	0,4423	0,3878	0,3405	0,2992
15	0,8613	0,7430	0,6419	0,5553	0,4810	0,4173	0,3624	0,3153	0,2745
16	0,8528	0,7284	0,6232	0,5339	0,4581	0,3936	0,3387	0,2919	0,2519
17	0,8444	0,7142	0,6050	0,5134	0,4363	0,3714	0,3166	0,2703	0,2311
18	0,8360	0,7002	0,5874	0,4936	0,4155	0,3503	0,2959	0,2503	0,2120
19	0,8277	0,6864	0,5703	0,4746	0,3957	0,3305	0,2765	0,2317	0,1945
20	0,8195	0,6730	0,5537	0,4564	0,3769	0,3118	0,2584	0,2145	0,1784
21	0,8114	0,6598	0,5375	0,4388	0,3589	0,2942	0,2415	0,1986	0,1637
22	0,8034	0,6468	0,5219	0,4220	0,3418	0,2775	0,2257	0,1839	0,1502
23	0,7954	0,6342	0,5067	0,4057	0,3256	0,2618	0,2109	0,1703	0,1378
24	0,7876	0,6217	0,4919	0,3901	0,3101	0,2470	0,1971	0,1577	0,1264
25	0,7798	0,6095	0,4776	0,3751	0,2953	0,2330	0,1842	0,1460	0,1160
26	0,7720	0,5976	0,4637	0,3607	0,2812	0,2198	0,1722	0,1352	0,1064
27	0,7644	0,5859	0,4502	0,3468	0,2678	0,2074	0,1609	0,1252	0,0976
28	0,7568	0,5744	0,4371	0,3335	0,2551	0,1956	0,1504	0,1159	0,0895
29	0,7493	0,5631	0,4243	0,3207	0,2429	0,1846	0,1406	0,1073	0,0822
30	0,7419	0,5521	0,4120	0,3083	0,2314	0,1741	0,1314	0,0994	0,0754
34	0,9706	0,9423	0,9151	0,8890	0,8638	0,8396	0,8163	0,0920	0,7722
35	0,7059	0,5000	0,3554	0,2534	0,1813	0,1301	0,0937	0,0852	0,0490
40	0,6717	0,4529	0,3066	0,2083	0,1420	0,0972	0,0668	0,0460	0,0318
45	0,6391	0,4102	0,2644	0,1712	0,1113	0,0727	0,0476	0,0313	0,0207
50	0,6080	0,3715	0,2281	0,1407	0,0872	0,0543	0,0339	0,0213	0,0134

$III_{p\%}^{n}$ (*davomi*)

n \ p(d)	10 %	12 %	15 %	20 %	24 %	25%	28 %	32 %
1	0,9091	0,8929	0,8696	0,8333	0,8065	0,8000	0,7813	0,7576
2	0,8264	0,7972	0,7561	0,6944	0,6504	0,6400	0,6104	0,5739
3	0,7513	0,7118	0,6575	0,5787	0,5245	0,5120	0,4768	0,4348
4	0,6830	0,6355	0,5718	0,4823	0,4230	0,4096	0,3725	0,3294
5	0,6209	0,5674	0,4972	0,4019	0,3411	0,3277	0,2910	0,2495
6	0,5645	0,5066	0,4323	0,3349	0,2751	0,2621	0,2274	0,1890
7	0,5132	0,4523	0,3759	0,2791	0,2218	0,2097	0,1776	0,1432
8	0,4665	0,4039	0,3269	0,2326	0,1789	0,1678	0,1388	0,1085
9	0,4241	0,3606	0,2843	0,1938	0,1443	0,1342	0,1084	0,0822
10	0,3855	0,3220	0,2472	0,1615	0,1164	0,1074	0,0847	0,0623
11	0,3505	0,2875	0,2149	0,1346	0,0938	0,0859	0,0662	0,0472
12	0,3186	0,2567	0,1869	0,1122	0,0757	0,0687	0,0517	0,0357
13	0,2897	0,2292	0,1625	0,0935	0,0610	0,0550	0,0404	0,0270
14	0,2633	0,2046	0,1413	0,0779	0,0492	0,0440	0,0316	0,0205
15	0,2394	0,1827	0,1229	0,0649	0,0397	0,0352	0,0247	0,0155
16	0,2176	0,1631	0,1069	0,0541	0,0320	0,0281	0,0193	0,0118
17	0,1978	0,1456	0,0929	0,0451	0,0258	0,0225	0,0150	0,0089
18	0,1799	0,1300	0,0808	0,0376	0,0208	0,0180	0,0118	0,0067
19	0,1635	0,1161	0,0703	0,0313	0,0168	0,0144	0,0092	0,0051
20	0,1486	0,1037	0,0611	0,0261	0,0135	0,0115	0,0072	0,0039
21	0,1351	0,0926	0,0531	0,0217	0,0109	0,0092	0,0056	0,0029
22	0,1228	0,0826	0,0462	0,0181	0,0088	0,0074	0,0044	0,0022
23	0,1117	0,0738	0,0402	0,0151	0,0071	0,0059	0,0034	0,0017
24	0,1015	0,0659	0,0349	0,0126	0,0057	0,0047	0,0027	0,0013
25	0,0923	0,0588	0,0304	0,0105	0,0046	0,0038	0,0021	0,0010
26	0,0839	0,0525	0,0264	0,0087	0,0037	0,0030	0,0016	0,0007
27	0,0763	0,0469	0,0230	0,0073	0,0030	0,0024	0,0013	0,0005
28	0,0593	0,0418	0,0200	0,0061	0,0024	0,0019	0,0010	0,0004
29	0,0630	0,0374	0,0174	0,0051	0,0020	0,0015	0,0008	0,0003
30	0,0579	0,0334	0,0151	0,0042	0,0016	0,0012	0,0006	0,0002
35	0,0386	0,0189	0,0131	0,0035	0,0013	0,0009	0,0005	0,00018
40	0,0221	0,0107	0,0114	0,0019	0,0010	0,0007	0,0004	0,00013
45	0,0137	0,0061	0,0099	0,0024	0,0008	0,0006	0,0003	0,00010
50	0,0085	0,0035	0,0086	0,0020	0,0007	0,0005	0,0002	0,00008

4- moliyaviy jadval. Yillik o'zgarmas postnumerando rentaning o'sish koeffitsienti

$$IV^{n}_{p\%}$$

$$IV^{n}_{p\%} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

I / N	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2,01	2,02	2,03	2,04	2,05	2,06	2,07	2,08	2,09
3	3,0301	3,0604	3,0909	3,1216	3,1525	3,1836	3,2149	3,2464	3,2781
4	4,0604	4,1216	4,1836	4,2465	4,3101	4,3746	4,4399	4,506	4,5731
5	5,1010	5,2040	5,3091	5,4163	5,52563	5,6371	5,7507	5,8666	5,9847
6	6,1520	6,3081	6,4684	6,6330	6,8019	6,9753	7,1533	7,3359	7,5233
7	7,2135	7,4343	7,6625	7,8983	8,1420	8,3938	8,6540	8,9228	9,2004
8	8,2857	8,5830	8,8923	9,2142	9,5491	9,8975	10,2598	10,6366	11,0285
9	9,3685	9,7546	10,1591	10,5828	11,0266	11,4913	11,9780	12,4876	13,0210
10	10,4622	10,9497	11,4639	12,0061	12,5779	13,1808	13,8164	14,4866	15,1929
11	11,5668	12,1687	12,8078	13,4863	14,2068	14,9716	15,7836	16,6455	17,5603
12	12,682	13,4121	14,1920	15,0258	15,9171	16,8699	17,8884	18,9771	20,1407
13	13,8093	14,680	15,6178	16,6268	17,7130	18,8821	20,1406	21,4953	22,9534
14	14,94742	15,9739	17,0863	18,2919	19,5986	21,0150	22,5505	24,2149	26,0192
15	16,0969	17,2934	18,5989	20,0236	21,5786	23,2760	25,1290	27,1521	29,3609
16	17,2579	18,6393	20,1569	21,8245	23,6575	25,6725	27,8880	30,3243	33,0034
17	18,4304	20,0121	21,7616	23,6975	25,8404	28,2129	30,8402	33,7502	36,9737
18	19,6147	21,4123	23,4144	25,6454	28,1324	30,9057	33,9990	37,4502	41,3013
19	20,8109	22,8406	25,1169	27,6712	30,5390	33,7600	37,3790	41,4463	46,0184
20	22,0190	24,2974	26,8704	29,7781	33,0659	36,7856	40,9955	45,7620	51,1601
21	23,2392	25,7833	28,6765	31,9692	35,7192	39,9927	44,8652	50,4229	56,7645
22	24,4716	27,2990	30,5368	34,2480	38,5052	43,3923	49,0057	55,4567	62,8733
23	25,7163	28,8445	32,4529	36,6179	41,4305	46,9958	53,4361	60,8933	69,5319
24	26,9735	30,4219	34,4265	39,0826	44,5020	50,8156	58,1767	66,7648	76,7898
25	28,2430	32,0303	36,4593	41,6459	47,7271	54,8645	63,2490	73,1059	84,7009
30	34,7849	40,5681	47,5754	56,0849	66,4388	79,0582	94,4608	113,2832	136,3075
35	41,6603	49,9945	60,4621	73,6522	90,3203	111,4348	138,2369	172,3168	215,7107
40	48,8864	60,4020	75,4013	95,0255	120,7998	154,7620	199,6351	259,0565	337,8824
45	56,4800	71,8950	92,7200	121,0300	159,7000	212,7433	285,7500	386,5050	525,7478
50	64,4600	84,5800	112,7967	152,6675	209,3480	290,3367	406,5286	573,7700	815,0833

$IV^{n}_{p\%}$ (davomi)

I n	0,1	0,12	0,15	0,18	0,2	0,25	0,3
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2,1	2,12	2,15	2,18	2,2	2,25	2,3
3	3,3100	3,3744	3,4725	3,5724	3,64	3,8125	3,99
4	4,641	4,7793	4,9934	5,2154	5,3680	5,7656	6,1870
5	6,1051	6,3528	6,7424	7,1542	7,4416	8,2070	9,0431
6	7,7156	8,1152	8,7537	9,4419	9,9299	11,2588	12,7560
7	9,4872	10,0890	11,0668	12,1415	12,9159	15,0735	17,5828
8	11,4359	12,2997	13,7268	15,3270	16,4991	19,8419	23,8577
9	13,5795	14,7757	16,7858	19,0859	20,7989	25,8023	32,0150
10	15,9374	17,5487	20,3037	23,5213	25,9587	33,2529	42,6195
11	18,5312	20,6546	24,3493	28,7551	32,1504	42,5661	56,4053
12	21,3843	24,1331	29,0017	34,9311	39,5805	54,2077	74,3269
13	24,5227	28,0291	34,3519	42,2187	48,4966	68,7596	97,6250
14	27,97450	32,3926	40,5047	50,8180	59,1959	86,94945	127,9125
15	31,7725	37,2797	47,5804	60,9653	72,0351	109,6868	167,2863
16	35,9497	42,7533	55,7175	72,9390	87,4421	138,1085	218,4722
17	40,5447	48,8837	65,0751	87,0680	105,9315	173,6357	285,01389
18	45,5992	55,7497	75,8364	103,7403	128,1167	218,0446	371,5180
19	51,1591	63,4397	88,2118	123,4135	154,7400	273,5558	483,9734
20	57,2750	72,0524	102,4436	146,62780	186,6880	342,9447	630,1655
21	64,0025	81,6987	118,8101	174,0210	225,0256	429,6809	820,2151
22	71,4027	92,50256	137,6316	206,3448	271,0307	538,1011	1067,2796
23	79,5430	104,6029	159,2764	243,4868	326,2369	673,6264	1388,4635
24	88,4973	118,1552	184,1678	288,4945	392,4842	843,0329	1806,0026
25	98,3471	133,3339	212,7930	341,6035	471,9810	1054,7912	2348,8033
30	164,4940	241,3327	434,7451	790,9480	1181,8816	3227,1743	8729,9855
35	271,0244	431,6635	881,1702	1816,6516	2948,34112	9856,7613	32422,8681
40	442,5926	767,0914	1779,0903	4163,2130	7343,8578	30088,6554	120392,883
45	718,905	1358,23	3585,1286	9531,5772	18281,31	91831,484	447019,4
50	1163,909	2400,0018	7217,716	21813,093	45497,191	280255,69	1659760,7

5-moliyaviy jadval. Yillik o'zgarmas prednumerando rentaning o'sish koeffitsienti

$$V_{p\%}^{n} = \left(\frac{(1+i)^{n} - 1}{i}\right)(1+i)$$

n\p	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%
1	1,0100	1,0200	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800
2	2,0301	2,0604	2,0909	2,1216	2,1525	2.1836	2,2149	2,2464
3	3,0604	3,1216	3,1836	3,2465	3,3101	3,3746	3,4399	3,5061
4	4,1010	4,2040	4,3091	4,4163	4,5255	4,6371	4,7507	4,8666
5	5,1520	5,3081	5,4684	5,6330	5,8019	5,9753	6,1533	6,3359
6	6,2135	6,4343	6,6625	6,8983	7,1420	7,3938	7,6540	7,9228
7	7,2857	7,5830	7,8923	8,2142	8,5491	8,8975	9.2598	9,6366
8	8,3685	8,7546	9,1591	9,5828	10,0266	10,4913	10,9780	11,4876
9	9,4622	9,9497	10,4639	11,0061	11,5779	12,1808	12,8164	13.4866
10	10,5668	11,1687	11,8078	12,4864	13,2068	13,9716	14,7836	15,6455
11	11,6825	12,4121	13,1920	14,0258	14,9171	15,8699	16,8885	17,9771
12	12,8093	13,6803	14,6178	15,6268	16,7130	17,8821	19,1406	20,4953
13	13,9474	14,9739	16.0863	17.2919	18,5986	20,0151	21,5505	23,2149
14	15,0969	16,2934	17,5989	19,0236	20,5786	22,2760	24,1290	26,1521
15	16,2579	17,6393	19,1569	20,8245	22,6575	24,6725	26,8881	29,3243
16	17,4304	19,0121	20,7616	22,6975	24,8404	27,2129	29,8402	32,7502
17	18,6147	20,4123	22,4144	24,6454	27,1324	29,9057	32,9990	36,4502
18	19,8109	21,8406	24,1169	26,6712	29,5390	32,7600	36,3790	40,4463
19	21,0190	23,2974	25,8704	28,7781	32,0660	35,7856	39,9955	44,7620
20	22,2392	24,7833	27,6765	30,9692	34,7193	38,9927	43,8652	49,4229
21	23,4716	26,2990	29,5368	33,2480	37,5052	42,3923	48,0057	54,4568
22	24,7163	27,8450	31,4529	35,6179	40,4305	45,9958	52,4361	59,8933
23	25,9735	29,4219	33,4265	38.0826	43,5023	49,8156	57,1767	65,7648
24	27,2432	31,0303	35,4593	40,6459	46,7271	53.8645	62,2490	72,1059
25	28,5256	32,6709	37,5530	43,3117	50,1135	58,1564	67,6765	78,9544
26	29,8209	34,3443	39,7096	46,0842	53,6691	62,7058	73,4838	86,3508
27	31,1291	36,0512	41,9305	48,9676	57,4025	67,5281	79,6977	94,3388
28	32,4504	37,7922	44,2169	51,9663	61,3227	72,6398	86,3465	102,9659
29	33,7849	39,5681	46,5754	55,0849	65,4388	78,0582	93,4608	112,2832
30	35,1327	41,3794	49,0027	58,3283	69,7608	83,8017	101,0730	122,3459
31	36.4941	43,2270	51,5026	61,7015	74,2988	89,8898	109,2182	133,2135
32	37,8690	45,1116	54,077 8	65,2095	79,0638	96,3432	117,9334	144,9506
33	39,2577	47,0338	56,7302	68,8579	84,0670	103,1838	127,2588	157,6267
34	40,6603	48,9945	5S.4621	72,6522	89,3203	110,4348	137,2369	171,3168
35	42,0769	50,9944	62,2759	76,5983	94,8363	118,1209	147,9135	186,1021
36	43,5076	53,0343	65,1742	80,7022	100,6281	126,2681	159,3374	202,0703
37	44,9527	55,1149	68,1742	84,9703	106,7095	134,9042	171,5610	219,3159
38	46,4122	57,2372	71,2242	89,4091	113,0950	144,0585	184,2403	237.5412
39	47,8864	59,4020	74,4013	94,0255	119,7993	153,7620	198,6351	258,0565
40	49,3752	61,6100	77,6633	98,8265	126,8393	164,0477	213,6096	279,7810
45	57,0459	73,3306	95,5015	125,8706	167,6852	225,5081	305,7518	303,2435
50	65,1046	86,2716	116,1806	158,7742	219,8154	307,7569	437,9856	328,5630

$$V_{p\%}^{n}$$

(davomi)

n/p	9%	10%	12%	15%	18%	20%	25%	30%
1	1,0900	1,1000	1.1200	1.1500	1.18	1.2	1.25	1.3
2	2,2781	2.3100	2,3744	2.4725	2.5724	2.64	2.8125	2.99
3	3,5731	3,6410	3,7793	3.9934	4.2154	4.368	4.8906	5.187
4	4,9847	5,1051	5,3528	5.7424	6.1542	6.4416	7.204	8.0431
5	6,5233	6.7156	7,1152	7.7538	8.5135	8.9299	10.2588	11.7560
6	8,2004	8,4872	9.0890	10.0668	11.1414	11.9159	14.0736	16.5828
7	10,0285	10,4359	11,2997	12.7268	14.3270	15.4991	18.8419	22.8576
8	12,0210	12,5795	13,7757	15.7858	18.0859	19.7989	24.8024	31.0150
9	14,1929	14,9374	16,5487	19.3037	22.5214	24.9587	32.2529	41.6195
10	16,5603	17,5312	19.6546	23.3493	27.7551	31.1504	39.9035	55.4054
11	19,1407	20,3843	23,1331	28.0017	35.1110	38.5805	53.2076	73.3269
12	21,9534	23,5227	27,0291	33.3520	41.2187	47.4966	67.7590	96.6250
13	25,0192	26,9750	31,3926	39.5047	49.8181	58.1959	85.9495	126.9125
14	28,3609	30,7725	36,2797	46.5804	60.0832	71.0351	108.6869	166.2863
15	32,0034	34,9497	41,7533	54.7175	72.5487	86.4421	137.1210	217.4722
16	35,9737	39,5447	47.8837	64.0751	86.0680	104.9305	172.6356	284.0139
17	40,3013	44,5992	54.7497	74.8364	102.7402	127.1179	217.0446	383.5181
18	45,0185	50,1591	62,4397	87.2119	122.4136	153.7400	273.8058	482.9734
19	50,1601	56.2750	71.0524	101.4436	145.6279	185.6880	341.9448	629.1666
20	55,7645	63,0025	80,6987	117.8101	173.0222	236.0256	428.6809	819.2152
21	61,8733	70.4027	91,5026	136.6316	205.3448	270.0372	537.1012	1066.2796
22	68,5319	78,5430	103,6029	158.2763	245.5503	325.2368	672.6264	1387.4634
23	75,7898	87,4973	117,1552	183.1679	288.4944	391.4843	842.033	1805.0025
24	83,7009	97,3471	132,3339	211.7930	341.6035	470.9810	1053.791	2477.8032
25	92,3240	108,1818	149,3339	244.7120	404.2721	566.3772	1318.489	3054.8742
30	148,5752	180,9434	270.2S26	499.9569	933.3186	1430.257	4033.967	11348.981
35	|	298,1268	483,4631	1013.345	2089.149	3538.009	12320.95	42149.729
40	368,2919	486,8518	859,1424	2045.953	4912.591	8812.629	37610.81	156510.75
45	402,5281	536,6370	963,3595	4122.897	11247.26	21937.57	114789.3	581125.22
50	439,8457	591,4007	2688.002	8300.373	25739.44	54596.62	350319.6	2157688.9

6-moliyaviy жadval. Yillik o'zgarmas postnumerando rentaning keltirish koeffitsiyenti

$$VI_{p\%}^{n} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

n\p	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%
1	0,9901	0,9804	0,9709	0,9615	0,9524	0,9434	0,9346	0,9262
2	1,9704	1,9416	1,9135	1,8861	1,8594	1,8334	1,8080	1,7838
3	2,9410	2,8839	2,8286	2,7751	2,7232	2,6730	2,6243	2,5771
4	3,9020	3,8077	3,7171	3,6299	3,5460	3,4651	3,3872	3,3121
5	4,8534	4,7135	4,5797	4,4518	4,3295	4,2124	4,1002	3,9927
6	5,7955	5,6014	5,4172	5,2421	5,0757	4,9173	4,7665	4,6229
7	6,7282	6,4720	6,2303	6,0021	5,7864	5,5824	5,3893	5,2064
8	7,6517	7,3255	7,0197	6,7327	6,4632	6,2098	5,9713	5,7466
9	8,5660	8,1622	7,7861	7,4353	7,1078	6,8017	6,5152	6,2469
10	9,4713	8,9826	8,5302	8,1109	7,7217	7,3601	7,0236	6,7101
11	10,3676	9,7868	9,2526	8,7605	8,3064	7,8869	7,4987	7,1390
12	11,2551	10,5753	9,9540	9,3851	8,8633	8,3838	7,9427	7,5361
13	12,1337	11,3484	10,6350	9,9856	9,3936	8,8527	8,3577	7,9038
14	13,0037	12,1062	11,2961	10,5631	9,8986	9,2950	8,7455	8,2442
15	13,8651	12,8493	11,9379	11,1184	10,3797	9,7122	9,1079	8,5595
16	14,7179	13,5777	12,5611	11,6523	10,8378	10,1059	9,4466	8,8514
17	15,5623	14,2919	13,1661	12,1657	11,2741	10,4773	9,7632	9.1216
18	16,3983	14,9920	13,7535	12,6593	11,6896	10,8276	10,0591	9,3719
19	17,2260	15,6785	14,3238	13,1339	12,0853	11,1581	10,3356	9,6036
20	18,0456	16,3514	14,8775	13,5903	12.4622	11,4699	10,5940	9,8181
21	18,8570	17,0112	15,4150	14,0292	12,8212	11,7641	10,8355	10,0168
22	19,6604	17,6580	15,9369	14,4511	13,1630	12,0416	11,0612	10,2007
23	20,4558	18,2922	16,4436	14,8568	13,4886,	12,3034	11.2722	10,3711
24	21,2434	18,9139	16,9355	15,2470	13,7986	1 2,5504	11,4693	10,5288
25	22,0232	19,5235	17,4131	15,6221	14,0939	12,7834	11,6536	10,6748
26	22,7952	20,1210	17,8768	15,9828	14,3752	13,0032	11,8258	10,8100
27	23,5596	20,7069	18,3270	16,3296	14,6430	13,2105	11,9867	10,9352
28	24,3164	21,2813	18,7641	16,6631	14,8961	13,4062	12,1371	11,0511
29	25,0658	21,8444	19,1885	16,9837	15,1411	13,5907	12,2777	11,1584
30	25,8077	22,3965	19,6004	17,2920	15,3725	13,7648	12.4090	11,2578
35	29,4036	24,9986	21,4872	18,6646	16,3742	14,4982	12,9477	11,6546
40	32,8347	27,3555	23,1148	19,7928	17,1591	15,0463	13,3317	11,9246
45	36,0945	29,^02	24,5187	20,7200	17,7741	15,4558	13,6055	12,1084
50	39,1961	31,4236	25,7298	21,4822	18,2559	15,7619	13,8007	12,2335

$VI_{p\%}^{n}$

(davomi)

	9%	10%	12%	15%	20%	24%	28%	32%	36%
1	0,9174	0.9091	0.8929	0,8696	0,8333	0,8065	0,7813	0,7576	0.7353
2	1,7591	1,7355	1,6901	1,6257	1,5278	1,4568	1,3916	1,3315	1,2760
3	2,5313	2.4869	2,4018	2.2832	2,1065	1.9813	1,8684	1,7663	1.6735
4	3,2397	3,1699	3,0373	2,8550	2.5887	2,4043	2,2410	2,0957	1.9658
5	3,8897	3,7908	3,6048	3.3522	2,9906	2,7454	2,5320	2,3452	2.1807
6	4,4859	4,3553	4,1114	3,7845	3.3255	3,0205	2,7594	2.5342	2,3388
7	5,0330	4.8684	4,5638	4.1604	3,6046	3,2423	2,9370	2,6775	2,4550
8	5,5348	5.3349	4,9676	4.4873	3.8372	3.4212	3.0758	2,7860	2.5894
9	5,9952	5,7590	5,3282	4.7716	4,0310	3,5655	3.1842	2.8681	2,6033
10	6,4177	6,1446	5,6502	5.0188	4,1925	3,6819	3,2689	2.9304	2,6495
11	6,8052	6,4951	5,9377	5,2337	4.3271	3,7757	3,3351	2,9776	2,6834
12	7,1607	6,8137	6,1944	5.4206	4.4392	3,8514	3,3868	3.0133	2.7084
13	7,4869	7,1034	6,4235	5,5831	4,5327	3,9124	3,4272	3.0404	2,7268
14	7,7862	7,3667	6,6282	5.7245	4,6106	3,9616	3,4587	3,0609	2,7403
15	8,0607	7,6061	6,8109	5,8474	4,6755	4,0013	3,4834	3.0764	2,7502
16	8,3126	7,8237	6,9740	5.9542	4,7296	4.0333	3,5026	3.0882	2,7575
17	8,5436	8.0216	7,1196	6,0472	4.7746	4.0591	3,5177	3,0971	2,7629
18	8,7556	8,2014	7,2497	6,1280	4,8122	4,0799	3,5294	3,1039	2,7668
19	8,9501	8.3649	7,3658	6,1982	4,8435	4,0967	3,5386	3,1090	2,7697
20	9,1285	8.5136	7,4694	6,2593	4,8696	4,1103	3,5458	3.1129	2,7718
21	9,2922	6.6487	7.5617	6,3125	4,8913	4,1212	3,5514	3,1158	2.7734
22	9.4424	6.7715	7,6446	6,3587	4,9094	4,1300	3,5558	3.1180	2,7746
23	9,5802	8,6832	7,7184	6.3988	4,9245	4,1371	3,5592	3,1197	2,7754
24	9,7066	8,9847	7,7843	6,4338	4,9371	4,1428	3,5619	3.1210	2,7760
25	9,8226	9.0770	7.8431	6.4641	4,9476	4.1474	3.5640	3,1220	2,7765
26	9,9290	9.1609	7,8957	6,4906	4,9563	4,1511	3,5656	3,1227	2,7768
27	10,0266	9.2372	7,9426	6,5135	4,9636	4,1542	3,5669	3,1233	2.7771
28	10,1161	9.3066	7,9844	6,5335	4,9697	4,1566	3,5679	3,1237	2.7773
29	10,1983	9,3696	8,0218	6,5509	4,9747	4,1585	3,5687	3,1240	2,7774
30	10,2737	9,4269	8,0552	6.5660	4,9789	4,1601	3,5693	3,1242	2,7775
35	10,5668	9,6442	8.1755	6,6166	4,9915	4,1644	3.5708	3.1248	2.7777
40	10,7574	9.7791	8.2438	6.6418	4,9966	4,1659	3.5712	3,1250	2.7778
45	10,8812	9.6628	8,2825	6.6543	4,9986	4,1664	3,5714	3.1250	2,7778
50	10.9617	9,9148	8.3045	6,6605	4,9995	4,1666	3,5714	3,1250	2,7778
55	11.0140	9.9471	8.3170	6,6636	4,9998	4,1666	3,5714	3.1250	2,7778

4-ilova. Vafot etish jadvali

yosh	Erkaklar			Ayollar		
x	lx	dx	qx	lx	dx	qx
0	100000	2047	0,02047	100000	1512	0,01512
1	97953	200	0,002042	98488	161	0,001635
2	97753	113	0,001156	98327	98	0,000997
5	97477	74	0,000759	98103	45	0,000459
10	97158	54	0,000556	97902	31	0,000317
15	96861	105	0,001084	97736	47	0,000481
16	96756	151	0,001561	97689	68	0,000696
17	96605	208	0,002153	97621	92	0,000942
18	96397	261	0,002708	97529	92	0,000943
19	96136	299	0,00311	97437	93	0,000954
20	95837	351	0,003662	97344	93	0,000955
25	93952	441	0,004694	96866	99	0,001022
30	91419	597	0,00653	96253	149	0,001548
35	87934	832	0,009462	95391	218	0,002285
40	83344	1145	0,013738	94143	310	0,003293
45	77387	1292	0,016695	92232	449	0,004868
50	70354	2001	0,028442	89672	680	0,007583
55	59859	2028	0,03388	85336	949	0,011121
60	50246	2127	0,042332	80460	1121	0,013932
65	36556	2167	0,055962	73144	1785	0,023302
70	28604	1933	0,067578	63951	2075	0,032447
75	19411	1782	0,091804	52076	2987	0,057358
80	10615	1461	0,137635	35642	3301	0,092615
85	4680	861	0,183974	19523	3001	0,153716
90	1428	348	0,243697	6,704	1659	0,247464
95	301	95	0,315615	1184	434	0,366554
100	41	41	1	73	73	1

5-ilova. Kommutatsion funksiyalar

yillik foiz stavkasi-5%

	Erkaklar				Ayollar			
	D_x	N_x	C_x	M_x	D_x	N_x	C_x	M_x
0	100000	1887590	1949,524	10114,77	100000	1977650	1440	5826,207
5	76375,78	1441033	55,21994	7755,179	76866,27	1529056	33,57969	4054,092
10	59646,58	1094297	31,57268	7537,223	60103,34	1179910	18,12506	3917,123
15	46591,80	823439,5	48,10171	7380,392	47012,69	906850,3	21,53124	3829,34
18	40054,91	690374,5	103,2866	7179,981	40525,31	772493,4	36,40752	3739,913
20	36119,96	612275	125,9888	6964,005	36687,93	693409	33,38164	3668,455
25	27744,29	449277,9	124,0272	6350,099	28604,8	526934,4	27,84283	3512,683
30	21152,29	324373,2	131,5546	5705,952	22270,77	397183,1	32,83356	3357,295
35	15941,58	229504,5	143,651	3012,794	17293,46	296263,3	37,63932	3185,687
40	11838,66	158412,7	154,8974	4295,191	13372,61	218014,5	41,9373	2990,965
45	8612,903	106040,1	136,9477	3563,375	10265,1	157646,4	47,59251	2758,129
50	6135,131	68188,5	166,1854	2888,06	7819,733	111444	56,47479	2512,876
55	4089,95	41864,62	131,9676	2096,397	5830,702	76497,01	61,75405	2187,987
60	2689,946	24439,09	108,4477	1526,18	4307,468	50556,21	57,15554	1900,03
65	1624,294	13273,74	86,56955	992,211	3067,966	31579,44	71,30902	1564,183
70	940,1039	6645,254	60,50505	623,6632	2101,824	18288,63	64,94981	1230,937
75	499,8624	2908,626	43,70398	361,3564	1341,035	9362,677	73,25689	895,1935
80	214,1786	1034,548	28,07482	164,9144	719,1478	3970,955	63,43257	530,0547
85	73,987	289,7023	12,96353	60,19166	308,6428	1272,029	45,18417	248,07
90	17,68851	58,00476	4,105377	14,92638	83,04186	256,615	19,57132	70,8221
95	2,921347	7,669204	0,878114	2,556146	11,49128	26,31392	4,011594	10,23823
100	0,311784	0,311784	0,296937	0,296937	0,555128	0,555128	0,528693	0,528693

Kommutatsion funksiyalar
(erkaklar)

yillik foiz stavkasi – 9%

Yosh	Erkaklar			
X	**D_x**	**N_x**	**C_x**	**M_x**
18	21199	244593	28,979	1003,6
19	19420	223393	30,823	974,7
20	17786	203973	31,982	943,8
21	16285	186188	32,272	911,9
22	14908	169903	32,005	879,6
23	13645	154994	31,171	847,6
24	12487	141349	30,130	816,4
25	11426	128862	29,037	786,3
26	10454	117435	28,100	757,2
27	9562,5	106982	27,372	729,1
28	8745,6	97419,2	26,718	701,8
29	7996,7	88673,6	26,118	675,1
30	7310,3	80676,9	25,553	648,9
31	6681,2	73366,6	24,825	623,4
32	6104,7	6685,4	23,803	598,6
33	5576,8	60580,7	22,768	574,8
34	5093,6	55003,9	21,730	552,0
35	4651,3	49910,3	20,781	530,3
36	4246,5	45259,0	20,025	509,5
37	3875,8	41012,6	19,557	489,4
38	3536,2	37136,7	19,303	469,9
39	3224,9	33600,5	19,202	450,6
40	2939,5	30375,6	19,093	431,4
41	2677,7	27436,1	18,916	412,3
42	2437,7	24758,5	18,584	393,4
43	2217,8	22320,8	18,068	374,8
44	2016,6	20103,0	17,446	356,7
45	1832,7	18086,4	16,763	339,3
46	1664,6	16253,7	16,142	322,5
47	1511,0	14589,2	15,609	306,4
48	1370,6	13078,2	15,190	290,8
49	1242,3	11707,6	14,850	275,6
50	1124,8	10465,3	14,540	260,7
51	1017,4	9340,48	14,207	246,2
52	919,20	8323,06	13,805	232,0
53	829,50	7403,85	13,348	218,2

(davomi)

Yosh	Erkaklar			
X	**D_x**	**N_x**	**C_x**	**M_x**
54	747,66	6574,35	12,841	204,8
55	673,09	5826,69	12,332	192,0
56	605,18	5153,60	11,859	179,7
57	543,35	4548,42	11,430	167,8
58	847,06	4005,07	11,037	156,4
59	435,81	3518,01	10,655	145,3
60	389,17	3082,20	10,250	134,7
61	346,78	2693,04	9,799	124,4
62	308,35	2346,25	9,324	114,6
63	273,57	2037,90	8,842	105,3
64	242,14	1764,34	8,364	96,5
65	213,78	1522,20	7,898	88,1
66	188,23	1308,42	7,443	80,2
67	165,25	1120,19	6,998	72,8
68	144,60	954,947	6,563	65,8
69	126,10	810,344	6,136	59,2
70	109,55	684,243	5,720	53,1
71	94,787	574,691	5,312	47,3
72	81,649	479,904	4,912	42,0
73	69,995	398,255	4,523	37,1
74	59,692	328,260	4,145	32,6
75	50,619	268,568	3,775	28,4
76	42,664	217,949	3,420	24,7
77	35,721	175,284	3,078	21,2
78	29,694	139,563	2,751	18,2
79	24,491	109,869	2,439	15,4
80	20,029	85,3780	2,145	13,0
81	16,213	65,3486	1,868	10,8
82	13,022	49,1178	1,612	9,0
83	10,335	36,0957	1,375	7,4
84	8,1074	25,7603	1,159	6,0
85	6,2794	17,6529	0,964	4,8
86	4,7969	11,3735	1,053	3,9
87	3,3477	6,57654	1,051	2,8
88	2,0206	3,22886	0,907	1,8
89	0,9471	1,20827	0,608	0,8
90	0,2612	0,26119	0,240	0,2

Адабиётлар

1. Башарин Г.П. Начала финансовой математики. – Учебное пособие. М.: Инфра-м, 1997.

2. Ващенко Т.В. Математика финансового менежмента. – Учебное пособие. - М.: Перспектива, 1996.

3. Малыхин В.И. Финансовая математика. Учебное пособие. - М:. ЮНИТИ-ДИНА, 1999.

4. Капитоненко В.В. Финансовая математика и её приложения. Учебное пособие. М.: «Из-во ПРИОР», 2000.

5. Кутуков В.Б. Основы финансовой и страховой математики. - Учебное пособие. - М.: Дело, 1998 .

6. Печенежская И.А. Финансовая математика. Сборник задач. Ростов на Дону. «Феникс», 2008.

7. Саипназаров Ш., Ортиқов М.П. «Молиявий математика». Ўқув қўлланма. - Т.: «Университет» , 2004.

8. Сафаева Қ. Эконометрика. 1-қисм. Молия математикаси. Ўқув қўлланма. - Т.: ТМИ, 2000.

9. Сафаева Қ. «Молия математикаси» фанидан масалалар тўплами. – Т.: «IQTISOD-MOLIYA», 2006.

10. Сафаева Қ. Молия математикаси. Ўқув қўлланма. – Т, «IQTISOD-MOLIYA», 2008.

11. Финансовая математика. Математическое моделирование финансовых операции. Учебное пособие. Под редакцией В.А. Половникова и А. И. Пилипенко. – М.: Вузовский учебник. ВЗФЭИ, 2007.

12. Четыркин Е.М. Финансовая математика. Учебник. – М.: «Дело», 2000.

MUNDARIJA

	So‘zboshi	3
	Kirish	5
I bob.	**Oddiy foizlar**	8
1.1-§.	Oddiy foizlarni hisoblashga doir masalalar . . . . …	8
1.2-§.	Oddiy foizlar bo‘yicha o‘sish koeffitsiyenti va oshgan mablag‘ miqdorini topish formulalari . . . . ….	13
1.3-§.	Foiz to‘lovlar hisobiga kamaygan yoki oshgan mablag‘ bo‘yicha dastlabki mablag‘ va foiz to‘lovlar miqdorini aniqlash	17
1.4-§.	Oddiy foizlar bo‘yicha diskontlash. Diskontlash (keltirish) koeffitsiyenti	20
1.5-§.	Lombard kredit	22
1.6-§.	Iste`mol krediti	25
1.7-§.	Qarz uzishning o‘rtacha muddatini aniqlash masalasi . . . . . . …	29
1.8-§.	Veksellarni diskont qilish va hisoblash	32
II bob.	**Murakkab foizlar**	42
2.1-§.	Murakkab foizni dekursiv usul yordamida hisoblash	42
2.2-§.	Murakkab foizni antisipativ usul bilan hisoblash	46
2.3-§.	Nominal va samarali foiz stavkalari	50
2.4-§.	Murakkab foizlar bo‘yicha diskontlash. Diskontlash (keltirish) koeffitsiyenti	53
2.5-§.	Foiz stavkasini iterativ usul bilan aniqlash	57
III bob.	**To‘lovlar oqimi. Moliyaviy rentalar. Yillik o‘zgarmas renta parametrlarini hisoblash**	64
3.1-§.	Moliyaviy rentalar va ularning turlari	64
3.2-§.	O‘zgarmas moliyaviy prenumerando rentaning yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyenti	66
3.3-§.	O‘zgarmas yillik postnumerando rentaning yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyenti	69
3.4-§.	O‘zgarmas yillik postnumerando va prenumerando rentaning joriy bahosi va keltirish koeffitsiyenti	73
3.5-§.	*q*- muddatli o‘zgarmas rentaning yig‘ma miqdori va yig‘ma koeffitsiyentini hisoblash usullari	77
3.6-§.	*q*- muddatli o‘zgarmas postnumerando rentaning joriy bahosi va keltirish koeffitsiyentini hisoblash.	79
3.7-§.	To‘lovlari yilning boshida amalga oshiriladigan *q*- muddatli prenumerando renta parametrlarini hisoblash .	82
3.8-§.	Qoldirilgan o‘zgarmas rentalar	87

IV bob. **O‘zgaruvchan va uzluksiz rentalar. Rentalarni almashtirish** 94
4.1-§. To‘lovlari arifmetik progressiya bo‘yicha o‘zgaruvchan rentaning yig‘ma miqdorini aniqlash 94
4.2-§. Geometrik progressiya bo‘yicha o‘zgaruvchan rentalarning yig‘ma miqdorini aniqlash 99
4.3-§. O‘zgarmas uzluksiz renta 102
4.4-§. Uzluksiz o‘zgaruvchan rentalar 108
4.5-§. Abadiy renta 113
4.6-§. Rentalarni almashtirish va birlashtirish 115
V bob. **Investitsiya samaradorligini moliyaviy tahlili qilishda matematik usullar** 127
5.1-§. Investitsiyaning o‘z-o‘zini qoplash davri 128
5.2-§. Investitsiyaning foydalilik darajasi (normasi) 131
5.3-§. Investitsiyaning sof joriy bahosini aniqlash 137
5.4-§. Investitsiyaning foydalilik indeksini (samaradorligini) hisoblash 145
VI bob. **Moliya operatsiyalarida inflyatsiyani hisoblash** 151
6.1-§. Inflyatsiyaning o‘sish sur`ati va indeksi 151
6.2-§. Foiz stavkasini indeksatsiya qilish 156
6.3-§. Inflyatsiyani nazarga oluvchi oddiy va murakkab foiz stavkalarini hisoblash 160
6.4-§. Investitsiya loyihalarda inflyasiyani hisoblash. 166
VII bob. **Moliyaviy risklarni tahlil qilish va baholash** 174
7.1-§. Moliyaviy risklar haqida asosiy tushunchalar 174
7.2-§. Noaniqlik sharoitida moliyaviy risklarni baholash 179
7.3-§. Ehtimolli moliyaviy operatsiyalarda risklarni baholash 185
7.4-§. Moliyaviy operatsiyalar risklarini kamaytirishning umumiy usullari 194
VIII bob. **Aktuar hisoblar** 202
8.1-§. Aktuar hisoblarning nazariy asoslari 202
8.2-§. Vafot etish jadvali 205
8.3-§. Kommutatsion funksiyalar 210
8.4-§. Shaxsiy va hayotni sug‘urtalashda netto-mukofot 215
8.5-§. Nafaqani sug‘urtalash 220
8.6-§. Sug‘urta rezervlari 229
8.7-§. Nafaqa sug‘urtasida rezervni hisoblash 232
Ilovalar 238
Adabiyotlar 260

Qumri Safayeva

Moliya matematikasi

Darslik

Muharrir: **E. Bozorov**
Badiiy muharrir: **M. Odilov**
Kompyuterda sahifalovchi: **U. Raxmatov**

Nashr lits. AI № 174. Bosishga ruxsat 17.06.2012-y.da berildi.
Bichimi 60x84 $^{1}/_{8}$. Ofset qog‘ozi №2. «Times» garniturasi.
Shartli b.t. 16,2. Hashr hisob t. 16,5. Adadi 200 dona.
Buyurtma № 22

«IQTISOD-MOLIYA» nashriyotida tayyorlandi
100084. Toshkent. Kichik halqa yo‘li, 7-uy

«HUMOYUNBEK-ISTIQLOL MO‘JIZASI»
bosmaxonasida chop etildi.
100003. Toshkent. Olmazor, 171-uy