S.V. BAXVALOV, P.S.MODENOV,

A.S.PARXOMENKO

ANALITIK GEOMETRIYADAN MASALALAR TO'PLAMI

Uchinchi qayta ishlangan nashri

Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan davlat universitetlari va pedagogika o'quv yurtlari uchun o'quv qo'llanma sifatida ruxsat etilgan

TOSHKENT – 2005

S.V. Baxvalov, P.S.Modenov, A.S.Parxomenko **Analitik geometriyadan masalalar to'plami.** Rus tilidan tarjima. Toshkent, Universitet 2005 y., 546 bet.

Analitik geometriya fani bakalavriyatning matematika, mexanika, amaliy matematika va fizika yo'nalishlarida o'qitiladi. Ushbu tarjima qilingan o'quv qo'llanma analitik geometriya fanidan mashq va masalalar to'plamlari ichida mukammal va ko'p yillar davomida sinovdan o'tgan bo'lib, u bir necha marta rus tilida nashr etilgan. Bu qo'llanma mazmuni bo'yicha ham bizning Davlat ta'lim standartlarimizga mos keladi. Ayniqsa, har bir bobning boshida shu bobning mashq va masalalarini yechish uchun keltirilgan nazariy ma'lumotlar, hamda javoblardagi ko'rsatmalar talabalarga uchun ancha qulaylik tug'diradi. Ushbu o'quv qo'llanma tarjimasi haqidagi fikr va mulohazalaringiz uchun oldindan minatorchilik bildiramiz.

Uchbu o'quv qo'llanmadan davlat universitetlari va pedagogika o'quv yurtlari talabalari foydalanishlari mumkin.

Tarjimonlar: prof. A.Ya. Narmanov,
dots. A.S.Sharipov,
J.O. Aslonov
Muharrir: Yu. Sobirjonova

Ушбу қўлланма ЎзМУ метод кенгаши томонидан ўқув адабиёти сифатида 07.06.2005 йилда нашр этишга тавсия этилган. Баённома №

RUSCHA UCHINCHI NASHRIGA SO'ZBOSHI

Uchinchi nashrda bir qism masalalar yangilari bilan almashtirilgan. Bir qator hollarda masalalar qulay shaklda ta'riflangan. Ikkinchi nashrda uchratilgan xatolar tuzatilgan. Masalalar to`plami ikki qismga bo`linadi: tekislikdagi analitik geometriya (jumladan to`g`ri chiziqdagi geometriya I bob sifatida kiritilgan) va fazodagi analitik geometriya. Tekislikdagi analitik geometriyadan fazodagi analitik geometriyaga o`tish bobi vektorlar algebrasiga bag`ishlangan bo`lib, undagi talay paragraflarda tekislikdagi, fazodagi geometriya masalalari keltirilgan. Qiyinroq masalalar yulduzcha bilan ko`rsatilgan.

Muallif o`qituvchi—muallimlarning imkoniyatlarini cheklab qo`ymaslik maqsadida kitobda oldin kelgan masalalarga havola qilinmagan. Ko`pgina masalalarda, ayniqsa, kitobning boshidagi masalalarni qaysi sistemada yechish lozimligi ko`rsatilgan (dekart yoki affin sistemada). Bu esa talabani affin masalalarni metrik masalalardan ajratib olishga o`rgatadi. Lekin muallim to`g`ri burchakli sistemadan foydalanishni lozim topsa, u ko`rsatilgan tavsiyalarga e'tibor qilmasligi mumkin.

Ushbu kitobni tuzishda foydalanilgan to`plam va darsliklar quyida keltirilgan:

Андреев К.А., Сборник задач по аналитической геометрии, издание 2—е, М., 1904.

Бобровников Н.П., О совместных инвариантах целых рациональных функций переменных (кандидатская диссертация).

Бюшгенс С.С., Дифференциальная геометрия, Гостехиздат,1940.

Гюнтер Н.М. и **Кузьмин Р.О.,** Сборник задач по высшей математике, т.1, издание 2 – е, Гостехиздат,1947.

Дубнов Я.С., Основы векторного исчисления, ч.1, издание 4 – е, Гостехиздат, 1950.

Цубербиллер О.Н., Сборник задач и упражнений по аналитической геометрии, издание 26 – е, Физматгиз, 1963.

Шифф В.И., Сборник упражнений и задач по аналитической геометрии на плоскости и в пространстве, издание 3 – е, СПб. – М.,1910.

MUNDARIJA

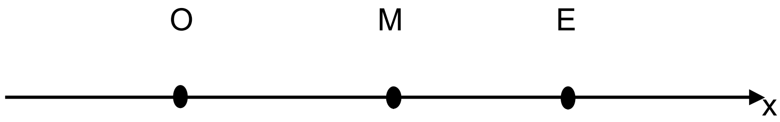
I QISM

TO'G'RI CHIZIQDA VA TEKISLIKDA ANALITIK GEOMETRIYA.

I BOB

TO'G'RI CHIZIQDA GEOMETRIYA

To'g'ri chiziqda koordinatalar boshi deb ataluvchi O, birlik nuqta deb ataluvchi E nuqtalar tanlangan bo'lsa, bunday to'g'ri chiziq Dekart o'qi deb ataladi. Dekart o'qining musbat yo'nalishi deb O nuqtadan chiquvchi va E nuqtani o'z ichiga olgan nur yo'nalishiga aytiladi. Teskari yo'nalish manfiy yo'nalish deb ataladi. OE kesma masshtab yoki birlik kesma deyiladi. (1 − chizma).



1 − chizma

M nuqtaning koordinatasi deb $x = \pm \frac{OM}{OE}$ tenglik bilan aniqlanadigan x soniga aytiladi; bu x son M nuqta o'qning musbat yo'nalishida bo'lsa, musbat ishora va aks holda manfiy ishora bilan olinadi. M nuqta O nuqta bilan ustma−ust tushsa, $x = 0$ koordinatasi x ga teng nuqta $M(x)$ yoki (x) ko'rinishida yoziladi.

Uchlari ma'lum tartibda olingan kesma yo'nalishga ega bo'lgan kesma yoki vektor deb ataladi. Birinchi nuqta vektor boshi ,ikkinchi nuqta vektor oxiri deb ataladi. Uchi M_1, oxiri M_2 bo'lgan vektor $\overrightarrow{M_1M_2}$ ko'rinishida yoziladi. Vektorlar bitta harf yordamida ham belgilanadi ($\vec{a},\vec{b},\vec{c}\dots$).

Dekart o'qida yotgan vektorning koordinatasi deb $x = \pm \frac{OM}{OE}$ tenglik bilan aniqlanadigan x soniga aytiladi va, $\overrightarrow{M_1M_2}$, $\overrightarrow{OE}$ vektorlar bir xil yo'nalishda bo'lsa, kasr oldida musbat ishora , qarama—qarshi yo'nalishga ega bo'lsa manfiy ishora olinadi. Demak, $\overrightarrow{M_1M_2}$ vektor koordinatasining absolyut qiymati M_1M_2 kesma uzunligining masshtab kesmasi nisbatiga teng ekan

$\overrightarrow{M_1M_2}$ vektor koordinatasi

$$x = x_1 - x_2 \qquad (1)$$

formula bilan aniqlanadi, bu yerda x_1 — M_1 nuqtaning, x_2 esa M_2 nuqtaning koordinatasi.

$\overrightarrow{M_1M_2}$ vektorning uzunligi yoki $M_1(x_1)$, $M_2(x_2)$ nuqtalar orasidagi masofa

$$d = |x_2 - x_1| \qquad (2)$$

formula bilan aniqlanadi.

Bir to'g'ri chiziqda yotgan va ma'lum tartibda olingan A, B, C nuqtalarning **sodda nisbati** deb, quyidagi $\lambda = \pm \frac{AC}{CB}$ tenglik bilan aniqlanadigan λ soniga aytiladi. C nuqta A, B nuqtalar orasida bo'lsa, kasr oldida musbat ishora, C nuqta tashqarida yotsa manfiy ishora olinadi.

$A(x_1), B(x_2), C(x_3)$ nuqtalarning sodda nisbati

$$\lambda = \frac{x_3 - x_1}{x_2 - x_3} \qquad (3)$$

formula bo'yicha hisoblanadi.

Agarda (ABC) sodda nisbat λ ga teng bo'lsa,(A, B — turli nuqtalar) "C nuqta AB kesmani λ nisbatda bo'ladi" deyiladi.

λ ning $\lambda \neq -1$ dan boshqa barcha qiymatlari uchun shunday yagona C nuqta mavjudki, bu nuqta A, B nuqtalar bilan chegaralangan kesmani λ nisbatda bo'ladi. $A(x_1), B(x_2)$ nuqtalar bilan chegaralangan kesma $C(x_3)$ nuqta bilan λ nisbatda bo'linsa, C nuqtaning koordinatasi

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda} \qquad (4)$$

formula bilan aniqlanadi.

Agar A, B turli nuqtalar va $\lambda \neq -1$ bo'lsa, bu kesmani λ nisbatda bo'luvchi C nuqta mavjud emas.

Bir to'g'ri chiziqda yotgan to'rtta A, B, C, D nuqtaning **murakkab** yoki **angarmonik** nisbati deb,

$$\omega = (ABCD) = (ABC) : (ABD)$$

songa aytiladi.

Dekart o'qidagi $A(x_1), b(x_2), C(x_3), D(x_4)$ nuqtalarning angarmonik nisbati

$$\omega = (ABCD) = \frac{x_3 - x_1}{x_2 - x_3} : \frac{x_4 - x_1}{x_2 - x_4} \qquad (5)$$

formula bilan hisoblanadi.

Agar $(ABCD) = -1$ bo'lsa, u holda C, D nuqtalar AB kesmani **garmonik nisbatda** bo'ladi, deyiladi.

Ikki Dekart sistemasi bir xil yo'nalishga va bir xil masshtab birligiga, ya'ni $OE = O'E'$ ega bo'lsa, bu sistemalarning biri ikkichisini **ko'chirish** natijasida hosil bo'lgan deyiladi. M nuqtaning yuqorida aytilgan sistemalardagi koordinatalar x, x' bo'lsa, ular o'zaro

$$x = x' + a \qquad (6)$$

yoki

$$x = x' - a \qquad (7)$$

ifoda bilan bog'langan. Bu yerda $a -$ yangi sistema boshining eski sistemadagi koordinatasi($O -$koordinata boshi va $E -$birlik nuqta).

Dekart sistemasining umumiy almashtirishi deb, yangi boshlang'ich O' nuqtaga va yangi birlik E' nuqtaga o'tishga aytiladi. O'qdagi M nuqtaning x, x' koordinatalari o'zaro bir qiymatli

$$x' = \alpha x + \beta \qquad (8)$$

chiziqli ifoda bilan bog'langan. Agar bu formulada x, x' sonlar ikkita turli M, M' nuqtaning koordinatalari desak, (8) formula bitta to'g'ri chiziqdagi nuqtalar to'plamiga shu to'g'ri chiziqdagi nuqtalar to'plamini mos o'yadi va M nuqtaga $M'(\alpha X + \beta)$ nuqtani mos keltiriladi. Bu almashtirish **affin almashtirish** deyiladi. Affin almashtirishda uch nuqtaning sodda nisbati saqlanadi. Almashtirishlarni ba'zan $A, B, C, \ldots$ harflar bilan belgilanadi.

Agar B almashtirish $M(x)$ nuqtaga $M'(x')$ nuqtani, A almashtirish esa $M'(x')$ nuqtaga $M''(x'')$ nuqtani mos qo'ysa, AB almashtirish A, B almashtirishlarning ko'paytmasi deyiladi. A^{-1} (teskari) almashtirish deb $M'(x')$ nuqtaga $M(x)$ nuqtani mos qo'yadigan almashtirishga aytiladi.

$A, B, C, \ldots$ dan iborat, chekli yoki cheksiz almashtirishlar to'plami $\Re$ berilgan bo'lsin; bu $\Re$ to'plam almashtirishlar gruppasini tashkil qiladi, agar:

1) A almashtirishga teskari A^{-1} almashtirish ham shu to'plamga tegishli bo'lsa,

2) ikkita A, B almashtirishlar ko'paytmasi AB ham shu to'plamga tegishli bo'lsa, bu $\Re$ to'plam **almashtirishlar gruppasi** deyiladi.

To'g'ri chiziqning hamma affin almashtirishlar to'plami almashtirishlar gruppasini tashkil qiladi.

1 §. To'g'ri chiziqdagi nuqta va vektorlarning koordinatalari

1. Masshtab birligi 1 sm deb olib quyidagi nuqtalar yasalsin:

$A(2), B(-3), C(4), D(\sqrt{2}), F(\sqrt{3}), G(-\sqrt{29})$

2. Quyidagi har bir holda $\overrightarrow{AB}$ vektorning koordinatalari aniqlansin:

1) $A(2), B(5)$;   3) $A(-5), B(-4)$;
2) $A(-2), B(4)$;   4) $A(2), B(-7)$;

Natijalar chizmalar yordamida tekshirilsin.

3. Quyidagi hollarda A, B nuqtalar orasidagi masofa topilsin:

1) $A(1), B(-7)$; 2) $A(3), B(-2)$; 3) $A(-6), B(-10)$;

Natijalar chizmalar yordamida tekshirilsin.

4. Quyidagi hollarda berilgan uchta nuqtaning sodda (ABC) nisbati topilsin:

1) $A(2), B(7), C(5)$;
2) $A(-3), B(-3), C(6)$;
3) $A(-1), B(0), C(3)$;
4) $A(3), B(2), C(3)$;
5) $A(1), B(1), C(1)$;

5. $A(1), B(3), C(-2)$; nuqtalar uchun sodda nisbatning barcha oltita qiymati topilsin.

6. $(ABC) = \lambda$ berilgan; quyidagilar topilsin:

$(ACB), (BAC), (BCA), (CAB), (CBA)$

7. Berilgan $M_1(3)$, $M_2(6)$ nuqtalar bilan chegaralangan kesmani quyidagi nisbatda bo'luvchi M nuqtaning x koordinatasi topilsin:

1) $\lambda = 3$; 2) $\lambda = \frac{2}{3}$; 3) $\lambda = -\frac{1}{2}$; 4) $\lambda = 0$; 5) $\lambda = 1$;

8. Berilgan M_1M_2 kesma o'rtasining x koordinatasi quyidagi hollarda topilsin:

1) $M_1(3), M_2(9);$ 2) $M_1(-5), M_2(2);$ 3) $M_1(-6), M_2(6);$

9. O,E,M nuqtalarning koordinatalari mos ravishda $0, 1, x$ ga teng; $x = -(MEO)$ ekanligi isbotlansin.

10. A,B,C,D nuqtalar dekart o'qida ixtiyoriy ravishda joylashgan bo'lsin; x_{AB} bilan $\overrightarrow{AB}$ vektorning koordinatasini belgilasak, quyidagi ayniyat isbotlansin:

$$X_{AB}X_{CD} + X_{AC}X_{DB} + X_{AD}X_{BC} = 0$$

11. * $(ABP) = \lambda,\ (ABQ) = \mu$ berilgan $(PQA),(PQB)$ topilsin.

12. $(ABP) = \lambda,\ (ABQ) = \mu$ va $(ABR) = \nu$ berilgan. (PRQ)topilsin.

13. * $(ABP) = \lambda,\ (ABQ) = \mu$ berilgan. PQ kesmaning o'rtasi R bo'lsa, (ABR) topilsin.

14. Koordinatalar 1,2,3,...10 bo'lgan nuqtalarga mos ravishda 1,2,3,...10 massalar joylashtirilgan. Bu sistema og'irlik markazining koordinatasi topilsin.

15. Quyidagi hollarda to'rtta A,B,C,D nuqtaning angormonik (murakkab) munosabati topilsin.

1) $A(1), B(-3), C(1), D(4)$
2) $A(2), B(-6), C(0), D(5)$
3) $A(4), B(0), C(-3), D(4)$
4) $A(1), B(1), C(3), D(2)$
5) $A(-5), B(-2), C(-2), D(6)$
6) $A(-1), B(6), C(-4), D(-4)$

16. * $(ABCD) = \omega$ berilgan. A,B,C,D nuqtalar juft—jufti bilan turli deb faraz qilamiz. Berilgan nuqtalarning barcha o'rin almashtirishlariga mos kelgan angormonik nisbatning 24 qiymati topilsin.

Quyidagi hollar qaralsin:

$a)\ \omega = -tg^2\alpha,$ $b)\ \omega = -1$

17. $A(1),B(2),C(4)$ nuqtalar va $(ABCD) = -1$ berilgan. D nuqtaning koordinatasi topilsin.

18. C,D nuqtalar jufti A,B nuqtalar juftini garmonik ravishda bo'ladi; siz $\frac{2}{X_{AB}}=\frac{1}{X_{AC}}+\frac{1}{X_{AD}}$ tenglikni isbotlang.

19. * Agar O nuqta AB kesmaning o'rtasi va C,D nuqtalar AB kesmani garmonik nisbatda bo'lsa, $OA^2=OC\cdot OD$ ekanligi isbotlansin.

20. A_1,A_2,A_3,A_4 nuqtalar garmonik to'rtlik bo'lsa, A_3,A_4 kesmaning o'rtasi A_1,A_2 kesmaga nisbatan tashqi nuqta ekanligi isbotlansin.

21. $A(-1),B(3),C(7)$ nuqtalar berilgan. Koordinatalar boshi $O'(4)$ nuqtaga ko'chirilsa, bu nuqtalarning yangi koordinatalari topilsin.

22. A nuqtaning koordinatasi 3 ga teng. Agar dekart o'qining boshini boshqa nuqtaga ko'chirish natijasida hosil bo'lgan yangi dekart o'qida bu nuqtaning koordinatasi 7 ga teng bo'lsa, eski o'q boshining yangi koordinatasi va yangi o'q boshining eski koordinatasi topilsin.

23. Koordinatalar boshini qanday nuqtaga ko'chirganda $A(-3)$ nuqtaning koordinatasi -6 ga teng bo'ladi?

24. Koordinatalar boshi birlik nuqtaga ko'chirilgan. Eski koordinata boshining yangi koordinatasi topilsin.

25. Agar koordinatalar boshi $O(4)$ nuqtaga ko'chirilgan bo'lsa, yangi birlik nuqtaning eski koordinatasi topilsin.

26. Agar yangi koordinatalar boshi va birlik nuqta sifatida $O'(-2)$ va $E'(4)$ nuqtalar olinsa, dekart koordinatalar sistemasini almashtirish formulasi yozilsin.

27. Agar yangi koordinatalar boshi $O'(-2)$ va birlik $E'(5)$ nuqtalar olingan bo'lsa, $A(3),B(-2),C(7),O(0),E(1)$ nuqtalarning yangi koordinatalari topilsin.

28. Dekart koordinatalar sistemasini almashtirish $x' = -2x + 3$ munosabat bilan aniqlanadi. Yangi koordinatalar boshi O va yangi birlik E' nuqtalarning eski koordinatalari topilsin.
29. Agar eski koordinatalar boshining yangi koordinatalari bilan yangi koordinatalar boshining eski koordinatalari bilan yig'indisi nolga teng bo'lsa, to'g'ri chiziqdagi dekart koordinatalari sistemasini almashtirish formulasining geometrik ma'nosi aniqlansin.
30. Koordinatalar boshi saqlanib, yangi nuqta sifatida $E'(a) \quad (a \neq 0)$ nuqta olinsa, to'g'ri chiziqdagi dekart koordinatalar sistemasini almashtirish formulasi topilsin.
31. Agar dekart koordinatalari sistemasini almashtirish $x' = ax \quad (a \neq 0)$ formula bilan ifodalansa, yangi birlik nuqtaning eski koordinatasi topilsin.
32. To'g'ri chiziqda dekart koordinatalari sistemasini almashtirish $x' = ax + b \ (a \neq 0)$ munosabat bilan berilgan. Yangi koordinatalar boshi va yangi birlik nuqtaning eski koordinatalarini, hamda eski koordinatalar boshi va eski birlik nuqtaning yangi koordinatalari topilsin.

2 §. To'g'ri chiziqda affin almashtirishlar

33. Koordinatalar o'qining $x' = -x + a$ munosabat bilan aniqlangan almashtirishlar to'plami gruppa tashkil qiladimi? Bu formula a barcha haqiqiy qiymatlarni qabul qiladi. $x' = -x + a$ almashtirishning geometrik ma'nosi aniqlansin.
34. To'g'ri chiziqda 1) $x = x + a$ 2) $x' = ax$ formulalar bilan aniqlangan almashtirishlar to'plami gruppa tashkil qiladimi? Ko'rsatilgan almashtirishlarning geometrik ma'nosi aniqlansin.

35. $x' = ax + b,\ a \neq 0$ formula bilan berilgan almashtirishga teskari almashtirishni toping.

36. Berilgan A, B almashtirishlar mos ravishda $x' = 2x + 3$ $x' = -x + 8$ formulalar bilan aniqlangan. $A \cdot B,\ B \cdot A,\ B^{-1} \cdot A,\ A^{-1} \cdot B,\ A^2 \cdot B$ almashtirishlar topilsin.

37. $x' = ax + b,$ affin almashtirishning qo'zg'almas nuqtasi topilsin.

38. To'g'ri chiziqda dekart koordinatalari sistemasining boshi $O'(\alpha)$ nuqtaga va birlik nuqta $E'(\beta),\ (\alpha \neq \beta)$ nuqtaga ko'chirilsa, $x' = ax + b$ affin almashtirish qanday ko'rinishda bo'ladi?

39. Affin almashitirish kamida bitta qo'zg'almas nuqtaga ega bo'lsa, u markaziy affin almashtirish deyiladi. To'g'ri chiziqning barcha markaziy affin almashtirishlari to'plami gruppani tashkil qiladimi?

40. $x' = ax + b$ ko'rinishdagi affin almashtirishlar to'plami:

1) a barcha musbat haqiqiy qiymatlarni va b esa barcha haqiqiy qiymatlarni qabul qilsa,

2) a barcha manfiy haqiqiy qiymatlarni va b esa barcha haqiqiy qiymatlarni qabul qilsa,

3) a, b barcha ratsional $(a \neq 0)$ sonlarni qabul qilsa,

gruppa tashkil qiladimi?

41. $x' = 2^k \cdot x$ dan iborat markaziy affin almashtirishlar to'plami, agar:

1) k hamma butun qiymatlarni qabul qilsa,

2) k barcha manfiy butun qiymatlarni qabul qilsa, gruppa tashkil qiladimi.

42. $x' = ax + b,\ a \neq 0$ affin almashtirishda $a > 0$ sharti kesmaning oriyentatsiyasi (yo'nalishi) saqlanishining zaruriy va yetarli sharti ekanligi isbotlansin.

43. $A(2), B(4)$ nuqtalarni $A'(-2), B'(3)$ nuqtalarga oʻtkazuvchi affin almashtirish topilsin.

44. Ikkita turli $A(x_1), B(x_2)$ nuqtani $A(x_1'), B(x_2')$ nuqtalarga oʻtkazuvchi affin almashtirish topilsin.

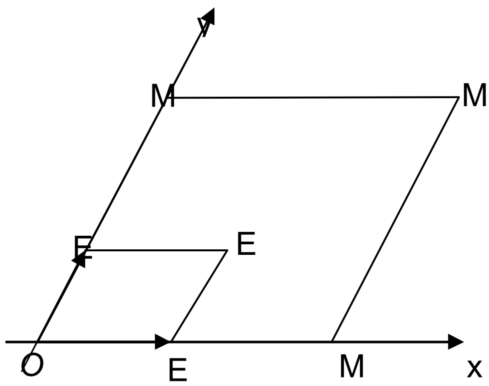
45. Toʻgʻri chiziqning:

1) Vektorning yoʻnalishi va uzunligi,
2) Ixtiyoriy kesmaning uzunligi saqlanadigan barcha affin almashtirishlar topilsin.

II BOB

NUQTA VA VEKTORLARNING TEKISLIKDAGI KOORDINATALARI

Ma'lum tartibda olingan va kesishadigan ikkita Ox, Oy o'qlar jufti tekislikda umumiy dekart yoki affin koordinatalar sistemasi deb ataladi. Koordinatalar sistemasining boshi sifatida Ox, Oy o'qlarning umumiy nuqtasi olinadi. Ox o'qi$-$ abssissalar o'qi, Oy $-$o'qi ordinatalar o'qi deb ataladi (2$-$chizma). $\overrightarrow{OE_1} = l_1, \overrightarrow{OE_2} = l_2$ vektorlar Ox, Oy o'qlarning masshtab vektorlari deyiladi. E_1, E_2 nuqtalar Ox, Oy o'qlarning birlik nuqtalari deb ataladi.



2$-$chizma

Ixtiyoriy M nuqtadan Ox o'qlarga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz. M_1, M_2 nuqtalar bu to'g'ri chiziqlarning mos ravishda Ox va Oy o'qlari bilan kesishish nuqtalari bo'lsin. M nuqtaning Ox o'qidagi koordinatasini x va M_2 nuqtaning Oy o'qdagi koordinatasini y bilan belgilaymiz. x, y sonlari mos ravishda M nuqtaning abssissasi va ordinatasi deyiladi va $M(x, y)$ ko'rinishda yoziladi. $E(1,1)$ nuqta birlik nuqta deb ataladi .

Ox, Oy nuqtalar orasidagi burchak $\frac{\pi}{2}$ ga teng bo'lib, masshtab vektorlari bir xil uzunlikka ega bo'lsa, umumiy dekart sistemasi to'g'ri burchakli deyiladi. O'qlardagi masshtab vektorlarining uzunliklari teng bo'lib, o'qlar orasidagi burchak $\frac{\pi}{2}$ dan farqli bo'lsa, sistema qiyshiq burchakli deyiladi.

Quyida ushbu bobdagi masalalarni yechish uchun zarur bo'lgan formulalarni keltiramiz.

$A(x_1,y_1), B(x_2,y_2), C(x_3,y_3)$ nuqtalarning bir to'g'ri chiziqda yotishi uchun

$$\begin{vmatrix} x_1-x_3 & y_1-y_3 \\ x_2-x_3 & y_2-y_3 \end{vmatrix} = 0 \qquad (1)$$

yoki

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad (2)$$

shartning bajarilishi zarur va yetarlidir.

Bitta to'g'ri chiziqda yotgan $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2), C(x_3,y_3)$ nuqtalarning sodda $\lambda = (ABC)$ nisbati quyidagi kasrlarning har biriga tengdir(B,C – turli nuqtalar):

$$\frac{x_3-x_1}{x_2-x_3}, \ \frac{y_3-y_1}{y_2-y_3}. \qquad (3)$$

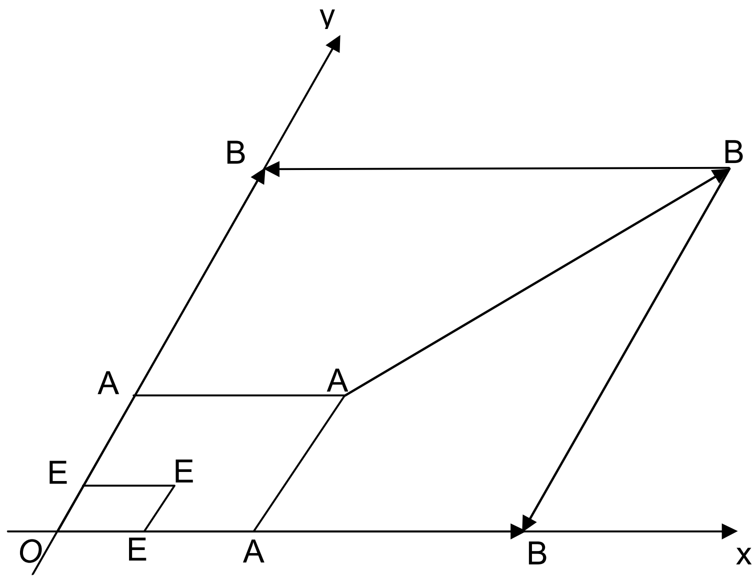
Uchlari $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$ nuqtalarda bo'lgan AB kesmani $\lambda \neq -1$nisbatda bo'luvchi $C(x,y)$ nuqtaning koordinatalari quyidagi munosabatlardan aniqlanadi:

$$x = \frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}, \quad y = \frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}. \qquad (4)$$

AB kesmani teng ikkiga bo'luvchi nuqta koordinatalari kesma uchlariga tegishli kordinatalar yig'indisining yarmiga teng.

$$x = \frac{x_1+x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1+y_2}{2}. \qquad (5)$$

$(1)-(5)$ formulalar affin koordinatalar sistemasida ham o'rinlidir. $\overrightarrow{AB}$ vektorlarning koordinatalari quyidagicha aniqlanadi: A,B nuqtalardan Ox, Oy o'qlarga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziqlarning Ox o'qi bilan kesishish nuqtalarini A_1, B_1 bilan, Oy o'qi bilan kesishish nuqtalarini A_2, B_2 orqali belgilaymiz. $\overrightarrow{A_1B_1}$ vektorning Ox o'qdagi koordinatasi x va $\overrightarrow{A_2B_2}$ vektorning Oy o'qdagi koordinatasi y bilan birgalikda $\overrightarrow{AB}$ vektorning umumiy dekart Oxy sistemasidagi koordinatalari deb ataladi(3—chizma).



3—chizma

Agar (x_1, y_1) — A nuqtaning va $(x_2, y_2) - B$ nuqtaning koordinatalari bo'lsa, u holda $\overrightarrow{AB}$ vektorning koordinatalari quyidagicha bo'ladi:

$$x = x_2 - x_1, \; y = y_2 - y_1. \qquad (6)$$

Agar $x, y - \overrightarrow{AB}$ vektorning koordinatalari bo'lsa,

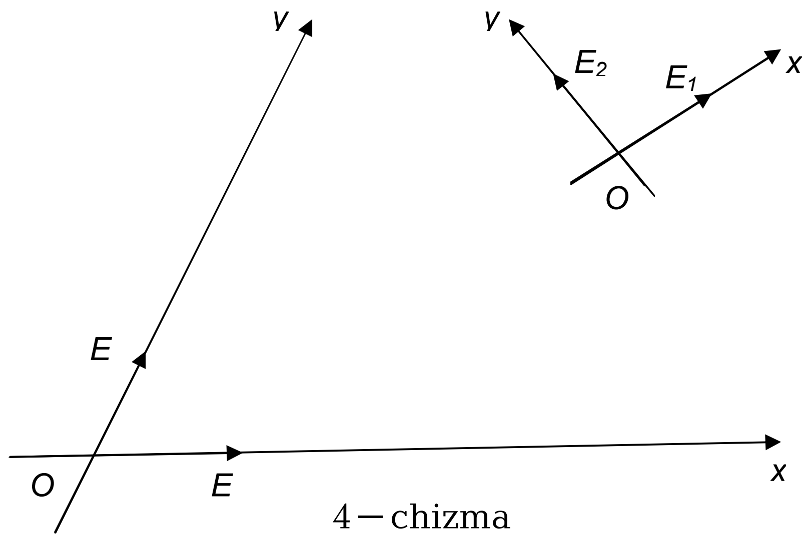
$$\overrightarrow{AB} = \{x, y\}$$

shaklida yoziladi.

Berilgan affin koordinatalar sistemasini boshqa affin koordinatalar sistemasiga almashtirish quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$\begin{aligned} x &= a_1 x' + b_1 y' + c_1 \\ y &= a_2 x' + b_2 y' + c_2 \end{aligned}.$$

Bu yerda a_1, a_2 va b_1, b_2 sonlar mos ravishda $\overrightarrow{O'E_1}, \overrightarrow{O'E_2}$ vektorlarning , c_1, c_2 esa O nuqtaning Oxy sistemasidagi koordinatalari, x, y va x', y'lar esa mos ravishda ixtiyoriy M nuqtaning Oxy va $O'x'y'$ sistemalardagi koordinatalaridir (4—chizma).



4—chizma

Koordinata o'qlari parallel ko'chirilgan holda bu formulalar quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\begin{aligned} x &= x' + c_1 \\ y &= y' + c_2 \end{aligned}. \qquad (7)$$

To'g'ri burchakli sistemani α burchakka burish formulalari ushbu

$$\begin{aligned} x &= x'\cos\alpha - y'\sin\alpha \\ y &= x'\sin\alpha + y'\cos\alpha \end{aligned} \qquad (8)$$

ko'rinishga ega; bu yerda $\alpha - Ox$ o'qining musbat yo'nalishi bilan $O'x'$ o'qining musbat yo'nalishi orasidagi burchakdir. Bu holda Oxy va $O'x'y'$ sistemalar bir xil orientatsiyali sistemalar deyiladi. Agar Oxy sistema $O'x'y'$ sistemadan α burchakka burish va so'ngra Ox o'qiga nisbatan simmetrik akslantirish natijasida hosil qilinsa, almashtirish ushbu:

$$\begin{aligned} x &= x'\cos\alpha + y'\sin\alpha \\ y &= x'\sin\alpha - y'\cos\alpha \end{aligned}$$

ko'rinishda bo'ladi va sistemalar turli oriyentatsiyali sistemalar deyiladi. $A(x_1.y_1)$ va $B(x_2,y_2)$ nuqtalar orasidagi masofa quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \qquad (9)$$

yoki

$$d=\sqrt{X^2+Y^2} \qquad (10)$$

bu yerda X,Y sonlar $\overrightarrow{AB}$ vektorning koordinatalari. Affin koordinatalar sistemasida ikki nuqta orasidagi masofa quyidagi formulalar bilan hisoblaanadi:

$$d=\sqrt{g_{11}(x_2-x_1)^2+2g_{12}(x_2-x_1)(y_2-y_1)+g_{22}(y_2-y_1)^2} \qquad (11)$$

yoki

$$d=\sqrt{g_{11}X^2+2g_{12}XY+g_{22}Y^2}$$

bu yerda $g_{11},g_{22}-\overrightarrow{OE_1},\overrightarrow{OE_2}$ vektorning uzunliklarini kvadratlari g_{12} esa— $\overrightarrow{OE_1}$, $\overrightarrow{OE_2}$ vektorlar uzunliklari bilan ular orasidagi (ω) burchak kosinusining ko'paytmasidir. Bu yerda $\overrightarrow{OE_1},\overrightarrow{OE_2}$ vektorlarning uzunliklari berilgan e birlikda o'lchanadi. g_{ik} quyidagi shartlarni qanoatlantiradi:

$$g_{11}>0, \quad g_{12}>0, \qquad g_{11}g_{22}-g_{12}{}^2>0.$$

Yuqoridagi shartlarni qanoatlantiradigan sonlar berilgan holda, shunday $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ vektorlar mavjudki:

$$|e_1|^2=g_{11},\ \ |e_2|^2=g_{22},\ \ |e_1|\cdot|e_2|\cos\omega=g_{12} \qquad (13)$$

bu yerda ω son $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ vektorlar orasidagi burchak. $|\vec{e}_1|,|\vec{e}_2|$ sonlar $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ vektorlar uzunliklari. To'g'ri burchakli sistemada $\overrightarrow{AB}=\{x,y\}$ vektor bilan $\overrightarrow{CD}=\{x',y'\}$ vektor orasidagi burchak

$$\cos\varphi=\frac{xx'+yy'}{dd'},\ \ \sin\varphi=\frac{xy'-x'y}{dd'} \qquad (14)$$

formulalar bo'yicha aniqlanadi. Bu formulalarda d, d' sonlar $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ vektorlar uzunliklaridir. Ox o'qining birlik vektori bilan $\overrightarrow{AB}$ vektor orasidagi burchak quyidagi formulalar bilan aniqlanadi:

$$\cos\varphi = \frac{X}{d}, \sin\varphi = \frac{Y}{d}. \qquad (15)$$

Ikki $\{x, y\}$, $\{x', y'\}$ vektorning perpendikular bo'lishi uchun

$$xx' + yy' = 0 \qquad (16)$$

shartning bajarishlishi zarur va yetarlidir.

Affin koordinatalar sistemasida $\overrightarrow{AB} = \{x, y\}$ vektor bilan $\overrightarrow{CD} = \{x', y'\}$ vektor orasidagi burchak

$$\cos\varphi = \frac{g_{11}xx' + g_{12}(xy' + x'y) + g_{22}yy'}{dd'} \qquad (17)$$

$$\sin\varphi = \frac{\begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix}\sqrt{g_{11}g_{22} - g_{12}^{2}}}{dd'} \qquad (18)$$

formula orqali topiladi.

Uchlari $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ nuqtalardagi uchburchakning yuzi to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida quyidagicha topiladi:

$$S = \frac{1}{2}\operatorname{mod}\begin{vmatrix} x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 \end{vmatrix} \qquad (19)$$

yoki

$$S = \frac{1}{2}\operatorname{mod}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \qquad (20)$$

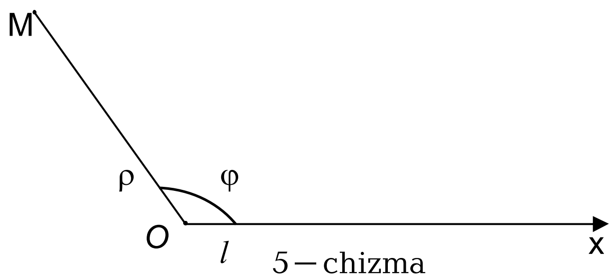
Oriyentatsiyalangan ABC uchburchakning yuzi

$$\sigma = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

formuladan topiladi. Agar ABC uchburchak OE_1E_2 uchburchak bilan bir xil oriyentatsiyaga ega bo'lsa, $\sigma > 0$ va qarama—qarshi oriyentatsiyaga ega bo'lsa: $\sigma < 0$ bo'ladi.

Affin koordinatalar sistemasida (19) formula ABC uchburchak yuzining masshtab parallelogrammi yuzasiga bo'lgan nisbatini anilaydi.

Tekislikda qutb koordinatalar sistemasi O nuqta (qutb), undan



5—chizma

chiqadigan nur (qutb o'qi), masshtab birligi e va burchaklarni o'lchash yo'nalishi bilan aniqlanadi (5—chizma).

M nuqta qutb bilan ustma—ust tushmasa, qutb radiusi ρ (O nuqtadan M nuqtagacha bo'lgan masofa) va qutb burchak φ (Ox o'qi bilan OM nur orasidagi burchak) M nuqtaning qutb koordinatalari deb ataladi.

Qutb burchak φ cheksiz ko'p qiymatlarga ega; qutb burchakning $0 \le \varphi < 2\pi$ shartni qanoatlantiradigan qiymatlari uning bosh qiymatlari deyiladi. Agar φ_0 qutb burchak qiymatlarining biri bo'lsa, qolgan qiymatlari $\varphi_0 + 2k\pi$ formuladan topiladi, k — ixtiyoriy son. Qutb uchun $\rho = 0$ deb qabul qilinadi(φ esa bu nuqtada aniqlanmaydi).

Ba'zan umumlashgan qutb koordinatalar sistemasi deb ataluvchi sistema ham kiritiladi. Qutb radiusi musbat va manfiy qiymatlarni qabul qilishi mumkin. Agar M nuqta uchun qutb radius $\rho > 0$ bo'lsa, qutb burchak Ox o'qi bilan OM nur orasidagi burchak va $\rho < 0$ bo'lsa, φ burchak qutb o'qi bilan OM nurga qarama–qarshi yo'nalishga ega bo'lgan nur orasidagi burchak sifatida o'lchanadi.

Agar qutbni koordinatalar boshi deb, qutb o'qini esa Ox o'qi deb qabul qilinsa, nuqtaning qutb koordinatalari (ρ, φ) va o'sha nuqtaning to'g'ri burchakli dekart koordinatalari (x, y) orasidagi bog'lanish quyidagi formulalar bilan ifodalanadi:

$$x = \rho\cos\varphi, \quad y = \rho\sin\varphi \qquad (22)$$

va aksincha,

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \ \cos\varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \ \sin\varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}. \quad (23)$$

Masalalar yechishda kesmalarning uzunligi, burchak yoki yuzalarni hisoblash talab qilingan bo'lsa, sistemani to'g'ri burchakli deb faraz qilinadi (agar masala shartida teskarisi ta'kidlangan bo'lmasa).

1 §. To'g'ri burchakli va affin koordinatalar

46.Koordinatalarning to'g'ri burchakli sistemasida quyidagi nuqtalar yasalsin:

$A(2,3),\ B(0,4),\ C(-2,1),\ D(-3,-5),\ F(6,-2),\ G(5,0),\ K(0,-1),\ S(-3,0),\ T(0,7)$

47. Koordinatalarning qiyshiq burchakli sistemasida

$A(3,2),\quad B(-4,6),\quad C(-2,-5),\quad D(4,-1)$ nuqtalar yasalsin $(\varphi=\frac{\pi}{6})$.

48. Affin koordinatalar sistemasi berilgan. Uning koordinata burchagi $\varphi=\arccos(-\frac{3}{4})$ ga teng va abssissa o'qidagi birlik kesmadan $2\frac{1}{2}$ marta katta.Bu koordinatalar sistemasida $A(4,2),\quad B(-2,1),\quad C(-3,-3),\quad D(\sqrt{2},-\sqrt{3})$ nuqtalarni yasang.

49. Muntazam oltiburchak $ABCDEF$ berilgan. Agar koordinatalar boshi A uchida bo'lib, abssissa o'qining musbat yo'nalishi AB tomon yo'nalishi bilan (ustma—ust tushsa) va ordinata o'qining musbat yo'nalishi AF bilan ustma—ust tushsa va masshtab birligi sifatida oltiburchak tomoni olinsa, oltiburchakning uchlarining koordinatalari topilsin.

50. $ABCD$ trapetsiyaning quyi AB asos uning yuqori CD asosidan 3 marta katta. Agar koordinatalar boshi A nuqtada bo'lib, abssissa o'qining musbat yo'nalishi AB asos bo'ylab ordinata o'qining musbat yo'nalishi AD yon tomon bo'ylab yo'nalgan bo'lib, AB, AD tomonlar bu o'qlardagi birlik kesmalar bo'lsa, trapetsiya uchlarining koordinatalarini, diagonallar kesishish nuqtasining koordinatalarini va yon tomonlari kesishgan nuqtasining koordinatalari topilsin.

51. Teng yonli trapetsiyaning AB katta asosi 8 ga teng, balandligi 3 ga, asosidagi burchagi 45^0 ga teng. To'g'ri burchakli sistemani abssissa o'qi sifatida trapetsiyaning katta asosi, ordinata o'qi sifatida asosining o'rtasiga tushirilgan perpendikular va ordinata o'qining musbat yo'nalishi trapetsiya ichiga qaratilgan deb, trapetsiya uchlarining, diagonallari kesishgan nuqtaning va yon tomonlari kesishgan S nuqtaning koordinatalari topilsin.

52. Parallelogrammning qo'shni $A(-1,3), B(2,-1)$ uchlari berilgan. Parallelogrammning diagonallari koordinata o'qlariga parallel bo'lsa, qolgan ikkita uchining koordinatalari topilsin.

53. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan $M(x, y)$ nuqta berilgan. M nuqtaga

1) koordinatalar boshiga
2) abssissa o'qiga
3) ordinata o'qiga
4) birinchi va uchinchi koordinata burchaklarining bissektrisasiga
5) ikkinchi va to'rtinchi koordinata burchaklarining bissektrisasiga

nisbatan simmetrik bo'lgan nuqta topilsin.

54. Parallelogrammning ketma—ket keluvchi uchta $A(-2,1)$, $B(1,3)$, $C(4,0)$ uchlari berilgan, uning to'rtinchi uchini toping.

2 §. Ikki nuqta orasidagi masofa

55. Quyidagi hollarning har birida A, B nuqtalar orasidagi d masofa topilsin:

1) $A(4,3)$, $B(7,7)$ 3) $A(12,-1)$, $B(0,4)$
2) $A(3,1)$, $B(-2,4)$ 4) $A(3,5)$, $B(4,6)$.

56. Koordinatalar boshidan quyidagi nuqtalargacha bo'lgan masofalar topilsin:

1) $A(11,4)$ 3) $A(-11,0)$
2) $A(-3,-4)$ 4) $A(5,12)$.

57. Koordinata o'qlarida $(1,1)$, $(3,7)$ nuqtalardan teng uzoqlikda joylashgan nuqtalar topilsin.

58. Oy o'qida koordinatalar boshidan va $(-8;-4)$ nuqtadan teng uzoqlikda joylashgan nuqta topilsin.

59. ABC uchburchak uchlarining koordinatalari berilgan: $A(3,1), B(7,5), C(5,-1)$. U o'tkir burchaklimi, to'g'ri burchaklimi yoki o'tmas burchaklimi?

60. Koordinata o'qlarida $(-5,9)$ nuqtadan 15 birlik uzoqlikda joylashgan nuqtalar topilsin.

61. Markazi $C(6,7)$, nuqtada va radiusi $r=5$ bo'lgan aylana berilgan. $A(7,14)$ nuqtadan bu aylanaga urinmalar o'tkazilgan. A nuqtadan urinish nuqtalargacha bo'lgan masofalar topilsin.

62. Radiusi $r=10$ bo'lgan aylana markazi $C(-4,-6)$ nuqtada. Koordinata burchaklar bissektrisalari bilan aylananing kesishish nuqtalari topilsin.

63. ABC uchburchak uchlari berilgan: $A(2,-3), B(1,3), C(-6,-4)$. $A(2,-3)$ nuqtaga BC tomonga nisbatan simmetrik bo'lgan M nuqta topilsin.

64. Uchlari $A(2,2), B(-5,1), C(3,-5)$ nuqtalarda bo'lgan ABC uchburchakka tashqi chizilgan aylana markazi va radiusi topilsin.

65. Rombning ikkita qarama-qarshi uchi $A(8,-3), C(10,11)$ berilgan. AB tomon 10 ga teng. Qolgan uchlarining koordinatalari topilsin.

66. $A(-4,2)$ nuqtadan o'tib Ox o'qiga $B(2,0)$ nuqtada urinadigan aylana markazi topilsin.

67. $A(2,-1)$ nuqtadan o'tgan va ikkala koordinata o'qlariga urinadigan aylana tenglamasi tuzilsin.

3 §. Kesmani berilgan nisbatda bo'lish

68. Quyidagi har bir holda A, B, C nuqtalarning bir to'g'ri chiziqda yotishi isbotlansin va (ABC) sodda nisbat topilsin:

1) $A(2,1),\ \ B(-2,5),\ \ C(0,3);$

2) $A(1,6),\ \ B(5,10),\ \ C(-3,2);$

3) $A(0,0),\ \ B(-3,-3),\ \ C(1,1).$

69. $M_1(2,3), M_2(-5,1)$ nuqtalar bilan chegaralangan M_1M_2 kesmani

1) $\lambda = 2;$

2) $\lambda = \frac{-1}{2};$

3) $\lambda = -4;$

4) $\lambda = \frac{1}{3}$

nisbatda bo'luvchi M nuqtaning koordinatalari topilsin.

70. Quyidagi hollarning har birida M_1M_2 kesma o'rtasining koordinatalari topilsin:

1) $M_1(2,3),\ \ M_2(-4,7);$

2) $M_1(-2,4),\ \ M_2(2,-4);$

3) $M_1(0,0),\ \ M_2(1,1).$

71. $A(3,4), B(2,-1)$ nuqtalar berilgan. AB to'g'ri chiziqning koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalari topilsin.

72. Uchlari $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ nuqtalarda joylashgan uchburchakning og'irlik markazi topilsin.

73. Uchburchak tomonlarining o'rtalari $M_1(2,4),\ \ M_2(-3,0),\ \ M_3(2,1)$ berilgan. Uning uchlari topilsin.

74. AB kesmaning bir uchi $A(2,3)$ nuqtada joylashgan. $M(1,-2)$ nuqta uning o'rtasi. Kesmaning ikkinchi uchi topilsin.

75. Parallelogrammning qo'shni uchlari $A(-4,-7), B(2,6)$ va diagonallari kesishgan $M(3,1)$ nuqta berilgan. Uning qolgan ikki uchining koordinatalari topilsin.

76. Ox, Oy o'qlariga mos ravishda $OA=8$, $OB=4$ kesmalar joylashgan. Koordinatalar boshidan AB to'g'ri chiziqqa perpendikular tushirilgan. Perpendikular asosi AB kesmani qanday nisbatda bo'ladi?(Dekart koordinatalar sistemasi).

77. $A(-3,1), B(2,-3)$ nuqtalar orqali o'tgan to'g'ri chiziqqa shunday M nuqta topilsaki, $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}$ tenglik bajarilsin.

78. Trapetsiyaning uchta ketma–ket joylashgan $A(-2,-3)$, $B(1,4)$, $C(3,1)$ uchlari berilgan. Agar AD asosi BC asosidan 5 marta katta bo'lsa, trapetsiyaning to'rtinchi D uchi topilsin.

79. $A(-4,2)$, $B(8,-7)$ nuqtalar berilgan. AB kesmani uchta teng bo'lakka bo'luvchi C, D nuqtalar topilsin.

80. $C(2,2)$, $D(1,5)$ nuqtalar AB kesmani uchta teng bo'lakka bo'lsa, uning A, B uchlari topilsin.

81. $A(2,4)$ nuqta berilgan. AB to'g'ri chiziq ordinata o'qini C nuqtada, abssissa o'qini D nuqtada kesib o'tadi. C nuqta AB kesmani $\frac{2}{3}$ nisbatda va D nuqta $-\frac{3}{4}$ nisbatda bo'lishini bilgan holda B nuqtaning koordinatalari topilsin.

82. $A(9,-1)$, $B(-2,6)$ nuqtalar berilgan. AB to'g'ri chiziqning ikkinchi va to'rtinchi koordinata burchaklari bissektrissasi bilan kesishgan C nuqtasi AB kesmani qanday nisbatda bo'ladi?

83. $C(-5,4)$ nuqta AB kesmani $\frac{3}{4}$ nisbatda, $D(6,-5)$ nuqta esa $\frac{2}{3}$ bo'lsa, A,B nuqtalarning koordinatalari topilsin.

84. $ABCD$ parallelogrammning A uchi BC tomon o'rtasi M bilan va B esa CD tomonida yotuvchi N nuqta bilan tutashtirilgan; DN kesma CD kesma uzunligining uchdan biriga teng. AM,BN kesmalarning kesishgan K nuqtasi shu kesmalarni qanday nisbatlarda bo'ladi?

85. Uchlari $A(5,-4),B(-1,2),C(5,1)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchakning AD medianasining uzunligini topilsin.

86. $(4,2),\ (0,-1)$ nuqtalardan o'tadigan to'g'ri chiziqda $(-4,-4)$ nuqtadan 5 birlik masofada joylashgan nuqtalar topilsin.

87. $(4,8)$, $(-1,-4)$ nuqtalardan o'tadigan to'g'ri chiziqda $(-1,-4)$ nuqtadan 4 birlik masofada joylashgan nuqtalar topilsin.

88. $ABC: A(4,1),B(7,5),C(-4,7)$ uchburchakning AD bissektrisasining uzunligi hisoblansin.

89.* $ABC: A(9,2),B(0,20),C(-15,-10)$ uchburchakka ichki chizilgan doira markazi va radiusi topilsin.

90.* Markazlari $C_1(2,5),C_2(7\frac{1}{3},10\frac{1}{3})$ nuqtalarda bo'lib,radiuslari mos ravishda 3 va 7 ga teng bo'lgan ikki aylana umumiy urinmalarining kesishgan nuqtasi topilsin.

91. Trapetsiyaning uchta ketma-ket $A(-1,-2),B(1,3),C(9,9)$ uchlari berilgan. Trapetsiyaning asosi $AD=15$ bo'lsa, uning to'rtinchi D uchi topilsin.

92. Uchta $A(7,1\frac{1}{2}),B(6,7),C(2,4)$ nuqtalarga mos ravishda o'yilgan yuklar og'irligi 60, 100, 40 ga teng. Bu sistemaning og'irlik markazi topilsin.

93. To'g'ri burchak ostida bukilgan sterjen qismlari uzunliklari mos ravishda $OA=2$ va $OB=5$ bo'lsa, uning og'irlik markazi topilsin.

94. Simdan yasalgan va tomonlarining uzunliklari 3, 4, 5 sm bo'lgan uchburchakning og'irlik markazi topilsin.

95. Uchlari mos ravishda $A(4,4), B(5,7), C(10,10), D(12,4)$ nuqtalarda bo'lgan bir jinsli plastinkaning og'irlik markazi topilsin.

96.* Muntazam uchburchak uchlarining nomdosh koordinatalarining o'rta arifmetik qiymati ko'pburchak markazining mos koordinatasiga teng ekanligi isbotlansin.

97.* Muntazam ko'pburchak barcha tomonlari va barcha diagonal uzunliklari kvadratlarining yig'indisi topilsin.

4 §. Uchburchakning yuzi

98. Uchlari $A(4,2), B(9,4), C(7,6)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchak yuzi hisoblansin.

99. Uchlari $A(-2,0), B(0,-1), C(2,0), D(3,2), E(-1,3)$ nuqtalarda bo'lgan beshburchakning yuzi hisoblansin.

100. Quyidagi hollarning har birida ABC uchburchakning yuzi hisoblansin:

1) $A(2,1), B(3,4), C(1,6)$

2) $A(-2,4), B(0,-3), C(1,7)$

3) $A(5,4), B(11,0), C(0,3)$

101. Berilgan $A(2,0)$ nuqtadan $B(1,1), C(5,4)$ nuqtalar orqali o'tgan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa topilsin.

102. Koordinatalar boshidan $A(1,5), B(2,4)$ nuqtalar orqali o'tgan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa topilsin.

103. Uchburchakning ikki uchi $A(5,1), B(-2,2)$ nuqtalarda, uchinchi uchi esa Ox o'qida joylashgan. Uchburchakning yuzi 10 (kv.birlik) ga teng bo'lsa, uchinchi uchining koordinatalari topilsin.

104. Uchburchakning yuzi $S=3$ ga teng, uning ikki uchi $A(3,1), B(1,-3)$ nuqtalarda joylashgan. Bu uchburchakning og'irlik markazi Ox o'qida yotadi. Uchinchi C uchining koordinatalari topilsin.

5 §. Qutb koordinatalar sistemasi

105. Qutb koordinatalari quyidagi qiymatlarga ega bo'lgan nugtalar yasalsin:

$(3;\frac{\pi}{6})$, $(1;\frac{5\pi}{3})$, $(5;\frac{7\pi}{6})$, $(0,5;\frac{\pi}{2})$, $(2,5;\frac{2\pi}{3})$,

$(6,\pi)$, $(3,\frac{\pi}{3})$, $(\sqrt{3},-\frac{\pi}{6})$, $(-2,\frac{\pi}{4})$,

106. Tomoni a ga teng bo'lgan muntazam oltiburchak uchlarining qutb koordinatalari aniqlansin; oltiburchakning uchlaridan biri qutb, shu uchidan o'tgan tomoni qutb o'qi deb olinsin.

107. Berilgan ikki nuqta orasidagi masofa hisoblansin:

1) $A(2,\frac{\pi}{12})$ va $B(1,\frac{5\pi}{12})$

2) $C(4,\frac{\pi}{5})$ va $D(6,\frac{6\pi}{5})$

3) $E(3,\frac{11\pi}{18})$ va $F(4,\frac{\pi}{9})$.

108. Qutb koordinatalar sistemasida $A(8;-\frac{2\pi}{3})$ $B(6;\frac{\pi}{3})$ nuqtalar berilgan. AB kesma o'rtasining koordinatalari topilsin.

109. $A(5;\frac{2\pi}{3})$ nuqta berilgan. 1) A nuqtaga qutbga nisbatan simmetrik bo'lgan B nuqta; 2) A nuqtaga qutb o'qiga nisbatan simmetrik bo'lgan C nuqta topilsin.

110. $A(2;\frac{\pi}{6}),\ B(3;\frac{4\pi}{3}), C(1;\frac{3\pi}{2}), D(5;\pi), E(5,0)$ nuqtalar berilgan. Qutb o'qi qutb atrofida $\frac{3\pi}{4}$ burchakka musbat yo'nalishda burilsa, bu nuqtalarning koordinatalari aniqlansin.

111. Uchlaridan biri qutbda bo'lgan, qolgan ikki uchi $(4;\frac{\pi}{9}), (1;\frac{5\pi}{18})$ nuqtalarda joylashgan uchburchak yuzi hisoblansin.

112. Qutb koordinatalari bilan berilgan $A(2;\frac{\pi}{3}), B(\sqrt{2};\frac{3\pi}{4}), C(5;\frac{\pi}{2}), D(3;-\frac{\pi}{6})$, nuqtalarning to'g'ri burchakli koordinatalari topilsin; bunda abssissalar o'qi qutb o'qi bilan, koordinatalar boshi qutb bilan ustma—ust tushadi.

113. To'g'ri burchakli koordinatalari bilan berilgan $A(-1;1), B(0;2), C(5;0)$ nuqtalarning qutb koordinatalari topilsin.

114. M nuqtaning dekart koordinatalari $x=8, y=-6$ bo'lsa, uning qutb koordinatalari topilsin.

115. Qutb koordinatalar bilan berilgan $M(10;\frac{\pi}{6})$, nuqtaning dekart koordinatalari topilsin. Bu yerda qutb o'qi Ox o'qiga parallel bo'lib, qutb $O(2;3)$ nuqtada joylashgan.

116. Qutb sifatida $O(3;5)$ nuqtani olib, qutb o'qini Oy o'qining musbat yo'nalishiga parallel qilib yo'naltirib, $M_1(9;-1), M_2(5;5-2\sqrt{3})$ nuqtalarning qutb koordinatalari topilsin.

6 §. Koordinatalarni almashtirish

117. Parallel ko'chirishda yangi koordinatalar boshi $O(7;-1)$ nuqtaga keltirilsa, $A(2;3), B(-5;4), C(0;2)$ nuqtalarning yangi koordinatalari topilsin.

118. Affin koordinatalari sistemasida $M(2;5)$ nuqta berilgan. Parallel ko'chirishdan keyin uning koordinatalari mos ravishda -4 va 7 ga teng bo'ldi. Yangi koordinatalar boshi O' va yangi birlik nuqtalari E_1', E_2', E' larning eski koordinatalarini, shuningdek eski koordinatalar boshi O va eski birlik E_1, E_2, E nuqtalarning yangi koordinatalari topilsin.

119. birlik vektorlarning va yangi koordinatalar boshining eski koordinatalari berilgan:

1) $\overrightarrow{O'E_1'} = \{2;5\}, \overrightarrow{O'E_2'} = \{7;9\},\ O'(3;1)$

2) $\overrightarrow{O'E_1'} = \{5;0\}, \overrightarrow{O'E_2'} = \{0;4\},\ O'(3;5)$

3) $\overrightarrow{O'E_1'} = \{0;2\}, \overrightarrow{O'E_2'} = \{-7;0\},\ O'(0;2)$

4) $\overrightarrow{O'E_1'} = \{a,0\}, \overrightarrow{O'E_2'} = \{0,b\},\ O'(0;0)$

5) $\overrightarrow{O'E_1'} = \{0;a\}, \overrightarrow{O'E_2'} = \{b;0\},\ O'(0;0)$

Tekislikdagi koordinatalarning affin sistemasini almashtirish formulalari yozilsin.

120. Yangi birlik nuqtaning va yangi koordinatalar boshining eski koordinatalari berilgan:

1) $E_1'(2;5),\ E_2'(-3;7),\ O'(5;4)$

2) $E_1'(0;0),\ E_2'(0;1),\ O'(1;0)$

3) $E_1'(a;0),\ E_2'(0;b),\ O'(a;b)$

Affin koordinatalar sistemasining almashtirish formulalari yozilsin.

121.* Affin koordinatalar sistemasida uchta $A(2;1), B(3;0), C(1;4)$ nuqta berilgan. Yangi koordinatalar sistemasida ularning koordinatalari quyidagicha: $A(1;6), B(1;9), C(3;1)$. Affin koordinatalar sistemasini almashtirish formulalari topilsin. Yangi koordinatalar boshi va yangi birlik nuqtalarning eski koordinatalarini hamda eski koordinatalar boshi va eski birlik nuqtalarning yangi koordinatalari topilsin.

122. Koordinatalarning ikkita $Oxy, O'x'y'$ sistemasi berilgan bo'lib, ixtiyoriy nuqtaning birinchi koordinatalar sistemasidagi x, y koordinatalari uning ikkinchi koordinatalar sistemasidagi x', y' koordinatalari orqali quyidagi formulalar bilan ifodalanadi: $x = 2x' - 5y' + 3, y = -x' + 2y' - 2$ ikkinchi sistema boshi va uning birlik vektorlarining birinchi sistemasidagi koordinatalari topilsin.

123.* Koordinatalarning ikkita $Oxy, O'x'y'$ sistemasi berilgan. Ikkinchi sistemaning boshi birinchi sistemada $O'(-4;2)$ nuqtada joylashgan. $O'x'$ o'q Ox o'qni $A(2;0)$ nuqtada kesib o'tadi, $O'y'$ o'q esa Oy o'qni $B(0;8)$ nuqtada kesib o'tadi. Ikkinchi sistemaning birlik vektorlari sifatida $\overrightarrow{O'A}, \overrightarrow{O'B}$ vektorlar qabul qilib, ixtiyoriy nuqtaning birinchi sistemasidagi koordinatalarini uning ikkinchi sistemadagi koordinatalari orqali ifodalansin.

124.* $OABC$ parallelogramm berilgan. Quyidagi koordinatalarning ikkita sistemasini qaraymiz. Parallelogrammning O uchi ikkala sistemaning boshi, Ox, Oy o'qlardagi birlik vektorlar sifatida mos ravishda $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ vektorlar, ikkinchi sistemaning birlik vektorlari sifatida mos ravishda $\overrightarrow{OK}, \overrightarrow{OL}$ (K, L nuqtalar AC, BC tomonlarning o'rtalari) vektorlar qabul qilingan. Parallelogramm uchlarining ikkinchi sistemasidagi koordinatalari topilsin.

125.* OAB uchburchak va O' nuqtada kesishgan AD, BE medianalari berilgan. Koordinatalarning ikkita Oxy, $O'x'y'$ sistemasini qaraymiz. Birinchi sistemaning boshi O nuqtada bo'lib Ox, Oy o'qlaridagi birlik vektorlar sifatida $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ vektorlar, ikkinchi sistemaning boshi O' nuqtaga va $O'x'$, $O'y'$ o'qlaridagi birlik vektorlari sifatida $\overrightarrow{O'A}, \overrightarrow{O'B}$ vektorlar olingan. Nuqtaning birinchi sistemadagi x, y

koordinatalarini uning ikkinchi sistemasidagi x', y' koordinatalari orqali ifodalang.

126. Muntazam $ABCDEF$ oltiburchak berilgan. Birinchi sistemaning boshi A nuqtada, Ox, Oy o'qlaridagi birlik vektorlar sifatida $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF}$ vektorlar, ikkinchi sistemaning boshi D nuqtada va Dx', Dy' o'qlardagi birlik vektorlar sifatida $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DF}$ vektorlar olingan. Oltiburchak uchlarining har ikkala sistemadagi koordinatalari topilsin.

127.* $ABCD$ Trapetsiyaning AD asosi BC asosidan ikki marta katta. AB, DC tomonlarining kesishgan nuqtasi birinchi Oxy sistemaning O nuqtasi deb olinsin. Ox, Oy o'qlarining birlik vektorlari deb mos ravishda $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ vektorlar olingan. Ikkinchi $O'x'y'$sistemaning boshi sifatida AC, BD diagonallarining kesishish nuqtasini, $O'x', O'y'$ o'qlarining birlik vektorlari deb $\overrightarrow{O'B}, \overrightarrow{O'C}$ vektorlar olingan. Ixtiyoriy nuqtaning birinchi sistemadagi koordinatalarini ikkinchi sistemadagi koordinatalari orqali ifodalaydigan formulalar topilsin.

128. Koordinata burchagi ω bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalarning Oxy sistemasidan to'g'ri burchakli $O'x'y'$ sistemaga o'tish formulalari topilsin: bunda $O'x'y'$ sistema o'qlarining musbat yo'nalishlari Oxy sistemani ikkinchi va to'rtinchi chorak bissektrisalari bilan ustma—ust tushadi.

129.* ω burchakli Oxy koordinatalar sistemasidan boshqa $O'x'y'$ qiyshiq burchakli sistemaga o'tish formulasi yozilsin. Bu sistemalarning nomdosh o'qlari o'zaro perpendikular va turli nomdagi o'tkir burchaklar tashkil qiladi.

130. To'g'ri burchakli koordinatalarning ikkita sistemasi berilgan bo'lib, yangi sistemaning boshi $O'(-4;2)$ nuqtada joylashgan; Ox o'qning musbat yo'nalishdan $O'x'$ o'qning musbat yo'nalishigacha bo'lgan burchak $\frac{2\pi}{3}$ ga teng va sistemalar bir xil orientatsiyaga ega bo'lsa, nuqtaning eski koordinatalarini yangi koordinatalari orqali ifodalang.

131. To'g'ri burchakli $O'x'y'$ koordinatalar sistemasining boshi O' nuqta Oxy to'g'ri burchakli sistemada $(-3,-2)$ koordinatalarga ega; $\cos(Ox,O'x')=-\frac{4}{5}, \sin(Ox,O'x')=-\frac{3}{5}$; Oxy, $O'x'y'$ sistemalar turli oriyentatsiyalangan. Eski x,y koordinatalarni yangi x',y' koordinatalar orqali ifodalang.

132. Yangi sistema eski sistema boshini $O'(3;-4)$ nuqtaga ko'chirish va o'qlarini α burchakka burish natijasida hosil bo'lgan. Bunda $\cos\alpha=\frac{12}{13}$ ga, $\sin\alpha=-\frac{5}{13}$ ga teng. Eski sistemaga nisbatan $A(6;-2)$ nuqta berilgan. Bu nuqtaning yangi sistemadagi koordinatalari topilsin.

133. Koordinata o'qlari $\alpha=60^0$ burchakka burilgan. Yangi sistemaga nisbatan $A(2\sqrt{3};-4), B(\sqrt{3};0), C(0;-2\sqrt{3})$ koordinatali nuqtalar berilgan. Bu nuqtalarning eski sistemadagi koordinatalari hisoblansin.

134. $M(3;1), N(-1;5), P(-3;-1)$ nuqtalar berilgan. Agar koordinata o'qlari $\alpha=-45^0$ ga burilsa, M,N,P nuqtalarning yangi sistemadagi koordinatalarini toping.

135. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasining koordinata burchaklari bissektrisalari yangi sistemaning abssissa va ordinata o'qlari sifatida qabul qilinsa, berilgan sistemadan yangi sistemaga o'tish formulalari topilsin.

136.* To'g'ri burchakli koordinatalarning $Oxy, O'x'y'$ sistemalari berilgan bo'lib, ikkinchi sistemaning boshi $O'(2;3)$ nuqtada joylashgan. $O'x'$ o'q Ox o'qini $A(6;0)$ nuqtada $O'x'$ o'q Oy o'qini $B(0;\frac{1}{3})$ nuqtada kesib o'tadi. $\overrightarrow{O'A'}, \overrightarrow{O'B'}$ vektorlarning musbat yo'nalishi $O'x', O'y'$ o'qlarning musbat yo'nalishlari deb olinib, ixtiyoriy nuqtaning birinchi sistemadagi koordinatalarini uning ikkinchi sistemadagi koordinatalari orqali ifodalansin.

137.* To'g'ri burchakli OAB uchburchakning katetlari $OA = 3, OB = 1$ ga teng, uning OC balandligi o'tkazilgan. Birinchi koordinatalar sistemasining boshi O nuqtada, Ox, Oy o'qlarining musbat yo'nalishi $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ vektor yo'nalishlari bilan bir xil. Ikkinchi sistemaning boshi C nuqtada va Cx' o'qining musbat yo'nalishi $\overrightarrow{OC}$ vektor yo'nalishi bilan bir xil. Agar bu sistemalarning oriyentatsiyasi bir xil bo'lsa, Cy' o'qining musbat yo'nalishini toping va ixtiyoriy nuqtaning birinchi sistemadagi koordinatalarini uning ikkinchi sistemadagi koordinatalari orqali ifodalang.

7 §. Tekislikda vektorlarning koordinatalari

138. Quyidagi hollarda $\overrightarrow{AB}\,(x, y)$ vektor oxirining koordinatalari topilsin:

1) $x = 4, \quad y = -2, \quad A(1;2)$

2) $x = -1, \quad y = 3, \quad A(-1;0)$

3) $x = 0, \quad y = -3, \quad A(4;3)$

139. Quyidagi hollarda $\overrightarrow{AB}$ vektor bilan $\overrightarrow{CD}$ vektor orasidagi burchak topilsin:

1) $A(2;1), \ B(-2;3), \ C(1;0), \ D(3;4);$

2) $A(1;2), \ B(2;3), \ C(2;-1), \ D(-3;1);$

3) $A(1;1), \ B(2;4), \ C(5;-1), \ D(9;1);$

4) $A(2;3),\ B(3;6),\ C(3;5),\ D(1;9);$

5) $A(1;7),\ B(2;4),\ C(-3\sqrt{3};3),\ D(1;\sqrt{3});$

6) $A(0;0),\ B(2;1),\ C(0;0),\ D(-2;5);$

140. To'rtta $A(-3;1),\ B(2;4),\ C(0;-5),\ D(-3;0)$ nuqta berilgan. $\overrightarrow{AB}$ va $\overrightarrow{CD}$ vektorlarning perpendikular ekanligi isbotlansin.

141. Quyidagi har bir holda birlik $\overrightarrow{OE_1}$ vektor bilan $\overrightarrow{AB}$ vektor orasidagi burchakning kosinusi, sinusi va tangensi topilsin.

1) $A(-2;3),\ B(4;9);$

2) $A(2;1),\ B(3;0);$

3) $A(3;2),\ B(-5;2);$

4) $A(5;3),\ B(5;-7);$

5) $A(1;4),\ B(2;5);$

6) $A(1;4),\ B(2;1);$

142. Quyidagi hollarda $\overrightarrow{AB}$ vektorning uzunligi va yo'nalishi aniqlansin.

1) $A(-1;4),\ B(4;-8);$

2) $A(4;7),\ B(-2;-1);$

3) $A(1;2),\ B(4;6);$

143. Quyidagi hollarda $\overrightarrow{AB}$ vektorning koordinatalari topilsin:

1) $d=5;$ $\alpha-$o'tkir burchak, $tg\alpha=\frac{3}{4};$

2) $d=51;$ $\alpha-$burchak ikkinchi chorakda, $tg\alpha=-\frac{8}{15};$

3) $d=25;$ $\alpha-$burchak uchinchi chorakda, $tg\alpha=\frac{4}{3};$

Bu yerda α Ox o'qidagi birlik vektordan $\overrightarrow{AB}$ gacha bo'lgan burchak, d – $\overrightarrow{AB}$ vektorning uzunligi.

144.* Berilgan $\overrightarrow{OA}\{x,y\}$ vektorni φ burchakka burish natijasida hosil bo'lgan $\overrightarrow{OB}$ vektorning koordinatalari topilsin.

145. Uchlari $A(2;1), B(5;5)$ nuqtalarda joylashgan $\overrightarrow{AB}$ vektorni $\frac{5\pi}{6}$ burchakka burish natijasida hosil bo'lgan $\overrightarrow{AC}$ vektor oxirining koordinatalari topilsin.

146. Kvadratning ikkita qo'shni $A(-3;2), B(2;4)$ uchlari berilgan. Qolgan ikki uchi koordinatalari topilsin.

147.* Teng yonli uchburchakning AC asosi uchlari $A(-4;2), C(4;-4)$ nuqtalarda joylashgan. Uchburchak asosidagi burchak $arctg\frac{5}{6}$ ga teng. Uchburchakning B uchi koordinatalari topilsin.

148. $A(-4;2), B(6;4), C(-6;-1), D(-1;-13)$ nuqtalar berilgan. $\overrightarrow{AB}$ vektorning $\overrightarrow{CD}$ vektor yo'nalishiga ega bo'lgan o'qdagi ortogonal proyeksiyasining son miqdori topilsin.

149. Kvadratning qarama—qarshi ikkita $A(-3;2), B(5;-4)$ uchlari berilgan. Qolgan ikkita C, D uchlari topilsin.

150. Teng tomonli uchburchakning ikkita $A(2;1), B(6;3)$ uchlari ma'lum. Uchinchi uchini toping.

151.* Muntazam n burchakning birinchi uchi $A_1(x_1, y_1)$ va markazi $S(x_0, y_0)$ berilgan bo'lsa, uning k —uchining koordinatalari topilsin.

152.* Berilgan $\overrightarrow{A_0A_1}, \overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_2A_3}$ vektorlarning uzunliklari mos ravishda a_1, a_2, a_3 ga teng va ular Ox o'qining musbat yo'nalishi bilan $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ burchaklar tashkil qiladi. $\overrightarrow{A_0A_3}$ vektorning koordinatalari aniqlansin.

153.* $\overrightarrow{A_0A_1}, \overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_2A_3}.......\overrightarrow{A_{n-1}A_n}$ vektorlarning uzunliklari mos ravishda $d_1, d_2, ..., d_n$ ga teng; ular Ox o'qining musbat yo'nalishi bilan $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$

burchak tashkil qiladi. $A_0(x_0;y_0)$ nuqta ma'lum bo'lsa, A_n nuqtaning koordinatalarini toping.

8 §. Affin koordinatalar sistemasida vektorlar uzunligi va ular orasidagi burchaklar

154. g_{ik} koeffitsientlarni:

1) $g_{11}=4,\ g_{12}=0,\ g_{22}=1$

2) $g_{11}=g_{22}=1, g_{12}=\frac{1}{2}$

3) $g_{11}=4,\ g_{12}=8,\ g_{22}=25$

4) $g_{11}=4,\ g_{12}=-8,\ g_{22}=25$ ga teng bo'lsa, affin koordinatalar sistemasi yasalsin.

155. $\vec{a}=\{56;-10\}$ vektorning uzunligi aniqlansin: $g_{11}=4,\ g_{12}=8,\ g_{22}=25$.

156. $\vec{a}=\{7;-8\}$ vektorning uzunligi aniqlansin: $g_{11}=4,\ g_{12}=8,\ g_{22}=25$.

157. Berilgan $\vec{a}=\{7;-8\}$ vektorga perpendikular bo'lgan birlik $\vec{e}$ vektorni aniqlang: $g_{11}=4,\ g_{12}=8,\ g_{22}=25$.

158. Reper birlik vektorlarining uzunliklari $|\vec{e_1}|=2, |\vec{e_2}|=3$ va ular orasidagi burchak $\omega=\frac{\pi}{3}$ berilgan. $A(1;-2), B(-3;4)$ nuqtalar orasidagi masofa va g_{11}, g_{12}, g_{22} lar topilsin.

Izoh: koordinitalar sistemasi boshidan chiqqan nokollinear $\vec{e_1}, \vec{e_2}$ vektorlar jufti ikki o'lchamli reper deyiladi.

159. Affin koordinatalar sistemasida birlik vektorlarning uzunliklari mos ravishda $|\vec{e_1}|=4, |\vec{e_2}|=2$ ga va ular orasidagi burchak $\omega=\frac{\pi}{3}$ ga teng. Bu sistemaga nisbatan ABC uchburchak uchlarining koordinatalari

$A(1;3), B(1;0), C(2;1)$ berilgan. AB, AC tomonlari uzunliklari va ular orasidagi $\angle A$ burchak topilsin.

160. Affin koordinatalar sistemasida birlik vektorlarning uzunliklari mos ravishda $|\vec{e_1}| = 2, |\vec{e_2}| = \sqrt{3}$ ga teng. Ular orasidagi burchak $\omega = \frac{5\pi}{6}$ ga teng. Bu sistemaga nisbatan ikkita $\vec{a} = \{1,2\}, \vec{b} = \{2,2\}$ vektorlar berilgan. Birinchi vektor bilan ikkinchi vektor orasidagi burchak topilsin.

161. Affin koordinatalar sistemasiga nisbatan uchlari $A(1;1), B(5;3), C(3;5)$ nuqtalarda bo'lgan ABC uchburchakning tomonlari $AB = \sqrt{52}, AC = 4, BC = \sqrt{28}$ ga teng. Bu koordinatalar sistemasida birlik vektorlar uzunliklari va ular orasidagi burchak topilsin.

162.* Affin koordinatalar sistemasiga nisbatan uchlari $A(1;0), B(0;1), C(3;2)$ nuqtalarda joylashgan ABC uchburchakning C uchidagi burchagi $\frac{\pi}{2}$ ga teng va $CA = 2, CB = 3$ katetlari m a'lum. Agar $A'B'C'$ uchburchakning uchlari $A'(1;1), B'(2;2), C'(2;4)$ nuqtalarda bo'lsa, uning $A'B', A'C'$ tomonlarining uzunliklari va ular orasidagi burchagi topilsin.

III BOB
TO'G'RI CHIZIQ

Affin koordinatalar sistemasida ixtiyoriy to'g'ri chiziq uchun shunday birinchi darajali

$$Ax + By + C = 0 \qquad (1)$$

tenglama mavjudki, to'g'ri chiziqda yotgan har bir nuqtaning x, y koordinatalari (1) tenglamani qanoatlantiradi (A, B sonlari bir vaqtda 0 ga teng emas); shu bilan birga x, y o'rniga (1) tenglamaga qaralayotgan to'g'ri chiziqdagi istalgan nuqta koordinatalarini qo'yganda bu tenglama ayniyatga aylanadi.

Aksincha: tekislikdagi ixtiyoriy affin koordinatalar sistemasida $A^2 + B^2 \neq 0$ sharti bilan berilgan (1) ko'rinishdagi har qanday tenglama uchun shunday to'g'ri chiziq mavjudki, bu to'g'ri chiziqda yotgan nuqtalarning koordinatalari bu tenglamani ayniyatga aylantiradi.

(1) ko'rinishdagi tenglama to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi deyiladi.

Agar to'g'ri chiziq o'zining umumiy tenglamasi bilan berilgan bo'lsa, bu to'g'ri chiziqqa nisbatan bir tomonda joylashgan nuqtalar uchun

$$Ax + By + C > 0 \qquad (2)$$

va unga nisbatan ikkinchi tomonda yotgan nuqtalar uchun

$$Ax + By + C < 0 \quad (3)$$

tengsizliklar bajariladi.

Tekislikning tegishli qismlari musbat va manfiy yarim tekisliklar deb ataladi. Tenglamaning chap tomonini manfiy songa ko'paytirish natijasida musbat yarim tekislik manfiy yarim tekislikka almashadi va aksincha.

Ustma— ust tushmaydigan ikkita $M_1(x_1,y_2)$, $M_2(x_1,y_2)$ nuqtadan o'tadigan to'g'ri chiziq tenglamasi affin koordinatalar sistemasida quyidagi ko'rinishlardan biriga ega bo'ladi.

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad (4)$$

yoki

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 \end{vmatrix} = 0 \qquad (5)$$

$x_2 - x_1 \neq 0$ va $y_2 - y_1 \neq 0$ shartlar bajarilganda:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} \qquad (6)$$

yoki

$$x_2 - x_1 \neq 0$$

shartda

$$y - y_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\left(x_2 - x_1\right). \qquad (7)$$

To'g'ri chiziqda yotgan yoki unga parallel bo'lgan noldan farqli ixtiyoriy vektor to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi vektori deyiladi.

OY o'qiga parallel bo'lmagan yoki OY o'qi bilan ustma— ust tushmaydigan to'g'ri chiziqning burchak koeffitsienti deb $k = \frac{m}{l}$ songa aytiladi. Ikkita $M_1(x_1,y_2)$, $M_2(x_1,y_2)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqning burchak koeffitsienti $k = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ formuladan topiladi.

Agar koordinatalar sistemasi to'g'ri burchakli bo'lsa, k soni to'g'ri chiziqning OX o'qi bilan tashkil qilgan burchak tangensiga teng.

(x_1, y_1) nuqtadan o'tib, burchak koeffitsienti k ga teng va OY o'qiga parallel bo'lmagan to'g'ri chiziq tenglamasi affin koordinatalar sistemasida

$$y - y_1 = k(x - x_1) \quad (8)$$

ko'rinishda bo'ladi.

To'g'ri chiziqning burchak koeffitsienti k bo'lib, u OY o'qini $(0, b)$ nuqtada kesib o'tsa, to'g'ri chiziq tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$y = kx + b \quad (9)$$

To'g'ri chiziq koordinita o'qlarini $(a, 0)$ va $(0, b)$ nuqtalarda kesib o'tsa, uning tenglamasi

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

ko'rinishda yoziladi.

To'g'ri chiziq (x_1, y_1) nuqtadan o'tib, $\{l, m\}$ vektorga parallel bo'lsa, u holda uning tenglamasi

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 \\ l & m \end{vmatrix} \quad (10)$$

yoki

$$\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} \quad (11)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Ixtiyoriy (x_1, y_1) nuqta va noldan farqli $\vec{a} = (l, m)$ vektor berilgan bo'lsa, (x_1, y_1) nuqtadan o'tib (l, m) vektorga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqning parametrik tenglamasi

$$\begin{cases} x = x_1 + lt \\ y = y_1 + mt \end{cases} \qquad (12)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Bu yerda t son shu to'g'ri chiziqda yotgan M nuqtaning koordinatasi bo'lib, bunda (x_1, y_1) nuqta koordinatalar boshi va $\{l, m\}$ vektor esa masshtab vektor sifatida olingan. $A_1x + B_1y + C_1 = 0$, $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ tenglamalar bilan berilgan ikki to'g'ri chiziqning kesishishi parallel bo'lishi va ustma–ust tushishi uchun quyidagi jadvalda berilgan shartlarning bajarilishi zarur va yetarlidir.

To'g'ri chiziqlarning joylashuvi	shartlar
Kesishadi	$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} \neq 0$
Parallel bo'ladi	$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} = 0$ ammo, $\begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_1 & A_1 \\ C_2 & A_2 \end{vmatrix}$ determinantlardan hech bo'lmasa biri (yoki ikkalasi) noldan farqli
Ustma–ust tushadi	$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_1 & A_1 \\ C_2 & A_2 \end{vmatrix} = 0$

ikki to'g'ri chiziqning ustma–ust tushishining zarur va yetarli shartini quyidagicha ham ifodalash mumkin: $A_1x + B_1y + C_1 = \lambda(A_2x + B_2y + C_2), \quad \lambda \neq 0$

(bu tenglik x, y ga nisbatan ayniyatdir) $A_1x + B_1y + C_1 = 0$, $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ umumiy tenglamalar bilan berilgan to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasining koordinatalari Kramer formulalaridan hisoblanadi:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}}, \qquad y=\frac{\begin{vmatrix} C_1 & A_1 \\ C_2 & A_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}} \qquad (13)$$

Affin sistemasida umumiy tenglamalari bilan berilgan $A_1x+B_1y+C_1=0$, $A_2x+B_2y+C_2=0$ to'g'ri chiziqlar kesishsa, $\alpha(A_1x+B_1y+C_1)+\beta(A_2x+B_2y+C_2)=0,\ \alpha^2+\beta^2>0$ tenglamada x,y oldidagi koeffitsientlar baravariga nolga aylanmaydi, va bu tenglama to'g'ri chiziqlarning kesishgan nuqtasidan o'tgan to'g'ri chiziq tenglamasini aniqlaydi. Aksincha $A_1x+B_1y+C_1=0$, $A_2x+B_2y+C_2=0$ to'g'ri chiziqlarning kesishgan nuqtasidan o'tgan har qanday to'g'ri chiziq

$$\alpha(A_1x+B_1y+C_1)+\beta(A_2x+B_2y+C_2)=0,$$

tenglama bilan ifodalanadi.

$A_1x+B_1y+C_1=0$, $A_2x+B_2y+C_2=0$ to'g'ri chiziqlar parallel bo'lsa,

$$\alpha(A_1x+B_1y+C_1)+\beta(A_2x+B_2y+C_2)=0 \quad (14)$$

tenglama berilgan to'g'ri chiziqlarga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini aniqlaydi, bunda $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}\neq-\frac{\alpha}{\beta}$ bajarilishi kerak va aksincha (bunda α,β sonlardan hech bo'lmasa bittasi noldan farqli)

$$A_1x+B_1y+C_1=0, \quad A_2x+B_2y+C_2=0$$

to'g'ri chiziqlarga parallel bo'lgan har qanday to'g'ri chiziq

$$\alpha(A_1x+B_1y+C_1)+\beta(A_2x+B_2y+C_2)=0$$

tenglama bilan ifodalanadi.

To'g'ri chiziqlar dastasi deb bir tekislikda yotgan va bitta nuqtadan o'tadigan to'g'ri chiziqlarning xos to'plami deb ataladi. Umumiy nuqta dasta markazi deyiladi. O'zaro parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar to'plami ham parallel to'g'ri chiziqlar dastasi yoki xos bo'lmagan dasta deyiladi. Agar affin koordinatalar sistemasiga nisbatan uchta to'g'ri chiziq tenglamalari

$$A_1x+B_1y+C_1=0$$
$$A_2x+B_2y+C_2=0 \qquad (15)$$
$$A_3x+B_3y+C_3=0$$

berilgan bo'lsa,

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (16)$$

shart to'g'ri chiziqlarning biror dastaga xususiy holda to'g'ri chiziq dastasiga tegishli bo'lishi uchun zaruriy va yetarli shartdir. (x_1, y_1) nuqtadan o'tgan to'g'ri chiziqlar dastasi tenglamasi quyidagi ko'rinishda yozilishi mumkin:

$$A(x-x_1)+B(y-y_1)=0 \qquad (17)$$

bu yerda A, B koeffitsientlar ixtiyoriy haiqiqy qiymatlarni qabul qiladi va bir vaqtda nolga aylanmaydi.

Umumiy dekart koordinatalar sistemasida koordinatalari $(-B, A)$ vektor hamma vaqt

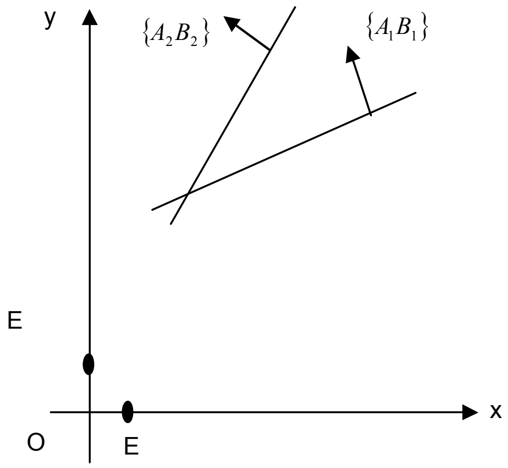
$$Ax+By+C=0$$

to'g'ri chiziqqa parallel bo'ladi. To'g'ri burchakli dekart koordinatalari sistemasida $\{A,B\}$ vektor $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'ladi. Agar $\{A,B\}$ vektor to'g'ri chiziqning ixtiyoriy nuqtasida joylashtirilsa, bu vektorning uchi $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziqqa nisbatan musbat yoki manfiy yarim tekislikda yotadi. Agar to'g'ri burchakli sistemaga nisbatan

$$A_1x+B_1y+C_1=0$$
$$A_2x+B_2y+C_2=0$$

to'g'ri chiziqlar berilgan bo'lsa, $\vec{n}_1=(A_1,B_1)$ va $\vec{n}_2=(A_2,B_2)$ vektorlar orasidagi burchakning kosinusi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$\cos\varphi = \frac{A_1A_2+B_1B_2}{\sqrt{A_1^{\,2}+B^1{}_2}\cdot\sqrt{A_2^{\,2}+B_2^{\,2}}}$$



6 – chizma

Shu to'g'ri chiziqlardan tashkil topgan burchak(va unga vertikal bo'lgan burchak)ning ham kosinusi shu formuladan topiladi, ammo burchakning ichki nuqtalari uchun

$$(A_1x + B_1y + C_1)(A_2x + B_2y + C_2) < 0$$

tengsizlik bajarilishi kerak (6 – rasm).

k_1 burchak koeffitsientli to'g'ri chiziqdan k_2 burchak koeffitsientli to'g'ri chiziqqacha bo'lgan burchak tangensi

$$tg\varphi = \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1k_2}$$

formula bilan hisoblanadi (bu yerda $1 + k_1k_2 \neq 0$). k_1, k_2 burchak koeffitsientlariga ega bo'lgan to'g'ri chiziqlarning o'zaro perpendikular bo'lishi uchun ularning burchak koeffitsientlari ham absolut qiymat ham ishora jihatdan teskari, ya'ni $k_2 = -\frac{1}{k_1}$ yoki $1 + k_1k_2 = 0$ shart bajarilishi zarur va yetarli.

To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida berilgan $A_1x + B_1y + C_1 = 0$, $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakning kosinusi va sinusi ushbu

$$\cos\varphi_{1,2} = \pm\frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}, \quad \sin\varphi_{1,2} = \pm\frac{A_1B_2 - A_2B_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

formulalar yordamida aniqlanadi, to'g'ri chiziq o'zaro perpendikular bo'lmagan holda esa ushbu formula ishlatiladi

$$tg\varphi_{1,2} = \pm\frac{A_1B_2 - A_2B_1}{A_1A_2 + B_1B_2}.$$

To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida

$$A_1x+B_1y+C_1=0, \quad A_2x+B_2y+C_2=0$$

tenglamalar bilan aniqlangan to'g'ri chiziqlarning o'zaro perpendikular bo'lishi uchun $A_1A_2+B_1B_2=0$ tenglikning bajarilish zarur va yetarlidir.

To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida $M_0(x_0,y_0)$ nuqtadan $Ax+By+C=0$ tenglama bilan berilgan to'g'ri chiziqqacha masofa quyidagi formula bilan aniqlanadi

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

Koordinatalar boshidan chiqib AB to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan nurni OP bilan, abssissa o'qining musbat yo'nalishidan OP nurgacha bo'lgan burchakni α bilan va koordinatalar boshidan AB to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofani p bilan belgilasak, AB to'g'ri chiziqning tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$x\cos\alpha+y\sin\alpha-p=0$$

Bu tenglama to'g'ri chiziqning normal ko'rinishdagi tenglamasi deyiladi,

$$-x\cos\alpha-y\sin\alpha+p=0$$

tenglama ham normal ko'rinishdagi tenglama deyiladi.

Agar p to'g'ri chiziq $Ax+By+C=0$ umumiy tenglama bilan berilgan bo'lsa, uning normal tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi

$$\frac{Ax+By+C}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}=0$$

bu erda radikal ishorasi ozod hadning ishorasiga qarama-qarshi tanlab olinadi.

Quyida to'g'ri chiziqqa doir masalalarni yechishning bir nechta usullarini misollarda ko'rsatamiz. To'g'ri chiziqqa oid masalalar yechishda bu misollar ancha yordam beradi.

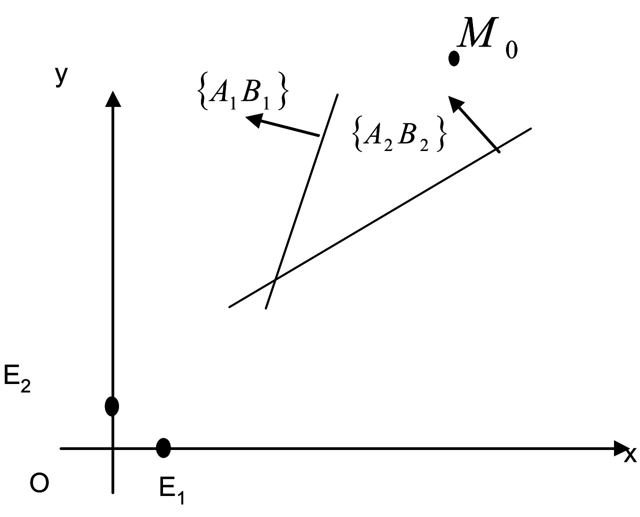
1–masala: Kesishuvchi ikkita $A_1x + B_1y + C_1 = 0$, $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ to'g'ri chiziq va ularda yotmaydigan $M_0(x_0, y_0)$ nuqta berilgan. Shu to'g'ri chiziqlar orasidagi burchaklardan shu nuqtani o'z ichiga olgan burchak bissektrisasining tenglamasi tuzilsin.

Yechish. $M(x, y)$ nuqta izlanayotgan bissektrisada yotgan ixtiyoriy nuqta bo'lsin. Bu nuqtadan berilgan to'g'ri chiziqlargacha masofalar teng bo'lganligidan:

$$\frac{|A_1x + B_1y + C_1|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} = \frac{|A_2x + B_2y + C_2|}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

nuqtalar bitta burchakning ichki nuqtalari bo'lgani uchun $A_1x + B_1y + C_1$, $A_1x_0 + B_1y_0 + C_1$ sonlarining ishoralari bir xil. Xuddi shuningdek, $A_2x + B_2y + C_2$, $A_2x_0 + B_2y_0 + C_2$ sonlar ham bir xil ishorali, ya'ni

$$(A_1x + B_1y + C_1)(A_1x_0 + B_1y_0 + C_1) > 0,$$
$$(A_2x + B_2y + C_2)(A_2x_0 + B_2y_0 + C_2) > 0$$



7-chizma

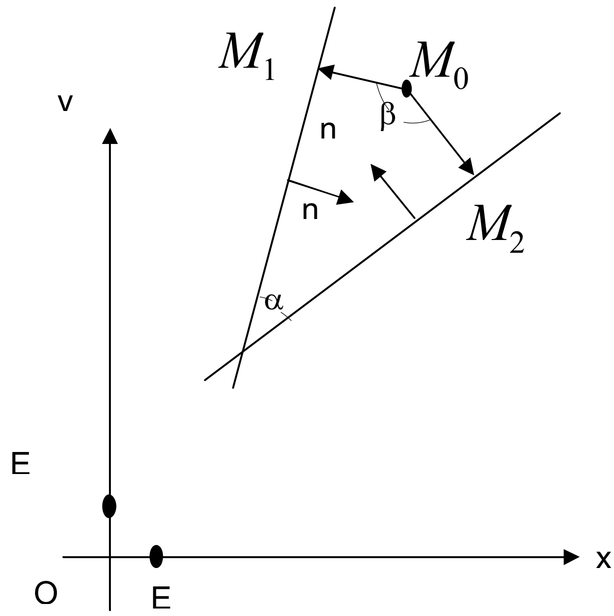
Agar $A_1x_0 + B_1y_0 + C_1$, $A_2x_0 + B_2y_0 + C_2$ sonlar bir xil ishorali bo'lsa, $A_1x + B_1y + C_1$, $A_2x + B_2y + C_2$ sonlar ham bir xil ishorali bo'ladi. Izlangan bissektrisa tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{|A_1x + B_1y + C_1|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} = \frac{|A_2x + B_2y + C_2|}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}} \quad (1)$$

Agar $A_1x_0+B_1y_0+C_1,\ \ A_1x_0+B_1y_0+C_1$ sonlar qarama–qarshi ishorali bo'lsa, (7–chizma)

$A_1x+B_1y+C_1,\ \ A_1x+B_1y+C_1$ sonlar ham qarama–qarshi ishorali bo'ladi; u holda izlangan bissektrisa tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{A_1x+B_1y+C_1}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}}=-\frac{A_2x+B_2y+C_2}{\sqrt{A_2^2+B_2^2}} \qquad (2)$$



8–chizma

Izoh: (1),(2) tenglamalarni faqatgina M_0 nuqtani o'z ichiga olgan burchakka tegishli nuqtalar koordinatalari emas, balki shu burchakka vertikal bo'lgan nuqtalarning koordinatalari ham qanoatlantiradi.

2–masala: Kesishadigan ikkita $A_1x+B_1y+C_1=0,\quad A_2x+B_2y+C_2=0$ to'g'ri chiziqlar va ularning hech birida ham yotmaydigan $M_0(x_0,y_0)$ nuqta berilgan. M_0nuqtani o'z ichiga olgan burchak kosinusi topilsin.

Yechish: M_0 nuqtadan berilgan M_0M_1, M_0M_2 to'g'ri chiziqlarga perpendikular tushiramiz. Izlangan burchakni α $\overrightarrow{M_0M_1}, \overrightarrow{M_0M_2}$ vektorlar orasidagi burchakni β bilan belgilasak, u holda:

$$\alpha=180^0-\beta$$

1) Agar $A_1x_0+B_1y_0+C_1,\ \ A_2x_0+B_2y_0+C_2$ sonlar musbat bo'lsa, $\vec{n}_1=\{A_1,B_1\}$ $\vec{n}_2=\{A_2,B_2\}$ vektorlar yo'nalishlari $\overrightarrow{M_0M_1}, \overrightarrow{M_0M_2}$ vektorlarga qarama–qarshi bo'ladi (8– chizma).

Shuning uchun $\overrightarrow{M_0M_1}, \overrightarrow{M_0M_2}$ vektorlar orasidagi β burchak $\vec{n}_1, \vec{n}_2$ vektorlar orasidagi burchakka teng bo'ladi, ya'ni

$$\cos\beta = \frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

va bundan,

$$\cos\alpha = -\frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

2) Agar $A_1x_0 + B_1y_0 + C_1, \quad A_2x_0 + B_2y_0 + C_2$ sonlar manfiy bo'lsa, u holda $\vec{n}_1 = \{A_1, B_1\}$ $\vec{n}_2 = \{A_2, B_2\}$ vektorlar yo'nalishlari $\overrightarrow{M_0M_1}, \overrightarrow{M_0M_2}$ vektorlarniki bilan bir xil bo'ladi. Demak , bu holda ham

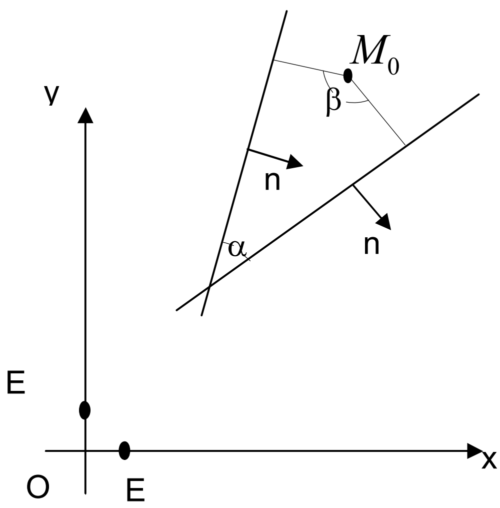
$$\cos\alpha = -\frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}.$$

3) $A_1x_0 + B_1y_0 + C_1 > 0, \quad A_2x_0 + B_2y_0 + C_2 < 0$ bo'lsin. U holda $\vec{n}_1 = \{A_1, B_1\}$ va $\overrightarrow{M_0M_1}$ vektorlar qarama–qarshi yo'nalishga ega. $\vec{n}_2 = \{A_2, B_2\}$ va $\overrightarrow{M_0M_2}$ vektorlar esa bir xil yo'nalishga ega bo'ladi. Bu holda $\vec{n}_1, \vec{n}_2$ vektorlar orasidagi burchak $180^0 - \beta = \alpha$ ga teng va

$$\cos\alpha = \frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

4) Agar $A_1x_0 + B_1y_0 + C_1 < 0, \quad A_2x_0 + B_2y_0 + C_2 > 0$ bo'lsa, (9–chizma):

$$\cos\alpha = \frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$



9–chizma

3–masala. O'zaro perpendikular bo'lmagan kesishuvchi ikki to'g'ri chiziq

$$A_1x+B_1y+C_1=0$$
$$A_2x+B_2y+C_2=0$$

va ularda yotmaydigan $M_0(x_0,y_0)$ nuqta berilgan. Bu nuqtaning shu to'g'ri chiziqlardan tashkil topgan o'tkir burchakda yotishi uchun zaruriy va yetarli shartlar topilsin.

Yechish: Zaruriy shart. $M_0(x_0,y_0)$ nuqta to'g'ri chiziqlar orasidagi o'tkir α burchakda yotsin. Agar $A_1x_0+B_1y_0+C_1$, $A_2x_0+B_2y_0+C_2$ sonlar bir xil ishorali bo'lsa (2—masalaga qarang),

$$\cos\alpha=-\frac{A_1A_2+B_1B_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2}}\ \text{teng,}$$

ammo α —o'tkir bo'lgani uchun, $A_1A_2+B_1B_2<0$ demak

$$(A_1A_2+B_1B_2)(A_1x_0+B_1y_0+C_1)(A_2x_0+B_2y_0+C_2)<0$$

lekin $A_1x_0+B_1y_0+C_1$, $A_2x_0+B_2y_0+C_2$ sonlar qarama—qarshi ishorali bo'lsa (2—masalaga qarang):

$$\cos\alpha=\frac{A_1A_2+B_1B_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2}},$$

ammo α — o'tkir burchak uchun $A_1A_2+B_1B_2>0$ demak,

$$(A_1A_2+B_1B_2)(A_1x_0+B_1y_0+C_1)(A_2x_0+B_2y_0+C_2)<0$$

shuning singari, M_0 nuqta o'tmas burchakda yotsa; u holda

$$(A_1A_2+B_1B_2)(A_1x_0+B_1y_0+C_1)(A_2x_0+B_2y_0+C_2)>0$$

tengsizlikni hosil qilamiz; bundan

$$(A_1A_2+B_1B_2)(A_1x_0+B_1y_0+C_1)(A_2x_0+B_2y_0+C_2)<0$$

shart M_0 nuqtaning o'tkir burchakda yotishi uchun zarur va yetarliligi kelib chiqadi.

4—masala: O'zaro perpendikular bo'lmagan ikkita kesishuvchi $A_1x+B_1y+C_1=0,\ \ A_2x+B_2y+C_2=0$ to'g'ri chiziqlar berilgan.To'g'ri chiziqlar orasidagi o'tkir burchak bissektrisasi tenglamasini tuzing.

Yechish. $M(x,y)$ to'g'ri chiziqlar orasidagi o'tkir burchak bissektrisasida yotuvchi ixtiyoriy nuqta bo'lsin. U holda :

$$\frac{|A_1x+B_1y+C_1|}{\sqrt{A1^2+B1^2}}=\frac{|A_2x+B_2y+C_2|}{\sqrt{A_2^{\ 2}+B_2^{\ 2}}}$$

nuqta o'tkir burchakda yotganligi sababli 3—masalaga asosan

$$(A_1A_2+B_1B_2)(A_1x_0+B_1y_0+C_1)(A_2x_0+B_2y_0+C_2)<0\,.$$

Agar $A_1A_2+B_1B_2>0$ bo'lsa, $A_1x+B_1y+C_1$, $A_2x+B_2y+C_2$ sonlar qarama—qarshi ishorali bo'lishi kerak. Demak o'tkir burchak bissektrisasi tenglamasi

$$\frac{A_1x+B_1y+C_1}{\sqrt{A_1^{\ 2}+B_1^{\ 2}}}=-\frac{A_2x+B_2y+C_2}{\sqrt{A_2^{\ 2}+B_2^{\ 2}}}$$

ko'rinishda bo'ladi. Lekin $A_1A_2+B_1B_2<0$ bo'lsa, $A_1x+B_1y+C_1$, $A_2x+B_2y+C_2$ sonlar bir xil ishorali va ikki to'g'ri chiziq orasidagi o'tkir burchak bissektrisa tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{A_1x+B_1y+C_1}{\sqrt{A_1^{\ 2}+B_1^{\ 2}}}=\frac{A_2x+B_2y+C_2}{\sqrt{A_2^{\ 2}+B_2^{\ 2}}}$$

5—masala: Uchburchak tomonlarining tenglamalari berilgan:

$$A_1x+B_1y+C_1=0,\ A_2x+B_2y+C_2=0,\ A_3x+B_3y+C_3=0\,.$$

Uchinchi tomon qarshisidagi ichki burchak bissektrisasining tenglamasi tuzilsin.

Yechish.

$$\begin{cases}A_2x+B_2y+C_2=0\\A_3x+B_3y+C_3=0\end{cases},\qquad \begin{cases}A_3x+B_3y+C_3=0\\A_1x+B_1y+C_1=0\end{cases}$$

tenglamalar sistemasini birgalikda yechib uchburchak M_1, M_2 uchlarining koordinatalarini topamiz:

$$x_1=\frac{\begin{vmatrix}B_2 & C_2\\B_3 & C_3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}A_2 & B_2\\A_3 & B_3\end{vmatrix}},\ y_1=\frac{-\begin{vmatrix}A_2 & C_2\\A_3 & C_3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}A_2 & B_2\\A_3 & B_3\end{vmatrix}},\ x_2=\frac{\begin{vmatrix}B_3 & C_3\\B_1 & C_1\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}A_3 & B_3\\A_1 & B_1\end{vmatrix}},\ y_2=\frac{-\begin{vmatrix}A_3 & C_3\\A_1 & C_1\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}A_3 & B_3\\A_1 & B_1\end{vmatrix}}$$

Topilgan koordinatalarni mos ravishda M_1, M_2 uchlarga qarama–qarshi bo'lgan tomon tenglamasini chap tomonidagi ifodaga qo'ysak

$$A_1x_1 + B_1y_1 + C_1 = A_1\frac{\begin{vmatrix} B_2 & B_3 \\ C_2 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}} - B_1\frac{\begin{vmatrix} A_2 & C_2 \\ A_3 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}} + C_1 = \frac{A_1\begin{vmatrix} B_2 & C_2 \\ B_3 & C_3 \end{vmatrix} - B_1\begin{vmatrix} A_2 & C_2 \\ A_3 & C_3 \end{vmatrix} + C_1\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}} =$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}}.$$

Demak : $A_2x_2 + B_2y_2 + C_2 = \dfrac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_3 & B_3 \\ A_1 & B_1 \end{vmatrix}}$

Endi $M(x, y)$ uchburchakning M_3 uchidagi ichki burchak bissektrisasida yotgan nuqta bo'lsin. M_1va M nuqtalar M_2M_3 to'g'ri chiziqning bir tomonida yotadi, shuning uchun ushbu

$A_1x + B_1y + C_1$, $\dfrac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}}$ sonlar bir xil ishorali bo'ladi. Xuddi

shunga o'xshash $A_2x + B_2y + C_2$ va $\dfrac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_3 & B_3 \\ A_1 & B_1 \end{vmatrix}}$ sonlar bir xil

ishorali. Agar $\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} A_3 & B_2 \\ A_1 & A_2 \end{vmatrix}$ sonlar bir xil ishorali bo'lsa, u holda

$A_1x+B_1y+C_1,\ A_2x+B_2y+C_2$ sonlar ham bir xil ishorali bo'ladi. Demak izlangan bissektrisa tenglamasi

$$\frac{A_1x+B_1y+C_1}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}}=\frac{A_2x+B_2y+C_2}{\sqrt{A_2^2+B_2^2}}$$

ko'rinishda bo'ladi. Agar $\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} A_3 & B_3 \\ A_1 & B_1 \end{vmatrix}$ sonlar har xil ishorali bo'lsa,

$A_1x+B_1y+C_1,\ A_2x+B_2y+C_2$ sonlar ham turli ishorali bo'ladi, demak izlangan bissektrisa tenglamasi quyidagicha bo'ladi

$$\frac{A_1x+B_1y+C_1}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}}=-\frac{A_2x+B_2y+C_2}{\sqrt{A_2^2+B_2^2}}.$$

6–masala. Uchburchak tomonlarining tenglamalari

$$A_1x+B_1y+C_1=0,$$
$$A_2x+B_2y+C_2=0$$
$$A_3x+B_3y+C_3=0$$

berilgan. Uchinichi tomon qarshisida yotgan ichki burchak kosinusi topilsin.

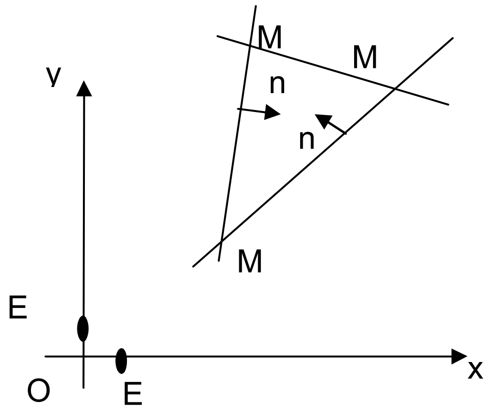
Yechish. Uchburchak uchlarini $M_1(x_1,y_1), M_2(x_2,y_2), M_3(x_3,y_3)$ deb belgilaymiz. Ular mos ravishda $A_1x+B_1y+C_1=0,\ A_2x+B_2y+C_2=0,\ A_3x+B_3y+C_3=0$ tomonlar qarshisida yotsin. Oldingi masalada ko'rsatilganidek:

$$A_1x+B_1y+C_1=\frac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}},\quad A_2x_2+B_2y_2+C_2=\frac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_3 & B_3 \\ A_1 & B_1 \end{vmatrix}}$$

Quyidagi hollarni ko'ramiz:

I. $$\frac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}} > 0, \frac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_3 & B_3 \\ A_1 & B_1 \end{vmatrix}} > 0$$

Bu holda uchburchakning M_1 uchi bilan $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ to'g'ri chiziqning istalgan nuqtasidan chiqarilgan $\vec{n}_1 = \{A_1, B_1\}$ vektorning oxiri shu to'g'ri chiziqdan bir tarafda yotadi: shuningdek, M_2 uch bilan $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ to'g'ri chiziqning istalgan nuqtasidan chiqarilgan $\vec{n}_2 = \{A_2, B_2\}$ vektor oxiri shu to'g'ri chiziqdan bir tarafda yotadi(10–chizma).



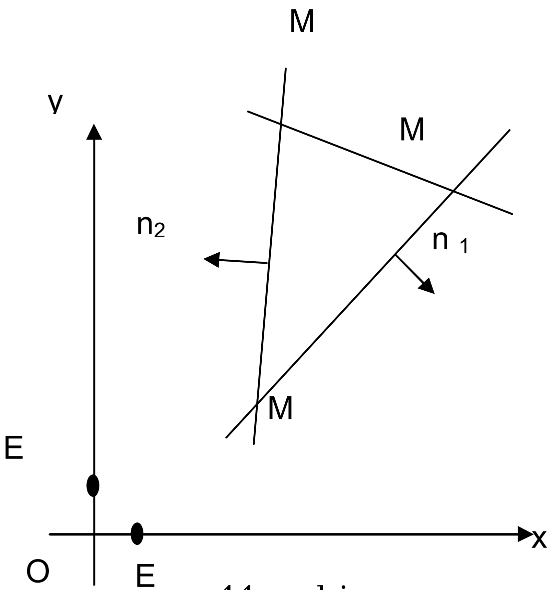
10 – chizma

Shuning uchun $\vec{n}_1$, $\vec{n}_2$ vektorlar orasidagi burchak uchburchakning M_3 uchidagi burchagini 180^0 ga to'ldiradi, demak:

$$\cos M_3 = -\frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

II. $$\frac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}} < 0, \frac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_3 & B_3 \\ A_1 & B_1 \end{vmatrix}} < 0$$

Bu holda $\cos M_3$ ni aniqlash formulasi avvalgidek bo'ladi (11–chizma).

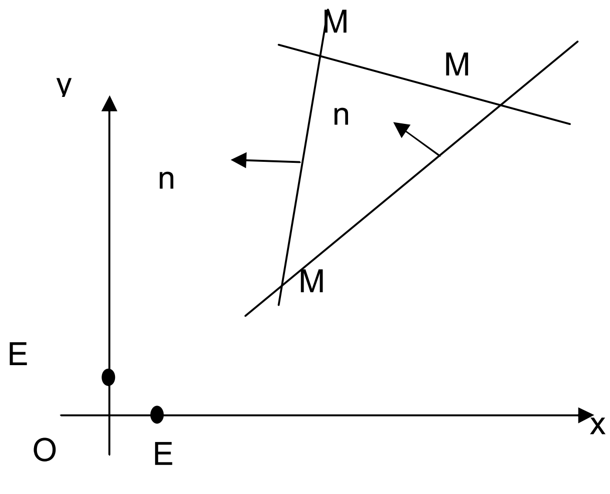


11 – chizma

III. $\dfrac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}}$, $\dfrac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_3 & B_3 \\ A_1 & B_1 \end{vmatrix}}$ sonlar – turli ishorali bo'lsin.

Masalan, $\dfrac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}} > 0, \dfrac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_3 & B_3 \\ A_1 & B_1 \end{vmatrix}} < 0$

Bu holda uchburchakning $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ tomonidagi istalgan nuqtadan qo'yilgan $\vec{n}_1 = \{A_1, B_1\}$ vektor oxiri bilan M_1 nuqta shu to'g'ri chiziq aniqlagan yarim tekisliklarning bittasida yotadi; $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ tomondagi istalgan nuqtadan $\vec{n}_2 = \{A_2, B_2\}$ vektor oxiri bilan M_2 nuqta $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ tomoniga nisbatan turli tomonda yotadi (12–chizma). Shuning uchun $\vec{n}_1.\vec{n}_2$ vektorlar orasidagi burchak uchburchakning M_3 uchidagi ichki burchagiga teng, demak:



12–chizma

$$\cos M_3 = \frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

Yuqoridagi mulohazalarga ko'ra, agar

$$\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_1 & B_1 \end{vmatrix}$$

sonlar bir xil ishorali bo'lsa,

$$\cos\alpha = -\frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

va bu sonlar har xil ishorali bo'lsa:

$$\cos M_3 = \frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

7−masala. Uchburchak tomonlari quyidagi tenglamalar bilan berilgan bo'lsin:

$$A_1x+B_1y+C_1=0,\quad A_2x+B_2y+C_2=0,\quad A_3x+B_3y+C_3=0$$

Berilgan $M_0(x_0,y_0)$ nuqtaning shu burchakka nisbatan holatini aniqlang.

Yechish. Uchburchakning

$$A_1x+B_1y+C_1=0\quad A_2x+B_2y+C_2=0\quad A_3x+B_3y+C_3=0$$

tomonlari qarshisidagi uchlarni mos ravishda

$$M_1(x_1,y_1),M_2(x_2,y_2),M_3(x_3,y_3)$$

bilan belgilaymiz.

5−masalada ko'rsatilganidek:

$$A_1x+B_1y+C_1=\frac{\begin{vmatrix}A_1 & B_1 & C_1\\ A_2 & B_2 & C_2\\ A_3 & B_3 & C_3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}A_2 & B_2\\ A_3 & B_3\end{vmatrix}}=\mu_1$$

$$A_2x_2+B_2y_2+C_2=\frac{\begin{vmatrix}A_1 & B_1 & C_1\\ A_2 & B_2 & C_2\\ A_3 & B_3 & C_3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}A_3 & B_3\\ A_1 & B_1\end{vmatrix}}=\mu_2,$$

$$A_3x_3+B_3y_3+C_3=\frac{\begin{vmatrix}A_1 & B_1 & C_1\\ A_2 & B_2 & C_2\\ A_3 & B_3 & C_3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}A_1 & B_1\\ A_2 & B_2\end{vmatrix}}=\mu_3.$$

Quyidagi uchta $A_1x_0+B_1y_0+C_1$, $A_2x_0+B_2y_0+C_2$, $A_3x_0+B_3y_0+C_3$ sonlarni ko'raylik.

Agar μ_1, $A_1x_0+B_1y_0+C_1$ sonlar bir xil ishorali bo'lsa, M_0,M_1 nuqtalar $A_1x+B_1y+C_1=0$ to'g'ri chiziqdan bir tarafda yotadi, agar bu sonlar turli ishorali bo'lsa, M_0, M_1 nuqtalar $A_1x+B_1y+C_1=0$ to'g'ri chiziqning turli taraflarida yotadi. Nihoyat, agar $A_1x+B_1y+C_1=0$ bo'lsa, M_0 nuqta $A_1x+B_1y+C_1=0$ to'g'ri chiziqda yotadi. Shunga o'xshash mulohazalarni qolgan ikki $A_2x+B_2y+C_2=0$, $A_3x+B_3y+C_3=0$ to'g'ri chiziqlar uchun ham yuritish mumkin.

Berilgan M_0 nuqta uchburchakka nisbatan 7 ta turli holatda bo'lishi mumkin. Shulardan ba'zilarini ko'raylik.

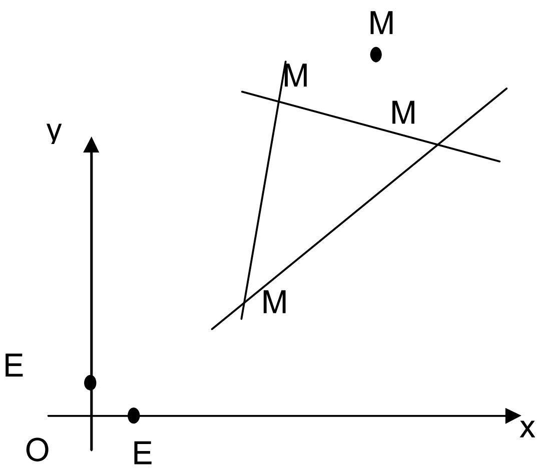
1 – hol.

μ_1, $A_1x_0+B_1y_0+C_1$ sonlar bir xil ishorali,

μ_2, $A_2x_0+B_2y_0+C_2$ sonlar bir xil ishorali,

μ_3, $A_3x_0+B_3y_0+C_3$ sonlar bir xil ishorali bo'lsin.

Bu ishoralar M_0 nuqtaning uchburchakning ichida yotishi uchun zarur va yetarli shartdir.



13 – chizma

2 – hol.

μ_1, $A_1x_0+B_1y_0+C_1$ sonlar bir xil ishorali,

μ_2, $A_2x_0+B_2y_0+C_2$ sonlar bir xil ishorali,

μ_3, $A_3x_0+B_3y_0+C_3$ sonlar turli ishorali bo'lsin.

Bu holda M_0 nuqta M_3M_1, M_3M_2 nurlardan tashkil topgan burchak ichida bo'lib, M_0, M_3 nuqtalar esa

M_1, M_2 to'g'ri chiziqning turli tarafida yotadi (13− chizma).

3 − hol.

μ_1, $A_1x_0 + B_1y_0 + C_1$ sonlar bir xil ishorali,

μ_2, $A_2x_0 + B_2y_0 + C_2$ sonlar turli ishorali,

μ_3, $A_3x_0 + B_3y_0 + C_3$ sonlar turli ishorali bo'lsin.

Bu holda M_0 nuqta M_1M_2, M_3M_1 nurlarning davomlari hosil qilgan burchak ichida yotadi.

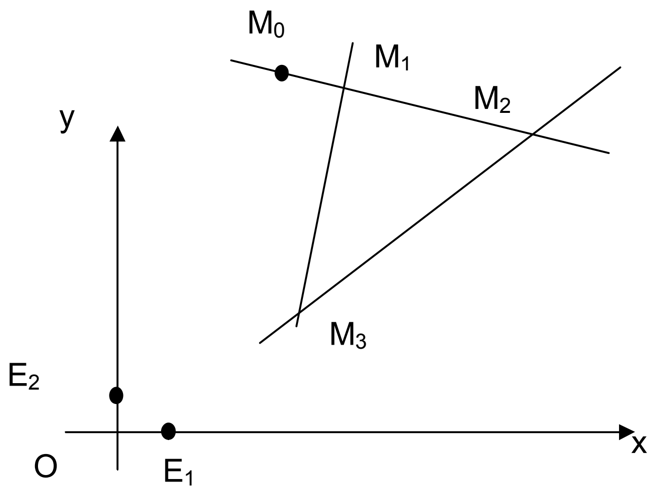
4− hol.

μ_1, $A_1x_0 + B_1y_0 + C_1$ bir xil ishorali,

μ_2 $A_2x_0 + B_2y_0 + C_2$ turli ishorali bo'lsin.

$$A_3x + B_3y + C_3 = 0$$

Bu holda M_0 nuqta M_1M_2 tomonning M_1 nuqtadan keyingi davomida yotadi (14−chizma).



14−chizma

8−**masala**. Affin koordinatalar sistemasida kesishuvchi ikkita to'g'ri chiziq

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

va bu to'g'ri chiziqlarda yotmaydigan $E'(x_0, y_0)$ nuqta berilgan. Yangi koordinatalar sistemasida ordinatalar o'qi sifatida $A_1x+B_1y+C_1=0$ abssissalar o'qi sifatida esa $A_2x+B_2y+C_2=0$ to'g'ri chiziq, E' nuqta birlik nuqta sifatida olinsa, ixtiyoriy nuqtaning yangi x', y' koordinatalari, shu nuqtaning eski x, y koordinatalari bilan quyidagi ko'rinishda bog'langanligi isbotlansin.

$$x'=\frac{A_1x+B_1y+C_1}{A_1x_0+B_1y_0+C_1},\quad y'=\frac{A_2x+B_2y+C_2}{A_2x_0+B_2y_0+C_2}.$$

Yechish: keltirilgan bu formulalar x, y ga nisbatan chiziqli bo'lgani uchun, x', y' nuqtaning koordinatalarini Oxy sistemadan birorta yangi $O'x'y'$ sistemaga o'tish formulalari deb qarash mumkin, chunki

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} \neq 0.$$

Yangi sistemaning ordinatalar o'qi tenglamasi $x'=0$; lekin, $x'=\frac{A_1x+B_1y+C_1}{A_1x_0+B_1y_0+C_1}$ bo'lganligi uchun bu o'qning eski sistemadagi tenglamasi $A_1x+B_1y+C_1=0$ bo'ladi. Xuddi shunday yangi sistema abssissa o'qining eski sistemadagi tenglamasi $A_2x+B_2y+C_2=0$ ko'rinishga ega. Nihoyat $E'(x_0, y_0)$ nuqtaning yangi $O'x'y'$ sistemadagi koordinatalari:

$$x'=\frac{A_1x+B_1y+C_1}{A_1x_0+B_1y_0+C_1}=1,\quad y'=\frac{A_2x+B_2y+C_2}{A_2x_0+B_2y_0+C_2}=1$$

Demak, $O'x'y'$ sistema masala shartida ko'rsatilgan yangi affin koordinatalar sistemasi bilan ustma−ust tushadi.

9−masala. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida perpendikular bo'lgan ikkita

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0$$

$$A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

to'g'ri chiziqlar berilgan. Berilgan to'g'ri chiziqlarning birinchisi ordinatalar o'qi sifatada olinib, uning musbat yo'nalishi $\{A_2, B_2\}$ vektorning yo'nalishi bilan aniqlansin; abssissalar o'qi sifatida shu to'g'ri chiziqlarning ikkinchisi olinib, uning musbat yo'nalishi $\{A_1, B_1\}$ vektor yo'nalishi bilan aniqlansin. Yangi koordinatalarni eski koordinatalar orqali ifodalang.

Yechish. Ixtiyoriy nuqtaning eski sistemadagi koordinatalari x, y bo'lsin.

Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha masofani aniqlaydigan formulaga ko'ra:

$$|x'| = \frac{|A_1x + B_1y + C_1|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}$$

So'ngra: $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ to'g'ri chiziqning istalgan nuqtasidan chiqarilgan $\{A_1, B_1\}$ vektor oxiri joylashgan nuqtalardan hosil qilingan yarim tekislik nuqtalari uchun $A_1x + B_1y + C_1 > 0$ tengsizlik bajariladi. Shu bilan birga, yangi $O'x'$ o'qining musbat yo'nalishini tanlab olganimiz tufayli, haligi yarim tekislikning hamma nuqtalari uchun $x' > 0$.

Shu singari $A_1x + B_1y + C_1 < 0$ tengsizlik bilan aniqlanuvchi tarafda yotuvchi nuqtalar uchun $x' < 0$.

Nihoyat, $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ bo'lsa, $x' = 0$

Shunday qilib $x' = \dfrac{A_1x + B_1y + C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}$

Shunga o'xshash mulohazalar yordamida

$$y' = \frac{A_2x + B_2y + C_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

formulani hosil qilamiz.

1 §. To'g'ri chiziqning turli tenglamalarini tuzish

Masalaning shartida koordinatalar sistemasining nomi ko'rsatilmagan bo'lsa, masala to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida yechiladi.

163. Affin koordinatalar sistemasida burchak koeffitsienti 3 ga va ordinatalar o'qidan ajratgan kesmasi 4 ga teng bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

164. Koordinatalar boshidan o'tib, Ox o'qi bilan 1) 30^0 , 2) 45^0, 3) 60^0, 4) 120^0, 5) 135^0 , 6) 150^0 burchak tashkil qiluvchi to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

165. Abssissa o'qiga 150^0 burchak ostida og'ishgan va Ox o'qida $-\frac{1}{3}$ ga teng kesma ajratgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin. Bu to'g'ri chiziqning abssissa o'qi bilan kesishish nuqtasini toping.

166. Quyidagi tenglamalar bilan berilgan:

1) $2x - y + 4 = 0$;
2) $2x + 3y - 6 = 0$;
3) $x + 2y + 1 = 0$;
4) $-3x + 4y - 6 = 0$;
5) $3x + \sqrt{3}y + 3 = 0$.

to'g'ri chiziqlarning burchak koeffitsientlari va koordinatalar o'qlaridan ajratgan kesmalari topilsin. Koordinatalar sistemasi – affin.

167. Quyidagi tenglmalar bilan berilgan to'g'ri chiziqlar yasalsin:

1) $y = 3x + 4$;
2) $y = 0.5x + 2$;
3) $y = \frac{3}{4}x - 5$;
4) $y = -\frac{2}{3}x + 4$;
9) $3x + \sqrt{3}y + 1 = 0$;
10) $x + 2 = 0$;
11) $3x - 2 = 0$;
12) $y - 4 = 0$;

5) $y = 4x;$

6) $y = -\frac{1}{2}x;$

7) $3y + 2x - 9 = 0;$

8) $3y + 5x + 15 = 0;$

13) $2y + 3 = 0;$

14) $x + y = 0;$

15) $x - y = 0.$

168. (2,3) nuqtadan o'tib, burchak koeffitsienti -5 ga teng bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin. Affin sistema.

169. Ox o'qi bilan 135^0 burchak tashkil qilgan va $(-5,3)$ nuqtadan o'tgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

170. Quyidagi hollarda berilgan A nuqtadan o'tib, berilgan burchak koeffitsientga ega bo'lgan to'g'ri chiziqni yasang.

1) $A(2,4),\ k = \frac{2}{3};$

2) $A(-2,3),\ k = -\frac{3}{4};$

3) $A(-5,-2),\ k = 3;$

4) $A(4,-3),\ k = -2.$

Affin koordinatalar sistemasi.

171. Yorug'lik nuri $2x - 3y - 12 = 0$ to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalgan. Nur abssissa o'qigacha borib undan qaytadi. Nurning o'q bilan uchrashish nuqtasini toping va qaytuvchi nurning tenglamasini tuzing.

172. Quyidagi hollarda berilgan ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin:

1) (1,3) va (2,4);

2) (2,3) va $(-4,-6)$;

3) (1,3) va $(1,-7)$;

4) $(2,-3)$ va $(4,-3)$.

Affin koordinatalar sistemasi.

173. Affin koordinatalar sistemasida koordinatalar boshidan va $(-1,-8)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

174. Affin koordinatalar sistemasida $(3,-2)$ nuqtadan o'tib, koordinata o'qlariga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin.

175. Affin koordinatalar sistemasida Ox o'qida 3 ga teng kesma ajratgan va $(-5,3)$ nuqtadan o'tadigan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

176. $(2,-5)$, $(0,-3)$ nuqtalardan o'tgan to'g'ri chiziq Ox o'qi bilan qanday burchak tashkil qiladi?

177. Berilgan ikki $(1,4)$, $(3,5)$ nuqtadan o'tgan to'g'ri chiziq Ox o'qiga qanday burchak ostida og'adi?

178. Uchburchak $ABC: A(-2,3), B(4,1), C(6,-5)$ berilgan. Affin koordinatalar sistemasida bu uchburchakning A uchidan tushirilgan mediana tenglamasi tuzilsin.

179. Uchlari $A(4,4)$, $B(-6,-1)$, $C(-2,-4)$ nuqtalardagi uchburchak berilgan. Uchburchakning C uchidagi ichki burchak bissektrisasi tenglamasi tuzilsin.

180. Teng yonli trapetsiya asoslari mos ravishda 10, 6 ga teng, yon tomonlari esa asosi bilan 60^0 li burchak hosil qiladi. Ox o'q sifatida katta asos, Oy o'q sifatida trapetsiyaning simmetriya o'qi olinib, Oy o'qining musbat yo'nalishi kichik asos bilan kesishadigan nur yo'nalishida bo'lsa, trapetsiya tomonlarining tenglamalari tuzilsin.

181. Affin koordinatalar sistemasida koordinata o'qlaridan 3 va 5 ga teng kesmalar ajratgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

182. Koordinata o'qlaridan teng kesmalar ajratib, $M(-4,10)$ nuqta orqali o'tgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

183. Affin koordinatalar sistemasida $(2,-1)$ nuqtadan o'tgan, koordinata o'qlari orasidagi kesmasi shu nuqtada teng ikkiga bo'linadigan to'g'ri chiziqning tenglamasi tuzilsin.

184. Affin koordinatalar sistemasida koordinata o'qlari va $x+2y-6=0$ to'g'ri chiziq bilan chegaralangan uchburchak yuzasi topilsin.

185. $2x+5y=0$ to'g'ri chiziqqa parallel va koordinata o'qlaridan yuzasi 5 ga teng bo'lgan uchburchak ajratuvchi to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi tuzilsin.

186. $M(4,-3)$ nuqta orqali shunday to'g'ri chiziq o'tkazingki, u koordinata o'qlari bilan yuzasi 3 ga teng uchburchak hosil qilsin.

187. $\{-4,2\}$ vektorga parallel, $(3,-5)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqning parametrik tenglamalari yozilsin.

188. Affin koordinatalar sistemasida $A(-6,-4)$ nuqtadan o'tgan va burchak koeffitsienti $-\frac{3}{7}$ ga teng bo'lgan to'g'ri chiziqning parametrik tenglamalari tuzilsin.

189. Affin koordinatalar sistemasida Ox, Oy o'qlarda mos ravishda 3 va -5 ga teng kesmalar ajratgan to'g'ri chiziqning parametrik tenglamalari tuzilsin.

190. Koordinatalar boshidan o'tib, absissa o'qiga 150^0 burchak ostida og'ishgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

191. Affin koordinatalar sistemasida quyidagi chiziqlarning parametrik tenglamalari tuzilsin.

1) $3x+6y+5=0$; 3) $y=-3x+5$; 5) $y=-3$;

2) $x-2y-4=0$; 4) $x=2$; 6) $2x+3y=0$.

192. Affin koordinatalar sistemasida quyidagi to'g'ri chiziqlarning

1) $x=t,\ \ y=1-3t$,

2) $x=2+5t,\ \ y=4-7t$

$Ax+By+C=0$ ko'rinishdagi tenglamalari tuzilsin.

2 §. Ikki to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyati. Parallellik sharti

Bu paragrafdagi masalalar affin koordinatalar sistemasida beriladi.

193. Quyidagi

1) $x+y-3=0,\quad 2x+3y-8=0$;

2) $x-y+5=0,\ 2x-2y+3=0$;

3) $x-2y+4=0,\ -2x+4y-8=0$;

4) $x+y+5=0,\quad 2x+3y+10=0$;

5) $2x+3y-1=0,\ 4x+6y-7=0$;

6) $x-5y=0,\ 2x-10y=0$;

7) $7x+9y-62=0,\ 8x+3y+2=0$;

8) $x+2=0,\ 2x+3=0$;

9) $x-y\sqrt{3}=0,\ x\sqrt{3}-3y=0$

to'g'ri chiziqlar juftlarining qaysi birlari ustma—ust tushadi, parallel yoki kesishadi. Kesishgan holda kesishish nuqtasi topilsin.

194. Quyidagi hollarda to'g'ri chiziqlar juftlari ustma—ust tushadimi, parallelmi yoki kesishadimi? Kesishgan holda kesishish nuqtasini toping.

1) $x=3+t,\ y=2-t;\quad x=3t,\ y=-2t$;

2) $x=5+4t,\ y=-2-2t;\ x=1-2t,\ y=7+t$;

3) $x=4-8t,\ y=2+6t;\ x=-4+4t,\ y=8-3t$;

195. Quyidagi hollarda to'g'ri chiziqlar jufti ustma — ust tushadimi, parallelmi yoki kesishadimi? Kesishgan holda kesishish nuqtasi topilsin.

1) $2x+4y+5=0,\ x=-3+4t,\ y=1-3t;$

2) $2x-5y-7=0,\ x=2+t,\ y=-9-t;$

3) $6x-3y+5=0,\ x=5+t,\ y=-3+2t;$

4) $2x+5y-38=0,\ x=-2+2t, y=-9+5t,$

5) $3x+9y+5=0,\ x=2+3t,\ y=-t,$

6) $4x+5y-6=0,\ x=-6+5t,\ y=6-4t$

196. $\{5,4\}$ vektorga parallel va (2,5) nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi tuzilsin.

197. (7,4) nuqtadan o'tuvchi va $3x-2y+4=0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

198. $x+y+7=0$ to'g'ri chiziqqa parallel va (−8,1) nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

199. M (2,5) nuqtadan o'tuvchi va P (−1,2), Q (5,4) nuqtalardan teng uzoqlikdagi to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

200. M_1 (2,3), M_2 (−1,2) va M_3 (4,5) nuqtalar uchburchak tomonlarining o'rtalari. Tomonlarning tenglamalari tuzilsin.

201. Parallelogramm ikki tomonining tenglamalari $x-3y=0,\ 2x+5y+6=0$ va uning uchlaridan biri C (4, −1) berilgan. Parallelogramm qolgan tomonlarining tenglamalari tuzilsin.

202. Uchburchakning A (−1,2), B (3.−1), C (0,4) uchlaridan o'tuvchi va ular qarshisida yotgan tomonlarga parallel to'g'ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin.

203. Parallel bo'lgan $x+y-1=0,\ x+y-13=0$ to'g'ri chiziqlardan teng uzoqlikda joylashgan va ularga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

204. (1,2) , (3,0), (−4, −5) nuqtalardan teng uzoqlikda joylashgan to'g'ri chiziqlarning tenglamalari tuzilsin.

205. $M_1(x_1,y_1), M_2(x_2,y_2)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqning $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lishi uchun

$Ax_1 + By_1 + C = Ax_2 + By_2 + C$ tenglikning bajarilishi zarur va yetarli ekanligi ko'rsatilsin, ya'ni bu to'g'ri chiziqlar parallel yoki ustma—ust tushadi.

206. Parallelogramm ikki qo'shni tomonining tenglamalari $x - y - 1 = 0,\ x - 2y = 0$ va diagonallarining kesishish nuqtasi M (3, — 1) berilgan. Qolgan ikki tomonining tenglamalari yozilsin.

207.* $ABCD$ parallelogrammning AB, BC, CD, DA tomonlari mos ravishda $P(3,0)$, Q (6,6), R (5,9), S (— 5,4) nuqtalardan o'tsa va diagonallari $M(1;6)$ nuqtada kesishishi ma'lum bo'lsa, parallelogramm tomonlarining tenglamalari tuzilsin.

208.* Uchburchakning uchta uchi berilgan: A (0,1), B (— 2,5), C (4,9). Unga romb shunday ichki chizilganki, rombning bir uchi A nuqtada, shu uchidan chiqqan tomonlar uchburchakning AB, AC tomonlarida yotadi va A uchiga qarama—qarshi uchi BC tomonda yotadi. Romb tomonlarining tenglamalari tuzilsin.

209. $ABCD$ parallelogrammning $AB:\ 3x + 4y - 12 = 0$ $AD:\ 5x - 12y - 6 = 0$ tomonlari va BC tomonining o'rtasi $E(-2, \frac{13}{6})$ nuqta berilgan. Parallelogramm qolgan tomonlarining tenglamalari tuzilsin.

3 §. Ikki to'g'ri chiziqning perpendikularlik sharti

210. O'zaro perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziqlar juftlari aniqlansin:

1) $x - 2y + 3 = 0,\quad 2x + y - 5 = 0$ 4) $5x + 6y - 8 = 0,\quad 6x + 5y + 2 = 0$

2) $2x + 3y - 6 = 0,\quad 2x - 3y + 4 = 0$ 5) $x - y = 0,\quad x + y = 0$

3) $3x + 7y + 4 = 0,\quad 7x - 3y + 2 = 0$ 6) $x + 3 = 0,\quad y - 2 = 0$

211. (7,4) nuqtadan o'tib $3x - 2y + 4 = 0,$ to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

212. $3x-y=0,\ x+4y-2=0$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan o'tib, $2x+7y=0$ to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

213. Uchburchakning $A\,(4{,}6)$, $B\,(-4{,}0)$, $C\,(-1,-4)$ uchlari berilgan. Uning A uchidan BC tomoniga tushirilgan balandlik tenglamasini tuzing.

214. $(-5{,}6)$ nuqtaning $7x-13y-105=0$ to'g'ri chiziqdagi proyeksiyasi topilsin.

215. $M(-2{,}9)$ nuqtaga $2x-3y+18=0$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik bo'lgan nuqta topilsin.

216.* $x+y-3=0$ to'g'ri chiziqda yotuvchi M nuqtadan chiqqan va mos ravishda $A(-2,-1), B(1{,}3)$ nuqtalardan o'tgan MA, MB nurlar berilgan to'g'ri chiziq bilan teng burchaklar hosil qilishi ma'lum bo'lsa, M nuqta koordinatalari topilsin.

217. $x-3y+1=0$ to'g'ri chiziqda $(-3{,}1),(5{,}4)$ nuqtalardan teng uzoqlikda joylashgan nuqta topilsin.

218. To'rtta $M_1(0{,}0), M_2(0{,}1), M_3(-2{,}1), M_4(1{,}1)$ nuqta berilgan. Yon tomonlari MM_1, MM_2 va MM_3, MM_4 bo'lgan teng yonli MM_1M_2, MM_3M_4 uchburchaklarning M uchini toping.

219. Uchburchakning $A(-6{,}2), B(2,-2)$ uchlari va balandliklarining kesishish nuqtasi $H(1{,}2)$ berilgan. Uchinchi C uchining koordinatalari topilsin.

220. ABC uchburchakning $AB:\ 4x+y-12=0$ tomoni, $BH:\ 5x-4y-15=0$ va $AH:\ 2x+2y-9=0$ balandliklari ma'lum. Qolgan ikki tomoni va uchinchi balandlik tenglamalari yozilsin.

221. Balandliklarining kesishish nuqtasi koordinatalar boshida bo'lgan uchburchak tomonlarining tenglamalari

$x+3y-1=0,\ \ 3x+5y-6=0$ berilgan. Uchinchi tomonining tenglamasini tuzing.

222. Uchburchakning bitta $A(3,-4)$ uchi va ikkita balandliklarinining tenglamalari $7x-2y-1=0,\ \ 2x-7y-6$ berilgan. Uchburchak tomonlarining tenglamalarini tuzing.

4 §. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak

223. Ikki to'g'ri chiziqning burchak koeffitsientlari $k_1=\frac{1}{3}$, $k_2=-\frac{1}{2}$ ma'lum, ular orasidagi burchakni toping.

224. Berilgan (3,1) nuqtadan o'tib, $2x+3y-1=0$ to'g'ri chiziqqa 45^0 burchak ostida og'ishgan to'g'ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin.

225. Koordinatalar boshidan o'tib, $5x-6y+2=0$ to'g'ri chiziq bilan tashkil qilgan burchagining tangensi $\pm\frac{7}{6}$ ga teng bo'lgan to'g'ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin.

226. Ikkita $A(3,3),\ B(0,2)$ nuqta berilgan. $x+y-4=0$ to'g'ri chiziqdagi AB kesma 45^0 burchak ostida ko'rinadigan nuqtani toping.

227. Quyidagi

1) $2x+3y=0,\quad x-y+5=0$
2) $x-3y+2=0,\ 2x+y=0$
3) $2x+5y-3=0,\ 5x+2y-6=0$
4) $3x+4y-12=0,\ 5x-12y+60=0$

to'g'ri chiziqlar tartiblangan juftlarining har biri uchun birinchi to'g'ri chiziqdan ikkinchi to'g'ri chiziqqacha bo'lgan burchakning tangensi topilsin.

228.* Teng yonli uchburchak asosi $x+y-1=0$ va yon tomonining $x-2y-2=0$ tenglamasi berilgan. $(-2,0)$ nuqta uchburchakning ikkinchi yon tomonida yotadi. Uchburchak uchinchi tomonining tenglamasi tuzilsin.

229. $x+3y=0,\ x-y+8=0$ to'g'ri chiziqlar berilgan. Shunday $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziq topilsinki, $x-y+8=0$ to'g'ri chiziq $x+3y=0,\ Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak bissektrisasi bo'lsin.

230. Teng yonli uchburchakning $B(-2,1),\ C(4,5)$ uchlari berilgan. Uchinchi A uchidagi burchagining kosinusi $\frac{15}{17}$ ga teng. A uchining koordinatalari topilsin.

231.* Teng yonli uchburchakda $B(-3,-1)$ uchi, asosidagi $C(2,1)$ uchi va uchidagi burchagining kosinusi $\cos\varphi=\frac{3}{5}$ ga teng. Uchburchak tomonlarining tenglamalari tuzilsin.

232. Uchburchakning $A(1,2), B(3,4)$ uchlari va shu uchlaridagi ichki burchaklarning kosinuslari mos ravishda $\frac{2}{\sqrt{5}},\frac{3}{\sqrt{10}}$ ga teng. Uchburchak tomonlarining tenglamalarini tuzing va uning uchinchi uchini toping.

233. Uchburchakning $C(-3,2)$ uchi A,B uchlaridagi ichki burchaklarining kosinuslari mos ravishda $\cos A=\frac{2}{\sqrt{5}},\cos B=\frac{3}{\sqrt{5}}$ ga teng. AB tomonining tenglamasi $2x-y-2=0$. Uchburchak tomonlarining tenglamalarini tuzing.

234. Uchburchak tomonlarining tenglamalari $x+2y=0,\quad 3x-y=0,\quad x+y-1=0$ berilgan. Uchburchak ichki burchaklarining tangenslari topilsin.

5 §. Nuqtalarning to'g'ri chiziqqa nisbatan joylashishi

235. Affin koordinatalar sistemasida
$M_1(0,0), M_2(2,1), M_3(-3,1), M_4(3,-1), M_5(4,2), M_6(-1,1), M_7(-6,4), M_8(1,-1)$
nuqtalarning $2x+3y=0$ to'g'ri chiziqqa nisbatan vaziyati aniqlansin.

236. Affin koordinatalar sistemasida berilgan $2x-y+5=0$ to'g'ri chiziq, boshi $(-5,4)$ nuqtada va oxiri $(2,1)$ nuqtada joylashgan kesmani qanday nisbatda bo'ladi?

237. Affin koordinatalar sistemasida ikkita $A(-3,1), B(5,4)$ nuqta va $x-2y=0$ to'g'ri chiziq berilgan. Bu to'g'ri chiziq AB kesma bilan B uchi davomida kesishganligi isbotlansin.

238. Affin koordinatalar sistemasida ushbu $5x-y-5=0$ to'g'ri chiziq $3x-2y-6=0$ to'g'ri chiziqning koordinata o'qlari orasida joylashgan kesmasi bilan kesishishini isbotlang.

239. To'rtta $M_1(5,3), M_2(1,2), M_3(3,0), M_4(2,4)$ nuqta berilgan. M_1M_2 *va* M_3M_4 to'g'ri chiziqlarning o'zaro perpendikularligi va ularning kesishgan nuqtasi ham M_1 *va* M_2 ham M_3 *va* M_4 nuqtalar orasida yotishi isbotlansin.

240. (x_0, y_0) nuqtaning $Ax+By+C=0, Ax+By+D=0$ (bu yerda $C \neq D$) parallel to'g'ri chiziqlar orasida yotishining zaruriy va yetarli sharti topilsin.

241.* Affin koordinatalar sistemasida berilgan $x=2+5u,\ \ y=-1+u$ to'g'ri chiziqning $x+4y-1=0,\ x+y=0$ to'g'ri chiziqlar orasidagi kesmada yotgan nuqtalari hosil bo'ladigan u parametrning qiymatlari topilsin.

242.* Affin koordinatalar sistemasiga nisbatan uchta parallel to'g'ri chiziq: $Ax+By+C=0, \quad Ax+By+D=0, \quad Ax+By+E=0$ berilgan. $C<D<E$ yoki $C>D>E$ holda va faqat shu holda kkinchi to'g'ri chiziq birinchi va uchinchi to'g'ri chiziqlar orasidan o'tishini isbotlang.

243.* Quyidagi hollarning har birida koordinatalari bilan berilgan ikki nuqta ushbu tenglamalar bilan berilgan to'g'ri chiziqlar orasidagi burchaklarga, qo'shni burchaklarga yoki vertikal burchaklarga tegishli yoki tegishli emasligi aniqlansin:

1) $(-2,1),\ (3,5),\ 3x-y+8=0,\ 2x+5y-6=0$
2) $(6,-2),\ (5,2),\ x+y-3=0,\ 2x+3y=0$
3) $(2,-2),\ (3,6),\ x-2y+1=0,\ 2x+6y-9=0.$

Koordinatalar sistemasi affin.

244. Ikkita parallel $2x-5y+6=0,\ 2x-5y-7=0$ to'g'ri chiziq tekislikni uch sohaga ajratadi; bu to'g'ri chiziqlar orasidagi sohaga va undan tashqaridagi ikki sohaga bo'ladi.

$A(2,1), B(3,2), C(1,1),\ D(2,8),\ E(7,1),\ F(-4,6)$ nuqtalarning qaysi sohaga tegishliligini aniqlang. Koordinatalar sistemasi affin.

245. Quyidagi hollarning har birida M_1M_2 kesmaning $l: 2x-y+5=0$ to'g'ri chiziqqa nisbatan vaziyatini aniqlang:

1) $M_1(2,3),\quad M_2(0,-1)$
2) $M_1(1,1),\quad M_2(3,5)$
3) $M_1(4,3),\quad M_2(-2,2)$
4) $M_1(0,2),\quad M_2(5,0)$
5) $M_1(-6,4),\quad M_2(-2,4)$

va natijalarni chizmada tekshiring. Koordinatalar sistemasi affin.

246.* Uchlari $A(3,1),\ B(-2,4),\ C(1,0)$ nuqtalardagi uchburchakning $x-7y+5=0$ to'g'ri chiziqqa nisbatan vaziyatini aniqlang. Koordinatalar sistemasi affin.

247. Uchburchak tomonlarining tenglamalari: $2x-y+2=0,\ x+y-4=0,\ 2x+y=0$. Bu uchburchakka nisbatan $A(3,1),\ B(7,-6),\ C(-1,1),\ D(3,2)$ nuqtalarning vaziyatini aniqlang. Koordinatalar sistemasi affin.

248.* Affin koordinatalar sistemasida uchburchak tomonlarining tenglamalari $3x-y+4=0,\ 2x-y+1=0,\ x-2y=0;\ \ 2x-y+3=0$ to'g'ri chiziqning uchburchakka nisbatan vaziyatini aniqlang.

249.* $(3;1)$ nuqta tegishli bo'lgan, $2x-7y+3=0,\ x+5y=0$ to'g'ri chiziqlar hosil qilgan burchakning kosinusini toping.

250.* $(2,-1)$ nuqta $2x-y+3=0,\ \ x-4y=0$ to'g'ri chiziqlar orasidagi (o'tkir yoki o'tmas) burchaklarning qaysi birida yotadi?

6 §. Uchta to'g'ri chiziqning o'zaro vaziyati. To'g'ri chiziqlar dastasi

251. Quyidagi har bir holda uchta to'g'ri chiziqning o'zaro vaziyatini aniqlang:

1) $2x + y - 3 = 0, \quad 3x - 2y + 5 = 0, \quad 5x - y + 2 = 0;$
2) $x - 2y + 3 = 0, \quad 2x - 4y + 7 = 0, \quad 3x - 6y + 4 = 0;$
3) $x + 4y - 5 = 0, \quad x - 2y + 7 = 0, \quad x + 3 = 0;$
4) $y - 5 = 0, \quad y + 2 = 0, \quad y = 0;$
5) $x - y + 3 = 0, \quad 2x - 2y + 7 = 0, \quad 4x - 4y + 1 = 0;$
6) $2x + 3y + 5 = 0, \quad x - y + 1 = 0, \quad 3x - 4y - 12 = 0;$
7) $3x + 2y + 6 = 0, \quad 9x + 6y - 5 = 0, \quad 5x - y + 3 = 0.$

Koordinatalar sistemasi affin.

252. Koordinatalar boshidan va ikki $2x + y - 3 = 0$, $7x - 4y + 2 = 0$ to'g'ri chiziqning kesishgan nuqtasi orqali o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing. Koordinatalar sistemasi affin.

253. $7x - y + 3 = 0$, $3x + 5y - 4 = 0$ to'g'ri chiziqlarning kesishgan nuqtasi va $A(2,-1)$ nuqtadan o'tadigan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing. Koordinatalar sistemasi affin.

254. $3x - 5y + 2 = 0$, $5x - 2y + 4 = 0$ to'g'ri chiziqlarning kesishgan nuqtasidan o'tadigan va $2x - y + 4 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin. Koordinatalar sistemasi affin.

255. Affin koordinatalar sistemasida $2x - 6y + 3 = 0$, $5x + y - 2 = 0$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan o'tuvchi va koordinata o'qlariga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar tenglamalarini tuzing.

256. $x + y - 6 = 0$, $2x + y - 13 = 0$ to'g'ri chiziqlarning kesishgan nuqtasidan o'tib, koordinata o'qlaridan teng kesmalar ajratadigan to'g'ri chiziq o'tkazing. Koordinatalar sistemasi affin.

257. Ikki juft $2x-y=0,\ \ x+4y-2=0$ va $x+2y=0,\ 3x-7y+4=0$ to'g'ri chiziqlarning kesishgan nuqtalaridan o'tadigan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing. Koordinatalar sistemasi affin.

258. Ikki $3x-y=0,\ \ x+4y-2=0$ to'g'ri chiziqlarning kesishgan nuqtasidan o'tuvchi va $2x+7y=0$ to'g'ri chiziqqa perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazing.

259. Ikki $x+y-4=0,\ \ 2x+3y-9=0$ to'g'ri chiziqning kesishgan nuqtasidan o'tgan va ikkinchi to'g'ri chiziq bilan 45^0 li burchak tashkil qiluvchi to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

260. Ikki $2x+y=0,\ 3x+7y-11=0$ to'g'ri chiziqning kesishgan nuqtasidan o'tib, $x+4y=0$ to'g'ri chiziq bilan tashkil qilgan burchagining tangensi ± 2 ga teng bo'lgan to'g'ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin.

261. Ikki $3x+y+10=0,\ 4x+5y+6=0$ to'g'ri chiziqlarning kesishgan nuqtasidan o'tuvchi va koordinatalar boshidan 4 birlik masofada joylashgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

262. Ikkita parallel: $Ax+By+C=0,\ Ax+By+D=0,\ (C\neq D)$ to'g'ri chiziq berilgan. Bu to'g'ri chiziqlarga nisbatan $Ax+By+\dfrac{C+\lambda D}{1+\lambda}=0$ to'g'ri chiziqning vaziyati aniqlansin.

7 §. Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha masofa

263. (3,1), (2,−4), (5,−1), (0,−3), (0,0) nuqtalardan $3x+4y=0$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofalar topilsin.

264. (1,0), (−1,2) nuqtalardan $3x-y+4=0$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofalar topilsin.

265. Uchburchak tomonlarining tenglamalari:
$3x-4y-3=0,\ 5x+12y+2=0,\ 3x+4y+390=0$ berilgan. Uchburchak balandliklarining uzunliklari topilsin.

266. $5x+12y-1=0$ to'g'ri chiziqqa parallel va undan 5 birlik masofada joylashgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

267. $7x-2y+4=0$ to'g'ri chiziqqa parallel va undan $\sqrt{53}$ birlik masofadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

268. Ushbu ikki $3x-7y+2=0,\ 3x-7y+3=0$ to'g'ri chiziqning parallelligi isbotlansin va ular orasidagi d masofa topilsin.

269. Quyidagi to'g'ri chiziqlardan tuzilgan burchak bissektrisalarining tenglamalari tuzilsin:

1) $3x-y+5=0,\quad 3x+y-4=0;$
2) $3x-4y+2=0,\quad 5x+12y-3=0;$
3) $x-y=0,\quad x+y=0;$
4) $x+2y=0,\quad 3x+4y=0.$

270. Koordinata o'qlarida $5x-y+6=0,\ 5x+y-3=0$ to'g'ri chiziqlardan teng uzoqlikda joylashgan nuqtalarni toping.

271. $x+2y-12=0$ to'g'ri chiziqda $x+y-5=0,\ 7x-y+11=0$ to'g'ri chiziqlardan teng uzoqlikda joylashgan nuqtalar topilsin.

272. $x-3y+13=0$ to'g'ri chiziqda $x+2y+3=0$ to'g'ri chiziqdan $\sqrt{5}$ birlik masofada joylashgan nuqtalar topilsin.

273. Ikki $4x-3y+20=0,\ 3x+4y-60=0$ to'g'ri chiziqning har biridan 5 birlik masofada joylashgan nuqtani toping.

274. $2x+6y-3=0$ to'g'ri chiziqqa perpendikular va (5,4) nuqtadan $\sqrt{10}$ birlik masofada joylashgan to'g'ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin.

275. $5x-12y+46=0$ to'g'ri chiziqqa parallel va (1,1) nuqtadan 3 birlik masofada joylashgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

276. Ordinata o'qiga parallel va (3,5) nuqtadan 7 birlik masofada joylashgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

277. Burchak koeffitsienti $k=-\frac{1}{2}$ bo'lgan va koordinata boshidan $\sqrt{5}$ birlik masofada joylashgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

278. Koordinata boshidan o'tib (3,−2) nuqtadan 1 birlik masofada joylashgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

279.* (3,−1) nuqtadan o'tib, (2,−3) nuqtadan $\frac{9}{\sqrt{17}}$ birlik masofada joylashgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

280.* (1,1) , (2,3) nuqtalardan mos ravishda 2 va 4 birlik masofada joylashgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

281.* $x-7y=0$ to'g'ri chiziq bilan 45^0 burchak tashkil qilgan va (1,9) nuqtadan 5 birlik masofada joylashgan to'g'ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin. Shu to'g'ri chiziqlar hosil qilgan kvadratning uchlari topilsin.

282. Ordinata o'qi bilan tashkil qilgan burchaklarining tangensi ± 2 ga teng bo'lgan va koordinata boshidan $\frac{4}{\sqrt{5}}$ masofada joylashgan to'g'ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin.

283. $x+y-8=0$ to'g'ri chiziqda (2,8) nuqtadan va $x-3y+2=0$ to'g'ri chiziqdan teng uzoqlikda joylashgan nuqtalarni toping.

284. $x-2y=0$ to'g'ri chiziqda $2x+4y+1=0$ to'g'ri chiziqdan $\sqrt{5}$ birlik masofada joylashgan nuqtalar topilsin.

285. Abssissa o'qidan −3 va −7 ga teng kesmalar ajratadigan, orasidagi masofasi $\frac{4}{\sqrt{5}}$ ga teng bo'lgan parallel to'g'ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin.

286. Koordinata buchaklarining bissektrisalaridan va $(1,\sqrt{2})$ nuqtadan teng uzoqlikda joylashgan nuqtalar topilsin.

287. $3x+4y=0$ to'g'ri chiziqdan 2 birlik hamda $x+3y-1=0$ to'g'ri chiziqdan $\sqrt{10}$ birlik masofada joylashgan nuqtalar topilsin.

288. (1,1), (2,−3) nuqtalardan $\frac{8}{\sqrt{5}}$ masofada joylashgan va koordinatalar boshidan o'tadigan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

289. (4,1), (8,−3) nuqtalardan va $5x+12y=0$ to'g'ri chiziqdan teng uzoqlikda joylashgan nuqtani toping.

290.* $7x+y-2=0,\ 5x+5y-4=0,\ 2x-2y+5=0$ to'g'ri chiziqlar hosil qilgan uchburchakning ichida uning $7x+y-2=0,\ 5x+5y-4=0$ tomonlaridan teng uzoqlikda va uchinchi $2x-2y+5=0$ tomonidan $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ masofada joylashgan nuqtani toping.

291. Kvadratning simmetriya markazi (−1,0) nuqtada joylashgan: uning bir tomonining tenglamasi: $x+3y-5=0$ qolgan uchta tomonining tenglamalari tuzilsin.

292.* Rombning parallel tomonlarining tenglamalari $x+y-5\sqrt{2}=0,\quad x+y=0$ va uning qolgan ikki tomonida yotgan (3,5), (1,0) nuqtalar berilgan. Shu ikki tomon tenglamalari tuzilsin.

293.* Kvadratning ikki parallel tomonlari (2,1), (3,5) nuqtalar orqali, hamda qolgan ikkitasi (0,1), (−3,−1) nuqtalar orqali o'tadi. Kvadrat tomonlarining tenglamalari tuzilsin.

294.* $x+y-3=0,\ 7x-y+4=0$ to'g'ri chiziqlar tashkil qilgan burchaklardan (−1,5) nuqta tegishli bo'lgan burchak bissektrisasining tenglamasi tuzilsin.

295.* Teng yonli uchburchak yon tomonlarining tenglamalari $x+y-2=0,\ 7x-y+4=0$ va asosida yotgan (3,5) nuqta berilgan. Uchburchak asosining tenglamasi tuzilsin.

296.* Uchburchak tomonlarining tenglamalari berilgan: $3x-4y=0,\ 4x-3y=0,\quad 5x+12y-10=0$ uning ichki burchaklari bissektrisalarining tenglamalarini tuzing.

297. Koordinata o'qlari va $3x-4y-5=0$ to'g'ri chiziq bilan chegaralangan uchburchakka ichki chizilgan doiraning markazi topilsin.

298.* Tomonlari $x+y+12=0,\ 7x+y=0,\ 7x-y+28=0$ tenglamalar bilan berilgan uchburchakka ichki chizilgan doira markazini toping.

299.* $x-3y=0,\ 3x-y+5=0$ to'g'ri chiziqlar tashkil qilgan o'tkir burchak bissektrisasining tenglamasi tuzilsin..

300. Affin koordinatalar sistemasida $g_{11}=4, g_{12}=8, g_{22}=25$ bo'lsa, $10x+56y-37=0$ to'g'ri chiziq tenglamasi normal ko'rinishga keltirilsin.

301. Affin koordinatalar sistemasida $g_{11}=4, g_{12}=8, g_{22}=25$ bo'lsa, $M(2,1)$ nuqtadan $10x+56y-37=0$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa topilsin.

8 §. To'g'ri chiziqqa doir aralash masalalar

302. Ikkita $y=k_1x+b_1,\ y=k_2x+b_2$ to'g'ri chiziq berilgan. Bu to'g'ri chiziqlarning ordinata o'qlariga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar bilan kesishib ajratgan kesmalari o'rtalarining geometrik o'rni topilsin. Koordinatalar sistemasi affin.

303.* Uchburchakka ichki chizilgan va ikkita uchi uchburchak asosida, qolgan ikki uchi uchburchakning yon tomonlarida yotgan to'g'ri to'rtburchaklar diagonallari kesishgan nuqtalarining geometrik o'rni topilsin. Koordinatalar sistemasi affin.

304* To'rtburchakka ichki chizilgan tomonlari to'rtburchak diagonallariga parallel bo'lgan parallelogrammlar diagonallari kesishgan nuqtalarining geometrik o'rnini toping.

305.* Parallelogrammning uchta uchi berilgan uchta to'g'ri chiziq bo'ylab sirpanadi. Bu harakat davomida parallelogramm tomonlari berilgan yo'nalishlarga parallelligicha qoladi. Parallelogramm to'rtinchi uchining geometrik o'rni aniqlansin.

306.* Uchburchak ichida joylashgan va ikki tomonigacha masofalar yig'indisi uchinchi tomonigacha masofaga teng bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

307. $x+y-2=0,\ \ 5x+y-14=0$ to'g'ri chiziqlarda mos ravishda A,B nuqtalar olingan bo'lib, AB to'g'ri chiziqning burchak koeffitsienti 3 ga teng va AB kesmaning uzunligi $\sqrt{10}$ ga teng bo'lsa, A va B nuqtalarning koordinatalari topilsin.

308. (1,1) nuqtadan o'tib, bir–biri bilan tashkil qilgan burchagining tangensi $\frac{2}{11}$ teng bo'lgan va $x-y+1=0$ to'g'ri chiziqdan $2\sqrt{2}$ ga teng kesma ajratuvchi to'g'ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin.

309. Ikkita parallel $x-y+5=0,\ x-y-2=0$ to'g'ri chiziqlar orasidagi kesmasi 5 ga teng bo'lgan va (2,–1) nuqtadan o'tadigan to'g'ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin.

310. Ikkita parallel $x+y-3=0,\ \ x+y-10=0$ to'g'ri chiziqlar orasidagi kesmasi 5 ga teng bo'lgan va (2,5), (3,1) nuqtalardan bir xil uzoqlikdagi to'g'ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin.

311. Tomonlari: $2x+3y-13=0,\ \ x+2y-7=0,\ x+y-5=0$ tenglamalar bilan berilgan uchburchakning yuzi topilsin.

312.* (15,6) nuqtadan o'tuvchi va $5x-2y-5=0,\ 2x+5y-2=0$ to'g'ri chiziqlar bilan kesishish natijasida yuzi 29 ga teng uchburchak hosil qiluvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

313.* $x-3y=0$ to'g'ri chiziqqa parallel va $3x-2y-1=0,\ 4x-5y+1=0$ to'g'ri chiziqlar bilan birgalikda yuzi $\frac{7}{2}$ ga teng bo'lgan uchburchak hosil qiluvchi to'g'ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin.

314. $A(3,5),\ B(-1,-2)$ nuqtalar berilgan. ABC uchburchakning yuzi 1 ga teng bo'ladigan $7x-6y+1=0$ to'g'ri chiziqdagi C nuqtani toping.

315. $A(3,0),\ B(-1,-2),\ C(-3,1)$ va $D(7,2)$ nuqtalar berilgan. $5x-2y-95=0$ to'g'ri chiziqda, MAB va MCD uchburchaklar tengdosh (yuzlari teng) bo'ladigan M nuqtani toping .

316.* Uchburchakning (−2,3) uchi, bu uchiga qarama−qarshi tomonining burchak koeffitsienti $k=-\frac{1}{2}$ va uchburchakning yuzi 5 ga teng. Qolgan ikki uchi $x+4y-9=0,\ x+4y-21=0$ to'g'ri chiziqlarda yotishini bilgan holda ularning koordinatalari topilsin.

317.* Uchburchak medianalarining tenglamalari $4x+y-6=0,\ 2x+y-2=0,\ x-2=0$ va uning yuzi $S=3$ berilgan. Uchburchakning uchlari topilsin.

318.* Teng yonli uchburchakning (−7,2), (3,0) uchlaridagi burchaklari teng va yuzi 26 ga teng. Uchburchak tomonlarining tenglamalarini tuzing.

319.* Teng yonli uchburchakning (3,5) uchi, asosining tenglamasi: $x-2y+12=0$ berilgan. Uning yuzi 15 ga teng. Tomonlarining tenglamalari tuzilsin.

320.* Teng yonli uchburchakning teng tomonlariga tushirilgan balandliklarining tenglamalari: $7x+y=0,\ \ x-y=0$, uning yuzi esa 80 ga teng. Uchburchakning uchlarini toping.

321. Uchburchakning uchlari (0,7), (−2,3), uchinchi uchi $x-7=0$ to'g'ri chiziqda yotadi, yuzi 3 ga teng. Tomonlarining tenglamalarini tuzing.

322. Yangi affin koordinatalar sistemasining ordinata o'qi sifatida $x-y+2=0$ to'g'ri chiziq, abssissa o'qi sifatida $2x+y-4=0$ to'g'ri chiziq, yangi birlik nuqta deb (3,7) nuqta qabul qilinsa, affin koordinatalar sistemasining almashtirish formulalarini tuzing.

323. Yangi affin koordinatalar sistemasining o'qlari sifatida $2x-y+7=0\ \ (o',y'),\ \ x+y-4=0\ \ \ (o',x')$ to'g'ri chiziqlarni, yangi birlik nuqta sifatida esa eski koordinatalar sistemasining boshi qabul qilinsa, $x-y+6=0$ to'g'ri chiziqning yangi koordinatalar sistemasidagi tenglamasi qanday yoziladi?

324.* $P(-3,-5)$ nuqtadan o'tgan va $2x+3y-15=0,\ 4x-5y-12=0$ to'g'ri chiziqlar orasidagi kesmasi P nuqtada teng ikkiga bo'linadigan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing. Koordinatalar sistemasi affin.

325.* Uchburchak medianalarining kesishgan nuqtasi (0,2) va ikki tomonining tenglamalari: $5x-4y+15=0,\ 4x+y-9=0$ berilgan. Uchburchak uchlarining koordinatalarini va uchinchi tomonining tenglamasini toping. Koordinata sistemasi affin.

326.* Uchburchak ikki tomonining $2x-y=0,\ 5x-y=0$ tenglamalari va medianalaridan birining tenglamasi $3x-y=0$ berilgan, (3,9) nuqta uchinchi tomonda yotadi, shu tomon tenglamasini tuzing va uchburchak uchlarining koordinatalarini toping.

327.* Uchburchak medianalarining kesishgan nuqtasi koordinatalar boshida. Ikki tomonining tenglamalari: $x+y-4=0,\ 2x+y-1=0$ berilgan. Uchburchak uchlarini va uchinchi tomon tenglamasini toping. Koordinatalar sistemasi affin.

328.* Uchburchak medianalarining $4x+5y=0,\ x-3y=0$ tenglamalari va uning $(2,-5)$ uchi berilgan. Uchburchak tomonlarining tenglamalarini va uning uchlarini toping. Koordinatalar sistemasi affin.

329.* Uchburchak ikki tomonining $3x-2y+1=0,\ \ x-y+1=0$ tenglamalari va uning medianalaridan birining tenglamasi $2x-y-1=0$ berilgan. Uchinchi tomonining tenglamasi tuzilsin. Koordinatalar sistemasi affin.

330.* Uchburchak medianalarining tenglamalari $x+y-5=0\quad 2x+y-11=0$ va tomonlaridan birining tenglamasi $x-2y+7=0$ berilgan. Uchburchakning qolgan ikki tomonining tenglamalarini tuzing va uning uchlarini toping. Koordinatalar sistemasi affin.

331. Mos ravishda (0,4), (5,0) nuqtalardan o'tgan ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchaklardan birining bissektrisasi $2x-2y+1=0$ to'g'ri chiziq bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlarning tenglamalari tuzilsin.

332. Uchburchakning $A(2,-4)$ uchi va ikki burchagi bissektrisalarining tenglamalari $x+y-2=0,\ \ x-3y-6=0$ berilgan. Uchburchak tomonlarining tenglamalarini tuzing.

333.** Uchburchak ikki ichki burchaklari bissektrisalarining $x+4=0,\ \ 4x+7y+5=0$ tenglamalari va bu bissektrisalar chiqqan uchburchak uchlarini tutashtirgan tomoni $3x+4y=0$ tenglamasi berilgan. Uchburchak qolgan ikki tomonining tenglamalarini tuzing.

334.* Uchburchak tomonlarining $3x+y-3=0,\ \ 3x+4y=0$ tenglamalari va ichki burchaklaridan birining bissektrisasi $x-y+5=0$ tenglamasi berilgan. Uchinchi tomonining tenglamasini tuzing.

335. (2,3), (−1,4) nuqtalargacha bo'lgan masofalar yig'indisi 8 ga teng bo'ladigan $7x+3y-14=0$ to'g'ri chiziq nuqtalarini toping.

336. To'rtta $M_1(5,6), M_2(2,1), M_3(7,3), va\ M_4(3,11)$ nuqta berilgan. $M_1M_2\ va\ M_3M_4$ kesmalar to'g'ri burchak ostida ko'rinadigan nuqtalarni toping.

337.* Affin koordinatalar sistemasiga nisbatan uchburchakning tomonlari $A_kx+B_ky+C_k=0$ tenglamalar bilan berilgan $k=1,2,3$. Uchburchak medianalarining tenglamalarini tuzing.

338.* Uchburchak tomonlarining $A_kx+B_ky+C_k=0$ tenglamalari berilgan, $k=1,2,3$ balandliklarining tenglamalari tuzilsin.

339.* Uchburchakning tomonlari $2x+y-7=0\quad (AB),\quad 3x-4y-5=0\quad (BC),\quad 5x-3y-1=0\ \ (CA)$ tenglamalar bilan berilgan. A uchidagi ichki burchak bissektrisasining tenglamasi tuzilsin.

340. Uchburchak tomonlari $2x+y-7=0\quad (AB),\quad 3x-4y-5=0\quad (BC),\quad 5x-3y-1=0\ \ (CA)$ tenglamalar bilan berilgan. A uchidagi ichki burchagining kosinusini toping.

341.* Parallel to'g'ri chiziqlarning ikki jufti berilgan: Bu

$$Ax+By+C=0,\quad Ax+By+D=0\qquad (C\neq D)$$
$$A'x+B'y+C'=0,\quad A'x+B'y+D'=0\qquad (C'\neq D')$$

to'g'ri chiziqlar tashkil qilgan parallelogrammning yuzini hisoblang.

342.* Kesishuvchi va o'zaro perpendikular bo'lmagan $A_kx+B_ky+C_k=0\ (k=1,2)$ to'g'ri chiziqlar va $x=x_0+lt,\ \ y=y_0+mt$ to'g'ri chiziq berilgan. Qanday zaruriy va yetarli shartlarda oxirgi to'g'ri chiziqning oldingi ikkita to'g'ri chiziq orasidagi kesmasi bu to'g'ri chiziqlar hosil qilgan o'tkir burchakda yotadi?

343.* Dekart koordinatalar sistemasida koordinatalar boshidan o'tuvchi uchta $A_k x + B_k y = 0, \; k = 1,2,3$ to'g'ri chiziq berilgan. Uchinchi to'g'ri chiziqning birinchi ikkkita to'g'ri chiziq tashkil qilgan o'tkir burchakdan o'tishishning zaruriy va yetarli shartlari topilsin.

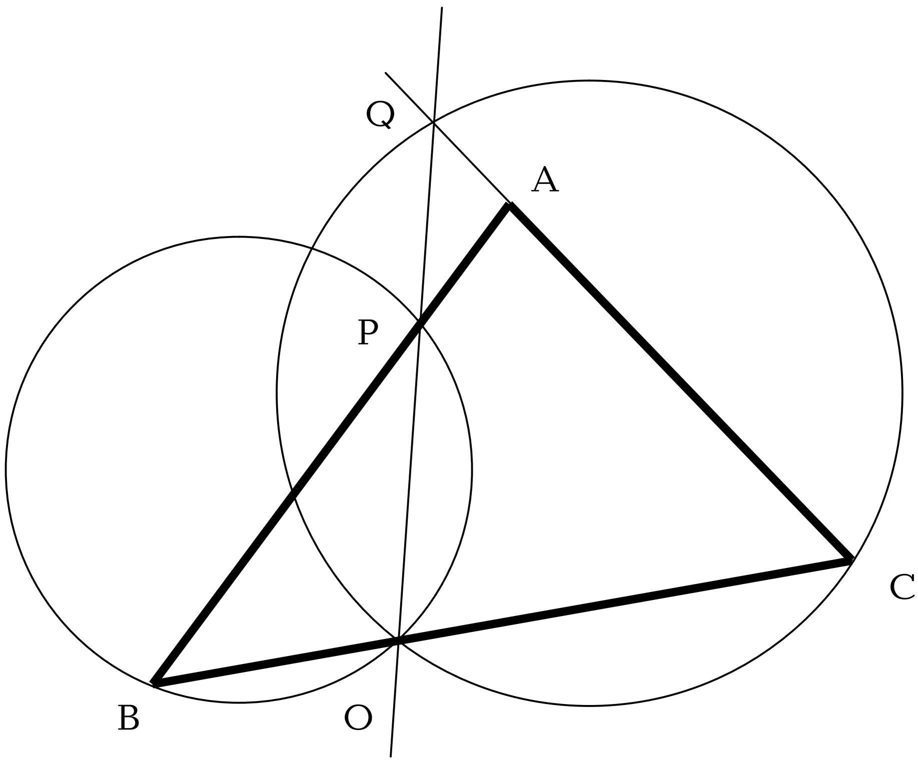
344.* Kesishuvchi ikkita AB, CD to'g'ri chiziqlar, ularda yotmaydigan P nuqta berilgan. P nuqtadan mos ravishda AB, CD to'g'ri chiziqlarni M, N nuqtalarda kesib o'tadigan PMN to'g'ri chiziq o'tkazilgan. P nuqtadan AB, CD to'g'ri chiziqlarni mos ravishda S va T nuqtalarda kesadigan ixtiyoriy to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. SN *va* MT to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi K ning geometrik o'rni topilsin.

345.* l to'g'ri chiziq ABC uchburchakning BC, CA, AB tomonlarini mos ravishda P, Q, R nuqtalarda kesib o'tadi. Bu tomonlar mos ravishda P, Q, R nuqtalar atrofida aylanadi. A, B uchlar esa p, q to'g'ri chiziqlar bo'ylab sirpanadi. Uchburchak uchinchi uchining geometrik o'rni topilsin.

346.* Tekislikda n ta nuqta olingan. l to'g'ri chiziq $M_1M_2, M_2M_3, \ldots, M_{n-1}M_n$ to'g'ri chiziqlarni mos ravishda $P_1, P_2, \ldots P_{n-1}$ nuqtalarda kesib o'tadi. $M_1M_2, M_2M_3, \ldots, M_{n-1}M_n$ to'g'ri chiziqlar mos ravishda $P_1, P_2, \ldots P_{n-1}$ nuqtalar atrofida aylanadi va $M_1, M_2, \ldots M_{n-1}$ nuqtalar to'g'ri chiziqlarni chizsa, M_n nuqta qanday chiziq chizadi?

347.* ABC uchburchakning BC tomonida B, C nuqtalar bilan ustma—ust tushmaydigan O nuqta olingan O nuqadan to'g'ri chiziqlar o'tkazilgan. Bu to'g'ri chiziqlardan birortasi AB, AC tomonlarni mos ravishda P, Q nuqtalarda kesib o'tsin. OBP, OQC uchburchaklarga tashqi chizilgan aylanalar kesishish nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

Izoh. Ma'lumki, **347−** masaladagi O nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq ABC uchburchakning AB, AC tomonlaridan bittasini kesib o'tadi, ikkinchisi bilan kesishgan nuqtasi sifatida esa shu tomonni o'z ichiga olgan to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtasi (14′ − chizmaga qarang) tushuniladi (*tarjimonlar)*.



14′ − chizma

IV BOB
GEOMETRIK O'RINLAR TENGLAMALARI

Bu bobda geometrik o'rinlarning dekart va qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamalarini hamda parametrik tenglamalarini tuzishga doir masalalar bilan shug'ullanamiz.

1−misol. Berilgan ikkita A, B nuqtagacha bo'lgan MA, MB masofalar nisbati berilgan $k \quad (k \neq 1)$ songa teng bo'lgan M nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

Yechish. Abssissalar o'qi sifatida AB to'g'ri chiziqni olib, tekislikda to'g'ri burchakli dekart koordinatalari sistemasini kiritamiz. Faraz qilaylik, tanlab olingan koordinatalar sistemasida A, B nuqtalarning abssissalari mos ravishda x_1, x_2 bo'lsin. Hozircha biz masala shartini qanoatlantiradigan birorta nuqta borligini bilmaymiz. Faraz qilaylik, bunday nuqtalar mavjud bo'lsin va bu nuqtalardan birini $M(x, y)$ deylik. U holda

$$MA = \sqrt{(x-x_1)^2 + y^2}, \quad MB = \sqrt{(x-x_1)^2 + y^2}$$

Shunga ko'ra

$$\frac{\sqrt{(x-x_1)^2 + y^2}}{\sqrt{(x-x_2)^2 + y^2}} = k \qquad (1)$$

hosil qilingan tenglamani bir necha bor almashtiramiz, unga boshqa ko'rinishlar beramiz. Bunda biz quyidagilarni nazarda tutishimiz lozim:

1) Almashtirishdan so'ng hosil bo'lgan tenglamaning yechimi oldingi tenglamaning ham yechimi bo'ladimi? Agar almashtirilgan tenglamaning har qanday yechimlari oldingi tenglama uchun ham yechimlar bo'lmasa, qanday qo'shimcha shartlar qo'yilganda almashtirilgan tenglama yechimlari qatoridan berilgan tenglama

yechimlari bo'lmaganlarini chiqarib tashlash mumkin. Odatda bu qo'shimcha shartlar tengsizliklar bilan ifodalanadi.

2) (1) tenglamaning har qanday yechimi almashtirilgan tenglama yechimi ekanligini tekshirish kerak. Agar bu hol yuz bermasa, almashtirish qonuniy emas, chunki hosil bo'lgan tenglamani qanoatlantirgan ba'zi nuqtalar berilgan tenglamani qanoatlantirmasligi mumkin.

Agar berilgan va hosil bo'lgan tenglamalar teng kuchli bo'lsa, 1) 2) shartlar bajarilgan bo'ladi.

(1) tenglamaning har ikkala tomonini kvadratga ko'taramiz:

$$\frac{(x-x_1)^2+y^2}{(x-x_2)^2+y^2}=k^2 \qquad (2)$$

(1),(2) tenglamalar teng kuchli: Haqiqatan ham (1) tenglamani qanoatlantirgan (x,y) sonlar (2) tenglani ham qanoatlantiradi.

Aksincha, agar x,y sonlar (2) tenglamani qanoatlantirsa, (2) tenglikda o'ng va chap tarafda manfiy bo'lmagan sonlar turganligi uchun (2) tenglikdan quyidagi kelib chiqadi:

$$\frac{\sqrt{(x-x_1)^2+y^2}}{\sqrt{(x-x_2)^2+y^2}}=\sqrt{k^2}=|k|=k$$

Keyinchalik (2) tenglamani quyidagi ko'rinishga keltiramiz.

$$(x-x_1)^2+y^2=k^2[(x-x_2)^2+y^2] \qquad (3)$$

(2) va (3) tenglamalar teng kuchlidir. Agar x,y sonlar (3) tenglamani qanoatlantirsa, u holda $(x-x_2)^2+y^2\neq 0$ Haqiqatan ham, agar $(x-x_2)^2+y^2\neq 0$ bo'lsa, bunda $x=x_2$ va $y=0$ kelib chiqadi. x,y sonlar (3) tenglikni qanoatlantirgani uchun $(x_1-x_2)^2=0$. Bu tenglik esa o'rinli emas, chunki A,B nuqtalar ustma–ust tushmaydi.

Shunday qilib x, y sonlar (3) tenglikni qanoatlantirsa, $(x-x_2)^2+y^2 \neq 0$, demak (3) tenglikdan (2) tenglik kelib chiqadi. (3) tenglikni almashtirib bir necha teng kuchli tenglamalarni hosil qilamiz:

$$x^2-2x_1x+x_1^2+y^2-k^2x^2-2k^2x_2x+k^2x_2^2+k^2y^2 \qquad (4)$$

$$(1-k^2)x^2+(1-k^2)y^2-2(x_1-k^2x_2)x+x_1^2-k^2x_2^2=0 \qquad (5)$$

$$x^2+y^2-2\frac{x_1-k^2x_2}{1-k^2}x+\frac{x_1^2-k^2x_2^2}{1-k^2}=0 \qquad (6)$$

$$\left(x-\frac{x_1-k^2x_2}{1-k^2}\right)^2+y^2+\frac{x_1^2-k^2x_2^2}{1-k^2}-\frac{(x_1-k^2x_2)^2}{(1-k^2)^2}=0 \qquad (7)$$

$$\left(x-\frac{x_1-k^2x_2}{1-k^2}\right)^2+y^2-\left[\frac{k(x_2-x_1)}{1-k^2}\right]^2=0 \qquad (8)$$

(1),(8) tenglamalar teng kuchli.

(8) tenglama markazi $C\left(\frac{x_1-k^2x_2}{1-k^2}, 0\right)$ nuqtada bo'lgan, radiusi $r=\frac{k|x_2-x_1|}{|1-k^2|}$ ga teng aylana tenglamasidir.

Shuning uchun masala shartini qanoatlantirgan nuqtalar to'plami aylanadir. Aylana markazi AB to'g'ri chiziqda yotadi, chunki C ning ordinatasi 0 ga teng va AB kesmani $-k^2$ (tashqi) nisbatda bo'ladi. $|x_2-x_1|$ son AB kesma uzunligi bo'lgani uchun aylana radiusini

$$r=\frac{kAB}{|1-k^2|}$$

ko'rinishda yozish mumkin.

2-misol. Shunday M nuqtalarning geometrik o'rnini topingki, ularning har biridan ABC uchburchakning A, B uchlarigacha bo'lgan masofalari kvadratlarining yig'indisi uchinchi uchigacha bo'lgan masofaning kvadratiga teng bo'lsin.

Yechish. Tekislikda to'g'ri burchakli biror dekart koordinatalar sistemasini olaylik va $(x_1,y_1),(x_2,y_2),(x_3,y_3)$ sonlar mos ravishda A,B,C nuqtalarning koordinatalari bo'lsin. Faraz qilaylik, masala shartini qanoatlantiradigan hech bo'lmasa bitta $M(x,y)$ nuqta mavjud bo'lsin. Demak,

$$MA^2+MB^2=MC^2$$

tenglik bajariladi.

Bundan,

$$(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(x-x_2)^2+(y-y_2)^2=(x-x_3)^2+(y-y_3)^2$$

yoki

$$x^2+y^2-2(x_1+x_2-x_3)x+2(y_1+y_2-y_3)y+x_1^{\,2}+y_1^{\,2}+x_2^{\,2}+y_2^{\,2}-x_3^{\,2}-y_3^{\,2}=0$$

yoki

$$[x-(x_1+x_2-x_3)]^2+[y-(y_1+y_2-y_3)]^2+x_1^{\,2}+y_1^{\,2}+x_2^{\,2}+$$
$$+y_2^{\,2}-x_3^{\,2}-y_3^{\,2}-(x_1+x_2-x_3)^2-(y_1+y_2-y_3)^2=0$$

yoki

$$[x-(x_1+x_2-x_3)]^2+[y-(y_1+y_2-y_3)]^2=[(x_3-x_2)^2+(y_3-y_2)^2]+$$
$$[(x_3-x_1)^2+(y_3-y_1)^2]-[(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2]$$

koordinatalari $x_0=x_1+x_2-x_3,\ y_0=y_1+y_2-y_3$ bo'lgan D nuqtani qaraylik, shunda oxirgi tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=BC^2+CA^2-AB^2$$

Agar $BC^2+CA^2>AB^2$ bo'lsa, ya'ni C burchak o'tkir bo'lsa, u holda bu tenglama

$$r=\sqrt{BC^2+CA^2-AB^2}$$

radiusli aylana tenglamasidir. Ammo

$$\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{x_0+x_3}{2},\quad \frac{y_1+y_2}{2}=\frac{y_0+y_3}{2}$$

bo'lgani uchun CD, AB kesmalarning o'rtalari ustma–ust tushadi, ya'ni aylananing markazi parallelogrammning D uchiga qarama–qarshi uchidan iborat, va bu parallelogrammning qolgan ikkita qarama–qarshi uchlari bo'lsa, bundan $x = x_0, y = y_0$ ya'ni bu holda C burchak to'g'ri burchak bo'lib, nuqtalarning geometrik o'rni bitta $D(x_0, y_0)$ nuqtadan iborat.

Nihoyat, $BC^2 + CA^2 < AB^2$ holda

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = BC^2 + CA^2 - AB^2$$

tenglamani hech qanday haqiqiy sonlar jufti qanoatlantirmaydi, ya'ni tekislikda masala shartini qanoatlantiradigan bitta ham nuqta mavjud emas.

3–misol. ABC uchburchakning BC, CA tomonlarigacha bo'lgan masofalarning yig'indisi uchinchi AB tomongacha bo'lgan masofaga teng bo'lgan M nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

Yechish. Tekislikda to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasini olamiz. Bu sistemada uchburchakning BC, CA, AB tomonlarining normal tenglamalari mos ravishda

$$\begin{aligned} A_1x + B_1y + C_1 &= 0, \\ A_2x + B_2y + C_2 &= 0, \\ A_3x + B_3y + C_3 &= 0, \end{aligned}$$

ko'rinishda bo'lsin ($A_1^2 + B_1^2 = 1, A_2^2 + B_2^2 = 1, A_3^2 + B_3^2 = 1$ shu bilan birga bu tenglamalar shunday normallashtirilganki, uchburchakning ichki nuqtalari uchun tenglamalarning chap tomonlari musbat bo'lsin). Faraz qilaylik, $M(x, y)$ nuqta masala shartini qanoatlantiruvchi nuqta bo'lsin va D, E, F esa M nuqtadan BC, CA, AB tomonlarga tushirilgan perpendikular asoslari. U holda $MD + ME = MF$ bundan,

$$|A_1x + B_1y + C_1| + |A_2x + B_2y + C_2| = |A_3x + B_3y + C_3|$$

yoki

$$|A_1x+B_1y+C_1|+|A_2x+B_2y+C_2|-|A_3x+B_3y+C_3|=0 \qquad (1)$$

(bu yerda $A_1^2+B_1^2=1, A_2^2+B_2^2=1, A_3^2+B_3^2=1$ shartlar bajarilgan va shu bilan birga tenglamalar shunday normallashtiriladiki, uchburchak ichidagi barcha nuqtalar koordinatalari uchun tenglama chap tomonlari musbat bo'lsin).

$$\begin{aligned} &A_1x+B_1y+C_1>0,\\ &A_2x+B_2y+C_2>0, \qquad (2)\\ &A_3x+B_3y+C_3>0. \end{aligned}$$

Shuning uchun, uchburchak ichida masala shartini qanoatlantirgan nuqtalar mavjud bo'lsa, bu nuqtalarning koordinatalari quyidagi tenglamalarni qanoatlantirishi kerak:

$$(A_1x+B_1y+C_1)+(A_2x+B_2y+C_2)-(A_3x+B_3y+C_3)=0$$

yoki

$$(A_1+A_2-A_3)x+(B_1+B_2-B_3)y+C_1+C_2-C_3=0 \qquad (3)$$

Bu tenglamaning chiziqli ekanligini, ya'ni $A_1+A_2-A_3$ *va* $B_1+B_2-B_3$ sonlar bir vaqtda 0 ga teng emasligini ko'rsatamiz.

Aksincha, faraz qilaylik: $A_3=A_1+A_2 \quad B_3=B_1+B_2$ quyidagi determinantlarni ko'raylik:

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} A_3 & B_3 \\ A_1 & B_1 \end{vmatrix}$$

(2) tengsizliklarga asosan bu determinantlar bir xil ishorali(III bob, 5,6—misollarga qarang):

Lekin

$$\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_1+A_2 & B_1+B_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_1 & B_1 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix},$$

Bu esa ziddiyatdir. Shu munosabatlar (3) tenglamani to'g'ri chiziqni ifodalab berishdan dalolat beradi. Demak, uchburchak ichida masala shartini qanoatlantirgan nuqtalar mavjud bo'lsa, ular (3) to'g'ri chiziqda yotadi.

ABC uchburchakning A uchidagi bissektrisasi BC tomonni P nuqtada kesib o'tsin. P nuqtaning koordinatalari quyidagi $A_1x+B_1y+C_1=0, A_2x+B_2y+C_2=A_3x+B_3y+C_3$ tenglamalarni qanotlantiradi.

Demak, P nuqtaning koordinatalari

$$\left(A_1x+B_1y+C_1\right)+\left(A_2x+B_2y+C_2\right)-\left(A_1x+B_1y+C_1\right)=0$$

tenglamani, ya'ni (3) tenglamani qanoatlantiradi. Xuddi shunga o'xshash uchburchakning B uchidan chiqqan bissektrisaning AC tomon bilan kesishgan Q nuqtasi ham (3) to'g'ri chiziqda yotadi. Shu sababli (3) tenglama P,Q nuqtalardan o'tgan to'g'ri chiziq tenglamasidir.

PQ kesmaning hamma nuqtalari berilgan kesmaning geometrik o'rniga tegishlidir.

AB, AC tomonlarni B,C nuqtalar tomonga davom ettirib, bu nurlar va BC kesma bilan chegaralangan sohani ko'raylik. Bu sohadagi barcha nuqtalar uchun

$$\begin{aligned}&A_1x+B_1y+C_1<0,\\&A_2x+B_2y+C_2>0,\\&A_3x+B_3y+C_3>0\end{aligned}$$

tengsizliklar o'rinli. Shuning uchun bu sohada masala shartini qanoatlantiradigan nuqtalar mavjud bo'lsa, bu nuqtalarning koordinatalari quyidagi tenglamani qanoatlantiradi

$$-(A_1x+B_1y+C_1)+(A_2x+B_2y+C_2)-(A_3x+B_3y+C_3)=0 \qquad (4)$$

yoki

$$(-A_1+A_2-A_3)x+(-B_1+B_2-B_3)y-C_1+C_2-C_3=0$$

bu yerdagi $-A_1+A_2-A_3$ *va* $-B_1+B_2-B_3$ sonlar bir vaqtda 0 ga teng emasligini ko'rsataylik.

Teskarisini faraz qilaylik: $A_2=A_3+A_1$ *va* $B_2=B_1+B_3$ tenglamalar o'rinli bo'lsin. Bu holda

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_1+A_3 & B_1+B_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} A_3 & B_3 \\ A_1 & B_1 \end{vmatrix},$$

vaholanki,

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}, \ \begin{vmatrix} A_3 & B_3 \\ A_1 & B_1 \end{vmatrix}$$

determinantlar bir xil ishoraga ega bo'lishi kerak edi.

Shunday qilib, (4) tenglama to'g'ri chiziqni aniqlaydi. Bu to'g'ri chiziq esa quyidagi

$$A_3x+B_3y+C_3=A_2x+B_2y+C_2,\ A_1x+B_1y+C_1=0$$

to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtalaridan o'tadi, ya'ni P nuqtadan va ayni vaqtda

$$A_3x+B_3y+C_3=A_2x+B_2y+C_2,\ A_1x+B_1y+C_1=0$$

to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan, ya'ni ABC uchburchakning C uchidagi bissektrisasining AB tomon bilan kesishish nuqtasi R orqali o'tadi. Shunday qilib, ko'rilgan sohada izlanayotgan geometrik o'ringa P nuqta bilan chegaralangan P nurda yotuvchi nuqtalar tegishli; bu nur esa, P dan nari tomoniga davom ettirishdan hosil bo'ladi.

A nuqtadan chiqib, BA, CA nurlar bilan chegaralangan sohani ko'raylik. Bu sohadagi nuqtalar uchun

$$\begin{aligned} A_1x+B_1y+C_1&>0,\\ A_2x+B_2y+C_2&<0,\\ A_3x+B_3y+C_3&<0 \end{aligned}$$

shuning uchun bu sohada geometrik o'ringa tegishli nuqtalar bo'lsa, bu nuqtalarning koordinatalari quyidagi shartni qanoatlantirishi kerak:

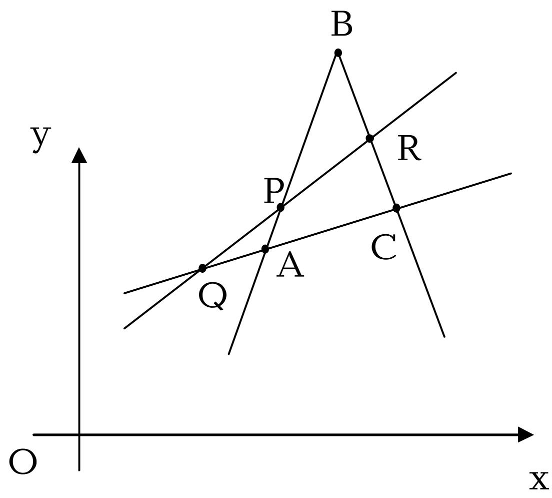
$$\left(A_1x+B_1y+C_1\right)-\left(A_2x+B_2y+C_2\right)+\left(A_3x+B_3y+C_3\right)=0 \qquad (5)$$

yoki

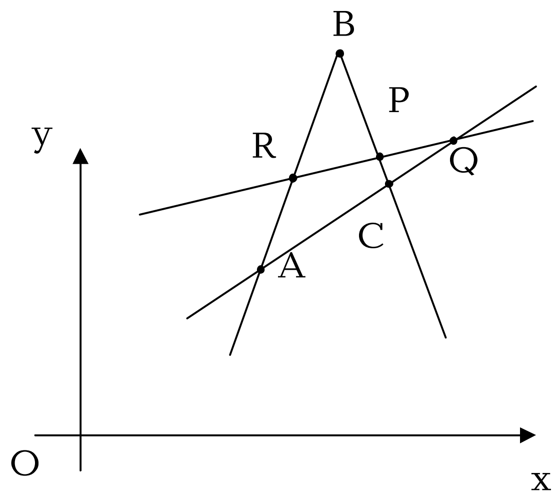
$$(A_1-A_2+A_3)x+(B_1-B_2+B_3)y+C_1-C_2+C_3=0 \qquad (5')$$

$A_1-A_2+A_3, B_1-B_2+B_3$ sonlar bir vaqtda 0 ga aylanmaydi. Shuning uchun (5), (5') tenglamalar to'g'ri chiziq tenglamasidir. Bu to'g'ri chiziq ikkita $A_1x+B_1y+C_1=A_2x+B_2y+C_2,$ $A_3x+B_3y+C_3=0$ to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasi, ya'ni R nuqtasidan o'tadi va $A_2x+B_2y+C_2=A_3x+B_3y+C_3,$ to'g'ri chiziq bilan $A_1x+B_1y+C_1=0$ to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasi, ya'ni P nuqtadan o'tadi.

Shuning uchun (5) tenglama PR to'g'ri chiziq tenglamasidir. Agar bu to'g'ri chiziqda sohaga tegishli nuqtalar mavjud bo'lsa, to'g'ri chiziqdagi barcha nuqtalar izlangan



15 – chizma



16 – chizma

geometrik o'ringa tegishli bo'ladi(15 – chizma).

Agarda to'g'ri chiziqda sohaga tegishli nuqtalar mavjud bo'lmasa, chiziqning hech bir nuqtasi geometrik o'ringa tegishli emasdir (16 – chizma).

Xuddi shunga o'xshash AC tomon bilan chegaralangan va BA, BC tomonlarning davomi orasidagi sohani ko'rib, izlangan geometrik o'ringa RQ to'g'ri chiziqning shu sohaga tegishli qismi qanoatlantirishini ko'ramiz.

Nihoyat, B nuqtadan chiqqan nurlar va AB, CB tomonlarning B nuqtadan narigi davomi bilan chegaralangan sohani ko'rib, izlangan geometrik o'ringa shu sohaga tegishli bo'lgan RQ to'g'ri chiziq bo'lagi tegishli ekanligini ko'ramiz(bunday nuqtalarning mavjud bo'lishi ham bo'lmasligi ham mumkin).

AB tomon bilan va CA, CB tomonlarning A, B nuqtalardan narigi davomlari bilan chegaralangan sohani qarasak, bu sohada:

$$\begin{gathered}A_1x + B_1y + C_1 > 0,\\ A_2x + B_2y + C_2 > 0,\\ A_3x + B_3y + C_3 < 0.\end{gathered}$$

Shuning uchun bu sohada izlanayotgan geometrik o'ringa tegishli nuqtalar mavjud bo'lsa, ularning koordinatalari quyidagi tenglamani qanoatlantiradi:

$$\left(A_1x + B_1y + C_1\right) + \left(A_2x + B_2y + C_2\right) + \left(A_3x + B_3y + C_3\right) = 0 \tag{6}$$

yoki

$$(A_1 + A_2 + A_3)x + (B_1 + B_2 + B_3)y + C_1 + C_2 + C_3 = 0 \tag{6'}$$

C nuqtadan chiqqan nurlar orasidagi soha AC, BC tomonlarning C nuqtadan nariga davom ettirishdan hosil qilingan bo'lsa, quyidagi tengsizliklar o'rinli:

$$\begin{gathered}A_1x + B_1y + C_1 < 0,\\ A_2x + B_2y + C_2 < 0,\\ A_3x + B_3y + C_3 > 0.\end{gathered}$$

Binobarin, bu sohada geometrik o'ringa tegishli nuqtalar mavjud bo'lsa, bu nuqtalarning koordinatalari

$-(A_1x+B_1y+C_1)-(A_2x+B_2y+C_2)-(A_3x+B_3y+C_3)=0$ tenglamani qanoatlantiradi, bu esa avvalgi (6) tenglamadir. Lekin, (6') tenglamada $A_1+A_2+A_3, B_1+B_2+B_3$ sonlar bir vaqtda nolga teng bo'lmasa, (6')tenglama to'g'ri chiziqni ifodalaydi. Bu to'g'ri chiziq PQ, AB to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi R' orqali o'tadi. Haqiqatan ham, PQ to'g'ri chiziqning tenglamasi:

$$(A_1x+B_1y+C_1)+(A_2x+B_2y+C_2)-(A_3x+B_3y+C_3)=0$$

bilan AB to'g'ri chiziqning umumiy nuqtasi mavjud bo'lgan holda $A_3x+B_3y+C_3=0$ tenglamadan quyidagi tenglik hosil qilinadi: $(A_1x+B_1y+C_1)+(A_2x+B_2y+C_2)+(A_3x+B_3y+C_3)=0$. Xuddi shunga o'xshash (6') to'g'ri chiziq AC, RP to'g'ri chiziqlarning kesishgan nuqtasi mavjud bo'lgan taqdirdagina, kesishish nuqtasi Q' orqali o'tishi isbot qilinadi. Izlanayotgan geometrik o'ringa $P'Q'R'$ to'g'ri chiziq har ikkala sohadagi barcha nuqtalari tegishli bo'ladi.

(6) tenglamada $A_1+A_2+A_3=0, B_1+B_2+B_3=0$ bo'lsa, $C_1-C_2+C_3\neq 0$ chunki aks holda $A_1x+B_1y+C_1=0$, $A_2x+B_2y+C_2=0$, $A_3x+B_3y+C_3=0$ to'g'ri chiziqlar bitta nuqtadan o'tar edi. Bu holda (6') tenglamani x, y sonlarning hech qanday juftligi qanoatlantirmaydi, ya'ni oxirgi ikki sohada geometrik o'ringa tegishli nuqtalar yo'q. Bu esa faqat teng tomonli uchburchak bilan ish ko'rgan holda yuz beradi[1].

---

[1] *Haqiqatan,* $n_1=\{A_1,B_1\}, n_2=\{A_2,B_2\}, n_3=\{A_3,B_3\}$, *deb faraz qilsak, bu holda* $n_1+n_2+n_3=0$ *ammo* n_1, n_2, n_3 *vektorlar—* ABC *uchburchak tomonlariga perpendikular bo'lgan birlik vektorlardir, shu sababli* ABC *uchburchakning hamma burchaklari* 60^0 *ga teng.*

Shunday qilib, izlanayotgan geometrik o'rin yuqorida ko'rsatilgan to'rtta $PQ, QP', P'Q', Q'P$ to'g'ri chiziqlarning bo'laklaridan iborat.

4–misol. Berilgan ikki $F_1(-c,0), F_2(c,0)$ nuqtalargacha masofalarning yig'indisi berilgan $2a$ dan iborat songa teng bo'lgan $M(x,y)$ nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

Yechish. Masala shartiga ko'ra,

$$MF_1 + MF_2 = 2a$$
$$MF_1 = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}, MF_2 = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Shuning uchun izlanayotgan tenglama ushbu ko'rinishga ega:

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a \qquad (1)$$

bu tenglamani quyidagicha yozib olamiz:

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} \qquad (2)$$

(1),(2) tenglamalar teng kuchli. (2) tenglamani kvadratga ko'tarsak,

$$(x+c)^2 + y^2 = \left(2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}\right)^2 \qquad (3)$$

(2) va (3) tenglamlar teng kuchli. Haqiqatan ham, (2) o'rinli bo'lsa, (3) ham o'rinli. Aksincha, agar (3) o'rinli bo'lsa, u holda

$$(x+c)^2 + y^2 - \left(2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}\right)^2 = 0$$

yoki

$$\left(\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - 2a + \sqrt{(x-c)^2 + y^2}\right)\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 0.$$

x, y ning har bir haqiqiy qiymatlarida ushbu

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - 2a + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} \neq 0$$

tengsizlikning o'rinli ekanligini ko'rsatamiz. Haqiqatan ham, x, y ba'zi bir haqiqiy qiymatlarida

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$$

teng bo'lsin deb faraz qilaylik. Koordinatalari (x,y) bo'lgan M nuqtani ko'raylik, u holda bu tenglik quyidagicha yoziladi $MF_2 - MF_1 = 2a$.

Lekin, $MF_2 - MF_1 < 2c$ (chunki uchburchakning ikki tomoni ayirmasi uchinchi tomondan kichik). Bundan $2c > 2a$ bu esa masalada berilgan shartga zid.

Shunday qilib,

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} + 2a \neq 0.$$

Demak,

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - 2a + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 0$$

bu esa (2) tenglamaning o'zidir.

(3)tenglamani soddalashtirib unga teng kuchli bo'lgan quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$a^2 - cx = a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} \qquad (4)$$

Ikkala tomonini kvadratga ko'tarsak,

$$(a^2 - cx)^2 = a^2(x-c)^2 + y^2 \qquad (5)$$

yoki

$$(a^2 - c^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2) \qquad (6)$$

yoki

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1 \qquad (7)$$

(5),(6),(7) tenglamalar bir—biriga teng kuchli. Endi (4),(5) tenglamalar teng kuchliligini ko'rsatamiz.

Agar (4) tenglik o'rinli bo'lsa, (5) ham o'rinli. Aksincha, agar bir juft (x, y) son (5) tenglikni qanoatlantirsa, bu sonlar jufti (7) tenglamani ham qanoatlantiradi, bundan esa $|x| \le a$ kelib chiqadi. ($|x| > a$ bo'lgan holda (7) ning chap tomoni birdan katta bo'lar edi), va $c < a$ ligidan $a^2 > cx$, ya'ni

$$a^2 - cx > 0$$

Shuning uchun (5) tenglikdan:

$$a^2 - cx = a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}\ .$$

Shunday qilib (5) tenglamani qanoatlantirgan bir juft x, y son (4) tenglamani ham qanoatlantiradi.

Demak, (1),(7) tenglamalarning teng kuchli ekanligini ko'rsatdik. Endi $a^2 - c^2 = b^2$ desak, (7) tenglama quyidagicha yoziladi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Masala shartini qanoatlantirgan chiziq yoki yuqoridagi tenglama bilan aniqlanadigan chiziq ellips deb ataladi. F_1, F_2 nuqtalar ellipsning fokuslari, a,b sonlar— ellipsning yarim o'qlari, O nuqta esa ellipsning markazi deb ataladi.

5–misol. Diametri d ga teng aylanada yotgan O nuqta atrofida nur aylanadi. Nurni o'z ichiga olgan to'g'ri chiziq aylanani o'zgaruvchan P nuqtada kesib o'tadi. OP kesmada P nuqtadan boshlab nur yo'nalishida $PM = b$ kesma qo'yiladi. Nurning O nuqta atrofida aylanishida M nuqta chizib bergan chiziq tenglamasi tuzilsin (bu chiziq Paskal chig'anog'i deb ataladi).

Yechish. O nuqtani qutb deb, OA diametrni qutb o'qi deb olib, M nuqtaning koordinatalarini ρ, φ deylik. φ deb OA qutb o'qidan aylana borgan nurgacha bo'lgan qutb burchagi olinadi. M nuqtaga mos kelgan P nuqtaning umumlashgan qutb koordinatalarini (ρ, φ) deb olamiz. M, P nuqtalarning qutb burchagi bir xil bo'ladi.

U holda $\rho' = a\cos\varphi$ va istalgan φ uchun $\rho = a\cos\varphi + b$ bo'ladi.

Bu esa izlangan chiziqning qutb sistemasidagi tenglamasidir.

Bu yerda 3 hol yuz berishi mumkin:

1) $b < a$ 2) $b = a$ 3) $b > a$

Birinchi va ikkinchi holda chiziq qutb orqali o'tadi, chunki $\rho = 0$ dan $\cos\varphi = -\frac{b}{a}$ $\left|-\frac{b}{a}\right| = \frac{b}{a} =\leq 1$.

Uchinchi holda chiziq qutbdan o'tmaydi, chunki $\rho = 0$ tenglik hech qanday φ uchun o'rinli emas (chunki $b > a$). Paskal chig'anog'ining dekart sistemasidagi tenglamasini topamiz. Dekart koordinatalar sistemasining boshi deb O nuqtani, abssissa o'qi deb OA qutb o'qini, abssissa o'qining musbat yo'nalishi qutb o'qining yo'nalishi bilan bir xil bo'lsin. Paskal chig'anog'ining tenglamasini hosil qilingan

$$\rho = a\cos\varphi + b \qquad (1)$$

ko'rinishda olsak, chiziqdagi qutbdan farqli hamma nuqtalar uchun

$$\rho = \pm\sqrt{x^2 + y^2}, \qquad \cos\varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\pm\sqrt{x^2 + y^2}}$$

(1) tenglama $\rho = \frac{ax}{\rho} + b$ ko'rinishni qabul qiladi. Chiziqdagi qutbdan boshqa barcha nuqtalarning koordinatalari bu tenglamani qanoatlantiradi (agar qutb chiziqqa tegishli bo'lsa).

Oxirgi tenglamani ikkala tomonini ρ ga ko'paytirsak, $\rho^2 = ax + b\rho$ hosil qilamiz. Bu tenglamani chiziqda yotuvchi barcha nuqtalarning koordinatalari qanoatlantiradi (koordinatalar boshi chiziqqa tegishli bo'lmasa ham). Oxirgi tenglamani quyidagicha yozib olish mumkin

$$x^2 + y^2 = ax + b\rho$$

yoki

$$x^2 + y^2 - ax = b\rho. \qquad (2)$$

(2) tenglikning ikkala tomonini kvadratga ko'tarsak:

$$(x^2 + y^2 - ax)^2 = b^2(x^2 + y^2). \qquad (3)$$

Endi dekart sistemasida (3) tenglama qaysi chiziqni ifodalasa, qutb sistemasida yozilgan (1) tenglama ham shu chiziqni ifodalashini ko'rsatamiz.

Haqiqatan ham, M nuqtaning qutb koordinatalari (1) tenglamani qanoatlantirsa, shu nuqtaning dekart koordinatalari (3) tenglamani qanoatlantiradi.

Aksincha, koordinatalar boshi bilan ustma—ust tushmagan $M(x,y)$ nuqta (3) tenglama bilan ifodalangan chiziqda yotsa, u (1) tenglama bilan ifodalangan chiziqda ham yotadi. Haqiqatan ham, $M(x,y)$ nuqta (3) tenglamani qanoatlantirgan chiziqda yotsa, uning koordinatalari (3) tenglamani qanoatlantiradi. Bu yerdan $(x^2+y^2-ax)^2=b^2\rho^2$ kelib chiqadi.

Bundan esa

$$x^2+y^2-ax=\pm b\rho$$

yoki

$$\rho^2-a\rho\cos\varphi=\pm b\rho$$

ammo M nuqta koordinatalar boshi bilan ustma—ust tushmagani sababli, $\rho\neq 0$ va ρ ga bo'lish natijasida

$$\rho=a\cos\varphi\pm b$$

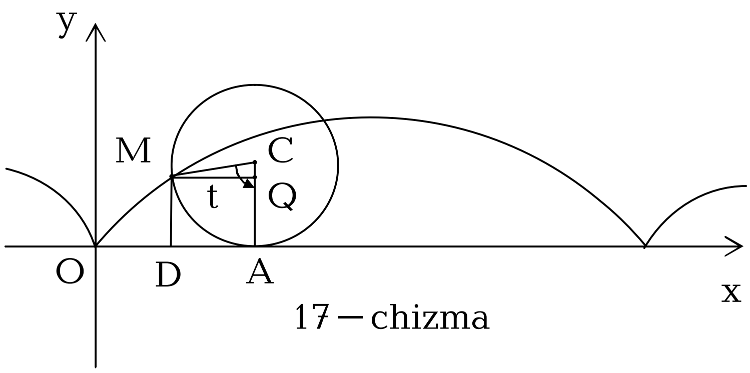
hosil qilamiz.

Agar $\rho=a\cos\varphi+b$ bo'lsa, M nuqta (1) chiziqda yotadi, agar $\rho=a\cos\varphi-b$ bo'lsa $-\rho=a\cos(\varphi+\pi)+b$. Bu holda qutb koordinatalari $(a\cos\varphi-b,\varphi)$ bo'lgan nuqta koordinatalari $(-a\cos(\varphi+\pi)-b,\varphi+\pi)$ bo'lgan nuqta bilan ustma—ust tushadi. Shunday qilib, Paskal chig'anog'ining dekart koordinatalaridagi tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$(x^2+y^2-ax)^2=b^2(x^2+y^2)$$

6–misol. Ox o'qi bo'ylab a radiusli aylana sirpanmasdan harakatlanadi. Aylananing boshlang'ich momentda koordinatalar boshida yotgan M nuqtasi chizib bergan chizig'ining parametrik tenglamalari tuzilsin. Parametr sifatida aylananing Ox o'qiga urinish A nuqtasiga borgan CA radius bilan M nuqtaga borgan CM radius orasidagi burchak olinsin. Hosil bo'ladigan chiziq sikloida deb ataladi.

Yechish. $OACM$ siniq chiziqni ko'raylik (17–chizma).



17–chizma

Bu siniq chiziqni Ox o'qiga proeksiyalaymiz:

$$pr_{ox}OM = pr_{ox}OACM = pr_{ox}OA + pr_{ox}AC + pr_{ox}CM$$

$$pr_{ox}OM = x,\quad pr_{ox}AC = 0,\quad pr_{ox}OA = OA = \overset{\cup}{AM} = at$$

(chunki aylana sirpanmasdan harakatlanyapti).

CM dan CA gacha bo'lgan burchak t bo'lgani uchun, Ox dan CM gacha bo'lgan burchak $\frac{\pi}{2}+(\pi-t)$ ga teng; u holda

$$pr_{ox}CM = a\cos(\frac{3}{2}\pi - t) = -a\sin t\ .$$

Shunday qilib,

$$x = a(t - \sin t)$$

hosil bo'ladi.

Xuddi shuningdek, $OACM$ siniq chiziqni Oy o'qiga proeksiyalasak:

$$pr_{oy}OM = pr_{oy}OACM = pr_{oy}OA + pr_{oy}AC + pr_{oy}CM\ .$$

Bundan $pr_{oy}OM = y$, $pr_{oy}AC = a$, $pr_{oy}OA = 0$. Ox dan CM gacha burchak

$\frac{3}{2}\pi - t$ ga teng bo'lgani uchun, Oy dan CM gacha burchak

$\frac{3}{2}\pi - t - \frac{\pi}{2} = \pi - t$ ga teng.

Demak,

$$pr_{oy} = CM = a\cos(\pi - t) = -a\cos t.$$

Shunday qilib: $y = a(1 - \cos t)$

Demak, sikloidaning parametrik tenglamalari quyidagicha: $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$. Bu yerda, t parametr barcha haqiqiy qiymatlarni qabul qiladi.

348. Berilgan ikki nuqtagacha masofalari kvadratlari yig'indisi o'zgarmas songa teng bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

349. Berilgan ikki nuqtagacha masofalari kvadratlari ayirmasi o'zgarmas songa teng bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

350. $A(4,0)$ nuqtagacha masofasi $B(1,0)$ nuqtagacha masofadan ikki marta katta bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin

351.* Katetlari a,b ga teng to'g'ri burchakli uchburchak harakat qilganda uning o'tkir burchakli uchlari o'zaro perpendikular to'g'ri chiziqlar bo'yicha sirpanadi. Bu harakat natijasida uchburchak to'g'ri burchagining uchi chizadigan chiziq tenglamasi tuzilsin.

352. Umumiy dekart koordinatalar sistemasini Ox, Oy o'qlarida A, B nuqtalar berilgan. AB to'g'ri chiziqda yotgan $P(x_0, y_0)$ nuqtadan Ox, Oy o'qni C, D nuqtalarda kesib o'tadigan ixtiyoriy kesuvchi o'tkaziladi. M nuqta CB, AD to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi bo'lsin. Kesuvchi to'g'ri chiziq P nuqta atrofida aylanganda M nuqta chizgan chiziq tenglamasi tuzilsin.

353. Berilgan uchta nuqtagacha bo'lgan masofalar kvadratlarining yig'indisi o'zgarmas bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

354. To'g'ri to'rtburchak tomonlarigacha masofalari kvadratlarining yig'indisi o'zgarmas bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin; bu to'rtburchakning uchlaridan biri geometrik o'ringa tegishli deb faraz qilinadi.

355.* Ikkita aylana berilgan. Bu aylanalarga o'tkazilgan urinmalar uzunliklari bir xil bo'ladigan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

356. Markazi koordinatalar boshida, radiusi r ga teng aylana va unda yotmaydigan $A(a,0)$ nuqta berilgan. Har biridan A nuqtagacha bo'lgan masofa shu nuqtalardan aylanaga o'tkazilgan urinma uzunligiga teng bo'ladigan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

357. l to'g'ri chiziq va unda yotmaydigan O nuqta berilgan, P nuqta l to'g'ri chiziqdagi o'zgaruvchan nuqta. OP nurda $OP:OM=k$ shartni qanoatlantiruvchi M nuqtalarning geometrik o'rni topilsin. Bu yerda $k-$ berilgan son.

358.* Berilgan ikki $F_1(-c,0), F_2(c,0)$ nuqtalargacha masofalarning ayirmasi o'zgarmas $2a$ ga teng bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin $(a<c)$. Bu nuqtalarning geometrik o'rni giperbola deb, F_1, F_2 nuqtalar esa giperbolaning fokuslari deb ataladi.

359.* Tekislikda F nuqta va undan o'tmaydigan m to'g'ri chiziq berilgan. F nuqtagacha bo'lgan masofa m to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofaga teng bo'ladigan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin. Bu geometrik o'rin parabola deyiladi. $F-$ fokus, $m-$ direktrisa deb ataladi.

360. $F(3{,}0)$ nuqta, Oy o'qiga parallel va Ox o'qidan $\frac{25}{3}$ kesma ajratgan to'g'ri chiziq berilgan. F nuqtagacha bo'lgan masofaning to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofaga nisbati $\frac{3}{5}$ ga teng bo'ladigan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

361. $F(5{,}0)$ nuqta va ordinata o'qiga parallel bo'lgan va Ox o'qidan $\frac{9}{5}$ kesma ajratgan to'g'ri chiziq berilgan. F nuqtagacha bo'lgan masofaning berilgan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofaga nisbati $\frac{3}{5}$ ga teng bo'ladigan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

362. Markazi koordinata boshida bo'lgan aylana berilgan. Agar aylanada yotgan barcha nuqtalarning ordinatalarini k marta kamaytirilsa, qanday chiziq hosil bo'ladi?

363. Aylananing berilgan yo'nalishga parallel vatarlarini berilgan nisbatda $(\neq 1)$ bo'ladigan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

364. Markazlari O koordinata boshida, radiuslari a, b ga teng aylanalar berilgan. O nuqta atrofida aylanadigan nur aylanalarni mos ravishda A, B nuqtalarda kesib o'tadi. B nuqtadan abssissa o'qiga parallel to'g'ri chiziq o'tkaziladi, A nuqtadan esa, ordinata o'qiga parallel to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Bu ikki to'g'ri chiziqning kesishish M nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

365. Koordinata o'qlari va ularni kesib o'tuvchi to'g'ri chiziqlardan hosil bo'lgan o'zgarmas S yuzali uchburchaklarda to'g'ri burchagi uchidan gipotenuzaga perpendikular tushirilgan. Perpendikular asosining geometrik o'rni topilsin.

366.* Uzunligi o'zgarmas bo'lgan kesmaning uchlari to'g'ri burchakning tomonlari bo'ylab sirpanadi. M nuqta kesmani mos ravishda uzunligi a, b ga teng bo'lgan bo'laklarga ajratadi. Kesmaning harakati davomida M nuqta chizgan chiziq tenglamasi topilsin.

367. Berilgan $F_1(-b,0), F_2(b,0)$ nuqtalargacha masofalarning ko'paytmasi a^2 ga teng bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin (Kassini ovali).

368. $x^2 + y^2 = R^2$ aylana urinmalarining koordinata o'qlari orasida joylashgan kesmalari o'rtalarining geometrik o'rni topilsin.

369. To'g'ri to'rtburchakning ikki tomoni koordinata o'qlari bilan ustma–ust tushadi. To'g'ri to'rtburchak shunday shaklan o'zgaradiki, uning diagonali uzunligi o'zgarmas l ga teng bo'lib qolaveradi. Koordinata boshiga qarama–qarshi uchidan diagonalga tushirilgan perpendikular asoslarining geometrik o'rni astroida deb ataladi. Uning tenglamasi tuzilsin. To'g'ri to'rtburchakning qo'zg'almas tomonlari koordinata o'qlari sifatida olinsin.

370. Qutb o'qiga perpendikular bo'lgan va undan $OA = a$ ga teng kesma ajratgan to'g'ri chiziqning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi tuzilsin.

371. a radiusli aylananing O nuqtasini qutb sifatida, OA diametrini qutb o'qi sifatida olib, aylananing qutb sistemadagi tenglamasi tuzilsin.

372. O nuqta va undan $OA = a$ masofadagi to'g'ri chiziq berilgan. O nuqta atrofida aylanadigan nur to'g'ri chiziqni o'zgaruvchi B nuqtada kesib o'tadi. Bu nurda B nuqtaning ikki tomonida $BM_1 = BM_2 = b$ kesmalar ajratiladi. Nur O nuqta atrofida aylanganida M_1, M_2 nuqtalarning geometrik o'rni Nikomed konxoidasi deb ataladigan chiziqni hosil qiladi. O nuqtani qutb boshi sifatida, O nuqtadan to'g'ri chiziqqa tushirilgan OA perpendikularni qutb o'qi sifatida olib, bu chiziqning tenglamasi tuzilsin. So'ngra koordinatalar boshi sifatida O

nuqtani, abssissa o'qi sifatida OA to'g'ri chiziqni olib, dekart koordinatalar sistemasiga o'tilsin.

373. O nuqta va undan $OA = a$ masofadagi to'g'ri chiziq berilgan. O nuqta atrofida nur aylanib to'g'ri chiziqni o'zgaruvchi B nuqtada kesib o'tadi. Bu nurda B nuqtaning ikki tarafida $BM_1 = BM_2 = AB$ kesma qo'yiladi. Nur aylanganda M_1, M_2 nuqtalarning geometrik o'rni strofoida deb ataladigan chiziqni hosil qiladi. Qutb sifatida O nuqtani, qutb o'qi sifatida O nuqtadan to'g'ri chiziqqa tushirilgan OA perpendikularni olib qutb sistemada strofoida tenglamasini tuzing. Qutb koordinatalar boshi sifatida, qutb o'qini abssissa o'qi sifatida olib dekart koordinatalar sistemasiga o'ting.

374. a radiusli aylanada ixtiyoriy O nuqta olinadi. O nuqta atrofida nur aylanadi va aylanani o'zgaruvchi A nuqtada kesib o'tadi. Bu nurda A nuqtaning ikki tarafida $AM_1 = AM_2 = 2a$ kesma qo'yiladi. Harakat davomida hosil bo'lgan M_1, M_2 nuqtalarning geometrik o'rni kardioda deb ataladi. Qutb sifatida O nuqta va qutb o'qi sifatida aylananing OK diametrini olib, kardiodaning qutb sistemasidagi tenglamasi tuzilsin, keyin dekart koordinatalar sistemasiga o'tilsin.

375. Qo'zg'almas nuqtadan berilgan aylana urinmalariga o'tkazilgan perpendikular asoslarining geometrik o'rni tenglamasi qutb koordinatalar sistemasida tuzilsin. Qutb sifatida qo'zg'almas K nuqta va qutb o'qi sifatida qo'zg'almas K nuqtani aylana markazi bilan tutashtiruvchi to'g'ri chiziq olinsin. Qo'zg'almas K nuqtadan aylana markazigacha masofa a ga teng va aylana radiusi b ga teng deb olinsin.

376. a radiusli aylanada O nuqta olingan va O ga diametral qarama–qarshi bo'lgan K nuqtadan aylanaga urinma o'tkazilgan. O nuqta atrofida nur aylanadi. Bu nur aylana va urinmani mos ravishda A, B

nuqtalarda kesib o'tadi. Bu nurda O nuqtadan urinma va aylana orasida joylashgan kesma uzunligiga teng $OM = |AB|$ kesma qo'yiladi. M nuqtaning nur aylangandagi geometrik o'rni Diokles sitsoidasi deyiladi. O nuqtani qutb va OK ni qutb o'qi sifatida olib sitsoidaning bu sistemadagi tenglamasi tuzilsin, keyin dekart koordinatasiga o'tilsin.

377. Kassini ovali (367 – masalaga qarang) ta'rifida ishtirok etgan a^2 kattalik F_1, F_2 nuqtalar orasidagi masofa yarmisining kvadratiga teng bo'lsa, bu chiziq Bernulli lemniskatasi deb ataladi. Qutb va qutb o'qi sifatida mos ravishda F_1F_2 kesmaning o'rtasini va F_1F_2 to'g'ri chiziqni olib Bernulli lemniskatasining tenglamasi tuzilsin.

378. Aylanada O nuqta olingan va O nuqta orqali OA diametr o'tkazilgan. O nuqta atrofida nur aylanadi va u aylanani o'zgaruvchi B nuqtada kesib o'tadi. Bu nurda B nuqtaning har ikki tarafiga $BM_1 = BM_2 = AB$ kesma qo'yiladi. Nur aylanishi natijasida M_1, M_2 nuqtalar harakat qiladi. Bu nuqtalar geometrik o'rnining tenglamasi tuzilsin. Aylana radiusi a ga teng deb olinsin.

379. Uzunligi $2a$ ga teng kesmaning uchlari to'g'ri burchak tomonlari bo'ylab sirpanadi. To'g'ri burchak uchidan kesmaga tushirilgan perpendikular asosining geometrik o'rni tenglamasi qutb va dekart sistemalarida tuzilsin.

380. a radiusli aylanada O nuqta olingan va O nuqtaga diametral qarama – qarshi bo'lgan K nuqtada urinma o'tkazilgan. O nuqta atrofida to'g'ri chiziq aylanadi va u aylana bilan urinmani mos ravishda A, B nuqtalarda kesib o'tadi. A nuqtadan urinmaga parallel, B nuqtadan OK diametrga parallel to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Bu to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtalarining geometrik o'rni topilsin. Koordinatalar boshi deb O nuqta, abssissa o'qi sifatida OK diametr olinsin. (Mariya Anezi Zulfi).

381. Ikki o'zgarmas A,B nuqtalargacha bo'lgan r_1,r_2 masofalar orasida $r_2=ar_1+b$ munosabat o'rinli bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin (Dekart ovali). Bunda A qutb, AB to'g'ri chiziq qutb o'qi sifatida, va $|AB|=c$ deb olinsin.(a,b,c −o'zgarmas sonlar).

382. O nuqta atrofida o'zgarmas ω burchak tezlik bilan nur aylanadi. Bu nur bo'yicha o'zgarmas v tezlik bilan M nuqta harakatlanadi. M nuqtaning geometrik o'rni tenglamasi qutb koordinatalar sistemasida yozilsin. Bunda boshlang'ich momentda M nuqta O nuqta bilan, nur esa qutb o'qi bilan ustma−ust tushadi. Bu chiziq Arximed spirali deyiladi.

383.* r radiusli doira R radiusli doira bo'ylab uning tashqarisida harakatlanadi. Harakatdagi doirada olingan ixtiyoriy nuqtaning chizgan chizig'i episikloida deb ataladi. Bu chiziqning parametrik tenglamasi tuzilsin. Qo'zg'almas doira markazini koordinatalar boshi sifatida, t parametr sifatida esa abssissa o'qining musbat yo'nalishi bilan qo'zg'almas aylananing qo'zg'aluvchi aylana bilan urinish nuqtasiga yo'nalgan radiusi orasidagi burchak olinsin. Boshlang'ich holatda harakatlanuvchi doira qo'zg'almas doira bilan, qo'zg'almas doiraning abssissa o'qi bilan kesishish A nuqtasida urinsin.

384.* r radiusli aylana R radiusli aylana bo'ylab uning ichkarisida sirpanmasdan harakatlanadi. Harakatdagi aylanada olingan ixtiyoriy nuqtaning chizgan chizig'i giposikloida deb ataladi. Oldingi masaladagidek koordinatalar sistemasini kiritib va belgilashlardan foydalanib bu chiziq tenglamasi tuzilsin.

385. $R=4r$ shart o'rinli bo'lgan holda giposikloida astroida nomli $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$ chiziqdan iboratligini ko'rsating.

386. $R=2r$ shart o'rinli bo'lgan holda giposikloida qo'zg'almas aylananing diametridan iboratligini ko'rsating.

387.* O'zgarmas uzunlikdagi kesmani bir uchi $x^2+y^2=r^2$ aylana bo'ylab, ikkinchi uchi esa Ox o'qi bo'ylab sirpanadi. Kesmaning a,b uzunlikdagi bo'laklarga bo'luvchi nuqta chizgan chiziq tenglamasi tuzilsin (Shatunli mexanizm).

388.* $x^2+y^2=r^2$ aylana bo'ylab to'g'ri chiziq sirpanadi. To'g'ri chiziqning boshlang'ich vaziyati $x=r$ dan iborat. To'g'ri chiziqdagi ixtiyoriy nuqta trayektoriyasi tenglamasi tuzilsin. Nuqtaning boshlang'ich holati sifatida $(r,0)$ nuqta olinsin. Bu chiziq aylananing evolventasi deyiladi.

389. Berilgan ikki aylanaga urinadigan aylananing markazlari geometrik o'rni topilsin. Quyidagi hollar qaralsin:

1) Berilgan aylanalardan biri ikkinchisining ichida yotadi;
2) Berilgan aylanalardan biri ikkinchisining tashqarisida yotadi;
3) Berilgan aylanalarning biri ikkinchi aylana bilan kesishmaydigan to'g'ri chiziqdan iborat.

V BOB

AYLANA

Markazi $C(a,b)$ nuqtada bo'lgan r radiusli aylananing tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2 \qquad (1)$$

Bu tenglama aylananing normal tenglamasi deyiladi. Markazi koordinatalar boshida bo'lsa, aylananing normal tenglamasi

$$x^2+y^2=r^2 \qquad (2)$$

ko'rinishni qabul qiladi.

$Ax^2+Ay^2+2Bx+2Cy+D=0$ tenglama $A\neq 0$ va $B^2+C^2-AD>0$ shartlarda markazi $\left(-\frac{B}{A},-\frac{C}{A}\right)$ nuqtadagi $r=\sqrt{\frac{B^2+C^2-AD}{A^2}}$ radiusli aylanani aniqlaydi.

Tekislikdagi ixtyoriy $M(x,y)$ nuqta koordinatalarini aylananing normal tenglamasiga qo'ysak, hosil qilingan:

$$\sigma=(x-a)^2+(y-b)^2-r^2$$

son $M(x,y)$ nuqtaning aylanaga nisbatan darajasi deyiladi. M nuqtadan $C(a,b)$ nuqtagacha bo'lgan masofani d desak, bu son $\sigma=d^2-r^2$ ga teng bo'ladi.

Agar M nuqta aylana tashqarisida yotsa, M nuqtaning shu aylanaga nisbatan darajasi musbat, va u M nuqtadan aylanaga o'tkazilgan urinma uzunligining kvadratiga tengdir, yoki elementar geometriyaning ma'lum teoremasiga ko'ra: $\sigma=MT^2=MA\cdot MB$ bo'ladi, ya'ni MT urinma uzunligining kvadrati M nuqtadan o'tkazilgan ixtiyoriy kesuvchi uzunligini uning tashqi qismi ko'paytmasiga teng. Olingan M nuqta aylana ichida yotsa, M nuqtaning darajasi manfiy va uning absolyut qiymati shu nuqtadan o'tuvchi vatar bo'laklarining ko'paytmasiga teng bo'ladi:

$$\sigma = -MA \cdot MB$$

Agar M nuqta aylanada olinsa, uning darajasi $\sigma = 0$ ga teng . Agar

$$u_1 = (x-a_1)^2 + (y-b_1)^2 - r_1^2 = 0$$
$$u_2 = (x-a_2)^2 + (y-b_2)^2 - r_2^2 = 0$$

ikki aylana tenglamasini ifoda etsa,

$$\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 = 0$$

tenglama (λ_1, λ_2 — ixtiyoriy bir vaqtda 0 ga teng bo'lmagan sonlar) aylana (yoki to'g'ri chiziq)ni tasvirlaydi: $u_1 = 0, u_2 = 0$ aylanalar kesishsa,

$$\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 = 0$$

aylana va aylanalarning kesishish nuqtalaridan o'tadi.

$$\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 = 0$$

tenglamani, har biri uchun $\frac{u_1}{u_2}$ nisbatning darajasi $-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ ga teng bo'ladigan nuqtalarning geometrik o'rni tenglamasi deb qarash mumkin.

$\lambda_2 = -\lambda_1 \neq 0$ shart bajarilsa, $\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 = 0$ tenglama $u_1 - u_2 = 0$ yoki $u_1 = u_2$ to'g'ri chiziqni aniqlaydi. Bu to'g'ri chiziq ikki aylananing radikal o'qi deyiladi, ya'ni radikal o'qda yotuvchi har bir nuqtani har ikkala aylanaga nisbatan darajasi tengdir.

Uchta $u_1 = 0, u_2 = 0, u_3 = 0$ aylana berilgan bo'lib, ularning markazlari bir to'g'ri chiziqda yotmasa, har bir juft aylananing radikal o'qlari $u_1 = u_2, u_2 = u_3, u_3 = u_1$ bitta nuqtadan o'tadi. Bu nuqta shu uchta aylananing ixtiyoriy radikal markazi deb ataladi. Quyidagilar mos ravishda

$$u - (x-a)^2 + (y-b)^2 - r^2 = 0$$
$$v - Ax + By + C = 0$$

aylana bilan to'g'ri chiziq tenglamasi bo'lsa, $u+\lambda v=0$ tenglama aylanani ifodalaydi. $u=0$ aylana bilan $v=0$ to'g'ri chiziq kesishsa, $u+\lambda v=0$ aylana ularning kesishish nuqtalaridan o'tadi.

390. Markazi $S(-1,3)$ nuqtada va radiusi $r=4$ bo'lgan aylana tenglamasi tuzilsin.

391. Markazi koordinatalar boshida va radiusi $r=5$ bo'lgan aylananing tenglamasi tuzilsin.

392. Quyidagi har bir holda aylana S markazining koordinatalarini va r radiusini toping.

1) $x^2+y^2-6x=0;$
2) $x^2+y^2+6x-8y=0;$
3) $x^2+y^2-10x+24y-56=0;$
4) $3x^2+3y^2+6x-4y-1=0.$

393. Aylanalarning tenglamasi normal ko'rinishga keltirilsin.

1) $x^2+y^2-2x+4y=0;$
2) $x^2+y^2+x-5y-3=0;$
3) $3x^2+3y^2-2x+7y+1=0.$

394. $x^2+y^2-1=0$ aylanaga nisbatan $A(3,1), B(1,0), C(-2,0)$ *va* $D(-2,1)$ nuqtalarning vaziyati aniqlansin.

395. $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ aylananing parametrik tenglamalari tuzilsin, bunda parametr sifatida Ox ning musbat yo'nalishi bilan aylana radiusi orasidagi burchak θ olinsin.

396. Koordinatalari quyidagi:

1) $(x-1)^2+(y-3)^2\geq 25$
2) $16\leq(x-1)^2+(y+3)^2\leq 25,$
3) $(x-1)^2+(y-2)^2\leq 25, \quad (x-4)^2+(y-6)^2\leq 9$
4) $x^2+y^2-6x\leq 0, \quad y\geq 0$
5) $x^2+y^2-4y\leq 0, \quad |x|\geq 1$

tengsizliklarni qanoatlantiruvchi nuqtalar tekislikda qanday joylashadi?

397. Ox o'qiga (6;0) nuqtada urinuvchi va (9;9) nuqta orqali o'tadigan aylananing tenglamasi tuzilsin.

398. Markazi Ox o'qida bo'lgan va Oy o'qiga urinuvchi aylananing tenglamasi tuzilsin.

399. Markazi Oy o'qida yotuvchi va Ox o'qiga urinuvchi aylananing tenglamasi tuzilsin.

400. $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ aylana qanday shart bajarilaganda koordinatalar boshidan o'tadi?

401. Koordinatalar boshi va (2;1), (−1;2) nuqtalar orqali o'tuvchi aylananing tenglamasini tuzing.

402. $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ tenglama qanday shart bajarilganda aylanani aniqlaydi?

403. Markazi (2;3) nuqtada yotadigan va $x-2y+1=0$ to'g'ri chiziqqa urinadigan aylananing tenglamasi tuzilsin.

404. Markazi (1;−3) nuqtada va (3;5) nuqtadan o'tuvchi aylananing tenglamasi tuzilsin.

405. Markazi koordinata boshida va (2;−4) nuqtadan o'tuvchi aylananing tenglamasi tuzilsin.

406. Berilgan (2;7), (−2;1) nuqtalar orqali o'tadigan va radiusi $r=\sqrt{26}$ bo'lgan aylananing tenglamasini tuzing.

407. Koordinatalar o'qlariga urinuvchi, radiusi 3 ga teng aylananing tenglamasi tuzilsin.

408. Markazi (2;−3) nuqtada bo'lib, Ox o'qiga urinuvchi aylana tenglamasi tuzilsin.

409. $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ tenglama aylanani aniqlaydi.Qanday (zaruriy va yetarli) shart bajarilganda bu aylana 1) Ox o'qiga urinadi? 2) Oy o'qiga urinadi? 3)har ikkala koordinata o'qlariga urinadi?

410. Markazi $2x-y+1=0$ to'g'ri chiziqda yotuvchi va (2,1), (3,4) nuqtalardan o'tuvchi aylana tenglamasi tuzilsin.

411. * Koordinata boshi orqali o'tuvchi va $2x+y-1=0$, $2x-y+2=0$ to'g'ri chiziqlarga urinuvchi aylananing tenglamasi tuzilsin.

412. * Uchta $x+y-2=0,\ \ x-y+4=0,\ \ x-7y=0$ to'g'ri chiziqqa urinuvchi aylananing tenglamasi tuzilsin.

413. Aylana (1,4) , (—7,4) , (2,—5) nuqtalardan o'tadi. Uning markazi,radiusi va tenglamasi topilsin.

414. * Tomonlari: $x-4=0,\ \ 3x-4y+36=0,\ \ 4x+3y+23=0$ tenglamalar bilan berilgan ABC uchburchakka ichki chizilgan aylana markazining koordinatalari topilsin.

415. (—4;4) nuqtadan o'tuvchi $3x+4y-5=0$ to'g'ri chiziqqa urinuvchi va radiusi $r=1$ bo'lgan aylananing tenglamasi tuzilsin.

416. Radiusi $r=\sqrt{5}$ ga teng bo'lgan, $x+2y-3=0$ to'g'ri chiziqqa urinuvchi, markazi Oy o'qida yotuvchi aylana tenglamasi tuzilsin.

417. Radiusi $R=1$ ga teng bo'lgan, Ox o'qiga urinuvchi va markazi $3x-y+7=0$ to'g'ri chiziqda yotadigan aylananing tenglamasi tuzilsin.

418. (—2;1) nuqtadan o'tuvchi hamda koordinata o'qlariga urinuvchi aylananing tenglamasi tuzilsin.

419. $x-y+2=0,\ \ 7x+y=0$ to'g'ri chiziqlarga urinuvchi, radiusi $r=\sqrt{2}$ ga teng bo'lgan aylana tenglamasi tuzilsin.

420. Koordinata o'qlariga urinuvchi, radiusi r bo'lgan aylananing tenglamasi tuzilsin.

421. $2x-y+4=0$ to'g'ri chiziqqa (—1;2) nuqtada urinuvchi va radiusi $r=5$ bo'lgan aylananing tenglamasi tuzilsin.

422. Oy o'qiga (0;—3) nuqtada urinuvchi va (—2;1) nuqtadan o'tuvchi aylana tenglamasi tuzilsin.

423. $x+2y=0$ to'g'ri chiziqqa urinuvchi va $x-2y+1=0$ to'g'ri chiziqqa (−1;0) nuqtada urinuvchi aylana tenglamasi tuzilsin.

424. Markazi $2x+y=0$ to'g'ri chiziqda yotuvchi va (4;2) nuqtada $x-7y+10=0$ to'g'ri chiziqqa urinuvchi aylana tenglamasi tuzilsin.

425. Markazi Ox o'qida yotuvchi Oy o'qiga, hamda $4x-3y+1=0$ to'g'ri chiziqqa urinuvchi aylananing tenglamasi tuzilsin.

426. Markazi (1,1) nuqtada bo'lib, koordinatalar boshidan o'tuvchi aylananing tenglamasi tuzilsin.

427. * Ikkita parallel $x+y-2=0,\ \ x+y+3=0$ to'g'ri chiziqlarga urinuvchi va (1,0) nuqta orqali o'tuvchi aylananing tenglamasi tuzilsin.

428. $Ax^2+Ay^2+2Bx+2Cy+D=0$ tenglama qanday shart bajarilganda (haqiqiy) aylanani ifodalaydi? Bu aylananing radiusi va markazining koordinatalarini toping.

429. $A(-1,0),\ B(2,4)$ nuqtalarni tutashtiradigan AB kesma $ctg\alpha=3$ burchak ostida ko'rinadigan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

430. * $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziqning $x^2+y^2+\alpha x+\beta y+\gamma=0$:

1) aylana bilan kesishishi;
2) aylana bilan kesishmasligi;
3) aylanaga urinma bo'lishining zaruriy va yetarli sharti topilsin.

442. Ushbu $x+y-12=0$ to'g'ri chiziqning $x^2+y^2-2y=0$ aylana bilan kesishmasligi isbotlansin.

443. $x^2+y^2-2x-8y-8=0$ aylana $5x+12y-14=0$ to'g'ri chiziq bilan kesishishi natijasida hosil qilgan vatarning uzunligi topilsin.

444. $x^2+y^2-6x+4y-12=0,\ \ x^2+y^2+10x-8y+16=0$ aylanalarning umumiy nuqtalari topilsin.

445. Koordinatalar boshining $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ aylana ichida yotishi uchun zaruriy va yetarli shart topilsin.

446. $M_0(x_0, y_0)$ nuqtaning $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ aylana ichida yotishi uchun zaruriy va yetarli shart topilsin.

447. $(x-5)^2 + y^2 - 9 = 0$ aylanaga koordinatalar boshidan o'tkazilgan urinmalar tenglamalari tuzilsin.

448. $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$ aylanaga koordinatalar boshida urinuvchi urinma tenglamasi tuzilsin.

449. $x^2 + y^2 + Ax + By = 0$ aylanaga koordinatalar boshida urinuvchi urinma tenglamasi tuzilsin.

450. Ushbu $x^2 + y^2 - 2x - 4 = 0$ aylanaga (3,1) nuqtada urinuvchi urinma tenglamasi yozilsin.

451. $(x-a)^2 + (y-b)^2 - r^2$ aylana $M_0(x_0, y_0)$ nuqtadan θ burchak ostida ko'rinsa, shu burchak yarmining sinusi: $\sin\frac{\theta}{2} = \frac{r}{\sqrt{(x_0-a)^2 + (y_0-b)^2}}$

tenglikdan topilishi isbotlansin.

441. $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ aylananing $3x - 4y = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan urinmalarining tenglamalari tuzilsin.

452. $x^2 + y^2 - 3x + 2y - 3 = 0$ aylananing $4x + 3y = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan urinmalarining tenglamalari tuzilsin.

453. Har bir nuqtasidan $(x-a)^2 + (y-b)^2 - r^2 = 0$ aylana to'g'ri burchak ostida ko'rinadigan aylana tenglamasi tuzilsin.

454. (5,0), (4,1) nuqtalardan o'tuvchi va $3x + 4y + 34 = 0$ to'g'ri chiziqqa urinuvchi aylana tenglamasi tuzilsin.

455. $Ax + By + C = 0$ to'g'ri chiziqning $x^2 + y^2 = R^2$ aylanaga urinma bo'lishi uchun zaruriy va yetarli sharti topilsin.

456. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$ aylananing $3x - 4y = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan urinmalarining tenglamalari tuzilsin.

457. $x^2+y^2-2x=0$ aylanaga nisbatan $A(2,1), B(3,-7), K(0,-1)$ nuqtalarning darajalari topilsin.

458. (5,6) nuqtadan $(x+1)^2+(y-2)^2-25=0$ aylanaga o'tkazilgan urinma kesmasining uzunligi topilsin.

459. (7,1) nuqtadan $x^2+y^2-6x=0$ aylanaga o'tkazilgan urinma kesmasining uzunligi topilsin.

460. Koordinatalar boshidan $(x-a)^2+(y-b)^2-r^2=0$ $(a^2+b^2>r^2)$ aylanaga o'tkazilgan urinma kesmasining uzunligi topilsin.

461. Ushbu ikki $x^2+y^2-2x-4y-20=0,$ $x^2+y^2-8x-8y-4=0$ aylananing kesishish nuqtalaridan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

462. Ushbu ikki $(x-1)^2+(y+2)^2-13=0, (x+3)^2+(y-1)^2-36=0$ aylananing umumiy vatari tenglamasi tuzilsin.

463. * Markazi (0,2) nuqtada bo'lgan va $x^2+y^2-6x+8y-11=0$ aylanani to'g'ri burchak ostida kesib o'tuvchi aylana tenglamasi tuzilsin.

464. * Berilgan ikkala $x^2+y^2-6x=0,$ $x^2+y^2+8y=0$ aylanani ham to'g'ri burchak ostida kesib o'tadigan va markazi $x+2y+2=0$ to'g'ri chiziqda yotgan aylananing tenglamasi tuzilsin.

465. Ikki aylananing radikal o'qi tenglamasini tuzing

$x^2+y^2-6x+2y-6=0,$ $x^2+y^2+4x+2y+4=0$.

466. $(x-a_k)^2+(y-b_k)^2-r_k{}^2=0$ $k=1,2,3$ aylananing radikal markazini toping.

467. Markazi bir to'g'ri chiziqda yotmaygan

$x^2+y^2+A_kx+B_ky+C_k=0$ $(k=1,2,3)$ aylanalarning radikal markazi topilsin.

468. Uchta

$$x^2+y^2+x+2y=0,$$
$$x^2+y^2+2x+2y+3=0,$$
$$x^2+y^2+3x+y-1=0$$

aylananing radikal markazi topilsin.

469. * Quyidagi uchta aylanaga ortogonal bo'lgan aylana tenglamasi yozilsin:

$$x^2+y^2+x+2y=0,$$
$$x^2+y^2+2x+2y+3=0,$$
$$x^2+y^2+3x+y-1=0$$

470. (1,1), (0,2) nuqtalar orqali o'tadigan va $(x-5)^2+(y-5)^2=16$ aylanaga urinadigan aylana tenglamasi tuzilsin.

471. (1,−2) nuqtadan o'tadigan va $x^2+y^2-2x+4y-20=0$ aylana bilan $x-7y+10=0$ to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalaridan o'tadigan aylana tenglamasi tuzilsin.

472. $A(4,5), B(-4,-1), C(0,1)$ nuqtalar orqali o'tuvchi aylana tenglamasi tuzilsin.

473. $A(4,5), B(-4,-1)$ nuqtalar orqali shunday aylana o'tkazingki, bu aylana bilan $(x+3)^2+y^2=9$ aylananing kesishish nuqtalari orqali o'tadigan to'g'ri chiziq $M(-3,0)$ nuqta orqali o'tsin.

VI BOB
KANONIK TENGLAMALARI BILAN BERILGAN ELLIPS, GIPERBOLA VA PARABOLA

Ellips. Ellipsning (18 − chizma) kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad (1)$$

bu yerda a, b $(a>b)$ yarim o'qlari uzunligi, ya'ni ellipsning koordinata o'qlaridan ajratgan kesmalarining yarmi. Ellipsning simmetriya o'qlari bilan kesishgan nuqtalari, ya'ni koordinatalar o'qlari bilan kesishgan nuqtalari, ellipsning uchlari deyiladi. $F_1(-c,0)$, $F_2(c,0)$ nuqtalar ellipsning folkuslari deb ataladi, bunda

$$c=\sqrt{a^2-b^2} \qquad (2)$$

$$\frac{c}{e}=a\leq 1 \qquad (3)$$

son ellipsning ekssentrisiteti deyiladi.

M(x,y) nuqta ellipsning ixtiyoriy nuqtasi bo'lsa va r_1, r_2 shu M nuqtadan F_1, F_2 fokuslarigacha masofalari bo'lsa,

$$r_1=a+ex, r_2=a-ex \qquad (4)$$

Har biridan fokuslargacha bo'lgan masofalar yig'indisi o'zgarmas $2a$ songa teng nuqtalarning geometrik o'rni ellipsdir.

$$x=\pm\frac{a}{e} \qquad (5)$$

tenglamalar bilan aniqlangan to'g'ri chiziqlar ellipsning direktrisalari deb ataladi. (4) va (5) dan ellipsning har bir nuqtasi uchun $\frac{r_1}{d_1}=e$, $\frac{r_2}{d_2}=e$ tengliklar o'rinli, bu yerda d_1, d_2 sonlar M nuqtadan $x=-\frac{a}{e}, x=\frac{a}{e}$

direktrisalarigacha masofalarni bildiradi.

Ellips parallel vatarlarining o'rtalari bir to'g'ri chiziqda yotadi. Bu to'g'ri chiziq ellipsning berilgan vatarlarga qo'shma diametri deb ataladi.

Agar (1) ellips vatarlarining burchak koeffitsienti k bo'lsa, unga qo'shma diametr tenglamasi quyidagicha:

$$\frac{x}{a^2}+k\frac{y}{b^2}=0.$$

Agar ikki diametridan biri ikkinchisiga parallel vatarlarni teng ikkiga bo'lsa, ular qo'shma diametrlar deb ataladi. Burchak koeffitsientlari k_1, k_2 bo'lgan qo'shma diametrlar uchun

$$k_1k_2=-\frac{b^2}{a^2} \qquad (7)$$

tenglik bajariladi.

Ellipsning $M_0(x_0, y_0)$ nuqtasidagi urinmasining tenglamasi quyidagicha:

$$\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}=1 \qquad (8)$$

Giperbola. Giperbolaning kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad (9)$$

bu yerda a,b haqiqiy va mavhum yarim o'qlar uzunliklari. $a=b$ holda giperbola teng tomonli deyiladi. Giperbolaning haqiqiy o'q bilan kesishish nuqtalari giperbolaning uchlari deyiladi.

$F_1(-c,0), F_2(c,0)$ nuqtalar giperbolaning fokuslari deyiladi, bu yerda

$$c=\sqrt{a^2+b^2} \qquad (10)$$

$e=\dfrac{c}{a}>1$ son giperbolaning ekssentrisiteti deyiladi.

Giperbolaning chap shoxchasidagi ixtiyoriy $M(x,y)$ nuqta va uning F_1,F_2 fokuslarigacha masofalari r_1,r_2 bo'lsa, u holda:

$$r_1=-a-ex,\ r_2=+a-ex\ (x\le -a) \qquad (11)$$

$M(x,y)$ nuqta giperbolaning o'ng shoxchasidagi ixtiyoriy nuqta va uning F_1,F_2 fokuslarigacha masofalari r_1,r_2 bo'lsa:

$$r_1=a+ex, r_2=-a+ex,\ (x\ge a) \qquad (12)$$

tengliklar o'rinli,

Har biridan fokuslargacha masofalar ayirmasining absolut qiymati o'zgarmas $2a$ soniga teng nuqtalarning geometrik o'rni giperboladir.

$$x=\pm\frac{a}{c} \qquad (13)$$

to'g'ri chiziqlar (9) giperbolaning direktrisalari deb ataladi.

(11),(12),(13) dan $\frac{r_1}{d_1}=e,\frac{r_2}{d_2}=e$, bu yerda r_1 — chap fokusdan giperboladagi nuqtagacha masofa, r_2 — o'ng fokusdan giperboladagi nuqtagacha masofa. d_1,d_2 esa shu nuqtalardan $x=-\frac{a}{e},x=\frac{a}{e}$ direktrisalarigacha masofalardir.

Giperbolaning diametri, hamda qo'shma diametr tushunchalari ellipsning diametri kabi kiritiladi.

Giperbolaning k burchak koeffitsientli vatarlariga qo'shma bo'lgan diametr tenglamasi

$$\frac{x}{a^2}-k\frac{y}{b^2}=0 \qquad (14)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Qo'shma bo'lgan diametrlarning burchak koeffitsientlari

$$k_1k_2=\frac{b^2}{a^2} \qquad (15)$$

shartni qanoatlantiradi.

Giperbolaning $M_0(x_0,y_0)$ nuqtasidagi urinmasining tenglamasi:

$$\frac{xx_0}{a^2}-\frac{yy_0}{b^2}=1 \qquad (16)$$

Giperbolaning assimptotalari

$$y=\pm\frac{b}{a}x \qquad (17)$$

tenglamalar bilan aniqlanadi.

Giperbolaning assimptotalari koordinata o'qlari sifatida olinsa, giperbola tenglamasi $xy=c$ shaklni qabul qiladi, bu yerda $c\neq 0$

$xy=c, xy=-c$ dan iborat ikkita giperbola o'zaro qo'shma deyiladi.

Parabola. Parabolaning (20—chizma) kanonik tenglamasi

$$y^2=2px \qquad (19)$$

ko'rinishga ega. Bu yerda p parabolaning parametri va p parabola fokusidan direktrisasigacha bo'lgan masofani bildiradi. Parabolaning simmetriya o'qi (Ox o'qi) bilan kesishish nuqtasi parabolani uchi deyiladi. (19) parabolaning F fokusi $(\frac{p}{2},0)$ koordinataga ega.

Parabolaning direktrisasi

$$x=-\frac{p}{2} \qquad (20)$$

tenglamadan aniqlanadi. (19) paraboladagi $M(x,y)$ nuqtadan F fokusgacha bo'lgan r masofa quyidagi formuladan aniqlanadi $r=\frac{p}{2}+x$.

Har biridan fokus va direktrisagacha bo'lgan masofa bir—biriga teng bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni paraboladir. Parabolaning hamma diametrlari simmetriya o'qiga (Ox o'qiga) parallel va

$$y=\frac{p}{k} \qquad (22)$$

tenglamadan aniqlanadi, bu yerda k qo'shma vatarlarning burchak koeffitsienti.

Parabolaning $M_0(x_0, y_0)$ nuqtasidagi urinmasi

$$yy_0 = p(x + x_0) \qquad (23)$$

tenglamadan aniqlanadi.

Parabola ko'pincha

$$y = ax^2 \qquad (24)$$

ko'rinishda beriladi. Bu holda parabolaning o'qi Oy o'qi bilan ustma–ust tushadi, parametri esa $p = \frac{1}{2|a|}$ ga teng.

Qutb sistemasidagi tenglama. Agar Ox o'qi qutb o'qi va ellips uchun chap fokus, giperbola uchun o'ng fokus va parabola uchun fokusi qutb deb olinsa, bu uchala chiziqdan har birining qutb sistemasidagi tenglamasi ushbu ko'rinishda bo'ladi: $\rho = \frac{p}{1 - e\cos\varphi}$ bu yerda ρ, φ –chiziq nuqtasining qutb koordinatalari p fokusdan qutbga perpendikular qilib o'tkazilgan yarim vatar uzunligi; e chiziq ekssentrisiteti parabola uchun $e = 1$ teng. Ellips va giperbola uchun $p = \frac{b^2}{a}$ parabola uchun esa p parametr.

1 §. Ellips

464. Quyidagi malumotlarga ko'ra ellipsning kanonik tenglamasi tuzilsin:

1) yarim o'qlari mos ravishda 5 va 4ga teng;

2) katta o'qi 10, fokuslari orasidagi masofa 8 ga teng;

3) katta o'qi 26 va ekssentrisiteti $e = \frac{12}{13}$.

465. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ ellips fokuslarining koordinatalari topilsin.

466. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{169}=1$ ellips fokuslarining koordinatalari topilsin.

467. Quyidagi ma'lumotlarga ko'ra ellipsning ekssentrisiteti aniqlansin.

1) fokuslar orasidagi masofa kichik o'q uchidan 60^0 burchak ostida ko'rinadi;

2) ellipsni turli o'qlaridagi uchlari orasidagi masofa fokuslar orasidagi masofadan ikki marta katta;

3) fokuslar orasidagi masofa o'q uzunliklarining o'rta arifmetik qiymatiga teng.

468.* Fokuslari $F_1(-c,0), F_2(c,0)$ nuqtalarda bo'lgan ellipslar oilasining tenglamasini tuzing.

469. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$ ellipsga nisbatan quyidagi nuqtalarning: $1) A_1(1,2); 2) A_2(-1,3); 3) A_3(6,1); 4) A_4(-1,7); 5) A_5(\sqrt{3}, 5\sqrt{\frac{2}{3}}$ vaziyati aniqlansin.

470. O'qlari koordinata o'qlari bilan ustma-ust tushuvchi va $P(2,2); Q(3,1)$ nuqtalar orqali o'tuvchi ellips tenglamasi tuzilsin.

471. Katta o'qi 2 birlikka teng, fokuslari $F_1(0,1), F_2(1,0)$ nuqtalarda bo'lgan ellipsning tenglamasi tuzilsin.

472. Ellips fokuslarining biridan katta o'qi uchlarigacha masofalar mos ravishda 7 va 1 ga teng. Bu ellips ning tenglamasini tuzing.

473. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$ ellips direktrisalarining tenglamalarini yozing.

474. Ellipsning direktrisalari $x=\pm 8$ to'g'ri chiziqlar, uning kichik o'qi 8 ga teng ekanligi ma'lum. Ellips tenglamasini tuzing.

475. Quyidagi ma'lumotlarga ko'ra ellips ekssentrisiteti topilsin:

1) kichik o'qi fokusdan to'g'ri burchak ostida ko'rinadi;

2) fokuslari orasidagi masofa katta va kichik o'qlarining uchlari orasidagi masofaga teng;

3) direktrisalari orasidagi masofa fokuslari orasidagi masofadan 4 marta katta.

476. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$ elliipsda o'ng fokusigacha masofa chap fokusigacha bo'lgan masofasiga nisbatan 4 marta katta bo'lgan nuqta topilsin.

477. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsning $F(c,0)$ fokusi orqali katta o'qiga perpendikular bo'lgan vatar o'tkazilgan. Bu vatar uzunligini toping.

478. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsga ichki chizilgan kvadrat tomonining uzunligi hisoblansin.

479. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ ellipsning burchak koeffitsienti $k=\frac{2}{3}$ bo'lgan vatariga qo'shma diametrini aniqlang.

480. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ ellipsning $2x-y+7=0, 2x-y-1=0$ vatarlarining o'rtalari orqali o'tadigan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

481. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ ellipsning $M(2,1)$ nuqtada teng ikkiga bo'linuvchi vatar tenglamasi tuzilsin.

482.* Ellipsga ichki chizilgan to'g'ri to'rtburchak tomonlarining ellips o'qlariga parallel ekanligini isbotlang.

483. $\frac{x^2}{32}+\frac{y^2}{18}=1$ elipsning $M(4,3)$ nuqtasida o'tkazilgan urinmasining tenglamasi tuzilsin.

484. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ ellipsning $N(10,4)$ nuqta orqali o'tuvchi urunmalarining tenglamalarini tuzing.

485. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ ellipsning $x+y-1=0$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan urinmalarini aniqlang.

486. $3x^2+8y^2=45$ ellips markazidan 3 birlik uzoqlikdan o'tadigan urinmalarining tenglamalari tuzilsin

487. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsning bir diametri uchlaridan o'tkazilgan urinmalar o'zaro parallel ekanligi va aksincha, ellipsning ikkita urinmasi o'zaro parallel bo'lsa, ularning urinish nuqtalari bir diametrda yotishi isbotlansin.

488. $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$ ellipsga tashqi chizilgan kvadrat tomonlarining tenglamalarini tuzing.

489. Ellipsning ixtiyoriy urinmasidan uning fokuslarigacha bo'lgan masofalarning ko'paytmasi o'zgarmas bo'lib, kichik yarim o'q kvadratiga tengligini isbotlang.

490. $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziqning $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, ellipsga urinma bo'lishi uchun zaruriy va yetarli sharti topilsin.

491. Ushbu $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1, \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{5}=1$ ellipslar umumiy urinmalarining tenglamalari tuzilsin.

492. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellips katta o'qining uchlarida o'tkazilgan ikkita urinmasidan urinmalari ajratgan kesmalarining ko'paytmasi b^2 ga teng bo'lgan o'zgarmas miqdor ekanligi isbotlansin.

493. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellips katta o'qining uchlaridan o'tkazilgan urinmalar orasiga joylashgan ixtiyoriy urinmasining kesmasi fokuslaridan to'g'ri burchak ostida ko'rinishi isbotlansin.

494. Har biridan $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellips to'g'ri burchak ostida ko'rinadigan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

495. Yarim o'qlari a,b bo'lgan ellips shunday harakatlantirilganki, uning markazi $C(x',y')$ nuqtaga tushadi, o'qlari esa koordinata o'qlariga parallel holda qolaveradi. Bu yangi vaziyatda ellips qanday tenglama bilan ifodalanadi?

496. Markazi (5;0) nuqtada bo'lgan ellips ordinatalar o'qiga koordinatalar boshida urinadi. Ellipsning ekssentrisiteti $e=0{,}8$ bo'lsa, uning tenglamasi tuzilsin.

497.* Ellips tekislikda harakatlanib o'zaro perpendikular o'qlarga urinadi (koordinata o'qlariga). Ellips markazi qanday chiziqni chizib boradi?

498. Fokuslari $F_1(-3{,}0), F_2(3{,}0)$ nuqtalarda va urinmasi $x+y-5=0$ to'g'ri chiziqdan iborat bo'lgan ellipsning tenglamasini tuzing.

499. OA, OB kesmalar $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsning ikkita qo'shma yarim diametrlaridan AB vatarning o'rtasi M nuqtadan iborat. OM nur ellipsni C nuqtada kesib o'tadi. $\frac{OM}{OC}$ nisbatni aniqlang.

500.* Ellips urinmalariga nisbatan uning markaziga simmetrik bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

501.* Ellipsning perpendikular diametrlari uchlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqqa ellipsning markazidan tushirilgan perpendikularning uzunligi o'zgarmas songa tengligini isbotlang.

502.* Ellipsning biror fokusini shu ellips urinmalariga proyeksiyalarining geometrik o'rni topilsin.

503.* Ellips fokuslarining biriga uning urinmalariga nisbatan simmetrik bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

504. Aylana va shu aylana ichida yotuvchi nuqta berilgan. Berilgan aylanaga urinuvchi va berilgan nuqta orqali o'tuvchi aylanalar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

505.* Ellips fokusdan ixtiyoriy ikkita parallel urinmalarigacha bo'lgan masofalarning ko'paytmasi topilsin.

506.* Qanday shartlar bajarilganda (x_0, y_0) nuqtadan $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsga urinmalar o'tkazish mumkin? Bu urinmalarning tenglamasini tuzing.

507.* Tomonlari ellipsga urinadigan α kattalikdagi burchak uchlarining geometrik o'rni topilsin. Burchak $\frac{\pi}{2}$ ga teng bo'lgan xususiy holni ko'ring.

508.* (x_0, y_0) nuqtadan $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsga o'tkazilgan urinmalar orasidagi burchakni toping.

509.* To'g'ri burchak aylana ichidagi nuqta atrofida aylanganda, to'g'ri burchak tomonlarining aylana bilan kesishishi natijasida hosil qilingan vatarlari bitta ellipsga urinishi isbotlansin.

510.* $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziq qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellips bilan 1) kesishadi; 2) kesishmaydi.

511.* Ellips katta o'qlari uchlaridan o'tkazilgan ixtiyoriy urinmalar orasida joylashgan urinma kesmasi biror aylana diametri qilib olingan bo'lsa, bu aylananing ellips fokuslaridan o'tishi isbot qilinsin.

512.* $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellips Oy o'qida kesishuvchi ikkita urinmalari ixtiyoriy uchinchi urinma bilan ikkita nuqtada kesishadi. Bu nuqtalarning fokuslardan o'tuvchi aylanada yotishi isbotlansin.

513.* Fokuslari F_1,F_2 nuqtalarda bo'lgan ellipsning ikkita M_1,M_2 nuqtasida urinmalar o'tkazilib, $M_1F_1 // M_1F_1$ shartni qanoatlantiruvchi urinmalar kesishgan nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

514.* M nuqtadan o'tuvchi ixtiyoriy to'g'ri chiziq ellips bilan ikkita turli nuqtada kesishsa, bu nuqta ellipsga nisbatan ichki deyiladi. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda (x_0,y_0) nuqta $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellips uchun ichki nuqta bo'ladi?

515.* M nuqtadan ellipsga ikkita (turli) urinma o'tkazish mumkin bo'lsa va faqat shu holda bu nuqta ellipsga nisbatan tashqi nuqta bo'lishini isbotlang.

516.* M nuqta uchun $MF_1+MF_2<2a,$ shart bajarilsa, fokuslari F_1,F_2 nuqtalarda yotuvchi, katta o'qi $2a$ ga teng bo'lgan ellipsga nisbatan M nuqta ichki nuqta bo'lishini isbotlang.

517.* Ikki qo'shni tomoni yarim o'qlari a,b bo'lgan ellipsning qo'shma radiuslaridan iborat bo'ladigan parallelogramm yuzasini toping.

Ellipsning ixtiyoriy nuqtasi bilan uning markazini tutashtiruvchi kesma ellipsning radiusi deyiladi; ellipsning qo'shma diametrlarida yotgan radiuslariga uning qo'shma radiuslari deb aytiladi.

518.* Yarim o'qlari a,b bo'lgan ellipsning qo'shma radiuslari uzunliklarining kvadratlari yig'indisini toping.

519.* Ellipsning ikki qo'shma diametrini koordinata o'qlari deb olib, uning shu sistemadagi tenglamasini toping.

520.* $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsning ikkkita qo'shma diametri orasidagi o'tkir burchakning o'zgarish chegaralarini aniqlang.

521.* $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsning teng qo'shma radiuslarini toping.

522. Ellipsning har bir M nuqtasidan berilgan ikki yo'nalishga parallel qilib MA, MB vatarlarini o'tkazamiz. AB to'g'ri chiziqning berilgan ellipsga o'xshash ellipsga urinishi va urinish nuqtasi, AB kesmaning o'rtasi ekanligi isbot qilinsin.

523.* Ikkita ixtiyoriy A, A' nuqta orqali ellipsni kesib o'tadigan o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazilgan. Birinchi to'g'ri chiziq ellipsni P va Q nuqtalarda, ikkinchisi esa P' va Q' nuqtalarda kesib o'tadi. $\frac{AP\cdot AQ}{A'P'\cdot A'Q'}=const$ ekanligini isbotlang.

524.* $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsning fokusi orqali o'tib, uning qo'shma diametrlariga parallel bo'lgan ikki vatarining yig'indisini toping.

525.* Qattiq yassi jism o'z tekisligida ikki nuqtasi kesishadigan ikki to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanmoqda. Jism nuqtalarining ellips chizishini isbotlang.

526. * Ellips ixtiyoriy ikkita o'zaro perpendikular bo'lgan radiuslari teskari qiymatlarining kvadratlari yig'indisi o'zgarmas ekanligini isbotlang.

527. * Ellips o'ziga teng ellips bo'yicha sirpanadi. Boshlang'ich momentda harakatlanuvchi ellipsning katta o'qi qo'zg'almas ellipsning katta o'qi davomida joylashadi. Harakatlanuvchi ellipsning fokuslari qanday chiziq chizadi?

528. $PQRS$ ellipsga tashqi chizilgan to'rtburchak bo'lsin, uning PR diagonali ellipsni F_1 fokusidan, QS diagonali F_2 fokusidan o'tsa, u holda PR va QS mos ravishda QF_1S va PF_2R burchaklarning bissektrisalari bo'lishini isbotlang. To'rtburchak qarama–qarshi tomonlarining ko'paytmasi o'zaro teng bo'lishi isbotlansin.

529.[*] Ellipsning fokusidan o'tuvchi har bir vatarining fokus ajratgan bo'laklari teskari qiymatlarining yig'indisi o'zgarmas ekanligi isbot qilinsin. Vatar bo'laklari ko'paytmasining vatar uzunligiga nisbati ham o'zgarmas ekanligi ko'rsatilsin.

2 §. Giperbola

530. $x^2 - y^2 = 1$ giperbolaga nisbatan $A(4,1); B(1,-2); C(\sqrt{2},1)$ nuqtalarning vaziyati aniqlansin.

531. Quyidagi malumotlarga ko'ra:

1) haqiqiy o'qi $a = 5$ mavhum o'qi $b = 3$;

2) fokuslari orasidagi masofa 10 ga, haqiqiy o'qi esa 8 ga teng

giperbolaning kanonik tenglamasi tuzilsin.

532. Quyidagi ma'lumotlarga ko'ra:

1) ekssentrisiteti $e = \frac{12}{13}$ haqiqiy o'qi 48 ga teng;

2) haqiqiy o'qi 16 ga, asimptotasi bilan abssissa o'qi orasidagi φ burchak tangensi $\frac{3}{4}$ ga teng

giperbolaning kanonik tenglamasi tuzilsin.

533. Teng tomonli giperbolaning ekssentrisiteti hisoblansin.

534. Giperbola asimptotalarining tenglamalari $y = \pm\frac{5}{12}x$ va giperbolada yotuvchi $M(24{,}5)$ nuqta berilgan. Giperbola tenglamasi tuzilsin.

535. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1$ giperbolaning fokuslarini aniqlang.

536. $\frac{x^2}{225} - \frac{y^2}{64} = -1$ giperbolaning fokuslarini aniqlang.

537. Quyidagi malumotlarga ko'ra:

1) direktrisalari orasidagi masofa $\frac{32}{5}$ ga teng va ekssentrisiteti $e = \frac{5}{4}$;

2) asimptotalari orasidagi burchak 60^0 ga teng va $c = 2\sqrt{3}$ giperbolaning kanonik tenglamasi tuzilsin

538. Giperbolaning haqiqiy o'qiga perpendikular bo'lgan va giperbola fokusidan o'tgan vatar uzunligi topilsin.

539. $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ ellips bilan fokusdosh va ekssentrisiteti $e = \frac{5}{4}$ bo'lgan giperbolaning tenglamasi yozilsin.

540. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ giperbola berilgan:

1) fokuslarining koordinatalari;

2) ekssentrisiteti;

3) asimptotalarining va direktrisalarining tenglamalari;

4) qo'shma giperbolaning tenglamasi yozilsin va uning ekssentrisiteti hisoblansin.

541. Giperbolaning asimptotalaridan direktrisalari ajratgan kesmalar (giperbolaning markazidan hisoblanganda) giperbolaning haqiqiy yarim o'qiga teng ekanligi isbotlansin. Bu xossadan foydalanib, giperbolaning direktrisalari yasalsin.

542. Giperbolaning direktrisasi uning mos fokusidan asimptotaga tushirilgan perpendikularning asosidan o'tishi isbotlansin. Shu perpendikularning uzunligi hisoblansin.

543. Giperbola haqida quyidagilar malum bo'lsa, uning yarim o'qlari hisoblansin:

1) fokuslari orasidagi masofa 8 ga va direktrisalari orasidagi masofa 6 ga teng;

2) direktrisalari $x = \pm 3\sqrt{2}$ tenglamalar bilan berilgan va asimptotalari orasidagi burchak — to'g'ri burchak;

3) asimptotalari $y = \pm 2x$ tenglamalar bilan berilgan va fokuslari markazdan 5 birlik masofada;

4) asimptotalari $y = \pm \frac{5}{3}x$ tenglamalar bilan berilgan va giperbola $N(6,9)$ nuqtadan o'tadi.

544. Ikkita qo'shma giperboladan birining direktrisalari orasidagi masofa $7{,}2$, ikkinchisi direktrisalari orasidagi masofa esa $12{,}8$ ga tengligini bilgan holda ularning tenglamalari yozilsin.

545. Giperbolaning

1) ekssentrisiteti $e = 2$;

2) fokuslari orasidagi masofa direktrisalari orasidagi masofadan ikki marta katta ekanligini bilgan holda asimptotalari orasidagi burchagi topilsin.

546. Teng tomonli giperbola $x^2 - y^2 = 8$, berilgan. Unga fokusdosh bo'lib, $M(-5,3)$ nuqtadan o'tuvchi giperbolaning tenglamasi topilsin.

547. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ giperbolada:

1) fokal radiuslari o'zaro perpendikular bo'lgan;

2) chap fokusgacha bo'lgan masofasi o'ng fokusgacha bo'lgan masofasidan ikki marta katta bo'lgan nuqta topilsin.

548. Giperbolaning ixtiyoriy nuqtasidan ikki asimptotalarigacha bo'lgan masofalarning ko'paytmasi o'zgarmas miqdor ekanligi isbotlansin.

549. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ giperbolaning $M(5,1)$ nuqtada teng ikkiga bo'linadigan vatarining tenglamasi tuzilsin.

550. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaning o'qlari ular teng ikkiga bo'ladigan vatarlarga perpendikular bo'lgan yagona diametrlari ekanligini tekshiring.

551. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaga ichki chizilgan kvadratning uchlari topilsin va qanday giperbolalarga ichki kvadrat chizish mumkinligi tekshirilsin.

552. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$ giperbolaga $(5,-4)$ nuqtada urinadigan to'g'ri chiziq tenglamasi yozilsin.

553. $x^2-y^2=8$ giperbolaga $M(3,-1)$ nuqtada urinadigan to'g'ri chiziq tenglamasi yozilsin.

554. $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ giperbolaga $M(1,4)$ nuqta orqali o'tadigan urinmalarning tenglamalari yozilsin.

555.Berilgan $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{36}=1$ giperbolaga:

1) $3x-y-17=0$ to'g'ri chiziqqa parallel ;

2) $2x+5y+11=0$ to'g'ri chiziqqa perpendikular qilib o'tkazilgan urinmalarning tenglamalari tuzilsin.

555.* $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziqning $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaga urinma bo'lishligi uchun zaruriy va yetarli shart topilsin.

556. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaning fokuslaridan urinmasigacha bo'lgan masofalarning ko'paytmasi topilsin.

557. Giperbolaning $F_1(4,2), F_2(-1,10)$ fokuslari va urinmasining tenglamasi $3x+4y-5=0$ berilgan. Yarim o'qlarini toping.

558.* Tomonlari berilgan giperbolaga urinadigan to'g'ri burchaklar uchlarining geometrik o'rnini aniqlang.

559.* Fokuslari $F_1(1,0), F_2(0,1)$ nuqtalarda bo'lib, asimptotalari koordinata o'qlariga parallel bo'lgan giperbolaning tenglamasini tuzing.

560.* Giperboladagi ixtiyoriy M nuqtadan F fokusgacha bo'lgan masofa, shu nuqta orqali asimptotaga parallel ravishda o'tkazilgan to'g'ri chiziqning M nuqta va F fokusga mos direktrisa bilan chegaralangan kesmasiga teng ekanligini isbotlang.

561. Giperbolaning qutb koordinatalar sistemasidagi $p=\frac{9}{4-5\cos\varphi}$ tenglamasi berilgan, uning kanonik tenglamasini tuzing.

563. Giperbolaning dekart koordinatalar sistemasidagi tenglamasi $\frac{x^2}{144}-\frac{y^2}{25}=1$ ga ko'ra qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasini tuzing.

564. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaga ixtiyoriy yo'nalishda urinmalar o'tkazish mumkinmi, agar mumkin bo'lmasa, bu giperbola urinmalarining burchak koeffitsientlariga qanday shartlar qo'yilgan?

565. Giperbolaning o'qlari koordinata o'qlari bilan ustma—ust tushadi va $x-y-2=0$ to'g'ri chiziq giperbolaga $M(4,2)$ nuqtasida urinadi. Bu giperbolaning tenglamasini tuzing.

566. Giperbola asimptotalarining tenglamalari $y=\pm\frac{1}{2}x$ va urinmalardan birining tenglamasi $5x-6y-8=0$ ma'lum bo'lsa, giperbola tenglamasini tuzing.

567. Quyidagi giperbolalarning tenglamalari sodda shaklga keltirilsin:

1) $9x^2-25y^2-18x-100y-316=0;$ 2) $5x^2-6y^2+10x-12y-31=0;$

3) $x^2-4y^2+6x+5=0.$

Markazlarining koordinatalari va o'qlari topilsin.

568.* Giperbola biror fokusining giperbola urinmalariga tushirilgan proyeksiyalarining geometrik o'rni topilsin.

569.* Giperbolaning fokusiga nisbatan uning urinmalariga simmetrik bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

570. Berilgan aylanaga urinadigan va bu aylanadan tashqarida yotgan nuqta orqali o'tadigan aylanalar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

571. * Berilgan giperbolaning fokusidan, uning ikkita o'zaro parallel ixtiyoriy urinmalarigacha bo'lgan masofalarning ko'paytmasini toping.

572. * Qanday shart bajarilganda (x_0,y_0) nuqtadan $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaga ikkita urinma o'tkazish mumkin? Bu urinmalarning tenglamalarini tuzing. Qanday shart bajarilganda (x_0,y_0) nuqtadan bu giperbolaga faqat bitta urinma o'tkazish mumkin? Uning tenglamasini tuzing.

573. [*] $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaga urinadigan va α qiymatli burchaklar uchlarining geometrik o'rni topilsin. $\alpha=\frac{\pi}{2}$ bo'lgan hol qaralsin.

574. [*] $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaga (x_0, y_0) nuqtadan o'tkazilgan urinmalar orasidagi burchakni toping.

575. [*] Giperbola urinmasining asimptotalardan ajratgan (markazdan hisoblaganda) kesmalari ko'paytmasi fokuslar oralig'idagi masofa yarmining kvadratiga tengligini isbotlang.

576. [*] $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaning asimptotalari bilan ixtiyoriy urinmasidan tuzilgan uchburchakning yuzini toping.

577. [*] Giperbolaga o'tkazilgan urinmaning urinish nuqtasi, bu urinmaning asimptotalar bilan chegaralangan kesmaning o'rtasi bo'lishini isbotlang.

578. [*] Uchlaridan biri $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaning nuqtasi bo'lib, ikki tomoni bu giperbolaning asimptotalarida yotuvchi parallelogrammning yuzini toping.

579. [*] Har biridan ikkita kesishuvchi to'g'ri chiziqlargacha bo'lgan masofalarning ko'paytmasi berilgan musbat songa teng bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rnini toping.

580. Biror M nuqta orqali o'tgan va asimptotalarining hech biriga parallel bo'lmagan to'g'ri chiziq giperbola bilan ikkita (turli) nuqtada kesishsa, M nuqta giperbolaga nisbatan ichki nuqta deb ataladi. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda (x_0, y_0) nuqta $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaga nisbatan ichki nuqta bo'ladi?

581. * Giperbolaning markazi bilan ustma—ust tushmaydigan M nuqta orqali giperbolaga kamida bitta urinma o'tkazish mumkin bo'lsa, bunday nuqtaning tashqi nuqta bo'lishini isbotlang.

582. * Fokuslari F_1 va F_2 nuqtalarda, haqiqiy o'qi esa $2a$ ga teng bo'lgan giperbolaga nisbatan M nuqta ichki bo'lishi uchun $|MF_1 - MF_2| > 2a$ shartning bajarilishi zaruriy va yetarli ekanligini isbotlang.

583. * Agar l to'g'ri chiziq giperbolaning bir shoxini ikki turli nuqtada kesib o'tsa, l to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalari orasidagi barcha nuqtalar giperbolaga nisbatan ichki nuqta bo'lishini, l to'g'ri chiziqning bu kesmaga tegishli bo'lmagan barcha nuqtalari esa tashqi nuqtalar bo'lishini isbotlang. Agar l to'g'ri chiziq giperbolaning turli shoxlari bilan kesishsa, yuqorida aytilganlarning teskarisi bo'ladi.

584. * Giperbola urinmasidagi urinish nuqtasidan boshqa barcha nuqtalar bu giperbolaga nisbatan tashqi nuqtalar ekanini isbotlang.

585. * Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda (x_0, y_0) nuqta orqali o'tib $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ giperbolaning turli shoxlariga urinadigan to'g'ri chiziqlar o'tkazish mumkin?

586. * Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda (x_0, y_0) nuqta giperbolaning markazidan chiqib asimptotalar bo'ylab yo'nalgan ikki nur va shu giperbola bilan chegaralangan sohaga tegishli bo'ladi?

587. * Uchlari $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ bo'lgan kesmaning barcha nuqtalari $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ giperbolaga nisbatan ichki nuqtalar bo'lishining zaruriy va yetarli shartlari topilsin.

588. Fokuslari F_1, F_2 nuqtalarda bo'lgan giperbolaga M_1, M_2 nuqtalarda o'tkazilgan urinmalar kesishishi nuqtasining to'rtta

$F_1M_1, F_2M_2, F_1M_2, F_2M_1$ to'g'ri chiziqdan teng uzoqlikda yotishini isbotlang.

589. * Har biri orqali $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaning turli shoxlariga urinadigan va o'zaro o'tkir burchak hosil qiladigan ikki nur o'tkazish mumkin bo'ladigan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

590. * Fokuslari F_1, F_2 nuqtalarda bo'lgan giperbolaga M_1, M_2 nuqtalarda o'tkazilgan urinmalar kesishish nuqtalarining geometrik o'rni topilsin (bunda $M_1F_1 \parallel M_2F_2$ shart bajarilgan deb faraz qilinadi).

591. Berilgan (biri ikkinchisining tashqarisida yotgan) ikki aylanaga urinadigan aylanalar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

592. * Berilgan fokusli berilgan ikki nuqta orqali o'tadigan ellips (giperbola) larning ikkinchi fokuslari va markazlarinig geometrik o'rnini toping.

593. * Bitta fokus va ikkita urinmasi berilgan ellipslar va giperbolalarning ikkinchi fokuslari (va markazlari)ning geometrik o'rinini toping. Bu masala fokusi, bitta nuqtasi va bitta urinmasi berilgan holda ham yechilsin.

594. * Giperbolaning ixtiyoriy M nuqtasi va F_1, F_2 fokuslaridan tuzilgan MF_1F_2 uchburchakka ichki chizilgan aylanaga urinuvchi MF_1, MF_2 to'g'ri chiziqlar urinish nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

595. * Fokusdosh bo'lgan ellips bilan giperbolaning o'zaro ortogonal ekanini isbotlang.

596. * Giperbola ixtiyoriy urinmasining shu giperbolaning berilgan ikki urinmasi oralig'idagi kesmasi giperbolaning fokusidan o'zgarmas burchak ostida ko'rinishini isbotlang.

597. * Giperbola uchlarida o'tkazilgan urinmalar bilan giperbolaning istalgan nuqtasida o'tkazilgan urinmaning kesishish nuqtalari orasidagi kesma giperbola fokuslari orqali o'tadigan aylana diametri bo'lishini isbotlang. Yuqorida zikr qilingan nuqtalarni giperboladagi ixtiyoriy nuqta bilan tutashtirishdan hosil qilingan kesmalar ko'paytmasini toping.

598. * Giperbolaning mavhum o'qiga simmetrik bo'lgan ikki urinmasining ixtiyoriy uchinchi urinma bilan kesishish nuqtalari fokuslar bilan birga bitta aylanada yotishini isbotlang.

599. * Giperbolaga o'tkazilgan urinmaning uning asimptotalari bilan kesishish nuqtalari fokuslar bilan birga bitta aylanada yotishini isbotlang.

600. * Giperbolaning M nuqtasidagi urinmasi uning asimptotalari bilan P_1, P_2 nuqtalarda kesishadi. $MP_1^2 = MP_2^2 = MF_1 \cdot MF_2$ tenglik isbot qilinsin. Bu yerda F_1, F_2 giperbola fokuslari.

601. * Giperbolaga M nuqta orqali MM_1, MM_2 urinmalar (F_1, F_2 urinish nuqtalari) o'tkazilgan. Quyidagilarni isbotlang:

1) $\dfrac{MM_1^2}{M_1F_1 \cdot M_1F_2} = \dfrac{MM_2^2}{M_2F_1 \cdot M_2F_2} = \dfrac{R^2}{b^2}$, bu yerda $R - M_1F_1, M_1F_2, M_2F_1$ *va* M_2F_2 (588 – masalaga qarang) to'g'ri chiziqlarga urinuvchi aylananing radiusi b esa giperbolaning mavhum yarim o'qi.

2) $\dfrac{MF_1^2}{F_1M_1 \cdot F_1M_2} = \dfrac{MF_2^2}{F_2M_1 \cdot F_2M_2}$.

602. * Tomonlari o'zaro fokusdosh ellipslarga (yoki berilgan ikki giperbola yoki berilgan ellips bilan berilgan giperbola) urinadigan to'g'ri burchak uchlarining geometrik o'rni topilsin.

603. * Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda $Ax + By + C = 0$ to'g'ri chiziq $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ giperbola bilan:

1) kesishadi?

2) kesishmaydi?

604. * Teng tomonli giperbolaning qo'shma diametrlari uning asimptotalariga bir xil burchak ostida og'ishganligini isbotlang.

605. * $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=k$ (bu yerda a,b —berilgan sonlar, k —parametr) tenglama bilan berilgan giperbolalarning:

1) umumiy asimptotalarga ega ekanligini;

2) juft—juft umumiy qo'shma diametrlarga ega ekanligini isbotlang.

606. Giperbolaning urinmasi, urinish nuqtasi orqali o'tadigan diametrga qo'shma bo'lgan diametr yo'nalishiga ega ekanligini isbotlang.

607. Qo'shma bo'lgan $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\pm1$ giperbolalarning har bir asimptotalarning biriga nisbatan ikkinchisi asimptota yo'nalishi bo'yicha kosasimmetrik[1] ekanligi isbotlansin.

608. Berilgan $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaning qo'shma radiuslari deb, uning qo'shma diametrlaridagi shunday kesmalarga aytiladiki, ularning bir uchi giperbolaning simmetriya markazi bo'ladi, ikkinchi uchlari esa berilgan giperbola va unga qo'shma bo'lgan $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$ giperbola bilan qo'shma diametrning kesishish nuqtalari bo'ladi. Agar $M\left[\frac{a}{2}(t+\frac{1}{t}),\frac{b}{2}(t-\frac{1}{t})\right]$ nuqta qo'shma radiuslardan birining uchi bo'lsa, u holda ikkinchisining uchi $M'\left[\frac{a}{2}(t-\frac{1}{t}),\frac{b}{2}(t+\frac{1}{t})\right]$ nuqta bo'lishini isbotlang.

---

[1] kosasimmetrik figuralardan biri ikkinchisidan o'q simmetriyasi natijasida hosil qilinadi; tarjimon

609.* Giperbolaning ikki radiusi va ularning uchidan o'tkazilgan urinmalardan tashkil topgan ikki uchburchaklarning tengdosh ekanini isbotlang.

610.* M nuqtadan giperbolaga o'tkazilgan MM_1, MM_2 urinmalar kesmalarining nisbati ularga parallel bo'lgan giperbola radiuslarining nisbatiga tengligini isbotlang.

611.* Giperbolaning ikkita parallel kesuvchilari tortib turgan yoylarning nisbati shu vatarlarga parallel bo'lgan radiuslarning nisbatiga tengligi isbotlansin.

612.* Tomonlari giperbolaga urinadigan parallelogrammning diagonallari giperbolaning qo'shma diametrlari bo'lishini isbotlang.

613.* Koordinata o'qlari sifatida giperbolaning ikkita qo'shma diametrlarini olib, uning tenglamasini tuzing.

614.* Giperbolaning tayin ikkita M_1, M_2 nuqtasini shu giperbolani ixtiyoriy nuqtasi bilan tutashtiradigan to'g'ri chiziqlar asimptotadan o'zgarmas uzunlikdagi kesma ajratishi va bu kesma M_1, M_2 nuqtalardan ikkinchi asimptotaga parallel qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziqlarning birinchi asimptotadan ajratgan kesma uzunligiga tengligini isbotlang.

615.* $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ giperbolaning o'zaro α burchak tashkil qiladigan ikkita qo'shma diametrini toping.

616.* Tekislikning berilgan A, B nuqtalari orqali o'tadigan MA, MB to'g'ri chiziqlar giperbolaning ikki qo'shma diametriga parallel bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtalari M ning geometrik o'rnini toping.

617.* Bir giperbolaning asimptotalari ikkinchi giperbola uchun simmetriya o'qlari bo'lsa, umumiy markazli ikki teng tomonli giperbolaning kesishish nuqtasi orqali (har biriga) oʻtkazilgan urinmalarning oʻzaro perpendikularligi isbotlansin.

618.* Giperbolaning A, B nuqtalari orqali uning asimptotalariga parallel toʻgʻri chiziqlar oʻtkazilgan. Quyidagilar isbotlansin:

1) aytilgan yoʻsinda yasalgan parallelogrammning ikkinchi diagonali giperbola markazidan oʻtishi;

2) bu diagonal uzunligining yarmi parallelogrammning markazidan giperbola markazigacha va parallelogramm markazidan shu diagonalning A nuqtasidan oʻtkazilgan urinmasi bilan kesishish nuqtasigacha boʻlgan masofalarning oʻrta proporsionali ekanligi;

3) bu diagonal uzunligining yarmi parallelogrammning markazidan ikkinchi diagonalning giperbola bilan kesishishidan hosil qilingan masofalarning oʻrta proporsional qiymatiga tengligi.

619.* Tekislikning ixtiyoriy ikki A, A' nuqtalari orqali giperbolani kesib oʻtadigan oʻzaro parallel toʻgʻri chiziqlar oʻtkazilgan. Agar r birinchi kesuvchi toʻgʻri chiziq giperbolani P, Q nuqtalarda, ikkinchisi esa P', Q' nuqtalarda kesib oʻtsa, $\frac{AP \cdot AQ}{A'P' \cdot A'Q'} = const$ ekanligini isbotlang.

620.* Tekislikdagi A nuqta orqali giperbolani P, Q nuqtalarda kesib oʻtadigan toʻgʻri chiziqlar oʻtkazilgan. Agar r — giperbolaning qaralayotgan kesuvchiga parallel boʻlgan radiusi boʻlsa,

$\frac{AP \cdot AQ}{r^2} = const$ ekanligini isbotlang.

621.* Agar aylana bilan teng yonli giperbolaning kesishish nuqtalaridan ikkitasi aylananing biror diametrining uchlari boʻlsa, u holda qolgan ikkitasi (agar ular mavjud boʻlsa) giperbola diametrining uchlari boʻladi. Oxirgi nuqtalarning birortasida giperbolaga oʻtkazilgan urinma aylananing birinchi ikki nuqtasini tutashtiruvchi diametriga perpendikularligini isbotlang.

622.* Fokusdosh ellips va giperbolaga fokuslardan o'tmaydigan o'qdagi biror A nuqtadan o'tkazilgan urinmalar urinish nuqtalarining geometrik o'rni yoki normallar asoslarining geometrik o'rni aylanadan iboratligini isbotlang.

623.* Berilgan aylananing ikki nuqtasida urinadigan ellipslar fokuslarining geometrik o'rnini toping.

624.* Berilgan aylananing ikki nuqtasida urinadigan giperbolalar fokuslarining geometrik o'rnini toping.

625.* Berilgan fokus va unga mos direktrisaga ega bo'lgan giperbolalarning asimptotalari qanday chiziqqa urinadi?

626.* Giperbolaning fokusidan o'tadigan vatar bo'laklari teskari qiymatlarining yig'indisi o'zgarmas ekanligini isbotlang. Bu kesmalar bo'laklari ko'paytmasining vatar uzunligiga nisbati ham o'zgarmas ekanligini isbotlang.

3 §. Parabola

627. $y^2 = 4x$ parabola fokusining koordinatalarini aniqlang.

628. $x^2 = 4y$ parabola fokusining koordinatalarini aniqlang.

629. $y^2 = -8x$ parabola fokusining koordinatalarini aniqlang.

630. $y^2 = 6x$ parabola direktrisasi tenglamasini tuzing.

631. Parabolaning fokusidan uchigacha bo'lgan masofa 3 ga teng, uning kanonik tenglamasini tuzing.

632. Parabolaning fokusidan direktrisasigacha bo'lgan masofa 2 ga teng, uning kanonik tenglamasini tuzing.

633. Parabolaning fokusi $F(3,0)$ nuqtada va $x = -1$ direktrisasining tenglamasi bo'lsa, parabola tenglamasini tuzing.

634. $y = x^2 - 4x + 5$ parabolaning fokusini aniqlang.

635. Quyidagilarni bilgan holda parabolaning tenglamasini tuzing:
1) parabolaning uchidan fokusigacha bo'lgan masofa 3 ga teng va parabola Ox o'qiga nisbatan simmetrik bo'lib, Oy o'qiga urinsa;
2) fokusi (5,0) nuqtada bo'lib, ordinatalar o'qi direktrisa bo'lsa;
3) parabola Ox o'qiga nisbatan simmetrik bo'lib, $M(1;-4)$ nuqtadan va koordinatalar boshidan o'tadi;
4) parabolaning fokusi (0,2) nuqtada va uchi koordiniatalar boshida yotadi;
5) parabola Oy o'qiga nisbatan simmetrik bo'lib, $M(6,-2)$ nuqtadan va koordinatalar boshidan o'tadi.

636. $y^2=8x$ paraboladagi fokal radius vektori 20 ga teng bo'lgan nuqta topilsin.

637. $y^2=2px$ parabolaning fokusi orqali uning o'qiga perpendikular bo'lgan vatar o'tkazilgan. Bu vatarning uzunligini aniqlang.

638. $y^2=4x,$ parabolaning (3,1) nuqtada teng ikkiga bo'ladigan vatarini toping.

639. $y^2=4x$ parabolaning $M(9,6)$ nuqtasida o'tkazilgan urinmasining tenglamasini tuzing.

640. $y^2=2px$ parabolaga o'tkazilgan urinmaning $x-3y+9=0$ tenglamasi berilgan. Parabolaning tenglamasini tuzing.

641.* $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziq $y^2=2px$ parabolaga urinishi uchun zaruriy va yetarli shartni toping.

642. Berilgan $y=kx+b$ to'g'ri chiziqqa parallel va $y^2=2px$ parabolaga urinadigan to'g'ri chiziqning tenglamasini yozing.

643.* $y^2=4x$ parabola bilan $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$ ellipsning umumiy urinmalarini aniqlang.

644. * $y^2=2px$ parabolaning urinmalariga nisbatan koordinatalar boshiga simmetrik bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rinini toping.

645. * $y^2=2px$ parabolaning fokusidan urinmalariga tushirilgan perpendikularlar asoslarining geometrik o'rni topilsin.

646. $y^2=8x$ parabolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasini tuzing.

647. $\rho=\dfrac{6}{1-\cos\varphi}$ tenglama bilan berilgan parabolaning kanonik tenglamasini tuzing.

648. Parabolaning ikkita ixtiyoriy M_1, M_2 nuqtasidagi urinmalarining kesishish nuqtasidan va F fokusidan o'tadigan to'g'ri chiziq M_1FM_2 burchakni teng ikkiga bo'lishini isbotlang.

649. $4x+3y+46=0$ to'g'ri chiziqdan $y^2=64x$ parabolagacha bo'lgan eng qisqa masofani toping.

650. Parabolaning ix'tiyoriy urinmasi direktrisasini va o'qqa perpendikular bo'lgan fokal vatarni fokusdan teng uzoqlikdagi nuqtalarda kesishini isbotlang.

651. Tomonlari $y^2=2px$ parabolaga uringan holda siljiydigan to'g'ri burchak uchining trayektoriyasi topilsin.

652. * Parabolaning fokusi, direktrisasining ixtiyoriy nuqtasidan parabolaga o'tkazilgan ikkita urinmaning urinish nuqtalari bir to'g'ri chiziqda yotishi tekshirib ko'rilsin.

653. * Parabola uchining koordinatalari (a,b), parametri p ga teng va simmetriya o'qining yo'nalishi:

1) Ox o'qining musbat yo'nalishi bilan bir xil;

2) Ox o'qining manfiy yo'nalishi bilan bir xil;

3) Oy o'qining musbat yo'nalishi bilan bir xil;

4) Oy o'qining manfiy yo'nalishi bilan bir xil ekanligini bilgan holda parabolaning tenglamasini tuzing

654. Parabola quyidagi tenglamalarining biri bilan berilgan bo'lsa, parabola uchining koordinatalari, uning parametri va o'qining yo'nalishi aniqlansin:

1) $y^2 - 10x - 2y - 19 = 0;$

2) $y^2 - 6x + 14y + 49 = 0,$

3) $y^2 + 8x - 16 = 0,$

4) $x^2 - 6x - 4y + 29 = 0,$

5) $y = Ax^2 + Bx + C,$

6) $y = x^2 - 8x + 15,$

7) $y = x^2 + 6x.$

655. * Umumiy fokusga va ustma—ust tushgan, lekin qarama—qarshi yo'nalgan o'qlarga ega bo'lgan parabolalarning to'g'ri burchak ostida kesishishi isbotlansin.

656. Ox o'qiga nisbatan simmetrik, uchi esa (—5;0) nuqtaga joylashgan va ordinatalar o'qidan uzunligi $l = 12$ bo'lgan vatar ajratadigan parabolaning tenglamasini tuzing.

657. Ko'prik arkasi parabola shaklida, ko'prik ravog'i (Arka prolyoti) ning uzunligi 24 metr, balandligi 6 metr. Shu parabolik trayektoriyaning parametri aniqlansin.

658. Gorizontga nisbatan o'tkir burchak ostida otilgan tosh parabola yoyini chizib, boshlang'ich joydan 16 metr uzoqlikka tushadi. Toshning 12 metr balandlikka ko'tarilganini bilgan holda parabolik trayektoriyaning parametri topilsin.

659. Berilgan nuqtadan o'tadigan va berilgan to'g'ri chiziqqa urinadigan aylanalar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

660. Ordinatalar o'qiga va $x^2+y^2=1$ aylanaga urinuvchi aylanalar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

661. * M nuqta orqali o'tadigan ixtiyoriy to'g'ri chiziq parabolaning o'qiga parallel bo'lmasa va bu to'g'ri chiziq parabola bilan ikkita turli nuqtada kesishsa M nuqtani berilgan parabolaga nisbatan ichki deb ataymiz. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda (x_0, y_0) nuqta $y^2=2px$ parabolaga ichki nuqta bo'ladi?

662. * M nuqta parabolaga nisbatan ichki nuqta bo'lishini zaruriy va yetarli shartini $r<d$ ko'rinishda yozish mumkin ekanligini isbotlang. Bu yerda r son M nuqtadan parabola fokusigacha bo'lgan masofa, d esa M nuqtadan direktrisagacha masofa.

663. * M_0 nuqtadan berilgan parabolaga ikkita turli urinma o'tkazish mumkin bo'lsa, $M_0(x_0, y_0)$ nuqta $y^2=2px$ parabolaga nisbatan tashqi nuqta bo'lishining zaruriy va yetarlilik sharti ekanligi isbotlansin.

664. * $M_0(x_0, y_0)$ nuqta $y^2=2px$, parabolaga nisbatan tashqi nuqta bo'lsin deb faraz qilaylik, shu nuqta orqali parabolaga o'tkazilgan urinmalarning tenglamalari tuzilsin.

665. Parabolaning fokusi—parabolaning ichki nuqtasi ekanligini isbotlang.

666. * To'g'ri chiziq parabola bilan kesishmasa, uning barcha nuqtalari— parabolaning tashqi nuqtalari ekanligini isbotlang.

667.* Parabolaga o'tkazilgan urinmaning barcha nuqtalari (urinish nuqtasidan tashqari) bu parabolaning tashqi nuqtalari ekanini isbotlang.

668.* Parabolaning urinmalariga nisbatan fokusiga simmetrik bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni—direktrisa ekanini isbotlang.

669. M nuqtadan $y^2 = 2px$ parabolaga o'tkazilgan MM_1 va MM_2 urinmalar orasidagi burchak o'zgarmas α ga teng bo'lsin. Shunday M nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

670. Parabolaning urinmasi urinish nuqtasi orqali o'tuvchi diametr bilan qo'shma yo'nalishga ega ekanligini isbotlang.

671.* Parabolaning vatari uchlaridan o'tkazilgan urinmalarining kesishgan nuqtasi, shu vatarga qo'shma bo'lgan diametrda yotishini isbotlang.

672. Ox o'qi parabolaning qandaydir diametri deb qabul qilinsa, Oy o'qi esa bu diametrning parabola bilan kesishish nuqtasidan o'tkazilgan urinma bo'lsa, parabolaning tenglamasini tuzing.

673. Hamma parabolalar o'zaro o'xshashligini isbotlang.

674. Har biridan berilgan nuqta va berilgan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofalarning yig'indisi yoki ayirmasi o'zgarmas songa teng bo'ladigan nuqtalarning geometrik o'rnini toping.

675. Berilgan A nuqta bilan tekislikdagi ixtiyoriy M nuqtani tutashtiradigan kesma aylananing diametri bo'lib, bu aylanaga o'tkazilgan l urinma berilgan to'g'ri chiziqqa parallel bo'lsin. Har biridan mos l to'g'ri chiziqqacha masofa o'zgarmas bo'ladigan M nuqtalarning geometrik o'rnini toping.

676.* Parabolaning harakatlanadigan urinmasining ikki qo'zg'almas urinmalari orasilagi kesmasining direktrisaga proyeksiyalanganda uzunligi o'zgarmas kesma hosil bo'lishini isbotlang.

677.* Parabolaga o'tkazilgan urinmada qo'zg'aluvchi nuqta berilgan. Bu nuqta bilan fokusni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq va parabolaning shu nuqtasi orqali o'tadigan ikkinchi urinmasi orasidagi burchak doimo o'zgarmas ekanligi isbotlansin.

678.* Parabolaning M_1M_2 nuqtalaridan o'tkazilgan urinmalarining kesishish nuqtasi M va parabolaning fokusi F bo'lsa, quyidagilarni isbotlang: 1) $MF^2 = M_1F \cdot M_2F$; 2) $\frac{M_1F}{M_2F} = (\frac{M_1M}{M_2M})^2$.

679.* Tomonlari mos ravishda berilgan ikki fokusdosh parabolalarga urinadigan to'g'ri burchaklar uchlarining geometrik o'rnini toping.

680.* Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda $y = Ax^2 + Bx + C$ to'g'ri chiziq $y^2 = 2px$ parabola bilan:

1) kesishadi?

2) kesishmaydi?

681.* Parabolaga o'tkazilgan ikkita urinmaning urinish nuqtalarini tutashtiruvchi vatarining ixtiyoriy nuqtasi orqali urinmaga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar o'tkazilgan. Hosil bo'lgan parallelogrammning bu nuqtadan o'tmaydigan diagonali parabolaga urinma bo'lishini isbotlang.

682. Uchburchakni bir tomonida yotgan har bir nuqtasidan qolgan ikki tomoniga perpendikular qilib to'g'ri chiziqlar o'tkazildi. Bu to'g'ri chiziqlar asoslarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlar bilan bitta parabolaga urinishini isbotlang. Parabolaning fokusi mos balandlikning asosidan iborat. Direktrisasi esa qolgan ikki tomoniga tushirilgan balandliklar asoslarini tutashtiruvi to'g'ri chiziqdir.

683. Fokusdan o'tadigan vatar bo'laklarining teskari qiymatlari yig'indisi o'zgarmasligi va shu kesmalarni ko'paytmasining vatar uzunligiga nisbati o'zgarmas ekanligi isbotlansin.

684.* Parabola va uning o'qiga perpendikular bo'lgan l to'g'ri chiziq berilgan. Parabolaning o'qida shunday P nuqtani topingki, parabolada yotuvchi ixtiyoriy M nuqtadan P nuqtagacha va l to'g'ri chiziqdan M nuqtagacha bo'lgan masofalar kvadratlarining ayirmasi M nuqtaning tanlab olinishiga bog'liq bo'lmasin.

685.* O'zaro perpendikular o'qlarga ega bo'lgan parabolalar to'rtta nuqtada kesishsa, bu to'rtta nuqta orqali aylana o'tkazish mumkin ekanligini isbotlang. Bu aylananing markazi, ikki qarama—qarshi uchlari parabolalar fokuslarida joylashgan, uchinchi uchi esa direktrisalarning kesishgan nuqtasida yotadigan parallelogrammning to'rtinchi uchidan iborat.

686.* T uchburchak berilgan bo'lsin, uning tekisligida M nuqta olingan. M nuqtani T uchburchak tomonlariga proyeksiyalaymiz. Hosil bo'lgan nuqtalarni birlashtirsak, T uchburchak hosil bo'ladi.

1) agar M nuqta l to'g'ri chiziqni chizsa, u holda T' uchburchak tomonlarining o'ramalari bitta burchakka ichki chizilgan C_1, C_2, C_3 parabolalardan iborat. Shu parabolalar o'zaro bir nuqtada urinishi uchun l to'g'ri chiziq qanday joylashishi kerak?

2) l to'g'ri chiziqni qanday tanlab olinganda C_1, C_2, C_3 parabolalar direktrisalari bir nuqtadan o'tadi? Bu nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

3) agar l to'g'ri chiziq K nuqta atrofida aylansa, C_1, C_2, C_3 parabolalarni direktrisalari mos ravishda J_1, J_2, J_3 nuqtalar atrofida aylanadi. K nuqta yoki J_1 nuqta to'g'ri chiziqni chizsa, KJ_1 to'g'ri chiziqlar oilasining o'ramasi topilsin.

4) K nuqtaning qanday vaziyatlarida J_1, J_2, J_3 nuqtalar bitta to'g'ri chiziqda yotadi. K ning turli vaziyatlarga mos kelgan J_1, J_2, J_3 nuqtalar orqali o'tuvchi to'g'ri chiziqlar qo'zg'almas nuqta orqali o'tishi isbot qilinsin.

VII BOB
UMUMIY TENGLAMA BILAN BERILGAN IKKINCHI TARTIBLI CHIZIQLAR

Ikkinchi tartibli chiziqning umumiy tenglamasi odatda quyidagi ko'rinishlardan birida yoziladi:

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0 \qquad (1)$$

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_1x + 2a_2y + a = 0 \qquad (1')$$

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0 \qquad (1'')$$

(1) ko'rinishdagi tenglama quyidagi chiziqlarning birini aniqlaydi:

I $\begin{cases} \dfrac{X^2}{a^2} + \dfrac{Y^2}{b^2} = 1 & \text{ellips,} \\ \dfrac{X^2}{a^2} + \dfrac{Y^2}{b^2} = -1 & \text{mavhum ellips,} \\ \dfrac{X^2}{a^2} + \dfrac{Y^2}{b^2} = 0 & \text{ikkita mavhum kesishuvchi to'g'ri chiziq,} \\ \dfrac{X^2}{a^2} - \dfrac{Y^2}{b^2} = 1 & \text{giperbola,} \\ \dfrac{X^2}{a^2} - \dfrac{Y^2}{b^2} = 0 & \text{kesishadigan ikkita mavhum to'g'ri chiziq,} \end{cases}$

II $Y^2 = 2pX$ parabola,

III $X^2 = a^2,\ a \neq 0$ ikkita parallel to'g'ri chiziq,

$X^2 = -a^2,\ a \neq 0$ ikkita mavhum parallel to'g'ri chiziq,

$X^2 = 0$ ikkita ustma—ust tushuvchi to'g'ri chiziq.

Ushbu

$$I_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \qquad (2)$$

$$K_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad (3)$$

$$I_1 = a_{11} + a_{22} \qquad (4)$$

ifodalar to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasini boshqa to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga almashtirishga nisbatan ikkinchi tartibli chiziqning invariantlari deyiladi, bu yerda $a_{12} = a_{21}$ deb hisoblanadi.

Bu esa quyidagini bildiradi: agar biror to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida ikkinchi tartibli chiziq

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_1x + 2a_2y + a = 0$$

tenglama bilan va boshqa to'g'ri to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida shu chiziq

$$a'_{11}x'^2 + 2a'_{12}x'y' + a'_{22}y'^2 + 2a'_1x' + 2a'_2y' + a' = 0$$

tenglama bilan berilsa, u holda:

$$I_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}' & a_{12}' \\ a_{21}' & a_{22}' \end{vmatrix}, \quad I_1 = a_{11} + a_{22} = a_{11}' + a_{22}',$$

$$K_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_2 \\ a_1 & a_2 & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}' & a_{12}' & a_1' \\ a_{21}' & a_{22}' & a_2' \\ a_1' & a_2' & a' \end{vmatrix}.$$

$I_2 = 0, \ K_3 = 0$ bo'lgan holda ushbu $K_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_1 \\ a_1 & a \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & a_2 \\ a_2 & a \end{vmatrix}$ ifoda ham (aytilgan ma'noda) invariant bo'ladi va u semiinvariant deyiladi.

$$\lambda^2 - I_1\lambda + I_2 = 0 \qquad (6)$$

tenglama xarakteristik tenglama deyiladi. Uning $\lambda_1, \ \lambda_2$ ildizlari hamisha haqiqiy.

Ikkinchi tartibli chiziqlarni uch guruhga ajratish mumkin.

Birinchi guruhga yagona simmetriya markaziga ega bo'lgan chiziqlar kiradi, ular: ellips, mavhum ellips, kesishadigan ikki mavhum to'g'ri chiziq, giperbola va kesishadigan ikki to'g'ri chiziq.

Ikkinchi tartibli chiziq yagona markazga ega (ya'ni I guruhga tegishli) bo'lishi uchun $I_2 \neq 0$ shartning bajarilishi zarur va yetarlidir.

Ikkinchi guruhga simmetriya markaziga ega bo'lmagan chiziqlarni, ya'ni parabolani kiritamiz. Chiziqning parabola bo'lishi uchun ushbu $I_2 = 0, K_3 \neq 0$ shart bajarilishi zarur va yetarlidir.

Uchinchi guruhga simmetriya markazlari to'g'ri chiziqni tashkil etadigan chiziqlarni kiritamaz, ular: ikkita parallel to'g'ri chiziq, ikkita mavhum parallel to'g'ri chiziq, ustma—ust tushadigan ikkita to'g'ri chiziq, ikkinchi tartibli chiziqning simmetriya markazlari to'g'ri chiziqni tashkil etadigan bo'lishligi uchun $I_2 = 0, K_3 = 0$ shart bajarilishi zarur va yetarlidir.

To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasini almashtirish natijasida I guruh chiziqlarining tenglamasini

$$\lambda_1 x^2 + \lambda_2 y^2 + \frac{K_3}{I_2} = 0 \qquad (7)$$

II guruh chiziqlarining tenglamasini

$$I_1 x^2 \pm 2\sqrt{-\frac{K_3}{I_2}}\, y = 0 \qquad (8)$$

III guruh chiziqlarining tenglamasini

$$I_1 x^2 + \frac{K_2}{I_1} = 0 \qquad (9)$$

ko'rinishga keltirish mumkin.

Ikkinchi tartibli chiziqlarning mos guruhlarga tegishli bo'lishining zaruriy va yetarli alomatlari invariantlar orasidagi munosabatlar bilan quyidagicha ifodalanadi:

I Ellips $I_2 > 0,\ I_1 K_3 < 0$,

Mavhum ellips $I_2 > 0,\ I_1 K_3 > 0$,

Kesishadigan ikki mavhum to'g'ri chiziq $I_2 > 0,\ K_3 = 0$,

Giperbola $I_2 < 0,\ K_3 \neq 0$,

Kesishadigan ikki to'g'ri chiziq $I_2 < 0,\ K_3 = 0$.

II Parabola $I_2=0,\ K_3\neq 0$. III Ikki parallel to'g'ri chiziq $I_2=0,\ K_3=0,\ K_2<0$,

Ikki mavhum parallel to'g'ri chiziq $I_2=0,\ K_3=0,\ K_2>0$,

Ustma–ust tushadigan to'g'ri chiziq $I_2=0,\ K_3=0,\ K_2=0$.

Yuqorida yozilgan ma'lumotlar 1– jadvalda berilgan.

1-jadval

Gruppa	Markazlar o'rni	Markazlar o'rni alomati	Almashtirilgan tenglama	№	Chiziqning nomi	Chiziqning alomati	Chiziqning kanonik tenglamasi
I	nuqta	$I_2\neq 0$	$\lambda_1x^2+\lambda_2y^2+\frac{K_3}{I_2}=0$	1	Ellips	$I_2>0$ $I_1K_3<0$	$\frac{x^2}{a_2}+\frac{y^2}{b^2}=1$
				2	Mavhum ellips	$I_2>0$ $I_1K_3>0$	$\frac{x^2}{a_2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$
				3	Ikkita mavhum kesishuvchi to'g'ri chiziq	$I_2>0$ $K_3=0$	$\frac{x^2}{a_2}+\frac{y^2}{b^2}=0$
				4	giperbola	$I_2<0$ $K_3\neq 0$	$\frac{x^2}{a_2}-\frac{y^2}{b^2}=1$
II	Markazi yo'q	$I_2=0$ $K_3=0$	$I_1x^2\pm 2\sqrt{-\frac{K_3}{I_1}}=0$	5	Ikkita kesishuvchi to'g'ri chiziq	$I_2<0$ $K_3=0$	$\frac{x^2}{a_2}-\frac{y^2}{b^2}=0$
				6	Parabola	$I_2=0$ $K_3\neq 0$	$x^2=2py$
III	To'g'ri chiziq	$I_2=0$ $K_3=0$	$I_1x^2+\frac{K_2}{I_1}=0$	7	Ikkita parallel to'g'ri chiziq	$I_2=0$ $K_3=0$ $K_2<0$	$x^2=a^2$
				8	Ikkita mavhum to'g'ri chiziq	$I_2=0$ $K_3=0$ $K_2>0$	$x^2=-a^2$
				9	Ikkita ustma-ust tushuvchi to'g'ri chiziq	$I_2=0$ $K_3=0$ $K_2=0$	$x^2=0$

Ellips yoki giperbolaning boshlang'ich koordinatalar sistemasiga nisbatan joylashishi quyidagicha aniqlanadi:
Yangi koordinatalar sistemasining boshi

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_1 = 0 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_2 = 0 \end{cases} \qquad (10)$$

sistemaning yechish natijasida topiladi.

Yangi $O'X$ o'qning burchak koeffitsienti ($a_{12} \neq 0$ holda)

$$k = \frac{\lambda_1 - a_{11}}{a_{12}} \qquad (11)$$

formuladan topiladi, bu yerda λ_1 son xarakteristik tenglamaning yechimi bo'lib,

$$\lambda_1 X^2 + \lambda_2 Y^2 + \frac{K_3}{I_2} = 0$$

tenglamadagi X^2 oldidagi koeffitsientdir.

Agar chiziq ellips bo'lib λ_1 xarakteristik tenglamaning absolut qiymati jihatdan kichik ildizi bo'lsa,

$$k = \frac{\lambda_1 - a_{11}}{a_{12}}$$

formula ellips katta o'qining burchak koeffitsientini aniqlaydi.

Agar chiziq giperbola bo'lib, λ_1 xarakteristik tenglamaning K_3 bilan bir xil ishorali ildizi bo'lsa, u holda:

$$k = \frac{\lambda_1 - a_{11}}{a_{12}}$$

($a_{12} \neq 0$) formula giperbola haqiqiy o'qining burchak koeffitsientini ifodalaydi.

Agar parabolaning uchi, parametri va o'qi bo'yicha botiqlik tomoniga yo'nalgan vektor ma'lum bo'lsa, parabolaning boshlang'ich sistemaga nisbatan joylashishi ma'lum bo'ladi.

Parabola uchi parabola o'qi tenglamasi bilan parabola tenglamasini birgalikda yechish natijasida, ya'ni parabola o'qining

$$a_{11}x + a_{12}y + \frac{a_{11}a_1 + a_{12}a_2}{a_{11} + a_{12}} = 0 \qquad (12)$$

yoki

$$a_{21}x + a_{22}y + \frac{a_{22}a_2 + a_{21}a_1}{a_{11} + a_{22}} = 0$$

tenglamasini parabola tenglamasi bilan birga yechib topiladi.

$$\left\{ \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_1 & a_2 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_1 & a_2 \end{vmatrix} \right\} \qquad (13)$$

sonlardan iborat vektor parabola o'qiga parallel bo'lib, botiqlik tomoniga yo'nalgan. Parabolaning parametri

$$p = \sqrt{-\frac{K_3}{I_1^3}} \qquad (14)$$

formuladan aniqlanadi.

Agar ikkinchi tartibli chiziq ikkita to'g'ri chiziqqa ajralsa, bu to'g'ri chiziqlar tenglamalarini tuzish uchun chiziq tenglamasining chap tomonini chiziqli ko'paytuvchilarga ajratib, ularning har birini nolga tenglashtiriladi.

ikkinchi tartibli chiziq metrikasi g_{11}, g_{12}, g_{22} bilan aniqlangan affin koordinatalar sistemasiga nisbatan berilgan bo'lsin. U holda berilgan affin sistemasini ikkinchi affin sistemaga almashtirishga nisbatan ikkinchi tartibli chiziq invariantlari quyidagi ifodalar bilan aniqlanadi:

$$I_2 = \frac{1}{G}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \qquad (15)$$

$$K_3 = \frac{1}{G}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_2 \\ a_1 & a_2 & a \end{vmatrix} \qquad (16)$$

$$I_1 = \frac{1}{G}\left(\begin{vmatrix} a_{11} & g_{12} \\ a_{21} & g_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} g_{11} & a_{12} \\ g_{21} & a_{22} \end{vmatrix}\right) \qquad (17)$$

bu yerda

$$G = g_{11}g_{22} - g_{12}^{\ 2}.$$

K_2 — invariant affin sistemada quyidagi ko'rinishga ega:

$$K_2 = \frac{1}{G}\left(\begin{vmatrix} g_{11} & a_{12} & a_1 \\ g_{21} & a_{22} & a_2 \\ 0 & a_2 & a \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & g_{12} & a_1 \\ a_{21} & g_{22} & a_2 \\ a_1 & 0 & a \end{vmatrix}\right). \qquad (19)$$

Affin sistemasida kanonik tenglamalarining koeffitsientlari invariantlar orqali xuddi to'g'ri burchakli sistemadagidek ifodalanadi.

Ellips va giperbolaning affin sistemaga nisbatan joylashishi quyidagicha aniqlanadi: markazining koordinatalari (10) tenglamalardan topiladi. Yangi $O'X$ o'qining burchak koeffitsienti

$$k = \frac{g_{11}\lambda_1 - a_{11}}{a_{12} - g_{12}\lambda_1} \qquad (20)$$

yoki

$$k = \frac{g_{21}\lambda_1 - a_{21}}{a_{22} - g_{22}\lambda_1} \qquad (21)$$

formuladan topiladi; bu yerda λ_1 — xarakteristik tenglamaning yechimi va u X^2 oldidagi koeffitsientdir.

Parabolaning joylashishi xuddi to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasi bilan ish ko'rgandek aniqlanadi, faqat o'qning tenglamasi quyidagi

$$a_{11}x + a_{12}y + \frac{g_{11}a_{12}a_2 - g_{12}(a_{12}a_1 + a_{11}a_2) + g_{22}a_{11}a_1}{g_{11}a_{22} - 2g_{12}a_{12} + g_{22}a_{11}} = 0 \qquad (22)$$

yoki

$$a_{21}x + a_{22}y + \frac{g_{11}a_{22}a_2 - g_{12}(a_{22}a_1 + a_{12}a_2) + g_{22}a_{12}a_1}{g_{11}a_{22} - 2g_{12}a_{12} + g_{22}a_{11}} = 0 \qquad (23)$$

ko'rinishda bo'ladi.

$$a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_1x+2a_2y+a=0$$

ko'rinishda berilgan ikkinchi tartibli chiziq markazining koordinatalari

$$\begin{aligned} a_{11}x+a_{12}y+a_1&=0 \\ a_{21}x+a_{22}y+a_2&=0 \end{aligned} \qquad (24)$$

tenglamalar sistemasidan aniqlanadi.

Agar $I_2=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}\neq 0$ bo'lsa, u holda yagona markaz mavjud.

Ikkinchi tartibli chiziqning $\{l,m\}$ vektorga parallel vatarlarga qo'shma bo'lgan diametri

$$(a_{11}x+a_{12}y+a_1)l+(a_{21}x+a_{22}y+a_2)m=0 \qquad (25)$$

yoki

$$lF_x+mF_y=0 \qquad (25')$$

tenglamadan aniqlanadi, bu yerdagi

$$\begin{aligned} F_x&=a_{11}x+a_{12}y+a_1, \\ F_y&=a_{21}x+a_{22}y+a_2 \end{aligned}$$

ifodalar chiziq tenglamasining chap tomonidan mos ravishda x va y bo'yicha olingan xusisiy hosilalarning yarmiga teng.

Agar vatar yo'nalishining burchak koeffitsienti k bo'lsa, diametr tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$F_x+kF_y=0$$

Markaziy chiziq uchun barcha diametrlar markaz orqali o'tadi.

Parabola diametrlari o'zaro parallel bo'ladi, ularning burchak koeffitsienti

$$K=-\frac{a_{11}}{a_{12}} \quad (a_{12}\neq 0) \qquad (28)$$

yoki

$$K=-\frac{a_{21}}{a_{22}} \quad (a_{22}\neq 0) \qquad (29)$$

ga teng bo'ladi.

$a_{12}=a_{22}=0$ bo'lgan holda diametrlar Oy o'qiga parallel bo'ladi. O'zaro qo'shma ikkita diametrlarni yo'naltiruvchi $\{l_1,m_1\},\{l_2,m_2\}$ vektorlari

$$a_{11}l_1l_2+a_{12}(l_1m_2+l_2m_1)+a_{22}m_1m_2=0 \qquad (30)$$

shartni qanoatlantiradi.

Qo'shma yo'nalishlar burchak koeffitsientlari bilan berilgan bo'lsa, (30) shart quyidagi ko'rinishga keladi:

$$a_{11}+a_{12}(k_1+k_2)+a_{22}k_1k_2=0 \qquad (31)$$

Koordinata o'qlari ikkinchi tartibli chiziqqa nisbatan qo'shma bo'lsa, tenglamada koordinatalar ko'paytmasi qatnashmaydi $(a_{12}=0)$.

Markaziy chiziqning qo'shma diametrlariga nisbatan tenglamasi

$$a_{11}x^2+a_{12}y^2+a=0 \qquad (32)$$

ko'rinishga ega.

Ikkinchi tartibli chiziqning simmetriya o'qi qo'shma vatarlarga perpendikular diametr bo'ladi.

Markaziy chiziqlar ikki o'qqa ega bo'ladi. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida koordinata o'qlarining burchak koeffitsientlari

$$a_{12}k^2+(a_{11}-a_{22})k-a_{12}=0 \qquad (a_{12}\neq 0) \qquad (33)$$

tenglamadan aniqlanadi.

Parabola yagona o'qqa ega. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida o'qqa qo'shma bo'lgan vatarlarning burchak koeffitsienti

$$k=\frac{a_{12}}{a_{11}}, \qquad a_{11}\neq 0 \quad \text{shartda,} \qquad (34)$$

yoki

$$k=\frac{a_{22}}{a_{12}}, \qquad a_{12}\neq 0 \quad \text{shartda,} \qquad (35)$$

tenglikdan aniqlanadi.

$a_{11} = a_{12} = 0$ holda parabolaning o'qiga perpendikular vatarlari Oy o'qiga parallel bo'ladi.

Affin koordinatalar sistemasida markaziy chiziqning o'qlariga qo'shma vatarlarining burchak koeffitsienti

$$\begin{vmatrix} k^2 & -k & 1 \\ a_{11} & a_{12} & a_{22} \\ g_{11} & g_{12} & g_{22} \end{vmatrix} = 0 \qquad (36)$$

tenglamani qanoatlantiradi. Agar ikkinchi tartibli chiziq parabola bo'lsa, uning o'qiga qo'shma vatarlarning burchak koeffitsienti

$$k = -\frac{\begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ a_{11} & a_{12} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} g_{12} & g_{22} \\ a_{11} & a_{12} \end{vmatrix}} \qquad \text{agar } \begin{vmatrix} g_{12} & g_{22} \\ a_{11} & a_{12} \end{vmatrix} \neq 0 \qquad (37)$$

yoki

$$k = -\frac{\begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} g_{12} & g_{22} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix}} \qquad \text{agar } \begin{vmatrix} g_{12} & g_{22} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0 \qquad (38)$$

formuladan aniqlanadi. Yuqorida ko'rsatilgan determinantlarning ikkalasi ham nolga teng bo'lsa, parabola o'qiga qo'shma vatarlar Oy o'qiga parallel bo'ladi.

Giperbola asimptotalari markazidan o'tadi. Asimptotaning yo'naltiruvchi vektorining $\{l, m\}$ koordinatalari

$$a_{11}l^2 + 2a_{12}lm + a_{22}m^2 = 0$$

tenglamani, burchak koeffitsientlari esa $a_{22} \neq 0$ holda

$$a_{11} + 2a_{12}k + a_{22}k^2 = 0 \qquad (40)$$

tenglamani qanoatlantiradi. Asimptotalarga parallel to'g'ri chiziqlarning yo'nalishlari asimptotik yo'nalishlar deyiladi.

Agar

$$F(x,y)=0 \qquad (41)$$

x,y ga nisbatan ikkinchi darajali bo'lib, giperbolani ifodalasa, ushbu

$$F(x,y)=\frac{K_3}{I_2} \qquad (42)$$

tenglama bir juft asimptotani aniqlaydi.

$F(x,y)=0$ giperbola asimptotalari tenglamasini

$$lF_x+mF_y=0 \qquad (43)$$

ko'rinishda (bu yerda l,m — asimptotik yo'nalishga ega bo'lgan to'g'ri chiziqlarning yo'naltiruvchi vektorning koordinatalari)

yoki

$$F_x+kF_y=0 \qquad (44)$$

ko'rinishda yozish mumkin (k — asimptotik yo'nalishdagi to'g'ri chiziqlarning burchak koeffitsienti).

Agar $Ox(Oy)$ o'qi asimptotik yo'nalishga ega bo'lsa, u holda $a_{11}=0\ (a_{22}=0)$.

Giperbolaning asimptotalariga nisbatan tenglamasi

$$2a_{12}xy+a=0 \qquad (45)$$

ko'rinishga ega.

(1) chiziqning $M_0(x_0,y_0)$ nuqtasidagi urinmasi

$$(a_{11}x_0+a_{12}y_0+a_1)x+(a_{12}x_0+a_{22}y_0+a_2)y+a_1x_0+a_2y_0+a=0 \qquad (46)$$

tenglama bilan aniqlanadi.

Ikkinchi tartibli chiziqning ixtiyoriy diametri va uning uchlaridan biridagi urinmasi koordinata o'qlari sifatida olinsa, chiziq tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$a_{11}x_2+a_{22}y_2+2a_1x=0. \qquad (47)$$

Xususiy holda, parabola uchun:

$$a_{22}y^2+2a_1x=0. \qquad (48)$$

$F_1=0,\ F_2=0$ — ikkinchi tartibli ikki chiziqlarning tenglamalari bo'lsa,

$$\lambda_1 F_1 + \lambda_2 F_2 = 0 \qquad (49)$$

tenglama berilgan chiziqlar bilan aniqlagan chiziqlar dastasi tenglamasini aniqlaydi. Bu dastaga tegishli ixtiyoriy chiziq berilgan chiziqlarning kesishish nuqtalaridan o'tadi va aksincha, berilgan chiziqlarning hamma kesishish nuqtalaridan o'tadigan har qanday ikkinchi tartibli chiziq (49) dastaga tegishli bo'ladi.

Beshta nuqtadan hech qaysi to'rttasi bitta to'g'ri chiziqda yotmasa, bu nuqtalar orqali ikkinchi tartibli bitta chiziq o'tkazish mumkin. Hech qanday uchta nuqtasi bitta to'g'ri chiziqda yotmagan holda esa, ikkinchi tartibli chiziq ikki to'g'ri chiziqqa ajralmaydi.

Ushbu

$$\begin{cases} a_{11}x^2 + a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_1x + 2a_2y + a_1 = 0 \\ b_{11}x^2 + 2b_{12}xy + b_{22}y^2 + 2b_1x + 2b_2y + b_1 = 0 \end{cases}$$

ikki tenglama bitta ikkinchi tartibli chiziqni ifodalashi uchun, ularning hamma mos koeffitsientlari proporsional bo'lishi zarur va yetarlidir.

Bir necha misollar ko'ramiz.

1–misol. Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqning turi va joylashishi aniqlansin.

$$6xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0$$

Yechish.

$$I_2 = \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = -9 < 0;$$

demak bu chiziq—birinchi guruhga tegishli;

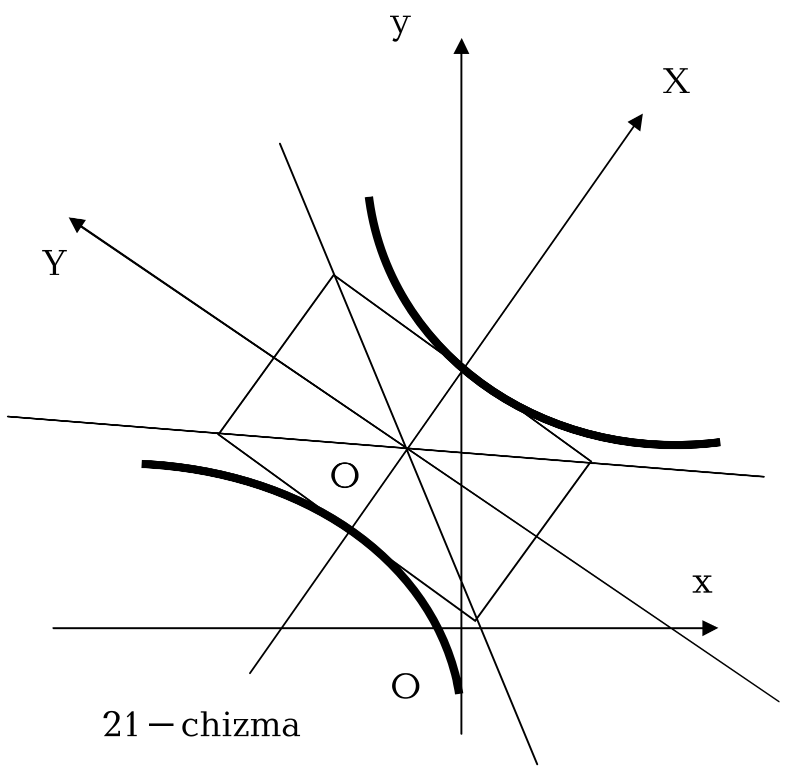
$$K_3 = \begin{vmatrix} 0 & 3 & -6 \\ 3 & 8 & -13 \\ -6 & -13 & 11 \end{vmatrix} = 81 \neq 0;$$

chiziq giperboladan iborat;

$$I_1 = 0 + 8 = 8.$$

Chiziqning xarakteristik tenglamasi:

$$\lambda^2-8\lambda-9=0.$$



21 – chizma

Xarakteristik tenglamaning yechimlari:

$$\lambda_1=9,\ \lambda_2=-1,$$

Almashtirishdan so'ng tenglama $9X^2-Y^2+\frac{81}{-9}=0$ ko'rinishga keladi.

Kanonik tenglamasi esa:

$$\frac{X^2}{1}-\frac{Y^2}{9}=1.$$

Markazi quyidagi

$$\begin{cases}3y-6=0,\\ 3x+8y-13=0\end{cases}$$

tenglamalardan topiladi.

$O'(-1,2)$ – nuqta chiziq markazi. $O'X$ o'qning burchak koeffitsienti $k=\frac{9}{3}=3$.

Bu ma’lumotlardan foydalanib, giperbolani chizish mumkin(21 – chizma).

2–misol. Quyidagi

$$6xy+8y^2-12x-26y+11=0$$

Chiziqning tenglamasini kanonik shaklga o'tkazuvchi koordinatalar sistemasini almashtirish formulalari topilsin.

Yechish. Giperbola markazi $O'(-1,2)$ nuqtada $O'X$ o'qning burchak koeffitsienti 3 ga teng, demak:

$$\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{10}};\qquad \sin\varphi=\frac{3}{\sqrt{10}};$$

Natijada almashtirish formulalari quyidagicha bo'ladi:

$$X = \frac{x-3y}{\sqrt{10}} - 1; \qquad Y = \frac{3x+y}{\sqrt{10}} + 2,$$

bundan

$$X = \frac{x-3y-5}{\sqrt{10}}; \qquad Y = \frac{-3x+y-5}{\sqrt{10}}$$

kelib chiqadi.

3−misol. Quyidagi

$$6xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0$$

chiziqning kanonik koordinatalar sistemasidagi fokuslarining koordinatalari va direktrisa tenglamalari topilsin.

Yechish. Kanonik koordinatalar sistemada chiziq fokuslarining koordinatalari quyidagicha

$$x_{F1} = -\sqrt{10}; \qquad y_{F1} = 0;$$
$$x_{F2} = \sqrt{10}; \qquad y_{F2} = 0;$$

boshlang'ich sistemada esa: $x_{F1} = -2,\ \ y_{F1} = -1;\ x_{F2} = 0, y_{F2} = 5$.

Kanonik sistemada direktrisalari tenglamalari

$$x = \pm\frac{1}{\sqrt{10}},$$

boshlang'ich sistemada esa:

$$\frac{x+3y-5}{\sqrt{10}} = \pm\frac{1}{\sqrt{10}};$$

yoki $x + 4y - 4 = 0, \qquad x + 3y - 6 = 0$ ko'rinishda bo'ladi.

4−misol. Quyidagi

$$x^2 - 4xy + 4y^2 + 4x - 3y - 7 = 0$$

chiziqning shakli va joylashishi aniqlansin:

Yechish.

$$I_2 = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 0, \qquad K_3 = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & -\frac{3}{2} \\ 2 & -\frac{3}{2} & -7 \end{vmatrix} = -\frac{25}{4};$$

Demak, berilgan chiziq – parabola;

$$I_1 = 1 + 4 = 5.$$

Parametri

$$p = \sqrt{\frac{25}{4 \cdot 5^3}} = \frac{1}{2\sqrt{5}}.$$

Kanonik tenglamasi:

$$Y^2 = \frac{1}{\sqrt{5}} X.$$

O'qining tenglamasi:

$$x - 2y - \frac{1 \cdot 2 - 2 \cdot (-\frac{3}{2})}{1 + 4} = 0$$

yoki

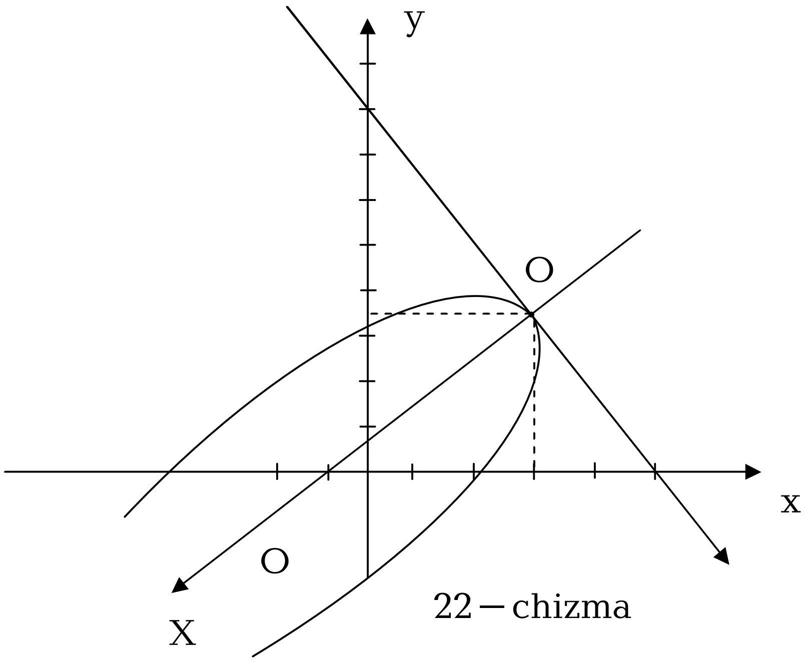
$$x - 2y + 1 = 0.$$

Parabola uchining koordinatalarini topish uchun tenglamalar:

$$\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ x^2 - 4xy + 4y^2 + 4x - 3y - 7 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y = -1 \\ (x - 2y)^2 + 4x - 3y - 7 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ 4x - 3y - 6 = 0. \end{cases}.$$

Natijada, parabola uchi $O'(3,2)$ nuqtada, botiqlik tomoniga yo'nalgan o'q vektori esa

$$\left\{\begin{vmatrix}-2 & 4\\ 2 & -\frac{3}{2}\end{vmatrix}, -\begin{vmatrix}1 & -2\\ 2 & -\frac{3}{2}\end{vmatrix}\right\} = \{-5, -\frac{5}{2}\} \ \downarrow\downarrow \ (-2, -1)$$



22−chizma

koordinatalarga ega (22−chizma). ($X=\sqrt{5}$ bo'lganda $Y=\pm 1$ teng ekanini bilish foydali).

5−misol. Quyidagi

$$x^2-4xy+4y^2+4x-3y-7=0$$

chiziqning fokusi va direktrisasi topilsin (4−misolga qarang).

Berilgan chiziq parametri $p=\dfrac{1}{2\sqrt{5}}$ ga teng parabolani ifodalaydi. Parabola uchi $O'(3,2)$ nuqtada. Parabola o'qining musbat yo'nalishi (−2,−1) vektor bilan aniqlanadi. Ox va $O'x$ o'qlar orasidagi burchakni φ desak:

$$\cos\varphi = -\frac{2}{\sqrt{5}},\ \sin\varphi = -\frac{1}{\sqrt{5}};$$

Demak almashtirish formulalari:

$$x = \frac{-2X + Y}{\sqrt{5}} + 3,\quad y = \frac{-X - 2Y}{\sqrt{5}} + 2$$

bundan

$$X = \frac{-2x - y + 8}{\sqrt{5}},\qquad Y = \frac{x - 2y + 1}{\sqrt{5}}$$

Kanonik sistemada fokus koordinatalari:

$$X = \frac{1}{4\sqrt{5}},\quad Y = 0,$$

boshlang'ich sistemada esa:

$$x = 2{,}9;\qquad y = 1{,}95$$

kanonik sistemada direktrisa tenglamasi: $X = -\frac{1}{4\sqrt{5}}$

boshlang'ich sistemada esa:

$$\frac{-2x - y + 8}{\sqrt{5}} = -\frac{1}{4\sqrt{5}} \qquad \text{yoki} \qquad 8x + 4y - 33 = 0$$

6−misol. Quyidagi

$$x^2 - 5xy + 4y^2 + x + 2y - 2 = 0$$

tenglama bilan aniqlagan chiziqning turi va joylashishi aniqlansin.

Yechish.

$$I_2 = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{5}{2} \\ -\frac{5}{2} & 4 \end{vmatrix} = -\frac{9}{4} < 0$$

chiziq birinchi guruhga tegishli.

$$K_3 = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{5}{2} & 4 & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

chiziq—kesishadigan ikkita to'g'ri chiziqdan iborat. Tenglamani ikkita chiziqli ko'paytuvchilarga ajratamiz.

$$x^2 - 5xy + 4y^2 + x + 2y - 2 = x^2 + (-5y+1)x + 4y^2 + 2y - 2 =$$
$$= x^2 + (-5y+1)x + \left(\frac{-5y+1}{2}\right)^2 + 4y^2 + 2y - 2 - \left(\frac{-5y+1}{2}\right)^2 =$$
$$= \left(x + \frac{-5y+1}{2}\right)^2 + 4y^2 + 2y - 2 - \frac{25y^2 - 10y + 1}{4} = \left(x + \frac{-5y+1}{2}\right)^2 -$$
$$-\left(\frac{3y-3}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{-5y+1}{2} + \frac{3y-3}{2}\right)\cdot\left(x + \frac{-5y+1}{2} - \frac{3y-3}{2}\right) =$$
$$= (x - y - 1)\cdot(x - 4y + 2);$$

bu to'g'ri chiziqlar tenglamalari: $x - y - 1 = 0;$ $x - 4y + 2 = 0$ dan iborat.

1 §. Ikkinchi tartibli chiziqlarning markazi, diametrlari urinmalari, asimptotalari, o'qlari

687. Beshta nuqtadan o'tuvchi ikkinchi tartibli chiziqning tenglamasi tuzilsin: (0,0), (0,1), (1,0), (2,−5), (−5,2).

688. * Quyidagi egri chiziqlarning markazlari topilsin:

1) $5x^2 + 8xy + 5y^2 - 18x - 18y + 11 = 0$
2) $2xy - 4x + 2y + 11 = 0$
3) $4x^2 + 4xy + y^2 - 10x - 5y + 6 = 0$
4) $x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 2y - 11 = 0$

689. $5x^2 - 3xy + y^2 - 3x + 2y - 5 = 0$ chiziqning $x - 2y - 1 = 0$ to'g'ri chiziq bilan kesishishidan hosil qilingan vatarning o'rtasidan o'tadigan diametr tenglamasi yozilsin.

690. $4xy - 5y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ egri chiziqning (−4,2) nuqta orqali o'tadigan diametri tenglamasi yozilsin.

691. $5x^2-6xy+3y^2-2x=0$ egri chiziqning $2x-3y=0$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan diametri tenglamasi yozilsin.

692. Ikki egri chiziqning umumiy diametri topilsin:

$x^2-2xy-y^2-2x-2y=0$, $x^2-2xy+y^2-2x-2y=0$.

693. $5x^2-3xy+y^2-3x+2y-5=0$ chiziq va ikkita $A(2,1)$ va $B(1,4)$ nuqta berilgan. A nuqtadan o'tuvchi diametrga qo'shma bo'lgan B nuqtadan shunday vatar o'tkazilsin.

694. * $x^2-6xy+y^2+4=0$ tenglama bilan berilgan ikkinchi tartibli chiziqqa ichki chizilgan parallelogramm tomonlaridan biri $x-1=0$ to'g'ri chiziq bo'lsa, qolgan tomonlarining tenglamalari yozilsin.

695. Berilgan to'rtta $A(1,0), B(3,2), C(0,2), D(0,-2)$ nuqta orqali o'tadigan; AB *va* CD vatarlari o'zaro qo'shma yo'nalishlari ekanligini bilgan holda, ikkinchi tartibli chiziqning tenglamasini yozing.

696. * $3x^2-2xy+y^2+6x-10=0,\quad 3x^2-2xy-y^2+6y-10=0$ ikkinchi tartibli chiziqlar berilgan. Har bir chiziq uchun shunday qo'shma diametrlar juftini topingki, birinchi juft diametrlar ikkinchi juft diametrlarga parallel bo'lsin.

697. * Ikkinchi tartibli chiziqning markazi unga tashqi chizilgan uchburchakning og'irlik markazi bilan ustma—ust tushsa, bu chiziq ellips ekanligini isbotlang.

698. Giperbolaning asimptotalari topilsin:

$10x^2+21xy+9y^2-41x-39y+4=0$.

699. Quyidagi

1) $x^2-3xy-10y^2+6x-8y=0;$
2) $3x^2+2xy-y^2+8x+10y-14=0;$
3) $3x^2+7xy+4y^2+5x+2y-6=0;$
4) $10xy-2y^2+6x+4y+21=0$

giperbolalarning asimptotalari topilsin.

700. $x^2-2y^2-5x+4y+6=0$ chiziqning abssissa o'qi bilan kesishish nuqtalaridagi urinmalari tenglamalari tuzilsin.

701. $x^2+xy+y^2+2x+3y-3=0$ chiziqning $3x+3y-5=0$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan urinmalari tenglamalari tuzilsin.

702. $4x^2+4xy+y^2-6x+4y+2=0$ ikkinchi tartibli chiziqning Oy o'qiga parallel urinmalarining tenglamalari yozilsin.

703.* (3,4) nuqtadan $2x^2-4xy+y^2-2x+6y-3=0$ egri chiziqqa urinmalar o'tkazilsin.

704.* $(\alpha x+\beta y+\gamma)^2+2(Ax+By+C)=0$, $\begin{vmatrix}\alpha & \beta\\ A & B\end{vmatrix}\neq 0$ tenglama berilgan.

1) Bu tenglamaning parabolani aniqlashi;

2) $\alpha x+\beta y+\gamma=0$ to'g'ri chiziqning diametr ekanligi;

3) $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziqning diametr bilan parabolaning kesishish nuqtasidagi urinmasi ekanligi ko'rsatilsin.

705. Parabola:

$(\alpha x+\beta y)^2+2a_{13}x+2a_{23}y+a_{33}=0$, $\begin{vmatrix}\alpha & \beta\\ a_{13} & a_{23}\end{vmatrix}\neq 0$ tenglama bilan berilgan.

Parabolaga uning ixtiyoriy (x_0,y_0) nuqtasidan o'tkazilgan urinma tenglamasini va unga mos kelgan qo'shma diametr tenglamasini yozing.

706.* 1) Parallelogrammga tashqi chizilgan ikkinchi tartibli chiziqning markaziy chiziq ekanligi va markazi parallellogram diagonallarining kesishish nuqtasidan iboratligi isbotlansin.

2) Parallelogrammga ichki chizilgan ikkinchi tartibli chiziqning hamisha markaziy ekanligi va markaz parallellogram diagonallarining kesishish nuqtasida ekanligi ko'rsatilsin.

707. * Uchburchakka ichki chizilgan ikkinchi tartibli chiziq markazi uchburchakning og'irlik markazi bo'lsa, bu chiziqning ellips ekanligi isbotlansin.

708. * Ikkinchi tartibli chiziqqa tashqi chizilgan parallelogrammning diagonallari berilgan chiziqning qo'shma diametrlari ekanligi isbotlansin.

709. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida quyidagi:

1) $5x^2 + 8xy + 5y^2 - 18x - 18y + 9 = 0;$
2) $2xy - 4x + 2y - 3 = 0;$
3) $x^2 - 4xy + 4y^2 - 5x + 10y + 6 = 0;$
4) $2x^2 + 3xy - 2y^2 + 5y - 2 = 0;$
5) $x^2 - 4xy + 4y^2 - 5x + 6 = 0$

ikkinchi tartibli chiziqlarning o'qlari topilsin.

710. * Umumiy tenglama bilan berilgan parabola simmetriya o'qining tenglamasi $a_{11}(a_{11}x + a_{12}y + a_1) + a_{12}(a_{21}x + a_{22}y + a_2) = 0$ yoki $a_{21}(a_{11}x + a_{12}y + a_1) + a_{22}(a_{21}x + a_{22}y + a_2) = 0$ tenglama bilan berilishi isbotlansin.

711. * To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida ikkinchi tartibli ikkita chiziqning umumiy bosh yo'nalishlarga ega bo'lish shartlari topilsin.

712. * Uchburchakka tashqi chizilgan ellipslar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

713. * Uchburchakka tashqi chizilgan ikkinchi tartibli chiziqning markazi sifatida olish mumkin bo'lgan nuqtalarning tekislikdagi vaziyati aniqlansin (ikkinchi tartibli chiziq turini e'tiborga olgan holda).

714. * Berilgan ikki nuqta bilan tutashtirilganda berilgan yo'nalishga bir xil og'ishgan to'g'ri chiziqlar hosil bo'ladigan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

715. * Umumiy asimptotik yo'nalishlarga ega bo'lgan va ikki o'zgarmas nuqtadan o'tadigan giperbolalar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

716. * Ikkinchi tartibli chiziq unga tashqi chizilgan parallelogramm tomonlaridan birining o'rtasida urinsa, bu chiziq parallelogrammning qolgan uchta tomonining o'rtasida urinishini isbotlang, bu holda chiziq $-$ellipsdan iborat bo'ladi.

717. * Uchburchakka tashqi chizilgan teng tomonli giperbolalar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

718. * $2x^2-4xy+y^2-2x+6y-3=0$ chiziqqa tashqi chizilgan parallelogramm uchlaridan biri $A(3,4)$ nuqtadaligini bilgan holda qolgan uchlarining koordinatalari topilsin.

2 §. Ikkinchi tartibli chiziqning turi va uning joylashishini aniqlash. Invariantlar

719. Quyidagi chiziqlarning turi aniqlansin:

1) $x^2+2xy+y^2+y=0;$
2) $x^2+2xy+y^2+y+x=0;$
3) $(x+2y)^2-3y^2=1;$
4) $(2x-y)(x-y)-1=0.$

720. Ikkinchi darajali ko'phadni Lagranj usulidan foydalanib, kvadratlar yig'indisiga keltiring, va ikkinchi tartibli chiziqlarning turini aniqlang.

1) $2x^2+3xy+4y^2-5x+2y-1=0;$
2) $4x^2-4xy+y^2-8x+6y-2=0;$
3) $2xy-4y^2+6x+6y+1=0.$

721. Koordinatalarni almashtirish yordamida quyidagi ikkinchi tartibli chiziqlar turini va joylashishini aniqlang.

1) $x^2+2y^2+4x-4y=0;$

2) $4x^2-y^2-8x-6y-4=0;$

3) $4x^2+4x+2y-1=0;$

4) $6x^2+8y^2+3x-4y+1=0;$

5) $2x^2-3y^2-6x+9y-2=0;$

6) $2x^2+6x+3y+6=0;$

7) $4y^2+4x-2y+1=0;$

8) $3x^2-2y^2+6x+4y+1=0;$

9) $xy+x+y=0.$

Quyidagi tenglamalar bilan berilgan ikkinchi tartibli chiziqlarning turi, o'lchovlari va joylashishi aniqlansin:

722. $5x^2+4xy+8y^2-32x-56y+80=0.$

723. $9x^2+24xy+16y^2-230x+110y-475=0.$

724. $5x^2+12xy-12x-22y-19=0.$

725. $x^2-2xy+y^2-10x-6y+25=0.$

726. $x^2-5xy+4y^2+x+2y-2=0.$

727. $4x^2-12xy+9y^2-2x+3y-2=0.$

728. 1) $2x^2+4xy+5y^2-6x-8y-1=0;$

2) $5x^2+8xy+5y^2-18x-18y+9=0;$

3) $5x^2+6xy+5y^2-16x-16y-16=0;$

4) $6xy-8y^2+12x-26y-11=0;$

5) $7x^2+16xy-23y^2-14x-16y-218=0;$

6) $7x^2-24xy-38x+24y+175=0;$

7) $9x^2+24xy+16y^2-40x-30y=0;$

8) $x^2+2xy+y^2-8x+4=0;$

9) $4x^2-4xy+y^2-2x-14y+7=0.$

729. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida $4xy+3y^2+16x+12y-36=0$ chiziq berilgan. Bu chiziqning giperbola ekanligi isbotlansin, uning yarim o'qlari uzunligi, markazining koordinatalari, haqiqiy va mavhum o'qlari tenglamalari, asimptotalari tenglamalari, fokuslarining koordinatalari, uchlarining koordinatalari, uchlaridagi urinmalar tenglamalari yozilsin.

730. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida berilgan ushbu $(x\cos t + y\sin t)^2 = 2(x\sin t - y\cos t + g)$ parabolaning kanonik tenglamasi tuzilsin va joylashishi aniqlansin $(g > 0,\ \ 0 < t < \frac{\pi}{2})$.

731. Ushbu $(A_1x + B_1y + C_1)^2 + (A_2x + B_2y + C_2)^2 = 1$ tenglama to'g'ri burchakli sistemada $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$ shart bajarilganda ellipsni ifodalashi isbotlansin. Ellipsning kanonik tenglamasi va uning qanday joylashganligi aniqlansin.

732. Fokusi (4;2) nuqtada, unga mos direktrisasi $2x - y - 10 = 0$ tenglama bilan ifodalangan, ekssentrisiteti $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ga teng bo'lgan ikkinchi tartibli chiziqning ikkinchi fokusi va ikkinchi direktrisasi topilsin.

733. Fokusi (0; −5) nuqtada, unga mos direktrisa tenglamasi $x - 3y - 4 = 0$, ekssentrisiteti $\sqrt{10}$ ga teng bo'lgan ikkinchi tartibli chiziqning ikkinchi fokusi va ikkinchi direktrisasi topilsin.

734. Umumiy tenglamasi $a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_1x + 2a_2y + a = 0$ bilan berilgan ellipsning yuzasi topilsin.

735. $I_1 = 0,\ \ K_3 \neq 0$ shartlar qanday ikkinchi tartibli chiziqni ifodalaydi?

736. * Ikkita giperbola tenglamalari ozod hadlari bilan farqlanadi. Bu faktning geometrik ma'nosi aniqlansin.

737. * $2F = 0$ ko'rinishli tenglama bilan berilgan ikkinchi tartibli chiziq ikkita parallel to'g'ri chiziqqa ajraladi. $M_0(x_0, y_0)$ nuqtaning shu to'g'ri chiziqlar orasida yotishining zaruriy va yetarli sharti topilsin.

738. * $2F = 0$ ko'rinishli tenglama bilan berilgan ikkinchi tartibli chiziq ikkita kesishadigan, lekin perpendikular bo'lmagan to'g'ri chiziqlarga ajraladi. $M_0(x_0, y_0)$ nuqtaning shu to'g'ri chiziqlardan tashkil topgan o'tkir burchakda yotishi uchun zaruriy va yetarli shart topilsin.

739. * $2F = 0$ ko'rinishli tenglama bilan berilgan ikkinchi tartibli chiziq kesishadigan ikkita to'g'ri chiziqlarga ajraladi. Bu to'g'ri chiziqlarning perpendikular bo'lishining zaruriy va yetarli sharti topilsin.

740. * Umumiy tenglamasi $F(x, y) = 0$ ko'rinishda berilgan ikkinchi tartibli chiziq giperbolani ifodalashi ma'lum. Uning ikkita asimptotasi $F(x, y) = \frac{K_3}{I_2}$ tenglama bilan ifodalanishini isbotlang.

741. Umumiy tenglamasi bilan berilgan ikkinchi tartibli chiziqning aylana bo'lishi uchun $I_1^2 = 4I_2$, $I_1K_3 < 0$ shartlarning zaruriy va yetarli ekanligini isbotlang.

742. Ikkinchi tartibli chiziqning I_1 invarianti 0 ga teng bo'lsa, I_2 invariantning manfiy bo'lishini isbotlang.

743. * $2F = 0$ tenglama bilan berilgan giperbolaning asimptotalari orasidagi o'tkir burchakda yotishi uchun zaruriy va yetarli sharti topilsin.

744. Umumiy tenglama bilan berilgan ikkinchi tartibli chiziq parabolani ifodalashi ma'lum bo'lsa, uning ozod hadini o'zgartirib, parabolalar oilasining tenglamasi hosil qilamiz. Bu oila umumiy parametrga, umumiy o'qqa ega bo'lib, bu o'qlarning hammasi parabolaning botiqlik tomoniga yo'nalganligini isbotlang.

745. * Ikkita giperbola tenglamalarida kvadratik formalar umumiy ko'paytuvchi bilan farq qiladi. Bu faktning geometrik talqinini aniqlang.

746. Ikkinchi tartibli chiziq ikkita parallel to'g'ri chiziqni ifodalaydi. Bu to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa topilsin.

747. Ikkita giperbolalarning umumiy tenglamalari:

$a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_1x+2a_2y+a=0$ $a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_1x+2a_2y+b=0$

berilgan. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda bu giperbolalar umumiy asimptotalaridan hosil bo'lgan turli vertikal burchaklarda yotadi?

748. $3x^2-2xy+y^2+6x-9=0$ chiziq berilgan. Simmetriya o'qlari shu chiziq o'qlari bilan ustma—ust tushadigan va yarim o'qlari ikki marta katta bo'lgan chiziq tenglamasi tuzilsin.

749. $(A_1x+B_1y+C_1)^2-(A_2x+B_2y+C_2)^2=1$ tenglamaning $A_1B_2-A_2B_1\neq 0$ shartda giperbolani aniqlashi isbotlansin va uning asimptotalari topilsin.

3 §. Ikkinchi tartibli chiziqlarning tenglamalarini tuzish

750. * Markazi $C(2;1)$ nuqtada bo'lgan ikkita qo'shma diametr uchlari $A(5;1), B(0;3)$ nuqtadan iborat ellips tenglamasi tuzilsin.

751. * Diametri $x-2y=0$ to'g'ri chiziqdan $x+y=0$ esa uchidagi urinmasidan iborat bo'lgan hamda $A(0;1)$ nuqtadan o'tuvchi parabola tenglamasi tuzilsin.

752. * Markazi $C(2;1)$ nuqtada, Ox o'qiga $A(3;0)$ nuqtada urinadigan va Oy o'qi uning xosmas (cheksiz uzoq) nuqtasida kesishadigan giperbolaning asimptotalari topilsin.

753. * Uchlari $A(4;2), B(8;2), C(4;5)$ nuqtalarda bo'lgan ABC uchburchak bilan berilgan. Shu uchburchakka tashqi chizilgan uchburchakning A uchidan chiqarilgan AD mediana diametri bo'ladigan parabola tenglamasi tuzilsin.

754. * AOB uchburchak berilgan: $A(8;0), O(0;0), B(0;6)$. O nuqtadan o'tadigan, AB tomoni o'rtasida urinadigan, OA, OB tomonlarni kesib o'tadigan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

755. * Parallelogrammning uchta $O(0;0), A(4;0), B(2;2)$. uchi hamda A *va* B nuqtalar parallelogrammning qarama—qarshi uchlari ekanligi ma'lum. Shu parallelogramga ichki chizilgan va parallelogramm tomonlarining o'rtalarida urinadigan ellips tenglamasi tuzilsin.

756. (3;0) nuqtadan o'tadigan markazi (0;—1) nuqtada bo'lgan ikkinchi tartibli chiziq berilgan. Bu chiziq $2x-3y+1=0,\ x+y-5=0$ to'g'ri chiziqlarni xosmas nuqtalarda kesib o'tishi ma'lum bo'lsa, chiziq tenglamasi tuzilsin.

757. (1;1) nuqtadan o'tadigan, Ox o'qni (1;0) nuqta va xosmas nuqtasida, shuningdek, Oy o'qini (0;1) nuqta bilan xosmas nuqtasida kesib o'tadigan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

758. $M(1;1)$ nuqtadan o'tib, Ox o'qiga (3;0) nuqtada urinadigan va asimptotasi Oy o'qidan iborat giperbolaning tenglamasi tuzilsin.

759. * Asimptotalari $x-1=0,\ 2x-y+1=0$ to'g'ri chiziqlardan iborat bo'lgan va $4x+y+5=0$ to'g'ri chiziqqa urinadigan giperbola tenglamasi tuzilsin.

760. (1;1) nuqtadan o'tadigan, o'qi $2x-y+2=0$ to'g'ri chiziqdan, asimptotasi esa $y=0$ dan iborat giperbola tenglamasi tuzilsin.

761. Berilgan ushbu $3x^2+10xy+7y^2+4x+2y+1=0$ giperbola asimptotalarini toping va shu asimptotalarga ajraladigan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasini tuzing.

762. Markazi $C(2;1)$ nuqtada, ikkita qo'shma diametr uchlaridagi urinmalari $y-2=0,\ x-y=0$ to'g'ri chiziqlardan iborat ellips tenglamasi tuzilsin.

763. Markazi (4;3) nuqtada, A uchi koordinatalar boshida, B uchi esa Oy o'qida yotgan ellips tenglamasi tuzilsin.

764. $O(0;0), A(4;0), B(0;2)$ nuqtalardan o'tuvchi parabola tenglamasi tuzilsin, bu yerda A, B nuqtalar parabola o'qiga nisbatan simmetrik deb olinsin.

765. Markazi (4;3) nuqtada, uchlari $A(6;0), B(0;4), C(6;4)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchakka tashqi chizilgan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

766. Ellipsning katta o'qi $x+y-1=0$, kichik o'qi esa $x-y+1=0$ to'g'ri chiziqda bo'lib, yarim o'qlari uzunliklari $a=2, b=1$ dan iboratligi ma'lum bo'lsa, uning tenglamasi tuzilsin.

767. $M_1(-2;-1), M_2(0;-2)$ nuqtalardan o'tuvchi, simmetriya o'qlari $x+y+1=0, \quad x-y+1=0$ to'g'ri chiziqlardan iborat ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

768. * Parabolada yotuvchi ikkita $(0;1), (0;0)$ nuqtalar va $x+y+1=0$ o'qi berilgan. Parabola tenglamasi tuzilsin.

769. * Ikkinchi tartibli chiziqning bitta o'qqa tegishli ikkita $A_1(2;1), A_2(10;7)$ uchlari va $B(0;7)$ nuqtadan o'tishi ma'lum. Chiziq tenglamasi tuzilsin.

770. Giperbolaning $F_1(2;3), F_2(1;0)$ fokuslarini va nuqtalaridan biri (2;0) ni bilgan holda uning tenglamasini tuzing.

771. Ikkinchi tartibli chiziqning $x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$ direktrisasi, unga mos $(x_1; y_1)$ fokusi va chiziqda yotuvchi $M(x_2; y_2)$ nuqtasi berilgan . Chiziq tenglamasi tuzilsin.

772. * Giperbolaning $F_1(x_1; y_1), F_2(x_2; y_2)$ fokuslarini va $Ax+By+C=0$ urinmasini bilgan holda uning tenglamasini tuzing.

773. Parabolaning fokusi $F(2;1)$ va $3x-4y-1=0$ direktrisasi berilgan. Uning tenglamasi tuzilsin.

774. Fokusi $F(-1;-2)$ nuqtada, direktrisasi $x-y+8=0$ to'g'ri chiziqdan iborat bo'lgan parabola tenglamasi yozilsin.

775. Uchi koordinatalar boshida, fokusi $F(1;1)$ nuqtada bo'lgan parabola tenglamasi tuzilsin.

776. Egri chiziqning $A(7;0)$ nuqtadan o'tishi va uning $F(0;1)$ fokusi va unga mos $x-y+3=0$ direktrisasi ma'lum. Ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

777. Ikkinchi tartibli egri chiziqning $l=\sqrt{5}$ ekssentrisitetini, $F(1;1)$ fokusini va unga mos $x+2y-1=0$ direktrisasini bilgan holda uning tenglamasi tuzilsin.

778. * Egri chiziqning $F_1(1;1), F_2(2;2)$ fokuslari va direktrisalaridan biri $x+y-1=0$ berilgan. Ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

779. *Koordinatalar boshidan o'tuvchi, markazi $C(1;2)$ nuqtada, direktirisalaridan birining tenglamasi $x+2y-1=0$ bo'yicha ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

780. * Giperbolaning fokusi $F(-2;2)$ nuqtada, $2x-y+1=0,\quad x+2y-7=0$ to'g'ri chiziqlar uning asimptotalari ekanligini bilgan holda uning tenglamasi tuzilsin.

781. $y=kx$ dastaning har bir to'g'ri chizig'iga ikkinchi tartibli $2F=0,\ 2\Phi=0$ chiziqlarning qo'shma bo'lgan diametrlari aniqlanadi. Diametrlar kesishish nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

782. Tenglamasi $2F=0$ dan iborat chiziq va $S(x_0;y_0)$ nuqta berilgan. S dastaga tegishli to'g'ri chiziqlarning shu to'g'ri chiziqlarga qo'shma bo'lgan diametrlar bilan kesishish nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

783. Ikkinchi tartibli $2F(x,y)=0$ chiziqning $S(x_0;y_0)$ nuqtadan o'tadigan barcha vatarlari o'rtalarining geometrik o'rni topilsin.

784. Ikkinchi tartibli $2F=0,\ 2\Phi=0$ chiziqlar, ularning perpendikular bo'lgan urinmalarning burchak koeffitsientlari $k,\ -\frac{1}{k}$ berilgan. Shu urinmalarga qo'shma bo'lgan diametrlar kesishish nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

785. $S(x_0;y_0)$ nuqtada kesishuvchi $A_1x+B_1y+C_1=0,\quad A_2x+B_2y+C_2=0$ to'g'ri chiziqlar berilgan. Uchlari berilgan to'g'ri chiziqlarda yotuvchi kesmalar o'rtalarining geometrik o'rni topilsin.

786. * Kattaliklari o'zgarmaydigan ikkita burchak o'z uchlari atrofida shunday aylanadiki, birinchi burchakning bir tomoni ikkinchi burchakning bir tomoni bilan berilgan to'g'ri chiziq nuqtalarida kesishadi. Ikkinchi tomonlarining kesishish nuqtalari qanday geometrik o'rinni hosil qiladi?

787. * Berilgan ikkinchi tartibli chiziqning har bir diametrini berilgan to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtasidan shu dimametrga qo'shma yo'nalishga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Shu tariqa yasalgan to'g'ri chiziqning o'ramasi topilsin.

788. * Agar ikkita uchburchak tomonlari ikkinchi tartibli chiziqqa urinsa, shu uchburchaklarning oltita uchi orqali ikkinchi tartibli chiziq o'tkazish mumkinligi isbotlansin.

789. *Agar ikkinchi tartibli chiziq uchburchak uchlaridan va shu uchburchak balandliklarining kesishish nuqtasidan o'tsa, bu chiziqning teng yonli giperbola ekanligi isbot qilinsin.

790. * Teng yonli ikkita giperbola to'rtta nuqtada kesishsa, u holda bu nuqtalarning har biri qolgan uchta nuqtadan tuzilgan uchburchak balandliklarini kesishish nuqtasi ekanligi isbot qilinsin.

791. * Uchburchak tekisligida yotgan M nuqtaga shu uchburchak tomonlariga nisbatan simmetrik bo'lgan uchta nuqta orqali o'tadigan aylananing markazi M' bo'lsin. Quyidagilar isbot qilinsin:

1) Agar M nuqta l to'g'ri chiziqni chizsa, M' nuqta ikkinchi tartibli C chiziqni chizadi. l to'g'ri chiziqning C chiziqqa urinadigan vaziyatlarini aniqlang: C chiziq (ellips, giperbola, parabola) ning l to'g'ri chiziqni joylashishiga ko'ra turi aniqlansin.

2) Agar l to'g'ri chiziq o'ziga—o'zi parallel harakat qilsa, C chiziqning o'qlari berilgan ikkita parallel to'g'ri chiziqqa parallel bo'ladi.

C chiziq markazlarining geometrik o'rni bu holda ikkinchi tartibli C_1 chiziq bo'ladi. l to'g'ri chiziqning turli yo'nalishlarga mos kelgan C_1 chiziq markazlarining geometrik o'rni topilsin.

4 §. Affin koordinatalar sistemasida ikkinchi tartibli chiziqlar

792. Ko'phadni Lagranj usulida kvadratlar yig'indisi ko'rinishiga keltiring ikkinchi tartibli chiziqlarning turi aniqlansin:

1) $x^2-4xy+y^2-4x+2y-2=0;$
2) $x^2-2xy+4y^2+2x-2y-4=0;$
3) $x^2+4xy+4y^2-6x-8y=0.$

793. Ikkinchi darajali ko'phadni kvadratlar yig'indisiga keltirib (Lagranj usulidan foydalanib), quyidagi tenglamalardan har birining ikkita to'g'ri chiziqni ifodalashi ko'rsatilsin va shu to'g'ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin:

1) $2x^2-5xy-12y^2-x+26y-10=0;$
2) $3x^2+xy-2y^2-5x+5y-2=0;$
3) $4x^2+16xy+15y^2-8x-22y-5=0;$
4) $4x^2-4xy+y^2-6x+3y-4=0.$

794. Affin fazoda $g_{11}=9,\ g_{12}=36,\ g_{22}=169$ ni bilgan holda ushbu $18x^2+189xy+418y^2-3x-17y-1=0$ chiziq o'qining tenglamasi aniqlansin.

795. Affin fazoda $g_{11}=25,\ g_{12}=3,\ g_{22}=1$ ga teng deb faraz qilib, $50x^2-2y^2-5x+5y-1=0$ tenglama bilan berilgan chiziqning bosh o'qlari aniqlansin.

796. $g_{11}=4,\ g_{12}=8,\ g_{22}=25$ deb faraz qilib, $4x^2+28xy+49y^2+12x-1=0$ parabola o'qining tenglamasi tuzilsin.

797. $g_{11}=1,\ g_{12}=-0{,}5,\ g_{22}=1$ deb faraz qilib, $x^2-4xy+4y^2-4x-4y=0$ parabolaining o'qi va uchi topilsin.

798. $g_{11}=4,\ g_{12}=6,\ g_{22}=25$ ekanligini bilgan holda, quyidagi $20x^2+124xy+221y^2-36x-126y+9=0$ chiziq tenglamasi kanonik shaklga keltirilsin. Chiziq vaziyati aniqlansin.

799. $g_{11}=1,\ g_{12}=0{,}5,\ g_{22}=1$ ekanligini bilgan holda, $x^2-3xy+y^2+5=0$ chiziq tenglamasi kanonik shaklga keltirilsin. Chiziqning joylashishi aniqlansin.

800. $g_{11}=4,\ g_{12}=1,\ g_{22}=1$ ni bilgan holda, $2xy-4x+2y+1=0$ chiziq tenglamasi kanonik shaklga keltirilsin. Chiziqning joylashishi aniqlansin.

801. Affin fazoda $g_{11}=25,\ g_{12}=8,\ g_{22}=4$ ni bilgan holda, $49x^2+112xy+64y^2+30x+30y+6=0$ parabola tenglamasi kanonik shaklga keltirilsin.

802.* $a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2=0$ $\left(a_{11}a_{22}-a_{12}{}^2<0\right)$ tenglama kesishadigan ikkita to'g'ri chiziqni aniqlaydi. Bu to'g'ri chiziqlar orasidagi bissektrisalari to'g'ri burchakli sistemada

$$\begin{vmatrix} a_{11}x+a_{12}y & a_{21}x+a_{22}y \\ x & y \end{vmatrix}=0$$

ko'rinishda va affin sistemada

$$\begin{vmatrix} a_{11}x+a_{12}y & a_{21}x+a_{22}y \\ g_{11}x+g_{12}y & g_{21}x+g_{22}y \end{vmatrix}=0$$

ko'rinishda yozilishi isbot qilinsin.

VIII BOB

ORTOGONAL VA AFFIN ALMASHTIRISHLAR

Tekislikning to'g'ri burchakli sistemada berilgan har bir $M(x;y)$ nuqtasiga $M'(x';y')$ nuqtani mos qo'yadigan almashtirishga

tekislikning ortogonal almashtirishi deb aytiladi. Uning koordinatalari M nuqtaning chiziqli funksiyalari sifatida ifodalanadi:

$$\begin{aligned} x' &= a_{11}x + a_{12}y + a_1, \\ y' &= a_{21}x + a_{22}y + a_2, \end{aligned} \qquad (1)$$

bu yerda

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \qquad (2)$$

ortogonal matritsa, ya'ni

$$\begin{aligned} &a_{11}^2 + a_{21}^2 = 1 \\ &a_{12}^2 + a_{22}^2 = 1 \quad . \\ &a_{11}a_{12} + a_{21}a_{22} = 0 \end{aligned} \qquad (3)$$

Ortogonal almashtirish o'zaro bir qiymatlidir. U ikki nuqta orasidagi masofani, ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchakni uchta nuqtaning kollinearligini (bir to'g'ri chiziqda yotishini) to'g'ri chiziqlarning parallelligini saqlaydi.

Ikki nuqta orasidagi masofani saqlaydigan har qanday almashtirish analitik usulda (1) munosabatlar bilan ifodalanish ma'nosida ortogonal bo'ladi, bu yerda (2) matritsa ortogonal matritsadir.

Tekislikning barcha ortogonal almashtirishlari to'plami gruppani tashkil qiladi.

(1) munosabatlarda qatnashgan parametrlar quyidagi geometrik ma'noga ega: $O'(a_1;a_2)$ – koordinatalar boshining obrazi, $\vec{e_1}' = (a_{11};a_{21})$ – birlik vektor $\vec{e_1} = (1;0)$ vektorning obrazi, $\vec{e_2}' = (a_{12};a_{22})$ iborat vektor $\vec{e_1}'$

vektorga ortogonal birlik vektor va u $\overrightarrow{e_2}=(0;1)$ vektorning obrazi. Agar $\overrightarrow{e_1}$ vektor bilan $\overrightarrow{e_1}'$ vektor orasidagi burchak α ga teng bo'lsa:

$$a_{11}=\cos\alpha,\ a_{21}=\sin\alpha,$$

ya'ni, $\overrightarrow{e_1}'=\{\cos\alpha;\sin\alpha\}$.

Ushbu $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=1$ shart bajarilgan holda ortogonal almashtirish birinchi tur ortogonal almashtirish deyiladi. Bunday almashtirish tekislik oriyentatsiyasini saqlaydi. Agar ortogonal almashtirish birinchi tur almashtirishdan iborat bo'lsa, u holda

$$a_{22}=\cos\alpha,\ a_{12}=-\sin\alpha,$$

ya'ni

$$\overrightarrow{e_2}'=\{-\sin\alpha;\cos\alpha\}.$$

Birinchi tur almashtirish quyidagi formulalar bilan aniqlanadi:

$$\begin{aligned} x'&=x\cos\alpha-y\sin\alpha+a_1,\\ y'&=x\sin\alpha+y\cos\alpha+a_2 \end{aligned}. \qquad (4)$$

Birinchi tur ortogonal almashtirish harakat deb ataladi. Ortogonal almashtirish matritsasi uchun $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=-1$ shart bajarilsa, bunday almashtirish ikkinchi tur ortogonal almashtirish deyiladi. Bu turga tegishli har qanday almashtirish tekislik oriyentatsiyasini qarama– qarshisiga almashtiradi. Ikkinchi tur almashtirishi uchun:

$$a_{12}=\sin\alpha,\ a_{22}=-\cos\alpha$$

ya'ni

$$\overrightarrow{e_2}'=\{\sin\alpha;-\cos\alpha\}.$$

Ikkinchi tur almashtirishi formulalari quyidagi ko'rinishga ega:

$$\begin{aligned} x'&=x\cos\alpha+y\sin\alpha+a_1,\\ y'&=x\sin\alpha-y\cos\alpha+a_2 \end{aligned} \qquad (5)$$

Ushbu

$$\begin{cases} x' = x + a_1, \\ y' = y + a_2 \end{cases} \qquad (6)$$

ortogonal almashtirish parallel ko'chirish deyiladi. Quyidagi

$$\begin{aligned} x' &= x\cos\alpha - y\sin\alpha, \\ y' &= x\sin\alpha + y\cos\alpha \end{aligned} \qquad (7)$$

ortogonal almashtirish koordinatalar boshi atrofida α burchakka burish deyiladi.

$$x' = x, \quad y' = -y \qquad (8)$$

dan iborat ortogonal almashtirishi Ox o'qiga nisbatan simmetrik almashtirish deyiladi. Parallel ko'chirish va burish birinchi tur ortogonal almashtirishi bo'ladi. Simmetriya esa — ikkinchi tur almashtirishidir.

Agar tekislikning har bir $M(x;y)$ nuqtasiga umumiy dekart sistemasida $M'(x';y')$ nuqta quyidagi qoida bilan mos qo'yilgan bo'lsa:

$$\begin{aligned} x' &= a_{11}x + a_{12}y + a_1, \\ y' &= a_{21}x + a_{22}y + a_2 \end{aligned} \qquad (9)$$

va ushbu determinant:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0 \qquad (10)$$

bo'lsa, bunday almashtirish affin almashtirish deyiladi.

(9) munosabatlarda qatnashgan parametrlar quyidagi geomerik ma'noga ega $O'(a_1;a_2)$ koordinatalar boshining obrazi: $\overrightarrow{e_1}' = (a_{11};a_{21})$ vektor $\overrightarrow{e_1} = (1;0)$ vektorning obrazi; $\overrightarrow{e_2}' = (a_{12};a_{22})$ esa $\overrightarrow{e_2} = (0;1)$ vektorning obrazi; affin almashtirish o'zaro bir qiymatli; uchta nuqtaning kollinearligini (uchta nuqtaning bir to'g'ri chiziqda yotishini) to'g'ri chiziqlarning parallelligini, uchta nuqtaning sodda nisbatini va yuzalar nisbatini saqlaydi.

Uchta ixtiyoriy nuqtaning kollinearlik shartini saqlaydigan har qanday almashtirish affin almashtirishi bo'ladi, ya'ni, bu almashtirish (9) formulalar bilan ifodalanib, (10) shartni qanoatlantiradi.

Tekislikdagi barcha affin almashtirishlar to'plami gruppa tashkil qiladi.

O'z—o'ziga mos kelgan nuqtalar affin almashtirishning qo'sh nuqtalari deyiladi. Bunday nuqtalar uchun (9) da x', y' o'rniga x, y ni qo'yish kerak.

Affin almashtirishda o'z—o'ziga mos kelgan to'g'ri chiziq qo'sh to'g'ri chiziqlar deyiladi, bunda to'g'ri chiziq nuqtalarning qo'sh bo'lishi shart emas. Ushbu ko'rinishda ifodalangan

$$x' = x, \qquad y' = ky$$

affin almashtirish to'g'ri burchakli dekart sistemasiga nisbatan (Ox o'qiga) qisilish almashtirish deyiladi.

Bu yerda k qisilish koeffitsienti deyiladi.

Har bir affin almashtirishi uchun ikkita o'zaro perpendikular yo'nalishlar mos keladigan yana o'zaro perpendikular ikki yo'nalish mavjud.

Affin almashtirishida o'zaro perpendikular ikki yo'nalishga mos keladigan o'zaro perpendikular ikki yo'nalish affin almashtirishning bosh yo'nalishlari deyiladi.

Har bir affin almashtirish ortogonal almashtirish bilan ikkita o'zaro perpendikular qisilish almashtirishlar ko'paytmasidan iborat.

Affin almashtirish hech bo'lmasa bitta qo'zg'almas nuqtaga ega bo'lsa, u markaziy affin almashtirishi deyiladi. Agar bu affin almashtirishda yuzalarning kattaligi saqlansa ekviaffin, undan tashqari oriyentatsiya ham saqlansa, bu almashtirish unimodulyar almashtirish deyiladi.

Affin almashtirishi natijasida o'ziga kollinear vektorga almashinuvchi nol bo'lmagan vektorga affin almashtirishining xos vektori deb aytiladi.

(9) affin almashtirishi xos vektorining koordinatalari $\{l;m\}$ quyidagi tenglamalardan topiladi:

$$\begin{cases} (a_{11}-\lambda)l + a_{12}m = 0 \\ a_{21}l + (a_{22}-\lambda)m = 0, \end{cases}$$

bu yerda λ son ushbu

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

tenglama ildizidir. Agar to'g'ri burchakli dekart koordinatalar sistemasiga nisbatan berilgan markaziy affin almashtirishda:

$$x' = a_{11}x + a_{12}y,$$
$$y' = a_{21}x + a_{22}y$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

matritsa simmertrik bo'lsa, ya'ni $a_{12} = a_{21}$ shart bajarilsa, bunday affin almashtirish simmetrik deb ataladi.

Har qanday simmetrik markaziy almashtirish ikkita o'zaro ortogonal xos vektorga ega, va aksincha, agar biror affin almashtirish ikkita o'zaro perpendikular xos vektorga ega bo'lsa, bu almashtirish simmetrik affin almashtirishi bo'ladi.

Ikkinchi tartibli chiziqlarni to'qqizta affin sinfga ajratish mumkin; agar biror affin almashtirishida ikkita chiziqdan biri ikkinchisiga o'tsa, bu ikki chiziq bitta sinfga tegishli deymiz; agar bu chiziqlardan birini ikkinchisiga hech qanday almashtirish natijasida o'tkazish mumkin bo'lmasa, bu chiziqlar turli sinfga tegishli deymiz.

Bu to'qqizta sinf quyidagilar:

1) Ellipslar;

2) Giperbolalar;

3) Parabolalar;

4) To'g'ri chiziqlarning kesishuvchi jufti;

5) Parallel to'g'ri chiziqlar jufti;

6) Qo'sh (ustma—ust tushadigan ikkita) to'g'ri chiziqlar;

7) Ikkita mavhum parallel to'g'ri chiziq;

8) Kesishadigan ikkita mavhum to'g'ri chiziq (nuqta);

9) Mavhum ellipslar.

Affin almashtirishda ikkinchi tartibli C chiziqning diametri, markazi, asimptotasi, urinmasiga unga mos bo'lgan ikkinchi tartibli C' chiziqning diametri, markazi, asimptotasi, urinmasiga o'tadi. C chiziqning qo'shma diametrlari C' chiziqning qo'shma diametrlariga almashinadi.

1—misol.

$$\begin{aligned} x' &= a_{11}x + a_{12}y + a_1, \\ y' &= a_{21}x + a_{22}y + a_2 \end{aligned} \qquad (1)$$

affin almashtirishning qo'sh to'g'ri chiziqlari topilsin.

Yechish. $Ax' + By' + C = 0$ (2)

to'g'ri chiziqni qaraylik.

Affin almashtirishda bu to'g'ri chiziqning obrazi quyidagi to'g'ri chiziq bo'ladi:

$$A(a_{11}x + a_{12}y + a_1) + B(a_{21}x + a_{22}y + a_2) + C = 0,$$

yoki

$$(Aa_{11} + Ba_{21})x + (a_{12}A + a_{22}B)y + Aa_1 + Ba_2 + C = 0 \qquad (3)$$

(2) to'g'ri chiziqning qo'sh to'g'ri chiziq bo'lishi uchun uning (3) obrazi (2) bilan ustma—ust tushishi lozim. (2) bilan (3) ning ustma—ust tushishi uchun quyidagi shartlar bajarilishi zarur va yetarlidir.

$$
\begin{aligned}
&a_{11}A + a_{21}B = \lambda A,\\
&a_{12}A + a_{22}B = \lambda B, \qquad\qquad (4)\\
&a_1A + a_2B + C = \lambda C,
\end{aligned}
$$

yoki

$$
\begin{aligned}
&(a_{11} - \lambda)A + a_{12}B = 0,\\
&a_{12}A + (a_{22} - \lambda)B = 0, \qquad\qquad (4')\\
&a_1A + a_2B + (1 - \lambda)C = 0.
\end{aligned}
$$

A, B bir vaqtda nolga teng bo'lmagani uchun (4') dagi birinchi va ikkinchi tenglamadan

$$
\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \qquad (5)
$$

shunday qilib, λ son (5) tenglamaning yechimi bo'lishi lozim.

$$
\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0
$$

shart bajarilganligi sababli (5) tenglamaning hech bir yechimi nolga teng emas. (5) tenglamaning ildizlari haqiqiy va har xil bo'lsin, u holda $a_{11} - \lambda,\ a_{21},\ a_{12},\ a_{22} - \lambda$ sonlardan hech bo'lmasa bittasi noldan farqli bo'ladi, shuning uchun (4') sistemaning birinchi ikkita tenglamasi $A : B$ nisbatni aniqlaydi. Bu yerda λ son (5) tenglama ildizi.

Agar $\lambda \neq 1$ bo'lsa,(4') sistemaning uchinchisidan

$$
C = \frac{Aa_1 + Ba_2}{\lambda - 1}
$$

topiladi.

Agar $\lambda = 1$ (4') sistemaning yechimlaridan biri bo'lsa, C — ixtiyoriy sondan borat. Bu holda o'zaro parallel bo'lgan qo'sh to'g'ri chiziqlar dastasi mavjud.

Shunday qilib, (5) tenglama ildizlari haqiqiy va har xil bo'lib, hech biri 1 ga teng bo'lmasa, ikkita va faqat ikkita qo'sh to'g'ri chiziqlar mavjud.

Agar (5) tenglamaning ildizlari haqiqiy va har xil bo'lib, ildizlaridan biri $\lambda_2 = 1$ bo'lsa, 1 ga teng bo'lmagan ildiziga tayin bitta to'g'ri chiziq mos keladi, $\lambda_2 = 1$ ildiziga esa o'zaro parallel qo'sh to'g'ri chiziqlar dastasi mos keladi.

(5) tenglama 1 ga teng bo'lmagan karrali ildizga ega bo'lsin deb faraz qilaylik. Agar $a_{11} - \lambda,\ a_{21},\ a_{12},\ a_{22} - \lambda$ sonlar ichida hech bo'lmaganda bittasi noldan farqli bo'lsa, (4) sistemaning birinchi ikkitasidan $A : B$ nisbat aniqlanadi va oxirgi tenglamadan C son topiladi.

Bu holda yagona qo'sh to'g'ri chiziq mavjud.

Agar (5) tenglama ikkita karrali 1 ga teng bo'lmagan ildizga ega bo'lib, $a_{11} - \lambda = a_{21} = a_{12} = a_{22} - \lambda = 0$ bo'lsa, (4') sistemannig birinchi ikkita tenglamasini A va B ning ixtyoriy qiymatlari qanoatlantiradi. (4') ning oxirgi tenglamasidan

$$C = \frac{Aa_1 + Ba_2}{\lambda - 1}$$

topiladi. Barcha qo'sh to'g'ri chiziqlar:

$$Ax + By + \frac{Aa_1 + Ba_2}{\lambda - 1} = 0,$$

yoki

$$A(x - \frac{a_1}{1-\lambda}) + B(y - \frac{a_2}{1-\lambda}) = 0$$

ko'rinishga ega.

Barcha qo'sh to'g'ri chiziqlar $(\frac{a_1}{1-\lambda},\ \frac{a_2}{1-\lambda})$ nuqtadan o'tadi.

A, B sonlar ixtiyoriy bo'lgani uchun bu nuqtadan o'tadigan har qanday to'g'ri chiziq qo'sh to'g'ri chiziq bo'ladi.

Qaralayotgan holda affin almashtirish quyidagi ko'rinishga ega

$$x' = \lambda x + a_1, \qquad y' = \lambda y + a_2 .$$

Koordinatalar boshini $(\frac{a_1}{1-\lambda},\ \frac{a_2}{1-\lambda})$ nuqtaga ko'chirib, quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$x = x^* + \frac{a_1}{1-\lambda}, \qquad y = y^* + \frac{a_2}{1-\lambda};$$

$$x' = x^{*\prime} + \frac{a_1}{1-\lambda}, \qquad y' = y^{*\prime} + \frac{a_2}{1-\lambda}.$$

Demak,

$$x^{*\prime} + \frac{a_1}{1-\lambda} = \lambda(x^* + \frac{a_1}{1-\lambda}) + a_1;$$

$$y^{*\prime} + \frac{a_2}{1-\lambda} = \lambda(y^* + \frac{a_2}{1-\lambda}) + a_2,$$

yoki

$$x^{*\prime} = \lambda x^*, \quad y^{*\prime} = \lambda y^*$$

ya'ni o'xshashlik markazi $(\frac{a_1}{1-\lambda},\ \frac{a_2}{1-\lambda})$ nuqtada bo'lgan o'xshashlik almashtirishi hosil bo'ladi.

Agar (5) tenglamaning ikkala ildizi ham 1 ga teng, ammo $a_{11}-\lambda,\ a_{21},\ a_{12},\ a_{22}-\lambda$ sonlardan kamida bittasi nolga teng bo'lmasa, u holda $A:B$ nisbat aniq bir qiymatga ega bo'lib, C esa ixtiyoriy son. Bu holda o'zaro parallel bo'lgan qo'sh to'g'ri chiziqlar dastasiga ega bo'lamiz.

Agar (5) tenglamaning ikkala ildizi ham 1 ga teng va $a_{11}-\lambda = a_{21} = a_{12} = a_{22}-\lambda = 0$ bo'lsa, affin almashtirish quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$x' = x + a_1, \qquad y' = y + a_2 \text{ (parallel ko'chirish)}$$

Bu holda qo'sh to'g'ri chiziqlar $\{a_1; a_2\}$ vektorga parallel bo'ladi(a_1, a_2 sonlar bir vaqtda 0 ga teng emas). $a_1 = a_2 = 0$ holda ayniy almashtirishga ega bo'lamiz, bu holda to'g'ri chiziq —qo'sh to'g'ri chiziqdir.

2−misol.to'g'ri burchakli sistemaga nisbatan berilgan

$$x' = a_{11}x + a_{12}y,$$
$$y' = a_{21}x + a_{22}y \qquad (1)$$

A markaziy affin almashtirishning bosh yo'nalishlari topilsin.

Yechish. quyidagi $A*$ markaziy affin almashtirishni ko'raylik:

$$x' = a_{11}x + a_{21}y,$$
$$y' = a_{12}x + a_{22}y \qquad (2)$$

A^*A dan iborat affin almashtirish quyidagi formulalar bilan aniqlanadi.

$$x' = a_{11}(a_{11}x + a_{12}y) + a_{21}(a_{21}x + a_{22}y),$$
$$y' = a_{12}(a_{11}x + a_{12}y) + a_{22}(a_{21}x + a_{22}y),$$

yoki

$$x' = (a_{11}{}^2 + a_{21}{}^2)x + (a_{11}a_{12} + a_{21}a_{22})y,$$
$$y' = (a_{12}a_{11} + a_{22}a_{21})x + (a_{12}{}^2 + a_{22}{}^2)y.$$

Bu simmetrik almashtirishdir.

Affin almashtirishda $\vec{e}$ vektorning obrazini $A\vec{e}$ deb belgilaymiz. Shuni aytib o'tamizki, ixtiyoriy ikkita $\vec{e_1}(x_1, y_1)$, $\vec{e_2}(x_2, y_2)$ uchun $\vec{e_1}A\vec{e_2}$ va $\vec{e_2}A^*\vec{e_1}$ skalyar ko'paytmalar o'zaro tengdir:

$$\vec{e_1}A\vec{e_2} = \vec{e_2}A^*\vec{e_1}\,. \qquad (3)$$

Haqiqatan ham:

$$\vec{e_1}A\vec{e_2} = \{x_1, y_1\}\{\boldsymbol{a_{11}}x_2 + a_{12}y_2, \boldsymbol{a_{21}}x_2 + a_{22}y_2\} = x_1(\boldsymbol{a_{11}}x_2 + a_{12}y_2) +$$
$$+ y_1(\boldsymbol{a_{21}}x_2 + a_{22}y_2) = \boldsymbol{a_{11}}x_1x_2 + a_{12}x_1y_2 + a_{21}y_1x_2 + a_{22}y_1y_2 =$$
$$= x_2(\boldsymbol{a_{11}}x_1 + a_{21}y_1) + y_2(\boldsymbol{a_{12}}x_1 + a_{22}y_1) = \{x_1, y_1\}\{\boldsymbol{a_{21}}x_1 + a_{21}y_1, \boldsymbol{a_{12}}x_1 + a_{22}y_1\} =$$
$$= \vec{e_2}A^*\vec{e_1}$$

A^*A affin almashtirish simmetrik bo'lgani uchun, uning o'zaro ortogonal bo'lgan ikkita xos vektori mavjud: $\vec{e_1}(x_1, y_1)$, $\vec{e_2}(x_2, y_2)$ ya'ni

$$A^*A\vec{e_1} = \lambda_1\vec{e_1},$$
$$A^*A\vec{e_2} = \lambda_2\vec{e_2}$$

Birinchi tenglikda

$\vec{e_1} \perp \vec{e_2}$ ekanligidan $\vec{e_2} A^* A\vec{e_1} = \lambda_1 \vec{e_1}\vec{e_2} = 0$ ni hosil qilamiz $A\vec{e_1}$, $A\vec{e_1}$ vektorlarni mos ravishda $\vec{e_1}'$, $\vec{e_2}'$ deb belgilab, (3) xossaga asosan:

$$\vec{e_2} A^* A\vec{e_1} = \vec{e_2} A^* \vec{e_1}' = \vec{e_1}' A\vec{e_2} = \vec{e_1}'\vec{e_2}' = 0.$$

Shunday qilib A^*A affin almashtirishning xos vektorlari (1) almashtirishning bosh yo'nalishlariga parallel bo'ladi.

Aksincha, $\vec{e_1}$, $\vec{e_2}$ vektorlar (1) almashtirishning bosh yo'nalishlariga parallel bo'lsin. U holda

$$A\vec{e_1} A\vec{e_2} = 0$$

yoki

$$\vec{e_1}' A\vec{e_2} = 0$$

bundan, (3) xossaga asosan:

$$\vec{e_1}' A\vec{e_2} = \vec{e_2} A\vec{e_1}' = \vec{e_1} A^* A\vec{e_1} = 0.$$

Demak, $\vec{e_2} \perp A^* A\vec{e_1}$;

ammo bosh yo'nalishlarning ta'rifiga asosan $\vec{e_1}$, $\vec{e_2}$ ortogonal, shu sababli, $A^* A\vec{e_1}$ vektor $\vec{e_1}$ ga kollinear, ya'ni

$$A^* A\vec{e_1} = \lambda_1 \vec{e_1}.$$

Xuddi shunga o'xshash:

$$A^* A\vec{e_2} = \lambda_2 \vec{e_2}.$$

ni isbot qilish mumkin.

Shunday qilib, (1) almashtirishning bosh yo'nalishlariga parallel vektorlar (2) almashtirishning xos vektorlari bo'ladi.

Xullas, A affin almashtirishning bosh yo'nalishlarini topish uchun A^*A almashtirishning ortogonal bo'lgan barcha juft xos vektorlarini topish kerak.

Agar simmetrik almashtirishning xos qiymatlari turli bo'lsa, A almashtirish yagona bir juft bosh yo'nalishga ega.

3−misol. Umumiy dekart sistemasiga nisbatan affin almashtirish berilgan:

$$x' = a_{11}x + a_{12}y + a_1,$$
$$y' = a_{21}x + a_{22}y + a_2.$$

Agar Oxy sistemadan $O^*x^*y^*$ sistemaga o'tish formulalari

$$x = c_{11}x^* + c_{12}y^* + c_1,$$
$$y = c_{21}x^* + c_{22}y^* + c_2.$$

munosabatlar bilan berilgan bo'lsa, affin almashtirishning yangi $O^*x^*y^*$ sistemadagi formulalari yozilsin.

Yechish. x^*, y^* sonlar ixtiyoriy M nuqtaning $O^*x^*y^*$ sistemadagi koordinatalari, x'^*, y'^* sonlar esa berilgan affin almashtirishda M nuqtaga mos kelgan M' nuqtaning koordinatalari. Bundan tashqari, x, y sonlar M nuqtaning, x', y' esa M' nuqtaning Oxy sistemadagi kordinatalari bo'lsin.

U holda:

$$x' = c_{11}x^*{}' + c_{21}y^*{}' + c_1,$$
$$y' = c_{21}x^*{}' + c_{22}y^*{}' + c_2.$$

Demak,

$$c_{11}x^*{}' + c_{21}y^*{}' + c_1 = a_{11}(c_{11}x^* + c_{21}y^* + c_1) + a_{12}(c_{21}x^* + c_{22}y^* + c_2) + a_1,$$
$$c_{21}x^*{}' + c_{22}y^*{}' + c_2 = a_{21}(c_{11}x^* + c_{21}y^* + c_1) + a_{22}(c_{21}x^* + c_{22}y^* + c_2) + a_2.$$

Bu munosabatlarni $x^*{}', y^*{}'$ ga nisbatan yechib,

$$x^*{}' = b_{11}x^* + b_{21}y^* + b_1,$$
$$y^*{}' = b_{21}x^* + b_{22}y^* + b_2. \quad {}^{1)}$$

---

[1]) b_{ik}, b_i sonlar quyidagi matritsaviy tenglamadan topiladi:

$$\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_1 \\ b_{21} & b_{22} & b_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_1 \\ c_{21} & c_{22} & c_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_1 \\ c_{21} & c_{22} & c_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

ni hosil qilamiz.

4–misol. Ikkinchi tartibli chiziqni shu chiziqning o'ziga o'tkazadigan affin almashtirishi topilsin.

Yechish. 1) Ellipsni o'z–o'ziga o'tkazuvchi affin almashtirishini topaylik.

$$\begin{aligned} x' &= a_{11}x + a_{21}y + a_1, \\ y' &= a_{21}x + a_{22}y + a_2 \end{aligned} \qquad (1)$$

almashtirish izlangan affin almashtirish bo'lsin deb faraz qilaylik. Kanonik tenglamasi bilan berilgan

$$\frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1 \qquad (2)$$

ellipsning obrazi o'sha ellipsning o'zidan iborat:

$$\frac{(a_{11}x + a_{12}y + a_1)^2}{a^2} + \frac{(a_{21}x + a_{22}y + a_2)^2}{b^2} = 1,$$

yoki

$$\begin{aligned} &\left(\frac{a_{11}^{\ 2}}{a^2} + \frac{a_{21}^{\ 2}}{b^2}\right)x^2 + 2\left(\frac{a_{11}a_{12}}{a^2} + \frac{a_{21}a_{22}}{b^2}\right)xy + \left(\frac{a_{12}^{\ 2}}{a^2} + \frac{a_{22}^{\ 2}}{b^2}\right)y^2 + 2\left(\frac{a_1a_{11}}{a^2} + \frac{a_2a_{21}}{b^2}\right)x + \\ &2\left(\frac{a_1a_{12}}{a^2} + \frac{a_2a_{22}}{b^2}\right)y + \frac{a_1^{\ 2}}{a^2} + \frac{a_2^{\ 2}}{b^2} = 1. \end{aligned} \qquad (3)$$

Lekin (3) tenglama (2) dagi ellipsni ifodalagani uchun, bu tenglamalarning mos koeffitsientlari proporsional bo'lishi kerak:

$$\begin{aligned} &\frac{a_{11}^{\ 2}}{a^2} + \frac{a_{21}^{\ 2}}{b^2} = \lambda\frac{1}{a^2}, \\ &\frac{a_{11}a_{12}}{a^2} + \frac{a_{21}a_{22}}{b^2} = 0, \\ &\frac{a_{12}^{\ 2}}{a^2} + \frac{a_{22}^{\ 2}}{b^2} = \lambda\frac{1}{b^2}, \\ &\frac{a_1a_{11}}{a^2} + \frac{a_2a_{21}}{b^2} = 0, \\ &\frac{a_1a_{12}}{a^2} + \frac{a_2a_{12}}{b^2} = 0, \\ &\frac{a_1^{\ 2}}{a^2} + \frac{a_2^{\ 2}}{b^2} - 1 = -\lambda. \end{aligned} \qquad (4)$$

To'rtinchi va beshinchi tenglamalardan $a_1 = a_2 = 0$ kelib chiqadi, chunki bu sistema bir jinsli va uning determinanti nolga teng emas:

$$\begin{vmatrix} \frac{a_{11}}{a^2} & \frac{a_{21}}{b^2} \\ \frac{a_{12}}{a^2} & \frac{a_{22}}{b^2} \end{vmatrix} = \frac{1}{a^2 b^2} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0$$

Oltinchi munosabatdan $\lambda = 1$ ni topamiz.

Shunday qilib, izlangan almashtirish quyidagi ko'rinishga ega:

$$x' = a_{11}x + a_{12}y, \qquad y' = a_{21}x + a_{22}y.$$

va (4) tenglama ushbu

$$\frac{a_{11}{}^2}{a^2} + \frac{a_{21}{}^2}{b^2} = \frac{1}{a^2},$$

$$\frac{a_{11}a_{12}}{a^2} + \frac{a_{21}a_{22}}{b^2} = 0,$$

$$\frac{a_{12}{}^2}{a^2} + \frac{a_{22}{}^2}{b^2} = \frac{1}{b^2},$$

ko'rinishda bo'ladi,

yoki

$$a_{11}{}^2 + (\frac{a}{b}a_{21})^2 = 1,$$

$$a_{11}\frac{b}{a}a_{21} + \frac{a}{b}a_{21}a_{22} = 0,$$

$$(\frac{b}{a}a_{12})^2 + a_{22}{}^2 = 1.$$

Ushbu

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \frac{a}{b}a_{21} \\ \frac{b}{a}a_{12} & a_{22} \end{pmatrix}$$

matrisaning ortogonalligi ko'rinib turibdi.

Demak,

$$a_{11}=\cos\varphi,\quad \frac{a}{b}a_{21}=-\sin\varphi$$
$$\frac{b}{a}a_{12}=\sin\varphi,\quad a_{22}=\cos\varphi$$

deb olish mumkin yoki

$$a_{11}=\cos\varphi,\quad \frac{a}{b}a_{21}=\sin\varphi$$
$$\frac{b}{a}a_{12}=\sin\varphi,\quad a_{22}=-\cos\varphi \,.$$

Shunday qilib, izlangan almashtirish

$$\begin{aligned} x' &= x\cos\varphi-\frac{b}{a}y\sin\varphi, \\ y' &= \frac{a}{b}x\sin\varphi+y\cos\varphi \end{aligned} \qquad (5)$$

yoki

$$\begin{aligned} x' &= x\cos\varphi+\frac{a}{b}y\sin\varphi, \\ y' &= \frac{a}{b}x\sin\varphi-y\cos\varphi \end{aligned} \qquad (6)$$

dan iborat. (5) almashtirishni quyidagi uchta almashtirishning CBA ko'paytmasi deb qarash mumkin:

$$A\ \begin{cases} x_1=\dfrac{x}{a} \\ y_1=\dfrac{y}{b} \end{cases};\qquad B\ \begin{cases} x_2=x_1\cos\varphi-y_1\sin\varphi \\ y_2=x_1\sin\varphi+y_1\cos\varphi \end{cases};$$
$$C\ \begin{cases} x_3=ax_2 \\ y_3=by_2 \end{cases};$$

A almashtirish berilgan ellipsni markazi shu ellips markazida yotuvchi va radiusi 1 ga teng aylanaga almashtiradi.

B almashtirish — bu aylananing markazi atrofida φ burchakka burishni ifodalaydi.

C almashtirish esa burilgan aylanani yana berilgan ellipsga o'tkazadi.

(6) almashtirishni quyidagi to'rtta almashtirishning ko'paytmasi deb qarash mumkin:

$$A\begin{cases} x_1 = \dfrac{x}{a} \\ y_1 = \dfrac{y}{b} \end{cases}; \qquad C\begin{cases} x_3 = x_2\cos\varphi - y_2\sin\varphi \\ y_3 = x_2\sin\varphi + y_2\cos\varphi \end{cases};$$

$$B\begin{cases} x_2 = x_1 \\ y_2 = -y_1 \end{cases}; \qquad D\begin{cases} x_4 = ax_3 \\ y_4 = by_3 \end{cases}$$

A almashtirish berilgan ellipsni radiusi 1 ga teng va markazi ellips markazi bilan ustma—ust tushgan aylanaga o'tkazadi.

B almashtirish Ox o'qiga nisbatan simmetriyadir; aylanani shu aylananing o'ziga o'tkazadi.

C almashtirish bu aylananing markazi atrofida φ burchakka burishdan iborat; bu almashtirish S aylanani yana shu aylanaga o'tkazadi.

Nihoyat, D almashtirish aylanani berilgan ellipsga o'tkazadi.

2) Giperbolani o'z—o'ziga o'tkazadigan affin almashtirishni topaylik.

Izlangan affin almashtirish

$$x' = a_{11}x + a_{12}y + a_1,$$
$$y' = a_{21}x + a_{22}y + a_2.$$

Ko'rinishda bo'lsin deb faraz qilaylik.

Giperbolaning asimptotalariga nisbatan yozilgan tenglamasi

$$x'y' = c \quad (1)$$

uning obrazi, yana shu giperbolaning o'zidan iborat:

$$(a_{11}x + a_{21}y + a_1)(a_{21}x + a_{22}y + a_2) = c$$

yoki

$$a_{11}a_{21}x^2+(a_1a_{22}+a_{12}a_{21})xy+a_{12}a_{22}y^2+(a_1a_{21}+a_2a_{11})x+ \\ +(a_2a_{12}+a_1a_{22}y)+a_1a_2=c \qquad (2)$$

(1),(2) tenglamalar bitta giperbolani ifodalagani sababli, tenglamalarni mos koeffitsientlari proporsional:

$$\begin{aligned} &a_{11}a_{21}=0,\\ &a_{12}a_{22}=0,\\ &a_1a_{21}+a_2a_{11}=0,\\ &a_1a_{22}+a_2a_{12}=0,\\ &a_{12}a_{21}+a_{11}a_{22}=\lambda,\\ &a_1a_2-c=-\lambda c. \end{aligned} \qquad (3)$$

Uchinchi va to'rtinchi munosabatlardan va

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0$$

shartdan $a_1=a_2=0$ degan natijani olamiz.

Bu holda oxirgi tenglikdan $\lambda=1$ ekanini topamiz va (3) sistema

$$\begin{aligned} &a_{11}a_{21}=0,\\ &a_{12}a_{22}=0,\\ &a_{12}a_{21}+a_{11}a_{22}=1 \end{aligned}$$

ko'rinishni qabul qiladi.

I. $a_{21}=0$ deb faraz qilaylik, u holda

$$\begin{aligned} &a_{12}a_{22}=0,\\ &a_{11}a_{22}=1. \end{aligned}$$

bu yerdan $a_{22}\neq 0$ xulosa kelib chiqadi, demak, $a_{12}=0.$ $a_{11}=k$ deb olsak, $a_{22}=\dfrac{1}{k}$ bo'ladi va izlangan almashtirish

$$x'=kx, \quad y'=\frac{1}{k}y$$

dan iborat bo'lib, bu yerda k — noldan farqli ixtiyoriy haqiqiy son.

II. $a_{12}=0$ bo'lsin. U holda $a_{11}a_{21}=0,$ $a_{11}a_{22}=1$; bu yerdan $a_{11}\neq 0,$ $a_{22}\neq 0$, demak, $a_{21}=0$; shu sababdan avvalgi almashtirishga kelamiz.

III. Endi $a_{11}=0$ hol o'rinli bo'lsin. Bundan $a_{12}a_{22}=0,\ a_{12}a_{21}=1$, demak $a_{12}\neq 0,\ a_{21}\neq 0$; xullas $a_{22}=0$; Endi $a_{12}=k$ deb faraz qilib, ushbu almashtirishga kelamiz

$$x'=ky,\qquad y'=\frac{1}{k}x$$

IV. Nihoyat, agar $a_{22}=0$ bo'lsa, yana avvalgi ko'rinishli almashtirishga kelamiz.

1 §. Tekislikni burish

803.* Tekislik (2;3) nuqta atrofida $\cos\alpha=\frac{3}{5},\ \sin\alpha=-\frac{4}{5}$ shartlarni qanoatlantiruvchi α burchakka burilgan. $x+2y-3=0$ to'g'ri chiziq qanday to'g'ri chiziqqa o'tadi?

804. Tekislik (–1;3) nuqta atrofida 45^0 burchakka burilganda, koordinata o'qlari qanday to'g'ri chiziqlarga almashinadi?

805. Tekislik koordinata boshi atrofida α burchakka buriladi. $x=p$ to'g'ri chiziq qanday to'g'ri chiziqqa o'tadi?

806. $2x+5y-3=0$ to'g'ri chiziqning ordinata o'qiga parallel bo'lishi uchun tekislikni qandaydir nuqtasi atrofida α burchakka burish kerak? Burilish burchagining tangensini toping.

807. Tekislik (–3;4) nuqta atrofida 90^0 burchakka buriladi. Koordinata burchaklarining bissektrisalari qanday to'g'ri chiziqlarga o'tadi?

808. Muntazam oltiburchakning simmetriya markazi koordinatalar boshida, bir tomoninig tenglamasi $4x+2y-1=0$. Qolgan tomonlarining tenglamalari tuzilsin.

809. Teng tomonli uchburchak tomonining tenglamasi $2x-y=0$ va medianalarining kesishish nuqtasi (5;1) berilgan. Qolgan ikki tomon tenglamalari tuzilsin.

810. Teng tomonli uchburchakning ikki uchi koordinata o'qlarida, uchinchi uchi esa (1;1) nuqtada yotadi. Ikki uchining koordinatalarini toping.

811. Teng yonli to'g'ri burchakli uchburchakning uchinchi $C(1;2)$ uchi va o'tkir burchakning A,B uchlari $8x-y+20=0,\ 7x+4y-41=0$ to'g'ri chiziqlarda yotishi ma'lum. A,B nuqtalarning koordinatalari topilsin.

812.* Teng tomonli uchburchakning uchlari ushbu $y=0,\ y-2=0,\ y-3=0$ parallel to'g'ri chiziqlarda yotadi. Uchburchak tomonlarining burchak koeffitsientlari topilsin.

813. Muntazam n burchakning markazi (x_0,y_0) nuqtada bo'lib, bir tomonining tenglamasi $Ax+By+C=0$ ma'lum. Ko'pburchakning qolgan $n-1$ ta tomonlarining tenglamalari tuzilsin.

2 §. Affin almashtirishlar

814. Affin almashtirish berilgan: $x'=2x+3y+5,\ y'=4x-3y-2.$ $O(0,0),\ A(5;2),\ B(-1;4)$ nuqtalar bu almashtirishda qanday nuqtalarga almashadi?

815. Affin almashtirish berilgan: $x'=3x+y-6,\quad y'=x+y+1.$ Bu almashtirishda qaysi nuqta (9;8) nuqtaga o'tadi?

816. Affin almashtirish berilgan: $x'=3x+4y-12,\quad y'=4x-3y+6.$ $7x-2y-24=0$ to'g'ri chiziqdagi, bu almashtirishda yana shu to'g'ri chiziqda yotadigan nuqta toping.

817.[*] α affin almashtirish $A(2;1),\ B(3;0), C(1;4)$ nuqtalarni mos ravishda $A'(1;6),\ B'(1;9), C'(3;1)$ nuqtalarga o'tkazadi. Bu almashtirishda $M(5;7)$ nuqta qanday nuqtaga o'tadi? Bu almashtirish qaysi nuqta qo'zg'almasi bo'ladi?

818.[*] $A_1(1;0), A_2(0;2), A_3(-3;0)$ nuqtalarni $A_1'(2;3), A_2'(-1;4), A_3'(-2;-1)$ nuqtalarga o'tkazadigan affin almashtirish aniqlansin.

819. Ushbu affin almashtirishning $x' = 4x + 5y - 11, \quad y' = 2x + 4y - 7$ qo'sh nuqtasi aniqlansin.

820. Ushbu affin almashtirishning $x' = 3x + 4y - 8, \quad y' = x + 3y - 4$ qo'sh nuqtasi aniqlansin.

821. Ushbu $x' = 3x + 4y - 15,\ y' = 2x + 4y - 2 = 0$ affin almashtirishda quyidagi:

1) $Ox, \ Oy$ o'qlar;
2) $2x + 3y + 5 = 0, \ \ 4x - 3y - 2 = 0$ to'g'ri chiziqlar;
3) $2x - 6y - 7 = 0$ to'g'ri chiziq

qanday to'g'ri chiziqlarga almashadi?

822. Ushbu $x' = 2x + y - 2, \quad y' = x - y - 1$ affin almashtirish va $A(1;1)$ nuqta berilgan. A nuqtadan o'tadigan shunday to'g'ri chiziq topilsinki, u shu almashtirishda yana A nuqtadan o'tadigan bo'lsin.

823. Ushbu $x' = 7x - y + 1, \quad y' = 4x + 2y + 4$ affin almashtirishning qo'sh to'g'ri chiziqlari topilsin.

824. Ushbu $\left.\begin{matrix} x' = ax - by \\ y' = bx + ay \end{matrix}\right\}$ $a^2 + b^2 \neq 0$ affin almashtirishning qo'sh to'g'ri chiziqlari bo'lmasligi isbotlansin.

825.[*] $x' = x + 3y, \quad y' = 4x + 3y$ dan iborat affin almashtirishning qo'sh to'g'ri chiziqlari yangi sistema o'qlari deb olinsa, bu almashtirish qanday yoziladi?

826.* Affin almashtirish berilgan: $x'=5x+y,\quad y'=4x+3y$. Bu almashtirishda o'zlariga kollinear bo'lgan vektorlarga almashadigan vektorlar topilsin.
827. Affin almashtirish berilgan: $x'=3x-y,\quad y'=x+y$. Bu almashtirishda o'ziga kollinear bo'lgan vektorlarga almashadigan vektorlar topilsin.
828. Affin almashtirish berilgan: $x'=2x-5y,\quad y'=2x+3y$. Bu almashtirishda o'ziga kollinear bo'lgan vektorlarga almashadigan vektorlar topilsin.
829. Quyidagi affin almashtirish berilgan: $x'=10x+11y,\quad y'=10x+9y$. Bu almashtirishda o'ziga perpendikular vektorga almashadigan vektor topilsin.
830. Ox o'qining har bir nuqtasi qo'sh nuqta bo'ladigan affin almashtirishlarning ko'rinishi topilsin.
831. Koordinata o'qlari qo'sh to'g'ri chiziqlar bo'ladigan umumiy ko'rinishli affin almashtirishlar topilsin.
832. Ox o'qi qo'sh to'g'ri chiziq, Oy o'qinig har bir nuqtasi qo'sh nuqtadan iborat bo'ladigan umumiy ko'rinishli affin almashtirishlarni toping.
833. Koordinata o'qlari qo'sh to'g'ri chiziqlar bo'lib, $A(2;0)$ nuqta $A'(-6;0)$ nuqtaga va $B(0;4)$ nuqta $B'(0;8)$ nuqtaga o'tadigan affin almashtirishning umumiy ko'rinishini yozing.
834. Ox o'qining har bir nuqtasi qo'sh nuqta bo'ladigan va $A(2;6)$ nuqta $A'(-1;-4)$ nuqtaga almashinadigan affin almashtirishni toping.
835. $OACB$ to'g'ri to'rtburchakni $OAC'B'$ parallelogrammga o'tkazadigan shunday affin almashtirish topingki, bu almashtirishda to'g'ri to'rtburchak va parallelogrammning mos tomonlari teng bo'lsin va parallelogrammning $\angle AOB'$ burchagi ω ga teng bo'lsin. Bunda to'g'ri burchakli sistema boshi O nuqtada va o'qlarining

musbat yo'nalishlari to'g'ri to'rtburchak tomonlari bo'ylab yo'nalgan bo'lsin.

836.* $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziqning har bir nuqtasi qo'sh nuqta bo'ladigan affin almashtirishlarni toping.

837. $x+2y-1=0$ to'g'ri chiziqning har bir nuqtasi qo'sh nuqta bo'lib, $M_1(1;2)$ nuqta $M_2(2;2)$ nuqtaga almashadigan affin almashtirishni toping.

838. $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziq o'z—o'ziga, $O(0;0)$ nuqta $S_0(x_0;y_0)$ nuqtaga almashadigan affin almashtirishlarni toping.

839. Har bir nuqta $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik nuqtaga almashadigan affin almashtirish toping.

840. Har bir nuqta $x+y-5=0$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik nuqtaga almashadigan affin almashtirish toping.

841.* $x+y+1=0$ $x-y+2=0$ to'g'ri chiziq o'z—o'ziga, $M(1;1)$ nuqta $M'(2;1)$ nuqtaga o'tadigan affin almashtirishlarni toping.

842. $A_1x+B_1y+C_1=0,\ A_2x+B_2y+C_2=0$ to'g'ri chiziqlar mos ravishda Ox va Oy o'qlarga, $M_0(x_0;y_0)$ nuqta esa $E(1;1)$ nuqtaga o'tadigan affin almashtirishni toping.

843.* $A_1x+B_1y+C_1=0,\ D_1x+E_1y+F_1=0$ to'g'ri chiziqlar mos ravishda $A_2x+B_2y+C_2=0,\quad D_2x+E_2y+F_2=0$ to'g'ri chiziqlarga, $M_1(x_1;y_1)$ nuqta esa $M_2(x_2;y_2)$ nuqtaga almashadigan affin almashtirishlarni toping.

844. $5x-6y-7=0,\ 3x-4y=0$ to'g'ri chiziqlar mos ravishda $2x+y-4=0,\ x-y+1=0$ to'g'ri chiziqlarga, (6;4) nuqta (2;1) nuqtaga o'tadigan affin almashtirishlarni toping.

845. Ushbu $x'=2x+3y-7,\quad y'=3x+5y-9$ affin almashtirishga teskari bo'lgan almashtirish topilsin.

846. Ikkita affin almashtirish berilgan:

$A: \quad x' = 2x + y - 5, \quad y' = 3x - y + 7;$
$B: \quad x' = x - y + 4, \quad y' = -x + 2y + 5.$

AB, BA` almashtirishlar topilsin.

847.* Har birining kvadrati birlik almashtirish bo'lgan barcha affin almashtirishlar topilsin.

848.* To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida affin almashtirish berilgan: $x' = 7x + y, \quad y' = -5x + 5y$. O'zaro perpendikular bo'lgan shunday ikki vektor topingki, bu almashtirishda ular yana o'zaro perpendikular vektorlarga o'tsin. Berilgan affin almashtirish burish va o'zaro perpendikular bo'lgan ikki yo'nalishlardagi qisish almashtirishlarning ko'paytmasi shaklida yozilsin.

849. Tekislikning $x' = ax + b, \quad y' = cy + d$ (bu yerda a, b, c, d sonlar barcha haqiqiy qiymatlarni qabul qiladi va $a \neq 0, \quad c \neq 0$ faraz qilingan) affin almashtirishlari to'plami gruppa tashkil etadimi?.

850. Tekislikning ushbu $x' = x, \quad y' = ky$ (k —noldan farqli haqiqiy son) affin almashtirishlari to'plami gruppa tashkil etadimi? Bu almashtirishlarning geometrik ma'nosi aniqlansin.

851. Ushbu $x' = x + ky, \quad y' = y$ (k barcha haqiqiy qiymatlarni qabul qiladi) affin almashtirishlar to'plami gruppa tashkil qiladimi? Ko'rsatilgan har bir almashtirishlarning geometrik ma'nosi aniqlansin.

852. Quyidagi $x' = \lambda x, \quad y' = \lambda y$ (λ barcha haqiqiy qiymatlarni qabul qiladi) affin almashtirishlar to'plami gruppa bo'la oladimi? Ko'rsatilgan har bir almashtirishlarning geometrik ma'nosi aniqlansin.

853. Dekart koordinatalar sistemasida ushbu $x' = r(x\cos\varphi - y\sin\varphi), \quad y' = r(x\sin\varphi + y\cos\varphi)$ (bu yerda r barcha musbat va haqiqiy qiymatlarni va φ barcha haqiqiy qiymatlarni qabul qiladi) affin almashtirishlar to'plami gruppa tashkil qiladimi?

854. Ushbu $x' = ax - by,\ y' = bx + ay$ (bu yerda a va b sonlar bir vaqtda nolga teng bo'lmagan qiymatlarni qabul qiladi va $a^2 + b^2 \neq 0$) affin almashtirishlar to'plami gruppa tashkil qiladimi? Ko'rsatilgan har bir almashtirishlarning geometrik ma'nosi nimadan iborat?

855. Ushbu $x' = r(x\cos\varphi - y\sin\varphi) + \alpha, \quad y' = r(x\sin\varphi + y\cos\varphi) + \beta$ (bu yerda r barcha musbat qiymatlarni va φ, α, β parametrlar barcha haqiqiy musbat qiymatlarni qabul qiladi) affin almashtirishlar to'plami gruppa tashkil qiladimi? Bu almashtirishning geometrik ma'nosi nimadan iborat?

856. To'g'ri burchakli kooordinatalar sistemasida uchburchak tomonlarining tenglamalari berilgan:

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0,$$
$$A_2x + B_2y + C_2 = 0,$$
$$A_3x + B_3y + C_3 = 0.$$

Uchburchakning yuzasini toping.

857. To'g'ri burchakli kooordinatalar sistemasida parallelogramm tomonlarining tenglamalari berilgan:

$$Ax + By + C = 0,$$
$$Ax + By + D = 0,$$
$$A'x + B'y + C' = 0,$$
$$A'x + B'y + D' = 0.$$

Shu parallelogrammning yuzi topilsin.

858. $P(15;6)$ nuqtadan, $5x - 2y - 5 = 0,\ \ 2x + 5y - 2 = 0$ to'g'ri chiziqlar bilan kesishish natijasida hosil bo'lgan uchburchakning yuzi 29 ga teng bo'ladigan to'g'ri chiziq o'tkazing.

859. Affin fazoda $P(-3;-5)$ nuqtadan, $2x + 3y - 15 = 0,\ 4x - 5y - 12 = 0$ to'g'ri chiziqlar orasidagi kesmasi P nuqtada teng ikkiga bo'linadigan, to'g'ri chiziq o'tkazing.

3 §. Ikkinchi taritbli chiziqlarning affin almashtirishtari

860. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsning qo'shma diametri uchlaridan o'tkazilgan urinmalar kesishgan nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

861. OA, OB kesmalar $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsning ikkita qo'shma yarim diametrlari, M esa AB vatarning o'rtasi va S nuqta – OM nurning ellips bilan kesishish nuqtasi. $OM:OS$ nisbat aniqlansin.

862. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsning qo'shma diametri uchlari vatarlar bilan tutashtirilgan. Vatarlar o'rtalarining geometrik o'rni topilsin.

863. Ikkita $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, $\frac{x^2}{(at)^2}+\frac{y^2}{(bt)^2}=1$ ellipsning o'xshashlik koeffitsienti aniqlansin, bu yerda ABC uchburchak birinchi ellipsga ichki, ikkinchi ellipsga esa tashqi chizilgan deb faraz qilinsin.

864.* Ellipsga tashqi chizilgan rombning uchlariuning o'qlarida yotishini isbotlang.

865. Umumiy markazga ega bo'lgan o'xshash ikki ellipsning birinchisiga ichki chizilgan va ikkinchisiga tashqi chizilgan ixtiyoriy uchburchakning og'irlik markazi ellips markazi bo'lishini isbotlang.

866.* Berilgan parallelogrammga ichki chizilgan ellipslardan yuzi eng katta bo'lgani topilsin.

867.* Ellipsning qo'shma yarim diametrlari va ularning uchlaridan o'tadigan vatardan tashkil topgan uchburchak yuzining o'zgarmas miqdor ekanligi isbotansin.

868.* Ellipsda o'zgarmas yuzaga ega bo'lgan segmentlarni ajratadigan vatarlar o'rtalarining geometrik o'rni topilsin.

869.* Nuqtalardan ellipsga urinmalar o'tkazilgan. Bir xil uzunlikdagi urinma o'tkazish mumkin bo'lgan nuqtalarning ellips o'qida yotishi isbotlansin.

870. Ellipsning ikkita qo'shma radius oxirlari M_1, M_2 ni birlashtiruvchi to'g'ri chiziqning berilgan ellipsga gomotetik bo'lgan biror ellipsga urinishi isbotlansin. Gomotetiya koeffitsienti aniqlansin.

871. M nuqtadan ellipsga o'tkazilgan urinmalar MM_1, MM_2 kesmalarining (M_1, M_2 —urinish nuqtalari) nisbati, ya'ni $MM_1 : MM_2$ ularga parallel bo'lgan radiuslar nisbatiga tengligi isbotlansin.

872. Ellipsning ikkita parallel kesuvchi uchlarini birlashtiruvchi vatar uzunliklarining nisbati shu ikkita vatarga parallel bo'lgan radiuslarinig nisbatiga tengligi isbotlansin.

873. Ellipsga tashqi chizilgan parallelogramm dioganallari ellipsning qo'shma diamerlari bo'lishini ko'rsating.

874.* Bir—biriga gomotetik bo'lgan ikkita kesishadigan ellipslar umumiy vatarining davomida yotgan M nuqtadan MM_1, MM_2 urinmalar o'tkazilgan. Urinmalar MM_1, MM_2 kesmalarining (M_1, M_2 — urinish nuqtalari) nisbati ellipslar birining urinmalariga parallel bo'lgan radiuslari uzunliklarining nisbatiga teng bo'lishi ko'rsatilsin.

875.* Ellipsning ixtiyoriy (M_1, M_2 —urinish nuqtalari) nuqtasida o'tkazilgan P_1P_2 urinmaning o'zaro parallel P_1M_1, P_2M_2 urinmalaridan ajratgan kesmalari ko'paytmasi $P_1M_1 \cdot P_2M_2$ o'zgarmas ekanligi isbot qilinsin.

876.* Ellipsning ixtiyoriy M nuqtasida o'tkazilgan urinma P_1, P_2 nuqtalardan o'tuvchi ellipsga o'tkazilgan parallel urinmalar bilan kesishadi. $MP_1 \cdot MP_2$ ko'paytmaning o'zgarmas ekanligi isbot qilinsin.

877. Ellipsning ikkita qo'shma diametrlariga parallel bo'lgan va tekislikda berilgan ikkita A, B nuqtalardan o'tadigan MA va MB to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

878.* Ellipsga to'rtburchak tashqi chizilgan. Uchi ellips markazida yotuvchi asoslari esa to'rtburchakning qarama—qarshi tomonlari bo'lgan uchburchaklar yuzalarining yig'indisi, qolgan ikki uchburchak yuzalarining yig'indisiga tengligi ko'rsatilsin.

879. OA, OA' ellipsning ikkita qo'shma radiusi, OB, OB' esa shu ellipsning boshqa ikkita qo'shma radiusi bo'lsin. U holda $AB, A'B', AB', A'B$ to'g'ri chiziqlar ichida ikkita parallel to'g'ri chiziq borligini isbotlang.

880. Tekislikning A nuqtasidan o'tkazilgan to'g'ri chiziq ellips bilan P, Q nuqtalarda kesishadi. $\frac{AP \cdot AQ}{r^2} = const$ tenglikning o'rinli ekanligi isbotlansin, bu yerda r ellipsning A orqali o'tkazilgan kesuvchiga parallel radiusi.

881. Yarim o'qlari a va b dan iborat ellipsning yuzi hisoblansin.

882. Ellipsning ikkita qo'shma diametri uni to'rtta teng yuzli qismga bo'lishi isbotlansin.

883. Ellipsning ikkita radiusi bilan ellips yoyidan tashkil topgan sektor yuzasi berilgan miqdor ekanligini hisobga olib, quyidagilarni:

1) Radius uchlarini tutashtiradigan vatarlar berilgan ellipsga gomotetik bo'lgan ellipsga urinishi va urinish nuqtalari vatarlarning o'rtalari ekanligini;

2) Bu vatarlar va yoylar bilan chegaralangan segmentlar yuzalarining o'zgarmay qolishini;

3) Vatarlarning biri va shu vatar uchlaridagi urinmalar bilan chegaralangan uchburchak yuzasining o'zgarmay qolishini isbotlang.

884. Ellipsning ixtiyoriy nuqtasini shu ellipsdagi berilgan ikki nuqta bilan tutashtirilsa va ellips markazidan hosil bo'lgan to'g'ri chiziqlarga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazilib, hosil qilingan sektorlardan birining yuzi o'zgarmas ekanligini va bu yuza berilgan ikki nuqtadan o'tadigan radiuslar bilan chegaralangan sektor yuzasiga tengligini isbotlang.

885. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsda ikkita $M_1(x_1;y_1)$, $M_2(x_2;y_2)$ nuqta berilgan. Ellips markazidan o'tib, OM_1M_2 elliptik sektor yuzini teng ikkiga bo'luvchi to'g'ri chiziqning burchak koeffitsienti topilsin.

886. $M_0(x_0;y_0)$ – tekislikdagi ixtiyoriy nuqta, P nuqta esa OM nurning $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellips bilan kesishgan nuqtasi bo'lsa,

$\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=\left(\frac{OM}{OP}\right)^2$ ekanligini isbotlang.

887.* $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolani o'z–o'ziga o'tkazadigan barcha affin almashtirishlari topilsin. Bu almashtirishlar gruppa tashkil qiladimi? Ularning hammasi ekviaffin ekanligi isbotlansin.

888. $x^2-y^2=1$ giperbolani yana shu giperbolaga va $M(1;0)$ nuqtani $M'(\sqrt{2};1)$ nuqtaga o'tkazuvchi affin almashtirish topilsin.

889.* A qandaydir affin almashtirish bo'lsin. U Γ giperbolani fokusdosh Γ' giperbolaga o'tkazsin. P,Q' Γ giperboladagi ixtiyoriy nuqtalar affin almashtirishda Γ giperbolaning P',Q' nuqtalariga o'tadi. $PQ'=P'Q$ tenglik isbotlansin.

890.* Giperbolaning ikki radiusi bilan giperbola yoyidan tashkil topgan sektor yuzasi berilgan miqdor ekanligini hisobga olib,

1) radius uchlarini tutashtiradigan vatarlarning berilgan giperbolaga gomotetik bo'lgan giperbolaga urinishi va urinish nuqtalari vatarlar o'rtalari ekanligini;

2) bu vatarlar va yoylar bilan chegaralangan segmentlar o'zgarmas yuzaga ega bo'lishini;

3) vatarlardan biri va shu vatar uchlaridan o'tkazilgan urinmalar bilan chegaralangan uchburchak yuzasining o'zgarmas ekanligini isbotlang.

891.* Giperbolada yotgan ixtiyoriy nuqtani unga tegishli ikki nuqta bilan tutashtirilsa, va giperbola markazidan yasalgan to'g'ri chiziqlarga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazilsa, hosil bo'lgan giperbolik sektorlardan birining yuzasi o'zgarmas ekanligi va u uchlari berilgan ikki nuqtada yotuvchi ikki radius hosil qilgan sektor yuzasining yarmiga tengligini isbotlang.

892.* $y^2 = 2px$ parabolani yana shu parabolaga o'tkazadigan affin almashtirish topilsin.

893.* $y^2 = 2px$ parabolani yana shu parabolaga o'tkazadigan unimodulyar affin almashtirish topilsin.

894. $y^2 = 2px$ parabolaning M_1, M_2 nuqtadagi urinmalarining kesishgan S nuqtasi M_1M_2 vatar o'rtasi bo'lgan N nuqta bilan tutashtirilgan. SN kesma parabola bilan T nuqtada kesishadi. SN kesmani T nuqta qanday nisbatda bo'ladi?

895.* $y^2 = 2x$ parabolaning $y = 1$ diametrni $y' = 3$ diametrga, $M(2;2)$ nuqtasini $M'(8;4)$ nuqtaga o'tkazadigan affin almashtirishi topilsin.

896.* $y^2 = 2px$ parabolani o'zini—o'ziga o'tkazadigan barcha unimodulyar almashtirishlarda parabola fokusiga mos keladigan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

897.* $y^2=2px$ paraboladan o'zgarmas yuzaga ega bo'lgan segmentlarni ajratadigan vatarlar o'rtalarining geometrik o'rni topilsin.

898. $y^2=2px$ paraboladan o'zgarmas yuza ajratadigan vatarlar uchlarida o'tkazilgan urinmalar kesishish nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

899. Parabolaning ikkita parallel vatari bilan ularga parallel urinmasigacha bo'lgan masofalari nisbati 9 ga teng. Vatarlar uzunliklari nisbati topilsin.

900.* $(\alpha x+\beta y)^2+2a_1x+2a_2y+a=0$, bu yerda $\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ a_1 & a_2 \end{vmatrix} \neq 0$ parabolani yana shu parabolaga o'tkazadigan affin almashtirish aniqlansin.

901.* Ushbu $(\alpha x+\beta y)^2+2a_1x+2a_2y+a=0$, bu yerda $\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ a_1 & a_2 \end{vmatrix} \neq 0$ parabolani $y'^2=2px'$ parabolaga o'tkazadigan affin almashtirish aniqlansin.

902.* AB vatar ajratgan parabola segmentining yuzi tomonlari AB vatar va shu vatar uchlaridan parabolaga o'tkazilgan urinmalardan tuzilgan uchburchak yuzining uchdan ikki qismiga tengligi isbot qilinsin.

903.* Parabolaning istalgan segmentini shu parabolaning istalgan bir segmentiga affin almashtirish mumkinligi isbot qilinsin.

904.* Parabola o'qiga perpendikular bo'lib, uning uchidan a masofada o'tgan vatar ajratgan parabola segmentining yuzasi topilsin.

905.* $y^2=2px$ paraboladan yuzasi p ga teng bo'lgan segment ajratuvchi va $y=kx$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan to'g'ri chiziq topilsin.

906.* $y^2=2px$ parabolaning $M(x_1;y_1)$ $M(x;y)$ nuqtasidan yuzi ma'lum bo'lgan segmentni ajratuvchi vatar o'tkazing.

907. Paraboladan barcha teng yuzli segmentlarni ajratadigan vatarlar uchlarida o'tkazilgan diametrlar orasidagi masofaning o'zgarmasligi isbotlansin.

908.* Harakatdagi M nuqtadan parabolaga o'tkazilgan urinmalarning urinish nuqtalarini tutashtiradigan vatar o'zgarmas yuzaga ega bo'lgan segment ajratadi.

a) M nuqtalarning geometrik o'rni paraboladan iborat ekanligini;

b) bu parabola berilgan parabolani parallel ko'chirish natijasida hosil bo'lishini isbot qiling. Urinish vatarining direktrisaga tushirilgan proyeksiyasi o'zgarmas miqdor ekanligi isbotlansin.

909. Berilgan parabolada ma'lum yuzali segmentlarni ajratadigan to'g'ri chiziqlar shu parabolani o'z o'qi yo'nalishida parallel ko'chirish natijasida hosil bo'lgan parabolaga urinishi isbotlansin.

910.* Bitta vertikal to'g'ri chiziqni turli nuqtalardan har xil vaqtda bir xil boshlang'ich tezlik bilan uchta moddiy nuqta tashlansa, bu moddiy nuqtalarning uchishidan hosil bo'lgan uchburchak yuzasining vaqt o'tishi bilan o'zgarmasligi isbotlansin(harakat bo'shlig'da yuz beradigan deb faraz qilingan).

911.* Ushbu $a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_1x+2a_2y+a'=0$ (bu yerda $I_2>0,\ I_1K_3<0$) ellipsning o'zini—o'ziga o'tkazadigan affin almashtirish aniqlansin.

IX BOB.
PROYEKTIV GEOMETRIYA ELEMENTLARI

Yevklid to'g'ri chizig'i nuqtalaridan va cheksiz uzoq joylashgan nuqta deb ataluvchi elementlardan iborat to'plam proyektiv to'g'ri chiziq deyiladi.

Cheksiz uzoq joylashgan nuqta xosmas nuqta deb ham ataladi; qolgan nuqtalar xos nuqtalar deyiladi.

Proyektiv to'g'ri chiziq xos M nuqtasining dekart koordinatasi x bo'lsa, $x_1 : x_2 = x$ tenglikni qanoatlantiruvchi (x_1, x_2) juftlik M nuqtaning bir jinsli koordinatalari deyiladi. Agar x ma'lum bo'lsa, tabiiyki (kx, k) ko'rinishidagi ixtiyoriy juftlik M nuqtaning koordinatalari bo'ladi. Bu yerda $k \neq 0$. Shu jumladan, $(x,1)$ juftlik yuqoridagi shartni qanoatlantiradi.

Xosmas M nuqtaning bir jinsli koordinatalari deb $(k,0)$ ko'rinishdagi ixtiyoriy juftlikka aytiladi. Bu yerda $k \neq 0$. Xususan, $(1,0)$ juftlikni olish mumkin.

Bir jinsli koordinatalari (x_1, x_2) bo'lgan nuqta M(x_1, x_2) ko'rinishda yoziladi.

Proyektiv to'g'ri chiziqda proyektiv koordinatalar sistemasi ham kiritiladi. Proyektiv koordinatalar sistemasi uchun $0_1, 0_2$ va E nuqtalar yordamida aniqlanadi. Bu nuqtalar mos ravishda bazis nuqtalar va birlik nuqtalar deb ataladi.

Agar $0_1, 0_2$ va E nuqtalarning bir jinsli koordinatalari mos ravishda

$(a_{11} : a_{21})$, $(a_{12} : a_{22})$, va $(b_{11} : b_{21})$, bo'lsa, M nuqtaning proyektiv koordinatalari $(y_1 : y_2)$ quyidagi munosabatlardan aniqlanadi:

$$\rho x_1 = a_{11}\rho_1 y_1 + a_{12}\rho_2 y_2$$

$$\rho x_2 = a_{21}\rho_1 y_1 + a_{22}\rho_2 y_2$$

Bu yerda ρ — noldan farqli ixtiyoriy son, ρ_1, ρ_2 sonlar esa quyidagi sistemadan aniqlanadi:

$$a_{11}\rho_1 + a_{12}\rho_2 = \rho b_1$$

$$a_{21}\rho_1 + a_{22}\rho_2 = \rho b_2$$

Bu munosabatdan $0_1, 0_2$ va E nuqtalarning proyektiv koordinatalari mos ravishda

$O_1(1:0)$, $O_2(0:1)$ va $E(1:1)$

bo'ladi.

Bir jinsli koordinatalar proyektiv koordinatalarning bir jinsli chiziqli funksiyalaridir va aksincha, proyektiv koordinatalar bir jinsli koordinatalarning bir jinsli chiziqli funksiyalaridir.

Bir jinsli koordinatalar, proyektiv koordinatalarning xususiy holi 0_1 nuqta sifatida proyektiv to'g'ri chiziqning xosmas nuqtasini, 0_2 nuqta sifatida dekart koordinatalar sistemasining boshini va E nuqta sifatida dekart koordinatalar sistemasining birlik nuqtasini olsak, bo'ladi. To'rtta tartiblangan A,B,C,D nuqtalarning murakkab (angarmonik) munosabati $(ABCD)$ quyidagicha aniqlanadi:

Agar A,B,C,D nuqtalar xos nuqtalar bo'lsa

$$(ABCD) = \frac{\overrightarrow{AC}}{\overrightarrow{CB}} : \frac{\overrightarrow{AD}}{\overrightarrow{DB}} = \frac{(ABC)}{(ABD)}$$

1. Agar nuqtalardan bittasi, misol uchun D xosmas nuqta bo'lsa, (ABCD) munosabat, xos D' nuqta D ga intilganda (ABCD') munasabatning limiti sifatida aniqlanadi. Bu ta'rif quyidagilarga olib

keladi:

A) D—xosmas nuqta bo'lsa $(ABCD) = -\frac{\overrightarrow{AC}}{\overrightarrow{CB}}$;

B) C — xosmas nuqta bo'lsa

$$(ABCD) = -\frac{\overrightarrow{BD}}{\overrightarrow{DA}};$$

V) B— xosmas nuqta bo'lsa

$$(ABCD) = -\frac{\overrightarrow{CA}}{\overrightarrow{AD}};$$

G) A— xosmas nuqta bo'lsa

$$(ABCD) = \frac{\overrightarrow{DB}}{\overrightarrow{BC}}.$$

Mos ravishda proyektiv koordinatalari $a_1 : a_2, b_1 : b_2, c_1 : c_2$ va $d_1 : d_2$ lar bilan berilgan A,B,C va D nuqtalarning murakkab nisbati quyidagicha:

$$(ABCD) = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} c_1 & c_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}} : \frac{\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ d_1 & d_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} d_1 & d_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}}$$

topiladi.

Xususan, agar A,B,C nuqtalar $0_1, 0_2$ va E nuqtalar bilan ustma—ust tushsa, $(x_1 : x_2)$ proyektiv koordinatalariga ega bo'lgan ixtiyoriy M nuqta uchun $(0_1, 0_2 EM) = x_1 : x_2$ o'rinli.

Bu munosabat proyektiv koordinatalarning geometrik aniqlanishidir.

Proyektiv to'g'ri chiziq nuqtasini uning proyektiv koordinatalari bo'yicha yasashni quyidagi misolda ko'rsatamiz. Nuqta (2,—3) proyektiv koordinatalari bilan berilgan bo'lsin. Tekislikda $0_1 0_2$ to'g'ri chiziqda yotmaydigan O' nuqtani olamiz. Koordinata boshi O' nuqtada bo'lgan va birlik nuqta O'E to'g'ri chiziqda yotmaydigan umumiy koordinatalar sistemasida $P(2,-3)$ nuqtani yasaymiz. Agar $O'P$ to'g'ri chiziq $0_1 0_2$ to'g'ri chiziqni xos nuqtada kesib o'tsa, shu kesishish nuqtasi biz yasayotgan nuqta bo'ladi. Agar $O'P$ to'g'ri chiziq $0_1 0_2$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lsa, $(2,-3)$ nuqta $0_1 0_2$ to'g'ri chiziqning xosmas nuqtasi bo'ladi.

Ushbu $(ABCD) = -1$ tenglik o'rinli bo'lsa A,B,C,D nuqtalar to'rtligi garmonik nuqtalar deyiladi. Agar $A,B,C,D-$ garmonik nuqtalar to'rtligi bo'lib, A,B,C, nuqtalar xos nuqtalar, C nuqta AB kesmaning o'rtasi bo'lsa, D nuqta xosmas nuqta bo'ladi.

Proyektiv to'g'ri chiziq nuqtalarining proyektiv almashtirish deb proyektiv koordinatalarda

$$x_1' = \rho(a_{11}x_1 + a_{12}x_2)$$

$$x_2' = \rho(a_{21}x_1 + a_{22}x_2)$$

munosabatlar bilan aniqlanuvchi almashtirishga aytiladi. Bu yerda c$-$ ixtiyoriy noldan farqli son va

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0.$$

Bu munosabatlarda $x_1 : x_2 -$ proobraz nuqtalarining koordinatalari $x_1' : x_2'$ obraz nuqtalarining koordinatalaridir.

Proyektiv almashtirishlarda murakkab (angarmonik) munosabatlar o'zgarmaydi va aksincha, murakkab munosabatlarni saqlovchi ixtiyoriy almashtirish proyektiv almashtirish bo'ladi.

Proyektiv to'g'ri chiziqning proyektiv almashtirishlari to'plami gruppa tashkil qiladi.

Ayniy almashtirish birlik almashtirish deyiladi.

Proyektiv to'g'ri chiziq xos nuqtalari uchun proyektiv almashtirishni affin koordinatalar sistemasida quyidagicha yozish mumkin:

$x' = \frac{ax+b}{cx+d}$, bu yerda $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \neq 0$.

Proyektiv tekislik. Yevklid tekisligida har bir to'g'ri chiziqqa yangi, cheksiz uzoq joylashgan nuqta deb ataluvchi elementni qo'shamiz. Kesishuvchi ikki to'g'ri chiziqqa turlicha elementlar qo'shiladi. Hamma parallel to'g'ri chiziqlarga bitta xosmas nuqta qo'shiladi.

Yevklid tekisligi nuqtalaridan va ularga qo'shilgan xosmas nuqtalar to'plamidan iborat to'plam proyektiv tekislik deyiladi.

Yevklid tekisligida xosmas nuqtalar bilan to'ldirilgan to'g'ri chiziqlar proyektiv tekislikning xos to'g'ri chiziqlari deyiladi. Xosmas nuqtalar to'plami esa proyektiv tekislikning xosmas (cheksiz uzoq joylashgan) to'g'ri chizig'i deyiladi.

Proyektiv tekislikda (x,y) umumiy dekart koordinatalarga ega bo'lgan xos M nuqtasining bir jinsli koordinatalari deb x,y,1 sonlar uchligiga hamda ularga proporsional sonlar uchligiga aytiladi. Xususan,$(x,y,1)$ uchlik yuqoridagi munosabatni qanoatlantiradi. Shunday qilib, $x_1=kx$, $x_1=ky$, $x_3=k\cdot 1$ munosabatlardan dekart koordinatalarni bir jinsli koordinatalar bilan bog'lovchi $\frac{x_1}{x_3}=x, \frac{x_2}{x_3}=y$ tengliklarni olamiz.

$\{x_1, x_2\}$ vektorga parallel to'g'ri chiziqlarga qo'shilgan xosmas nuqtaning koordinatalari deb $(x_1,x_2,0)$ uchlikka aytiladi. Agar $(x_1,x_2,0)$ uchlik birorta xosmas nuqtaning koordinatalari bo'lsa,$(kx_1,kx_2,0)$ uchlik ham shu xosmas nuqtaning bir jinsli koordinatalari bo'ladi.

Proyektiv to'g'ri chiziqda yotuvchi M nuqtaning bir jinsli koordinatalarini ko'rsatish uchun $M(x_1{:}x_2{:}x_3)$ ko'rinishda yozamiz.

Proyektiv tekislikda ixtiyoriy to'g'ri chiziq bir jinsli koordinatalarda

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = 0$$

tenglama yordamida aniqlanadi va aksincha.
Yuqoridagi bir jinsli tenglamani qanoatlantiruvchi nuqtalar to'plami to'g'ri chiziqdir.

Xususan,

$x_3=0$

tenglama xosmas to'g'ri chiziq tenglamasidir.
$x_1=0$, $x_2=0$ tenglamalar mos ravishda Oy va Ox o'qlar tenglamalaridir.

Proyektiv tekislikda proyektiv koordinatalar sistemasi to'rtta $0_1,0_2,0_3$ va E nuqtalar yordamida aniqlanadi. Bu nuqtalardan hech qanday uchtasi bitta to'g'ri chiziqda yotmasligi kerak. $0_1,0_2,0_3$ nuqtalar bazis, E nuqta—birlik nuqta, $0_1,0_2,0_3$ uchburchak koordinata uchburchagi deyiladi.

Agar $0_1,0_2,0_3$ va E nuqtalarning bir jinsli koordinatalari mos ravishda

$$O_1(a_{11}:a_{21}:a_{31}),\quad O_2(a_{12}:a_{22}:a_{32}),$$

$$O_3(a_{13}:a_{23}:a_{33}),\quad E(b_1:b_2:b_3)$$

M nuqtaning bir jinsli koordinatalari $x_1:x_2=x_3$ bo'lsa, uning proyektiv koordinatalari $y_1:y_2:y_3$ quyidagi munosabatlardan aniqlanadi:

$$\rho x_1 = a_{11}\rho_1 y_1 + a_{12}\rho_2 y_2 + a_{13}\rho_3 y_3,$$

$$\rho x_2 = a_{21}\rho_1 y_1 + a_{22}\rho_2 y_2 + a_{23}\rho_3 y_3,$$

$$\rho x_3 = a_{31}\rho_1 y_1 + a_{32}\rho_2 y_2 + a_{33}\rho_3 y_3,$$

bu yerda ρ —noldan farqli ixtiyoriy son ρ_1,ρ_2,ρ_3 sonlar

$$a_{11}\rho_1 + a_{12}\rho_2 + a_{13}\rho_3 = b_1\rho,$$

$$a_{21}\rho_1 + a_{22}\rho_2 + a_{23}\rho_3 = b_2\rho,$$

$$a_{31}\rho_1 + a_{32}\rho_2 + a_{33}\rho_3 = b_3\rho$$

sistemadan aniqlanadi. Bu sistemalardan $0_1, 0_2, 0_3$ va E nuqtalarning proyektiv koordinatalarini aniqlasak ,ular mos ravishda $O_1(1:0:0), O_2(0:1:0), O_3(0:0:1), E(1:1:1)$ ekanligini ko'rish mumkin.

Bir jinsli koordinatalar proyektiv koordinatalarning bir jinsli chiziqli funksiyalaridir va aksincha.

Proyektiv koordinatalar O_1 va O_2 nuqtalar sifatida Ox va Oy o'qlarning xosmas nuqtalarini, O_3 – koordinatalar boshi, E umumiy Oxy Dekart koordinatalarining birlik nuqtasi deb olinsa, bir jinsli koordinatalarga aylanadi.

Qiyidagi:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = 0$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = 0$$

tenglamalar mos ravishda koordinata uchburchagi O_2O_3, O_3O_1 va O_1O_2 tomonlarining tenglamalari, $b_1:b_2:b_3$ – E nuqtaning bir jinsli koordinatalari bo'lsa, $y_1:y_2:y_3$ proyektiv koordinatalar bir jinsli koordinatalar $x_1:x_2:x_3$ orqali quydagicha bog'lanadi:

$$\rho y_1 = \frac{a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3}{a_{11}b_1 + a_{12}b_2 + a_{13}b_3},$$

$$\rho y_2 = \frac{a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3}{a_{21}b_1 + a_{22}b_2 + a_{23}b_3},$$

$$\rho y_3 = \frac{a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3}{a_{31}b_1 + a_{32}b_2 + a_{33}b_3},$$

bu yerda c – ixtiyoriy noldan farqli son.

M nuqtaning proyektiv koordinatalari $x_1:x_2:x_3$ bo'lsin. M va E nuqtalarning O_1O_2 to'g'ri chiziqqa O_3 nuqtadan tushirilgan proeksiyalarini mos ravishda M_3va E_3 bilan belgilaymiz. M_3 nuqtaning

O_1O_2 proyektiv to'g'ri chiziqda O_1O_2 va E_3 bilan aniqlangan sistemadagi proyektiv koordinatalari $x_1 : x_2$ bo'ladi. Shuning uchun

$$x_1 : x_2 = (O_1 O_2 E_3 M_3)$$

munosabat o'rinli.

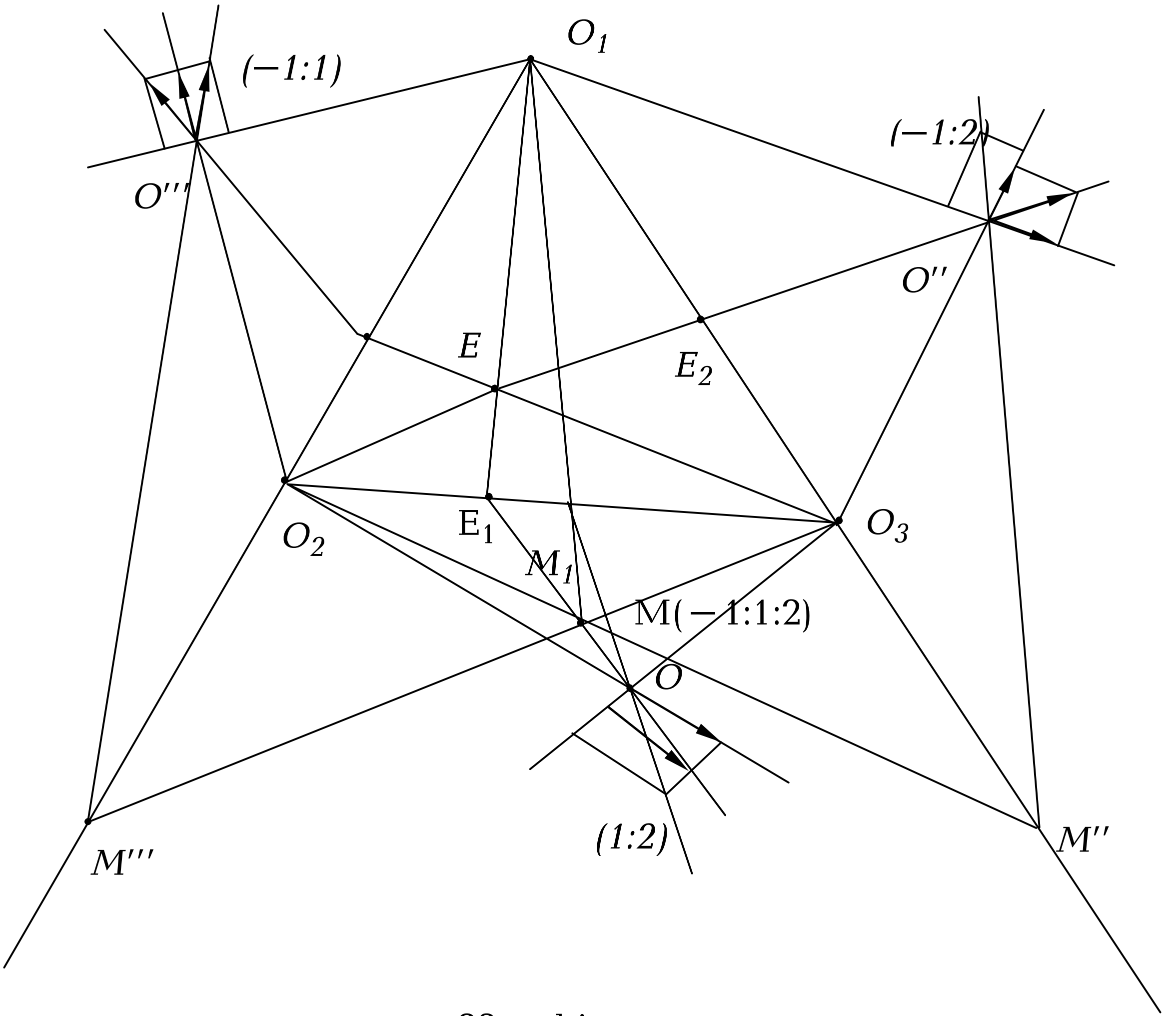
Xuddi shunday

$$x_2 : x_3 = (O_2 O_3 E_1 M_1),$$

$$x_3 : x_1 = (O_3 O_1 E_2 M_2)$$

munosabatlarni ham hosil qilamiz.
Bu yerda E_1 va M_1 nuqtalar mos ravishda E va M nuqtalarning O_2O_3 to'g'ri chiziqqa O_1 nuqtadan tushirilgan proeksiyalari, E_2 va M_2 nuqtalar esa E va M nuqtalarning O_3O_1 to'g'ri chiziqqa O_2 nuqtadan tushirilgan proeksiyalaridir.

Proyektiv tekislik nuqtasini uning proyektiv koordinatalari orqali yasashni misol yordamida tushuntiramiz (23 – chizma).



23 – chizma

(−1;1:2) nuqtani yasash kerak bo'lsin. O_2O_3 to'g'ri chiziqda yotmaydigan ixtiyoriy O' nuqtani olamiz. Koordinata boshi O' nuqtada va birlik nuqtasi $O'E_1$ to'g'ri chiziqda yotuvchi affin koordinatalar sistemasida (1,2) nuqtani yasaymiz (bu yerda E_1E nuqtalarning O_1 nuqtadan O_2O_3 to'g'ri chiziqqa tushirilgan proeksiyasi). Keyin (1,2) nuqta va O' nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqning O_2O_3 bilan kesishish nuqtasini M' bilan belgilaymiz. O_1O_2 to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lmagan ixtiyoriy O''' nuqtani olamiz; koordinata boshi O''' nuqtada bo'lgan va birlik nuqtasi $O'''E_3$ to'g'ri chiziqda yotgan affin koordinatalar sistemasida $(-1,1)$ nuqtani yasaymiz. Yasalgan $(-1,1)$ nuqta va O''' nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqning O_1O_2 bilan kesishish nuqtasini M''' bilan belgilaymiz. Qidirilayotgan M$(-1:1:2)$ nuqta O_1M' va O_3M''' to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidir (xuddi shunday yasalgan O_2M'' to'g'ri chiziq ham M nuqtadan o'tadi).

Proyektiv tekislikda proyektiv to'g'ri chiziqni bir jinsli

$$u_1x_1 + u_2x_2 + u_3x_3 = 0$$

tenglama bilan aniqlanadi.

Ushbu $u_1 : u_2 : u_3$ munosabat to'g'ri chiziqning koordinatalari yoki tangensial koordinatalar deyiladi. $l(\boldsymbol{u_1} : u_2 : u_3)$ yozuv koordinatalari $u_1 : u_2 : u_3$ bo'lgan l to'g'ri chiziqni bildiradi.

M nuqta l to'g'ri chiziqda yotsa, to'g'ri chiziq va nuqta o'zaro insident deyiladi. $x_1 : x_2 : x_3$ berilgan bo'lsa, $u_1x_1 + u_2x_2 + u_3x_3 = 0$ (α) tenglamani M$(x_1 : x_2 : x_3)$ nuqtadan o'tuvchi barcha to'g'ri chiziqlarning koordinatalari qanoatlantiradi. Bu holda (α) tenglama M$(x_1 : x_2 : x_3)$ nuqtaning tenglamasi deb ataladi.

Ikki $M_1(x'_1 : x'_2 : x'_3)$ va $M_2(x''_1 : x''_2 : x''_3)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1' & x_2' & x_3' \\ x_1'' & x_2'' & x_3'' \end{vmatrix} = 0$$

ko'rinishda bo'ladi. Bundan M_1M_2 to'g'ri chiziqning koordinatalari

$$\begin{vmatrix} x_2' & x_3^1 \\ x_2'' & x_3'' \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} x_3' & x_1' \\ x_3'' & x_1'' \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} x_1' & x_2' \\ x_1'' & x_2'' \end{vmatrix}$$

ekani kelib chiqadi.

Ikkita $m_1(u'_1 : u'_2 : u'_3)$ va $m_2(u''_1 : u''_2 : u''_3)$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasining tenglamasi quydagichadir:

$$\begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ u_1' & u_2' & u_3' \\ u_1'' & u_2'' & u_3'' \end{vmatrix} = 0 .$$

Demak, kesishish nuqtasining koordinatalari

$$\begin{vmatrix} u_2' & u_3^1 \\ u_2'' & u_3'' \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} u_3' & u_1' \\ u_3'' & u_1'' \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} u_1' & u_2' \\ u_1'' & u_2'' \end{vmatrix}$$

dan iboratdir.

Uchta $M_1(x'_1 : x'_2 : x'_3)$,$M_2(x''_1 : x''_2 : x''_3)$,$M_3(x'''_1 : x'''_2 : x'''_3)$ nuqtalarning kollinear bo'lishi uchun zarur va yetarli sharti quyidagicha:

$$\begin{vmatrix} x'_1 & x'_2 & x'_3 \\ x_1'' & x_2'' & x_3'' \\ x_1''' & x_2''' & x_3''' \end{vmatrix} = 0$$

Uchta $l_1(u'_1 : u'_2 : u'_3)$,$l_2(u''_1 : u''_2 : u''_3)$,$l_3(u'''_1 : u'''_2 : u'''_3)$ to'g'ri chiziqlarning umumiy nuqtaga ega bo'lishi uchun zaruriy va yetarli shart quyidagi tenglikdan iborat:

$$\begin{vmatrix} u'_1 & u'_2 & u'_3 \\ u_1'' & u_2'' & u_3'' \\ u_1''' & u_2''' & u_3''' \end{vmatrix} = 0$$

Ikkita $M_1(x'_1 : x'_2 : x'_3)$ va $M_2(x''_1 : x''_2 : x''_3)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqning parametrik tenglamalari quyidagicha bo'ladi:

$$x_1 = \alpha x_1' + \beta x_1'',$$

$$x_2 = \alpha x_2' + \beta x_2'',$$

$$x_3 = \alpha x_3' + \beta x_3''$$

bu yerda α,β $\alpha^2 + \beta^2 > 0$ shartlarni qanoatlantiruvchi haqiqiy sonlar.

Ikkita $l_1(u'_1 : u'_2 : u'_3)$ va $l_2(u''_1 : u''_2 : u''_3)$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi (yoki shu to'g'ri chiziqlar yordamida aniqlanuvchi to'g'ri chiziqlar dastasiga tegishli ixtiyoriy to'g'ri chiziqning koordinatalari) quyidagicha bo'ladi:

$$u_1 = \alpha u_1' + \beta u_1''$$

$$u_2 = \alpha u_2' + \beta u_2''$$

$$u_3 = \alpha u_3' + \beta u_3'', \ \alpha^2 + \beta^2 > 0$$

Bir to'g'ri chiziqda yotuvchi to'rtta $M_1(x'_1 : x'_2 : x'_3), M_2(x''_1 : x''_2 : x''_3)$, $M_3((\alpha x_1' + \beta x_1''):(\alpha x_2' + \beta x_2''):(\alpha x_3' + \beta x_3''))$, $M_4((\lambda x_1' + \mu x_1''):(\lambda x_2' + \mu x_2''):(\lambda x_3' + \mu x_3''))$ nuqtalarning murakkab (angarmonik) munosabati

$$(\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_4) = \frac{\beta\lambda}{\alpha\mu}$$

Bitta nuqtadan o'tuvchi to'rtta

$$l_1(u_1`:u_2`:u_3`),\ l_2(u_1``:u_2``:u_3``),$$

$$l_3((\alpha u_1' + \beta u_1''):(\alpha u_2' + \beta u_2''):(\alpha u_3' + \beta u_3'')),$$

$$l_4((\lambda \mu_1' + \mu u_1''):(\lambda u_2' + \mu u_2''):(\lambda_3' + \mu u_3''))$$

to'g'ri chiziqlarning murakkab (angarmonik) munosabati

$$(l_1\ l_2\ l_3\ l_4) = \frac{\beta\lambda}{\alpha\mu}$$

tenglik bilan aniqlanadi.

Proyektiv tekislikda $O_1O_2O_3E$ koordinatalar sistemasini $O`_1O`_2O`_3E$ proyektiv koordinatalar sistemasiga o'tkazuvchi proyektiv almashtirish quyidagi munosabatlar bilan aniqlanadi:

$$\begin{aligned} \rho x_1 &= a_{11}x_1` + a_{12}x_2` + a_{13}x_3` \\ \rho x_2 &= a_{21}x_1` + a_{22}x_2` + a_{23}x_3` \\ \rho x_3 &= a_{31}x_1` + a_{32}x_2` + a_{33}x_3` \end{aligned} \qquad (\beta)$$

bu yerda $(x_1 : x_2 : x_3)$ tekislikdagi ixtiyoriy nuqtaning $O_1O_2O_3E$ sistemadagi koordinatalar, $(x`_1 : x`_2 : x`_3)$ esa $O`_1O`_2O`_3E`$ sitemadagi koordinatalardir; undan tashqari

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0$$

Bu yerdan quyidagi munosabatlar kelib chiqadi:

$$\begin{aligned} \rho x`_1 &= A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + A_{13}x_3, \\ \rho x`_2 &= A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + A_{23}x_3, \\ \rho x_3` &= A_{31}x_1 + A_{32}x_2 + A_{33}x_3. \end{aligned}$$

bu yerda A_{ik}-(a_{ik})- matritsaga teskari matritsa elementlariga proporsional sonlardir.

Agar $O`_1$, $O`_2$, $O`_3$ bazis nuqtalar va E` birlik nuqtalarning $O_1O_2O_3E$ sistemadagi

$O_1'(b_{11}:b_{21}:b_{31})$, $O_2'(b_{12}:b_{22}:b_{32})$, $O_3'(b_{13}:b_{23}:b_{33})$ va $E(c_1:c_2:c_3)$ koordinatalari bilan berilgan bo'lsa, (β) tenglamalar quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\begin{aligned} \rho x_1 &= b_{11}\rho_1 x'_1 + b_{12}\rho_2 x'_2 + b_{13}\rho_3 x'_3, \\ \rho x_2 &= b_{21}\rho_1 x'_1 + b_{22}\rho_2 x'_2 + b_{23}\rho_3 x'_3, \\ \rho x_3 &= b_{31}\rho_1 x'_1 + b_{32}\rho_2 x'_2 + b_{33}\rho_3 x'_3, \end{aligned}$$

bu yerda ρ_1, ρ_2, ρ_3 sonlari quyidagi tenglamalardan aniqlanadi:

$$\begin{aligned} b_{11}\rho_1 + b_{12}\rho_2 + b_{13}\rho_3 &= \lambda c_1, \\ b_{21}\rho_1 + b_{22}\rho_2 + b_{23}\rho_3 &= \lambda c_2, \\ b_{31}\rho_1 + b_{32}\rho_2 + b_{33}\rho_3 &= \lambda c_3, \end{aligned}$$

Proyektiv tekislik nuqtalar to'plami uchun bir to'g'ri chiziqda yotuvchi ixtiyoriy uchta nuqtaning obrazlari ham bir to'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtalar bo'lgan o'zaro bir qiymatli akslantirishga proyektiv almashtirish deb aytiladi.

Proyektiv almashtirish quyidagi munosabatlar bilan aniqlanadi:

$$\rho x`_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3$$
$$\rho x`_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3$$
$$\rho x`_3 = a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3.$$

bu yerda $x_1 : x_2 : x_3$ va $x'_1 : x'_2 : x'_3$ lar berilgan proyektiv almashtirishdagi mos keluvchi proobraz va obraz koordinatalari va

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0$$

Proyektiv tekislikdagi barcha proyektiv almashtirishlar to'plami gruppa tashkil qiladi.

Proyektiv tekislik xos nuqtalari uchun affin koordinatalar sistemasida proyektiv almashtirishni quyidagi formulalar bilan berish mumkin:

$$x' = \frac{a_{11}x + a_{12}y + a_{13}}{a_{31}x + a_{32}y + a_{33}}, \quad y' = \frac{a_{21}x + a_{22}y + a_{23}}{a_{31}x + a_{32}y + a_{33}},$$

Proektiv almashtirishni aniqlash uchun to'rtta nuqta va ularning obrazlari berilgan bo'lishi yetarlidir:

$$A(a_1 : a_2 : a_3) \to A'(a_1' : a_2' : a_3'),$$

$$B\ (b_1 : b_2 : b_3) \to A'(b_1' : b_2' : b_3'),$$

$$C\ (c_1 : c_2 : c_3) \to C'(c_1' : c_2' : c_3'),$$

$$D(d_1 : d_2 : d_3) \to D'(d_1' : d_2' : d_3').$$

Mos ravishda $u = 0, v = 0, w = 0, u' = 0, w' = 0$ tenglamalar *BC*, *CA*, *AB*, *B'C'*, *C'A'*, *A'B'* to'g'ri chiziqlarning tenglamalari bo'lsin. U holda

$u' = pu, v' = qv, w' = rw$

formulalar *A, B, C*— nuqtalarni mos ravishda *A',B',C'* nuqtalarga o'tkazuvchi proyektiv almashtirishni aniqlaydi. Bu formulalarga *D* va *D'* nuqtalarning koordinatalarini qo'yib *p,q,r* miqdorlarni topamiz.

Proyektiv tekislik nuqtalari to'plami va shu tekislikdagi to'g'ri chiziqlar to'plami orasidagi o'zaro bir qiymatli moslik korrelatsiya deyiladi. Agar korrelatsiyada bir to'g'ri chiziqda yotuvchi uchta nuqtaga bir nuqtadan o'tuvchi uchta to'g'ri chiziq mos kelsa, bu korrelatsiya chiziqli korrelatsiya deyiladi.

Agar chiziqli korrelatsiyada A nuqta a' to'g'ri chiziqqa akslantirilsa, a' – to'g'ri chiziqda yotuvchi B nuqta A nuqtadan o'tuvchi b' to'g'ri chiziqqa akslantirilsa bu korrelyatsiya polyaritet deb ataladi.

Chiziqli korrelatsiya quyidagi tenglamalar bilan aniqlanadi:

$$\begin{aligned} \rho' u`_1 &= w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + w_{13}x_3 \\ \rho' u`_2 &= w_{21}x_1 + w_{22}x_2 + w_{23}x_3 \\ \rho' u`_3 &= w_{31}x_1 + w_{32}x_2 + w_{33}x_3. \end{aligned} \quad \text{yoki} \quad \begin{aligned} \rho u_1 &= w_{11}x_1 + w_{21}x'_2 + w_{31}x'_3 \\ \rho u_2 &= w_{12}x'_1 + w_{22}x'_2 + w_{32}x_3 \\ \rho u_3 &= w_{13}x'_1 + w_{23}x'_2 + w_{33}x_3. \end{aligned}$$

Bu yerda $\begin{vmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{vmatrix} \neq 0$, $x_1 : x_2 : x_3$ – tekislik ixtiyoriy nuqtasining koordinatalari, $u'_1 : u'_2 : u'_3$ esa shu nuqtaga mos keluvchi to'g'ri chiziq koordinatalari. Chiziqli korrelatsya polyaritet bo'lishi uchun (w_{ik}) matritsaning simmetrik bo'lishi zarur va yetarlidir.

Proyektiv tekislikda ikkinchi tartibli chiziqlar. Ikkinchi tartibli chiziqlarning umumiy tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + 2a_{12}x_1x_2 + 2a_{23}x_2x_3 + 2a_{31}x_3x_1 = 0 \quad (1)$$

Proyektiv almashtirishlar yordamida (1) tenglama quyidagi beshta ko'rinishdan birortasiga keltirilishi mumkin (birorta tenglamasini -1 ga ko'paytirish ham zarur bo'lishi mumkin):

1) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0$ – mavhum chiziq;

2) $x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0$ – haqiqiy chiziq;

3) $x_1^2 - x_2^2 = 0$ – ikkita haqiqiy to'g'ri chiziqlar;

4) $x_1^2 + x_2^2 = 0$ – ikkita mavhum to'g'ri chiziq;

5) $x_1^2 = 0$ – ikkita ustma – ust tushuvchi to'g'ri chiziqlar.

Proyektiv tekislikda ikkinchi tartibli chiziqlar to'plamining quyidagi sinflarga bo'lish mumkin: ikkita chiziqning birortasi ikkinchisining biror proyektiv almashtirishdagi obrazi bo'lsa ularni bir sinfga kiritamiz. Agar ularning birini ikkinchisiga o'tkazuvchi proyektiv almashtirish mavjud bo'lmasa ular har xil sinflarga tegishli bo'ladi. Chiziqlarning bunday yo'l bilan sinflarga bo'linishi ularning proyektiv klassifikatsiyasi deyiladi.

Ikkinchi tartibli chiziqlarning beshta klassifikatsyasi mavjud. Ular quyidagidan iborat:

1) mavhum chiziqlar;

2) haqiqiy, ajralmaydigan ikkinchi tartibli chiziqlar;

3) mavhum to'g'ri chiziqlar jufti;

4) haqiqiy to'g'ri chiziqlar jufti;

5) ustma – ust tushuvchi to'g'ri chiziqlar.

Ikkinchi sinfga tegishli chiziqlar ellips, diametrlarining xosmas nuqtalari bilan birgalikda qaraladigan parabola yoki asimptotalarining xosmas nuqtalar qo'shilgan giperbola bo'lishi mumkin.

Ikkinchi tartibli chiziqning ikkita to'g'ri chiziqqa ajralishi uchun zarur va yetarli shart $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0$ (2)

tenglikdan iboratdir. (1)chiziqning qutb deb ataluvchi P nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar bilan kesishish nuqtalari M' va M'' larga nisbatan P ga garmonik qo'shma $M(x_1 : x_2 : x_3)$ nuqtalarning geometrik o'rni $P(x^\circ{}_1 : x^\circ{}_2 : x^\circ{}_3)$ nuqtaning (1) chiziqqa nisbatan polyarasi deyiladi. Polyara – to'g'ri chiziqdir va uning tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:`

$$(a_{11}x_1^{\circ} + a_{12}x_2^{\circ} + a_{13}x_3^{\circ})x_1 + (a_{21}x^{\circ}{}_1 + a_{22}x^{\circ}{}_2 + a_{23}x_3)x_2 + (a_{31}x_1^{\circ} + a_{32}x_2^{\circ} + a_{33}x_3^{\circ})x_3 = 0$$

yoki

$$F_{x_1^0}x_1 + F_{x_2^0}x_2 + F_{x_3^0}x_3 = 0$$

bu yerda $F_{x_1^0}, F_{x_2^0}, F_{x_3^0}$ ifodalar (1) tenglama chap tomonidagi ifodaning mos ravishda x_1, x_2 va x_3 lar bo'yicha xususiy hosilalari $(x_1{}^0, x_2{}^0, x_3{}^0)$ nuqtadagi qiymatlarining yarimlaridir.

Ikkita $M(y_1: y_2: y_3)$ va $N(z_1: z_2: z_3)$ nuqtalardan har bittasi ikkinchisining polyarasiga tegishli bo'lsa, ular(1) chiziqqa nisbatan polyar qo'shma nuqtalar deyiladi. Polyar qo'shmalik quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$z_1F_{y_1} + z_2F_{y_2} + z_3F_{y_3} = 0$$

yoki

$$y_1F_{z_1} + y_2F_{z_2} + y_3F_{z_3} = 0$$

Ikkita $m(v_1 : v_2 : v_3)$ va $n(\omega_1 : \omega_2 : \omega_3)$ to'g'ri chiziqlardan har bittasi ikkinchisining qutbidan o'tsa, ular (1) chiziqqa nisbatan o'zaro polyar qo'shma chiziqlar deyiladi.

Ikkinchi tartibli (1) chiziqning $P(x_1{}^0 : x_2{}^0 : x_3{}^0)$ nuqtadagi urinmasi

$$(a_{11}x_1{}^0 + a_{12}x_2{}^0 + a_{13}x_3{}^0)x_1 + (a_{21}x_1{}^0 + a_{22}x_2{}^0 + a_{23}x_3{}^0)x_2 + (a_{31}x_1{}^0 + a_{32}x_2{}^0 + a_{33}x_3{}^0)x_3 = 0$$

tenglama bilan aniqlanadi.

Ikkinchi tartibli ajralmaydigan chiziqni *M* nuqtadan o'tuvchi ixtiyoriy to'g'ri chiziq ixtiyoriy chiziqni ikkita har xil nuqtalarda kesib o'tsa, *M* nuqta chiziqning ichki nuqtasi deyiladi. Agar *M* nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar orasida chiziq ikkinchi tartibli chiziq bilan umumiy nuqtaga ega bo'lmagani mavjud bo'lsa,

M nuqta tashqi nuqta deyiladi.

Berilgan M nuqta haqiqiy ikkinchi tartibli chiziq uchun tashqi nuqta bo'lishi uchun M nuqtadan chiziqqa ikkita urinma o'tkazish mumkinligi zarur va yetarli shartdir.

Berilgan $M(x_1{}^0 : x_2{}^0 : x_3{}^0)$ nuqtadan (1) chiziqqa o'tkazilgan urinmalar tenglamasi

$$2F_0 \cdot 2F - P^2 = 0$$

ko'rinishda bo'lib, bu yerda

$$2F = a_{11}x_1{}^2 + a_{22}x_2{}^2 + a_{33}x_3{}^2 + 2a_{12}x_1x_2 + 2a_{23}x_2x_3 + 2a_{31}x_3x_1,$$

$$2F_0 = a_{11}x_1{}^{0^2} + a_{22}x_2{}^{0^2} + a_{33}x_3{}^{0^2} + 2a_{12}x_1{}^0x_2{}^0 + 2a_{23}x_2{}^0x_3{}^0 + 2a_{31}x_3{}^0x_1{}^0,$$

$$P = (a_{11}x_1{}^0 + a_{12}x_2{}^0 + a_{13}x_3{}^0)x_1 + (a_{21}x_1{}^0 + a_{22}x_2{}^0 + a_{23}x_3{}^0)x_2 + (a_{31}x_1{}^0 + a_{32}x_2{}^0 + a_{33}x_3{}^0)x_3.$$

Berilgan $M(x_1 : x_2 : x_3)$ nuqta haqiqiy, xosmas ikkinchi tartibli (1) chiziq uchun ichki nuqta bo'lishining zaruriy va yetarli sharti quyidagilardan iborat:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} (a_{11}x_1{}^2 + a_{22}x_2{}^2 + a_{33}x_3{}^2 + 2a_{12}x_1x_2 + 2a_{23}x_2x_3 + 2a_{31}x_3x_1) > 0$$

Ikkinchi tartibli chiziqning diametri unga qo'shma vatarning xosmas nuqtasi uchun polyara bo'ladi. Shuning uchun qo'shma diametrlar o'zaro polyar qo'shma to'g'ri chiziqlardir.

Ikkinchi tartibli chiziq markaziy bo'lsa , xosmas to'g'ri chiziq markaz uchun polyara bo'ladi.

Ikkinchi tartibli chiziqning asimptotalari bu to'g'ri chiziqning xosmas to'g'ri chiziqlar bilan kesishish nuqtalarida o'tkazilgan urinmalari bo'ladi.

Ikkinchi tartibli chiziqning umumiy tenglamasi tangensial koordinatalarda quyidagi ko'rinishda bo'ladi :

$$A_{11}u_1{}^2 + 2A_{12}u_1u_2 + A_{22}u_2{}^2 + 2A_{23}u_2u_3 + A_{33}u_3{}^2 + 2A_{31}u_3u_1 = 0 \qquad (5)$$

Ikkinchi tartibli chiziq(1) tenglama bilan berilgan bo'lsa, unga o'tkazilgan urinmalarning koordinatalari $u_1 : u_2 : u_3$ lar

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & u_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & u_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & u_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 & 0 \end{vmatrix} = 0 \qquad (6)$$

yoki (5) tenglamani qanoatlantiradi, buhda

Agar A_{ik} koeffitsientlar.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

determinant a_{ik} elementlarining algebraik to'ldiruvchilari bo'lsa, $u_1 : u_2 : u_3$ koordinatalari (5) tenglamani qanoatlantiradi. (5) tenglamaning chap tomonidagi ifodani 2 Φ bilan belgilasak $u_1 : u_2 : u_3$ koordinatali urinmaning urinish nuqtasi koordinatalari $x_1 : x_2 : x_3$ quyidagicha topiladi: $x_1 : x_2 : x_3 = \Phi_{u_1} : \Phi_{u_2} : \Phi_{u_3}$.

Ikkita S=0,S'=0 tenglamalar bilan berilgan ikkinchi tartibli chiziqlarning umumiy nuqtalaridan o'tuvchi ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi $S - \lambda S' = 0$ bo'ladi. Agar har bir ikkinchi tartibli chiziq ikkita to'g'ri chiziqdan iborat bo'lsa, ya'ni $S = uv, S' = wt$, u holda bu to'g'ri chiziqlarning umumiy

– $A_1(u = 0, w = 0), A_2(w = 0, v = 0), A_3(v = 0, t = 0), A_4(u = 0, t = 0)$ nuqtalaridan o'tuvchi ikkinchi tartibli chiziqning tenglamasi $uv - \lambda wt = 0$ ko'rinishda bo'ladi.

1 §. Proyektiv to'g'ri chiziq

912. Proyektiv to'g'ri chiziqda $0_1(1:0)$, $E(1:1)$ va $0_2(0:1)$ nuqtalar berilgan. $A(2:3)$, $B(-2:3)$, $C(1:-1)$, $D(1:4)$, $K(-4:1)$ nuqtalar yasalsin.

913. Proyektiv to'g'ri chiziqda ikkita turli xos bazis $0_1(1:0)$, $E(1:1)$ nuqtalarni tanlab olib, $0_2(0:1)$ nuqtani xos bo'lmagan nuqta sifatida qabul qilib $A(1:2)$, $B(-3:2)$, $C(1:1)$, $D(2:1)$, $F(2:-1)$ nuqtalar yasalsin.

914. To'g'ri chiziqda ikki turli xos bazis $0_1(1:0)$, va $0_2(0:1)$ nuqtalarni tanlab olib, $E(1:1)$ nuqtani xos bo'lmagan sifatida qabul qilib $A(1:2)$, $B(-3:2)$, $C(-1:1)$, $D(1:4)$, $F(3:-4)$,$G(4:-1)$ nuqtalar yasalsin.

915. Ixtiyoriy M nuqtaning dekart koordinatasi bazis nuqta sifatida qabul qilingan $O_1(1:0)$ nuqta proyektiv to'g'ri chiziqning xos bo'lmagan nuqtasidan iborat bo'lsa, dekart sistemasining boshi $0_2(0:1)$ da va $E(1:1)$ nuqtani birlik nuqta deb olsak, $x=\frac{x_1}{x_2}$ ga teng bo'lishini isbot qiling.

916. Proyektiv to'g'ri chiziqda O_1,O_2 dan iborat xos bazis nuqtalar va xos $(2:1)$ nuqta berilgan. Bazis $E(1:1)$ nuqta yasalsin.

917. Proyektiv to'g'ri chiziqda ikkita O_1,O_2 bazis nuqtalar va xos bo'lmagan nuqtaning koordinatalari $(2:3)$ ma'lum. Bazis $E(1:1)$ nuqta yasalsin.

918. $E(1:1)$ nuqta-proyektiv to'g'ri chiziqning xos bo'lmagan nuqtasi. O_1O_2 kesma o'rtasining koordinatalari topilsin.

919. $O_1(1:0)$ nuqta –proyektiv to'g'ri chiziqning xos bo'lmagan nuqtasi. O_2E kesma o'rtasining koordinatalari topilsin.

920. $E(1:1)$ nuqta-proyektiv to'g'ri chiziqning xos bo'lmagan nuqtasi. O_1O_2 kesmani λ nisbatda bo'ladigan M nuqtaning koordinatalari topilsin.

921. Dekart koordinatalarida berilgan $O_1(-4)$, $O_2(2)$, E(3) nuqtalarni proyektiv sistemaning bazis nuqtalari deb olinsa, M nuqtaning proyektiv $(x_1:x_2)$ koordinatalari bilan x dekart koordinatasi orasidagi bog'lanish topilsin.

922. Uchlari $0_1(1:0)$, $0_2(0:1)$ nuqtalardan iborat kesmaning o'rtasi E(1:1) nuqtadaligi ma'lum. Proyektiv to'g'ri chiziq xos bo'lmagan nuqtasining koordinatasi topilsin.

923. To'g'ri chiziqda dekart sistemasi o'rnatilgan. Bu sistemaning boshi O ni bazis nuqta $O_1(1:0)$, birlik nuqta (1)ni bazis nuqta $O_2(0:1)$, xos bo'lmagan nuqtani bazis nuqta E(1:1) sifatida qabul qilib, ixtiyoriy M nuqtaning x koordinatasi bilan uning proyektiv koordinatasini bog'lovchi munosabat topilsin.

924. Proyektiv to'g'ri chiziqning bazis nuqtalari deb $0_1(a_1:a_2)$, $E(b_1:b_2)$, $O_2(c_1:c_2)$ nuqtalar qabul qilingan. Koordinatalar sistemasini almashtirish fo'rmilalari topilsin.

925.To'g'ri chiziqning xos bo'lmagan nuqtasini o'z o'rnida qoldiradigan proyektiv almashtirishda uning barcha xos nuqtalari to'plami affin almashtirishga to'g'ri kelishini analitik isbotlang.

926. Bazis O_1,O_2 nuqtalarni o'z o'rnida qoldiradigan barcha proyektiv almashtirishlar topilsin va ular gruppa tashkil qilishi isbotlansin.

927. Quyidagi $\rho x_1' = a_{11}x_1 + a_{12}x_2,\ \ \rho x_2' = a_{21}x_1 + a_{22}x_2$ proyektiv almashtirish to'g'ri chiziqdagi uchta har xil nuqtani o'z o'rnida qoldirsa, uning birlik almashtirish ekanligini isbotlang.

928.Yangi bazis nuqtalar deb: $\rho x_1' = x_1 - 2x_2,\ \ \rho x_2' = 3x_1 + x_2$ nuqtalar olinsa , ushbu: $O_1^*(2:3), O_2^*(-1:1)\ \ va\ \ E^*(5:1)$ proyektiv almashtirish qanday yoziladi?

929. *$0_1(1:0)$* nuqtani o'z o'rnida qoldiradigan barcha proyektiv almashtirishlarning umumiy ko'rinishi topilsin.

930. Quyidagi $\rho x_1' = x_1 + 2x_2,\ \ \rho x_2' = 4x_1 + 3x_2$ proyektiv almashtirishning qo'zg'almas nuqtalari topilsin.

931.* *(a:b), (c:d)* nuqtalarning o'z o'rnida qoldiradigan barcha proyektiv almashtirishlar topilsin.

932. Ushbu $\rho x_1' = 3x_1 - 5x_2$, $\rho x_2' = x_1 + x_2$ proyektiv almashtirishlar qo'zg'almas nuqtaga ega emasligi isbotlansin.

933. $(a_1 : a_2)$, $(b_1 : b_2)$ nuqtalarni $(a_1^1, a_2^1), (b_1^1, b_2^1)$ nuqtalarga o'tkazadigan barcha proyektiv almashtirish topilsin.

934. Quyidagi proyektiv almashtirishlar to'plamining gruppa tashkil etishi isbotlansin:

1) $\rho x_1' = ax_1 - bx_2, \quad \rho x_2' = bx_1 + ax_2 \quad (a^2 + b^2 \neq 0);$

2) $\rho x_1' = x_1 + kx_2, \quad \rho x_1' = x_2;$

3) $\rho x_1' = x_1, \quad \rho x_1' = kx_2;$

4) $\rho x_1' = ax_1, \quad \rho x_1' = bx_1 \quad (a \neq 0, b \neq 0).$

935. To'g'ri chiziqning har birini kvadrati birlik proyektiv almashtirishga teng bo'ladigan proyektiv almashtirishlari topilsin.

936. To'g'ri chiziqning $E(1:1)$ xos bazis nuqtasi O_1O_2 kesmani λ nisbatda bo'ladi. Bu kesmaning uchlari bazis nuqtalar $O_1(1:0)$, $O_2(0:1)$ dan iborat. To'g'ri chiziq xos bo'lmagan nuqtasining koordinatalari topilsin.

937. To'g'ri chiziqda $A(2:1)$, $B(2:-1)$, $C(1:-1)$ nuqtalar berilgan bo'lib, B nuqta AC kesmaning o'rtasi ekanligi ma'lum. Bazis nuqtalar yasalsin.

938. Proyektiv to'g'ri chiziqdagi A,B,C,D nuqtalarning angarmonik $(ABCD)$ nisbati topilsin:

1) $A(3:1), B(2:5), C(1:0), D(-2:1);$

2) $A(1:3), B(5:-2), C(1:-1), D(2:3);$

3) $A(-1:1), B(2:3), C(7:1), D(1:-1).$

939. To'g'ri chiziqda ixtiyoriy ikkita nuqta A(-1:1),B(3:4) tanlab, xos bo'lmagan (2:1) nuqtani bilgan holda bazis nuqtalar yasalsin.

940. To'g'ri chiziqda uchta ixtiyoriy va juft-jufti bilan har xil A(1:3),B(2:1),C(-1:4) nuqtalar tanlangan. D(3:-1) nuqta yasalsin.

941.* Proyektiv to'g'ri chiziqda uchta A(1:2),B(-1:1), C(3:5) nuqtalar berilgan. Ushbu $(ABCD)=\frac{1}{2}$ angarmonik munosabat ma'lum bo'lsa, D nuqtaning proyektiv koordinatalari topilsin.

942. To'g'ri chiziqda ixtiyoriy ikkita turli A(1:-1),B(2:1) nuqtalar va xos bo'lmagan nuqtasining koordinatalari sifatida (6:1)ni olib. C(1:2) nuqta yasalsin.

943. Dekart koordinatalar sistemasida uchta A(-2), B(3), C(-1) nuqtalar berilgan. Proyektiv koordinatlar sistemasida O_1,O_2 va E bazis nuqtalar deb A, B, C nuqtalarni qabul qilib. D(5), F(-7), G(4), H(2),O(0), va E (1) nuqtalarning proyektiv koordinatalari topilsin.

2 §. Proyektiv tekislik

944. Proyektiv teksilikda bazis uchburchak tomonlari deb $x-4=0$, $y-3=0$, $3x-4y-12=0$ to'g'ri chiziqlar, E (3:2) nuqta esa birlik nuqta deb olingan. 1) Dekar koordinatalari (1:1) bo'lgan M nuqtaning proyektiv koordinatalari, 2) proyektiv koordinatalari (4:3:-6) bo'lgan nuqtaning dekart koordinatalari, 3)abssissa o'qining xos bo'lmagan nuqtasini proyektiv koordinatalari, 4) (5:5:-7) koordinatalarga ega bo'lgan R nuqtaning bir jinsli koordinatalari topilsin.

945. Bazis uchburchakning O_1O_2, O_2O_3, O_3O_1, tomonlari sifatida $y=2$, Oy,Ox o'qlar va birlik nuqta deb E (1:1) nuqta olingan. Bu sistemada Oy o'qiga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar dastasining markazi topilsin.

946. Bazis uchburchak uchlarining O_1(1:1), O_2(-1:1), O_3(0:0) va birlik E(0:$\frac{1}{2}$) nuqtaning dekart koordinatalari berilgan. Bu sistemada ikkala o'q va xos bo'lmagan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

947. Bir jinsli koordinatalaribilan A(3:0:-1), B(-1:3: 0) nuqtalar berilgan 1) berilgan nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi; 2) hosil bo'lgan to'g'ri chiziqning parametrik tenglamalari tuzilsin; 3) to'g'ri chiziqning xos bo'lmagan nuqtasiga mos kelgan parametrning qiymati maxsus nuqtaning koordinatalari topilsin.

948. Tenglamalaridagi mos koeffitsientlar proporsional bo'lgan, ikki to'g'ri chiziqning joylashishi haqida nima deyish mumkin?

949. Avvalgi masalaga qo'shma masala tuzilsin. Masala yechimini keltiring.

950 . Proyektiv sistemada $2x_1+3x_2-6x_3=0$ *va* $x_1+3x_2=0$ to'g'ri chiziqlar berilgan. 1) berilgan to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi; 2)bu to'g'ri chiziqlarni o'z ichiga olgan dasta tenglamasi tuzilsin; 3) dastaning $0_1(1:0:0)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chizig'i topilsin.

951. Tekislikda proyektiv sistemaning bazis nuqtalari sifatida ixtiyoriy O_1, O_2, O_3, E nuqtalarni olib $A(1:2:0)$, $B(0:-3:1)$, $C(4:0:-1)$, $D(1:2:2)$, $F(1:2:3)$, $E(1:2:-3)$, $H(3:2:-4)$ nuqtalar yasalsin.

952. Tekislikda proyektiv sistemaning bazis nuqtalari sifatida ixtiyoriy $0_1, 0_2, 0_3, E$ nuqtalarni olib ushbu $a(1:2:0), b(0: 3:1), c(4:0:-1), d(1:2:2), f(1:2:3), g(1:2:3), h(3:2:-4)$ to'g'ri chiziqlarni yasang.

953. 0_1 , 0_2 , 0_3 , E nuqtalar proyektiv koordinatalar sistemasini aniqlaydi. Bulardan nechtasini xos bo'lmagan nuqtalar deb qabul qilish mumkin?

954. $0_1(1:0:0)$, $0_2(0:1:0)$, $0_3(0:0:1)$ xos bazis nuqtalar va E(1:1:1) xos bo'lmagan nuqta bo'lsa, tekislikning A(1:2:3) nuqtasi yasalsin.

955. $0_1(1:0:0)$, $0_1(0:1:0)$ xos bo'lmagan nuqtalar bo'lsa, tekislikning $a(9:-2:3)$ to'g'ri chizig'i yasalsin.

956. $0_1(1:0:0)$, E(1:1:1) xos bo'lmagan nuqtalar bo'lsa, tekislikning A(1:4:1) nuqtasi yasalsin.

957. Proyektiv sistemaning 0_1, 0_2, 0_3, E nuqtalarini xos nuqtalar deb olib, tekislikning $e(1:1:1)$ to'g'ri chizig'i yasalsin.

958. Proyektiv sistemaning bazis nuqtalari 0_1 (1:0:0), $0_2(0:1:0)$, $0_3(0:0:1)$ xos nuqtalar bo'lib, $0_1 0_2 0_3$ uchburchak medianalarining kesishish nuqtasi $E(1:1:1)$ bo'lsin. $0_1 0_2 0_3$ uchburchak tomonlarining va 0_1E, 0_2E, 0_3E to'g'ri chiziqlarning xos bo'lmagan nuqtalarini toping.

959. $0_1 0_2 0_3$ uchburchak medianalarining kesishish nuqtasi $E(1:1:1)$ dan iborat. Tekislikning xos bo'lmagan to'g'ri chizig'i tenglamasi tuzilsin.

960. $0_1 0_2 0_3$ uchburchak bissektrisalarining kesishish nuqtasi $E(1:1:1)$ nuqtadan iborat deb qabul qilingan. Tekislikning xos bo'lmagan to'g'ri chizig'ining tenglamasi tuzilsin.

961. $0_1 0_2 0_3$ uchburchak balandliklarining kesishish nuqtasi $E(1:1:1)$ nuqtadan iborat deb qabul qilingan. Tekislikning xos bo'lmagan to'g'ri chizig'ining tenglamasi tuzilsin.

962. $(1:2:-1)$, $(3:5:-2)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

963. $(1:-1:2)$, $(2:5:4)$ to'g'ri chiziqlarning koordinatalari va ularning kesishish nuqtasining tenglamasi tuzilsin.

964. $(5:1:3)$, $(-2:4:-3)$, $(8:6:3)$ nuqtalarning bir to'g'ri chiziqda yotishi isbotlansin va shu nuqtalar yotgan to'g'ri chiziq tenglamasi yozilsin.

965. Quyidagi $(1:1:0)$, $(2:-1:3)$, $(5:2:3)$ to'g'ri chiziqlarning bir dastaga tegishli ekanligi isbotlansin. Dasta markazining koordinatalari topilsin va tenglamasi tuzilsin.

966. To'rtta $A(1:2:3)$, $B(-1:2:2)$, $C(3:1:5)$, $D(2:0:1)$ nuqta berilgan. AB, CD to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasining koordinatalari topilsin va tenglamasi tuzilsin.

967. To'rtta $a(1:-1:3), b(2:0:1), c(-1:1:0), d(1:1:1)$ to'g'ri chiziq berilgan. a,b va c,d to'g'ri chiziqlar juftliklarining kesishish nuqtalaridan o'tuvchi to'g'ri chiziqning koordinatalari topilsin, tenglamasi tuzilsin.

968. $A(3:1:5), B(-2:0:7)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq bilan

$7x_1-2x_2+4x_1=0$ to'g'ri chiziq kesishish nuqtasining koordinatalari topilsin.

969. $a(1:0:1)$ va $b(3:1:-2)$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan va $3u_1+5u_2-u_3=0$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi va koordinatalari topilsin.

970. $3x_1-2x_2+5x_1=0$ to'g'ri chiziqning 0_10_2 , 0_20_3 ,0_30_1 dan iborat bazis to'g'ri chiziqlar bilan kesishish nuqtasi topilsin.

971. $A(3:-1:2)$ nuqtani 0_1,0_2 ,0_3,E nuqtalar bilan tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlarning tenglamalari tuzilsin va koordinatalari topilsin.

972. 0_1E, 0_2E, 0_3E to'g'ri chiziqlarning tenglamalari va koordinatalari topilsin.

973. E_1 nuqta 0_1 E , 0_20_3 to'g'ri chiziqlarning, E_2 esa 0_2 E, 0_30_1 to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi bo'lsin. 0_10_2 va E_1E_2 to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi topilsin.

974.* Uchta $A(1+\lambda:1:1)$ $B(1:1+\mu:1)$,$C(1:1:1+\gamma)$nuqtalar berilgan ($\lambda\neq 0$, $\mu\neq 0$, $\gamma\neq 0$). Quyidagi ko'rsatilgan nuqtalarning 1) E, 0_1, A; 2) E ,0_2 ,B; 3) E, 0_3,C uchliklardan har birining bir to'g'ri chiziqda yotishi isbotlansin. 0_10_2 bilan AB, 0_3 ,0_2 bilan BC ,0_3 0_1 bilan *CA* to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtalarini toping va bu nuqtalarning bir to'g'ri chiziqda yotishini isbotlang. Chizmasini chizing.

975. $0_1, 0_2, 0_3$ dan iborat bazis nuqtalarining biridan o'tuvchi to'g'ri chiziqning koordinatalari qanday ko'rinishda bo'ladi?

976. 0_1E to'g'ri chiziqdagi har bir nuqtaning koordinatalarini $(\lambda:t:t)$ ko'rinishda ifodalash mumkinligi ko'rsatilsin.

977. 0_10_2 bilan AB, $0_2 0_3$ bilan BC, $0_3 0_1$ bilan CA to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtalari bir to'g'ri chiziqda yotadigan qilib A,B,C nuqtalar tanlangan. 0_1A, 0_2B, 0_3C to'g'ri chiziqlarning bir dastaga tegishli ekanligi isbotlansin. Teskarisi ham o'rinlimi?

978. 0_10_3 to'g'ri chiziqda $0_1, 0_3$ dan farqli ikkita A,B nuqta 0_10_2 to'g'ri chiziqda esa $0_1, 0_2$ dan farqli C,D nuqtalar olingan. $0_2\,0_3$ bilan BC, 0_2A bilan DB, 0_3D bilan CA to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtalarining kollinearligi isbot qilinsin. Chizmasi chizilsin.

979. Proyektiv tekislikning ikkita turli P,Q nuqtalaridan: P nuqta orqali 1,3,5 va Q nuqta orqali 2,4,6 to'g'ri chiziqlar o'tkazilgan. i,k to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi $(i\,k)$ bilan belgilanadi. (12) bilan (*45*), (*23*) bilan (*56),* (*34)* bilan (*61*) nuqta orqali o'tgan to'g'ri chiziqlarning bir dastaga tegishli ekanligi isbot qilinsin. Chizmasi chizilsin.

980. Yuqoridagi masalaga qo'shma masala tuzilsin va isbot qilinsin.

981. To'rta nuqta berilgan: A(1:1:2), B(3:−1:2), C(11:−1:0), D(3:7: 10). Ularning bir to'g'ri chiziqda yotishi isbotlansin va angarmonik (*ABCD*) nisbati topilsin.

982. Quyidagi to'rta to'g'ri chiziq berilgan: *a(0:1:-1), b(1:2:-1), c(1:1:0), d(4:9:-5)*. Ularning bir dastaga tegishli ekanligi isbot qilinsin va (abcd) angarmonik nisbati topilsin.

983.* 0_1E , $0_2\ 0_3$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi E_1 nuqta, $0_3\ E$, 0_10_2 to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi E_3 nuqta, $0_2\ E$, $E_1\ E_3$ to'g'ri chiziqlarni kesishish nuqtasi P nuqta, E_1E_3 , 0_10_3 to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi *Q* nuqta bo'lsin, E_1,E_3,P,Q nuqtalarning koordinatalari va (E_1E_3PQ) angarmonik nisbati topilsin.

984.Uchta A(1:2:3), B(−3:2:4), C(−2:4:7) nuqta berilgan ularning bir to'g'ri chiziqda yotishi isbot qilinsin va ularga garmonik bo'lgan to'rtinchi D nuqta topilsin (ABCD) =-1

985. Uchta *a*(1:2:1), *b*(3:−1:2), *c*(5:3:4) to'g'ri chiziq berilgan. Ularning bir dastaga tegishliligi isbot qilinsin ,va shu dastaga tegishli bo'lgan va *a,b,c* bilan garmonik to'rtlikni tashkil qiladigan d to'g'ri chiziq topilsin, ya'ni $(abcd) = -1$ bo'lsin.

986.* 0_10_2 ,$E0_3$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi A nuqta bo'lsin, 0_20_3,0_1E to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi B nuqta bo'lsin, AB, 0_10_3 to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi C nuqta bo'lsin, AB , 0_2 E to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi D nuqta bo'lsin, 0_2A, 0_2B, 0_2C, 0_2D to'g'ri chiziqlarning koordinatalari va ularning angarmonik (0_2A, 0_2B, 0_2C, 0_2D) nisbati topilsin.

987*. Proyektiv tekislikda *ABC* uchburchak va uchburchak tomonlarini hech birida ham yotmaydigan *S* nuqta berilgan. AS, BS, CS to'g'ri chiziqlarning *BC*, *CA*, *AB* to'g'ri chiziqlar bilan kesishish nuqtalari mos ravishda *P, Q, R* bo'lsin. *L, M, N* esa *BCP*, *CAQ*, *ABR* larga mos to'rtinchi garmonik nuqtalar bo'lsin,ya'ni $(BCPL)=(CAQM)=(ABRN)=-1$. L, M, N nuqtalarning bir to'g'ri chiziqda yotishi isbot qilinsin.

988.Avvalgi masalaga qo'shma masala tuzib yechilsin.

989. 987 – masalaga teskari masala tuzib yechilsin.

990. 988 – masalaga teskari masala tuzib yechilsin.

991. Trapetsiyaning yon tomonlari, dioganallarining kesishish nuqtasini yon tomonlarining kesishish nuqtasi bilan tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlarga garmonik bo'lgan to'rtinchi to'g'ri chiziq topilsin.

992. To'g'ri burchakli uchburchakning to'g'ri burchagi uchidan gipotenuzaga tushirilgan balandligi bilan uchburchak katetlariga garmonik bo'lgan to'rtinchi to'g'ri chiziq topilsin.

993. Burchakning ikki tomoni va bissektrisasiga garmonik bo'lgan to'rtinchi to'g'ri chiziq topilsin.

994. Uchburchakning ikki tomoni va uchinchi tomoniga o'tkazilgan medianadan iborat to'g'ri chiziq berilgan garmonik to'rtlikni tashkil qiladigan to'g'ri chiziq topilsin.

995. Proyektiv tekislikda kollinear uchta $A(1:2:5)$, $B(1:0:3)$, $C(-1:2:-1)$ nuqta berilgan. $(ABCD)=5$ tenglik ma'lum bo'lsa, D nuqtaning koordinatalari topilsin.

996. Proyektiv tekislikda kolliinear uchta nuqta berilgan. $A(x_1:x_2:x_3), B(y_1:y_2:y_3), C((\alpha x_1+\beta y_1):(\alpha x_2+\beta y_2):(\alpha x_3+\beta y_3))$. $(ABCD)=\lambda$ tenglik ma'lum bo'lsa, D nuqtaning koordinatalari topilsin.

997. Proyektiv tekislikda $0_1, 0_2$ xos bo'lmagan bazis nuqtalar berilgan. $M(x_1:x_2:x_3)$ nuqtani $(x_3 \neq 0)$ shartda quyidagicha yasash mumkin: affin koordinatalar sistemasining boshi 0_3, birlik nuqtasi deb E olinsa, holda $(\frac{x_1}{x_3}, \frac{x_2}{x_3})$ nuqtani yasaymiz. Topilgan $(\frac{x_1}{x_3}, \frac{x_2}{x_3})$ – izlangan M nuqta bo'ladi. Bu sistemada xos bo'lmagan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

998. Proyektiv affin tekislikdagi M nuqtaning proyektiv $x_1:x_2:x_3$ koordinatalari bilan uning bir jinsli (affin) (x;y;z) koordinatalari orasidagi bog'lanish topilsin: bu yerda affin sistemaning $0x, 0y$ o'qlari sifatida $0_1 0_2$, $0_2 0_3$ to'g'ri chiziqlar (0_1 xos nuqta) va birlik nuqta deb $E(1:1:1)$ nuqta, proyektiv sistemadagi xos bo'lmagan to'g'ri chiziq tenglamasi deb $x_1 + x_2 + 2x_3 = 0$ olingan

999. $0xy$ affin sistemaga nisbatan $S(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ nuqta berilgan. M nuqtaning affin (bir jinsli) koordinatalari $(x:y:z)$ bilan uning proyektiv koordinatalari $(x_1:x_2:x_3)$ orasidagi bog'lanish topilsin, bu yerda proyektiv sistemaning bazis nuqtalari $0_1, 0_2, 0_3$ va birlik E nuqtasi sifatida mos ravishda 0, E_1, E_2, S nuqtalar olingan.

1000. Proyektiv affin tekislikning 0_1, 0_2, 0_3 bazis nuqtalari deb uchburchaklikning uchlari olingan. Bu uchburchak medianalarining kesishish nuqtasi $S(1:2:3)$ koordinatalarga ega bo'lsa, $E(1,1,1)$ bazis nuqta yasalsin.

1001. Quyidagi (1:2:1), (3:–1:4), (4:1:5), (7:0:9) nuqtalarning kollinearligi isbot qilinsin. Proyektiv affin tekislikda dastlabki uchta nuqta sifatida ustma–ust tushmaydigan va kollinear uchta nuqtani ixtiyoriy tanlab olib, to'rtinchi nuqta yasalsin.

1002. Affin sistemada quydagi to'rtta nuqta $A(1,2,)$, $B(-1,2)$, $C(2,3)$,$D(-3,4)$ berilgan. Bu nuqtalarni mos ravishda proyektiv sistemaning bazis $0_1,0_2,0_3$ va E nuqtalari sifatida olib, $F(-2,0)$ va $G(5,3)$ nuqtalarning proyektiv koordinatalari topilsin.

1003. Proyektiv affin sistemaning boshi deb $0_3(0:0:1)$ ni va affin sistemadagi E_1, E_2 va E nuqtalar mos ravishda proyektiv $(1:0:1)$, $(0:1:1)$, $(1,1: 1)$ koordinatalarga ega deb qabul qilsak, ixtiyoriy xos M nuqtaning (x,y) dekart affin koordinatalari bilan shu nuqtaning proyektiv $x_1:x_2:x_3$ koordinatalari orasidagi bog'lanish topilsin.

1004. $0_1(2;3)$, $0_2(-3;1)$, $0_3(1;0)$, $E(2;5)$ nuqtalar yotdamida aniqlangan proyektiv sistemaga nisbatan proyektiv koordinatalari $(1:1:1)$,$(2:5:-1)$, $(0:1:-1)$ dan iborat bo'lgan to'g'ri chiziqlarning affin koordinatalar sistemasidagi tenglamalarini tuzing.

1005. $0_1,0_2,0_3$, E nuqtalar aniqlagan proyektiv koordinatalar sistemasiga nisbatan boshqa bir sistemaning bazis uchburchagi va birlik nuqtasining koordinatalari $0'_1(4:1:1)$, $0'_2(4:4:1)$, $0'_3(0:4:1)$,$E(2:1:1)$ berilgan. Ixtiyoriy nuqtaning birinchi sistemadagi koordinatalarini ikkinchi sistemadagi koordinatalari orqali ifodalovchi formulalari topilsin.

1006. Yangi sistemaning bazis nuqtalari $0'_1$, $0'_2$, $0'_3$, E' deb mos ravishda 0_3, E, 0_1, 0_2 nuqtalar olingan bo'lsa, nuqta bilan to'g'ri chiziqning yangi va eski sistemadagi koordinatalari orasidagi bog'lanishni toping.

1007. Yangi bazis nuqtalar sifatida $0'_1(2:1:0)$, $0'_2(3:0:1)$, $0'_3(1:2:4)$, $E'(1:-1:4)$ nuqtalar olingan. To'g'ri chiziqning yangi va eski koordinatalarini bog'lovchi formulalarini toping.

1008. Eski va yangi koordinatalar sistemasi berilgan:Ularning bazis nuqtalari mos ravishda $0'_1$, $0'_2$, $0'_3$, E' va 0_2, 0_3, 0_1, E dan iborat. Nuqtaning eski va yangi proyektiv koordinatalari orasidagi bog'lanish topilsin.

1009. Yangi sistemaning bazis nuqtalari $0^*_1(2:1:1)$, $0^*_2(-1:2:3)$, $0^*_3(3:4:-1)$ va yangi birlik nuqtasi $E^*(1:4:5)$ ekanligini bilgan holda nuqtaning eski va yangi proyektiv koordinatalari orasidagi bog'lanishni toping.

1010. Ushbu $x'_1:x'_2:x'_3=(2x_1-3x_2+x_3):(3x_1-x_2+4x_3):(3x_1-2x_2+5x_3)$ proyektiv almashtirishda $A(1:2:3)$, $B(2:-1:4)$, $C(-1:0:1)$ nuqtalar qanday nuqtalarga o'tadi?

1011. Ushbu proyektiv $x'_1:x'_2:x'_3=(x_1+x_2-x_3):(x_1-4x_2):(x_1+x_2)$ almashtirishda bazis nuqtalar va birlik nuqta qanday nuqtalarga o'tadi?

1012. Ushbu proyektiv $x'_1:x'_2:x'_3=(x_1-2x_2+x_3):(4x_1-2x_2+3x_3):(x_1-x_2)$ proyektiv almashtirishda $a(1:3:2)$, $b(-1:2:5)$, $c(0:4:-3)$ to'g'ri chiziqlar qanday to'g'ri chiziqlarga almashinadi?

1013. Ushbu proyektiv $x'_1:x'_2:x'_3=(x_1+x_2+x_3):x_2:x_3$ almashtirishda to'g'ri chiziq koordinatalari qanday o'zgaradi?

1014. Ushbu proyektiv $x'_1:x'_2:x'_3=(x_1+2x_2-4x_3):(2x_1-3x_2+5x_3):(2x_1-2x_2+x_3)$ almashtirishda bazis to'g'ri chiziqlar qanday to'g'ri chiziqlarga almashinadi?

1015. Ushbu proyektiv $u'_1:u'_2:u'_3=(2u_1-u_2+u_3):(u_1-4u_2+u_3):(3u_1+2u_2-3u_3)$ almashtirishda $A(1:-2:3)$, $B(2:-1:4)$ nuqtalar qanday nuqtalarga almashinadi?

1016. Ushbu proyektiv $u'_1:u'_2:u'_3=(3u_1-2u_2):(2u_1-u_2):(u_2+u_3)$ almashtirishda $a(1:-2:4)$, $b(2:5:-1)$ to'g'ri chiziqlar qanday to'g'ri chiziqlarga o'tadi?

1017. Ushbu proyektiv $x'_1:x'_2:x'_3=(x_1+2x_2-x_3):(x_1-2x_2+4x_3):(3x_1+x_2-2x_3)$ almashtirish berilgan. Nuqtaning yangi koordinatalari eski koordinatalari orqali ifodalansin. To'g'ri chiziqning yangi koordinatalarini eskilari orqali va eski koordinatalarini yangilari orqali ifodalari topilsin.

1018. Bazis uchburchak uchlarini o'z o'rnida qoldiruvchi va birlik E nuqtani $E'(c_1:c_2:c_3)$ nuqtaga o'tkazadigan proyektiv almashtirish topilsin.

1019. Bazis uchburchakning 0_1 uchini 0_2 ga, 0_2 uchini 0_3 ga, 0_3 uchini 0_1 ga o'tkazadigan va birlik nuqtani o'z o'rnida qoldiradigan proyektiv almashtirish topilsin.

1020. Koordinatalar boshi bilan birlik nuqtani o'z o'rnida qoldiradigan, $0x$ o'qining xos bo'lmagan nuqtasi $A'_1(1;0)$ nuqtaga, 0y o'qining xos bo'lmagan nuqtasini $A'_2(0;1)$ nuqtaga o'tkazadigan proyektiv almashtirish topilsin.

1021. Bazis uchburchakning $0_1(1:0:0)$ uchi bilan 0_20_3 tomonini o'z o'rnida qoldiradigan va ixtiyoriy $M(x_1:x_2:x_3)$ nuqtani 0_1M to'g'ri chiziqda yotgan $M'(x_2^1 : x_2^1 : x_3^1)$ nuqtaga almashtiradigan proyektiv almashtirish topilsin. B nuqta 0_1M to'g'ri chiziqning 0_20_3 tomon bilan kesishish nuqtasi ekanini bilgan holda, uchta 0_1, B, M nuqtaga garmonik bo'lgan to'rtinchi nuqtani topilsin.

1022. $x_3 = 0$ to'g'ri chiziqni o'zini—o'ziga o'tkazuvchi proyektiv almashtirishlarning umumiy ko'rinishi topilsin.

1023. $x_3=0$ to'g'ri chiziqning nuqtalarini o'z o'rnida qoldiradigan proyektiv almashtirish topilsin.

1024. $0_3(0,0,1)$ nuqtani o'z o'rnida qoldiradigan va 0_30_1 $(x_2=0)$, 0_30_2 $(x_1=0)$ to'g'ri chiziqlarni o'zini o'ziga almashtiradigan proyektiv almashtirish topilsin.

1025.* $(0:0)$ nuqtani $(0:0)$ nuqtaga va $x + y + 2 = 0, x - y - 4 = 0, x - 4y + 3 = 0$ to'g'ri chiziqlarni mos ravishda $x'+3y'+2 = 0, x'-3y'+4 = 0, x'+2y'-3 = 0$ to'g'ri chiziqlarga o'tkazadigan proyektiv almashtirish topilsin.

1026. M_0 nuqtani M_0' nuqtaga va $u_1 = 0$, $u_2 = 0$, $u_3 = 0$ to'g'ri chiziqlarni $u_1' = 0$, $u_2' = 0$, $u_3' = 0$ to'g'ri chiziqlarga o'tkazadigan proyektiv almashtirish topilsin.

1027.* $A_1(0;1)$, $A_2(0;-1)$, $A_3(1;0)$, $A_4(2;0)$ nuqtalarni $A_1'(0,1), A_2'(0,-1), A_3'(a,0), A_4'(b,0)$ nuqtalarga o'tkazadigan proyektiv almashtirish topilsin.

1028.Proyektiv sistemaning $0_10_2\ 0_3$ bazis uchburchagi uchlari — uchburchak uchlaridir, birlik nuqtasi esa uchburchak medianalarining kesishish nuqtasi. Uchburchak uchlarini unga qarma—qarshi tomon o'rtalariga o'tkazuvchi va birlik nuqtani o'z o'rnida qoldiradigan proyektiv almashtirish topilsin.

1029.Bir jinsli koordinatalarga nisbatan proyektiv almashtirish berilgan: $\rho x_1' = x_1 - 2x_2 + 3x_3, \quad \rho x_2' = 2x_1 + x_2 + 2x_3, \ \rho x_3' = 4x_1 - 2x_2 + 5x_3$. Tekislikning bu almashtirishda bir biriga almashinadigan xos bo'lmagan nuqtalari topilsin.

1030.Koordinatalarni almashtirish formulalari berilgan: $u_1 : u_2 : u_3 = (2u_1' - 3u_2' + 4u_3') : (3u_1' + u_2' - u_3') : (-u_1' + 2u_2' - u_3')$. To'g'ri chiziqning yangi koordinatalarini eski koordinatalari orqali ifodasi topilsin. Nuqtaning eski koordinatalari yangi koordinatalari orqali va yangi koordinatalari eski koordinatalar orqali ifodalari topilsin (shu almashtirishda).

1031. Ikkita proyektiv almashtirish berilgan:

$\Pi_1 : x_1' : x_2' : x_3' = (x_1 + x_2) : (x_1 - 2x_2 + 3x_3) : (2x_1 - 3x_2 + 4x_3),$

$\Pi_2 : x_1' : x_2' : x_3' = (x_1 - 2x_2 + 4x_3) : (2x_1 - 3x_2 + 5x_3) : (2x_1 - x_2 + x_3)$. Ushbu $\Pi_1^{-1}, \Pi_2\Pi_1, \Pi_1\Pi_2$ proyektiv almashtirishlar topilsin.

1032. Quyidagi: *(1:0:1), (2:1:1), (3:-1:0), (2:5:2)* nuqtalarni mos

(-1:0:3), (1:1:3), (2:3:8), (3:0:-4) nuqtalarga o'tkazadigan proyektiv almashtirish topilsin.

1033. $0_1, 0_2, 0_3, E$ dan iborat bazis nuqtalarni mos *(2:3:8),(3:-5:-9),*

(-7:4:1), (1:-1:0) nuqtalarga o'tkazadigan proyektiv almashtirish topilsin.

1034. *(1:0:0),(0:1:0),(0:0:1)* dan iborat bazis nuqtalarni o'z o'rnida qoldiradigan barcha proyektiv almashtirishlar topilsin.

1035. $u_1:u_2:u_3=(3x_1-x_2+2x_3):(x_1-x_2+x_3):(x_1+2x_2-4x_3)$ korrelativ moslik berilgan. $A(1:2:3)$, $B(2:0:-5)$, nuqtalarga qanday to'g'ri chiziqlar mos keladi? Bu moslikda qaysi nuqtalarga $a(2:0:-7)$, $b(0:1:-2)$ to'g'ri chiziqlar mos keladi? Ushbu moslikda $x_1:x_2:x_3$ ni $u_1:u_2:u_3$ orqali ifodalang.

1036. 0_1, 0_2 , 0_3 ,E nuqtalarga $0_1 0_2$, $0_2 0_3$, $0_1 0_3$,$e(1:1:1)$ to'g'ri chiziqlarni mos qo'yadigan chiziqli korrelatsiya topilsin.

1037. Ikkita chiziqli korrelatsiya berilgan:

Λ_1: $u_1:u_2:u_3=(3x_1-x_2+x_3):(3x_1-4x_2+5x_3):(2x_1-x_2+x_3)$,

Λ_2: $u_1:u_2:u_3=(4x_1-x_2):(x_1+x_2-x_3):(x_1+x_2+x_3)$. M nuqta proyektiv tekislikning ixtiyoriy nuqtasi, m to'g'ri chiziq esa shu tekislikning Λ_1, chiziqli korrelatsiyasida mos kelgan to'g'ri chizig'i, M' esa m to'g'ri chiziqqa Λ_2 korrelatsiyada mos qo'yilgan nuqta bo'lsin deb faraz qilaylik. $M \to M'$ almashtirishning proyektiv ekanligi ko'rsatilsin va proyektiv almashtirish topilsin.

1038. *(2:1:1),(−1:0:1),(3:2:5),(7:1:4)* nuqtalarni *(4:1:2),(−3:0:1),*

(3:2:7),(11:1:5) to'g'ri chiziqlarga mos qo'yadigan chiziqli korrelatsiya topilsin.

1039. 0_1, 0_2 , 0_3 ,E nuqtalarga *(1:0:1), (0:1:−3), (0:1:5), (1:1:2)* to'g'ri chiziqlarni mos keltiradigan chiziqli korrelatsiya topilsin.

1040. $0_1 0_2$, $0_2 0_3$, $0_3 0_1$, va $e(1:1:1)$ bazis to'g'ri chiziqlarga $(3:1:2)$, $(1:2:3)$, $(-1:-1:4)$, $(3:2:9)$ nuqtalarni mos qo'yadigan chiziqli korrelatsiya topilsin.

1041. Chiziqli $u_1:u_2:u_3=2x_1:3x_2:-5x_3$ korrelatsiya berilgan.

$x_1+x_2-2x_3=0$ to'g'ri chiziqda berilgan korrelatsiyada shu nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqqa mos keladigan nuqta topilsin.

3 §. Proyektiv koordinatalarda ifodalanadigan ikkinchi tartibli chiziqlar

1042. Kvadratik formani Lagranj usulida kvadratlar yig'indisiga keltirish usulidan foydalanib, quyidagi chiziqlarning proyektiv sinfi aniqlansin.

1) $2x_1^2+3x_1x_2-5x_1x_3+4x_2^2+2x_1x_3-x_3^2=0$

2) $x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=0$

3) $4x_1^2+16x_1x_2-8x_1x_3+15x_2^2-22x_2x_3-5x_3^2=0$

4) $2x_1^2-4x_1x_2+6x_1x_3+6x_2^2+4x_2x_3+7x_3^2=0$

5) $4x_1^2+4x_1x_2-12x_1x_3+x_2^2-6x_2x_3+34x_3^2=0$

1043. Ushbu $x^2+y^2=1$, $x^2-y^2=1$, $y^2=x$ chiziqlarning har birini ikkinchisiga proyektiv almashtirish mumkinligi isbotlansin.

1044.* 1) $x^2+y^2=1$ aylanani $x^2-y^2=1$ giperbolaga ;

2) $x^2-y^2=1$ giperbolani $y=x^2$ parabolaga;

3) $x^2+y^2=1$ aylanani $y=x^2$ parabolaga;

4) kesishadigan ikkita x^2-$y^2=0$ to'g'ri chiziqni $x^2-1=0$ ikkita parallel to'g'ri chiziqlarga;

5) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsni $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ Giperbolaga o'tkazadigan proyektiv almashtirish topilsin.

1045. $a_{12}x_1x_2+a_{13}x_1x_3+a_{23}x_2x_3=0$ tenglama bilan ifodalangan egri chiziqni $x_1'x_2'+x_1'x_3'+x_2'x_3'=0$ ko'rinishga keltiradigan proyektiv almashtirish topilsin (bu yerda $a_{12}>0, a_{13}>0, a_{23}>0$).

1046. Kvadratning uchta uchini proyektiv sistemaning bazis uchburchagi uchlari, to'rtinchi uchini esa birlik nuqta sifatida olib, unga tashqi chizilgan aylananing tenglamasi tuzilsin.

1047.* Proyektiv koordinatalarning bazis uchburchagi uchlari sifatida (1;0), (−1;2), (−1;−2) nuqtalarni, birlik nuqta sifatida esa koordinata boshi olingan. $y^2=4x$ parabola tenglamasi (x;y) dekart koordinatalar sistemasidan $(y_1:y_2:y_3)$ proyektiv koordinatalar sistemasiga o'tganda qanday ko'rinishda bo'ladi?

1048. Proyektiv koordinatalarning bazis uchburchagi O_2O_3, O_3O_1, O_1O_2 tomonlari sifatida mos ravishda $1+y=0$, $1-y=0$, $x=0$ to'g'ri chiziqlarni, birlik nuqta sifatida esa E(1,0) nuqta olingan. $x^2+y^2=1$ aylana tenglamasi (x;y) dekart koordinatalar sistemasidan $(y_1;y_2;y_3)$ proyektiv koordinatalar sistemasiga o'tganda qanday ko'rinishda bo'ladi?

1049. Berilgan $x^2+y^2-25=0$ aylanani shu aylananing o'ziga, $A(3;-4), B(3;4)$ va AB vatarning o'rtasi M nuqtalarni mos ravishda

$A'(-4;3),\ B'(-4;-3)$ va A'B' vatarlarning o'rtasi M' nuqtalarga o'tkazuvchi proyektiv almashtirish topilsin.

1050. Berilgan $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{25}=1$ ellipsni shu ellipsning o'ziga, $A(0;5),\ B(-10;0),\ C(8;3)$ nuqtalarni $A'(0;-5),\ B'(0;5), C'(10;0)$ nuqtalarga o'tkazuvchi proyektiv almashtirish topilsin.

1051. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolani shu giperbolaning o'ziga, uchlaridagi urinmalarini esa asimptotalariga o'tkazuvchi proyektiv almashtirishning umumiy ko'rinishi topilsin.

1052. Berilgan $y^2=4x$ parabolani shu parabolaning o'ziga, $A(1;2),\ B(16;-8),\ C(1;-2)$ nuqtalarni $A'(1;2),\ B'(1;-2), C'(0;0)$ nuqtalarga o'tkazuvchi proyektiv almashtirish topilsin.

1053. Berilgan $y^2=4x$ parabolani $x^2+y^2-25=0$ aylanaga, $A(4;-4),\ B(0;0),\ C(4;4)$ nuqtalarni $A'(0;-5),\ B'(5;0), C'(0;5)$ nuqtalarga o'tkazuvchi proyektiv almashtirish topilsin.

1054.* $O_1O_2O_3$ bazis uchburchakning O_3O_1 va O_3O_2 tomonlariga mos ravishda $O_1(1;0;0)$ va $O_2(0;1;0)$ uchlarida urinuvchi to'g'ri chiziqlarga ajratmaydigan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1055.* Ikknchi tartibli chiziq $O_1O_2O_3$ uchburchakka tashqi chizilgan. Bu uchburchakning uchlaridan urinmalar o'tkazilgan. Uchburchak tomonlari bilan qarshisidagi uchlaridan o'tkazilgan ikkinchi tartibli chiziq urinmalarining kesishish nuqtalari bir to'g'ri chiziqda yotishi isbotlansin.

1056.*Ikkinchi tartibli chiziqqa tashqi chizilgan uchburchak uchlarini qarshisidagi tomon urinish nuqtalari bilan tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlar bir nuqtadan o'tishi isbotlansin.

1057. Koordinata boshidan o'tuvchi va $4x+3y+2=0$ to'g'ri chiziqqa $O_1(1;-2)$, $x-y-1=0$ to'g'ri chiziqqa esa $O_2(0;-1)$ nuqtada urinuvchi ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1058.* Ox o'qiga $A(3;0)$ nuqtada Oy o'qiga $B(0;5)$ nuqtada urinuvchi parabola tenglamasi tuzilsin.

1059.* Ikkinchi tartibli chiziqqa tashqi chizilgan uchburchak tomonlaridan ikkitasining o'rtasiga urinsa uchinchi tomonining ham o'rtasida urinishi isbotlansin; bu ikkinchi tartibli chiziq ellips ekanligi, ellips markazi esa uchburchakning og'irlik markazi bilan ustma–ust tushishi ko'rsatilsin.

1060.* Uchlari $O(0;0)$, $A(8;0)$, $B(0;6)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchak tomonlarining o'rtalarida urinuvchi ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1061.* Uchlari $O(0;0)$, $A(9;0)$, $B(0;6)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchak berilgan. Bu uchburchak uchlaridan o'tkazilgan urinmalari qarshisidagi tomoniga parallel bo'lgan uchburchakka tashqi chizilgan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1062.* Berilgan ikkita to'g'ri chiziqlarga O_1O_2 nuqtalarda urinuvchi ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1063.* Ikkinchi tartibli chiziqni o'zini o'ziga o'tkazuvchi almashtirish uning uchta nuqtasini o'z o'rnida qoldirsa, ikkinchi tartibli chiziq qolgan nuqtalari ham qo'zg'almasligi isbotlansin.

1064.* Proyektiv koordinatalar sistemasida umumiy tenglamasi bilan xosmas ikkinchi tartibli chiziq berilgan. $M(x_1:x_2:x_3)$ nuqta ikkinchi tartibli chiziqning ichki nuqtasi bo'lishi uchun

$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} 2F(x_1, x_2, x_3) > 0$ shart bajarilishi zarur va yetarliligi isbotlansin.

1065.* Ushbu

$u_1 : u_2 : u_3 = (a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3) : (a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3) : (a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3)$ chiziqli korrelatsiya qo'zg'almas nuqtalarning geometrik o'rni topilsin. Agar chiziqli korrelatsiya polyaritet $a_{ik} = a_{ki}$ bo'lsa, geometrik o'rin tenglamasi qanday ko'rinishda bo'ladi?

1066. Ushbu $3x^2 - 6xy + 5y^2 - 4x - 6y + 10 = 0$ ikkinchi tartibli chiziqqa nisbatan $(1;0)$ nuqtaning polyarasi topilsin.

1067. Quyidagi hollarning har birida bergan ikkinchi tartibli chiziqqa nisbatan nuqtaning polyarasi topilsin:

	nuqta	chiziq
1)	$(-4;2)$	$6x^2 - 5xy - 4y^2 + 3x + 2y - 1 = 0$;
2)	$(6;4)$	$2x^2 + 3y^2 + 6x - 2y = 0$;
3)	$(2;1)$	$4x^2 + 3xy - y^2 = 0$;
4)	$(7;5)$	$x^2 - 2xy + 2y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$;
5)	$(1;1)$	$x^2 - 4xy + 3y^2 + 2x - 2y = 0$.

1068. Berilgan $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ giperbolaning asimptotasiga tegishli nuqtasining polyarasi aniqlansin.

1069. Bir juft to'g'ri chiziqqa ajraladigan ikkinchi tartibli chiziq berilgan. Ixtiyoriy nuqtaning berilgan chiziqqa nisbatan polyarasi ikkinchi tartibli chiziqqa ajraladigan to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan o'tishi isbotlansin.

1070. Ikkinchi tartibli chiziq fokuslarining shu chiziqqa nisbatan polyarasi mos direktrisalardan iborat bo'lishini isbotlang.

1071. Tekislik ixtiyoriy nuqtasining $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsga va $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaga nisbatan polyaralari Ox o'qiga simmetrikligini isbotlang.

1072. Berilgan $u_1x_1+u_2x_2+u_3x_3=0$ to'g'ri chiziqlarning $a_{11}x_1^{\;2}+a_{22}x_2^{\;2}+a_{33}x_3^{\;2}+2a_{12}x_1x_2+2a_{23}x_2x_3+2a_{31}x_3x_1=0$ ikkinchi tartibli chiziqqa nisbatan qutbi $(x'_1:x'_2:x'_3)$ dan iborat bo'lsa, uning koordinatalari quyidagi tenglamalar sistemasini qanoatlantiradi:

$$\begin{aligned}\rho u_1 &= a_{11}x_1'+a_{12}x_2'+a_{13}x_3'\\ \rho u_2 &= a_{21}x_1'+a_{22}x_2'+a_{23}x_3'\,.\\ \rho u_3 &= a_{31}x_1'+a_{32}x_2'+a_{33}x_3'\end{aligned}$$

Bu sistema qanday shartlar bajarilganda aniqmas va qanday shartlar bajarilganda birgalikda emas bo'ladi?

1073. Quyidagi hollarning har birida berilgan to'g'ri chiziqning berilgan ikkinchi tartibli chiziqqa nisbatan qutbi topilsin:

To'g'ri chiziq	Chiziq
1) $3x-y+6=0$	$x^2-2xy+y^2+2x-6y=0$
2) $x-3=0$	$2x^2-4xy+y^2-2x+6y-3=0$
3) $y=0$	$4x^2+2xy-6x-10y+15=0$
4) $x+3y+1=0$	$3x^2+7xy+5y^2+4x+5y+1=0$
5) $x-y+3=0$	$2x^2+5xy-3y^2+3x+16y-5=0$

1074. $x+3y+1=0$ to'g'ri chiziqning $x^2+6xy+y^2+6x+2y-1=0$ chiziqqa nisbatan qutbi topilsin.

1075. (2;1) nuqtadan $4x-y+30=0$ to'g'ri chiziqqa $x^2-6xy+9y^2-12x+14y-7=0$ ikkinchi tartibli chiziqqa nisbatan qutbiy qo'shma bo'lgan to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

1076. $x+5y+18=0$ to'g'ri chiziqda $(-5;4)$ nuqtaga $2xy-6x+4y-1=0$ ikkinchi tartibli chiziqqa nisbatan qutbiy qo'shma bo'lgan nuqta topilsin.

1077.* Bizga $Ax^2-2y=0$ parabola va $2xy=A$ giperbola berilgan. Berilgan chiziqlarga nisbatan polyaralari umumiy to'g'ri chiziqdan iborat nuqta topilsin.

1078.* Ikkinchi tartibli chiziq o'ziga perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziqning har bir nuqtasidan uning polyarasiga tushirilgan perpendikularlar chiziq o'qida yotuvchi yagona nuqtadan o'tishi isbotlansin.

1079.* Ikkinchi tartibli chiziqning fokusidan o'tuvchi ikkita to'g'ri chiziq qutbiy qo'shma bo'lishi uchun ularning o'zaro perpendikular bo'lishi zarur va yetarliligini isbotlang.

1080. Ikkinchi tartibli chiziqqa uchburchak ichki chizilgan bo'lib, uning uchlaridan chiziqqa urinmalar o'tkazish natijasida unga tashqi chizilgan uchburchak hosil qilingan.

Ichki chizilgan uchburchak uchlarini qarshisidagi tomon urinish nuqtalari bilan tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtasi, tashqi chizilgan uchburchak uchlari bilan qarshisidagi tomonlari urinish nuqtalarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtalari yotgan to'g'ri chiziqning qutbi ekanligi isbotlansin.

1081.* $x^2-2xy+y^2+2x-6y=0$ ikkinchi tartibli chiziq berilgan bo'lib, (−3,1) nuqtadan chiziqqa urinmalar o'tkazilgan. Uchlari urinish nuqtalaridan iborat vatar o'rtasining polyarasi topilsin.

1082.* Ikkinchi tartibli chiziq $A(5;0)$ nuqtasining polyarasi Oy o'qi, $B(0;3)$ nuqtasining polyarasi esa Ox o'qidan iborat. Berilgan ikkinchi tartibli chiziq $M_1(1;2)$, $M_2(0;\frac{3}{2})$ nuqtalardan o'tishini bilgan holda uning tenglamasini tuzing.

1083. Uchlari $A(1;1)$, $B(1;-1)$, $O(0;0)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchak berilgan. $P(3;1)$ nuqta AB tomonning qutbi ekanligi ma'lum bo'lsa, AOB uchburchakka tashqi chizilgan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1084. $\frac{x^2}{A}+\frac{y^2}{B}=1 \quad (A-B=c^2)$ fokusdosh ikkinchi tartibli chiziqlar oilasiga nisbatan $y=kx+b$ to'g'ri chiziqlar qutblarining geometrik o'rni topilsin.

1085. $x^2+y^2=25$ aylanaga nisbatan $(x-1)^2+(y-2)^2=16$ aylana urinmalari qutblarining geometrik o'rni topilsin.

1086.* Ikkinchi tartibli chiziq fokusi aylana markazi bo'lsa, bu aylanaga nisbatan qutbiy almashtirishda ikkinchi tartibli chiziq aylanaga o'tishi isbotlansin.

1087. Koordinata boshidan $S(-3;0)$ to'g'ri chiziqlar dastasiga tushirilgan perpendikular N asoslariga S nuqtaga va dastaning Oy o'qi bilan kesishish A nuqtasiga nisbatan garmonik qo'shma bo'lgan M nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

1088. Ushbu $x^2-2xy-y^2-6x=0$ ikkinchi tartibli chiziq har bir urinmasida urinish nuqtasiga urinmasi bilan qo'shma diametrlar kesishish nuqtalariga nisbatan garmonik qo'shma bo'lgan nuqta topilsin. Bunda qo'shma diametrlardan biri Ox o'qiga parallel deb olingan.

1089. Koordinata boshidan o'tuvchi har bir to'g'ri chiziqdagi berilgan $M_1(x_1;y_1)$, $M_2(x_2;y_2)$ nuqtalardan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikularlar asoslariga nisbatan koordinata boshiga garmonik qo'shma bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

1090. M nuqta aylana bo'ylab harakatlanmoqda. Aylanaga shu nuqtada o'tkazilgan urinma bilan shu nuqtaning $x^2-y^2=1$ giperbolaga nisbatan polyarasi kesishish nuqtasi qanday chiziqni aniqlaydi?

1091. $x^2+y^2-1=0$ aylananing $S(-1;0)$ nuqtasidan o'tuvchi har bir to'g'ri chiziqda, shu to'g'ri chiziq bilan $x=2$ to'g'ri chiziq kesishish nuqtasining aylana kesishish nuqtasiga nisbatan garmonik qo'shma nuqtasi topilsin.

1092. $2F=0,\ 2\Phi=0$ tenglamalar bilan ikkita ikkinchi taritibli chiziqlar berilgan. $Ax+By=0$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan har bir to'g'ri chiziqqa bu to'g'ri chiziqning birinchi va ikkinchi chiziqlar bilan kesishish nuqtalariga nisbatan garmonik qo'shma nuqtalar aniqlangan. Bu nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

1093. Berilgan $Ax+By+C=0$ va $S(x_0;y_0)$ dastaga tegishli to'g'ri chiziqda yotuvchi $\tilde{M}(\tilde{x};\tilde{y})$ nuqtalarga to'g'ri chiziqlarning dastasi bilan $2F=0$ ikkinchi tartibli chiziq kesishish nuqtalariga nisbatan garmonik qo'shma bo'lgan M nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

1094. Ushbu $2F=a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_1x+2a_2y+a=0$ ikkinchi tartibli chiziqning har bir urinmasida urinish nuqtasiga urinma bilan $2\Phi=0$ boshqa ikkinchi tartibli chiziq kesishish nuqtalariga nisbatan garmonik qo'shma nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

1095. $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziq nuqtasidan burchak koeffitsienti k ga teng bo'lgan $2F=0$ ikkinchi tartibli chiziq bilan kesishguncha davom ettirilgan. Berilgan to'g'ri chiziq nuqtalariga bu to'g'ri chiziqlarning ikkinchi tartibli chiziq bilan kesishish nuqtalariga nisbatan garmonik qo'shma bo'lgan M nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

1096.* Proyektiv koordinatalar sistemasida haqiqiy xosmas ikkinchi tartibli chiziq berilgan. Qanday zaruriy va yetarli shartlarda $Ax_1 + Bx_2 + Cx_3 = 0$ to'g'ri chiziq berilgan chiziqni kesib o'tadi?

1097.* Oldingi masalada keltirilgan shartlar quyidagi tenglamalarga qo'llansin:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 - r^2 = 0, \frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad y^2 - 2px = 0 \quad (p > 0)$$

1098. Ushbu $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ chiziq avtopolyar uchburchakning ikkita uchi mos ravishda $u'x + v'y + w'z = 0, \quad u''x + v''y + w''z = 0$ ikkita to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanmoqda. Uchinchi uchining geometrik o'rni topilsin.

1099. M_0 nuqta $A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 = 0$ to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanmoqda. M_0 nuqtaning berilgan ikkinchi tartibli chiziqlarga nisbatan polyaralari kesishish nuqtasi M' nuqta qanday chiziqni chizadi?

1100. $2F=0$ ikkinchi tartibli chiziq M nuqtalarning $2\Phi = 0$, $2\Psi = 0$ chiziqlarga nisbatan polyaralari kesishish nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

1101.* Ikkinchi tartibli chiziq tashqi nuqtasidan urinmalar o'tkazilsa, bu nuqta bilan urinish nuqtalarinirning o'rtasini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq hosil bo'lgan vatarga qo'shma diametr bo'lishini isbotlang.

1102. (O_1, O_2, O_3E) proyektiv koordinatalar sistemasiga nisbatan ikkinchi tartibli chiziq $a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + 2a_{23}x_2x_3 + a_{33}x_3^2 = 0$ tenglama bilan aniqlangan. O_1 nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq bilan berilgan chiziq kesishish nuqtasini shu to'g'ri chiziq bilan berilgan chiziqning boshqa kesishish nuqtasiga o'tkazuvchi proyektiv almashtirish topilsin.

1103. $x^2+y^2=1$ aylana va $M(1,1)$ nuqta berilgan. Bu nuqtadan turli kesuvchilar o'tkazilgan. Kesuvchilar dastasidan olingan har bir kesuvchining aylana bilan kesishish nuqtasini ikkinchi kesishish nuqtasiga o'tkazuvchi proyektiv almashtirish aniqlansin.

4 §. Ikkinchi tartibli chiziqlar dastasi va tangensial koordinatalar

1104. $A(u=0.v=0)$, $B(v=0.\ W=0)$, $C(w=0,t=0)$, $D(t=0,u=0)$ to'gri chiziqlarning kesishish nuqtalaridan o'tuvchi ikkinchi tartibli chiziqlar dastasining tenglamasi tuzilsin.

1105. S nuqtadan va $A(u=0.v=0)$, $B(v=0.\ W=0)$, $C(w=0,t=0)$, $D(t=0,u=0)$ to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtalaridan o'tadigan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1106. $x+y-4=0$, $16x+31y-48=0$ to'g'ri chiziqlarning $y-2=0$, $y+2=0$ to'g'ri chiziqlar bilan kesishish nuqtalaridan o'tuvchi va Ox o'qiga urinuvchi ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1107. $A(0,3)$, $B(4,4)$,$C(5,0)$, $D(0,-2)$, $E(-4,0)$ dan iborat beshta nuqtadan o'tuvchi ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1108.* O'qlari parallel bo'lgan ikkita ikkinchi tartibli chiziqlarning to'rtta kesishish nuqtasi bitta aylanada yotishini isbotlang.

1109. Ikkinchi tartibli chiziqqa to'g'ri burchagining uchi umumiy bo'lgan to'g'ri burchakli uchburchaklar ichki chizilgan. Bu to'g'ri burchakli uchburchaklarning gipotenuzalari umumiy uchi joylashgan nuqtadagi chiziqning normalida yotuvchi bitta umumiy nuqtadan o'tishi ko'rsatilsin.

1110.* Teng tomonli ikkita giperbolalarning kesishgan to'rtta nuqtasidan o'tuvchi ikkinchi tartibli har qanday chiziqning yana teng tomonli giperbola yoki ikkita o'zaro perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziq ekanligi ko'rsatilsin.

1111.* Parallel o'qlarga ega bo'lgan ikkinchi tartibli ikkita chiziq to'rtta turli nuqtalarda kesishsa, bu chiziqlarning umumiy (qarama-qarshi) vatarlari o'qlarga bir xil burchak ostida og'ishganligi isbot qilinsin.

1112. M_0 nuqtadan o'tadigan va berilgan $2F=0$ chiziqqa uning $w=0$ to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalarida uringan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1113. $2F=a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_1x+2a_2y+a=0$ chiziqni $w=Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalaridagi urinmalardan iborat bo'lgan (ya'ni ikkita to'g'ri chiziqqa ajraladigan) ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1114. $u=0, v=0$ to'g'ri chiziqlarga mos ravishda A, B nuqtalarda va $w=0$ to'g'ri chiziqqa urinadigan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1115.* $x=0$, $y=0$ to'g'ri chiziqlarga $A(0,3), B(4,0)$ nuqtalarda va $x+y-1=0$ to'g'ri chiziqqa urinadigan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin. Bu chiziqning shu to'g'ri chiziqqa urinish nuqtasi topilsin.

1116.* Ikkinchi tartibli $2F=0$ chiziqqa $S_0(x_0,y_0)$ nuqtadan o'tkazilgan ikkita urinmadan iborat bo'lgan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1117.* $a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_1x+2a_2y+a=0$ chiziqning berilgan (k) yo'nalishdagi ikkita parallel urinmalardan tuzilgan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1118. $4x^2+9y^2-36=0$ chiziqning $0xy$ koordinat burchagi bissektrisasiga parallel bo'lgan urinmalarining tenglamalari tuzilsin.

1119. $S_0(x_0,y_0)$ nuqtaning tangensial koordinatalaridagi tenglamasi tuzilsin.

1120. $x_1u+y_1v+w=0,\ x_2u+y_2v+w=0$ nuqtalar aniqlagan kesma o'rtasining tenglamasi tangensial koordinatalarda yozilsin.

1121. $x_0u+y_0v+w=0$ nuqtadan $l(u_1: v_1: w_1)$ to’g’ri chiziqqacha bo’lgan masofa topilsin.

1122. Nuqtaviy proyektiv koordinatalarda $3x_1^2+4x_2^2-5x_2^2=0$ ikkinchi tartibli chiziq berilgan. Shu chiziqning $u_1: u_2: u_3$ tangensial koordinatalardagi tenglamasi tuzilsin.

1123. $x^2+4xy+4y^2+6x=0$ chiziqning tangensial koordinatalaridagi tenglama tuzilsin.

1124. $x^2+y^2-R^2=0$ aylananing tangensial koordinatalardagi tenglama tuzilsin.

1125. Ikkinchi tartibli chiziqning umumiy ko'rinishdagi tenglamasidan foydalanib quyidagi chiziqlarning to’g'ri chiziqqa urinish shartlari topilsin:

1. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellips va $ux+vy+w=0$ to’g’ri chiziq;
2. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbola va $ux+vy+w=0$ to’g’ri chiziq;
3. $y^2=2px$ parabola va $y=kx+b$ to’g’ri chiziq.

1126. Ikkinchi tartibli chiiziq tenglamasi tangensial koordinatalarda $p_{23}u_1^2+p_{31}u_2^2+p_{12}u_3^2=0$ berilgan. Shu chiziqning (nuqtaviy) koordinatalardagi tenglamasi tuzilsin.

1127. $x+y-1=0$ to’g’ri chiziqning $9u^2+16v^2-25w^2=0$ ikkinchi tartibli chiziqqa urinish nuqtasi topilsin.

1128. $x^2+10x+4y-3=0$, $4xy+y^2-16x-4y=0$ chiziqlar umumiy urinmalarining tenglamalari yozilsin.

1129. Uchlari $A_1(0,0)$, $A_2(2,0)$, $A_3(4,5)$, $A_4(0,3)$ nuqtalarda bo’lgan $A_1A_2A_3A_4$ to’rtburchak tomonlariga va $x+y+1=0$ to’g’ri chiziqqa urinadigan ikkinchi tartibli chiziqning tangensial koordinatalardagi tenglamasi tuzilsin.

1130. $x+y+1=0$ to’g’ri chiziqqa urinadigan va $P_1(1,2)$, $P_2(5,0)$, $P_3(3,-1)$, $P_4(-4,0)$ nuqtalardan o’tadigan P_1P_2, P_2P_3, P_3P_4 va P_4P_1 to’g’ri chiziqlarga ham urinadigan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1131*. Uchlari $A_i(x_i,y_i)$ nuqtalardan iborat $A_1A_2A_3$ uchburchak tomonlariga urinadigan ikkinchi tartibli chiziqning tangensial koordinatalardagi tenglamasi tuzilsin.

1132. To’rtta $A_1(x_1,y_1)$, $A_2(x_2,y_2)$, $A_3(x_3,y_3)$, $A_4(x_4,y_4)$ nuqta va $u_0x+v_0y+w_0=0$ to’g’ri chiziq berilgan. Tangensial koordinatalarda A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_1 to’g’ri chiziqlarga va berilgan to’g’ri chiziqqa urinadigan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1133. Tangensial koordinatalarda berilgan $(ux_1+vy_1+w)(ux_3+vy_3+w)-\lambda(ux_2+vy_2+w)^2=0$ tenglamani geometrik nuqtai nazardan qanday izohlash mumkin? Bu yerda (x_i,y_i)sonlar M_i nuqtaning koordinatalari.

1134. Ikkinchi tartibli chiziq tangensial koordinatalardagi $b_{11}u^2+b_{22}v^2+b_{33}w^2+2b_{12}uv+2b_{23}vw+2b_{31}wu=0$ tenglamasi bilan berilgan. $I_2^{(\alpha)}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$, $I_3^{(\alpha)}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ invariantlar aniqlansin. Bu yerda a_{ik} ikkinchi tartibli chiziqning (nuqtaviy) koordinatalardagi tenglamasi koeffitsientlaridir.

1135. Tangensial koordinatalarda berilgan $b_{11}u^2+b_{22}v^2+b_{33}w^2+2b_{12}uv+2b_{23}vw+2b_{31}wu=0$ ikkinchi tartibli chiziqning markazi topilsin.

1136. Tangensial koordinatalarda ikkinchi tartibli chiziq $b_{11}u^2+b_{22}v^2+b_{33}w^2+2b_{12}uv+2b_{23}vw+2b_{31}wu=0$ tenglama bilan berilgan. $I_3^{(b)}b_{33}>0$, $I_3^{(b)}b_{33}<0$, $I_3^{(b)}\neq 0, b_{33}=0$ shartlar mos ravishda ellips, giperbola parabola uchun o’rinli ekanligi isbot qilinsin.

1137. Parabolik tipga tegishli chiziqning tenglamasi tangensial koordinatalarda yozilsin.

1138. Tangensial koordinatalarda yozilgan ushbu $b_{11}u^2 + b_{22}v^2 + b_{33}w^2 + 2b_{12}uv + 2b_{23}vw + 2b_{31}wu = 0$ tenglama qanday shartlarda haqiqiy yoki mavhum, yoki nol radiusli aylanani aniqlaydi.

1139. $A_1A_2A_3A_4$ to'rtburchak tomonlariga urinadigan parabola tenglamasi tuzilsin. Bu yerda, $A_1(0,0)$, $A_2(6,0)$, $A_3(5,3)$, $A_4(0,2)$.

1140. Tangensial koordinatalarda berilgan $b_{11}u^2 + b_{22}v^2 + b_{33}w^2 + 2b_{12}uv + 2b_{23}vw + 2b_{31}wu = 0$, ellipsning yuzi topilsin.

1141.* Uchlari $A_1(4,0)$, $A_2(0,2)$, $A_3(-3,0)$, $A_4(0,-1)$ nuqtalarda joylashgan $A_1A_2A_3A_4$ to'rtburchak tomonlariga urinadigan ikkinchi tartibli chiziq markazlarining geometrik o'rni topilsin.

1142.* Uchlari $A(0,0)$, $B(5,0)$, $C(0,4)$ nuqtalardagi ABC uchburchakka urinadigan va markazi $S(2,1)$ nuqtada bo'lgan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasi tuzilsin.

1143.* Uchlari $A_1(0,0)$, $A_2(6,0)$, $A_3(4,4)$, $A_4(0,4)$ nuqtalardagi $A_1A_2A_3A_4$ to'rtburchakka ichki chizilgan eng katta yuzaga ega bo'lgan ellips tenglamasi yozilsin.

1144.* Uchlari $A(0,0)$, $B(0,1)$, $C(1,0)$ nuqtalardagi ABC uchburchakka ichki chizilgan va o'zgarmas S_0 yuzaga ega bo'lgan ellipslar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

1145. $a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy + 2a_1x + 2a_2y + a = 0$ chiziq urinmalariga koordinatalar boshidan perpendikularlar tushirilsin. Perpendikular asoslarining geometrik o'rni topilsin.

1146. $a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy + 2a_1x + 2a_2y + a = 0$ chiziq urinmalariga $C(a,b)$ nuqtadan tushirilgan perpendikularlar asoslarining geometrik o'rni topilsin.

1147. Berilgan uchburchak tomonlariga urinadigan ellipslar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

1148. Ellips fokusidan ellips urinmalariga tushirilgan perpendikular asoslarining geometrik o'rni topilsin.

1149. Berilgan ikki $F_1(c,0),\ F_2(-c,0)$ nuqtagacha masofalarining ko'paytmasi o'zgarmas b^2 songa teng bo'lgan to'g'ri chiziqlar oilasining o'ramasi topilsin(bu to'g'ri chiziqlarning har biri urinadigan chiziq).

1150. * Berilgan ikki to'g'ri chiziq bilan o'zgarmas yuzali uchburchaklar hosil qiladigan to'g'ri chiziqlarning o'ramasi topilsin.

1151. Ellipsning o'zaro perpendikular bo'lgan diametrlari uchlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlar oilasining o'ramasi topilsin.

1152. * To'g'ri burchakli uchburchaklarning to'g'ri burchagi uchlari 0 nuqtada o'tkir burchaklari uchlari esa o'zaro perpendikular to'g'ri chiziqlarda yotadi. Bu uchburchaklarning gipotenuzalarining o'ramasi topilsin.

1153. **AOB* uchburchakka parallelogrammlar ichki chizilgan. Parallelogrammlarning ikki tomoni uchburchakning ikki tomoni bo'ylab joylashadi. *O* nuqtaga qarama-qarshi uchi esa *AB* tomonda yotadi. Parellelogramm diagonallarining o'ramasi topilsin.

1154. To'g'ri burchakli uchburchaklarning to'g'ri burchagi uchlari *O* nuqtada, o'tkir burchaklari uchlari esa parallel to'g'ri chiziqlarda yotadi. Gipotenuzalarning o'ramasi topilsin.

1155. *AOB* uchburchak berilgan. *AB* tomonning har bir nuqtalaridan *OA, OB* tomonlariga perpendikularlar tushirilgan. Perpendikular asoslarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlar o'ramasi topilsin.

1156. Aylananing ichki nuqtasidan to'g'ri burchak ostida ko'rinadigan vatarlar o'ramasi topilsin.

1157. To'g'ri chiziq o'zida yotuvchi *A* nuqta atrofida aylanadi. Bu to'g'ri chiziq berilgan burchak tomonlarini *P* va *Q* nuqtalarda kesib o'tadi. Bu nuqtalarni berilgan *C, B* nuqtalar bilan tutashtiramiz. *PB* va *QC* to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtalarining geometrik o'rni topilsin. *BC* nuqtalarning burchak uchi bilan bir to'g'ri chiziqda yotish B, C nuqtalarning A nuqta bilan bir to'g'ri chiziqda yotish hollari ko'rilsin.

1158. Agar ikkinchi tartibli uchta chiziq umumiy bitta vatarga ega bo'lsa, qolgan uchta umumiy vatar juft-jufti bilan bir nuqtadan o'tishini isbotlang.

II QISM

FAZODA ANALITIK GEOMETRIYA VA VEKTORLAR ALGEBRASI

X BOB

VEKTORLAR ALGEBRASI

Ma'lum tartibda olingan bir juft nuqta **vektor** deb ataladi. Birinchi nuqta vektorning – **boshi**, ikkinchisi – **oxiri** deyiladi. Boshi bilan ustma-ust tushgan vektor **nol** vektor deyiladi. Nol vektordan farqli har qanday vektor yo'nalgan kesma bilan tasvirlanadi (vektor oxiriga strelka qo'yiladi).

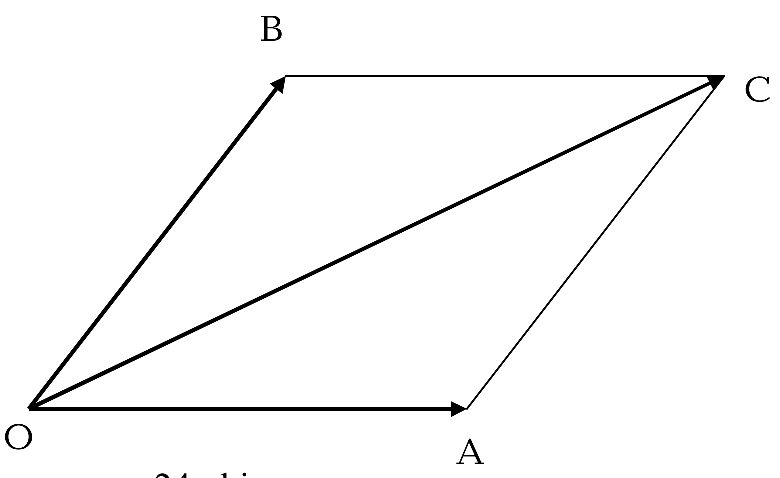
Vektorlar ***a, b, x, r*** yoki $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ kabi belgilanadi.

$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ to'g'ri chiziqlar parallel yoki ustma-ust tushsa, ikkita nol bo'lmagan $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ vektorlar **kollinear** deyiladi. Nol vektor har qanday vektorga kollinear hisoblanadi.

Noldan farqli $\overrightarrow{AB}$ vektorning moduli deb, ***AB*** kesmaning uzunligiga aytiladi. Ta'rif bo'yicha nol vektorning moduli nolga teng. Moduli birga teng bo'lgan vektor **birlik vektor** deyiladi. Vektorning moduli quyidagicha belgilanadi:

$$|a|, a, |\overrightarrow{AB}|, AB$$

Nol bo'lmagan ikkita $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ vektorlarning modullari teng va bir xil yo'nalgan bo'lsa, bunday vektorlar **teng** deyiladi.



24-chizma

C nuqtadan $\overrightarrow{AB}$ vektorni qo'yish deganda $\overrightarrow{AB}$ vektorga teng $\overrightarrow{CD}$ vektorni yasashni tushunamiz. ***a, b, c, ..., k*** vektorlarning yig'indisi deb, quyidagicha yasaladigan $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+...+\boldsymbol{k}$ vektorga aytiladi:

ixtiyoriy 0 nuqtaga **a** vektor qo'yiladi, uning oxiriga ***b*** vektorning boshi qo'yiladi va hokazo. Olingan O nuqta $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+...+\boldsymbol{k}$ vektorning boshi, eng so'nggi vektorning oxiri esa, yig'indining oxiri deyiladi.

Vektorlarning yig'indisi O nuqtani tanlab olishga bog'liq emas.

Kollinear bo'lmagan ikkita **a, b** vektorlarning yig'indisi quyidagicha ham yasalishi mumkin (parallelogramm qoidasi): ikkala **a, b** vektorni bitta O nuqtadan boshlab $\overrightarrow{OA}=$ **a,** $\overrightarrow{OB}=$ **b** vektorlar qo'yiladi; tomonlari **OA, OB** bo'lgan **OBCA** parallelogramm yasaladi, u holda $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=$ **a+b** hosil bo'ladi.

$$\boldsymbol{x}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}$$

shartni qanoatlantiruvchi **x** vektorga **a, b** vektorlarning ayirmasi deyiladi.

a, b vektorlarning **a-b** ayirmasini yasash uchun quyidagicha ish ko'riladi: **a, b** vektorlar bitta nuqtadan qo'yiladi $\overrightarrow{OA}=$ **a,** $\overrightarrow{OB}=$ **b**. U holda $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=$ **a+b**.

a$\neq 0$ vektorga qarama-qarshi vektor deb **a** vektorga kollinear, moduli shu vektor moduliga teng, yo'nalishi esa **a** vektor yo'nalishiga qarama-qarshi bo'lgan vektorga aytiladi. Ravshanki, qo'shish amalining xossalari quyidagicha bo'ladi:

$$\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c} \quad \text{(assotsiativlik)}$$

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{a}$$

$$\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a} \quad \text{(kommutativlik)}$$

λ son bilan $\boldsymbol{a}\neq 0$ vektorning ko'paytmasi deb, **a** vektorga kollinear, moduli $|\lambda||$**a**$|$ bo'lgan **a** vektor bilan bir xil, $\lambda<0$ holda unga qarama-qarshi yo'nalgan λ**a** vektorga aytiladi. Agar λ**=0** yoki **a=0** bo'lsa λ**a=0** bo'ladi. Vektorni songa ko'paytirish amalining xossalari:

$$\mathbf{1}\cdot\mathbf{a}=\mathbf{a}$$

$$\lambda(\mu\mathbf{a})=(\lambda\mu)\cdot\mathbf{a}$$

$$\lambda(\mathbf{a}+\mathbf{b})=\lambda\cdot\mathbf{a}+\lambda\cdot\mathbf{b}$$

$$(\lambda+\mu)\cdot\mathbf{a}=\lambda\cdot\mathbf{a}+\mu\cdot\mathbf{a}$$

Noldan farqli **a** vektor uchun $\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|} = \boldsymbol{a}^0$ dan iborat vektor **a** bilan bir xil yo'nalgan birlik vektor bo'ladi, bu yerda: $\mathbf{a}=|\mathbf{a}|\cdot\mathbf{a}^0$. Agar **a, b** vektorlar kollinear va $|\boldsymbol{b}| \neq 0$ bo'lsa, $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$ nisbat deb shunday λ songa aytiladiki, unda $\mathbf{a}=\lambda\cdot\mathbf{b}$.

Vektorlar uchun bir vaqtning o'zida nolga teng bo'lmagan $\alpha, \beta, \gamma ..., x$ sonlar mavjud bo'lib, $\alpha \cdot a + \beta \cdot b + ... + \gamma \cdot k = 0$ tenglik bajarilsa, **a, b, c, ... , k** vektorlar **chiziqli bog'liq** deb ataladi.

Ikki vektorning kollinear bo'lishi uchun ular chiziqli bog'liq bo'lishi zarur va yetarlidir.

Agar uchta **a, b, c** vektorni bitta nuqtaga keltirgandan keyin ular bitta tekislikda yotsa, **a, b, c** vektorlar **komplanar** deyiladi. Uchta vektorning komplanar bo'lishi uchun ular chiziqli bog'liqli bo'lishi zarur va yetarli.

Agar **a, b** vektorlar kollinear bo'lmasa va **a, b, c** vektorlar esa komplanar bo'lsa, u holda **c** vektor yagona usulda **a,b** vektorlarning chziqli kombinatsiyasi ko'rinishida ifodalanishi mumkin:

$$\boldsymbol{c}=\alpha\cdot\boldsymbol{a}+\beta\cdot\boldsymbol{b}$$

Bu holda **c** vektor **a, b** vektorlar orqali **yoyilgan** deyiladi.

Agar **a, b, c** vektorlar komplanar bo'lmasa, u holda ixtiyoriy **d** vektorni **a, b, c** vektorlarning kombinatsiyasi ko'rinishida yagona ravishda ifodalash mumkin:

$$\mathbf{d}=\alpha\cdot\boldsymbol{a}+\beta\cdot\boldsymbol{b}+\lambda\cdot\mathbf{c}$$

Bu holda ham **a** vektor **a, b, c** vektorlar yo'nalishilari bo'yicha **yoyilgan** deyiladi. M nuqtaning radius vektori **r** deb $\overrightarrow{OM}$ vektorga aytiladi, bu yerda O – tayin bir nuqta.

Agar M nuqta M_1, M_2 kesmani λ nisbatda bo'lsa, u holda M nuqtaning **r** radius-vektori, M_1, M_2 nuqtalarning $\mathbf{r_1}$, $\mathbf{r_2}$ radius-vektorlari orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$r=\frac{r_1+\lambda r_2}{1+\lambda}$$

Xususan, M nuqta M_1M_2 kesmaning o'rtasi bo'lsa,

$$r=\frac{r_1+r_2}{2}.$$

Tartiblangan nokomplanar uchta $\mathbf{e_1}$, $\mathbf{e_2}$, $\mathbf{e_3}$ vektor fazo **bazisi** deb ataladi, agar $\mathbf{e_1}$, $\mathbf{e_2}$, $\mathbf{e_3}$ vektorlar birlik va jufti-jufti bilan ortogonal bo'lsa, u holda bazis **ortonormallangan** deyiladi. Ortonormallangan bazis vektorlari ko'pincha ***i, j, k*** bilan belgilanadi.

a vektorning $\mathbf{e_1}$, $\mathbf{e_2}$, $\mathbf{e_3}$ bazisdagi koordinatalari deb shunday ***x, y, z*** sonlarga aytiladiki, bunda

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{x}\cdot \mathbf{e}_1+\boldsymbol{y}\cdot \mathbf{e}_2+\boldsymbol{z}\cdot \mathbf{e}_3$$

Koordinatalari ***x, y, z*** dan iborat **a** vektor $\boldsymbol{a}=\{x,y,z\}$ ko'rinishda yoziladi. Mos koordinatalarigina teng bo'lgan ikki vektor o'zaro teng bo'ladi:

$$x=x',\ y=y',\ z=z' \Rightarrow \boldsymbol{a}\{x,y,z\}=\boldsymbol{b}\{x',y',z'\}$$

Ikki $\boldsymbol{a}\{x,y,z\}\neq 0$, $\boldsymbol{b}\{x', y', z'\}\neq 0$ vektorning kollinear bo'lishligining zaruriy va yetarli sharti ularning mos koordinatalarining proporsionalligidan iborat:

$$x'=\lambda\cdot x,\quad y'=\lambda\cdot y,\quad z'=\lambda\cdot z$$

Bunda λ son ***b*** vektorning ***a*** vektorga nisbatini bildiradi.

$\boldsymbol{a}\{x, y, z\}$, $\boldsymbol{b}\{x', y', z'\}$ vektorlar uchun quyidagi munosabatlar o'rinli:

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\{x+x',\ y+y',\ z+z'\}$$

$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\{x-x',\ y-y',\ z-z'\}$$

$$\lambda\cdot\boldsymbol{a}=\{\lambda\cdot x,\ \lambda\cdot y,\ \lambda\cdot z\}.$$

Uchta $\boldsymbol{a}=\{x, y, z\}$, $\boldsymbol{b}=\{x', y', z'\}$, $\boldsymbol{c}=\{x'', y'', z''\}$ vektorlar komplanar bo'lishining zarur va yetarli sharti ushbu

$$\begin{vmatrix} x, y, z \\ x', y', z' \\ x'', y'', z'' \end{vmatrix}=0$$

tenglikning bajarilishidan iborat.

$\boldsymbol{a}\neq 0$, $\boldsymbol{b}\neq 0$ vektorlarning **skalyar ko'paytmasi** deb, bu vektorlar uzunliklari bilan ular orasidagi burchak kosinusining ko'paytmasiga teng songa aytiladi

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{ab}\cdot\cos\varphi .$$

$\boldsymbol{a}=0$ yoki $\boldsymbol{b}=0$ holda ta'rifga ko'ra $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$. $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$ yoki $\boldsymbol{a}=0$, yoki $\boldsymbol{b}=0$ holdagina $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ skalyar ko'paytma nolga teng.

Skalyar ko'paytirish amalining xossalari:

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}$ (kommutativlik)

$\lambda\cdot(\boldsymbol{ab})=(\lambda\cdot\boldsymbol{a})\boldsymbol{b}$

$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$ (distributivlik)

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}^2\geq 0$

ammo faqat $\boldsymbol{a}=0$ holdagina $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=0$

Ortonormallangan bazisda

$$\boldsymbol{a}=\{x, y, z\}, \qquad \boldsymbol{b}=\{x', y', z'\}$$

berilgan bo'lsa,

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=xx'+yy'+zz' \qquad |a|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$|\boldsymbol{a}|\neq 0$, $|\boldsymbol{b}|\neq 0$ shartlarida $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ vektorlar orasidagi burchak kosinusi quyidagi formula bo'yicha topiladi:

$$\cos\varphi=\frac{xx'+yy'+zz'}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\bullet\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}}$$

$\boldsymbol{a}=\{x, y, z\}$, $\boldsymbol{b}=\{x', y', z'\}$ vektorlar ortogonal bo'lishligining zarur va yetarli sharti ushbu tenglikdan iborat (ortonormallangan bazisda):

$$xx'+yy'+zz'=0 .$$

Ikki vektor $\boldsymbol{a}$ va $\boldsymbol{b}$ ning **vektor ko'paytmasi** deb quyidagi hossalarga ega bo'lgan $\boldsymbol{c}$ vektorga aytiladi:

1. $\boldsymbol{c}$ vektorning uzunligi $\boldsymbol{a}$ va $\boldsymbol{b}$ vektorlardan yasalgan parallelogrammning yuziga teng, ya'ni

$$|c|=a\cdot b\sin(a\cdot b)$$

2. ***c*** vektor shu parallelogramm tekisligiga perpendikular, ya'ni u ham ***a*** vektorga, ham ***b*** vektorga perpendikulardir:

$$(a\cdot c)=0 \text{ va } (b\cdot c)=0$$

3. ***a, b, c*** vektorlar ko'rsatilgan tartibda olinganda vektorlarning o'ng uchligini tashkil etadi.

Vektor ko'paytirish amalining xossalari:

$$[a, b]=-[b, a],$$

$$[(\lambda\cdot a), b]=\lambda\cdot[a, b],$$

$$[(a+b), c]=[a, c]+[b, c],$$

$$[a, [b, c]]=b(ac)-c(ab),$$

$$[[a, b], c]=b(ac)-a(bc)$$

$$[a, b][c, d]=(ac)(bd)-(ad)(bc)$$

Ortonormallangan bazisda berilgan

$$a=\{x, y, z\}, \qquad b=\{x', y', z'\}$$

vektorlar uchun

$$[a,b]=\left\{\begin{vmatrix} y & z \\ y' & z' \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} z & x \\ z' & x' \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix}\right\}$$

tenglik o'rinli.

Komplanar bo'lmagan uchta ***a, b, c*** vektorning **aralash ko'paytmasi** deb quyidagi songa aytiladi:

1) uning absolut qiymati bitta nuqtaga keltirilgan uchta vektordan tuzilgan parallelepipedning hajmiga teng;

2) ***a, b, c*** vektorlar ***i, j, k*** lar bilan bir xil oriyentatsiyaga ega bo'lsa, bu son musbat, aks holda manfiy.

a, b, c vektorlar komplanar bo'lsa, ta'rif bo'yicha $a\cdot b\cdot c=0$

Aralash ko'paytmaning xossalari:

$$abc=a[bc]=[ab]c,$$

abc=bca=cab= –bac

Ortonormal bazisda berilgan ***a={x, y, z}, b={ x', y', z'}, c={x'', y'', z''}*** vektorlar uchun

$$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})=\begin{vmatrix} \boldsymbol{x} & \boldsymbol{y} & \boldsymbol{z} \\ \boldsymbol{x'} & \boldsymbol{y'} & \boldsymbol{z'} \\ \boldsymbol{x''} & \boldsymbol{y''} & \boldsymbol{z''} \end{vmatrix}$$

1-misol. Parallelepipedning bitta O nuqtasidan chiqqan OA=a, OB=b, OC=c qirralarining uzunliklarini va qirralar oralaridagi $\angle$BOC=α, $\angle$COA=β, $\angle$AOB=γ – burchaklarni bilgan holda, uning diagonali uzunligi *d* ni toping.

Yechish. Parallelepipedning O nuqtasidan chiqqan diagonali OD va *d* uning uzunligi bo'lsin. U holda $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$. Bu yerdan

$$\overrightarrow{OD}^2=(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})^2=\overrightarrow{OA}^2+\overrightarrow{OB}^2+\overrightarrow{OC}^2+2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}+2\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}=$$
$$=a^2+b^2+c^2+2ab\cos\gamma+2bc\cos\alpha+2ca\cos\beta$$

demak,

$$d=\sqrt{a^2+b^2+c^2+2ab\cos\gamma+2bc\cos\alpha+2ca\cos\beta}$$

2-misol. Parallelepipedning O nuqtasidan chiqqan OA=a, OB=b, OC=c qirralarining uzunliklarini va ular orasidagi $\angle$BOC=α, $\angle$COA=β, $\angle$AOB=γ burchaklarni bilgan holda, uning hajmini hisoblang.

Yechish: $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a},\ \overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b},\ \overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$ vektorlarni qaraymiz, ularning koordinatalarini biror ortonormal bazisda quyidagicha belgilaymiz:

$$\boldsymbol{a}=\{x_1, y_1, z_1\},\ \boldsymbol{b}=\{x_2\ y_2\ z_2\}\quad \boldsymbol{c}=\{x_3, y_3, z_3\}$$

U holda parallelepiped hajmini V deb belgilab, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$V=|abc|=\mathrm{mod}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}=\sqrt{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}^2}=\sqrt{R}\,;$$

Bu yerda

$$R=\begin{vmatrix} x_1^2+y_1^2+z_1^2 & \boldsymbol{x_1}x_2+y_1y_2+z_1z_2 & \boldsymbol{x_1}x_3+y_1y_3+z_1z_3 \\ x_2x_1+y_2y_1+z_2z_1 & \boldsymbol{x_2^2}+y_2^2+z_2^2 & \boldsymbol{x_2x_3}+\boldsymbol{y_2y_3}+\boldsymbol{z_2z_3} \\ x_3x_1+y_3y_1+z_3z_1 & x_3x_1+y_3y_1+z_3z_1 & \boldsymbol{x_3^2}+\boldsymbol{y_3^2}+z_3^2 \end{vmatrix} \text{ yoki}$$

$$\sqrt{R}=\sqrt{\begin{vmatrix} a^2 & \boldsymbol{ab} & \boldsymbol{ac} \\ \boldsymbol{ba} & \boldsymbol{b^2} & \boldsymbol{bc} \\ \boldsymbol{ac} & \boldsymbol{bc} & \boldsymbol{c^2} \end{vmatrix}}=\sqrt{\begin{vmatrix} a^2 & \boldsymbol{abcos}\gamma & \boldsymbol{accos}\beta \\ \boldsymbol{abcos}\gamma & \boldsymbol{b^2} & \boldsymbol{bccos}\alpha \\ \boldsymbol{accos}\beta & \boldsymbol{bccos}\alpha & \boldsymbol{c^2} \end{vmatrix}}=abc\sqrt{\begin{vmatrix} 1 & \boldsymbol{cos}\gamma & \boldsymbol{cos}\beta \\ \boldsymbol{cos}\gamma & \boldsymbol{1} & \boldsymbol{cos}\alpha \\ \boldsymbol{cos}\beta & \boldsymbol{cos}\alpha & \boldsymbol{1} \end{vmatrix}}=$$

$$abc\sqrt{1+2\cos\alpha\cdot\cos\beta\cdot\cos\gamma-\cos^2\alpha-\cos^2\beta-\cos^2\gamma}$$

3-misol. ABCD tetraedr berilgan. Uning ixtiyoriy yog'ida, masalan ABC da, ixtiyoriy S nuqtani olamiz va shu nuqtadan $\overrightarrow{SS'}=\boldsymbol{d}$ vektorni qo'yamiz. Bu vektorning uzunligi ABC uchburchak yuziga teng bo'lsin. d vektorni ABC uchburchak tekisligiga perpendikular qilib va yo'nalishini shunday tanlab olamizki, S', D nuqtalar ABC tekisligining ikki tarafida yotsin. Xuddi shunday qilib, $\overrightarrow{PP'}=\boldsymbol{a}$ vektorni BCD yoq uchun, $\overrightarrow{QQ'}=\boldsymbol{b}$ ni ACD uchun, nihoyat $\overrightarrow{RR'}=\boldsymbol{c}$ ni ABD yoq uchun yasaymiz. Yasalgan vektorlar yig'indisi

$$\boldsymbol{a+b+c+d=0}$$

ekanligini isbotlang.

Isbot: $\overrightarrow{DA}=\boldsymbol{x}$, $\overrightarrow{\boldsymbol{DB}}=\boldsymbol{y}$, $\overrightarrow{\boldsymbol{DC}}=\boldsymbol{z}$ deylik. U holda $\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{x}-\boldsymbol{z}$, $\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{y}-\boldsymbol{z}$ o'rinli, demak (fazoda oriyentatsiyani moslab olinganda):

$$\mathbf{a}=\frac{1}{2}[\mathbf{y\ z}] \qquad \mathbf{b}=\frac{1}{2}[\mathbf{z\ \ x}]$$

$$\mathbf{c}=\frac{1}{2}[\mathbf{x\ \ y}] \quad \mathbf{d}=\frac{1}{2}[\mathbf{(y-z)\ (x-z)}]$$

Bu yerdan

$$\mathbf{a+b+c+d}=\frac{1}{2}[\mathbf{y\ z}]+\frac{1}{2}[\mathbf{z\ x}]+\frac{1}{2}[\mathbf{x\ y}]+\frac{1}{2}[\mathbf{(y-z)(x-z)}]=\frac{1}{2}[\mathbf{y\ z}]+\frac{1}{2}[\mathbf{z\ x}]+$$

$$+\frac{1}{2}[\mathbf{x\ y}]+\frac{1}{2}[\mathbf{y\ x}]-\frac{1}{2}[\mathbf{y\ z}]-\frac{1}{2}[\mathbf{z\ x}]+\frac{1}{2}[\mathbf{z\ z}]=\mathbf{0}$$

Isbot qilingan tasdiq ixtiyoriy qavariq ko'pyoq uchun o'rinli bo'ladi.

4-misol. Yassi burchaklari α, β, γ ga teng bo'lgan uchyoqli burchakning ikki yoqli burchaklari topilsin.

Yechish: **S** uchidan burchak yoqlariga birlik ***a, b, c*** vektorlarni qo'yamiz. Yassi β, γ burchaklar yondashgan ikkiyoqli burchak λ bo'lsin. U holda,

$$\cos\lambda = \frac{[ab][ac]}{|[ab]||[ac]|} = \frac{a^2(bc)-(ac)(bc)}{\sin\gamma\sin\beta} = \frac{\cos\alpha - \cos\beta\cos\gamma}{\sin\beta\sin\gamma}$$

Qolgan ikki burchak ham yuqoridagidek topiladi.

1 §. Vektorlarni qo'shish va ayirish. Vektorni songa ko'paytirish

1159. $\overrightarrow{AC}$=**a**, $\overrightarrow{BD}$=**b** vektorlar *ABCD* parallelogrammning diagonallari. Shu parallelogrammning tomonlari bo'lgan $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$ vektorlarni **a, b** vektorlar orqali ifodalang.

1160. *K, L* nuqtalar *ABCD* parallelogrammning *BC, CD* tomonlarining o'rtalari. $\overrightarrow{AK}$=**k,** $\overrightarrow{AL}$=**l** deb *BC, CD* vektorlarni **k** va **l** vektorlar orqali ifodalang.

1161. *ABC* uchburchakda *AD* mediana o'tkazilgan. $\overrightarrow{AD}$ vektorni $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ vektorlar orqali ifodalang.

1162. *ABC* uchburchakda *AD, BE, CF* medianalar o'tkazilgan. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CF}$ vektorlar yig'indisi topilsin.

1163. *E, F* nuqtalar *ABCD* to'rtburchak *AB, CD* tomonlarining o'rtalari. $\overrightarrow{EF} = \dfrac{\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}}{2}$ ekanligi isbotlansin. Bundan trapetsiyaning o'rta chizig'i haqidagi teoremani keltirib chiqaring.

1164. $\overrightarrow{AB}$=**p,** $\overrightarrow{AF}$=**q** vektorlar muntazam *ABCDEF* oltiburchakning ikkita qo'shni tomonlari. Bu oltiburchakning tomonlari bo'ylab qo'yilgan $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EF}$ vektorlarni ***p, q*** vektorlar orqali ifodalang.

1165. Muntazam ko'pburchak markazidan uning uchlariga qarab yo'naltirilgan vektorlar yig'indisi 0 ga tengligi isbotlansin.

1166. Tekislikning ixtiyoriy nuqtasidan chiqib, muntazam ko'pburchak markazini tutashtiruvchi vektor shu nuqtadan chiquvchi va ko'pburchak uchlarini tutashtiruvchi vektorlarning o'rta arifmetigiga teng ekanligi isbotlansin.

1167. Uchburchak tekisligida shunday nuqta topilsinki, shu nuqtadan uchburchak uchlariga yo'nalgan vektorlar yig'indisi nolga teng bo'lsin.

1168. 1167 masala parallelogramm uchun yechilsin.

1169. O nuqtadan ikkita $\overrightarrow{OA}$=**a**, $\overrightarrow{OB}$=**b** vektor chiqadi. AOB burchakning bissektrisasi bo'ylab yo'nalgan biror $\overrightarrow{OM}$ vektor topilsin.

1170. ABC uchburchakda A burchakning AD bissektrisasi o'tkazilgan. $\overrightarrow{AD}$ vektorni $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ vektorlar orqali ifodalang.

1171. Uchta nokomplanar $\overrightarrow{AB}$=**p**, $\overrightarrow{AD}$=**q**, $\overrightarrow{AA'}$=**r** vektorlardan $ABCDA'B'C'D'$ parallelepiped yasalgan. Parallelepipedning qirralari, parallelepiped diagonali va yoqlarining diagonallari bilan ustma-ust tushgan vektorlarni **p, q, r** vektorlar orqali ifodalang.

1172. $ABCD$ tetraedrning A uchidan chiquvchi $\overrightarrow{AB}$=**b**, $\overrightarrow{AC}$=**c**, $\overrightarrow{AD}$=**d** qirralari berilgan. Tetraedrning boshqa qirralarini, BCD yoqning $\overrightarrow{DM}$ medianasi va $\overrightarrow{AQ}$ vektorni (Q – bu yerda BCD yoqning og'irlik markazi) **b, c, d** vektorlar orqali ifodalansin.

1173. $OABC$ tetraedr berilgan. $\overrightarrow{OA}$=**a**, $\overrightarrow{OB}$=**b**, $\overrightarrow{OC}$=**c** deb olib, $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{RS}$ vektorlar **a**, **b, c** vektorlar orqali ifodalansin. Bu yerda *M, P, R* nuqtalar *OA, OB, OC* qirralarning o'rtalari. *N, Q, S* esa qarama-qarshi qirralarining o'rtalari.

1174. Yassi, yoki fazoviy $ABCD$ to'rtburchakda $\overrightarrow{AB}$=**m**, $\overrightarrow{BC}$=**n** $\overrightarrow{CD}$=**p**, $\overrightarrow{DA}$=**q** deb belgilab, *AC, BD* diagonallar o'rtalarini tutashtiruvchi $\overrightarrow{EF}$ vektor topilsin.

2 §. Radius – vektor

1175. Parallelogrammning ketma-ket olingan *A, B, C* uchlarining $\boldsymbol{r_1}$, $\boldsymbol{r_2}$, $\boldsymbol{r_3}$ radius vektorlari berilgan. *D* uchining radius-vektori topilsin.

1176. $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{r_1}$, $\overrightarrow{OB} = \boldsymbol{r_2}$, $\overrightarrow{OC} = \boldsymbol{r_3}$ radius-vektorlar berilgan; r_2, r_3 vektorlarning nokomplanarligi ma'lum. *A* nuqtadan *OBC* tekislikka *AM* perpendikular tushurilgan. *M* nuqtaning $\overrightarrow{OM} = \boldsymbol{x}$ radius-vektori topilsin.

1177. $M_1(\mathbf{r}_1)$, $M_2(\mathbf{r}_2)$,...,$M_n(\mathbf{r}_n)$ nuqtalarda m_1, m_2, ... , m_n massalar joylashgan. Bu moddiy nuqtalar sistemasi og'irlik markazining radius-vektori topilsin.

1178. Massalari bir xil bo'lgan *n* ta moddiy nuqtalar sistemasining og'irlik markazidan uning uchlariga qarab yo'naltirilgan vektorlar yig'indisining nolga tengligini isbotlang (n ta nuqtaga bir xil teng massalar qo'yilgan).

1179. Uchburchak uchlarining $\boldsymbol{r_1}$, $\boldsymbol{r_2}$, $\boldsymbol{r_3}$ radius-vektorlarini bilgan holda, medianalari kesishgan nuqtasining radius-vektori topilsin.

1180. Parallelogrammning ketma-ket kelgan uchlarining $\boldsymbol{r_1}$, $\boldsymbol{r_2}$, $\boldsymbol{r_3}$ radius-vektorlarini bilgan holda, diagonallarining kesishishidan hosil bo'lgan nuqtaning radius-vektori topilsin.

1181. Trapetsiyaning ketma-ket kelgan uchlari $A(\mathbf{r}_1)$, $B(\mathbf{r}_2)$, $C(\mathbf{r}_3)$ berilgan. **D** uchining radius-vektori $\boldsymbol{r_4}$ ni diagonallari kesishish nuqtasining radius-vektori $\boldsymbol{r}'$ ni va yon tomonlari kesishish nuqtasining radius-vektori $\boldsymbol{r}''$ ni toping. Bu yerda *AD* asosning *BC* asosdan λ marta kattaligi ma'lum deb hisoblanadi.

1182. $ABCDA'B'C'D'$ parallelepiped to'rtta uchining $\boldsymbol{r_A}$, $\boldsymbol{r_B}$, $\boldsymbol{r_D}$, $\boldsymbol{r_A'}$ radius-vektorlarini bilgan holda, uning qolgan to'rtta uchining radius-vektorlari topilsin.

1183. $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{r_1}$, $\overrightarrow{OB} = \boldsymbol{r_2}$, $\overrightarrow{OC} = \boldsymbol{r_3}$ radius-vektorlar parallelepipedning qirralari. Parallelepipedning *O* uchidan chiqqan diagonalning *A, B, C* uchlaridan o'tadigan tekislik bilan kesishgan nuqtasining radius-vektorlari topilsin.

3 §. Vektorning koordinatalar bilan berilishi

1184. Uchta **a**={2, 4}, **b**={-3, 1}, **c**={5, -2} vektor berilgan. 1) 2**a**+3**b**-5**c**; 2) **a**+24**b**+14**c** vektorlar topilsin.

1185. Uchta **a**={5, 3}, **b**={2, 0}, **c**={4, 2} vektor berilgan. **b** vektorning boshini α**a** vektorning oxiri bilan **b** vektorning oxiri bilan γ**c** vektorning boshini tutashtiradiganda α**a, b,** γ**c** vektorlar uchburchak hosil qiladigan α hamda γ sonlari tanlansin.

1186. Quyidagi hollarning har birida *C* vektorni **a, b** vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi shaklida ifodalang:

1) **a={4, -2}, b={3, 5}, c={1, -7};**
2) **a={5, 4}, b={-3, 0}, c={19, 8};**
3) **a={-6, 2}, b={4, 7}, c={9, -3};**

1187. **a={6, -8}** vektor berilgan. **a** ga kolinear va: 1) **a** bilan bir xil yo'nalgan; 2) **a** bilan qarama-qarshi yo'nalgan birlik vektor topilsin.

1188. Bitta nuqtadan **a={-12, 16}, b={12, 5}** vektorlar o'tkazilgan. **a** bilan **b** vektorlar orasidagi burchakni teng ikkiga bo'ladigan va shu nuqtadan chiqqan birlik vektorning koordinatalari topilsin.

1189. **a={-5, 2}** vektor berilgan. **a** vektorga perpendikular, uzunligi **a** vektorning uzunligiga teng, yo'nalishi jihatidan **a, b** vektorlarni bitta nuqtaga qo'yganimizda ular Ox, Oy o'qlardagi birlik vektorlar juftiga ega bo'ladigan oriyentatsiyali **b** vektor topilsin.

1190. Uchta **a={5, 7, 2}, b={3, 0, 4}, c={-6, 1, -1}** vektor berilgan. 1) 3**a**-2**b**+**c**; **2)** 5**a**+6**b**+4**c** vektorlar topilsin.

1191. Quyidagi hollarning har birida ***d*** vektorni **a, b, c** vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi shaklida ifodalang:

1) **a={2, 3, 1}, b={5, 7, 0}, c={3, -2, 4}, d={4, 12, -3};**
2) **a={5, -2, 0}, b={0, -3, 4}, c={-6, 0, 1}, d={25, -22, 16};**
3) **a={ 3, 5, 6}, b={2, -7, 1}, c={12, 0, 6}, d={0, 20, 18}.**

1192. Quyidagi hollarning qaysi birida uchta **a, b, c** vektor chiziqli bog'liq bo'lishini va basharti ular chiziqli bog'liq bo'lgan holda **c** vektorni **a, b** vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi sifatida ifodalang:

1) $\mathbf{a}=\{5, 2, 1\}, \mathbf{b}=\{-1, 4, 2\}, \mathbf{c}=\{-1, -1, 6\}$;

2) $\mathbf{a}=\{6, 4, 2\}, \mathbf{b}=\{-9, 6, 3\}, \mathbf{c}=\{-3, 6, 3\}$;

3) $\mathbf{a}=\{6, -18, 12\}, \mathbf{b}=\{-8, 24, -16\}, \mathbf{c}=\{8, 7, 3\}$.

1193. Uchta **a, b, c** vektor va uchta λ, μ, ν son qanday bo'lmasin, siz $\lambda\mathbf{a}-\mu\mathbf{b}$, $\nu\mathbf{b}-\lambda\mathbf{c}$, $\mu\mathbf{c}-\nu\mathbf{a}$ vektorlarning komplanar ekanligini isbotlang.

1194. To'rtta $\mathbf{a}=\{1, 5, 3\}, \mathbf{b}=\{6, -4, -2\}, \mathbf{c}=\{0, -5, 7\}, \mathbf{d}=\{-20, 27, -35\}$ vektor berilgan. $\alpha\mathbf{a}$, $\beta\mathbf{b}$, $\gamma\mathbf{c}$, **d** vektorlarning har biri oldingisining boshi keyingisinining oxiri bilan ustma-ust tushganda, ular yopiq siniq chiziq hosil qiladigan α, β, γ sonlarni tanlang.

1195. Ortonormallangan bazisga nisbatan $\mathbf{a}=\{-8, 4, 1\}$ vektor berilgan. **a** vektor bilan bir xil yo'nalgan birlik vektor topilsin.

1196. Bitta nuqtadan $\mathbf{a}=\{-3, 0, 4\}$, $\mathbf{b}=\{5, -2, -14\}$ vektorlar o'tkazilgan. **a, b** vektorlar orasidagi burchakni teng ikkiga bo'ladigan birlik vektor topilsin.

1197. Kubning uchiga kattaligi jihatdan 1, 2, 3 ga teng bo'lgan vektor yoqlarining shu uchidan chiqqan diagonallari bo'ylab yo'nalgan uchta kuch qo'yilgan. Ularning teng ta'sir etuvchisining kattaligi topilsin.

4 §. Skalyar ko'paytma

1198. Quyidagi hollarning har birida **a, b** vektorlarning skalyar ko'paytmasi topilsin:

1) $|\mathbf{a}|=8$, $|\mathbf{b}|=5$, $(a\wedge b)=60^0$;

2) $|\mathbf{a}|=|\mathbf{b}|=1$, $(a\wedge b)=135^0$;

3) $|\mathbf{a}|\perp|\mathbf{b}|$;

4) $|\mathbf{a}|=3$, $|\mathbf{b}|=6$, $\mathbf{a}\downarrow\downarrow\mathbf{b}$;

5) $|\mathbf{a}|=3$, $|\mathbf{b}|=1$, $\mathbf{a}\downarrow\uparrow\mathbf{b}$.

1199. ABC uchburchak tomonlarining uzunliklari berilgan: $\boldsymbol{BC}=5$, $\boldsymbol{CA}=6$, $\boldsymbol{AB}=7$. $\boldsymbol{BA}$, $\boldsymbol{BC}$ vektorlarning skalyar ko'paytmasi topilsin.

1200. Teng yonli uchburchak asosining uchlaridan chiqqan medianalar o'zaro perpendikularligini bilgan holda uchidagi α burchagi topilsin.

1201. $\mathbf{p}=\mathbf{a(bc)\text{-}b(ac)}$ va $\mathbf{c}$ vektorlarning bir-biriga perpendikularligi isbotlansin.

1202. $\mathbf{p}=\mathbf{s}+2\mathbf{t}$ va $\mathbf{a}=5\mathbf{s}\text{-}4\mathbf{t}$ vektorlar o'zaro perpendikularligi ma'lum bo'lsa, **s** va **t** birlik vektorlar orasidagi burchak topilsin.

1203. Tomonlari birga teng bo'lgan tengtomonli ABC uchburchak berilgan. $\overrightarrow{BC}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{CA}=\mathbf{b}$, $\overrightarrow{AB}=\mathbf{c}$ deb $\mathbf{ab}+\mathbf{bc}+\mathbf{ca}$ ifoda hisoblansin.

1204. ABC uchburchakda AD, BE, CF medianalar o'tkazilgan. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AC}$ hisoblansin.

1205. To'g'ri burchakli ABC uchburchak AB gipotenuzasiga CH perpendikular tushirilgan. $\overrightarrow{CH}$ vektor $\mathbf{a}=\overrightarrow{CB}$, $\mathbf{b}=\overrightarrow{CA}$ vektorlar orqali ifodalansin.

1206. $ABCD$ to'g'ri to'rtburchak va M nuqta (bu nuqta to'rtburchak tekisligida yotishi ham, yotmasligi ham mumkin) berilgan. Siz: 1) to'g'ri to'rtburchakni qo'shni bo'lmagan uchlariga yo'nalgan vektorlarning skalyar ko'paytmasini shu nuqtadan qolgan ikki uchga yo'nalgan vektorlarning skalyar ko'paytmasiga tengligi, ya'ni $\overrightarrow{MA}\,\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}\,\overrightarrow{MD}$; 2) Vektorlarning birinchi jufti kvadratlarining yig'indisi vektorlarning ikkinchi jufti kvadratlarining yig'indisiga tengligini ham isbot qiling ($\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MC}^2=\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MD}^2$).

1207. D nuqta ABC uchburchakning AB tomonini $\overrightarrow{AD}:\overrightarrow{DB}=\lambda$ nisbatda bo'ladi. CD kesmaning uzunligi uchburchakning uchta tomoni va λ son orqali ifodalansin.

1208. Tekislikda yoki fazoda A, B, C, D nuqtalar har qanday joylashganda ham $\overrightarrow{BC}\,\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CA}\,\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{CD}=0$ munosabat o'rinli ekanligi isbotlansin.

1209. * *ABCD* tetraedrning ikkita qirrasi o'zining qarama-qarshi qirralariga perpendikular bo'lsa, qolgan ikkita qirrasi ham o'zining qarama-qarshilariga perpendikular bo'lishi isbotlansin.

1210. Koordinatalari bilan berilgan **a, b** vektorlarning skalyar ko'paytmasi hisoblansin:

1) **a={5, 2}, b={-3, 6};**

2) **a={6, -8}, b={12, 9};**

3) **a={3, -5}, b={7, 4}.**

1211. Koordinatalari bilan berilgan quyidagi **a, b** vektorlar orasidagi α burchak topilsin:

1) **a={4, 3}, b={1, 7};**

2) **a={6,-8}, b={12, 9}**

3) **a={2, 5}, b={3, -7};**

4) **a={2,-6}, b={-3, 9}.**

1212. a={5, 2}, b={7, -3} vektorlar berilgan. Bir vaqtning o'zida ikkita **ax**=38, **bx**=30 tenglamani qanoatlantiradigan **x** vektor topilsin.

1213. a={3, -2}, b={-5, 1}, c={0, 4} vektorlar berilgan.

1) $\mathbf{3a^2–4ab+5b^2–6bc–2c^2}$**;**

2) $\mathbf{2(ab)c–3b^2a+(ac)b}$ topilsin.

1214. {7, -4} vektorning **{-8, 6}** vektorga parallel bo'lgandagi proyeksiyaning son qiymati topilsin.

1215. Koordinatalari bilan berilgan **a, b** vektorlarning skalyar ko'paytmasi hisoblansin:

1) **a={3, 5, 7}, b={-2, 6, 1}**

2) **a={3, 0, -6}, b={2, -4, 0}**

3) **a={2, 5, 1}, b={3, -2, 4}**

1216. Koordinatalari bilan berilgan quyidagi **a, b** vektorlar orasidagi α burchak topilsin:

1) **a={8, 4, 1}, b={2, -2, 1};**

2) **a={2, 5, 4}, b={6, 0, -3}.**

1217. a={5, -6, 1}, b={-4, 3, 0}, c={5, -8, 10} vektorlar berilgan.

1) $\mathbf{3a^2–4ab+2c^2}$**;**

2) $\mathbf{2a^2+4b^2–5c^2}$**;**

3) **3ab–4bc–5ac**

ifodalar hisoblansin.

1218. a={3, 1, 2}, b={2, 7, 4}, c={1, 2, 1} vektorlar berilgan.

1) **(ab)c;**

2) $\mathbf{a^2(bc)}$**;**

3) $\mathbf{a^2b+b^2c+c^2a}$ topilsin.

1219. {8,4,1} vektorning **{2, -2, 1}** vektorga parallel bo'lgan o'qdagi proyeksiyasining son qiymati topilsin.

1220. a={11, 10, 2}, b={4, 0, 3} vektorlar berilgan. **a, b** vektorlarga perpendikular, uzunligi birga teng hamda **a, b, c** vektorlar uchligi ortonormallangan bazisning $\mathbf{e_1}$, $\mathbf{e_2}$, $\mathbf{e_3}$ birlik vektorlari kabi oriyentatsiyaga ega bo'ladigan **c** vektor topilsin.

1221. a={1, 1, 1}, b={1, 0, 0} vektorlar berilgan. **a** vektorga perpendikular va **b** vektor bilan 60^0 burchak hosil qiluvchi va yo'nalish jihatdan **a, b, c** vektorlar ortonormallangan bazisning $\mathbf{e_1}$, $\mathbf{e_2}$, $\mathbf{e_3}$ birlik vektorlari bilan bir xil oriyentatsiyaga ega bo'ladigan birlik **c** vektor topilsin.

1222. Bir nuqtadan chiquvchi **a={8, 4, 1}, b={2, -2, 1}** vektorlar berilgan. Shu nuqtadan chiqadigan va **a** vektorga perpendikular, uzunligi **a** vektorning uzunligiga teng **a, b** vektorlar bilan komplanar, shuningdek **b** vektor bilan o'tkir burchak hosil qiladigan **c** vektor topilsin.

1223. a={3, -2, 4}, b={5, 1, 6}, c={-3, 0, 2} vektorlar berilgan. Bir vaqtning o'zida **ax**=4, **bx=**35, **cx**=0 tenglamalarni qanoatlantiradigan **x** vektor topilsin.

5 §. Vektor ko'paytma, aralash ko'paytma

1224. **a, b** vektorlarni bilgan holda:

1) $[(a+b)(a-b)]$;

2) $[a(a+b)]$;

3) $\left[\frac{a+b}{2}\left(b-\frac{a}{2}\right)\right]$ topilsin.

1225. $\mathbf{[a\ b]^2+(a\ b)^2=a^2b^2}$ ekanligini ko'rsating.

1226. Agar uchta **a, b, c** vektorlar kollinear bo'lmasa, **[a b]=[b c]=[c a]** tenglikdan **a+b+c=0** munosabatning kelib chiqishini ko'rsating va aksincha.

1227. $\mathbf{[a\ (b+\lambda a)]=[(a+\mu b)\ b]=[a\ b]}$ ekanligini ko'rsating.

1228. Ushbu **[a b]+[b c]+[c a]=0** munosabat o'rinli bo'lsa, **a, b, c** vektorlarning komplanarligini ko'rsating.

1229. Bir nuqtadan chiquvchi uchta komplanar **a, b, c** vektorlar berilgan. Ularning oxirlaridan o'tgan tekislikning **[a b]+[b c]+[c a]** vektorga perpendikularligini ko'rsatilsin.

1230. **[a b], [b c], [c a]** vektorlar komplanar bo'lsa, ularning kollinearligi ko'rsatilsin.

1231. Oriyentatsiyalangan fazoda bitta nuqtadan chiquvchi ikkita perpendikular **a, b** vektor berilgan. **b** vektorni **a** vektor atrofida 90^0 burchakka burganimizda hosil bo'ladigan va shu bilan birga **a, b, c** vektorlarning oriyentatsiyasi ortonormallashgan bazisdagi $\mathbf{e_1}$, $\mathbf{e_2}$, $\mathbf{e_3}$ birlik vektorlarning oriyentatsiyasi bilan bir xil bo'ladigan **c** vektor topilsin.

1232. Quyidagi hollarning har birida **[a b]** vektor ko'paytma topilsin:

1) **a={2, 3, 1}, b={5, 6, 4};**

2) **a={5, -2, 1}, b={4, 0, 6};**

3) **a={-2, 6, -4}, b={3, -9, 6}.**

1233. **a={8, 4, 1}, b={2, -2, 1}** vektorlardan yasalgan parallelogramm yuzi hisoblansin.

1234. **a={3, 1, 2}, b={2, 7, 4} c={1, 2, 1}** vektorlar berilgan. 1) **abc;** 2) **[[a b]c]** 3) **[a [b c]]** topilsin.

1235. Ayniyatlar isbotlansin:

1) $[ab][cd] = \begin{vmatrix} ac & \mathrm{ad} \\ \mathrm{bc} & \mathrm{bd} \end{vmatrix}$;

2) $[[ab][cd]] = c(abd) - d(abc) = b(acd) - a(bcd)$;

3) $(abc)d = (dbc)a + (dca)b + (dab)c$;

4) $(abc)(xyz) = \begin{vmatrix} xa & xb & xc \\ ya & yb & yc \\ za & zb & zc \end{vmatrix}$;

5) $(abc)^2 = \begin{vmatrix} a^2 & \mathrm{ab} & \mathrm{ac} \\ \mathrm{ba} & \mathrm{b}^2 & \mathrm{bc} \\ \mathrm{ca} & \mathrm{cb} & \mathrm{c}^2 \end{vmatrix}$.

1236. Qanday shartlarda **[[ab]c]=[a[bc]]** bo'ladi?

1237. Uchta nokomplanar **a, b, c** vektorlar berilgan. **ax=**α, **bx=**β, **cx=**γ tenglamalar sistemasini qanoatlantiradigan **x** vektor topilsin.

1238. $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$ va $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$, $\mathbf{b}_3$ vektorlardan tuzilgan uchliklar uchun

$$a_i b_k = \begin{cases} 0 \text{ agar i} \neq \text{k}; \\ 1 \text{ agar i} = \text{k} \end{cases}$$

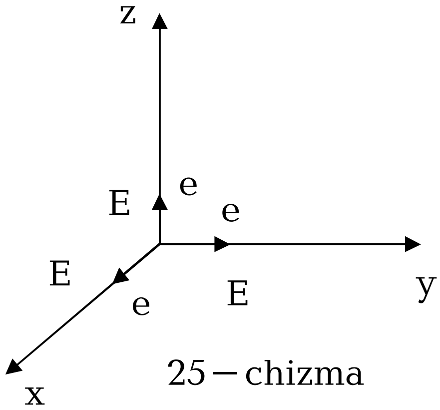
munosabatlar o'rinli bo'lsa, ular o'zarolik munosabatida deb aytiladi.

Skalyar va vektor ko'paytirish operatsiyalari yordamida $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$ uchligiga o'zarolik munosabatida bo'lgan $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$, $\mathbf{b}_3$ uchlik topilsin.

1239. **a={2, 1, -1}, $\mathbf{a}_2$={-3, 0, 2}, $\mathbf{a}_3$={5, 1, -2}** vektorlar uchligiga o'zarolik munosabatida bo'lgan uchlik topilsin (oldingi misolga qarang).

XI BOB
FAZODAGI KOORDINATALAR

Bitta O nuqtadan o'tib, bitta tekislikda yotmaydigan 0x,0y,0z to'g'ri chiziqlarga $\boldsymbol{e_1, e_2, e_3}$ vektorlar qo'yilgan bo'lsin. Ana shu uchta to'g'ri chiziq ularga 0 nuqtadan qo'yilgan $\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2,\mathbf{e}_3$ vektorlar bilan birga koordinatalarning umumiy dekart yoki affin sistemasini tashkil qiladi (25-chizma). O nuqta koordinatalar boshi deyiladi.

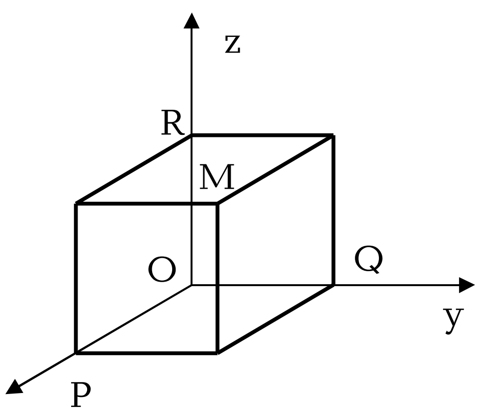


25 – chizma

0x, 0y, 0z to'g'ri chiziqlar ularga qo'yilgan $\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2,\mathbf{e}_3$ vektolar bilan koordinata o'qlari: *0x*-abssissa o'qi, *0y*-ordinata o'qi va *0z*-applikata o'qi deyiladi. *0yz*, *0zx* va *0xy* tekisliklar koordinata tekisliklari deb ataladi. $\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2,\mathbf{e}_3$ vektorlar mos ravishda *0x,0y,0z* nuqtalarning masshtab vektorlari deyiladi. O nuqtadan qo'yilgan masshtab vektorlarning oxirlari E_1,E_2,E_3 –koordinata o'qlarining birlik nuqtalari deyiladi.

Agar $\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2,\mathbf{e}_3$ masshtab vektorlar o'zaro perpendikular va ularning modullari birga teng bo'lsa, koordinatalar sistemasi to'g'ri burchakli deyiladi. Bunday olda $\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2,\mathbf{e}_3$ vektorlar **i,j,k** kabi belgilanadi.

M-fazoning ixtiyoriy nuqtasi bo'lsin. Bu nuqta orqali koordinata tekisliklariga *0zy, 0xz, 0xy* parallel tekisliklar o'tkazamiz.



26 – chizma

Bu tekisliklarning *0x*,*0y*,*0z* o'qlari bilan kesishish nuqtalari mos ravishda *P,Q,R* deb belgilaymiz (26-chizma). P nuqtaning boshi 0 nuqtada joylashgan, *0x* o'qdagi $\mathbf{e}_1$ o'lchov vektordagi koordinatasi x bo'lsin, Q nuqtaning boshi O nuqtada bo'lgan Oy o'qdagi $\mathbf{e}_2$ masshtab vektordagi koordinatasi y va R nuqtaning 0z o'qdagi boshi 0 nuqtada bo'lgan $\mathbf{e}_3$ masshtab vektordagi koordinatasi z bo'lsin.

x,y,z sonlar M nuqtaning 0xyz sistemadagi koordinatalari deyiladi.

Agar M nuqta $0xy$ tekislikda yotsa, $z=0$,$0yz$ tekisligida yotsa, $x=0,$ Oxz tekislikda yotsa, $y=0,$ bo'ladi va aksincha. Koordinatalar boshi 0 va birlik E_1,E_2,E_3 nuqtalar quyidagi koordinatalarga ega:

$0(0,0,0),\ E_1(1,0,0),\ E_2(0,1,0),\ E_3(0,0,1)$

Agar fazoda boshi 0 nuqtadagi masshtab vektorlari $\boldsymbol{e}_1,\ \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{e}_3$ bo'lgan umumiy dekart koordinatalar sistemasi kiritilgan bo'lsa, u holda M nuqtaning koordinatalari $\boldsymbol{r}=\overrightarrow{0M}$ radius-vektorning $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_3$ bazisga nisbatan koordinatalari bo'ladi. Oxirlari $M_1(x_1,y_1,z_1)$ va $M_2(x_2,y_2,z_2)$ bo'lgan M_1M_2 kesmani

$$\lambda=\frac{\overrightarrow{M_1M}}{\overrightarrow{MM_2}}$$

nisbatda bo'lgan M(x,y,z) nuqtaning koordinatalari quyidagi munosabatdan aniqlanadi.

$$x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\ y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda},\ z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}.$$

Agar $r,r_1.r_2$ vektorlar –M,M_1,M_2 nuqtalarning radius-vektorlari bo'lsa va M nuqta M_1M_2 kesmani λ nisbatda bo'lsa, u holda

$$r=\frac{r_1+\lambda r_2}{1+\lambda}.$$

Xususan, kesma o'rtasining koordinatalari uchlarining koordinatalari yig'indisining yarmiga teng:

$$x=\frac{x_1+x_2}{2},y=\frac{y_1+y_2}{2},z=\frac{z_1+z_2}{2}.$$

Yoki vektor ko'rinishda:

$$r=\frac{r_1+r_2}{2}.$$

Koordinatalar sistemasi to'g'ri burchakli bo'lsa, M(x,y,z) nuqtadan (yoki M(r)dan) koordinatalar boshigacha masofa quyidagi formuladan topiladi:

$$r = |r| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\ .$$

$\overrightarrow{0M}$ vektorning koordinata o'qlari bilan hosil qilgan α, β, γ burchaklarning kosinuslari bu vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari deyiladi.

Agar $\overrightarrow{0M} = \{x, y, z\}$ bo'lsa u holda

$$\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}};\cos\beta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}};\cos\gamma = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

bundan:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1\,.$$

M(x_1,y_1,z_1), M(x_2,y_2,z_2) nuqtalar (yoki $M_1(r_1)$,$M_2(r_2)$) orasidagi masofa quyidagi formuladan hisoblanadi:

$$d = |r_2 - r_1| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}\ .$$

Boshi $M_1(x_1,y_1,z_1)$ va oxiri $M_2(x_2,y_2,z_2)$ bo'lgan $\overrightarrow{M_1M_2}$ vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari quyidagi formuladan hisoblanadi:

$$\cos\alpha = \frac{x_2 - x_1}{d},\ \cos\beta = \frac{y_2 - y_1}{d},\ \cos\gamma = \frac{z_2 - z_1}{d}\,.$$

Uchlari $M_1(x_1,y_1,z_1)$, $M_2(x_2,y_2,z_2)$, $M_3(x_3,y_3,z_3)$, $M_4(x_4,y_4,z_4)$ yoki $M_1(r_1)$, $M_2(r_2)$, $M_3(r_3)$, $M_4(r_4)$ bilan berilagan tetraedrning hajmi quyidagicha topiladi:

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix}$$

yoki

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} x_1 - x_4 & y_1 - y_4 & z_1 - z_4 \\ x_2 - x_4 & y_2 - y_4 & z_2 - z_4 \\ x_3 - x_4 & y_3 - y_4 & z_3 - z_4 \end{vmatrix},$$

yoki

$$V = \frac{1}{6}(r_1 - r_4)(r_2 - r_4)(r_3 - r_4).$$

Agar $\overrightarrow{M_4M_1}, \overrightarrow{M_4M_2}, \overrightarrow{M_4M_3}$ vektorlar koordinatalar sistemasi kabi oriyentirlangan bo'lsa V>0 , aks holda V<0.

Oxirlari $M_1(x_1,y_1,z_1)$, $M_2(x_2,y_2,z_2)$ bo'lgan $\overrightarrow{M_1M_2}$ vektorning x,y,z koordinatalari quyidagi munosabatlardan aniqlanadi:

$$x = x_2 - x_1,$$

$$y = y_2 - y_1,$$

$$z = z_2 - z_1.$$

To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida $M_1(x_1,y_1,z_1)$, $M_1(x_2,y_2,z_2)$, $M_3(x_3,y_3,z_3)$ uchlari bilan berilgan uchburchakning yuzi quyidagi formuladan hisoblanadi:

$$S = \frac{1}{2}\sqrt{\begin{vmatrix} y_1 & z_1 & 1 \\ y_2 & z_2 & 1 \\ y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} z_1 & x_1 & 1 \\ z_2 & x_2 & 1 \\ z_3 & x_3 & 1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}^2},$$

yoki

$$S = \frac{1}{2}\sqrt{\begin{vmatrix} y_1 - y_3 & z_1 - z_3 \\ y_2 - y_3 & z_2 - z_3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} z_1 - z_3 & x_1 - x_3 \\ z_2 - z_3 & x_2 - x_3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 \end{vmatrix}^2},$$

yoki

$$S = \frac{1}{2}\sqrt{[(r_1 - r_3)(r_2 - r_3)]^2};$$

bu yerda r_1, r_2, r_3 vektorlar- M_1, M_2, M_3 nuqtalarning radius-vektorlari. Agar ikkita *0xyz* , 0'x'y'z' koordinatalar sistemasi berilgan bo'lsa, va

$\overrightarrow{0`E`_1} = \{a_1, a_2, a_3\}, \overrightarrow{0`E`_2} = \{b_1, b_2, b_3\}, \overrightarrow{0`E`_3} = \{c_1, c_2, c_3\}$,0\`($d_1$, $d_2$, $d_3$) bo'lsa, u holda M nuqtaning 0xyz ga nisbatan x,y,z koordinatalari shu nuqtaning 0\`x\`y\`z\` sistemaga nisbatan x\`,y\`,z\` koordinatalari orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$x = a_1x` + b_1y` + c_1z` + d_1\ ,\ y = a_2x` + b_2y` + c_2z` + d_2\ ,\ z = a_3x` + b_3y` + c_3z` + d_3\ .$$

Xususan, ikkala koordinatalar sistemasi ham to'g'ri burchakli bo'lsa,

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$$

matritsa ortoganal matritsa bo'ladi, ya'ni har bir satr kvadratlarining yig'indisi birga teng, va ikki satr elementlari ko'paytmalarining yig'indisi 0 ga teng bo'ladi. Bu holda a_1, a_2, a_3 lar 0xyz sistemada $l`_1 = \overrightarrow{0`E`_1}$ masshtab vektorning $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ burchaklarning kosinuslari bo'ladi. $b_1$, $b_2$, $b_3$ -$l`_2 = \overrightarrow{0`E`_2}$ vektorning 0xyz sistemadagi $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ burchaklarning kosinuslari C_1, C_2, C_3-$l`_3 = \overrightarrow{0`E`_3}$ vektorning 0xyz sistemadagi $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ burchaklarning kosinuslari bo'ladi, bundan o'tish formulalar quyidagi ko'rinishni oladi:

$$x = x`\cos\alpha_1 + y`\cos\alpha_2 + z`\cos\alpha_3 + d_1,$$

$$y = x`\cos\beta_1 + y`\cos\beta_2 + z`\cos\beta_3 + d_2,$$

$$z = x`\cos\gamma_1 + y`\cos\gamma_2 + z`\cos\gamma_3 + d_3.$$

Xususan, faqat burish bajarilsa,

$$x = x`\cos\alpha_1 + y`\cos\alpha_2 + z`\cos\alpha_3,$$

$$y = x`\cos\beta_1 + y`\cos\beta_2 + z`\cos\beta_3,$$

$$z = x`\cos\gamma_1 + y`\cos\gamma_2 + z`\cos\gamma_3.$$

Bulardan:

$$x` = x\cos\alpha_1 + y\cos\beta_1 + z\cos\gamma_1,$$

$$y` = x\cos\alpha_2 + y\cos\beta_2 + z\cos\gamma_2,$$

$$z` = x\cos\alpha_3 + y\cos\beta_3 + z\cos\gamma_3.$$

Fazoda to'g'ri burchakli 0xyz dekart koordinatalar sistemasini kiritamiz. Faraz qilaylik M 0z o'qida yotmaydigan fazoning ixtiyoriy nuqtasi bo'lsin.

M nuqta orqali 0xy tekisligiga perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazamiz va bu perpendikular bilan tekislikning kesishish nuqtasini Q bilan belgilaymiz. Q nuqtani 0 nuqta bilan tutashtiramiz. M nuqtaning sferik koordinatalari deb quyidagi sonlarga aytiladi:

1) M nuqtadan koordinatalar boshi O gacha bo'lgan masofa-r (qutb radiusi);
2) 0xy koordinatalar sistemasida Ox o'qidan musbat yo'nalishi bo'yicha OQ nurgacha bo'lgan burchak-φ (uzoqlik);
3) OM va OQ nurlar orasidagi θ burchak (kenglik) deb M nuqtaning z applikatasi musbat bo'lsa θ>0 va z<0 bo'lsa, θ<0; $z=0$ holda $\theta=0$ deb hisoblaymiz.

Nuqta sferik koordinatalarining ta'rifidan:

$$0 < r < +\infty, 0 \le \varphi < 2\pi, -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$$

ekani kelib chiqadi.

Dekart koordinatalarining sferik koordinatalar orqali ifodalari:

$$x = r\cos\varphi\cos\theta, y = r\sin\varphi\cos\theta, z = r\sin\theta,$$

aksincha:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

$$\cos\varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$\sin\varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$\sin\theta = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

M nuqtaning silindrik koordinatalari deb: M nuqtaning $0xy$ tekislikdagi proyeksiyasi Q ning (ρ, φ) qutb koordinatalari va M nuqtaning z applikatasiga aytiladi.

1 §. Ikki nuqta orasidagi masofa.
vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari

1240. *A(3,1,-2),B(-2,1,4),C(-3,-2,1),D(1,0,-4)* nuqtalarni ixtiyoriy dekart koordinatalar sistemasida yasang.

1241. Parallelepipedning bitta uchidan chiqqan uchta qirrasi koordinata o'qlarning birlik vektorlari deb qabul qilingan. Shu koordinatalar sistemasida uning hamma uchlari topilsin.

1242. *M(x,y,z)* nuqta berilgan. Shu nuqtaga: 1) koordinatalar boshiga: 2) *0xy* tekisligiga: 3) 0z o'qiga nisbatan simmetrik nuqtaning koordinatalari topilsin.

1243. *M(x,y,z)* nuqta berilgan. Uning 1) *0x* o'qdagi; 2) *Oyz* tekisligidagi proyeksiyasi topilsin.

1244. M(x,y,z) nuqtadan koordinata o'qlarigacha masofa topilsin.

1245. Uchinchi oktantda koordinata o'qlaridan $d_x = 5, d_y = 3\sqrt{5} \quad d_z = 2\sqrt{13}$ masofada joylashgan nuqta topilsin.

1246. $\overrightarrow{OP} = \{3,2,6\}$ vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari topilsin.

1247. Nur ikkita koordinata o'qlari bilan 60^0 li burchaklar hosil qiladi. Uchinchi o'qqa qanday burchak ostida og'ishgan?

1248. $\overrightarrow{OM}$ vektor *0x* o'qiga 45^0 burchak ostida 0z o'qiga 60^0 burchak ostida og'ishgan va uning uzunligi 8 ga teng bo'lsa, M ning koordinatalari topilsin.

1249. $\overrightarrow{OB} = \{6,2,9\}$ vektorning *Oyz*, *Ozx*, *Oxy* tekisliklari bilan tashkil qilgan burchaklari $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ topilsin.

1250. Koordinata boshidan chiqqan nur koordinata o'qlari bilan α, β, γ burchaklar hosil qilsin. Bu nurning 0xy tekisligidagi proyeksiyasining yo'naltiruvchi kosinuslari topilsin.

1251. Koordinata boshidan chiqqan ikkita nur koordinata o'qlari bilan $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ va $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ burchaklar hosil qiladi. Bu nurlar orasidagi burchak bissektrisasining yo'naltiruvchi kosinuslari topilsin.

1252.Koordinata boshidan koordinata o'qlari bilan $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ va $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ burchaklar hosil qilgan ikkita OM_1, OM_2 nur chiqadi. Koordinatalar boshidan chiqib ikkala OM_1, OM_2 nurga perpendikular bo'lgan OM nurning yo'naltiruvchi kosinuslari topilsin (bunda OM_1, OM_2, OM nurlar koordinata o'qlari Ox,Oy,Oz kabi oriyentatsiyaga ega deb faraz qilinadi).

1253. Agar tekislik koordinata o'qlaridan mos ravishda a,b,c ga teng kesmalarni ajratsa, u holda koordinatalar boshidan bu tekislikka tushirilgan perpendikularning *R* uzunligi quyidagi munosabatni qanoatlantarishini isbotlang:

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{p^2}.$$

1254. Quydagi hollarning har birida *A,B* nuqtalar orasidagi masofa topilsin.

1)A(3,5,1), B(7,8,4);

2)A(-3,0,4),B(-2,-4,6).

1255. Oy o'qida A(3,1,0) va, B(-2,4,1) nuqtalardan bir xil uzoqlikdagi nuqta topilsin.

1256. 0xz tekisligida A(1,1,1),B(-1,1,0) va C(3,1,-1) nuqtalardan teng uzoqlashgan nuqta topilsin.

1257. Berilgan to'rtta A(1,2,3),B(5,2,3),C(2,5,3),D(1,2,-1) nuqtalardan o'tuvchi sferaning markazi va radiusi topilsin.

1258. Koordinata tekisliklarida, koordinatalar boshi bilan birgalikda qirralari birga teng bo'lgan muntazam tetraedrning uchlari bo'ladigan nuqtalarni toping .

1259. Boshi *A(-2;1;3)*, oxiri *B(0;-1;2)* nuqtalarda bo'lgan $\overrightarrow{AB}$ vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari va uzunligi topilsin.

1260. Boshi *A(-2;1;3)* nuqtada bo'lib, koordinata o'qlari bilan hosil qilgan burchaklari $\sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma = 3:4:5$ shartni qanoatlantiruvchi uzunligi 15 ga teng bo'lgan vektor oxirining koordinatalari topilsin.

1261. Birinchi koordinatalari mos ravishda $x=7,\ y=6$ ga teng bo'lib, uzunligi 11 ga teng vektorning uchi *A(2;-1;5)* nuqtada joylashgan bo'lsa, bu vektor oxirining koordinatalari topilsin.

1262.*OM* vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari $\frac{2}{7};\frac{3}{7};\frac{6}{7}$ ekanini bilgan holda, *A(0;0;12)* nuqtadan 7 birlik masofada joylashgan *M* nuqtaning koordinatalari topilsin.

1263. *Ox* o'qi bilan 30^0 li burchak tashkil qiluvchi *Oxy* tekislikdagi nur va *Ox* o'qi bilan 60^0 li burchak hosil qiluvchi *Oxz* tekislikda joylashgan nur orasidagi burchak topilsin.

1264. Uchlari *A(2;-1;3), B(4,0,1), C(-10,5,3)* nuqtalarda joylashgan uchburchak berilgan. Uning *B* burchagi bissektrisasining yo'naltiruvchi kosinuslari topilsin.

1265. Uchlari *A(1;2;-4), B(4,0,-10), C(-2,6,8)* nuqtalarda joylashgan uchburchak ichki burchaklari aniqlansin.

1266. *xOz* va *yOz* burchaklar bissektrisalari orasidagi burchak topilsin.

1267. *Oz* o'qiga hamda *A(1;-1;4), B(-3,2,4)* nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziqning yo'nalishini toping.

1268. Koordinata o'qlaridan mos ravishda 1,2,3 ga teng kesmalar ajratilgan. Bu kesmalarning oxirlari to'g'ri chiziqlar yordamida tutashtirilgan. Hosil bo'lgan uchburchakning yuzasi topilsin.

1269. Uchlari $A(-1;0;-1)$, $B(0;2;-3)$, $C(4;4;1)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchakning yuzasi topilsin.

1270. Parallelogrammning ketma-ket keluvchi *A(3;0;4), B(1,2,3), C(9,6,4)* uchlari berilgan. Uning

1) to'rtinchi uchini;

2) diagonallarining kesishish nuqtasini;

3) *B* uchidagi burchagini;

4) *AC* diagonali uzunligini;

5) yuzasini toping.

1271. Bir uchi koordinata boshida bo'lib, shu uchdan chiquvchi qirralarining oxirlari *(2;3;6), (8;4;1), (2;-2;1)* nuqtalarda bo'lgan parallelepipedning hajmi topilsin.

1272. Affin fazoda uchlari $M_1(-3;2;4)$, $M_2(6;0;1)$ nuqtalarda bo'lgan M_1M_2 kesmani 1) $\lambda = 2$; 2) $\lambda = -\frac{3}{4}$ nisbatda bo'luvchi nuqta topilsin.

2 §. Kesmani berilgan nisbatda bo'lish

1273. Affin fazoda $M_1(-3;2;4)$ va $M_2(6;0;1)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqlarda *Oxz* tekisligida yotuvchi nuqta topilsin.

1274. AB kesma besh bo'lakka bo'lingan: birinchi bo'luvchi nuqtasi $C(3;-5;7)$ va oxirgi bo'luvchi nuqtasi $F(-2;4-8)$ ma'lum. Kesma uchlarining koordinatalari va qolgan bo'luvchi nuqtalarning koordinatalari topilsin.

1275. Uchburchakning ikkita $A(-4;-1;2)$, $B(3;5;-16)$ uchlari berilgan. AC tomon o'rtasi Oy o'qda, va BC tomonning o'rtasi Oxy tekislikda yotganligini bilgan holda uning uchinchi C uchi topilsin.

1276. Uchlari $A(2;-1;7)$, $B(4;5;-2)$ nuqtalarda bo'lgan AB kesmani koordinata tekisliklarining har biri qanday nisbatda bo'ladi?

1277. Ikkita to'g'ri chiziq berilgan: ulardan biri $A(-3;5;15)$, $B(0;0;7)$ nuqtalardan, ikkinchisi esa $C(2;-1;4)$, $D(4;-3;0)$ nuqtalardan o'tadi. Bu to'g'ri chiziqlarning kesishish, kesishmasligi aniqlansin. Kesishgan holda kesishish nuqtasi topilsin.

1278. Ikkita $A(8;-6;7)$, $B(-20;15;10)$ nuqtalar berilgan. AB to'g'ri chiziqning koordinata o'qlaridan qaysi biri bilan kesishishi aniqlansin.

1279.* Tetraedrning qarama-qarshi qirralari o'rtalarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlarning bitta nuqtada kesishishini va shu nuqtada teng ikkiga bo'linishini isbotlang. Xuddi shu nuqtada tetraedrning uchlarini qarama-qarshi yoqlarining og'irlik markazlari bilan tutashtiradigan to'g'ri chiziqlar ham kesishishini isbotlang va shu nuqtada qanday nisbatda bo'linishini toping.

1280.* Parallelepipedning bir uchidan chiqqan uchta qirrasi oxirlaridan o'tkazilgan tekislik shu uchdan chiqqan dioganalni qanday nisbatda bo'ladi?

1281.* $A_1A_2A_3A_4$ tetraedrning uchlari ixtiyoriy olingan K nuqta bilan tutashtirilgan. A_1K, A_2K, A_3K, A_4K to'g'ri chiziqlar qarama-qarshi $A_2A_3A_4$, $A_3A_1A_4$, $A_4A_1A_2$, $A_1A_2A_3$ yoqlar bilan mos ravishda A_1', A_2' A_3' A_4' nuqtalarda kesishsin. $\frac{\overrightarrow{KA_1'}}{\overrightarrow{A_1A_1'}}+\frac{\overrightarrow{KA_2'}}{\overrightarrow{A_2A_2'}}+\frac{\overrightarrow{KA_3'}}{\overrightarrow{A_3A_3'}}+\frac{\overrightarrow{KA_4'}}{\overrightarrow{A_4A_4'}}=1$ ekanligi isbotlansin.

3 §. Sferik va silindrik koordinatalar

1282. $A(8;4;1), B(-2;-2;-1), C(0;-4;3), D(1;-1;-1), E(0;1;0)$ nuqtalarning sferik koordinatalari topilsin.

1283. OM nurning Ox, Oy o'qlar bilan mos ravishda $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ ga teng burchaklar hosil qilishini va M nuqta uchinchi koordinatasining $z=-1$ ekanligini bilgan holda, M nuqtaning sferik koordinatalari topilsin.

1284. Radiusi birga teng sferada, kengligi $\theta=45^0$ va uzoqligi $\varphi=330^0$ bo'lgan nuqtaning dekart koordinatasi topilsin.

1285. Radiusi r ga teng shar sirtida yotgan ikkita nuqtaning θ_1, θ_2 kenglik va φ_1, φ_2 uzoqliklarini bilgan holda, ular orasidagi masofa topilsin (masofa berilgan nuqtalarni tutashtiradigan katta aylana yoyi bo'yicha hisoblanadi).

1286. $A(3;4;5), B(1;-1;-1), C(-6;0;8)$ nuqtalarning dekart koordinatalari bo'yicha ularning silindrik koordinatalari topilsin.

1287. OM nurning koordinata o'qlari bilan 60^0, 60^0, 135^0 burchak hosil qilishini va OM kesmaning uzunligi birga tengligini bilgan holda M nuqtaning silindrik koordinatalari topilsin.

1288. M nuqtaning silindrik koordinatalari (ρ, φ, h) ni bilgan holda $\overrightarrow{OM}$ vektorning Ox o'qi bilan hosil qilgan burchagi topilsin.

4 §. Kordinatalarni almashtirish

1289. Parallelepipedning bitta uchidan chiqadigan qirralari birinchi sistemaning birlik vektorlari bo'lsa, va shu uchga qarama-qarshi turgan uchidagi qirralar ikkinchi sistemaning birlik vektorlari deb qabul qilinsa, birinchi sistemadan ikkinchi sistemaga o'tish formulalari yozilsin.

1290. Parallelepipedning bir uchidan chiqqan uchta qirrasi birinchi sistemaning $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ birlik vektorlari deb olingan. Ikkinchi sistemaning birlik vektorlari esa parallelepiped markazini $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ vektorlar orqali o'tadigan yoqlar markazlarini birlashtiruvchi kesmalar olingan. Birinchi sistemadan ikkinchi sistemaga o'tish formulalari yozilsin.

1291. $Oxyz$, $O'x'y'z'$ koordinatalar sistemasi berilgan. Ikkinchi sistemaning boshi birinchi sistemaga nisbatan $O'(2;1;3)$ nuqtada joylashgan bo'lib, birlik vektorlari esa quyidagicha: $\overrightarrow{e_1'}\{2;4;1\}, \overrightarrow{e_2'}\{(0;4;4\}, \overrightarrow{e_3'}(1;1;0)$

1) Nuqtalarning birinchi sistemadagi koordinatalarini ikkinchi sistemaga nisbatan kordinatalari orqali ifodalarini yozing;

2) nuqtalarning ikkinchi sistemadagi koordinatalarini birinchi sistemaga nisbatan koordinatalari orqali ifodalarini yozing;

3) Birinchi sistemaning koordinatalar boshi O va birlik vektorlari $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ ning koordinatalari ikkinchi sistemaga nisbatan topilsin.

1292. Nuqtalarning $Oxyz$ sistemadagi x, y, z koordinatalari $O'x'y'z'$ sistemadagi x', y', z' koordinatalari orqali quyidagicha ifodalangan:

$x = -2x' - y' - z' - 1,\quad y = -y' - z',\quad z = x' + 3y' + z' + 1$;

1) x', y', z' koordinatalar x, y, z orqali ifodalansin;

2) O' va $\vec{e_1}', \vec{e_2}', \vec{e_3}'$ ning koordinatalari birinchi sistemaga nisbatan topilsin;

3) Birinchi sistemaning koordinatalar boshi O va $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ birlik vektorlar koordinatalarini ikkinchi sistemaga nisbatan topilsin.

1293. Birinchi sistemaning birlik vektorlari sifatida $OABC$ tetraedrning bitta O nuqtadan chiqqan $OA,, OB, OC$ qirralari, ikkinchi sistemaning birlik vektorlari sifatida BOC, COA, AOB yoqlarning OD, OE, OF medianalari qabul qilingan. Tetraedr uchlarining koordinatalari ikkinchi sistemaga nisbatan topilsin.

1294. Parallelepipedning O uchidan chiqqan OA, OB, OC qirralari birinchi sistemaning $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ birlik vektorlari deb, BOC, COA, OAB yoqlarning O uchidan chiqqan diogonallari ikkinchi sistemaning $\vec{e_1}', \vec{e_2}', \vec{e_3}'$ birlik vektorlari deb olib, parallelepiped yoqlari markazlarining koordinatalari topilsin.

1295. Parallelepipedning bir uchidan chiqqan OA, OB, OC qirralari birinchi sistemaning $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ birlik, O nuqta orqali o'tmagan, lekin A, B, C nuqtalarni o'z ichiga olgan yoqlarning markazini O nuqta bilan tutashtirishdan hosil bo'lgan vektorlar mos ravishda ikkinchi sistemaning $\vec{e_1}', \vec{e_2}', \vec{e_3}'$ birlik vektorlari deb olingan. Parallelepiped uchlarini ikkala sistemadagi koordinatalari topilsin.

1296. * Vektorlarning $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ va $\vec{e_1}*, \vec{e_2}*, \vec{e_3}*$ uchtaliklari uchun ushbu shartlar: $\vec{e_i} \cdot \vec{e_k}* = \begin{cases} 0, & i \neq k \\ 1, & i = k \end{cases}$ bajarilsa, bu uchliklar o'zarolik munosabatda deb aytiladi. $\vec{a}$

vektorning $\vec{e_1}^*, \vec{e_2}^*, \vec{e_3}^*$ sistemadagi x_1^*, x_2^*, x_3^* koordinatalarini uning $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ sistemaga nisbatan x_1, x_2, x_3 koordinatalari orqali ifodalang.

1297. * Boshlang'ich O nuqtasi umumiy bo'lgan $Oxyz, Ox'y'z'$ koordinata sistemalari berilgan. Birinchi sistema to'g'ri burchakli. Ikkinchi sistemadagi Ox' o'qning musbat yo'nalishi deb Ox, Oz o'qlar musbat yo'nalishlari orasidagi xOz burchak bissektrisasi qabul qilingan: Oy' o'qning musbat yo'nalishi deb Oy, Oz o'qlar musbat yo'nalishlari orasidagi yOz burchak bissektrisasi olingan. Oz' o'q Ox', Oy' o'qlarga perpendikular bo'lib, uning musbat yo'nalishi esa, $Oxyz$, $Ox'y'z'$ sistemalar bir xil oriyentatsiyaga ega bo'ladigan qilib olingan. Ox', Oy', Oz' o'qlarning uchalasi uchun ham masshtab birligi bir xil va $Oxyz$ sistemadagi birlik kesmadan farq qilmaydi. Nuqtalarning birinchi sistemadagi koordinatalarini ikkinchi sistemadagi koordinatalari orqali ifodalang.

1298. Ikkita sistema berilgan: birinchi sistemaning o'qlari orasidagi burchaklari 60^0 dan ikkinchisiniki 90^0 dan O umumiy koordinata boshi va ularning birlik vektorlarining uzunliklari teng. Agar Ox, Ox' o'qlar ustma-ust tushsa, Oy' o'q Oxy tekislikda yotsa va Oy o'q bilan 30^0 burchak hosil qilsa, Oz, Oz' o'qlarning musbat yo'nalishini ko'rsatadigan nurlar esa Oxy tekislikning bitta tomonida yotsa, o'tkir burchakli sistemadan to'g'ri burchakli sistemaga o'tish formulalari yozilsin.

1299. Boshi umumiy bo'lgan $Oxyz, O'x'y'z'$ dan iborat ikkita sistema berilgan bo'lib, ikkala sistemadagi barcha o'qlardagi birlik vektorlar ham bir xil uzunlikka ega. Birinchi sistema-to'g'ri burchakli; ikkinchi sistemadagi Ox' o'qning musbat yo'nalishi xOz burchak bissektrisasi, Oy' o'qning musbat yo'nalishi yOz burchak bissektrisasidan iborat: Oz' o'q esa Ox o'q bo'ylab yo'nalgan bo'lib, uning musbat yo'nalishi ikkala sistemaning oriyentatsiyasi bir xil bo'lishini ta'min etadigan qilib olingan. Nuqtalarning birinchi sistemadagi koordinatalarini ikkinchi sistemadagi koordinatalari orqali ifodalansin.

1300. $Oxyz, Ox'y'z'$ sistemalarning boshi umumiy, o'qlardagi birlik vektorlar bir xil uzunlikka ega. Birinchi sistema to'g'ri burchakli; Oz' o'q Oz o'q bilan ustma-ust tushadi. Ox', Oy' o'qlar esa xOz, yOz burchaklarning bissektrisalaridir. Birinchi sistemadan ikkinchi sistemaga o'tish formulalari yozilsin.

1301. $Ox_1x_2x_3$, $Ox_1'x_2'x_3'$ sistemalar umumiy O boshlang'ich nuqtaga ega, barcha o'qlar bo'yicha masshtab vektorlari teng. Birinchi sistema o'qlari orasidagi burchak kosinuslari mos ravishda quyidagicha aniqlangan: $\cos(x_1Ox_2) = \omega_{12}$, $\cos(x_2Ox_3) = \omega_{23}$, $\cos(x_3Ox_1) = \omega_{31}$. Birinchi va ikkinchi sistema o'qlari orasidagi burchak kosinuslari quyidagi jadvalda ko'rsatilgan:

$$\begin{array}{cccc} & Ox_1' & Ox_2' & Ox_3' \\ Ox_1 & \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ Ox_2 & \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ Ox_3 & \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33}. \end{array}$$

M nuqtaning ikkala sistemadagi $x_1x_2x_3$ *va* $x_1'x_2'x_3'$ koordinatalarini bog'lovchi formulalar topilsin.

1302. Boshlanish nuqtasi umumiy bo'lgan ikkita to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasining Ox, Oy, Oz va Ox', Oy', Oz' o'qlari orasidagi burchaklar kosinuslari quyidagi jadval bilan berilgan:

$$\begin{array}{cccc} & Ox' & Oy' & Oz' \\ Ox & -\frac{11}{15} & -\frac{2}{15} & \frac{2}{3} \\ Oy & -\frac{2}{15} & -\frac{14}{15} & -\frac{1}{3} \\ Oz & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{array}$$

Birinchi sistemadan ikkinchi sistemaga o'tish formulalari yozilsin.

1303. Koordinatalar boshi umumiy bo'lgan $Oxyz, Ox'y'z'$ to'g'ri burchakli koordinatalar sistemalari berilgan. Ikkinchi sistemaning Ox' o'qi birinchi oktantdan o'tib Ox, Oy o'qlar bilan 60^0 dan burchak hosil qiladi; Oy' o'q Oxy tekislikda yotadi va Oy o'qi bilan o'tkir burchak hosil qiladi; Oz' o'qi esa shunday yo'nalganki, ikkala sistema ham bir xil oriyentirlangan. Ixtiyoriy nuqtaning

x, y, z koordinatalari ikkinchi sistemadagi x', y', z' koordinatalari orqali ifodalansin.

1304. $Oxyz, Ox'y'z'$ dan iborat to'g'ri burchakli ikki sistema berilgan bo'lib, ikkinchi sistema boshi $O'(1;2;3)$ va

$$(Ox\wedge O'x') = \arccos\frac{1}{3},\ (Ox\wedge O'y') = \arccos(-\frac{2}{3}),$$

$$(Ox\wedge O'z') < \frac{\pi}{2},\ (Oy\wedge O'x') = \arccos(-\frac{2}{3}),\ (Oy\wedge O'y') > \frac{\pi}{2}$$

shartlar bajarilgan taqdirda birinchi sistemadan ikkinchi sistemaga o'tish formulalarini toping.

1305. Koordinatalarning to'g'ri burchakli ikkita sistemasi berilgan: $Oxyz, O'x'y'z'$. Ikkinchi sistema boshi $O'(2;1;2)$ nuqtada: $O'x'$ o'q O nuqtadan o'tadi, $O'y'$ o'qi esa Oy o'qni A nuqtada kesib o'tadi. $O'x'$ o'qning musbat yo'nalishi deb $\overrightarrow{O'O}$ vektor yo'nalishi, $O'y'$ uchun $\overrightarrow{O'A}$ vektor yo'nalishi qabul qilingan: $O'z'$ o'qning musbat yo'nalishi ikkala sistema oriyentatsiyalari bir xil bo'lishini ta'minlaydugan qilib tanlab olingan. Ixtiyoriy nuqtaning birinchi sistemaga nisbatan x, y, z koordinatalarini ikkinchi sistemadagi x', y', z' koordinatalari orqali ifodalansin.

1306.* To'g'ri burchakli $Oxyz,\ O'x'y'z'$ koordinatalar sistemalarining boshi har xil nuqtada bo'lib, mos o'qlari birlik vektorlarining oxirlari ustma-ust tushishi ma'lum bo'lsa, bir koordinatalar sistemasidan ikkinchi koordinatalar sistemasiga o'tish formulalari topilsin.

XII BOB
TEKISLIK VA TO'G'RI CHIZIQ

Har qanday tekislik umumiy dekart sistemasida *(x,y,z)* koordinatalariga nisbatan birinchi darajali, ya'ni ushbu

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

ko'rinishli tenglama bilan ifodalanadi; bu tenglamadagi A,B,C koeffitsientlar bir vaqtda nolga teng emas deb faraz qilinadi. Aksincha, shu ko'rinishdagi har qanday tenglama tekislikni aniqlaydi. Bu tenglama tekislikning umumiy tenglamasi deyiladi.

Agar tekislik o'zini umumiy $Ax + By + Cz + D = 0$ tenglamasi bilan berilgan bo'lsa, tekislikning bir tarafida yotgan barcha nuqtalar koordinalari uchun

$$Ax + By + Cz + D > 0$$

va ikkinchi tarafda yotgan nuqtalar uchun esa:

$$Ax + By + Cz + D < 0$$

tengsizlik o'rinli.

Mos ravishda yarim fazolarni «musbat» va «manfiy» yarim fazolar deb ataymiz. Tekislikning umumiy tenglamasini chap tomonini manfiy songa ko'paytirganda musbat yarim fazo manfiy yarim fazoga aylanadi va aksincha, berilgan *M(x,y,z)* nuqtadan o'tadigan va berilgan ikkita nokollinear $a = \{l_1, m_1, n_1\}, b = \{l_2, m_2, n_2\}$ vektorlarga parallel bo'lgan tekislik tenglamasi ushbu ko'rinishda yoziladi:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & \mathrm{n}_1 \\ l_2 & m_2 & \mathrm{n}_2 \end{vmatrix} = 0$$

yoki

$$(r - r_1)ab = 0$$

bu yerda $\boldsymbol{r_1}$—berilgan M_1 nuqtaning radius vektorini bildiradi. Bu tenglama quyidagi vektor—parametrik ko'rinishga ega:

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r_1} + u\boldsymbol{a} + v\boldsymbol{b}$$

yoki koordinatalarda

$$x = x_1 + ul_1 + vl_2$$
$$y = y_1 + um_1 + vm_2$$
$$z = z_1 + un_1 + vn_2$$

Bu yerda u, v—sonlar tekisligidagi M nuqtaning boshi M_0 nuqtada va masshtab vektorlari $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ vektorlardan iborat koordinatalar sistemasiga nisbatan umumiy dekart koordinatasidir.

Ikki $M(x_1,y_1,z_1)$, $M(x_2,y_2,z_2)$ nuqtadan o'tgan $\overrightarrow{M_1M_2}$ vektorga kollinear bo'lmagan, $\boldsymbol{a}$ vektorga parallel bo'lgan tekislik tenglamasi ushbu ko'rinishda yoziladi:

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ l & m & \mathrm{n} \end{vmatrix} = 0$$

yoki

$$(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r_1})(\boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_1})\boldsymbol{a} = 0$$

$\boldsymbol{r_1}$, $\boldsymbol{r_2}$ —bu yerda berilgan M_1, M_2 nuqtalarning radius vektorlarini ifodalaydi.

Bu tenglama esa parametrik shakldа:

$$r = r_1 + ua + v(r_2 - r_1)$$

yoki koordinatalarda:

$$x = x_1 + ul + v(x_2 - x_1)$$
$$y = y_1 + um + v(y_2 - y_1)$$
$$z = z_1 + un + v(z_2 - z_1)$$

Bitta to'g'ri chiziqda yotmaydigan uchta $M(x_1,y_1,z_1)$, $M(x_2,y_2,z_2)$, $M(x_3,y_3,z_3)$ nuqtadan o'tadigan tekislik tenglamasi:

$$\begin{vmatrix} x - x_3 & y - y_3 & z - z_3 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 & z_1 - z_3 \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 & z_2 - z_3 \end{vmatrix} = 0$$

yoki

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r_1})(\boldsymbol{r_1} - \boldsymbol{r_3})(\boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_3}) = 0$$

ko'rinishda bo'ladi, bu yerda $\boldsymbol{r_1}, \boldsymbol{r_2}, \boldsymbol{r_3}$ – mos ravishda M_1, M_2, M_3 nuqtalarning radius vektorlarini bildiradi. Bu tenglama vektor parametrik shaklda:

$$r = r_3 + u(r_1 - r_3) + v(r_2 - r_3)$$

yoki koordinatalarda:

$$\begin{aligned} x &= x_3 + u(x_1 - x_3) + v(x_2 - x_3) \\ y &= y_3 + u(y_1 - y_3) + v(y_2 - y_3). \\ z &= z_3 + u(z_1 - z_3) + v(z_2 - z_3) \end{aligned}$$

Tekislikning kesmalardagi tenglamasi quyidagicha:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

bu yerda a, b, c – tekislikning OX, OY, OZ o'qlaridan ajratgan kesmalari.

Umumiy tenglamalari bilan berilgan ikkita $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ va $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ tekislikning kesishishi, parallel bo'lish yoki ustma—ust tushishining zaruriy va yetarli shartlari quyidagi jadvalda keltirilgan:

Tekislik joylashuvi	Sharti
Kesishishi	$\begin{pmatrix} A_1 B_1 C_1 \\ A_2 B_2 C_2 \end{pmatrix}$ matritsa rangi 2 ga teng
Parallelligi	$\begin{pmatrix} A_1 B_1 C_1 \\ A_2 B_2 C_2 \end{pmatrix}$ matritsa rangi 1 ga teng $\begin{pmatrix} A_1 B_1 C_1 D_1 \\ A_2 B_2 C_2 D_2 \end{pmatrix}$ matritsa rangi 2 ga teng
Ustma—ust tushishi	$\begin{pmatrix} A_1 B_1 C_1 D_1 \\ A_2 B_2 C_2 D_2 \end{pmatrix}$ matritsa rangi 1 ga teng

Ikkita tekislikning ustma—ust tushishi uchun ularning umumiy tenglamalaridagi mos koeffitsientlarni proporsional bo'lishligi, ya'ni $A_1 = \lambda A_2, B_1 = \lambda B_2, C_1 = \lambda C_2, D_1 = \lambda D_2$ bo'lishi zarur va yetarlidir, bu yerda $\lambda \neq 0$ yoki

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = \lambda(A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2)$$

bu yerda ham $\lambda \neq 0$ (va bu tenglik *x*, *y*, *z* ga nisbatan ayniyatdir).

Ikki tekislikning parallel bo'lishligi uchun *x*, *y*, *z* oldidagi mos koeffitsientlarning proporsionalligi zarur va yetarlidir, ya'ni:

$$A_1 = \lambda A_2, B_1 = \lambda B_2, C_1 = \lambda C_2, D_1 \neq \lambda D_2$$

Uchta

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0$$
$$A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0$$
$$A_3 x + B_3 y + C_3 z + D_3 = 0$$

tekislikning umumiy nuqtaga ega bo'lishligi uchun ushbu shart

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} \neq 0$$

zarur va yetarlidir.

Bitta to'g'ri chiziq orqali o'tgan barcha tekisliklar to'plami tekisliklar dastasi deyiladi. O'zaro parallel tekisliklar to'plami ham dasta deyiladi. Birinchi holda xos bo'lgan dasta deyiladi, ikkinchi holda xos bo'lmagan dasta deyiladi.

Agar kesishadigan

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

ikkita tekislik bo'lsa, ushbu

$$\alpha(A_1x + B_1y + C_1z + D_1) + \beta(A_2x + B_2y + C_2z + D_2) = 0$$

tenglama berilgan tekisliklar aniqlagan dasta tenglamasi bo'ladi. Bu yerda α, β sonlar bir vaqtda nolga teng emas. Aksincha dastaga tegishli ixtiyoriy tekislik shu tenglama orqali ifodalanadi.

Agar

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

tenglamalar ikkita parallel tekislikni ifoda qilsa,

$$\alpha(A_1x + B_1y + C_1z + D_1) + \beta(A_2x + B_2y + C_2z + D_2) = 0$$

tenglama berilgan tekisliklarga parallel tekislikni aniqlaydi. Bu yerda

$$\alpha A_1 + \beta A_2,\ \alpha B_1 + \beta B_2,\ \alpha C_1 + \beta C_2$$

sonlar bir vaqtda nolga teng emas deb faraz qilinadi. Aksincha, berilgan ikki tekislikka parallel tekislik yuqoridagi ko'rinishdagi tenglamalar bilan aniqlanadi.

Bitta nuqtadan o'tadigan (xos bog'lam) yoki bitta to'g'ri chiziqqa parallel tekisliklar to'plami (xos bo'lmagan) bog'lam tekisliklar bog'lami deyiladi.

Agar ushbu:

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$
$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$
$$A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0$$

tenglamalar umumiy nuqtaga ega bo'lgan tekisliklar tenglamalari bo'lsa, u holda

$$\alpha(A_1x+B_1y+C_1z+D_1)+\beta(A_2x+B_2y+C_2z+D_2)+\gamma(A_3x+B_3y+C_3z+D_3)=0$$

bog'lamga tegishli tekislik tenglamasi bo'ladi (bu yerda α, β, γ bir vaqtda nolga teng emas). Aksincha bog'lamga tegishli ixtyoriy tekislik yuqoridagi tenglama bilan aniqlanadi.

Agar berilgan tekisliklar bitta to'g'ri chiziqqa parallel bo'lsa, lekin bitta bog'lamga tegishli bo'lmasa, u holda tekisliklar tenglamalarining chiziqli kombinatsiyasi berilgan uchta tekislik aniqlangan bog'lamga tegishli bo'lgan tekislikni (x , y, z oldidagi koeffitsientlar bir vaqtda nolga teng bo'lmaganda) aniqlaydi. Aksincha, aytilgan xos bo'lmagan bog'lamning har bir tekisligi bog'lamni aniqlaydigan tekisliklar tenglamalarining chiziqli kombinatsiyasi ko'rinishda ifodalanadi.

To'rtta

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$
$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$
$$A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0$$
$$A_4x + B_4y + C_4z + D_4 = 0$$

tekislikning bir bog'lamga tegishli bo'lishi uchun ushbu

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 & D_4 \end{vmatrix} = 0$$

tenglikning bajarilishi zarur va yetarlidir.

Koordinatalarning to'g'ri burchakli sistemasida {A, B, C} vektor

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

tekislikka perpendikular bo'ladi.

Koordinatalarning to'g'ri burchakli sistemasida berilgan

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

tekisliklar orasidagi burchakning kosinusi quyidagi munosabatlardan topiladi:

$$\cos\varphi_{1,2} = \pm\frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$ tenglik umumiy tenglamalari bilan berilgan ikki tekislikning perpendikular bo'lishining zaruriy va yetarli shartini ifodalaydi.

$M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtadan $Ax + By + Cz + D = 0$ tekislikkacha bo'lgan masofa to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida quyidagi munosabatdan aniqlanadi:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$Ax + By + Cz + D = 0$ tenglamada $A^2+B^2+C^2=1$ shart bajarilsa, bunday tenglama koordinatalarning to'g'ri burchakli sistemasida tekislikning normal tenglamasi deyiladi, bu yerda A, B, C sonlar {A, B, C} birlik vektorining koordinata o'qlari bilan tashkil qilgan burchak kosinuslarini bildiradi, $|D|$ esa koordnatalar boshidan tekislikkacha bo'lgan masofadir.

Agar tekislik koordinatalar boshidan o'tmasa, koordinataalr boshidan chiquvchi berilgan tekislikka perpendikular bo'lgan nurning *OX*, *OY*, *OZ* o'qlar bilan tashkil qilgan burchaklari α, β, γ dan iborat bo'lsa, u holda tekislikning normal tenglamasi ushbu ko'rinishga ega bo'ladi:

$$x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma - p = 0$$

Normal ko'rinishli tenglamaning vektor shakli:

$$n^0 r + D = 0$$

bu yerda n^0 – tekislikka o'tkazilagn normalning birlik vektori va $|D|$ esa koordinatalar boshidan tekislikkacha bo'lgan masofani bildiradi.

Tekislikning umumiy tenglamasi vektor shaklida

$$nr + D = 0$$

ko'rinishga ega, bu yerda $n = \{A, B, C\}$ – tekislikning normal vektori $M_0(\boldsymbol{r_0})$ nuqtadan $nr + D = 0$ tekislikkacha masofa

$$d = \frac{|nr_0 + D|}{|n|}$$

formuladan aniqlanadi. Agar tekislik normal tenglamasi bilan berilsa, d masofa:

$$d = |n^0 r + D|$$

formulalar yordamida hisoblanadi.

$$n_1 r + D_1 = 0, \quad n_2 r_2 + D_2 = 0$$

tekisliklar orasidagi burchaklar kosinuslari quyidagi munosabatdan topiladi:

$$\cos\varphi_{1,2} = \pm\frac{n_1 n_2}{|n_1||n_2|}.$$

$M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtadan o'tib, $\boldsymbol{a}=\{\boldsymbol{l}, \boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}\}$ vektorga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq

$$x = x_0 + lt, \qquad \mathrm{y} = y_0 + mt, \quad \mathrm{z} = z_0 + nt$$

tenglamalar bilan ifodalanadi, $\boldsymbol{a}=\{\boldsymbol{l}, \boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}\}$ esa to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi vektori, bu tenglamalar esa to'g'ri chiziqning parametrik tenglamalari deyiladi, vektor ko'rinishda quyidagicha yoziladi:

$$r = r_0 + at\,.$$

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$$

ko'rinishdagi tenglamalar to'g'ri chiziqning kanonik tenglamalari, vektor tenglamadagi $\boldsymbol{r_0}$ vektor M_0 nuqtaning radius–vektori deb ataladi. To'g'ri chiziq tenlamasidagi t parametr esa $\dfrac{\overrightarrow{M_0M}}{a}$ nisbatga teng, ya'ni boshi M_0 nuqtada masshtab vektori esa $\boldsymbol{a}$ dan iborat koordinata o'qidagi M nuqtaning koordinatasidir.

Agar to'g'ri chiziq ikkita $M_1(x_1,y_1,z_1)$, $M_2(x_2,y_2,z_2)$ nuqtalar bilan berilgan bo'lsa, uning parametrik tenglamalari

$$x - x_1 = t(x_2 - x_1),\; y - y_1 = t(y_2 - y_1),\; \mathrm{z} - z_1 = t(z_2 - z_1)$$

ko'rinishda yoziladi yoki kanonik ko'rinishda:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1},$$

yoki vektor shaklda $r = r_1 + t(r_2 - r_1)$,

bu yerda $\boldsymbol{r_1}, \boldsymbol{r_2}$–mos ravishda M_1, M_2 nuqtalarning radius vektorlaridir.

Ikki

$$\left.\begin{array}{l} x = x_1 + l_1 t \\ y = y_1 + m_1 t \\ z = z_1 + n_1 t \end{array}\right\}, \qquad \left.\begin{array}{l} x = x_2 + l_2 t \\ y = y_2 + m_2 t \\ z = z_2 + n_2 t \end{array}\right\}$$

to'g'ri chiziqning bir tekislikda yotishi uchun zaruriy va yetarli shart ushbu ko'rinishda yoziladi:

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & \mathrm{y}_2 - y_1 & \mathrm{z}_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

yoki vektor shaklida esa

$$(r_2 - r_1)ab = 0,$$

bu yerda $\boldsymbol{r_1}$, $\boldsymbol{r_2}$ mos ravishda birinchi va ikkinchi to'g'ri chiziqlarda yotuvchi nuqtalarning radius–vektorlari, $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ esa mos ravishda shu to'g'ri chiziqlarga parallel vektorlar.

Ikki

$$\left.\begin{array}{l} x = x_1 + l_1 t \\ y = y_1 + m_1 t \\ z = z_1 + n_1 t \end{array}\right\}, \qquad \left.\begin{array}{l} x = x_2 + l_2 t \\ y = y_2 + m_2 t \\ z = z_2 + n_2 t \end{array}\right\}$$

to'g'ri chiziqning parallellik (yoki ustma–ust tushishi) sharti quyidagicha

$$l_1 = \lambda l_2, \quad m_1 = \lambda m_2, \quad n_1 = \lambda n_2, \qquad \lambda \neq 0$$

to'g'ri chiziqlarning perpendikularlik sharti esa koordinatalarning to'g'ri burchakli sistemasida:

$$l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$$

ko'rinishda bo'ladi.

To'g'ri chiziqlar orasidagi burchaklar esa to'g'ri burchakli sistemada

$$\cos\varphi_{1,2} = \pm\frac{ab}{|a||b|} = \pm\frac{l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2}\cdot\sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}$$

munosabatlardan aniqlanadi.

$M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtadan

$$x = x_1 + lt, \qquad y = y_1 + mt, \quad z = z_1 + nt$$

to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa to'g'ri burchakli sistemada

$$d = \frac{\sqrt{\begin{vmatrix} y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ m & n \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} z_1 - z_0 & \boldsymbol{x}_1 - x_0 \\ n & l \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} x_1 - x_0 & \boldsymbol{y}_1 - y_0 \\ l & m \end{vmatrix}^2}}{\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}},$$

yoki vektor shaklda:

$$d = \frac{\sqrt{[(r_1 - r_0)\ a]^2}}{\sqrt{a^2}},$$

munosabatdan topiladi, bu yerda $\boldsymbol{r_0}, \boldsymbol{r_1}-$ mos ravishda M_0 va M_1 $-$ nuqtalarning radius vektorlari.

Ikkita ayqash

$$\left.\begin{aligned} x &= x_1 + l_1 t \\ y &= y_1 + m_1 t \\ z &= z_1 + n_1 t \end{aligned}\right\}, \qquad \left.\begin{aligned} x &= x_2 + l_2 t \\ y &= y_2 + m_2 t \\ z &= z_2 + n_2 t \end{aligned}\right\} \quad (*)$$

to'g'ri chiziqlar orasidagi eng qisqa masofa to'g'ri burchakli sistemada

$$d = \frac{\mathrm{mod}\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix}}{\sqrt{\begin{vmatrix} m_1 & n_1 \\ m_2 & n_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} n_1 & l_1 \\ n_2 & l_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} l_1 & m_1 \\ l_2 & \mathrm{m}_2 \end{vmatrix}^2}}$$

formuladan topiladi yoki vektor shaklda to'g'ri chiziqlar $r = r_1 + at, \quad r = r_0 + bt,$ tenglamalar bilan berilgan bo'lsa,

$$d=\frac{|(r_2-r_1)ab|}{\sqrt{[ab]^2}}$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

To'g'ri chiziq shu to'g'ri chiziq bo'ylab kesishadigan ikkita tekislik tenglamalari yordamida ham berilishi mumkin:

$$A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$$

$$A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$$

bu holda to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi ***a*** vektori quyidagi koordinatalarga ega:

$$a=\left\{\begin{vmatrix}B_1 & C_1\\ B_2 & C_2\end{vmatrix},\quad \begin{vmatrix}C_1 & A_1\\ C_2 & A_2\end{vmatrix},\quad \begin{vmatrix}A_1 & B_1\\ A_2 & B_2\end{vmatrix}\right\}$$

agar to'g'ri chiziq bo'ylab kesishadigan tekisliklar ushbu

$$\begin{aligned}A_1x+B_1y+C_1z+D_1&=0\\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2&=0\end{aligned}$$

tenglamalar bilan berilsa shu to'g'ri chiziqda biror nuqtani topish kerak; buning uchun yuqoridagi sistemaning biror yechimini topish kerak; masalan agar

$$\begin{vmatrix}A_1 & B_1\\ A_2 & B_2\end{vmatrix}\neq 0$$

shart bajarilsa, z ga ixtiyoriy $z=z_0$ qiymat (masalan $z=0$) berib,

$$\begin{aligned}A_1x+B_1y+C_1z_0+D_1&=0\\ A_2x+B_2y+C_2z_0+D_2&=0\end{aligned}$$

sistemadan qolgan ikki koordinatasining qiymatlarini topamiz $x=x_0$ $y=y_0$. Shundan so'ng to'gri chiziqning parametrik tenglamalari quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$x - x_0 = \begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix} t,$$

$$y - y_0 = \begin{vmatrix} C_1 & A_1 \\ C_2 & A_2 \end{vmatrix} t,$$

$$z - z_0 = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} t,$$

kanonik ko'rinishda esa:

$$\frac{x - x_0}{\begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix}} = \frac{y - y_0}{\begin{vmatrix} C_1 & A_1 \\ C_2 & A_2 \end{vmatrix}} = \frac{z - z_0}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}}$$

$Ax + By + Cz + D = 0$ tekislikning

$x = x_0 + lt,\quad y = y_0 + mt,\quad z = z_0 + nt$ to'g'ri chiziq bilan kesishishi, parallel bo'lishi, yoki to'g'ri chiziqning tekislikda yotishi uchun zaruriy va yetarli sharti quyidagi jadvalda keltirilgan:

to'g'ri chiziq va tekislikning o'zaro vaziyati	Sharti
kesishadi	$Al + Bm + Cn \neq 0$
parallel	$\begin{cases} Al + Bm + Cn = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D \neq 0 \end{cases}$
to'g'ri chiziq tekislikda yotadi	$\begin{cases} Al + Bm + Cn = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0 \end{cases}$

$$x = x_0 + lt,\quad y = y_0 + mt,\quad z = z_0 + nt$$

to'g'ri chiziq bilan

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

tekislik orasidagi burchak to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida quyidagi munosabatdan aniqlanadi:

$$\sin\varphi = \frac{|Al + Bm + Cn|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$$

To'g'ri burchakli sistemada to'g'ri chiziqning tekislikka perpendikular bo'lishi uchun

$$A = \lambda l, \quad \mathrm{B} = \lambda m, \quad C = \lambda n, \quad (\lambda \neq 0)$$

shartni bajarilishi zarur va yetarlidir.

Agar umumiy nuqtaga ega bo'lgan uchta tekislikni:

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0$$

$$A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0$$

$$A_3 x + B_3 y + C_3 z + D_3 = 0$$

$O'z'x'$, $O'y'z'$, $O'x'y'$ koordinata tekisliklari deb, $E'(x_0, y_0, z_0)$ nuqtani yangi sistemaning birlik nuqtasi deb olinsa, M nuqtaning yangi sistemasidagi (x', y', z') koordinatalari shu nuqtaning eski sistemadagi *(x,y,z)* koordinatalari orqali quyidagicha aniqlanadi:

$$x' = \frac{A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1}{A_1 x_0 + B_1 y_0 + C_1 z_0 + D_1},$$

$$y' = \frac{A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2}{A_2 x_0 + B_2 y_0 + C_2 z_0 + D_2},$$

$$z' = \frac{A_3 x + B_3 y + C_3 z + D_3}{A_3 x_0 + B_3 y_0 + C_3 z_0 + D_3}.$$

Agar fazoda tetraedrni hosil qilgan to'rtta $M_k(x_k, y_k, z_k)$ k=1,2,3,4 nuqta va $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqta berilgan bo'lsa:

$$\alpha = \frac{[0234]}{[1234]}, \quad \beta = \frac{[0143]}{[1234]}, \quad \gamma = \frac{[0124]}{[1234]}, \quad \delta = \frac{[0132]}{[1234]}$$

sonlar M_0 nuqtaning $M_1 M_2 M_3 M_4$ tetraedrga nisbatan barisentrik koordinatalari deb ataladi,

bu yerda

$$[0,2,3,4] = \begin{vmatrix} x_0 y_0 z_0 1 \\ x_2 y_2 z_2 1 \\ x_3 y_3 z_3 1 \\ x_4 y_4 z_4 1 \end{vmatrix},$$

$$[1,2,3,4] = \begin{vmatrix} x_1 y_1 z_1 1 \\ x_2 y_2 z_2 1 \\ x_3 y_3 z_3 1 \\ x_4 y_4 z_4 1 \end{vmatrix}$$

va hokazo.

1 §. Tekislik tenglamasini to'liq ma'lumotlarga ko'ra tuzish. Nuqtalarning tekislikka nisbatan joylashuvi. Tekisliklarning paralellik sharti

1307. Fazoda ixtiyoriy affin koordinatalar sistemasini olib, quyidagi tekisliklar yasalsin:

1) $x-2y+4z-12=0$,
2) $3x-5z+4=0$,
3) $2x-2y+3z=0$,
4) $x+2y-7=0$,
5) $3x+5y=0$,
6) $2y-3z=0$,
7) $x+z-3=0$,
8) $6x-1=0$,
9) $y+4=0$.

1308. Koordinata tekisliklari va $2x-3y+4z+18=0$ tekislik bilan chegaralangan tetraedrga kub shunday ichki chizilganki, uning bitta uchi koordinatalar boshida, undan chiquvchi uchta qirra koordinata o'qlari bo'ylab yo'nalgan. Koordinatalar boshiga qarama—qarshi uchi berilgan tekislikda joylashgan. Kub qirrasining uzunligi topilsin.

1309. Affin koordinatalar sistemasida $2x+y-7z+4=0$ tekislikning koordinata tekisliklari bilan kesishish chiziqlariga parallel vektorlar topilsin.

1310. Affin koordinatalar sistemasida uchta nuqtadan o'tgan tekislikning kanonik tenglamasi tuzilsin.

1) $M_1(2,3,1), M_2(3,1,4), M_3(2,1,5)$
2) $M_1(2,0,-1), M_2(-2,4,1), M_3(0,2,-1)$.

1311. Affin koordinatalar sistemasida koordinatalar boshidan va $M_1(2,1,1)$, $M_2(-3,0,4)$ nuqtalardan o'tgan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1312. Koordinata tekisliklariga parallel bo'lib, (2,6,−3) nuqtadan o'tuvchi tekisliklar tenglamalari tuzilsin.

1313. OX va OY o'qlaridan mos ravishda 5 va -7 ga teng kesmalar ajratadigan va (1,1,2) nuqtadan o'tuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.
1314. $(3,5,-7)$ nuqtadan o'tuvchi va koordinata o'qlaridan teng kesmalar ajratadigan tekislik tenglamasi tuzilsin.
1315. Koordinata tekisliklari va $2x+3y+6z-18=0$ tekislik bilan chegaralangan tetraedr hajmi topilsin.
1316. A(3,5,1) va B(7,7,8) nuqtalardan o'tib, OX, OY o'qlaridan teng kesmalar ajratgan tekislik tenglamasi yozilsin.
1317. Affin koordinatalar sistemasi o'qlaridan mos ravishda 3, 5, -7 ga teng kesmalar ajratadigan tekislik tenglamasi tuzilsin.
1318. Affin koordinatalar sistemasida $x-y+7z-4=0$ tekislikning koordinata o'qlaridan ajratgan kesmalari aniqlansin.
1319. Affin koordinatalar sistemasida OY o'qdan va $(2,-5,1)$ nuqtadan o'tgan tekislik tenglamasi tuzilsin.
1320. Affin koordinatalar sistemasida (3,7,2) nuqtadan o'tib $\{4,1,2\}$, $\{5,3,1\}$ vektorlarga parallel tekislik tenglamasi tuzilsin.
1321. Koordinata o'qlaridan o'tib, $\{2,1,-4\}$ vektorlarga parallel bo'lgan tekisliklar tenglamalari tuzilsin.
1322. Koordinata o'qlaridan va $(3,-5,1)$ nuqtadan o'tgan tekisliklar tenglamalari tuzilsin.
1323. OY o'qidan o'tuvchi va (2,7,3), $(-1,1,0)$ nuqtalardan bir xil uzoqlashgan tekislik tenglamasi tuzilsin.
1324. Uchi A(2,1,0), B(1,3,5), C(6,3,4), $D(0,-7,8)$ nuqtalarda bo'lgan tetraedr berilgan. AB qirradan va CD qirraning o'rtasidan o'tuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.
1325. Uchi A(5,1,3), B(1,6,2), C(5,0,4), D(4,0,6) nuqtalarda bo'lgan tetraedr berilgan. AB qirradan o'tuvchi va CD qirraga parallel bo'lgan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1326. Affin koordinatalar sistemasida (4,5,2), (6,2,4) nuqtalardan o'tib, {1,2,1} vektorga parallel bo'lgan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1327. Affin koordinatalar sistemasida (1,7,8), (2,−6,−6) nuqtalardan o'tib, *OX* o'qiga parallel tekislik tenglamasi tuzilsin.

1328. Uchi A(3,5,−1), B(7,5,3), C(9,−1,5), D(5,3,−3) nuqtalarda bo'lgan tetraedr berilgan. Tetraedrning hamma uchlaridan bir xil uzoqlashgan tekisliklar tenglamalari tuzilsin.

1329. (2,3,−5) nuqtadan o'tib {−5,6,4}, {4,−2,0} vektorlarga parallel bo'lgan tekislikning parametrik tenglamasi tuzilsin.

1330. A(2,1,3), B(2,4,0), C(−3,0,4) nuqtalar orqali o'tgan tekislikda boshi *A* nuqtada va birlik vektorlari $\overrightarrow{AB} = e_1$, $\overrightarrow{AC} = e_2$ dan iborat affin koordinatalar sistemasi tanlangan:

1) tekislikdagi koordinatalari $u=5$, $v=3$ bo'lgan *M* nuqtaning fazoviy koordinatalari topilsin;

2) berilgan tekislikning *OZ* o'qi bilan kesishish nuqtasi affin koordinatalari topilsin.

1331. $2x+3y-4z+12=0$ tekislikda affin koordinatalari sistemasi tanlab olingan. Bu sistemaning boshi tekislikning *OZ* o'qi bilan kesishgan C nuqtada; e_1, e_2 birlik vektorlarning oxirlari tekislikning *OX*, *OY* o'qlari bilan kesishgan A, B nuqtalariga joylashgan.

1) Shu tekislikdagi *E* nuqtaning tekislikdagi koordinatalari u=1, v=1 ma'lum bo'lsa uning fazoviy *x*, *y*, *z* koordinatalari topilsin;

2) berilgan tekislikni koordinata tekisliklari bilan kesishish chiziqlari *AB*, *BC*, *CA* to'g'ri chiziqlarning *u,v* da ifodalangan tenglamalari tuzilsin.

3) bu tekislikning $5x+3z-8=0$ tekislik bilan kesishish chizig'ining u, v parametrda ifodalangan tenglamasi tuzilsin.

1332. Quyidagi hollarning har biri uchun tekislikning parametrik tenglamalariga ko'ra umumiy tenglamasi yozilsin:

1) $x = 2 + 3u - 4v,\ y = 4 - v,\ z = 2 + 3u;$

2) $x = u + v,\ y = u - v,\ z = 5 + 6u - 4v.$

1333. Quyidagi tekisliklar juftlarining qaysilari parallel, kesishadi yoki ustma—ust tushishi aniqlansin:

1) $2x + 3y + 4z - 12 = 0,\ \ 3x - 6y + 1 = 0$;

2) $3x - 4y + 6z + 9 = 0,\ \ 6x - 8y - 10z + 15 = 0$;

3) $3x - 2y - 3z + 5 = 0,\ \ 9x - 6y - 9z - 5 = 0$;

4) $x + y + z - 1 = 0,\ \ 2x + 2y - 2z + 3 = 0$;

5) $2x - y - z - 3 = 0,\ \ 10x - 5y - 5z - 15 = 0$.

1334. Affin koordinatalar sistemasida (3, —5,1) nuqtadan o'tib, $x - 2y + 4z = 0$ tekislikka parallel tekislik tenglamasi yozilsin.

1335. Parallelepipedning uchta yog'i $2x + 3y + 4z - 12 = 0,\ x + 3y - 6 = 0,\ z + 5 = 0$ va bitta (6, —5,1) uchi berilgan. Parallelepipedning qolgan uchta yoqlari tenglamalari tuzilsin.

1336. $A(-3,3,5), B(0,-7,-14), C(6,5,1), D(-3,-5,2), E(4,-7,10), F(2,6,1)$ nuqtalarning $2x - 3y + 4z - 5 = 0$ tekislikka nisbatan vaziyatini aniqlang.

1337. $A(3,5,1), B(2,-6,3)$ nuqtalar berilgan, AB kesmani $2x - 3y + 6z - 1 = 0$ tekislik qanday nisbatda bo'ladi?

1338.* Uchta $A_k x + B_k y + C_k z + D_k = 0 \quad k = 1,2,3$ tekislik prizma hosil qiladi. $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqta prizma ichida yotishi uchun qanday zaruriy va yetarli shart bajarilishi kerak?

1339. Affin koordinatalar sistemasida qanday yetarli shart bajarilganda $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqta $Ax + By + Cz + D = 0$, $Ax + By + Cz + E = 0$ tekisliklar orasida yotadi?

1340. Affin koordinatalar sistemasida qanday yetarli shart bajarilganda $Ax+By+Cz+D=0$ tekislik ikkita parallel $Ax+By+Cz+E=0$, $Ax+By+Cz+F=0$ tekisliklar orasida yotadi?

1341.* Bechta nuqta berilgan: A(3,5,1), B(2,7,4), C(1,0,−2), D(5,10,10), E(0,0,−5). Bularning qaysi ikkitasini tutashtirganimizda, ular hosil qilgan kesma qolgan uchta nuqtadan hosil qilingan uchburchakni kesib o'tadi?

2 §. Fazoda ikki tekislik orasidagi burchak, tekisliklarning perpendikularlik sharti

1342. Tekisliklar orasidagi burchaklarning kosinuslari topilsin:

1) $2x - y + 3z = 0, \quad x + 4y - 6z = 0$;

2) $x + 3y - 4z + 5 = 0, \quad 2x + 2y + 2z - 7 = 0$.

1343. Koordinatalar boshidan o'tib, $5x - 2y + 5z - 10 = 0$ tekislikka perpendikular va $x - 4y - 8z + 12 = 0$ tekislik bilan 45^0 burchak hosil qiladigan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1344. Koordinatalar boshidan o'tib, $x - 2y + 4z - 3 = 0$ tekislik bilan *Oxz* tekislikning kesishish chizig'iga perpendikular tekislik tenglamasi tuzilsin.

1345. (1,3,5) nuqtadan $2x + y + z - 1 = 0, \quad 3x + y + 2z - 3 = 0$ tekisliklarning kesishish chizig'iga tushirilgan perpendikularning asosi topilsin.

1346. P(2,6,−4) nuqta koordinata boshidan tekislikka tushirilgan perpendikularning asosi ekanligi ma'lum. Shu tekislik tenglamasi yozilsin.

1347. A(3,−2,1), B(6,0,5) nuqtalar berilgan. B nuqtadan o'tib AB to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1348. Koordinatalar boshidan va (1,2,3) nuqtadan o'tib, $x - y + 2z - 4 = 0$ tekislikka perpendikular tekislik tenglamasi tuzilsin.

1349. Koordinata tekisliklari va $2x + 3y + 6z - 12 = 0$ tekislikdan tashkil topgan tetraedrning ichki ikkiyoqli burchaklarining kosinuslari topilsin.

1350. $3x + y - 2z + 4 = 0$, $x - 7y + 2z = 0$ tekisliklar orasidagi shunday burchak kosinusi topilsinki, bu burchak *(1,1,1)* nuqtani o'z ichiga olsin.

1351.* Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda $M_0(x_0,y_0,z_0)$ nuqta kesishadigan, lekin perpendikular bo'lmagan $A_k x + B_k y + C_k z + D_k = 0$ k=1,2 ikkita tekislik hosil qilgan o'tkir burchagida yotadi?

1352.* Tetraedr yoqlarining tenglamalari berilgan:

1) $2x - 2y + z + 2 = 0$ 2) $x + y + z - 5 = 0$

3) $8x + 4y + z - 16 = 0$ 4) $4x + 3y = 0$

Qirrasi birinchi ikkinchi tekislikning kesishgan chizig'idan iborat bo'lgan tetraedrning ikki yoqli ichki burchagi kosinusi hisoblansin.

1353.* $11x + 10y + 2z = 0,\ \ 3x + 4y = 0,\ \ x - y + z - 1 = 0$ tekisliklarning prizma hosil qilishini tekshirib ko'ring, oldingi ikkita tekislikdan hosil qilingan ikki yoqli burchakning kosinusi hisoblansin.

1354.* Dekart fazoda uchta $A_k x + B_k y + C_k z + D_k = 0$ k=1,2,3 tekislik prizma hosil qiladi. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda bu prizmaning hamma ikki yoqli burchaklari o'tkir bo'ladi?

3 §. Uchta tekislikning o'zaro joylashuvi. Tekisliklar dastasi Tekisliklar bog'lami

1355. Quyidagi hollarning har birida tekisliklarning o'zaro vaziyati aniqlansin:

1) $2x - 4y + 5z - 21 = 0,\ \ x - 3z + 18 = 0,\ \ 6x + y + z - 30 = 0$

2) $x + 2y - 3z = 0,\ \ 3x + 6y - 9z + 10 = 0,\ \ 2x + 4y - 6z - 1 = 0$

3) $3x - y + 2z + 1 = 0,\ \ 7x + 2y + z = 0,\ \ 15x + 8y - z - 2 = 0$

4) $5x - 2y + 4 = 0,\ \ 3x + z - 5 = 0,\ \ 8x - 2y + z + 7 = 0$

5) $6x + 2y + 12z - 3 = 0,\ \ 5y - 7z - 10 = 0,\ \ 3x + y + 6z + 12 = 0$

1356. Uchta tekislik berilgan:

$A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0$

$A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0$

$A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0$

Ularning:

1) bitta umumiy nuqtaga ega bo'lishi uchun;

2) bitta to'g'ri chiziqdan o'tishi uchun;

3) juft—juft olganda parallel bo'lishi uchun;

4) Prizma hosil qilishi uchun, ya'ni ikkita tekislikning kesishish chizig'i uchinchi tekislikka parallel bo'lishi uchun;

5) Ikkita tekislik o'zaro parallel, uchinchi tekislik esa ularni kesib o'tishi uchun qanday zarur va yetarli shartlar bajarilishi kerak?

1357. Koordinatalar boshidan va, $2x + 5y - 6z + 4 = 0$, $3y + 2z + 6 = 0$ tekisliklarning kesishish chizig'idan o'tuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

1358. Affin fazoda (—3,1,0) nuqtadan va $x + 2y - z + 4 = 0$, $3x - y + 2z - 1 = 0$ to'g'ri chiziq orqali o'tuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

1359. $6x - y + z = 0$, $5x + 3z - 10 = 0$ tekisliklarning kesishish chizig'i orqali OX o'qiga parallel tekislik o'tkazilsin.

1360. $x + 2y + 3z - 4 = 0$, $3x + z - 5 = 0$ tekisliklarning kesishishi chizig'idan o'tuvchi va OY, OZ o'qlaridan teng kesmalar ajratuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

1361. $2x - z = 0$, $x + y - z + 5 = 0$ tekisliklarning kesishish chizig'idan o'tib, $7x - y + 4z - 3 = 0$ tekislikka perpendikular bo'lgan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1362. $x + 3y + 5z - 10 = 0$ tekislikka perpendikular va shu tekislik bilan Oxy tekislikning kesishish chizig'idan o'tuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

1363. $2x + y - 3z + 2 = 0$, $5x + 5y - 4z + 3 = 0$ tekisliklar dastasida biri (4,—3,1) nuqtadan o'tuvchi ikkita o'zaro perpendikular tekislik topilsin.

1364. $3x+y-2z-6=0,\ x-2y+5z-1=0$ tekisliklar bilan aniqlanadigan dastada shu tekisliklarga perpendikular tekisliklar topilsin.

1365. $x+5y+z=0,\ x-z+4=0$ tekisliklarning kesishish chizig'idan o'tib, $x-4y-8z+12=0$ tekislik bilan $\frac{\pi}{4}$ ga teng burchak hosil qiluvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

1366. *OZ* o'qi orqali $2x+y-\sqrt{5}z-7=0$ tekislik bilan $\frac{\pi}{3}$ ga teng burchak hosil qiluvchi tekislik o'tkazilsin.

1367. Tetraedr yoqlarining tenglamalari berilgan:

1) $x+2y+z+2=0$ 2) $x+y-1=0$

3) $x-y-z=0$ 4) $3x+z+1=0$

birinchi ikki yoq bilan aniqlangan qirradan va keyingi ikkitasi aniqlagan yoq qirrasining o'rtasidan o'tuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

1368. $x+2y-z-4=0,\ 3x-2y+3z-6=0,\ 4y-3z+3=0$ tekisliklar berilgan:1) Ularning prizma hosil qilishini ko'rsating; 2) Birinchi ikkita tekislikning kesishish chizig'idan o'tib, uchinchi yoqqa parallel bo'lgan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1369. Uchta $2x+3y-4z+5=0,\ 2x-z+3=0,\ x+y-z=0$ tekislik berilgan. Ikkita tekislikning kesishish chizig'idan shunday tekislik o'tkazingki, u bilan uchinchi tekislikning kesishish chizig'i birinchi bilan ikkinchi tekislikning kesishish chizig'iga perpendikular bo'lsin.

1370. Tetraedr yoqlarining tenglamalari berilgan:

1) $x+2y-3z-6=0$ 2) $2y+5z-4=0$

3) $3x+z+1=0$ 4) $x+2y=0$

birinchi ikkita yoq aniqlagan qirradan o'tib, qarama–qarshi qirraga parallel bo'lgan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1371. Quyidagi: $x-y=0,\ x+y-2z+1=0,\ 2x+z-4=0$ tenglamalar bilan berilgan tekisliklarning kesishish nuqtasidan va

1) Oy o'qi orqali o'tadigan

2) Oxz tekisligiga parallel

3) koordinatalar boshidan va (2,1,7) nuqtadan o'tadigan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1372. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda to'rtta $A_kx+B_ky+C_kz+D_k=0$ (k=1,2,3,4) tekislik bitta bog'lamga tegishli bo'ladi? Qanday shartda bu bog'lam xos bog'lam? Xos bo'lmagan bog'lam bo'ladi?

1373. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda affin fazoda berilgan to'rtta $A_kx+B_ky+C_kz+D_k=0$ (k=1,2,3,4) tekislik tetraedr hosil qiladi?

4 §. Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha masofa

1374. A(3,5,1), B(7,−1,2), C(2,0,4) nuqtadan $x+2y-2z+5=0$ tekislikkacha bo'lgan masofani aniqlang.

1375. $7x+y-6=0,\ 3x+5y-4z+1=0$ tekisliklar orasidagi burchakni teng ikkiga bo'luvchi tekisliklar tenglamalari tuzilsin.

1376.* $3x+5y-4z+1=0,\ x-z-5=0$ tekisliklar orasidagi burchaklardan koordinatalar boshini o'z ichiga olgan bissektor tekisligi tenglamasi tuzilsin.

1377. $Ax+By+Cz+D=0$ tekislikka parallel va undan d masofada joylashgan tekisliklar tenglamalari tuzilsin.

1378. Parallel bo'lgan $Ax+By+Cz+D_1=0$, $Ax+By+Cz+D_2=0$ tekisliklar orasidagi d masofa topilisin.

1379. Tetraedr uchlari: A(0,0,2), B(3,0,5), C(1,1,0), D(4,1,2) berilgan. D uchidan ABC yoqqa tushirilgan balandlik uzunligi topilsin.

1380. Uchta $A_k x + B_k y + C_k z + D_k = 0$ (k=1,2,3) tekisliklar berilgan. Ularning kesishish nuqtasidan $A_4 x + B_4 y + C_4 z + D_4 = 0$ tekislikkacha bo'lgan masofa topilsin.

1381. Koordinata boshidan $\sqrt{29}$ masofada joylashgan va $2x - y + z = 0,\ 6x - y + 7z - 4 = 0$ tekisliklarning kesishish chizig'iga perpendikular bo'lgan tekislik tenglamasi topilsin.

1382. *Oz* o'qida (2,3,4) nuqtadan va $2x + 3y + z - 17 = 0$ tekislikdan bir xil uzoqlikda joylashgan nuqta topilsin.

1383. *Oy* o'qida $x + y - z + 1 = 0,\ x - y + z - 5 = 0$ tekisliklardan bir xil uzoqlikda yotgan nuqtalar topilsin.

1384. $2x + y - 4z + 5 = 0$ tekislikka parallel va (1,2,0) nuqtadan $\sqrt{21}$ masofada joylashgan tekislik tenglamasi topilsin.

1385. $2x - y + z - 8 = 0,\ 4x + 3y - z + 14 = 0$ tekisliklarning kesishish chizig'ida $2x + 3y - 6z - 10 = 0$ tekislikdan 7 masofada joylashgan nuqtalar topilsin.

1386. $2x - 3y + 4z - 5 = 0$ tekislik bilan *Oxz* tekislikning kesishish chizig'ida $2x + y - z + 3 = 0$ tekislikdan $\sqrt{6}$ masofada joylashgan nuqtalar topilsin.

1387.* $3x - 4y + 6z - 2 = 0$ tekislik bilan *Oyz* tekisligi hosil qilgan o'tkir ikki yoqli burchakni teng ikkiga bo'ladigan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1388. **{l,m,n}** vektorga perpendikular va $M_0(x_0,y_0,z_0)$ nuqtadan *d*

1389. Koordinata o'qlarida 1,2,3 sonlariga proporsional bo'lgan kesmalar ajratadigan va (3,5,7) nuqtadan 4 ga teng masofada joylashgan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1390.[*] *Oxy* tekisligi bilan $3x+2y+4z-7=0,\ 2x-5y+1=0,\ 5x+y-\sqrt{3}z+6=0$ tekisliklarning kesishmasida hosil bo'lgan uchburchakning ichida bu tekisliklardan bir xil uzoqlashgan nuqta topilsin.

1391.[*] Koordinata tekislikalari va $11x-10y-2z-57=0$ tekislik bilan chegaralangan tetraedrga ichki chizilgan sharning markazi va radiusi topilsin.

1392. A(5,2,0) nuqtadan o'tib, B(6,1,−1) nuqtadan 1 ga teng masofada va C(0,5,4) nuqtadan 3 ga teng masofada joylashgan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1393. $x+28y-2z+17=0,\ 5x+8y-z+1=0$ tekisliklarning kesishish chizig'idan o'tib, koordinatalar boshidan 1 ga teng masofada joylashgan tekisliklar tenglamasi tuzilsin.

1394. Koordinatalarning *Oxyz* sistemasiga nisbatan $O'x'y'z'$ sistema quyidagi tenglamalar bilan berilgan:

$$O'y'z':\quad x+1=0$$
$$O'x'z':\quad 2x-y=0$$
$$O'x'y':\quad x+2y+3z-6=0$$

yangi sistemaning E' birlik nuqtasi esa, eski sistemada $E'(1,3,5)$ koordinatalarga ega. Ixtiyoriy *M* nuqtaning yangi koordinatalarini eski koordinatalari orqali ifodalang.

1395. Koordinatalarining *Oxyz* sistemasiga nisbatan $O'x'y'z'$ tekislik $2x+3y-6z+6=0$ tenglama bilan berilgan, $O'y'z'$ va $O'x'z'$ tekisliklar mos ravishda *Oyz* va *Oxz* tekisliklar bilan ustma−ust tushuvchi va *A* nuqta ikkala sistemada ham bir xil 2,4,6 koordinatalarga ega ekanligini bilgan holda ixtiyoriy *M* nuqtaning yangi koordinatalarini eski koordinatalari orqali ifodalang.

1396. Koordinatalarning to'g'ri burchakli Oxyz sistemasiga nisbatan yangi sistemaning koordinata tekisliklari tenglamalari berilgan:

$O'y'z'$: $x+2y+5z+1=0$
$O'x'z'$: $2x-y+1=0$
$O'x'y'$: $x+2y-z-1=0$

Bu tekisliklarning o'zaro perpendikular ekanligi tekshirilsin. O nuqtaga (koordinata boshi) yangi sistemada musbat koordinatalarga ega bo'lishini bilgan holda, ixtiyoriy M nuqtaning yangi koordinatalarini eski koordinatalari orqali ifodalansin.

1397. Koordinatalarning to'g'ri burchakli $Oxyz$ sistemasiga nisbatan yangi $O'x'y'z'$ sistemaning koordinata tekisliklari berilgan:

$O'y'z'$: $x+y+z-1=0$
$O'x'z'$: $2x-y-z+1=0$.
$O'x'y'$: $y-z+2=0$

Bu tekisliklarning o'zaro perpendikularligi tekshirilsin va eski sistemadagi koordinatalari $(-1,-1,-1)$ bo'lgan nuqta yangi sistemadagi koordinatalari musbat bo'lishini bilgan holda, ixtiyoriy M nuqtaning yangi to'g'ri burchakli koordinatalarini eski koordinatalari orqali ifodalari yozilsin.

5 §. To'g'ri chiziqning turli usulda berilishi. To'g'ri chiziqlar bilan tekisliklarning o'zaro joylashuvi

1398. Quyidagi hollarning har birida affin fazodagi M_1M_2 to'g'ri chiziqning tenglamalari tuzilsin.

1) $M_1(2,3,1)$, $M_2(4,6,9)$
2) $M_1(7,-1,2)$, $M_2(5,-1,4)$
3) $M_1(1,5,1)$, $M_2(1,-5,1)$.

1399. Affin fazoda to'g'ri chiziqlarning parametrik tenglamalari tuzilsin:

1) $x-2y+4z=0,\quad 3x-2y+5z=0$

2) $x+y-z+5=0, \quad 2x-y+2z-2=0$.

1400. Quyidagi to'g'ri chiziqlardan har birini *Ox*, *Oy* o'qlarga parallel bo'lgan tekisliklarning kesishishi chizilari sifatida qarab, bu tekisliklar tenglamalari tuzilsin:

1) $x=3+5t, \ y=7-4t, \ z=-6+t$

2) $x=-1+t, \ y=1-t, \ z=5t$

1401. Quyidagi nuqtalardan qaysilari bitta to'g'ri chiziqda yotadi?

1) (3,0,1), (0,2,4), (−3,4,7)

2) (1,2,3), (10,8,4), (3,0,2)

3) (2,6,4), (5,7,1), (5,7,1).

1402. Ushbu A(5,8,15), B(−1,−1,−3), C(5,7,1), D(0,$\frac{1}{2}$,0), E(0,0,1) nuqtalardan qaysilari $x=1+2t, \ y=2+3t, \ z=3+6t$ to'g'ri chiziqda yotadi?

1403. 1) (3,5,1) nuqtadan o'tib, $x=2+4t, \ y=-3t, \ z=-3$ to'g'ri chiziqqa parallel;

2) (0,−5,4) nuqtadan o'tib, $x+2y+6=0, \ z=5$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq tenglamalari yozilsin.

1404. Quyidagi hollarning har birida to'g'ri chiziqning *Oxy* tekislikka proyeksiyasi topilsin.

1) $5x+8y-3z+9=0,2x-4y+z-1=0$

2) $\dfrac{x-3}{-5}=\dfrac{y-4}{6}=\dfrac{z-6}{8}$

1405. Quyidagi to'g'ri chiziqlarning koordinata tekisliklari bilan kesishish nuqtalari topilsin:

1) $6x+2y-z-9=0, \ 3x+2y+2z-12=0$

2) $x=6+2t, \ y=-2+4t, \ z=-5t$

1406. To'g'ri chiziqning ikkita koordinata tekisliklar bilan kesishish nuqtalari $(0, y_1, z_1)$, $(x_2, 0, z_2)$ berilgan. Shu to'g'ri chiziqning uchinchi koordinata tekisligi bilan kesishish nuqtasini toping.

1407, 1408, 1409 masalalarda ko'rsatilgan to'g'ri chiziqlar juftlaridan qaysilari ayqash, qaysilari kesishadi, qaysilari parallel yoki ustma–ust tushadi? Agar to'g'ri chiziqlar parallel bo'lsa, ular orqali o'tgan tekislik tenglamasi tuzilsin, agar ular kesishsa, ularni o'z ichiga olgan tekislik tenglamasi tuzilsin va ularning kesishish nuqtasi topilsin:

1407. 1) $\begin{cases} x = 1+2t,\ y = 7+t,\ z = 3+4t \\ x = 6+3t,\ y = -1-2t,\ z = -2+t \end{cases}$

2) $\begin{cases} x = 1+2t,\ y = 2-2t,\ z = -t \\ x = -2t,\ y = -5+3t,\ z = 4 \end{cases}$

1408.

1) $\begin{cases} x+z-1=0, \\ 3x+y-z+13=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x-2y+3=0, \\ y+2z-8=0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x+3y=0, \\ x+z-8=0 \end{cases}$ $\begin{cases} z-4=0, \\ 2x+3z-7=0 \end{cases}$

1409. 1) $x = 9t,\ y = 5t,\ z = -3+t$

$\begin{cases} 2x-3y-3z-9=0 \\ x-2y+z+3=0 \end{cases}$

2) $x = t,\ y = -8-4t,\ z = -3-3t$

$\begin{cases} x+y-z=0 \\ 2x-y+2z=0 \end{cases}$

3) $x = 3+t,\ y = -1+4t,\ z = 4$

$\begin{cases} x-3y+z=0 \\ x+y-z+4=0 \end{cases}$

4) $x = -2+3t,\ y = -1,\ z = 4-t$

$$\begin{cases} 2y - z + 2 = 0 \\ x - 7y + 3z - 17 = 0 \end{cases}.$$

1410. Qanday zaruriy shart bajarilganda ikkita $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$, $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$, $A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0$, $A_4x + B_4y + C_4z + D_4 = 0$ to'g'ri chiziq bitta teikslikda yotadi?

1411, 1412 masalalarda ko'rsatilgan hollardan qaysi birida to'g'ri chiziq berilgan tekislikda yotadi, qaysi birida unga parallel, qaysi birida u bilan kesishadi? Agar ular kesishishsa kesishish nuqtasi topilsin.

1411. To'g'ri chiziq — Tekislik

1) $\dfrac{x-12}{4} = \dfrac{y-9}{3} = \dfrac{z-1}{1}$, $\qquad 3x + 5y - z - 2 = 0$

2) $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-3}{4} = \dfrac{z}{3}$, $\qquad 3x - 3y + 2z - 5 = 0$

3) $\dfrac{x-13}{7} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-4}{3}$, $\qquad x + 2y - 4z + 1 = 0$

4) $\dfrac{x-7}{5} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z-5}{4}$, $\qquad 3x - y + 2z - 5 = 0$

1412. To'g'ri chiziq — Tekislik

1) $\begin{cases} 3x + 5y - 7z + 16 = 0 \\ 2x - y + z - 6 = 0 \end{cases}$, $\qquad 5x - z - 4 = 0$

2) $\begin{cases} 2x + 3y + 6z - 10 = 0 \\ x + y + z + 5 = 0 \end{cases}$, $\qquad y + 4z + 17 = 0$

3) $\begin{cases} x + 2y + 3z + 8 = 0 \\ 5x + 3y + z - 16 = 0 \end{cases}$, $\qquad 2x - y - 4z - 24 = 0$

1413. Affin fazoda $x = 2t,\ y = 1 - t,\ z = 3 + t$ to'g'ri chiziqning $x + y + z - 10 = 0$ tekislik bilan kesishish nuqtasini toning.

1414. Affin fazoda $y+2z=0$ tekislikda yotgan va $\begin{cases} x=1-t,\ y=t,\ z=4t \\ x=2-t,\ y=4+2t,\ z=1 \end{cases}$ to'g'ri chiziqlar bilan kesishgan to'g'ri chiziqning parametrik tenglamalari yozilsin.

1415. Affin fazoda (3,−1,−4) nuqtadan o'tib, Oy o'qni kesib o'tadigan va $y+2z=0$ tekislikka kollinear(parallel) bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamalari tuzilsin.

1416.* Affin fazoda $x-3y+z=0,\ x+y-z+4=0$ to'g'ri chiziqqa kollinear $\begin{cases} x=3+t,\ y=-1+2t,\ z=4t \\ x=-2+3t,\ y=-1,\ z=4-t \end{cases}$ to'g'ri chiziqlarni kesib o'tadigan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

1417.* Koordinatalar boshidan o'tib, $\begin{cases} x=t,\ y=1-t,\ z=3+t \\ x=2+2t,\ y=3-t,\ z=4+3t \end{cases}$ to'g'ri chiziqlarni kesib o'tadigan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

1418. Affin fazoda (2,3,1) nuqtadan o'tib $\begin{cases} x+y=0,\ x-y+z+4=0 \\ x+3y-1=0,\ \mathbf{y}+z-2=0 \end{cases}$ to'g'ri chiziqlar bilan kesishadigan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

1419.* Affin fazoda qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda $x=x_0+lt,\ y=y_0+mt,\ z=z_0+nt$ to'g'ri chiziq uchlari $M(x_k,y_k,z_k)$ (k=1,2,3) nuqtalarda bo'lgan uchburchakni kesib o'tadi.

1420. Koordinatalar boshidan va $x=3-2t,\ y=1+t,\ z=t$ to'g'ri chiziqdan o'tuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

1421. (−3,1,0) nuqtadan va $x+2y-z+4=0,\ 3x-y+2z-1=0$ to'g'ri chiziqdan o'tuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

1422. $x=2+3t,\ y=-1+6t,\ z=4t$ to'g'ri chiziqdan o'tib, $x=-1+2t,\ y=3t,\ z=-t$ to'g'ri chig'iqqa kollinear tekislik tenglamasi tuzilsin.

1423. (−2,3,0) nuqtadan va $x=1,\ y=2+t,\ z=2-t$ to'g'ri chiziqdan o'tuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

1424. Affin fazoda *Oy* o'qi orqali o'tib, ikki $x+4y-2z+7=0,\ 3x+7y-2z=0$ tekislikning kesishish chizig'iga kollinear tekislik tengshlamasi tuzilsin.

1425.* Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda $x=x_0+lt,\ y=y_0+mt,\ z=z_0+nt$ to'g'ri chiziqning kesishadigan $A_kx+B_ky+C_kz+D_k=0$ (k=1,2) tekisliklar orasidagi kesmasi, shu tekisliklar hosil qilagan o'tkir burchakda yotadi?

1426.* $x=1+2t,\ y=2t,\ z=t$ va $x=11+8t,\ y=6+4t,\ z=2+t$ to'g'ri chiziqlarning kesishganligini tekshiring va ular orasidagi o'tkir burchak bissektrisasi tenglamalarini yozing.

1427.* $2x=y=2z$ To'g'ri chiziq orqali shunday P tekislik o'tkazingki, berilgan to'g'ri chiziq P tekislikning $y=0, x+y=0$ tekisliklar bilan kesishish chiziqlarining orasidagi burchak bissektrisasi bo'lsin.

6 §. To'g'ri chiziq orasidagi burchak. To'g'ri chiziq va tekislik orasidagi burchak. Ikki to'g'ri chiziqning perpendikularlik sharti. To'g'ri chiziq bilan tekislikning perpendikularlik sharti

1428. To'g'ri chiziqlarning yo'naltiruvchi kosinuslari topilsin:

1) $\frac{x-1}{4}=\frac{y-5}{-3}=\frac{z+2}{12}$; 2) $\frac{x}{12}=\frac{y-7}{9}=\frac{z+3}{20}$

1429. A(1,−5,3) nuqtadan o'tib, koordinata o'qlari bilan 60^0, 45^0, 120^0 burchak hosil qiluvchi to'g'ri chiziq tenglamalari tuzilsin.

1430. $\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{6}=\frac{z-5}{2}$ va $\frac{x}{2}=\frac{y-3}{9}=\frac{z+1}{6}$ to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak topilsin.

1431. Uchlari A(3,−1,0), B(0,−7,3), C(−2,1,−1), D(3,2,6) nuqtalarda bo'lgan tetraedrning qarama−qarshi qirralari orasidagi burchak topilsin.

1432. $5x-6y+2z+21=0,\ x-z+3=0$ to'g'ri chiziqlarning yo'naltiruvchi kosinuslari topilsin.

1433. Ikki

$$\left.\begin{array}{l}3x-4y-2z=0\\ 2x+y-2z=0\end{array}\right\}\ \text{va}\ \left.\begin{array}{l}4x+y-6z-2=0\\ y-3z+2=0\end{array}\right\}$$

to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak topilsin.

1434. To'g'ri chiziqlar orasidagi burchaklar kosinuslari topilsin:

1) $x=3+t,\ y=7-2t,\ z=4+3t$

$x=2+5t,\ y=1-t,\ z=1$

2) $\left.\begin{array}{l}3x+y-z+1=0\\ 3x-y+z=0\end{array}\right\}\ \text{va}\ \left.\begin{array}{l}x-y+1=0\\ 2x+2y-5z+1=0\end{array}\right\}$

1435. $x=5+6t,\ y=1-3t,\ z=2+t$ to'g'ri chiziq bilan $7x+2y-3z+5=0$ tekislik orasidagi burchak topilsin.

1436. $x+y-z=0,\ 2x-3y+z=0$ to'g'ri chiziq bilan $3x+5y-4z+2=0$ tekislik orasidagi burchak topilsin.

1437. $2x+y-z+4=0,\ x+y=0$ to'g'ri chiziqning *Oxz* tekislikdagi proyeksiyasi tenglamasi tuzilsin.

1438. $x=3+5t,\ y=-1+t,\ z=4+t$ to'g'ri chiziqning $2x-2y+3z-5=0$ tekislikdagi proyeksiyasining tenglamasi tuzilsin.

1439. $M_0(x_0,y_0,z_0)$ nuqtadan $Ax+By+Cz+D=0$ tekislikka tushirilgan perpendikularning tenglamasi tuzilsin.

1440. (3, −2,4) nuqtadan $5x+3y-7z+1=0$ tekislikka tushirilgan perpendikular to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

1441. (1,2, −3) nuqtaning $6x-y+3z-41=0$ tekisllikka nisbatan simmetrik nuqtasi topilsin.

1443. *Oxz* tekislikka perpendikular bo'lgan va $x=t,\ y=-4+t,\ z=3-t$ va $x=1-2t,\ y=-3+t,\ z=4-5t$ dan iborat to'g'ri chiziqlarni kesib o'tadigan to'g'ri chiziq tenglamalari tuzilsin.

1444. Koordinata boshidan ushbu $\frac{x+2}{4}=\frac{y-3}{5}=\frac{z-1}{-2}$ to'g'ri chiziqqa perpendikular tekislik o'tkazilsin.

1445. (4,3,10) nuqtaga $x=1+2t,\ y=2+4t,\ z=3+5t$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik bo'lgan nuqta topilsin.

1446. M(0,1,1) nuqtadan o'tib, $y+1=0, x+2z-7=0$ to'g'ri chiziq bilan to'g'ri burchak hosil qilgan va $x-1=0, z+1=0$ to'g'ri chiziqni to'g'ri burchak ostida kesib o'tadigan to'g'ri chiziq tenglamalari tuzilsin.

1447. *Oy* o'qni va $x=3+4t,\ y=1-t,\ z=2+5t$ to'g'ri chiziqni to'g'ri burchak ostida kesib o'tadigan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

1448. (3,2,1) nuqtadan *Ox* o'qiga tushirilgan perpendikularning tenglamasi tuzilsin.

1449. (−1,0,4) nuqtadan $x=1+t,\ y=2t,\ z=4-t$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikularning tenglamasi tuzilsin.

1450. $x+y+z-1=0$ tekislik bilan $y=1, z+1=0$ to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasidan shunday to'g'ri chiziq o'tkazingki, u shu tekislikda yotib berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lsin.

7 §. Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha masofa. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi eng qisqa masofa

1451. (1,3,5) nuqtadan $\begin{cases} 2x+y+z-1=0 \\ 3x+y+2z-3=0 \end{cases}$ to'g'ri chiziqqacha masofa topilsin.

1452. (1,2,5) nuqtadan quyidagi to'g'ri chiziqlarning har birigacha masofa topilsin:

1) $x=t,\ y=1-2t,\ z=3+t$

2) $x+y-z+2=0,\ 4\mathrm{x}-3\mathrm{z}+3=0$

1453. $3x - y + 4z - 12 = 0$ tekislikning koordinata tekisliklari bilan kesishishidan hosil bo'lgan uchburchakning *Oz* o'qida yotuvchi uchidan tushirilgan balandligining uzunligi topilsin va tenglamasi tuzilsin.

1454. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi qisqa masofa topilsin:

1) $x = 3 + t,\ y = 1 - t,\ z = 2 + 2t$ va $x = -t,\ y = 2 + 3t,\ z = 3t$

2) $x + y - z + 1 = 0, x + y = 0$ va $\begin{cases} x - 2y + 3z - 6 = 0 \\ 2x - y + 3z - 6 = 0 \end{cases}$

3) $x + 2y - z + 1 = 0,\ \ 2x - 3y + z - 4 = 0$ va $x + y + z - 9 = 0,\ \ 2x - y - z = 0$

1455. Ikki parallel to'g'ri chiziq orasidagi masofa topilsin:

$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2}$ va $\frac{x-7}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{2}$

1456. Kubning qirrasi 1 ga teng, uning diagonali bilan shu diagonali kesishmaydigan yoqning diagonali orasidagi qisqa masofa topilsin.

8 §. To'g'ri chiziq va tekislikning vektor tenglamalari

1457. $M_1(\mathbf{r}_1)$ nuqta va $r = r_0 + at$ to'g'ri chiziqdan o'tgan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1458. $M_1(\mathbf{r}_1)$ nuqtadan o'tib, $r = r_0 + at$ to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1459. $M_0(\mathbf{r}_0)$ nuqtadan o'tib, $rn_1 = D_1, rn_2 = D_2$ tekisliklarning kesishish chizig'iga perpendikular bo'lgan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1460. $r = r_0 + at$ to'g'ri chiziqning $\mathbf{rn} = D$ tekislik bilan kesishish nuqtasi topilsin.

1461. $r = r_0 + at$ to'g'ri chiziqning $r = r_1 + bu + cv$ tekislik bilan kesishish nuqtasi topilsin.

1462. $M_0(\mathbf{r}_0)$ nuqtaning $r = r_1 + at$ to'g'ri chiziqdagi proyeksiyasi topilsin.

1463. $\mathbf{rn} = D$ tekislikda yotuvchi va $r = r_0 + at$ to'g'ri chiziq bilan to'g'ri burchak ostida kesishuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

1464. $M_0(\mathbf{r}_0)$ nuqtaning $r = r_1 + at$ to'g'ri chiziqdagi proyeksiyasi topilsin.

1465. $M_0(\mathbf{r_0})$ nuqtaning $r = r_1 + at$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik nuqtasi topilsin.

1466. $M_0(\mathbf{r_0})$ nuqtaning $\mathbf{rn} = D$ tekislikdagi proyeksiyasi topilsin.

1467. $M_0(\mathbf{r_0})$ nuqtaning $\mathbf{rn} = D$ tekislikka nisbatan simmetrik nuqtasi topilsin.

1468. $M_0(\mathbf{r_0})$ nuqtaning $r = r_1 + au + bv$ tekislikdagi proyeksiyasi topilsin.

1469. $M_0(\mathbf{r_0})$ nuqtaning $r = r_1 + au + bv$ tekislikka nisbatan simmetrik nuqtasi topilsin.

1470. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda to'rtta $rn_k = D_k, (k = 1,2,3,4)$ tekislik bitta bog'lamga tegishli bo'ladi?

1471. ikkita $rn_k = D_k, (k = 1,2)$ tekislikning kesishgan chizig'idan $rn_3 = D_3$ tekislikka perpendikular tekislik o'tkazing.

1472. uchta $rn_k = D_k, (k = 1,2,3)$ tekislikning kesishish nuqtasi topilsin.

1473. $[ra] = M(a \neq 0, aM = 0)$ to'g'ri chiziqning parametrik tenglamasi tuzilsin.

1474. $[ra] = M(a \neq 0, aM = 0)$ to'g'ri chiziq bilan $\mathbf{rn} = D$ tekislikning kesishish nuqtasi topilsin.

1475. $r = r_0 + at$ to'g'ri chiziqda $\mathbf{rn} = D$ tekislikdan d masofada joylashgan nuqtani toping.

1476. $r = r_0 + at$ to'g'ri chiziq va $\mathbf{rn} = D$ tekislik berilgan. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda:

1) ular kesishadi?

2) kollinear bo'ladi?

3) parallel bo'ladi?

4) to'g'ri chiziq tekislikda yotadi?

1477. $r = r_k + a_k t (k = 1,2)$ to'g'ri chiziqlar berilgan. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda:

1) ular ayqash bo'ladi?

2) kesishadi?

3) kollinear bo'ladi?

4) parallel bo'ladi?

5) ustma–ust tushadi?

1478. $r = r_0 + at$ to'g'ri chiziq orqali rn=D tekislikka perpendikular bo'lgan tekislik o'tkazilsin.

1479. $r = r_0 + at$ to'g'ri chiziq orqali $r = r_1 + au + bv$ tekislikka kollinear tekislik o'tkazilsin.

1480. $r = r_0 + at$ to'g'ri chiziq orqali $r = r_1 + bt$ to'g'ri chiziqqa kollinear bo'lgan tekislik o'tkazilsin.

1481. $[ra] = M (a \neq 0, aM = 0)$ to'g'ri chiziq orqali **rn**=D tekislikka perpendikular tekislik o'tkazilsin.

1482. $M_0(\mathbf{r_0})$ nuqta va $[ra] = M$ to'g'ri chiziq orqali o'tuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

1483. $r = r_k + a_k t$ (k=1,2) to'g'ri chiziqlar bilan to'g'ri burchak ostida kesishuvchi to'g'ri chiziq tenglamsi tuzilsin.

1484. $[ra_k] = M_k$ (k=1,2) to'g'ri chiziqlarni to'g'ri burchak ostida kesib o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

1485. $\mathbf{rn_k} = D_k$ (k=1,2) to'g'ri chiziqni $[ra] = M$ ko'rinishdagi va parametrik ko'rinishdagi tenglamasi tuzilsin.

1486. $M_0(\mathbf{r_0})$ nuqtadan $r = r_1 + at$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikular tenglamasi tuzilsin.

1487. $M_0(\mathbf{r_0})$ nuqtadan $\mathbf{rn_k} = D_k$ $(k = 1,2)$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikular tenglamasi tuzilsin.

1488. $M_0(\mathbf{r_0})$ nuqtadan $[ra] = M(a \neq 0, aM = 0)$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikular tenglamasi tuzilsin.

1489. $M_0(\mathbf{r_0})$ nuqtadan $\mathbf{rn_k} = D_k$ $(k = 1,2)$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa topilsin.

1490. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda $\mathbf{rn_k} = D_\mathbf{k}$ $(k = 1,2,3)$ tekisliklar yagona umumiy nuqtaga ega bo'ladi?

1491. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda $\mathbf{rn_k} = D_k$ $(k = 1,2,3)$ tekisliklar prizma hosil qiladi?

1492. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda uchta $\mathbf{rn_k} = D_k$ $(k = 1,2,3)$ tekisliklar yagona umumiy to'g'rii chiziqqa ega bo'ladi?

1493. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilagnda $\mathbf{rn_k} = \mathbf{D_k}$ $(k = 1,2,3,4)$ tekisliklar tetraedr hosil qiladi?

1494. $\mathbf{rn_k} = D_k$ $(k = 1,2)$ to'g'ri chiziq orqali $\mathbf{rn_3} = D_3$ tekislikka perpendikular tekislik o'tkazilsin.

1495. $M_0(\mathbf{r_0})$ nuqtaning $\mathbf{rn_k} = D_k$ $(k = 1,2)$ to'g'ri chiziqdagi proyeksiyasi topilsin.

1496. $M_1(\mathbf{r_1})$ nuqtaning $[ra] = M(a \neq 0, aM = 0)$ to'g'ri chiziqdagi proyeksiyasi topilsin.

1497. $M_k(\mathbf{r_k})$ $(k = 1,2,3)$ uchburchak uchlari. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda $r = r_0 + at$ to'g'ri chiziq uchburchak yuzini kesib o'tadi?

1498. $r = r_0 + at$ to'g'ri chiziq bilan uchta $M_k(\mathbf{r_k})$ $(k = 1,2,3)$ nuqtadan o'tadigan tekislikning kesishish nuqtasi topilsin.

1499. Ikkita tekislik $\mathbf{rn_k}=D_k$ $(k=1,2)$ berilgan. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda ular:

1) kesishadi?

2) parallel bo'ladi?

3) ustma−ust tushadi?

1500. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda $\mathbf{rn}=D$ tekislik bilan $[ra]=M(a\neq 0, aM=0)$ to'g'ri chiziq :

1) kesishadi?

2) parallel bo'ladi?

3) to'g'ri chiziq tekislikda yotadi?

XIII BOB.
FAZODA SIRTLAR VA CHIZIQLAR

Fazoda sirt tenglamasi quyidagi ko'rinishlarda berilishi mumkin:

1. $z=f(x,y)$
2. $F(x,y,z)=0$ *yoki* $F(\mathbf{r})=0$
3. $x=x(u,v),\ y=y(u,v), z=z(u,v),$ ya'ni uchta tenglama bilan. Bu tenglamalar sirtning parametrik tenglamalari deb ataladi. Bu tenglamada sirt ixtiyoriy nuqtasining koordinatalarini u,v parametrlarning funksiyalari orqali ifodalaydi. Bu parametrlar sirtning egri chiziqli koordinatalari deb ataladi. M nuqtaning egri chiziqli u,v koordinatalarga ega ekanligini bildirish maqsadida $M(u,v)$ ko'rinishli ifodani yozamiz. Uchta

$x=x(u,v),\ y=y(u,v)\ ,z=z(u,v)$ tenglama o'rniga bitta

$$r=r(u,v)$$

vektor tenglama berish mumkin, bunda r - sirtdagi istalgan nuqtaning radius vektori.

Yasovchisi Oz o'qiga parallel bo'lgan silindrik sirtning tenglamasi

$$F(x,y)=0$$

ko'rinishda bo'ladi. Bu yerda $F(x,y)=0$ tenglama Oxy tekislikda qandaydir chiziqni ifodalaydi.

Xuddi shunga o'xshash yasovchisi $Ox,\ Oy$ o'qlariga parallel bo'lgan silindrik sirtning tenglamasini yozish mukin.

Fazoda chiziq tenglamasi quyidagi ko'rinishlarning birida beriladi:

I. Shu chiziq orqali o'tgan ikki sirtning $F(x,y,z)=0$, $\Phi(x,y,z)=0$ ko'rinishdagi, yoki $F(\boldsymbol{r})=0$, $\Phi(\boldsymbol{r})=0$ ko'rinishdagi tenglamalari yordamida beriladi.

II. $x=x(t),y=y(t),z=z(t),$ ya'ni uchta tenglama bilan;
bu tenglamalar chiziqning **parametrik tenglamalari** deb ataladi.

Tenglamalar chiziqda yotuvchi nuqtaning *x,y,z* koordinatalarini t parametr funksiyasi orqali ifodalaydi. Bu parametr M nuqtaning egri chiziqli koordinatasi deyiladi va M(t) deb yoziladi. Uchta $x=x(t)$, $y=y(t)$, $z=z(t)$ tenglama o'rniga bitta vektor **r=r(t)** tenglamani yozish mumkin. Bu yerda **r**- *M* nuqtaning radius vektori.

Agar $x=x(u,v)$, $y=y(u,v)$, $z=z(u,v)$ yoki r=r(*u,v*) tenglamada $v=C$=const desak, $x=x(u,C)$, $y=y(u,C)$, $z=z(u,C)$ yoki r=r(*u,C*) sirtda yotuvchi chiziq tenglamasi hosil bo'ladi. Bu chiziq v=const **koordinata chizig'i** deb ataladi.

Xuddi shunga o'xshash $u=c$ deb

$x=x(C,v)$,$y=y(C,v)$, $z=z(C,v)$ yoki ***r=r****(C,v)* *u=const* koordinat chiziq hosil qilamiz.

u=const va v=const chiziqlar oilasi sirtda **koordinat to'r**ni hosil qiladi.

F(x,y,z) funksiya *x,y,z* ga nisbatan ko'phad bo'lsa, $F(x,y,z)=0$ tenglama bilan aniqlanadigan sirt algebraik sirt deb ataladi.

F(*x,y,z*) ko'phad ikkita φ(x,y,z) va ψ(x,y,z) ko'paytuvchilarga ajralsa, φ,ψ funksiyalar ham *x,y,z* ga nisbatan ko'phaddan iborat bo'lsa, F(*x,y,z*)=0 sirt ikkita sirtga ajraladi deb aytiladi:

$\varphi(x,y,z)=0$, $\psi(x,y,z)=0$.

1-misol. $x^2+y^2+z^2=r^2$ tenglama markazi koordinatalar boshida yotuvchi radiusi r ga teng sferani aniqlaydi, chunki sferadagi har qanday nuqtaning koordinatasi berilgan tenglamani qanoatlantiradi. Sfera ichida yotuvchi har bir nuqta uchun $x^2+y^2+z^2<r^2$,va sfera tashqarisida yotuvchi har bir nuqta uchun $x^2+y^2+z^2>r^2$ tengsizliklar o'rinli.

2-misol. $x^2+y^2=r^2$ tenglama yasovchisi *Oz* o'qiga parallel, yo'naltiruvchisi markazi koordinatalar boshida yotuvchi va radiusi r ga teng C aylanadan iborat bo'lgan silindr tenglamasidir.

Haqiqatan, silindrda yotuvchi *M(x,y,z)* nuqtani olib *Oxy* tekisligiga proyeksiyalasak, M`(x,y,0) nuqta hosil bo'ladi. Bu nuqta yo'naltiruvchi C aylanada yotganligi uchun uning koordinatalari $x^2+y^2=r^2$ tenglamani qanoatlantiradi. Agar M(x,y,z) silindr tashqarisida bo'lsa, uning M`(x,y,0) proyeksiyasi aylana tashqarisida yotadi, demak, $x^2+y^2>r^2$. Nihoyat M nuqta silindr ichida bo'lsa, uning proyeksiyasi M` aylana ichiga tushadi va $x^2+y^2<r^2$. Demak, $x^2+y^2=r^2$ tenglamani faqatgina silindrda yotuvchi nuqtalarning koordinatalari qanoatlantirar ekan va silindrda yotmaydigan hech bir nuqtani kooordinatasi qanoatlantirmas ekan. Demak, $x^2+y^2=r^2$ berilgan silindr tenglamasidir.

Eslatma: umuman F(x,y)=0 tenglama *Oxy* tekislikda birorta chiziqni ifodalasa, fazoda shu tenglamaning o'zi yasovchisi *Oz* o'qiga parallel bo'lgan, yo'naltiruvchisi F(x,y)=0 chiziqdan iborat silindrni ifodalaydi.

3-misol. $x^2+y^2-k^2z^2=0$, $k\neq 0$ tenglama uchi koordinatalar boshida bo'lgan doiraviy konusni ifodalaydi. Bu konusning yasovchisi *Oz* o'qi bilan o'tkir burchak tashkil qiladi va bu burchakning tangensi k ga teng, ya'ni tgφ=k.

Haqiqatan ham, M(*x,y,z*)- konusdagi nuqta bo'lsin. Bu nuqtadan *Oz* o'qigacha bo'lgan masofa shu nuqtani *Oxy* tekislikdagi proyeksiyasi M`(*x,y,0*) dan koordinata boshgacha bo'lgan masofaga teng, ya'ni

$$MQ=M`O=(x^2+y^2)^{1/2}$$

Ikkinchi tomondan MQ=OQ tgφ. Ammo OQ=|z|, ekanidan

$$(x^2+y^2)^{1/2}=|z|\mathrm{tg}\varphi,$$

yoki

$$x^2+y^2-z^2\mathrm{tg}^2\varphi=0.$$

Aksincha, agar M(x,y,z) nuqta oxirgi tenglamani qanoatlantirsa, u holda

$$(x^2+y^2)^{1/2}=|z|\mathrm{tg}\varphi,$$

yoki

$$\mathrm{tg}\varphi=(x^2+y^2)^{1/2}/|z|,$$

yoki

$$tg\varphi = MQ/OQ,$$

demak M nuqta koordinata boshidan o'tuvchi va burchak koeffitsienti k ga teng to'gri chiziqda yotar ekan, ya'ni M nuqta koordinata boshidan o'tgan va *Oz* o'qi bilan o'tkir φ burchakni tashkil qilgan to'g'ri chiziqda , ya'ni konusda yotadi.

Eslatma: *O*xy tekisligida to'g'ri burchakli dekart koordinatalar sistemasida C chiziq F(x,y)=0 tenglama bilan berilgan bo'lsin.

Bu chiziqni Ox o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt tenglamasi.

$$F(x, \pm (x^2+y^2)^{1/2})=0$$

ko'rinishda bo'ladi. Bu yerda *O*x o'qi tekislikdagi *O*x o'qi bilan, *O*y o'qi bilan *O*y o'qi ustma-ust tushadi *x,y,z* esa koordinatalarning *Oxyz* sistemasiga nisbatan koordinatalaridir.

4-misol. $x^2+y^2=r^2$ aylanani *O*x o'qi atrofida aylantirsak, markazi koordinatalar boshida bo'lgan, radiusi *r* ga teng sfera hosil bo'ladi. Bu sferaning tenglamasi yuqoridagi eslatmaga asosan

$$x^2+(\pm(y^2+z^2)^{1/2})^2=r^2$$

yoki

$$x^2+y^2+z^2=r^2$$

5-misol. $y=kx$ to'gri chiziq ko'raylik.

Yuqoridagi qoidaga asosan bu to'g'ri chiziqni *OX* o'qi atrofida aylantirganda hosil bo'ladigan aylanma sirt uchi koordinatalar boshida bo'lgan to'g'ri doiraviy konusdir. Bu sirtning tenglamasi

$$\pm(y^2+z^2)^{1/2}=kx,$$

yoki

$$y^2+z^2=k^2x^2.$$

Konusning yasovchisi bilan aylanish o'qi orasidagi φ burchakning tangensi

$$|k|=tg\varphi$$

ga teng.

6-misol. Ushbu $x^2+(y-b)^2=a^2$ markazi Oy o'qidagi (0,b) nuqtada yotuvchi , radiusi a ga teng aylanani ko'raylik. Bu aylanani *Ox* o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan aylanma sirtning tenglamasi

$$x^2+(\pm(y^2+z^2)^{1/2}-b)^2=a^2$$

tenglama bilan ifodalanadi, yoki

$$x^2+y^2+z^2+b^2-a^2=\pm 2b(y^2+z^2)^{1/2}$$

yoki

$$(x^2+y^2+z^2+b^2-a^2)^2=\pm 4b^2(y^2+z^2)$$

$b>a>0$ sharda bu sirt tor deb ataladi.

Endi sirtning parametrik tenglamalarini tuzishga doir masala ko'ramiz.

7-misol. $(x-a)^2+z^2=b^2$, $y=0$ aylananing *Oz* o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirtni ko'raylik. M(x,y,z) sirtda yotuvchi ixtiyoriy nuqta. C esa M nuqta yotgan meridional aylananing markazi bo'lsin. Q nuqtadan esa Ox o'qiga QP perpendikular tushiraylik. M nuqtadan Oxy tekislikka MQ perpendikular tushiraylik. *Oxy* tekisligida *Ox* o'qi bilan OQ nur orasidagi burchakni u deb, COz tekisligida OC nur bilan CM nur orasidagi burchakni v deb olamiz. U holda:

$$x=OP=OQ\cos u=(OC+CQ)\cos u=(a+b\cos v)\cos u,$$

$$y=PQ=OQ\sin u=(OC+CQ)\sin u=(a+b\cos v)\sin u,$$

$$z=MQ=MC\sin v=b\sin v$$

Torning parametrik tenglamalarini hosil qildik:

$$x=(a+b\cos v)\cos u,$$

$$y=(a+b\cos v)\sin u,$$

$$z=b\sin v$$

tor uchun geografik kenglik va uzoqlik quyidagi chegaralarda o'zgaradi.

$$0\le u<2\pi,\ 0\le v<2\pi$$

8-misol. *M* nuqta radiusi r ga teng aylana bo'ylab shunday tekis harakatlanadiki, uning *OM* radiusi o'zgarmas *w* burchak tezligi bilan aylanadi, bu aylana tekisligi esa fazoda tekis va ilgarilanma shunday harakat qiladiki, uning markazi aylana tekisligiga perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziq bo'ylab o'zgarmas v tezlik bilan harakatlanadi. U holda M nuqta odatdagi vint chiziq deb ataluvchi chiziqni chizib boradi. Boshlang'ich holatda aylana markazini koordinatalar boshi deb, aylana tekisligini *OXY* tekisligi deb va markazdan aylana tekisligiga perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziqni OZ o'qi deb olamiz. $M_0(r,0,0)$ harakatlanuvchi nuqtaning boshlang'ich vaziyati bo'lsin. M_0 nuqta t vaqt ichida aylana bo'ylab wt yoyni va Oz o'qi bo'ylab esa vt yo'lni bosib o'tdi. Demak, t paytida uning koordinatalari:

$$x=r\cos wt,\ y=r\sin wt, z=vt$$

bo'ladi. Bu tenglamalar vint chiziqning parametrik tenglamalari bo'ladi. Bu tenglamalar nuqtaning vint chiziq bo'ylab harakat qonunini ifodalaydi.

Agar *OM* radiusni aylanish yo'nalishini teskariga almashtirsak, yoki aylana tekisligini siljish yo'nalishini teskariga almashtirsak, teskari soy(narezka)li vint chiziq hosil bo'ladi. O'ng va chap vint chiziqlarni ajratishadi, agar vintni soat strelkasi bo'ylab aylantirsak va vint shu yo'nalishda o'yilgan bo'lsa, vint ichiga uraladi, va u o'ng vint chiziq deb ataladi. Aks holda, vint chiziq chap vint chiziq deyiladi. Matematik nuqtayi nazardan faqat vint chiziqning qarama-qarshi soy(narezka)ligi haqida gapirish mumkin, chap va o'ng soy(narezka)lar esa fizikaviy ma'noga ega.

1501. $z^2=2xy$ tenglama qanday sirtni aniqlaydi?
Bu sirt koordinatalar sistemasiga nisbatan qanday joylashgan?

1502. Uchi $S(a,b,c)$ nuqtada joylashgan, o'qi esa koordinata o'qlari bilan α,β,γ burchaklar tashkil qiluvchi yasovchisi bilan o'qi orasidagi burchagi φ ga teng bo'lgan aylanma konus tenglamasi tuzilsin.

1503. Konus asosining radiusi r ga teng doiradan iborat. Konusning balandligi h ga teng. *Oxy* tekisligini asos tekisligi va *Oz* o'qini balandlik deb olgan holda konus tenglamasi tuzilsin.

1504. Uchchala koordinata o'qlari konus yasovchilari bo'lib xizmat qilishini va konus o'qi esa birinchi va yettinchi oktantlardan o'tishini bilgan holda, aylanma konus tenglamasi tuzilsin.

1505. Koordinata tekisliklariga urinuvchi, o'qi esa, birinchi va yettinchi oktantlardan o'tuvchi aylanma konus tenglamasi tuzilsin.

1506. Markazi C(0,4,1) nuqtada va radiusi r=6 bo'lgan sferaga tashqi chizilgan konusning uchi S (8,0,0) nuqtada joylashganligini bilgan holda konus tenglamasi tuzilsin.

1507. O'qi yOz burchak bissektrisasidan iborat, radiusi birga teng doiraviy silindr tenglamasi tuzilsin uning radiusi birga teng; yOz burchak bissektrisasi esa, uning o'qidan iborat.

1508. Yarim o'qlari a va b (a>b) bo'lgan ellips Oz o'qi bilan ustma-ust tushuvchi katta o'qi atrofida aylanadi, ellips markazi koordinata boshida; shu ellipsning aylanishidan hosil bo'lgan sirt tenglamasi tuzilsin. (cho'ziq aylanma ellipsoid).

1509. Yarim o'qlari a va b (a>b) bo'lgan ellips Oz o'qi bilan ustma-ust tushuvchi kichik o'qi atrofida aylanadi. Ellips markazi koordinata boshida. Shu ellips aylanishidan hosil bo'lgan sirt tenglamasi tuzilsin (qisiq aylanma ellipsoid).

1510. Yarim o'qlari a,b ga teng bo'lgan giperbola Oz o'qi bilan ustma-ust tushuvchi haqiqiy o'qi atrofida aylanadi; giperbola markazi koordinata boshida. Shu giperbolaning aylanishidan hosil bo'lgan sirt tenglamasi tuzilsin (ikki pallali aylanma giperboloid).

1511. Yarim o'qlari *a,b* ga teng bo'lgan giperbola *Oz* o'qi bilan ustma-ust tushuvchi mavhum o'qi atrofida aylanadi. Giperbola markazi koordinata boshida. Shu giperbola aylanishidan hosil qilingan sirt tenglamasi tuzilsin (bir pallali aylanma giperboloid).

1512. *p* parametrli parabola *Oz* o'qi bilan ustma-ust tushuvchi o'qi atrofida aylanadi. Parabolaning uchi kooordinata boshida. Shu parabolaning aylanishidan hosil bo'lgan sirt tenglamasi tuzilsin (aylanma paraboloid).

1513. *Oxz* tekisligida $x^2=2pz,\ y=0$ parabola berilgan. Bu parabola bo'ylab q parametrli parobolaning uchi shunday siljiydiki, uning tekisligi *Oyz* tekisligiga, o'qi esa *Oz* o'qiga parallel. Harakatlanuvchi parabola hosil qilgan sirt tenglamasi tuzilsin.

1514. *Oz* o'qi atrofida unga ayqash bo'lgan to'g'ri chiziq aylanadi. Bu to'g'ri chiziq bilan *Oz* o'qi orasidagi burchak o'zgarmas γ ga teng. Oz o'qiga va bu to'g'ri chiziqqa umumiy bo'lgan perpendikular to'g'ri chiziqning uzunligi har doim o'zgarmas bo'lib, r ga teng va *Oxy* tekisligida yotadi. Aylanuvchi shu to'g'ri chiziq hosil qilgan sirt tenglamasi tuzilsin.

1515. Radiusi r ga teng, o'qi esa (x_0,y_0,z_0) nuqtadan o'tib, va koordinata o'qlari bilan α,β,γ burchaklar tashkil qiladigan doiraviy silindrning tenglamasi tuzilsin.

1516. *Oxy* tekisligida r radiusli va markazi koordinatalar boshida bo'lgan aylana berilgan. *Oz* o'qi atrofida bu aylanani A nuqtada kesib o'tadigan tekislik aylanadi. O'z navbatida bu tekislikda A nuqta atrofida to'g'ri chiziq shunday aylanadiki, bu to'g'ri chiziq bilan *OA* to'g'ri chiziq davomi orasidagi burchaklar doim ikki yoqli burchakdan ikki baravar kichikligicha qoladi. Bu ikki yoqli burchak aylanuvchi tekislik bilan *Oxz* tekislik orasidagi burchakka teng. To'g'ri chiziq aylanishidan hosil qilingan sirt tenglamasi tuzilsin.

1517. $y=f(x)$ egri chiziqning *Ox* o'qi atrofida aylanishidan hosil qilingan aylanma sirt tenglamasi tuzilsin.

1518. $x=f(z),\ y=g(z)$ chiziqning *Oz* o'qi atrofida aylanishdan hosil bo'lgan (aylanma) sirt tenglamsi tuzilsin.

1519. $x=r\cos u\cos v,\ y=r\sin u\cos v,\ z=r\sin v$

parametrik ko'rinishda berilgan sfera bilan $x^2+y^2-rx=0$ silindrning kesishishidan hosil bo'lgan chiziq tenglamasining parametrik tenglamalarni yozing (bu chiziq-Viviani chizig'i deyiladi).

1520. $x=u\cos v,\ y=u\sin v,\ z=f(u)$

parametrik tenglamar bilan berilgan sirtning shakli va joylashishi aniqlansin.

1521. Radiusi a ga teng, aylanish o'qi Oz o'qidan iborat silindrik sirtning parametrik tenglamalari tuzilsin.

1522. x=chz, y=0 chiziqning Oz o'qi atrofida aylanishidan hosil qilingan sirtning parametrik tenglamalari tuzilsin.

1523.* x=ucosv, y=usinv, z=v

parametrik tenglamalar bilan berilgan sirtning ko'rinishi va joylashishi aniqlansin. u , v parametrlar qanday geometrik ma'noga ega?

1524. x=ucosv, y=usinv, z=u

Parametrik ko'rinishdagi tenglamalar bilan berilgan sirtning ko'rinishi va joylashgan o'rni aniqlansin .u,v parametrlar qanday geometrik ma'noga ega?

1525. Dastlabki momentda Oxz tekisligi bilan ustma-ust tushib, shu tekislikda yotgan Oz o'qi bilan α burchak hosil qiluvhci to'g'ri chiziq berilgan. Bu tekislik Oz o'qi atrofida o'zgarmas w burchak tezligi bilan aylanadi, ayni vaqtda koordinata boshidan chiqqan nuqta to'g'ri chiziq bo'ylab o'zgarmas v tezlik bilan harakatlanadi. Harakatdagi nuqtaning chizgan trayektoriyasining tenglamasi tuzilsin (konik spiral).

1526. Silindroid deb to'g'ri chiziqning biror tekislikka parallel ravishda qilgan harakatidan hosil bo'lgan sirtga aytiladi. Silindroid ikkita yo'naltiruvchi chiziq (yasovchi bu chiziqlar bo'ylab sirpanadi) va yo'naltiruvchi tekislik (yasovchi parallel bo'lgan) orqali aniqlanishi mumkin. Yo'naltiruvchi chiziqlari

$x^2+z^2-2ax=0$, $y=0$

$y^2+z^2-2ay=0$, $x=0$

aylanalar bo'lgan va Oxy tekisligi yo'naltiruvchi tekisligidan iborat silindroid tenglamasi tuzilsin.

1527. Yasovchilari z=0 tekisligiga parallel va yo'naltiruvchilari

$$\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1 \ , \quad x=a \quad \text{va} \quad \frac{y^2}{c^2}+\frac{z^2}{b^2}=1\, , \quad x=-a$$

ellipsoidlardan iborat silindroid tenglamasi tuzilsin (1526-masalaga qarang).

1528. To'g'ri chiziq berilgan tekislikka parallel ravishda harakatlanadi; bu to'g'ri chiziq, ya'ni yasovchi harakat davrida doimo berilgan to'g'ri chiziqni kesib o'tadi. Bunday to'g'ri chiziq harakatidan hosil qilingan sirt konoid deb ataladi. Konoidni yo'naltiruvchi l to'g'ri chiziq, yo'naltiruvchi π tekislik, va yo'naltiruvchi C chiziq aniqlaydi.

Yasovchilari x=0 tekislikka parallel, yo'naltiruvchi to'g'ri chiziq Oxz tekisligida yotib Ox o'qidan h masofada o'tadigan va nihoyat, yo'naltiruvchi chiziq

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1, \quad z=0$$

ellipsdan iborat konoid tenglamasi tuzilsin.

1529. Yasovchisi z=0 tekislikka parallel bo'lib, yo'naltiruvchilari esa x=a, y=0 to'g'ri chiziq bilan $y^2=2pz$, x=0 paraboladan iborat bo'lgan konoid tenglamasi tuzilsin.

1530.Ikkita

$y^2=2px$, z=0,

$z^2=-2px$, y=0

parabola berilgan. To'g'ri chiziq shunday harakat qiladiki, u y-z=0 tekisligiga parallel bo'lib, ikkala parabolani ham kesib o'tadi.

Harakatlanuvchi tog'ri chiziq hosil qilgan sirt tenglamasi tuzilsin.

1531. Oxy tekisligiga parallel ravishda harakatlanuvchi to'g'ri chiziq Oz o'qini va $xyz=a^3$, $x^2+y^2=b^2$ egri chziqni kesib o'tadi. To'g'ri chiziq harakatidagi hosil qilingan sirt tenglamasi tuzilsin.

1532. Doiraviy silindr radiusi R ga teng, o'qi O qutbdan o'tadi va ***a*** vektorga parallel. Silindrning vektor shaklidagi tenglamasi tuzilsin.

1533. Uchi O qutbda bo'lgan, yasovchisi bilan o'q orasidagi burchagi γ ga teng va ***a*** vektor esa o'q yo'nalishini aniqlaydi. Doiraviy konus tenglamasini vektor ko'rinishida yozing.

1534. Uchi O qutbda bo'lgan va yo'naltiruvhci $\mathbf{r}=\mathbf{r}(\mathbf{u})$ tenglama bilan ifodalangan egri chiziqdan iborat bo'lgan konus tenglamasini tuzing.

1535. Yasovchisi ***a*** vektorga parallel, yo'naltiruvchisi $\mathbf{r}=\mathbf{r}(\mathbf{u})$ egri chiziqdan iborat silindr tenglamasi tuzilsin.

1536. Uchi $M_0(\mathbf{r_0})$ nuqtadan va yo'naltiruvchisi $\mathbf{r}=\mathbf{r}(\mathbf{u})$ egri chiziqdan iborat konus tenglamasi tuzilsin.

1537. $M_0(\mathbf{r_0})$ nuqtadan ***a*** vektor yo'nalishida to'g'ri chiziq o'tkazilgan. Bu to'g'ri chiziq atrofida $\mathbf{r}=\mathbf{r}(\mathbf{u})$ egri chiziq aylanadi, aylanuvchi egri chiziq hosil qilgan sirt tenglamasi tuzilsin.

1538. $\mathbf{r}=\mathbf{r}(\mathbf{u})$ chiziqning har bir $M(\mathbf{u})$ nuqtasidan a(u) vektor yo'nalishida to'g'ri chiziq o'tkazilgan. Bu to'g'ri chiziqlar geometrik o'rnining tenglamasi tuzilsin (to'g'ri chiziqli sirt).

1539.* $M_1(\mathbf{r_1})$, $M_2(\mathbf{r_2})$, $M_3(\mathbf{r_3})$ nuqtalardan mos ravishda $\boldsymbol{a_1}$, $\boldsymbol{a_2}$ $\boldsymbol{a_3}$ vektorlar yo'nalishida juft-jufti bilan uchta ayqash bo'lgan to'g'ri chiziq o'tkazilgan. Shu uchta to'g'ri chiziqni kesib o'tuvchi to'g'ri chiziqlarning geometrik o'rni tenglamasi tuzilsin.

XIV BOB.
SFERA. SILINDR VA KONUSLAR. ELLIPSOIDLAR. GIPERBOLOIDLAR. PARABOLOIDLAR

Sfera. Markazi $C(a,b,c)$ nuqtadagi, r radiusli sfera tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$$

(27-chizma). Bu tenglama sferaning normal tenglamasi deyiladi. Agar sfera markazi koordinatalar boshi bilan ustma-ust tushsa, normal tenglama quyidagi

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

$$Ax^2 + Ay^2 + Az^2 + 2Bx + 2Cy + 2Dz + E = 0$$

tenglama

$$A \neq 0 \quad B^2 + C^2 + D^2 - AE > 0$$

shartda markazi $(-\frac{B}{A},\ -\frac{C}{A},\ -\frac{D}{A})$ nuqtadagi va radiusi $r=\sqrt{\frac{B^2+C^2+D^2-AE}{A^2}}$ ga teng bo'lgan aylanani aniqlaydi.

M nuqtaning radiusi $r,$ markazi C nuqtada bo'lgan sferaga nisbatan darajasi deb

$$\sigma = d^2 - r^2$$

songa aytiladi. Bu yerda $d = MC$ son M nuqtadan C markazgacha bo'lgan masofa.

Agar M nuqta sfera tashqarisida yotsa, bu nuqtaning sferaga nisbatan darajasi musbat sondir. Bu son M nuqtadan sferaga o'tkazilgan urinma uzunligining kvadratiga teng. Agar M nuqta sfera ichida yotsa, bu nuqtaning sferaga nisbatan darajasi manfiy son bo'ladi va absolut qiymati bo'yicha $MP \cdot MQ$ ko'paytmaga teng. MP, MQ kesmalar M nuqtadan o'tuvchi ixtiyoriy vatar bo'laklarining uzunliklariga teng.

Agar M nuqta sferada yotsa, bu nuqtaning sferaga nisbatan darajasi nolga teng. M(x,y,z) nuqtaning markazi C(a,b,c) nuqtada yotuvchi va radiusi r ga teng sferaga nisbatan darajasi

$$\sigma = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 - r^2$$

formuladan aniqlanadi.

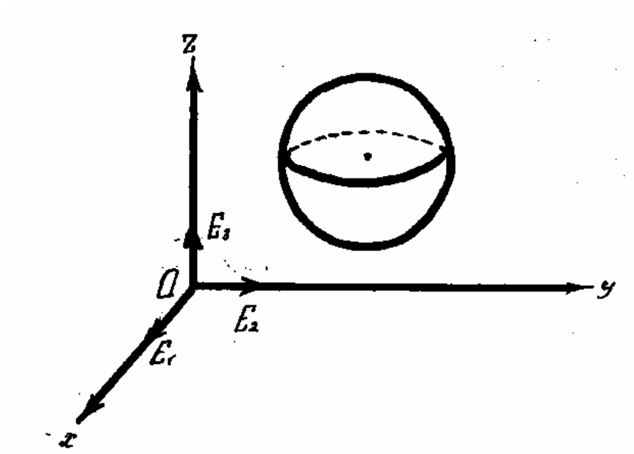
Konsentrik bo'lmagan ikkita sferalarga nisbatan teng darajali nuqtalarning geometrik o'rni tekislikdan iborat. Bu tekislik ikkita sferaning radikal tekisligi deyiladi. Agar sferalar kesishsa, radikal tekislik ularning umumiy aylanasi orqali o'tadi.

Ikkita sfera tenglamalarini qaraylik:

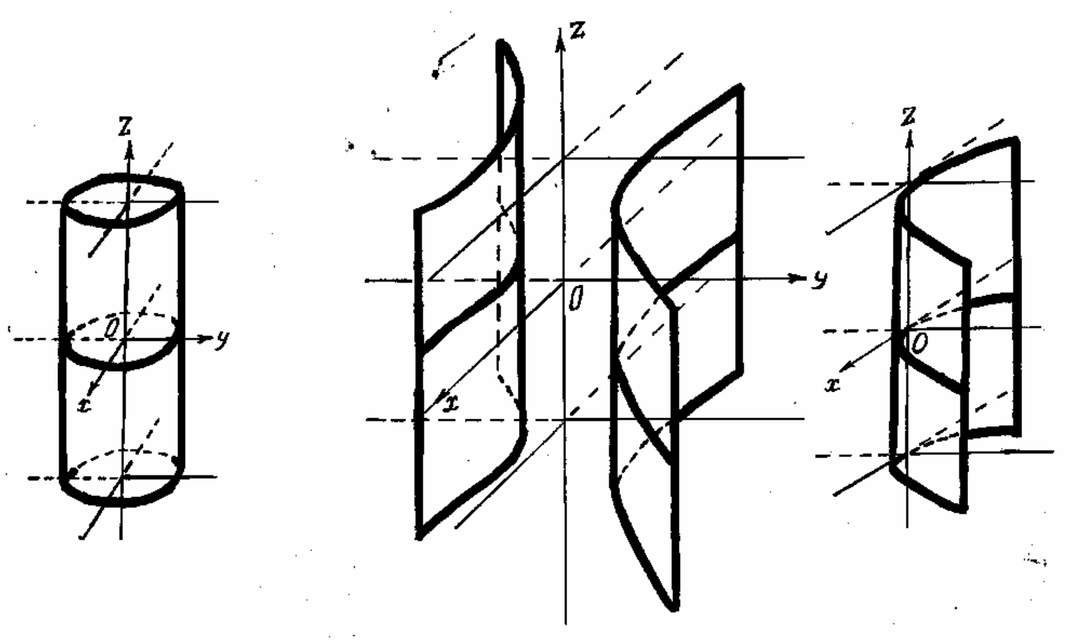
$$(x-a_1)^2 + (y-b_1)^2 + (z-c_1)^2 - r_1^2 = 0,$$
$$(x-a_2)^2 + (y-b_2)^2 + (z-c_2)^2 - r_2^2 = 0$$

va ularning chap tomonlarini u_1, u_2 deb belgilaylik.

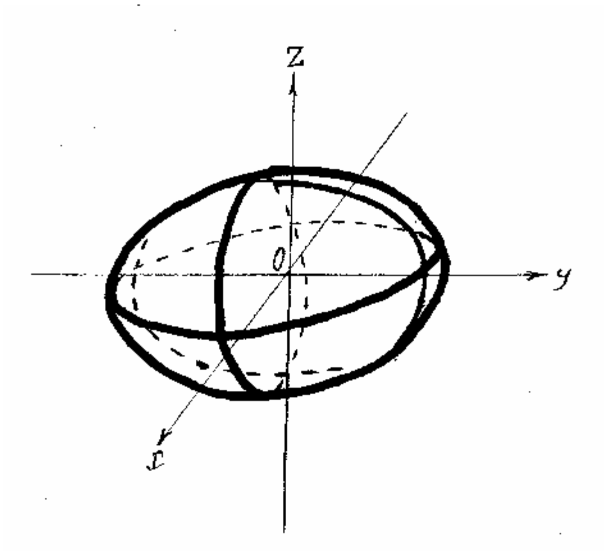
$\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 = 0$ tenglama λ_1, λ_2 sonlar bir vaqtda nolga teng bo'lmagan holda sfera yoki tekislikni aniqlaydi. Agar sferalar kesishsa, bu tenglama ularning umumiy aylanasidan o'tadigan sferani yoki tekislikni ifoda etadi. $u_1 = u_2$ tenglama radikal tekislikni aniqlaydi.



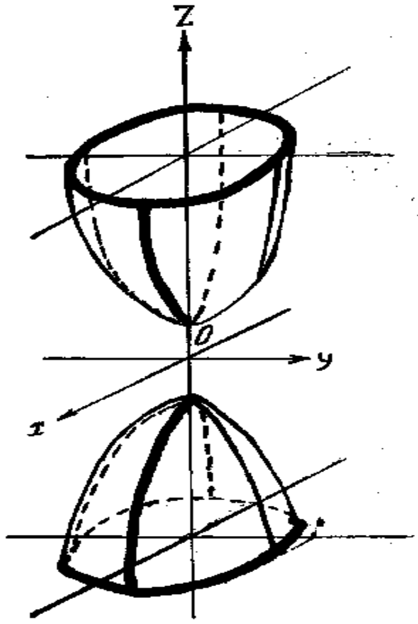
27 – chizma



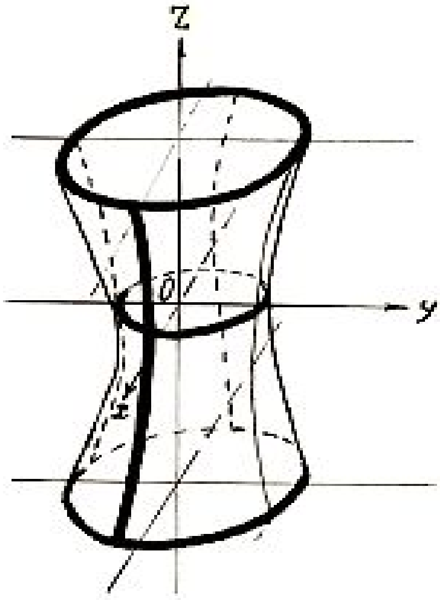
28 – chizma



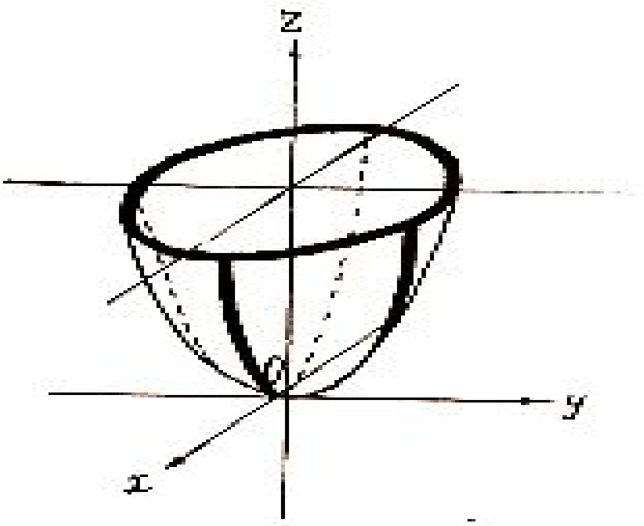
29 – chizma



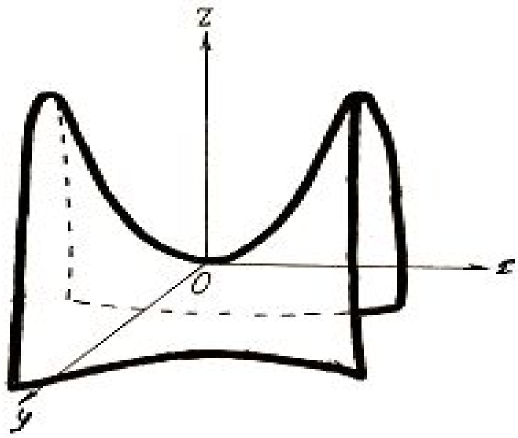
30 – chizma



31 – chizma



32 – chizma



33 – chizma

$\lambda u + \mu v = 0$ tenglamada $u = 0$ sfera tenglamasi va $v = 0$ tekislik tenglamasi bo'lsa, $\lambda \neq 0$ shartda sferani, yoki $\lambda = 0$, $\mu \neq 0$ shartda tekislikni aniqlaydi. Agar ular kesishsa bu sfera $v=0$ tekislikning sfera bilan kesishish chizig'i orqali o'tadi.

Ikkinchi tartibli konus va silindrlar

L – to'g'ri chiziqlarga ajralmaydigan ikkinchi tartibli haqiqiy chiziq, *S* – bu chiziq tekisligida yotmaydigan nuqta bo'lsin, deb faraz qilaylik. Shu *S* nuqtani *L* chiziqning barcha nuqtalari bilan tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlar to'plami **ikkinchi tartibli konus** deb ataladi. *S* – konus uchi va *S* ni chiziq nuqtalar bilan tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlar **konus yasovchilari** deb ataladi.

Agar yo'naltiruvchi aylanadan iborat bo'lsa va *S* nuqtani aylana markazi bilan tutashtiruvchi to'g'ri chiziq aylana tekisligiga perpendikular bo'lsa, konus **doiraviy** (yoki to'g'ri doiraviy) **konus** deb ataladi.

Ikkinchi tartibli konusning kanonik tenglamasi quyidagicha ko'rinishga ega:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0.$$

Agar *L* – to'g'ri chiziqlarga ajralmaydigan ikkinchi tartibli haqiqiy chiziq bo'lsa va ***a*** vektor *L* chiziq tekisligiga parallel bo'lmasa, *L* chiziqning barcha nuqtalaridan o'tib ***a*** vektorga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar to'plami **ikkinchi tartibli silindr** deb ataladi. *L* - silindr yo'naltiruvchisi, ***a*** vektorga parallel to'gri chiziqlar esa **– yasovchilari** deb ataladi.

L yo'naltiruvchi chiziq ellipsdan iborat bo'lsa, silindr elliptik, agar *L* yo'naltiruvchi chiziq sifatida giperbola olinsa, silindr **giperbolik** va nihoyat, yo'naltiruvchi L chiziq sifatida parabola olinsa, silindr **parabolik** deyiladi.

Yasovchilari *Oz* o'qiga parallel bo'lgan elliptik, giperbolik va parabolik silindrlarning tenglamalari mos ravishda quyidagicha bo'ladi (28- chizma):

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,\ \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1,\ x^2=2py.$$

Yasovchilari *Ox, Oy* o'qlarga parallel bo'lgan ikkinchi tartibli silindrlar tenglamalari yuqoridagiga o'xshash yoziladi.

Ellipsoidlar. Ellipsoidning kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega (29-chizma):

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

bu yerda odatda $a \geq b \geq c$ hisoblanadi: a, b, c sonlar ellipsoidning yarim o'qlari deb ataladi. Agar a, b, c – bir-briga teng bo'lmasa, ellipsoid **uch o'qli** deyiladi. $a = b > c$ holda ellipsoid **cho'zilgan aylanma ellipsoid** deb ataladi.

Ellipsoidning kanonik tenglamasida koordinata tekisliklar - simmetriya tekisliklari, koordinata o'qlari – simmetriya o'qlari (bosh o'qlar) va koordinatalar boshi – simmetriya markazi (markaz) bo'ladi.

Simmetriya o'qlarining ellipsoid sirti bilan kesishish nuqtalari $A_1(a, 0, 0)$, $A_2(-a, 0, 0)$, $B_1(0, b, 0)$, $B_2(0, -b, 0)$, $C_1(0, 0, c)$, $C_2(0, 0, -c)$ nuqtalar **ellipsoid uchlari** deb ataladi. Aylanma ellipsoidda esa aylanish o'qining sirt bilan ikkita kesishish nuqtasi **ellipsoid uchlari** deb ataladi.

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ ellipsoidning (x_0, y_0, z_0) nuqtasidagi urinma tekisligi quyidagi tenglama bilan aniqlanadi:

$$\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} + \frac{zz_0}{c^2} = 1$$

Ellipsoidning parallel vatarlari o'rtalarining geometrik o'rni shu vatarlarga **qo'shma bo'lgan diametral tekislik deb ataladi**. Agar $\boldsymbol{a} = \{l, m, n\}$ vektor vatarlar yo'nalishini aniqlasa, unga qo'shma bo'lgan diametral tekislik tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$\frac{lx}{a^2} + \frac{my}{b^2} + \frac{nz}{c^2} = 0.$$

Ellipsoidning parallel kesimlari markazlari joylashgan to'g'ri chiziq bu kesimlar tekisliklariga qo'shma diametr deyiladi. Agar $Ax + By + Cz + D = 0$ tenglama kesimlardan birining tenglamasi bo'lsa, qo'shma diametr tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$x = a^2At, \ y = b^2Bt, \ z = c^2Ct.$$

Ellipsoidning barcha diametral tekisliklari va diametrlari uning markazidan o'tadi.

Agar $a > b > c$ shartda ushbu

$$c\sqrt{a^2-b^2}\,x \pm a\sqrt{b^2-c^2}\,z + \lambda ac\sqrt{a^2-c^2} = 0$$

tekisliklar ellipsoidni aylanalar bo'ylab kesib o'tadi; bu yerda $|\lambda| < 1$ deb olinadi; agar λ parametr -1 dan 1 gacha barcha qiymatlarni qabul qilsa; bu tenglamalar barcha doiraviy kesimlar tekisliklarini aniqlaydi.

Doiraviy kesimlar tekisliklariga parallel va ellipsoidga urinma bo'lgan tekisliklar ellipsoidning doiraviy deb ataladigan (to'rtta nuqta)

$$\left(\pm a\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}, 0, \pm c\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\right)$$

nuqtalarida urinadi.

Giperboloidlar. Ikki pallali giperboloid (30-chizma) tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1,$$

bu yerda odatda $a \geq b$ munosabat o'rinli. Bir pallali giperboloid tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

bu yerda odatda $a \geq b$ deb olinadi. (31-chizma)

$a=b$ holda **aylanma giperboloid** hosil bo'ladi. Kanonik tenglamasi bilan berilgan ikki pallali giperboloid uchun koordinata tekisliklari – simmetriya tekisliklari, koordinata o'qlari–simmetriya o'qlari va koordinatalar boshi – simmetriya markazi bo'ladi. Giperboloidning Oz simmetriya o'qi bilan kesishish nuqtalari, ya'ni $C_1(0, 0, c)$ va $C_2(0, 0, -c)$ nuqtalar giperboloid uchlari deb ataladi.

$a \neq b$ holda bir pallali giperboloidning *Ox*, *Oy* simmetriya o'qlari bilan kesishish nuqtalari $A_1(a, 0, 0)$, $A_2(-a, 0, 0)$, $B_1(0, b, 0)$, $B_2(0, -b, 0)$ uning uchlari deb ataladi.

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0,$$

tenglama bilan aniqlangan konus ushbu

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=\pm 1,$$

giperboloidlarning **asimptotik konusi** deb ataladi.

Giperboloidlarning (x_0, y_0, z_0) nuqtasidagi urinma tekisligi

$$\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}-\frac{zz_0}{c^2}=\pm 1,$$

tenglama bilan ifodalanadi.

Giperboloidlarning parallel vatarlarining o'rtalari bir tekislikda yotadi. Bu tekislik bu vatarlarga qo'shma **diametral tekislik** deb ataladi.

Agar $\boldsymbol{a}=\{l, m, n\}$ vektor vatarlar yo'nalishini aniqlasa, ularga qo'shma bo'lgan diametral tekislikni tenglamasi

$$\frac{lx}{a^2}+\frac{my}{b^2}-\frac{nz}{c^2}=0$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

Giperboloid vatarlari asimptotik konus yasovchilarining yo'nalishidan tashqari istalgan yo'nalishlarga ega bo'lishi mumkin.

Giperboloidning parallel kesim markazlari yotgan to'g'ri chiziq kesim tekisliklariga qo'shma **diametr** deb ataladi. Agar $Ax+By+Cz+D=0$ tenglama bu kesimlar tekisligining tenglamasi bo'lsa, unga qo'shma diametr tenglamalari quyidagi ko'rinishga ega:

$$x = a^2At, \quad y = b^2Bt, \quad z = -c^2Ct.$$

Tekislik giperboloidni markaziy (haqiqiy yoki mavhum) chiziq bo'yicha kesib o'tishi uchun bu tekislik asimptotik konusga (yasovchi bo'ylab) urinuvchi tekisliklarning hech biriga parallel bo'lmasligi zarur va yetarlidir.

Giperboloidning barcha diametrial tekisliklari va diametrlari uning simmetriya markazidan o'tadi.

Quyidagi $c\sqrt{a^2-b^2}\,y \pm b\sqrt{a^2+c^2}\,z \pm cb\sqrt{b^2+c^2} = 0$ tekisliklar bir pallali giperboloidni λ ning ixtiyoriy qiymatida va $|\lambda| > 1$ qiymatida esa – ikki pallali giperboloidni doira bo'yicha kesib o'tadi. Ushbu

$$c\sqrt{a^2-b^2}\,y \pm b\sqrt{a^2+c^2}\,z \pm cb\sqrt{b^2+c^2}\,\lambda = 0$$

tekisliklar ikki pallali giperboloidga uning to'rtta doiraviy

$$\left(0, \pm b\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2+c^2}}, \pm c\sqrt{\frac{a^2+c^2}{b^2+c^2}}\right)$$

Nuqtalarida urinadi. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$ konusning doiraviy kesimlari

$$c\sqrt{a^2-b^2}\,y \pm b\sqrt{a^2+c^2}\,z \pm D = 0$$

tekisliklarda joylashadi, bu yerda D noldan farqli barcha haqiqiy qiymatlarni qabul qiladi.

Ikkinchi tartibli sirtning **to'g'ri chiziqli yasovchisi** deb barcha nuqtalari sirtga tegishli bo'lgan to'g'ri chiziqqa aytiladi.

Bir pallali giperboloid to'g'ri chiziqli yasovchilarining bir parametrli ikkita oilasiga ega:

$$\alpha\left(\frac{x}{a}+\frac{z}{c}\right)=\beta\left(1+\frac{y}{b}\right),$$

$$\beta\left(\frac{x}{a}-\frac{z}{c}\right)=\alpha\left(1-\frac{y}{b}\right),$$

$$\alpha\left(\frac{x}{a}+\frac{z}{c}\right)=\beta\left(1-\frac{y}{b}\right),$$

$$\beta\left(\frac{x}{a}-\frac{z}{c}\right)=\alpha\left(1+\frac{y}{b}\right),$$

bu yerda α, β – bir vaqtda nolga teng bo'lmaydigan sonlar.

Bir pallali giperboloidning har bir nuqtasidan turli oilaga tegishli bo'lgan ikkita turli to'g'ri chiziqli yasovchi o'tadi.

Bir pallali giperboloidning urinma tekisligi giperboloidga urinish nuqtasidan o'tuvchi ikkita to'g'ri chiziqli yasovchi bo'ylab kesib o'tadi.

Paraboloidlar. Elliptik paraboloidning kanonik tenglamasi

$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z \quad \text{(32 -chizma)}$$

ko'rinishga ega, bu yerda $p > 0,\ q > 0$ va odatda $p \geq q$. $p = q$ holda paroboloid – **aylanma paroboloid** deb ataladi.

Giperbolik paraboloid tenglamasi

$$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$$

ko'rinishda bo'ladi, bu yerda $p > 0,\ q > 0$ (33-chizma).

Agar paraboloid kanonik tenglamasi bilan berilgan bo'lsa, Oxz, Oyz koordinat tekisliklar uning simmetriya tekisliklari, Oz o'qi – simmetriya o'qi. O'qni paraboloid bilan kesish $O(0,\ 0,\ 0)$ nuqtasi paraboloid uchi deb ataladi. Oxy tekislik paraboloid uchidagi urinma tekisligidir. Paraboloidning (x_0,y_0,z_0) nuqtasidagi urinma tekisligi elliptik paraboloid uchun

$$\frac{xx_0}{p} + \frac{yy_0}{q} = z + z_0$$

va giperbolik paraboloid uchun

$$\frac{xx_0}{p} - \frac{yy_0}{q} = z + z_0$$

tenglama bilan ifodalanadi.

Paraboloidni parallel vatarlarining o'rtalari joylashgan tekislik bu vatar yo'nalishlariga **qo'shma diametral tekislik** deb ataladi.

Agar $\boldsymbol{a}=(l,\ m,\ n)$ vektor vatarlar yo'nalishini aniqlasa, unga qo'shma diametral tekislik tenglamasi elliptik paraboloid uchun:

$$\frac{lx}{p} + \frac{my}{q} = n$$

va giperbolik paraboloid uchun

$$\frac{lx}{p} - \frac{my}{q} = n$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

Elliptik paraboloid vatarlari Oz o'qi yo'nalishidan boshqa hamma yo'nalishlarga ega bo'lishi mumkin, diametral tekisliklari esa uning Oz o'qiga parallel bo'ladi.

Giperbolik paraboloid vatarlari ushbu

$$\frac{x}{\sqrt{p}} \pm \frac{y}{\sqrt{q}} = 0$$

tekisliklarga parallel bo'lolmaydi, giperboloik paraboloidning barcha diametral tekisliklari Oz o'qiga parallel bo'ladi.

Paraboloidning parallel kesimlari markazlari yotgan to'g'ri chiziq bu kesimlarga qo'shma diametr deb ataladi. Agar $Ax+By+Cz+D=0$ tekislik kesimlardan birining tenglamasi bo'lsa, unga qo'shma bo'lgan diametr tenglamasi elliptik paraboloid uchun

$$x = -\frac{Ap}{C},\ y = -\frac{Bq}{C}$$

va giperbolik paraboloid uchun

$$x = -\frac{Ap}{C},\ y = \frac{Bq}{C}$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

Tekislik paraboloidni markaziy (haqiqiy yoki mavhum) chiziq bo'ylab kesib o'tishi uchun, bu tekislik paraboloidning o'qini *(Oz)* kesib o'tishi zarur va yetarlidir.

Elliptik paraboloid doiraviy kesimlarning ikkita oilasi mavjud. Bu kesimlar tekisliklari quyidagi tenglamalar bilan aniqlanadi:

$$\pm\sqrt{p-q}\,y + \sqrt{q}\,z + D\sqrt{p} = 0,$$

bu yerdagi D koeffitsient $\frac{p-q}{2}$ dan kichik bo'lgan barcha haqiqiy qiymatlarni qabul qiladi:

$$D < \frac{p-q}{2},$$

Quyidagi

$$\sqrt{p-q}\,y \pm \sqrt{q}\,z + \frac{p-q}{2}\sqrt{q} = 0$$

tekisliklar elliptik paraboloidga uning ikkita

$$\left(0, \pm\sqrt{q(p-q)}, \frac{p-q}{2}\right)$$

doiraviy nuqtalarida urinadi.

Giperbolik paraboloid bir parametrli ikkita to'g'ri chiziqli yasovchilarning ikkita oilasiga ega:

$$\frac{x}{\sqrt{p}} + \frac{y}{\sqrt{q}} = 2u, \qquad \frac{x}{\sqrt{p}} - \frac{y}{\sqrt{q}} = 2v,$$

$$u\left(\frac{x}{\sqrt{p}} - \frac{y}{\sqrt{q}}\right) = z, \quad v\left(\frac{x}{\sqrt{p}} + \frac{y}{\sqrt{q}}\right) = z,$$

giperbolik paraboloidning har bir nuqtasidan ushbu

$$\frac{x}{\sqrt{p}} \pm \frac{y}{\sqrt{q}} = 0$$

tekisliklarga parallel bo'lgan va ikki oilaga tegishli ikkita to'g'ri chiziqli yasovchi o'tadi.

Giperbolik paraboloidning urinma tekisligi uni urinish nuqtasidan o'tgan ikkita to'g'ri chiziqli yasovchi bo'ylab kesib o'tadi.

1 §. Sfera

1540. Quyidagi sfera markazining koordinatalari va radiusi aniqlansin.

1) $x^2 + y^2 + z^2 - 12x + 4y - 6z = 0,$

2) $x^2 + y^2 + z^2 + 8x = 0,$

3) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 22 = 0,$

4) $x^2 + y^2 + z^2 - 6z - 7 = 0.$

1541. Quyidagi aylana markazining koordinatalari va radiusi aniqlansin.

$x^2 + y^2 + z^2 - 12x + 4y - 6z + 24 = 0$

$2x + 2y + z + 1 = 0$

1542. Quyidagi aylananing markazi aniqlansin.

$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $Ax + By + Cz + D = 0$

1543.$A(3;0;4)$, $B(3;5;0)$,$C(3;4;4)$,$D(5;4;6)$ nuqtalarning $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=49$ sferaga nisbatan vaziyati aniqlansin.

1544.Quyidagi tekistliklarning ushbu $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=25$ sferaga nisbatan vaziyati aniqlansin.

1) $2x+2y+z+2=0,$

2) $2x+2y+z+5=0,$

3) $2x+2y+z+11=0.$

1545. $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ sferaning ushbu $x=x_0+lt$, $y=y_0+mt$, $z=z_0+nt$ to'g'ri chiziqqa qo'shma bo'lgan diametrial tekistligining tenglamasi tuzilsin.

1546.Ushbu $(x-1)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=25$ sferaning M(3,5,1) nuqtada teng ikkiga bo'linadigan vatarlarining geometrik o'rni topilsin.

1547. $x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0$ sferaning $S(x_0\, y_0\, z_0)$ nuqtadan o'tuvchi vatarlari o'rtalarining geometrik o'rni topilsin.

1548. $x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0$ sferaning $(-R,0,0)$ nuqtadan o'tuvchi vatarlari o'rtalarining geometrik o'rni topilsin.

1549. $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ sferaning $M_0\, (x_0\, y_0\, z_0)$ nuqtadan o'tuvchi vatarlari o'rtalarining geometrik o'rni topilsin.

1550. $S(x_0\, y_0\, z_0)$ nuqtadan $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ sferaga o'tkazilgan urinma tekislikka tushirilgan perpendikularlar asoslarinig geometrik o'rni topilsin.

1551. $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=49$ sferaga $M\ (7, -1, 5)$ nuqtada o'tkazilgan urinma tekislik tenglamasi tuzilsin.

1552. $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ sferaga M_0 $(x_0\ y_0\ z_0)$ nuqtada o'tkazilgan urinma tekislik tenglamasi tuzilsin.

1553. $x^2+y^2+z^2=R^2$ sferaga M_0 $(x_0\ y_0\ z_0)$ nuqtada o'tkazilgan urinma tekislik tenglamasi tuzilsin.

1554.* $x^2+y^2=9,\ z=0$ va $x^2+y^2=25,\ z=2$ aylanalardan o'tuvchi sfera tenglamasi tuzilsin.

1555.* Koordinatalar boshidan va $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=49$, $2x+2y-z+4=0$ aylanadan o'tadigan sfera tenglamasi tuzilsin.

1556. $(1, -2, 0)$ nuqtadan va $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=49,\ 2x+2y-z+4=0$ aylanadan o'tuvchi sfera tenglamasi tuzilsin.

1557. To'g'ri chiziqlarning bog'lami S_1 va bu bog'lamdagi to'g'ri chiziqlarga perpendikular bo'lgan tekisliklar bog'lami S_2 berilgan. S_1 bog'lamining to'g'ri chiziqlari va S_2 bog'lamning tekisliklari kesishadi. Kesish nuqtalarining geometrik o'rni topilsin. S_1 bog'lam tekisliklari bilan S_2 bog'lamning shu tekisliklarga perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziqlarning kesishgan nuqtalaridan hosil bo'lgan geometrik o'rni avvalgi geometrik o'rnining o'zidan iboratligi isbotlansin.

1558.* Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda $Ax+By+Cz+D=0$ tekislik $x^2+y^2+z^2=R^2$ sferaga urinadi? Bu shart bajarilgan deb urinish nuqtasining koordinatalari topilsin.

1559.* $x^2+y^2+z^2-3x+6y+2z-5=0,\ x-2y-2z+1=0$ aylanadan o'tuvchi va $2x+2y+z-7=0$ tekislikka urinadigan sfera tenglamasi tuzilsin.

1560. $x^2+y^2-11=0,\ z=0$ aylanadan o'tuvchi va $x+y+z-5=0$ tekislikka urinadigan sfera tenglamasi tuzilsin.

1561. $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0,\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ tekisliklar yordamida aniqlangan tekisliklar dastasi va $x^2+y^2+z^2=R^2$ sfera berilgan. Dasta tekisliklari sfera bilan kesishishi natijasida hosil bo'lgan aylanalar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

1562. $A(3,2,2)$ nuqtadan $x^2+y^2+z^2=1$ sferaning $2x+2y+z-1=0$ tekislik bilan kesishishidan hosil bo'lgan aylana bo'ylab shu sferaga o'tkazilgan urinma tekisliklarga tushirilgan perpendikularlar asoslarining geometrik o'rni topilsin.

1563. Koordinatalar boshidan $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2-9=0,\ x+y+z-2=0$ aylana bo'ylab shu sferaga o'tkazilgan urinma tekisliklarga tushirilgan perpendikularlar asoslarining geometrik o'rni topilsin.

1564.* $M(x, y, z)$ nuqtaning $x^2+y^2+z^2=R^2$ sferaga nisbatan inversiya almashtirishi deb, OM nurda yotuvchi shunday $M`(x`, y`, z`)$ nuqtaga aytiladiki, bunda

$$OM \cdot OM` = R^2$$

M nuqta koordinatasi bilan $M`$ nuqta koordinatalari orasidagi bog'lanish topilsin.

1565.* Ushbu $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz=0$ sferaning $x^2+y^2+z^2=R^2$ sferaga nisbatan inversion aksi topilsin (1564*- masalaga qarang).

1566. $Ax+By+Cz+D=0$ tekislik $x^2+y^2+z^2=R^2$ sferaga nisbatan inversion aksi topilsin.

1567. Uchi (x_0, y_0, z_0) nuqtadagi konusning $x^2+y^2+z^2=R^2$ sferaga urinishidan hosil bo'lgan chiziq sfera yuzini qanday nisbatda bo'ladi?

1568. $x^2+y^2+z^2-2x=0,\ x^2+y^2+z^2-2x+4y-5y=0$ sferalarning radikal tekisligi tenglamasini tuzing.

1569. Koordinatalar boshi bilan $(1,1,1)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqda

$$(x-2)^2+(y-5)^2+z^2=1,\quad (x-4)^2+(y-3)^2+(z-6)^2=2$$

sferalarga o'tkazilgan urinma uzunliklari bir-biriga teng bo'lgan nuqta topilsin.

1570. Uchta sferaning juft-juft radikal o'qlari bitta dastaga tegishli ekanligini isbot qiling (bu dastaning o'qi uch sferaning radikal o'qi deyiladi).

1571. To'rtta sferaning juft-jufti qilib olish natijasida oltita radikal tekislik hosil bo'ladi. Bu tekisliklarning bitta bog'lamga tegishliligi isbot qilinsin.

1572. $x=x_0+lt,\ y=y_0+mt,\ z=z_0+nt$ to'g'ri chiziq $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ sferaga urinishi uchun qanday shartlarning bajarilishi zarur va yetarli?

1573.[*] Ikkita ayqash

$$x = x_1 + l_1t,\ \ y = y_1 + m_1t,\ \ z = z_1 + n_1t,$$

$$x = x_2 + l_2t,\ \ y = y_2 + m_2t,\ \ z = z_2 + n_2t$$

tog'ri chiziqqa urinuvchi sferalar markazlarining geometrik o'rni topilsin, bu yerda $l_1^2 + m_1^2 + n_1^2 = 1$ *va* $l_2^2 + m_2^2 + n_2^2 = 1$ deb faraz qilinadi.

1574. Uchta juft-jufti bilan ayqash bo'lgan to'g'ri chiziqlar urinuvchi sferalar markazlarining geometrik o'rni ikkinchi tartibli ikkita sirtning kesishish chizig'idan iborat ekanligi isbot qilinsin.

1575. To'rtta juft-jufti bilan ayqash bo'lgan to'g'ri chiziqlarning har biriga urinuvchi, umuman olganda, sakkizta sfera mavjudligi isbotlansin.

1576. Quyida ko'rsatilgan hollarning har birida:

1) berilgan nuqtadan o'tuvchi;
2) berilgan ikki nuqtadan o'tuvchi;
3) berilgan uch nuqtadan o'tuvchi;
4) berilgan to'g'ri chiziqqa urinuvchi;
5) berilgan tekislikka urinuvchi;
6) berilgan tekislikka urinuvchi va belgili radiusga ega;
7) berilgan tekislikdagi markazga ega bo'lgan;
8) berilgan aylanadagi markazga ega bo'lgan;
9) berilgan aylana orqali o'tuvchi

sferalar to'plami nechta parametrga bog'liq?

1577. $\mathbf{rn} = D$ tekislik va $(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)^2 = R^2$ sfera berilgan. Qanday zaruriy va yetarli shartda tekislik bilan sfera:

1) bitta ham umumiy nuqtaga ega emas?
2) urinadi?
3) kesishadi?

1578. Berilgan uchta tekislikka urinuvchi sferalar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

1579.* $Ax+By+Cz+D=0$ tekislikning $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ sfera bilan kesishishi ma'lum. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda (x_0, y_0, z_0) nuqta hosil qilingan sharning kichik segmenti ichiga joylashadi?

1580. $x=x_1+ lt, y= y_1+mt, \ z=z_1+nt$ to'g'ri chiziq orqali ushbu $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ sferaga urinma tekisliklar o'tkazilsin.

1581. Qanday zaruriy va yetarli shartlarda $x=x_1+ lt, y= y_1+mt, \ z=z_1+nt$ to'g'ri chiziq bilan $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ sfera

1) kesishmaydi?
2) kesishadi?

1582. $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ sferaning $Ax+By+Cz+D=0$ tekislikka parallel bo'lgan urinma tekisliklari tenglamalari tuzilsin.

1583.* Quyidagi berilgan to'rtta sferaga ortoganal bo'lgan sfera tenglamasi tuzilsin:

1) $x^2 + y^2 + z^2 = 9,$
2) $(x+5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 53,$
3) $(x+1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 39,$
4) $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 10.$

1584. Ikkita $(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1)^2 = R_1^2, \ (\mathbf{r}-\mathbf{r}_2)^2 = R_2^2$ sferaning radikal tekisligi tenglamasi tuzilsin.

1585. Uchta $(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)^2 = R_i^2, \ i = 1, 2, 3$ sfera radikal o'qining tenglamasi tuzilsin (1570 – masalaga qarang).

1586. To'rtta $(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)^2 = R_i^2, \ i = 1, 2, 3, 4$ sferaning radikal markazi topilsin: (1571 – masalaga qarang).

1587. $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1+\mathbf{a}t$ to'g'ri chiziqning $(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)^2 = R^2$ sfera bilan kesishish nuqtasi topilsin.

1588. Markazi $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1+\mathbf{a}t$ to'g'ri chiziqda yotuvchi va $\mathbf{rn} = D$ tekislikka urinuvchi R radiusli sfera tenglamasi tuzilsin.

1589. $\boldsymbol{rn}=D$ tekislik $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r_0})^2 = R^2$ sfera bilan kesishadi. Kesimda hosil bo'lgan aylana radiusi topilsin.

1590. Qanday shart bajarilganda $\boldsymbol{r}^2+2\boldsymbol{rn}+D=0$ tenglama sferani ifodalaydi? Uning markazi va radiusini toping.

1591. $\boldsymbol{rn}=D$ tekislik $\boldsymbol{r}^2=R^2$ sferaga nisbatan inversiya almashtirishda qanday nuqtalar to'plamiga o'tadi? (1564-masalaga qarang).

1592. $\boldsymbol{r}^2-2\boldsymbol{nr}=0$ sfera $\boldsymbol{r}^2=R^2$ sferaga nisbatan inversiya almashtirishda qanday nuqtalar to'plamiga o'tadi? (1564-ga qarang).

1593. $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r_0})^2=R^2$ sfera $\boldsymbol{r}^2=R^2$ sferaga nisbatan inversiya almashtirishda qanday nuqtalar to'plamiga o'tadi? (1564-ga qarang).

1594. $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r_0})^2=R^2$ sferaga uning $M_0(\boldsymbol{\rho_0})$ nuqtasidagi urinma tekisligi tenglamasi topilsin.

2 §. Ikkinchi tartibli konuslar va silindlar

1595. O'qi $x=t,\ y=1+2t,\ z=-3-2t$ to'g'ri chiziqdan iborat bo'lib, $S\ (1, -2, 1)$ nuqtadan o'tuvchi doiraviy silindr sirti tenglamasi tuzilsin.

1596. Uchi $S(1, 2, 4)$ nuqtada joylashgan, yasovchilari esa $2x+2y+z=0$ tekislik bilan 45^o li birchaklar hosil qiladigan konus tenglamasi tuzilsin.

1597. Uchi $S(1, 2, 3)$ nuqtada joylashgan, o'qi $2x+2y-z+1=0$ tekislikka perpendikular bo'lgan, yasovchisi o'q bilan 30^o li burchak tashkil qiladigan doiraviy konus tenglamasi tuzilsin.

1598. Uchi $M(5, 0, 0)$ nuqtada joylashgan, $x^2+y^2+z^2-1=0$ sferaga urinuvchi konus tenglamasi tuzilsin.

1599. Yasovchilari $x^2+y^2+z^2-1=0$ sferaga urinuvchi va koordinata o'qlari bilan bir xil burchaklar tashkil qiluvchi silindr tenglamasi tuzilsin.

1600. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=36,\ x^2+y^2+z^2=36$ sferalarga urinadigan doiraviy silindr tenglamasi tuzilsin.

1601. $x^2+y^2+z^2-4=0$, $x^2+y^2+(z-3)^2-1=0$ sferalarga urinadigan doiraviy konus tenglamasi tuzilsin.

1602.* Uchta $x=y=z$, $x+1=y=z-1$, $x-1=y+1=z-2$ yasovchisi bo'yicha silindr tenglamasi tuzilsin.

1603. Fazodagi barcha doiraviy silindrlar to'plami nechta parametrga bog'liq?

1604. Fazodagi barcha doiraviy konuslar to'plami nechta parametrga bog'liq?

1605. 1) berilgan sferaga urinuvchi;

2) berilgan radiusga ega bo'lgan;
3) berilgan o'qqa parallel bo'lgan;
4) berilgan to'g'ri chiziqdan o'tgan

doiraviy silindrlar to'plamlarining har biri nechta parametrga bog'liq?

1606. Uchi $(4,\ 0,-3)$ nuqtada joylashgan va yo'naltiruvchisi esa $\frac{y^2}{25}+\frac{z^2}{9}=1,\ x=0$ tenglamalar bilan berilgan konus tenglamasi topilsin.

1607. Konus uchi $M_0(\boldsymbol{r_0})$ nuqtada joylashgan, uning sirtidagi uchta yasovchilarining yo'naltiruvchi vektorlari $\boldsymbol{r_1}, \boldsymbol{r_2}, \boldsymbol{r_3}$ dan iborat, shu konus o'qining tenglamasi tuzilsin.

1608.* $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ ellipsoidga tashqi chizilgan, yasovchilari esa a{l, m, n} vektor bo'ylab yo'nalgan silindr tenglamasi tuzilsin.

1609. Doiraviy silindr $[\boldsymbol{ar}]^2=\boldsymbol{c}^2$ va $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r_0}+\boldsymbol{b}t$ to'g'ri chiziq berilgan. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda bu to'g'ri chiziq:

1) silindr bilan kesishmaydi?
2) silindrni kesib o'tadi?
3) silindrga urinadi?
4) silindr yasovchisi bo'ladi?

1610. Doiraviy konus berilgan $(\boldsymbol{ar})^2=\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{r}^2\cos^2\lambda$ $(\lambda=const)$. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda $r=r_0+bt$ to'g'ri chiziq:

1) konus bilan kesishmaydi?

2) konus uchidan o'tadi?

3) konus yasovchisi bo'ladi?

4) konusni kesib o'tadi?

5) konusga urinadi?

1611. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda nuqta ushbu $(\boldsymbol{ar})^2=\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{r}^2\cos^2\lambda$ (bu yerda $\lambda=const$) konus ichida yotadi?

1612. (x_0, y_0, z_0) nuqtadan. $x^2+y^2-z^2=0$ aylanma konus yasovchilariga tushirilgan perpendikularlar asoslarining geometrik o'rni topilsin.

3 §. Ellipsoidlar, giperboloidlar, paraboloidlar

1613. O'qlari koordinata o'qlari bilan ustma-ust tushuvchi, Oxz va Oyz tekisliklarni mos ravishda $y=0,\ \frac{x^2}{25}+\frac{z^2}{16}=1,\ x=0\ \frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{16}=1$ chiziqlar bo'ylab kesib o'tuvchi ellipsoid tenglamasi tuzilsin.

1614.O'qlari koordinata o'qlaridan iborat, $z=0,\ \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$ ellips va $M(1,\ 2,\ \sqrt{23})$ nuqta orqali o'tuvchi ellipsoid tenglamasi tuzilsin.

1615.* O'qlari koordinata o'qlaridan iborat bo'lgan va, $x^2+y^2+z^2=9,\ z=x$ aylanadan hamda $M(3,\ 1,1)$ nuqtadan o'tgan ellipsoid tenglamasi tuzilsin.

1616. $\frac{x^2}{27}+\frac{y^2}{12}+\frac{z^2}{75}=1$ ellipsoidning $M(3,2,5)$ nuqtasidagi urinma tekisligi tenglamasi tuzilsin.

1617.* $Ax+By+Cz+D=0$ tekislikning $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ ellipsoidga urinishi uchun zaruriy va yetarli shart topilsin.

1618.* $Ax+By+Cz+D=0$ tekislikning $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ ellipsoid bilan kesishishi uchun qanday shartning bajarilishi zarur va yetarli?

1619. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ ellipsoidning markazidan uning urinma tekisligiga tushurilgan perpendikularlar asoslarining geometrik o'rni topilsin.

1620.* $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ ellipsoidning $Ax+By+Cz+D=0$ tekislik bilan kesishish chizig'ining markazi topilsin.

1621. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ ellipsoidning $M(x_1, y_1, z_1)$ nuqtada teng ikkiga bo'linadigan vatarlarining geometrik o'rni topilsin.

1622. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}+\frac{z^2}{4}=1$ ellipsoidning $\boldsymbol{a}(2,1,2)$ vektorga parallel, vatarlarini teng ikkiga bo'luvchi diametral tekisligining tenglamasi tuzilsin.

1623. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ ellipsoidning $P(x_0, y_0, z_0)$ nuqtadan o'tuvchi vatari o'rtalarining geometrik o'rni aniqlansin.

1624. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ ellipsoid bilan $x^2+y^2+z^2=R^2$ sfera urinma tekisliklarining kesishishidan hosil qilingan ellips markazlarining geometrik o'rni aniqlansin.

1625. O'qlari koordinata o'qlariga parallel, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ ellipsoid bilan $Ax+By+Cz+D=0$ tekislikning kesishish chizig'idan o'tuvchi ellipsoid tenglamasi $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1+ \lambda(Ax+By+Cz+D)$ ko'rinishda bo'lishi isbotlansin.

1626. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1- \lambda(Ax+By+Cz+D)=0$ tenglama bilan aniqlangan ellipsoidlar markazlarining geometrik o'rni topilsin (λ – ixtiyoriy qiymatlarni qabul qiladi).

1627. Ikkita $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}=1 (a>b)$ ellipsoid qanday chiziq bo'ylab kesishadi?

1628. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$, $(a>b>c)$ ellipsoidni aylanalar bo'yicha kesib o'tadigan hamma tekisliklar tenglamasi tuzilsin.

1629.* $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ ellipsoidning markazidan barcha nuqtalarida unga o'tkazilgan urinma tekisliklargacha bo'lgan masofalar d ga teng bo'ladigan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

1630. 1629-masalani $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}+\frac{z^2}{9}=1$ ellipsoid uchun yeching.

1631. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ $(a>b>c)$ ellipsoid doiraviy kesimlari markazlaridan tuzilgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

1632. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ $(a>b>c)$ ellipsoid $Ax+By+Cz+D=0$ tekislikka parallel tekisliklar dastasi bilan kesishadi.

1) Tekislik ellipsoidni kesganda aylana hosil bo'lmaydi, deb hisoblab, kesimlardagi ellipslarning simmetriya o'qlari joylashgan tekisliklar tenglamalari tuzilsin.
2) Ushbu $x^2+2y^2+3z^2=1$ ellipsoid va $x+y+z=0$ tekislik uchun yuqoridagi shartlarni qanoatlantiruvchi tekisliklar tenglamalari tuzilsin.

1633. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ ellipsoidni markazi (x_0, y_0, z_0) nuqtada bo'lgan ellips bo'yicha kesadigan tekislik tenglamasini tuzing.

1634. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ ellipsoidning uch juft qo'shma diametrlar uchlaridan o'tuvchi barcha tekisliklar $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=\frac{1}{3}$ ellipsoidga urinishini, shu bilan birga bu tekisliklarning ikkinchi ellipsoidga urinish nuqtalari birinchi ellipsoid kesimlarining markazlari bo'lishini isbotlang.

1635.* Ellipsoidning parallel bo'lmagan ikki tekislik bilan kesishishidan hosil bo'lgan har qanday ikkita doiraning bitta sharda yotishi isbotlansin.

1636.* Ikkinchi tartibli ikkita sirtning kanonik tenglamaliridagi koeffitsientlari proporsional bo'lsa, bu sirtlarning doiraviy kesimlari tekisliklari parallel bo'lishini isbotlang.

1637.* Ellipsoidning uchta o'zaro perpendikular bo'lgan radiuslari R_1, R_2, R_3 bo'lsin. Berilgan ellipsoid uchun ushbu

$$\frac{1}{R_1^2}+\frac{1}{R_2^2}+\frac{1}{R_3^2}$$

yig'indining o'zgarmasligini isbot qiling.

1638.* Ellipsoidning juft-jufti bilan perpendikular bo'lgan uchta radius uchlaridan o'tadigan tekisliklarning sharga urinishi isbot qilinsin (bu shar kubga ichki chizilgan bo'lib, kub esa ellipsoidga ichki chizilgan).

1639. $x=1+2t$, $y=-3+3t$, $z=t$ to'g'ri chiziq Oz o'qi atrofida aylandadi. Aylanma sirt tenglamasi tuzilsin.

1640. Oxy tekislikka va $x^2+y^2+z^2=a^2$ sferaga urinadigan sferalar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

1641. $y^2=2x$, $z=0$ *va* $z^2=-2x$, $y=0$ parabolalarni kesib o'tadigan to'g'ri chiziqning $y-z=0$ tekislikka parallel ravishda harakatlanishidan hosil bo'lgan sirt tenglamasi tuzilsin.

1642. $x^2+y^2+z^2=1$ sferaga urinib, $x=1$, $y=0$ va $x=-1$, $z=0$ to'g'ri chiziqlar bilan kesishadigan to'g'ri chiziqlarning geometrik o'rni topilsin.

1643. $x+y=0$ tekislikka parallel tekislikda joylashgan bo'lib Ox, Oy o'qlarini va $y=x$, $z=a$ to'g'ri chiziqni kesib o'tadigan aylananing harakatidan hosil bo'lgan sirt tenglamasi tuzilsin.

1644. Bir pallali $x^2+y^2-z^2=1$ giperboloidning ixtiyoriy nuqtasidan o'tuvchi to'g'ri chiziqli yasovchilari orasidagi burchak topilsin.

1645. $x^2+y^2-z^2=1$ giperboloidni bo'g'iz ($z=0$ tekislik bilan) kesimi nuqtasidan o'tuvchi yasovchi bilan shu nuqtadagi kesimining urinmasi orasidagi burchagi topilsin.

1646. Bir pallali giperboloid $x = u\ cosv,\ y = u\ sinv,\ z = \pm\sqrt{u^2-1}$ parametrik tenglamalari bilan berilgan. To'g'ri chiziqli yasovchisi nuqtalarida *u*, *v* parametrlar orasidagi bog'lanish topilsin.

1647. $x^2+y^2=2(z^2+1)$ sirtning $(1,\ 1,\ 0)$ nuqtasidan o'tuvchi to'g'ri chiziqli yasovchilari topilsin.

1648. $x^2+y^2-z^2=c$ giperboloidning $S(x_0,\ y_0,\ z_0)$ nuqtadan o'tuvchi vatarlari o'rtalarining geometrik o'rni topilsin.

1649. $x^2+y^2+z^2=1$ sferaning $x+y+z-1=0$ tekislik bilan kesishish chizig'i bo'yicha urinma tekisliklar o'tkazilgan. $x^2+y^2-z^2=1$ sirtning sfera urinma tekisliklariga qo'shma bo'lgan diametrlarining geometrik o'rnini aniqlang.

1650. Bir pallali $x^2+y^2-z^2=1$ giperboloidga ushbu $\begin{cases} x^2+y^2-z^2=1 \\ x+y+z=1 \end{cases}$ chiziq nuqtalarida o'tkasilgan urinma tekisliklarga qo'shma bo'lgan $x^2+y^2+z^2=1$ sfera diametrlarining geometrik o'rni aniqlansin.

1651. $S(0,\ 0,\ 2)$ nuqtadan va $x^2+y^2-z^2-1=0$ $x^2+y^2-2z=0$ sirtlarning kesishish chizig'idan o'tuvchi ikkinchi tartibli sirt tenglamasi tuzilsin.

1652. $x^2+y^2=2z$ sirtnning urinma tekisliklari $x^2+y^2+z^2=1$ sferani kesib o'tadi. Hosil qilingan yassi kesimlar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

1653. $\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z\ (p>0,\ q>0)$ sirt to'g'ri chiziqli yasovchilarining Oxz tekisligidagi proyeksiyalari $x^2 = 2pz$ parabolaga urinishini isbotlang.

1654.* $x^2 - y^2 = 2z$ giperbolik paraboloid ikkita o'zaro perpendikular yasovchilari kesishish nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

1655. $x^2+y^2-z^2=0$ konusning $S(x_0,\ y_0,\ z_0)$ nuqtadan o'tuvchi vatarlari o'rtalarining geometrik o'rni topilsin.

1656.* Bir pallali giperboloidning asimptotik konusiga o'tkazilgan urinma tekisliklar giperboloidni kesib o'tadi. Kesimda hosil bo'lgan chiziqlarni giperboloidni bo'g'iz ellips deb nomlangan ellips tekisligiga proyeksiyalarining shu ellipsga urinishi isbot qilinsin.

1657.* Bir pallali giperboloidning to'g'ri chiziqli yasovchisi bo'g'iz kesim tekisligiga proyeksiyalanadi. Bo'g'iz kesimga nisbatan proyeksiya qanday joylashadi?

1658. Giperbolik paraboloid to'g'ri chiziqli yasovchilarining paraboloid uchidan o'tkazilgan urinma tekisligidagi proyeksiyalar topilsin.

1659.* $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ ellipsoidning $Ax+By+Cz=0$ tekislikka parallel bo'lgan tekisliklar bilan kesishishi natijasida hosil qilingan kesimlar markazlari joylashgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

1660. * O'zaro perpendikular uchta tekislikka uringan holda harakatlanayotgan ellipsoid markazining geometrik o'rni topilsin.

1661. * Hamma vaqt bitta tekislikka uringan holda ellipsoid o'zining markazi atrofida aylanadi. Ellipsoid urinish nuqtalarining geometrik o'rni aniqlansin. Hosil qilinadigan chiziq **polodiya** deb ataladi.

1662. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{16}=1$ ellipsoidning $x-z=0$ tekislikka parallel kesimlarining markazlari joylashgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

1663. (x_0, y_0, z_0) nuqtaning $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ ellipsoid ichida yotishi uchun qanday zaruriy va yetarli shart bajarilishi kerak?

1664. $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqta ellipsoidning ichki nuqtasi bo'lsin. Ellipsoidni markazi M_0 nuqtada yotuvchi ellips bo'yicha kesib o'tadigan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1665.* (x_0, y_0, z_0) nuqta $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ ellipsoidning tashqi nuqtasi bo'lsin. Uchi M_0 nuqtada bo'lib, ellipsoidga tashqi chizilgan konus tenglamasi tuzilsin.

1666. Uchi (6, 0, 0) nuqtada bo'lib, $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}+\frac{z^2}{9}=1$ ellipsoidga tashqi chizilgan konus tenglamasi tuzilsin.

1667. Uch o'qli $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ ellipsoidga tashqi aylanma silindr chizish mumkin emasligi isbotlansin.

1668.* Ellipsoidga urinadigan o'zaro perpendikular tekisliklar kesishish nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

1669.* To'g'ri burchakli dekart koordinatalari sistemasiga nisbatan uch o'qli ellipsoid $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1(a>b>c)$ tenglama bilan berilgan. Ellipsoidning yassi kesimlari radiuslari ichida c minimal radius, a maksimal radius, b esa – “minimaks”, ya'ni hamma maksimal radiuslardan minimal qiymatga egaligini isbot qiling. Ellipsoid radiusi deb, ellipsoidning ixtiyoriy nuqtasi bilan markazini tutashtiradigan kesmaga aytiladi.

1670. $x = a \cos u \cos v$, $y = b \sin u \cos v$, $z=c \sin v$ tenglamalar – ellipsoidning parametrik tenglamalari ekanligi isbotlansin. u, v parametrlar qanday geometrik ma'noga ega? $u = const$ va $v = const$ tenglamalar qanday chiziqlarni ifodalaydi?

1671. *Oxy* tekisligi sifatida sirt markazidan o'tadigan doiraviy kesim tekisligini, *Oz* o'qi deb shu tekislikka qo'shma bo'lgan diametr olinsa, ellipsoid tenglamasi qanday ko'rinishga ega bo'ladi?

1672.* Bir pallali giperboloidni ixtiyoriy tekislik bilan kesish natijasida ikkinchi tartibli qanday chiziqlar hosil bo'ladi?

1673.* Bir pallali giperboloidning urinma tekisligi uni ikkita to'g'ri chiziqli yasovchi bo'ylab kesib o'tishi isbot qilinsin.

1674.* Bir pallali giperboloidning bir sinfga tegishli to'g'ri chiziqli yasovchisi orqali o'tadigan ixtiyoriy tekislik, bu giperboloidni ikkinchi sinfga tegishli to'g'ri chiziqli yasovchi bo'yicha kesib o'tishi isbotlansin.

1675. Ikki ayqash to'g'ri chiziqlargacha bo'lgan masofalar nisbati o'zgarmas p songa teng nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

1676. $\frac{x^2}{A}+\frac{y^2}{B}=2z$ paraboloidga urinuvchi o'zaro perpendikular uchta tekislikning kesishidan hosil bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni aniqlansin.

1677.* Hamma yassi burchaklari 90^0 ga teng bo'lgan va yon qirralari bir pallali giperboloidga urinadigan uch yoqli burchak uchlarining geometrik o'rni markazi berilgan bir pallali giperboloid markazi bilan ustma – ust tushadigan sfera ekanligi isbotlansin.

1678.* Ikki pallali giperboloidning ixtiyoriy tekislik bilan kesishishi natijasida ikkinchi tartibli qanday chiziqlar hosil bo'lishi aniqlansin.

1679.* Hamma yassi burchaklari 90^0 ga teng bo'lgan va yon yoqlari ikki pallali giperboloidga urinadigan uch yoqli burchak uchlarining geometrik o'rni markazi berilgan ikki pallali giperboloid markazi bilan ustma – ust tushadigan sfera ekanligi isbotlansin.

1680. Bir pallali yoki ikki pallali $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=\pm 1$ giperboloidga tashqi chizilgan, uchi (x_0, y_0, z_0) nuqtada bo'lgan konus tenglamasi tuzilsin.

1681. Bir pallali yoki ikki pallali $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=\pm 1$ giperboloidga tashqi chizilgan, yasovchilari $\boldsymbol{a}(l, m, n)$ vektrorga parallel bo'lgan silindr tenglamasi tuzilsin.

1682. (x_0, y_0, z_0) nuqtaning ikki pallali $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$ giperboloidning ichki nuqtasi bo'lishi uchun qanday shart bajarilishi zarur va yetarli?

1683.* Bir pallali giperboloidning *O* nuqtasini koordinatalar boshi deb, shu nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqli yasovchilarni *Ox*, *Oy* o'qlari deb, *Oz* o'qi deb *Oxy* tekisligiga parallel tekisliklarga qo'shma bo'lgan diametr olinsa, berilgan bir pallali giperboloid tenglamasi qanday ko'rinishda yoziladi?

1684.* Ikki pallali giperboloidning ixtiyoriy nuqtasini koordinatalar boshi deb, *Ox*, *Oy* o'qlari deb shu nuqtadagi urinma tekislikda yotuvchi va urinma tekislikka parallel bo'lgan ixtiyoriy kesim tekisligiga qo'shma bo'lgan yo'nalishlarga ega bo'lgan to'g'ri chiziqlar va nihoyat o'qi deb *O* nuqta orqali o'tuvchi diametr olinsa, ikki pallali giperboloid tenglamasi qanday ko'rinishda yoziladi?

1685.* Ikki pallali giperboloidning ixtiyoriy nuqtasidagi urinma tekisligiga parallel bo'lgan tekislik bu giperboloidni kesib o'tmasligi, yoki bitta nuqtada kesib o'tishi, yoki ellips bo'yicha kesib o'tishi isbot qilinsin.

1686.* Ikkinchi tartibli $\frac{x^2}{a^2+\lambda}+\frac{y^2}{b^2+\lambda}+\frac{z^2}{c^2+\lambda}=1$ sirtlar oilasi berilgan ($a>b>c>0$). λ parametrning turli qiymatlariga ko'ra oila sirtining affin sinfi aniqlansin. Fazoning ixtiyoriy nuqtasidan shu oilaning uch sirti: ellipsoid, bir pallali va ikki pallali giperboloid o'tishi isbot qilinsin. Bu sirtlarning ortogonal ekanligi isbotlansin.

1687.* Berilgan ellipsoidni to'g'ri burchak ostida kesib o'tgan bir pallali giperboloidning asimptotik konusiga o'tkazilgan urinma tekislik, bu ellipsoidni yuzi o'zgarmas bo'lgan ellips bo'yicha kesib o'tishi isbotlansin.

1688. Bir pallali va ikki pallali giperboloidlarning parametrik tenglamalari tuzilsin.

1689. Agar *Oxy* tekisligi deb, bir pallali giperboloid markazidan o'tadigan va doiraviy kesim tekisligiga parallel tekislikni olsak, *Oz* o'qi deb:

1) *Oxy* tekislikka qo'shma bo'lgan diametrni,
2) sirt markazidan o'tuvchi, *Oxy* tekislik normalini olsak bir pallali giperboloid tenglamasi qanday ko'rinishda bo'ladi?

1690. Agar *Oxy* tekisligi sifatida sirt markazidan o'tuvchi va doiraviy kesim tekisligiga parallel tekislikni olib, *Oz* o'qi deb:

1) *Oxy* tekislikka qo'shma bo'lgan diametrni,
2) sirt markazidan o'tib, *Oxy* tekislik normalini olsak ikki pallali giperboloid tenglamasi qanday ko'rinishda bo'ladi?

1691. Berilgan *F* nuqtagacha bo'lgan masofaning berilgan *P* tekislikkacha bo'lgan masofaga nisbati o'zgarmas $k \neq 1$ songa teng bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rnining ikkinchi tartibli aylanma sirt ekanligi isbot qilinsin. Uchi *F* nuqtadan iborat va yo'naltiruvchisi sirtning ixtiyoriy yassi kesimi bo'lgan konusning aylanma konus ekanligi isbot qilinsin.

1692. Aylanma paraboloid o'qini kesib o'tadigan ixtiyoriy tekislik olingan. Kesimda hosil bo'lgan yassi kesimning paraboloid uchidan o'tib, uning o'qiga perpendikular bo'lgan tekislikdagi proyeksiyasi aylana ekanligi isbot qilinsin.

1693. Elliptik paraboloidni ixtiyoriy tekislik bilan kesishishidan hosil etilgan ikkinchi tartibli chiziqlarning affin sinflari aniqlansin.

1694. $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$ $(p>0,\ q>0)$ elliptik paraboloidni $Ax+By+Cz+D=0$ tekislikka parallel tekisliklar bilan kesganda hosil qilingan kesimlar markazlari yotgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

1695. $(x_0,\ y_0,\ z_0)$ nuqtaning $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$, $(p>0, q>0)$ elliptik paraboloid ichida yotishi uchun qanday shartning bajarilishi zarur va yetarli?

1696. $\mathbf{M_0(x_0,\ y_0,\ z_0)}$ nuqta $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$ $(p>0,\ q>0)$ elliptik paraboloidning ixtiyoriy ichki nuqtasi bo'lsin. Shu nuqtadan o'tib paraboloidni markazi M_0 nuqtadagi ellips bo'yicha kesib o'tuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

1697. $M_0(x_0,\ y_0,\ z_0)$ nuqta $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$ $(p>0,\ q>0)$ elliptik paraboloidning tashqi nuqtasi bo'lsin. Bu sirtga tashqi chizilgan va uchi M_0 nuqtadagi konus tenglamasi tuzilsin. Konus bilan sirtning urinish chizig'i yotgan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1698. $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$ elliptik paraboloidga tashqi chizilgan, yasovchisi $\boldsymbol{a}(l,\ m,\ n)$ vektorga parallel bo'lgan silindr tenglamasi tuzilsin.

1699.* Barcha yassi burchaklari 90^0 ga teng va yon yoqlari esa elliptik paraboloidga urinadigan uch yoqli burchak uchlarining geometrik o'rni paraboloid o'qiga perpendikular bo'lgan tekislik ekani isbotlansin.

1700.* Agar $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$ $(p>0,\ q>0)$ elliptik paraboloidni ikkita qo'shma diametial tekisliklar bilan kesishish natijasida hosil bo'lgan parabolalarning parametrlari p' va q' bo'lsa, $p' + q' = p + q$ ekanligini isbotlang.

1701. Berilgan nuqtadan va shu nuqtadan o'tmaydigan tekislikdan teng masofada yotgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

1702.* Uchi aylanma paraboloidni meridianal kesimi fokusida yotgan va yo'naltiruvchisi paraboloidning ixtiyoriy yassi kesimdan iborat ikkinchi tartibli konusning aylanma konus ekanligi isbot qilinsin (meridional kesim – ayalanish o'qi orqali o'tkazilgan tekislik bilan kesishish chizig'idir).

1703.* Elliptik paraboloidning ixtiyoriy urinma tekisligiga parallel bo'lgan teksiliklar bu sirt bilan kesishmasligi, yoki unga urinishi, yoki u bilan ellips bo'ylab kesishishi isbotlansin.

1704.* Giperbolik paraboloidning yassi elliptik kesimlarga ega emasligi isbotlansin.

1705.* Giperbolik paraboloidning turli tekisliklar bilan kesimidagi affin sinflarga kiradigan ikkinchi tartibli qanday chiziqlar hosil bo'ladi?

1706. $\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$ $(p>0,\ q>0)$ giperbolik parboloidning $Ax+By+Cz=0$ $(C \neq 0)$ tekislikka parallel bo'lgan tekisliklar bilan kesishdan hosil qilingan kesimlar markazlari yotuvchi to'g'ri chiziq tenglamsi tuzilsin.

1707. $M_0(x_0,\ y_0,\ z_0)$ ixtiyoriy nuqta. Shu nuqtadan o'tib, $\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$ giperbolik paraboloidni markazi M_0 nuqtada bo'lgan ikkinchi tartibli markaziy chiziq bo'ylab kesadigan tekislik tenglamasi tuzilsin.

1708.* Giperbolik paraboloid sirtidagi ixtiyoriy *O* nuqtani koordinatalar boshi deb, shu *O* nuqtadan o'tuvchi ikkita to'g'ri chiziqli yasovchilarini *Ox*, *Oy* o'qlari va *Oz* o'qi deb paraboloid o'qiga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqni olsak, giperbolik paraboloidning tenglamasi qanday ko'rinishda bo'ladi?

1709.* Barcha yassi burchaklari 90^0 ga teng bo'lgan, yon yoqlari giperbolik parboloidga urinadigan uch yoqli burchak uchlarining geometrik o'rni shu giperbolik paraboloidning o'qiga perpendikular tekislikdan iboratligi isbotlansin.

1710.* $\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$ giperbolik paraboloidning o'zaro perpendikular bo'lgan ikkita diametral tekisligi bilan kesishdan hosil qilingan parabolalarning parametrlari p', q' sonlar bo'lsa, u holda $\frac{1}{p'}+\frac{1}{q'}=\frac{1}{p}-\frac{1}{q}$ tenglik isbotlansin.

1711.* $\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$ giperbolik paraboloidning ikkita qo'shma diametral tekisliklari bilan kesishdan hosil bo'lgan parabola parametrlari p', q' sonlar bo'lsa, u holda $p'+q'=p-q$ tenglikni isbotlang.

1712.* Giperbolik paraboloidning uchida urinuvchi tekislik sirtning bosh tekisliklari orasida yotuvchi to'g'ri chiziqli yasovchisining kesmasini teng ikkiga bo'lishi isbotlansin.

1713. Ikkita ayqash to'g'ri chiziqdan bir xil masofada joylashgan nuqtalarning fazodagi geometrik o'rni topilsin.

1714. Giperbolik paraboloidning to'g'ri chiziqli yasovchisidan o'tadigan ixtiyoriy tekislik, sirt o'qiga parallel bo'lmasa, u giperbolik paraboloidning yana bitta to'g'ri chiziqli yasovchisidan o'tadi va bu tekislik ikkita shu to'g'ri chiziqli yasovchilarning kesishish nuqtasida sirtning urinma tekisligi ekanligi isbot qilnsin.

1715. $x=\sqrt{p}\,(u+v),\ \ y=\sqrt{q}\,(u-v),\ \ z=2uv\ (p>0,\ q>0)$ tenglamalar giperbolik paraboloidning parametrik tenglamasi ekanligi isbotlansin. *u=const, v=const* tenglamalar qanday chiziqlarni aniqlaydi?

1716. $\frac{x^2}{p}$ - $\frac{y^2}{q}$ = $2z$ giperbolik paraboloidda har biridan sirtning o'zaro perpendikular yasovchilari o'tadigan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

1717. Giperbolik paraboloid yasovchilarining shu paraboloid uchidagi urinma tekislikdagi proyeksiyalari shu tekislikda yotuvchi yasovchilarga parallel ekanligi isbot qilinsin.

1718. Giperbolik paraboloid to'g'ri chiziqli yasovchilarining biror bosh tekisligiga tushirilgan proyeksiyalari sirt kesimini bu bosh tekislik ustida o'rama vazifasini bajarishini isbotlang.

1719.* Ikkita ayqash to'g'ri chiziqlardan bir xil masofada bo'lgan nuqtalar olingan:

l to'g'ri chiziqda 1, 2, 3, 4, … nuqtalar

l' to'g'ri chiziqda 1', 2', 3', 4', … nuqtalar.

11', 22', 33', 44', … to'g'ri chiziqlarning bitta giperbolik paraboloidda yotishi isbotlansin (giperbolik paraboloidning iplardan yasalgan modelini yasash shu xossaga asoslangan).

XV BOB

IKKINCHI TARTIBLI SIRTNING UMUMIY TENGLAMASI

Ikkinchi tartibli sirtning tenglamasi

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{23}yz + 2a_{31}zx + 2a_1x + 2a_2y + 2a_3z + a = 0 \quad (1)$$

ko'rinishga ega.

Bu tenglama to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan berilgan bo'lsa, quyidagi ifodalar to'g'ri burchakli dekart koordinatalari sistemasini parallel ko'chirish va burishga nisbatan invariantlari hisoblanadi:

$$I_1 = a_{11} + a_{22} + a_{33},$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$K_4 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a \end{vmatrix}.$$

Semiinvariant nomini olgan quyidagi ikki ifoda, to'g'ri burchakli dekart koordinatalar sistemasini burishga nisbatan invariantlardir.

$$K_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_2 \\ a_1 & a_2 & a \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_1 \\ a_{31} & a_{33} & a_3 \\ a_1 & a_3 & a \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_2 \\ a_{32} & a_{33} & a_3 \\ a_2 & a_3 & a \end{vmatrix},$$

$$K_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_1 \\ a_1 & a \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & a_2 \\ a_2 & a \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{33} & a_3 \\ a_3 & a \end{vmatrix}$$

$I_3 = 0,\ K_4 = 0$ holda K_3 semiinvariant ayni vaqtda burishga nisbatan ham invariant bo'ladi, $I_3 = 0\ \ K_4 = 0\ \ I_2 = 0\ \ K_3 = 0$

holda esa, K_2 semiinvariant parallel ko'chirishga nisbatan invariant bo'ladi.

I. $I_3 \neq 0$ holda ikkinchi tartibli sirt tenglamasini to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasini parallel ko'chirish va burish natijasida quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\lambda_1 X^2 + \lambda_2 Y^2 + \lambda_3 Z^2 + \frac{K_4}{I_3} = 0 \quad (1)$$

bu yerda, λ_1, λ_2, λ_3 -quyidagi xarakteristik tenglamaning ildizlaridir:

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}-\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (2)$$

yoki

$$\lambda^3 - I_1\lambda^2 + I_2\lambda - I_3 = 0.$$

1^0. Agar λ_1, λ_2, λ_3 bir xil ishorali, $\frac{K_4}{I_3}$ esa ularga teskari ishorada bo'lsa, u holda (1) tenglama ellipsoidni aniqlaydi.

$|\lambda_1| \le |\lambda_2| \le |\lambda_3|$ deb hisoblab, (1) tenglamani

$$\frac{X^2}{-\frac{K_4}{\lambda_1 I_3}} + \frac{Y^2}{-\frac{K_4}{\lambda_2 I_3}} + \frac{Z^2}{-\frac{K_4}{\lambda_3 I_3}} = 1$$

ko'rinishda yozib olamiz.

Bunda ellipsoidni yarim o'qlarini $a = \sqrt{-\frac{K_4}{\lambda_1 I_3}}$, $b = \sqrt{-\frac{K_4}{\lambda_2 I_3}}$, $c = \sqrt{-\frac{K_4}{\lambda_3 I_3}}$ ko'rinishda yoza olamiz va $|\lambda_1| \le |\lambda_2| \le |\lambda_3|$ qilingan farazga ko'ra $a \ge b \ge c$ munosabatlar o'rinli bo'ladi.

2^0. λ_1, λ_2, λ_3, $\frac{K_4}{I_3}$ bir xil ishorali bo'lsa, u holda (1) tenglama mavhum ellipsoidni aniqlaydi: $|\lambda_1| \le |\lambda_2| \le |\lambda_3|$ deb hisoblagan holda uni $\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} + \frac{Z^2}{c^2} = -1$

ko'rinishga keltiramiz, bunda: $a=\sqrt{\frac{K_4}{\lambda_1 I_3}},\ b=\sqrt{\frac{K_4}{\lambda_2 I_3}},\ c=\sqrt{\frac{K_4}{\lambda_3 I_3}}$

qilingan $|\lambda_1|\le|\lambda_2|\le|\lambda_3|$ farazga ko'ra $a\ge b\ge c$ ekanligiga ishonch hosil qilamiz.

3^0. λ_1, λ_2, λ_3 sonlar bir xil ishorali, va $K_4=0$ bo'lsa, u holda (1) tenglama mavhum konusni aniqlaydi. $|\lambda_1|\le|\lambda_2|\le|\lambda_3|$ deb hisoblagan holda uni

$$\frac{X^2}{a^2}+\frac{Y^2}{b^2}+\frac{Z^2}{c^2}=0$$

ko'rinishga keltiramiz, bunda:

$$a=\sqrt{\frac{1}{|\lambda_1|}},\ b=\sqrt{\frac{1}{|\lambda_2|}},\ c=\sqrt{\frac{1}{|\lambda_3|}}$$

va shu bilan birga $a\ge b\ge c$.

4^0. Agar (2) xarakteristik tenglama ildizlarining ikkitasi bir xil ishorali, uchinchi ildizi bilan $\frac{K_4}{I_3}$ ularga teskari ishorali bo'lsa, (1) tenglama bir pallali giperboloidni aniqlaydi.

Bu holda xarakteristik tenglamaning bir xil ishorali ildizlarini λ_1 va λ_2 deb belgilab va $|\lambda_1|<|\lambda_2|$ deb faraz qilib (1) tenglamani

yoki

$$\frac{X^2}{-\frac{K_4}{\lambda_1 I_3}}+\frac{Y^2}{-\frac{K_4}{\lambda_2 I_3}}+\frac{Z^2}{-\frac{K_4}{\lambda_3 I_3}}=1$$

ko'rinishda yozib olamiz.

Bu yerda: $a=\sqrt{-\frac{K_4}{\lambda_1 I_3}},\ b=\sqrt{-\frac{K_4}{\lambda_2 I_3}},\ c=\sqrt{\frac{K_4}{\lambda_2 I_3}},\ a\ge b.$

5^0. Xarakteristik tenglamaning ikki ildizi va $\frac{K_4}{I_3}$ ozod hadi bir xil ishorali, xarakteristik tenglamaning uchinchi ildizi esa ularga teskari ishorali bo'lsa, (1) tenglama ikki pallali giperboloidni aniqlaydi. Bu holda xarakteristik tenglamaning bir xil ishorali ildizlari λ_1 va λ_2 ni olib $|\lambda_1| \le |\lambda_2|$ deb hisoblasak, (2) tenglamani

$$\frac{X^2}{\frac{K_4}{\lambda_1 I_3}} + \frac{Y^2}{\frac{K_4}{\lambda_2 I_3}} - \frac{Z^2}{-\frac{K_4}{\lambda_3 I_3}} = -1$$

yoki

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} - \frac{Z^2}{c^2} = -1$$

ko'rinishida yozamiz, bunda: $a \ge b$

6°. Xarakteristik tenglamaning ikkita ildizi bir xil ishorali, uchinchi ildizi ularga teskari va $K_4 = 0$ bo'lsa, u holda (1) tenglama konusni aniqlaydi. $\lambda_1 va \lambda_2$ sonlar bir xil ishorali ildizlar va $|\lambda_1| \le |\lambda_2|$ deb hisoblanganda (1) tenglamani

$$\frac{X^2}{\frac{1}{|\lambda_1|}} + \frac{Y^2}{\frac{1}{|\lambda_2|}} - \frac{Z^2}{\frac{1}{|\lambda_3|}} = 0$$

yoki

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} - \frac{Z^2}{c^2} = 0$$

korinishga keltiramiz. Bu yerda $a \ge b$ bo'lib:

$$a = \sqrt{\frac{1}{|\lambda_1|}}, \quad b = \sqrt{\frac{1}{|\lambda_2|}}, \quad c = \sqrt{\frac{1}{|\lambda_3|}}$$

Xarakteristik tenglamadagi musbat ildizlar soni uning koeffitsientlari orasidagi ishoralar almashuvlari soniga teng bo'ladi (Dekart qoidasi).

II. $I_3 = 0, K_4 \ne 0$ bo'lsa, u holda to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasini parallel ko'chirish va burish natijasida ikkinchi tartibli sirt tenglamasini

$$\lambda_1 X^2 + \lambda_2 Y^2 \pm 2\sqrt{-\frac{K_4}{I_2}} Z = 0 \quad \text{(II)}$$

ko'rinishga keltirish mumkin. Bu tenglamada λ_1 va λ_2 xarakteristik tenglamaning noldan farqli bo'lgan ildizlari.

7^0. λ_1, λ_2 sonlar bir xil ishorali bo'lsa, u holda (II) tenglama elliptik paraboloidni aniqlaydi.

$|\lambda_1| \le |\lambda_2|$ deb hisoblab (II) tenglamani

$$\frac{X^2}{\pm\frac{1}{\lambda_1}\sqrt{-\frac{K_4}{I_2}}} + \frac{Y^2}{\pm\frac{1}{\lambda_2}\sqrt{-\frac{K_4}{I_2}}} = 2z$$

ko'rinishda yoza olamiz.

$$\pm\frac{1}{\lambda_1}\sqrt{-\frac{K_4}{I_2}} = p, \ \pm\frac{1}{\lambda_2}\sqrt{-\frac{K_4}{I_2}} = q$$

deb faraz qilib, ushbu tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$$

bunda: $p \ge q > 0$.

8^0. λ_1, λ_2 sonlar har xil ishorali bo'lsa, (II) tenglama giperbolik paraboloidni aniqlaydi.

λ_1 musbat, λ_2 manfiy ildiz deb olib, $\sqrt{-\frac{K_4}{I_2}}$ radikal oldidagi ishoradan minusini olib, (II) tenglamani

$$\frac{x^2}{\frac{1}{\lambda_1}\sqrt{-\frac{K_4}{I_2}}} - \frac{y^2}{-\frac{1}{\lambda_2}\sqrt{-\frac{K_4}{I_2}}} = 2z$$

yoki

$$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$$

ko'rinishda yozamiz, bu yerda:

$$p = \frac{1}{\lambda_1}\sqrt{\frac{K_4}{I_2}}, \ q = -\frac{1}{\lambda_2}\sqrt{-\frac{K_4}{I_2}}$$

III. $I_3 = 0, \ K_4 = 0, \ I_2 \ne 0$ bo'lsa, to'gri burchakli koordinatalar sistemasini burish va parallel ko'chirish natijasida ikkinchi tartibli sirt tenglamasini

$$\lambda_1 X^2 + \lambda_2 Y^2 + \frac{K_3}{I_2} = 0 \quad \text{(III)}$$

ko'rinishga keltirish mumkin. Bu yerda: λ_1, λ_2 sonlar xarakteristik tenglamaning noldan farqli ildizlari.

9^0. λ_1, λ_2 sonlar bir xil ishorali, $\frac{K_3}{I_2}$ esa ularga teskari ishorali bo'lsa, (III) tenglama elliptik silindrni aniqlaydi.

$|\lambda_1| \le |\lambda_2|$ deb hisoblab, (III) tenglamani

$$\frac{X^2}{-\frac{K_3}{\lambda_1 I_2}} + \frac{Y^2}{-\frac{K_3}{\lambda_2 I_2}} = 1$$

yoki

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$$

ko'rinishda yozib olamiz, bu yerda: $a \ge b$ bo'lib,

$$a = \sqrt{-\frac{K_3}{\lambda_1 I_2}}, \; b = \sqrt{-\frac{K_3}{\lambda_2 I_2}}$$

10^0. λ_1, λ_2, $\frac{K_3}{I_2}$ sonlar bir xil ishorali bo'lsa, (III) tenglama mavhum elliptik silindrni aniqlaydi.

$|\lambda_1| \le |\lambda_2|$ deb hisoblab, (III) tenglamani

$$\frac{X^2}{\frac{K_3}{\lambda_1 I_2}} + \frac{Y^2}{\frac{K_3}{\lambda_2 I_2}} = -1$$

yoki

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = -1$$

ko'rinishda yozamiz, bunda: $a \ge b$

11^0. λ_1, λ_2 sonlar bir xil ishorali va $K_3 = 0$ bo'lsa, u holda (III) tenglama kesishadigan ikkita mavhum tekisliklarni aniqlaydi.

Bu holda (III) tenglamani

$$\frac{X^2}{\frac{1}{|\lambda_1|}} + \frac{Y^2}{\frac{1}{|\lambda_2|}} = 0$$

yoki

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 0$$

ko'rinishda yozib olamiz, bunda $a \geq b$ bo'lib,

$$a = \sqrt{\frac{1}{|\lambda_1|}},\ b = \sqrt{\frac{1}{|\lambda_2|}}.$$

12^0. λ_1, λ_2 sonlar har xil ishorali va $K_3 \neq 0$ bo'lsa, (III) tenglama giperbolik silindrni aniqlaydi. λ_1 deb xarakteristik tenglamaning $\frac{K_3}{I_2}$ ning ishorasiga teskari ishorali ildizni olib, (III) tenglamani

$$\frac{x^2}{-\frac{K_3}{\lambda_1 I_2}} - \frac{y^2}{-\frac{K_3}{\lambda_2 I_2}} = 1$$

yoki

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ko'rinishda yozib olamiz, bu yerda:

$$a = \sqrt{-\frac{K_3}{\lambda_1 I_2}},\ b = \sqrt{\frac{K_3}{\lambda_1 I_2}}\ .$$

13^0. λ_1, λ_2 sonlar har xil ishorali va $K_3 = 0$ bo'lsa, (III) tenglama kesishadigan ikkita tekislikni aniqlaydi. xarkteristik tenglamaning musbat ildizini λ_1 deb olib, (III) tenglamani

$$\frac{X^2}{\frac{1}{\lambda_1}} - \frac{Y^2}{\frac{1}{\lambda_2}} = 0$$

yoki

$$\frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} = 0$$

ko'rinishda yozamiz, bunda:

$$a = \sqrt{\frac{1}{\lambda_1}}, \; b = \sqrt{-\frac{1}{\lambda_2}}.$$

IV. $I_3=0$, $K_4=0$, $J_2=0$, $K_3\neq0$ hol yuz bersa, to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasini burish va parallel ko'chirish natijasida ikkinchi tartibli sirt ternglamasini

$$\lambda_1 x^2 \pm 2\sqrt{-\frac{K_3}{I_1}}y = 0 \qquad \text{(IV)}$$

ko'rinishga keltirish mumkin, bu yerda: $\lambda_1 = I_1$ son xarakteristik tenglamaning noldan farqli bo'lgan ildizi.

14^0. (IV) tenglamani ushbu

$$x^2 = 2\sqrt{-\frac{K_3}{I_1^3}}\,y$$

ko'rinishda yozish ham mumkin.

Bu tenglama parabolik silindrni aniqlaydi. Bu silindrni yasovchilariga perpendikular bo'lgan tekislik bilan kesishish natijasida hosil bo'lgan parabolanining parametrini ushbu

$$p = \sqrt{-\frac{K_3}{I_1^3}}$$

formuladan aniqlanadi.

V. $I_3=0$, $K_4=0$, $I_2=0$, $K_3=0$ holda, to'gri burchakli koordinatalar sistemasini burish natijasida ikkinchi tartibli sirt tenglamasini

$$\lambda_1 X^2 + \frac{K_2}{I_1} = 0$$

yoki

$$I_1 X^2 + \frac{K_2}{I_1} = 0$$

yoki

$$X^2 + \frac{K_2}{I_1^2} = 0 \qquad \text{(V)}$$

ko'rinishga keltirish mumkin.

15^0. $K_2 < 0$ bo'lsa, (V) tenglama ikkita parallel tekislikni aniqlaydi. Bu holda $\frac{K_2}{I_1^2} = -a^2$ deb tenglamani $X^2 - a^2 = 0$ ko'rinishda yozib olamiz.

16^0. $K_2 > 0$ bo'lsa, (V) tenglama ikkita mavhum parallel tekislikni aniqlaydi.

$$\frac{K_2}{I_1^2} = a^2 \text{ deb uni } X^2 + a^2 = 0$$

ko'rinishda yozamiz.

17^0. Nihoyat, $K_2 = 0$ bo'lsa, (V) tenglama ikkita ustma-ust tushuvchi tekislikni aniqlaydi.

$$X^2 = 0$$

Ikkinchi tartibli sirt aylanma sirt bo'lishi uchun uning xarakteristik tenglamasi karrali ildizga ega bo'lishi zarur va yetarlidir.

Kanonik tenglamasi ma'lum bo'lgan sirt vaziyatini aniqlash uchun, kanonik sistemaning yangi koordinatalar boshi O' ni va shu bilan birga bu sistemaning yo'naltiruvchi vektorlari koordinatalarini bilish kerak.

Kanonik koordinatalar sistemasi o'qlari yo'naltiruvchi vektorlari koordinatalari

$$\left.\begin{array}{l}(a_{11}-\lambda)l+a_{12}m+a_{13}n=0\\ a_{21}l+(a_{22}-\lambda)m+a_{23}n=0\\ a_{31}l+a_{32}m+(a_{33}-\lambda)n=0\end{array}\right\} \quad (3)$$

tenglamalar sistemasidan aniqlandi, bunda λ - xarakteristik tenglamaning ildizi. Aylanma sirtning joylashishini aniqlash uchun kanonik koordinatalar sistemasida yangi koordinata boshi O' ni va aylanish o'qi yo'naltiruvchi vektorining koordinatalarini bilish lozim. Yo'naltiruvchi vektorining koordinatalari (3) sistemasidan aniqlanadi, bunda λ - xarakteristik tenglamaning oddiy ildizi.

Sirt markazga ega bo'lsa (yagona bo'lishi shart emas), u holda kanonik sistemasining yangi koordinata boshi O' deb sirt markazi olinadi. Sirt markazining koordinatalari

$$\begin{array}{l}a_{11}x+a_{12}y+a_{13}z+a_{1}=0,\\ a_{21}x+a_{22}y+a_{23}z+a_{2}=0,\\ a_{31}z+a_{32}y+a_{33}z+a_{3}=0.\end{array} \qquad (4)$$

tenglamalar sistemasidan topiladi.

1^0. Uch o'qli ellipsoid:

$$\frac{X^2}{a^2}+\frac{Y^2}{b^2}+\frac{Z^2}{c^2}=1,\ a>b>c.$$

Bu ellipsoid markazining koordinatalari (4) sistemadan topiladi.
Katta o'qi (*O'X*) ning yo'naltiruchi vektorining koordinatalari (3) tenglamadan topiladi, undagi son xarakteristik tenglamalarning modul jihatdan kichik bo'lgan ildizi; o'rta o'q ($0'Y$) ning yo'naltiruvchi vektorining koordinatalari (3) sistemadan topiladi, λ son xarakteristik tenglamaning modul jihatdan o'rta bo'lgan ildiz; kichik o'q ($0'z$) ning yo'naltiruvchi vektorning koordinatalari ham (3) sistemadan topiladi, bunda λ - xarakteristik tenglamaning modul jihatidan katta bo'lgan ildizi.

2^0. Agar (I) tenglama nuqtani aniqlasa (mavhum konus), u holda bu nuqtaning koordinatalari (4) sistemadan topiladi.

3^0. Bir pallali giperboloidning kanonik tenglamasi:

$$\frac{X^2}{a^2}+\frac{Y^2}{b^2}-\frac{Z^2}{c^2}=1,\ a>b.$$

Bir pallali giperboloid markazining koordinatalari (4) sistemadan aniqlanadi.

λ_1, λ_2 sonlar xarakteristik tenglmaning bir xil ishorali ildizlari bo'lib, bunda $|\lambda_1|<|\lambda_2|$ va λ_3 esa ishorasi λ_1 va λ_2 ildizlarning ishorasiga teskari ildiz bo'lsin. Giperboloid ($0'Z$) o'qining yo'naltiruvchi vektori koordinatalari (3) sistemadan aniqlanadi, bunda $\lambda=\lambda_3^i$ bir pallali giperboloid bo'g'iz kesimning ($0'$x) katta o'qi yo'naltiruvchi vektorining koordinatalari (3) sistemadan aniqlanadi, bunda $\lambda=\lambda_1$; bir pallali $\lambda=\lambda_1$ bo'g'iz kesimining ($0'\ y$) kichik o'qi yo'naltiruvchi vektorining koordinatalari (3) sistemadan topiladi, bunda $\lambda=\lambda_2$.

4^0. Ikki pallali giperboloid:

$$\frac{X^2}{a^2}+\frac{Y^2}{b^2}-\frac{Z^2}{c^2}=-1,\ a>b.$$

Ikki pallali giperboloid markazining koordinatalari (4) sistemadan topiladi.

λ_1, λ_2 sonlar xarakteristik tenglamaning bir xil ishorali ildizlari va $|\lambda_1|<|\lambda_2|$ bo'lsin, λ_3-esa xarakteristik tenglamaning λ_1, λ_2 ildizlari ishorasiga teskari ishoraga ega bo'lgan uchinchi ildizi bo'lsin.

U holda giperboloid ($0'Z$) o'qining yo'naltiruvchi vektorining koordinatalari (3) sistemadan aniqlanadi, bunda $\lambda=\lambda_3$; $0'X$ o'qini (giperboloid o'qiga perpendikular bo'lgan o'q bilan kesishi natijasida hosil bo'lgan ellipsning katta o'qi) yo'naltiruvchi vektorining koordinatalari (3) sistemadan topiladi. Bunda $\lambda=\lambda_1$; $0'Y$ o'qi yo'naltiruvchi vektorining koordinatalari (3) sistemadan topiladi, bunda $\lambda=\lambda_2$.

5^0. Konus: $$\frac{X^2}{a^2}+\frac{Y^2}{b^2}-\frac{Z^2}{c^2}=0,\ \ a>b$$

Konus uchlarining koordinatalari (4) sistemadan aniqlanadi. λ_1, λ_2 sonlar xarakteristik tenglamaning bir xil ishorali ildizlari va $|\lambda_1| < |\lambda_2|$; λ_3-esa xarakteristik tenglamaning ishorasi λ_1, λ_2 ildizlar ishorasiga teskari ishorali ildizi bo'lsin.

U holda konusning ($0' z$) o'qi yo'naltiruvchi vektorning koordinatalari (3) sistemadan aniqlanadi, bunda $\lambda = \lambda_3$. $0' x$ o'qi yo'naltiruvchi vektorining koordinatalarini (3) sistemadan aniqlanadi, bunda $\lambda = \lambda_1$. $0' x$ o'qi (ya'ni konusning o'qiga perpendikular bo'lgan kesimda hosil qilingan ellipisning katta o'qi) yo'naltiruchi vektorning koordinatalari (3) sistemadan aniqlaydi, bunda $\lambda = \lambda_1$; $0' y$ o'qi yo'naltiruvchi vektorining koordinatalarini (3) sistemadan aniqlaymiz, bunda $\lambda = \lambda_2$.

II. 6^0. Elliptik parabolid:

$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$$

kanonik sistemasining boshi, bu holda paraboloid uchidan iborat. Elliptik paraboloidning sirt botiqligi tomon yo'nalgan o'qining vektori ushbu munosabatdan aniqlanadi:

$$P = \{I_1 A_1, I_1 A_2, I_1 A_3\},$$

bu yerda

$$A_1 = -\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} & a_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_2 \\ a_{32} & a_{33} & a_3 \end{vmatrix},$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_1 \\ a_{21} & a_{23} & a_2 \\ a_{31} & a_{33} & a_3 \end{vmatrix}$$

$$A_3 = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_3 \end{vmatrix}$$

Bu yerdagi A_1, A_2, A_3 sonlar K_4 determinantdagi a_1, a_2, a_3 elementlarining algebraik to'ldiruvchilarini bildiradi.

λ_1, λ_2 xarakteristik tenglamaning noldan farqli ildizlari va $|\lambda_1| < |\lambda_2|$ bo'lsin, bu holda $0'X$ o'qining (ya'ni elliptik paraboloidni o'ziga perpendikular bo'lgan tekislik bilan kesishishdan hosil bo'lgan ellips katta o'qi) yo'naltiruvchi vektorining koordinatalari $\lambda = \lambda_1$ holda (3) sistemadan aniqlanadi, $0'Y$ o'qining yo'naltiruvchi vektorini koordinatalari esa $\lambda = \lambda_2$ holda (3) sistemadan aniqlanadi. Elliptik paraboloidni uchi ushbu

$$\begin{cases} \dfrac{a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_1}{A_1} = \dfrac{a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_2}{A_2} = \dfrac{a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_3}{A_3} \\ a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{23}yz + 2a_{31}zx + 2a_1x + 2a_2y + 2a_3z + a = 0 \end{cases} \qquad (5)$$

tenglamalar sistemasidan topiladi.

7^0. Giperbolik paraboloid:

$$\frac{X^2}{p} - \frac{Y^2}{q} = 2Z,$$

Bu holda kanonik sistemaning boshi paraboloid uchidan iborat. Giperbolik paraboloidning ($0'XZ$) tekislik bilan kesishishi natijasida hosil bo'lgan katta parametrli bosh kesimning botiqlik tomonga yo'nalgan parabola o'qining yo'naltiruvchi vektori ushbu koordinatalarga ega bo'ladi:

$$\{I_1A_1, \quad I_1A_2, \quad I_1A_3\}$$

bu yerda A_1, A_2, A_3 sonlar K_4 determinantning a_1, a_2, a_3 elementlarining algebraik to'ldiruvchilaridir, λ_1, λ_2 sonlar xarakteristik tenglamaning ildizlari bo'lib, $|\lambda_1| < |\lambda_2|$. U holda $0'X$ o'qining yo'naltiruvchi vektorining koordinatalari (ya'ni paraboloid uchidan o'tuvchi to'g'ri chiziqli yasovchilar orasidagi o'tkir burchak bissektrisalari) (3) sistemadan $\lambda = \lambda_1$ deb aniqlanadi: $0'Y$ o'qni yo'naltiruvchi vektorining koordinatalari (3) sistemadan $\lambda = \lambda_2$ deb aniqlanadi. Giperbolik paraboloidning uchi (5) sistemadan aniqlanadi.

Agar giperbolik paraboloid uchun $\lambda_1 = -\lambda_2$ tenglik o'rinli bo'lsa, tegishli tenglama ushbu

$$X^2 - Y^2 = 2pZ$$

ko'rinishni qabul qiladi.

Bu holda paraboloidning $0'XZ$, $0'YZ$ tekisliklar bilan kesimida hosil qilingan parabolalar bir xil parametrga ega. Bunda parabola o'qining yo'nalishi $\{A_1, \ A_2, \ A_3\}$ vektor orqali aniqlanadi.

III. 8^0. Elliptik silindr.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$a \neq b$ bo'lganda, elliptik silindrning joylashishini aniqlash uchun uning o'qini va silindr o'qiga perpendikular kesimidagi katta va kichik o'qlarining yo'naltiruvchi vektorlarini bilish kerak.

Silindr o'qi (4) tenglamalar yordamida topiladi (ulardan chiziqli erklilarini olish kerak).

λ_1, λ_2 sonlar xarakteristik tenglamaning noldan farqli ildizlari va $|\lambda_1| < |\lambda_2|$ bo'lsin.

U holda $0'X$ o'qi (silindr o'qiga perpendikular kesimida hosil bo'lgan katta o'qi) yo'naltiruvchi vektorining koordinatalari (3) sistemadan topiladi, bunda $\lambda = \lambda_1$; $0'Y$ o'qi yo'naltiruvchi vektorining koordinatalari (3) sistemadan aniqlanib, bunda $\lambda = \lambda_2$ farazda $\lambda_1 = \lambda_2$

$$x^2 + y^2 = a^2,$$

silindr hosil qilinadi va uning joylashishini aniqlash uchun o'qini bilish yetarli.

9^0. Giperbolik silindr.

$$\frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} = 1$$

Giperbolik silindrning joylashishini bilish uchun uning o'qini va o'qiga perpendikular kesimining haqiqiy va mavhum o'qlarining yo'naltiruvchi vektorlarini bilish kerak.

λ_1, λ_2 sonlar xarakteristik tenglamaning noldan farqli ildizlari, va λ_1 deb ishorasi $\frac{K_3}{I_2}$ ishorasiga teskari bo'lgan ildiz belgilangan. U holda $0'X$ o'qni yo'naltiruvchi vektorlarini koordinatalari (silindrni o'qqa perpendikular kesimini haqiqiy o'qi) (3) tenglamalardan ($\lambda = \lambda_1$ holda) topiladi. $0'Y$ o'qni (mavhum o'qni) yo'naltiruvchi vektorini koordinatalari esa $\lambda = \lambda_2$ holda (3) tenglamalardan topiladi.

IV. I0^0. **Parabolik silindr**.

Parabolik silindrning joylashishini aniqlash uchun quyidagilarni:

I) silindr yasovchilariga parallel bo'lgan simmetriya tekisligini;

II) bu simmetriya tekisligiga perpendikular bo'lgan urinma tekislikni;

III) bu urinma tekislikka perpendikular bo'lgan va silindrning botiqlik tomoniga yo'naltirilgan vektorni bilish kerak.

Agar umumiy tenglama parabolik silindrni aniqlasa, u holda uni

$$(\alpha x + \beta y + \gamma z)^2 + 2b_1 x + 2b_2 y + 2b_3 z + b = 0$$

yoki

$$(\alpha x + \beta y + yz + m)^2 - \left[2(ma - b_1)x + 2(m\beta - b_2)y + (m\gamma - b_3)z + m^2 - b\right] = 0$$

ko'rinishda yozish mumkin.

m sonni ushbu

$$\alpha x + \beta y + \gamma z + m = 0$$

$$2(m\alpha - b_1)x + 2(m\beta - b_2)y + (m\gamma - b_3)z + m^2 - b = 0$$

tekislik o'zaro perpendikular bo'ladigan qilib tanlaymiz, ya'ni

$$\alpha(m\alpha - b_1) + \beta(m\beta - b_2) + \gamma(m\gamma - b_3) = 0$$

bundan

$$m = \frac{b_1\alpha + b_2\beta + b_3\gamma}{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}$$

m ning bunday qiymatida ushbu

$$2(m\alpha - b_1)x + 2(m\beta - b_2)y + (m\gamma - b_3)z + m^2 - b = 0$$

tenglama silindr yasovchilariga parallel bo'lgan simmetriya tekisligini ifodalaydi.

$$\alpha x + \beta y + \gamma z + m = 0$$

tekislik ko'rsatilgan simmetriya tekisligiga perpendikular bo'lgan urinma tekislik bo'ladi,

$\{\alpha m - b_1, \beta m - b_2, \gamma m - b_3\}$ vektor esa

topilgan urinma tekislikka perpendikular va silindrning botiqlik tomoniga yo'nalgan.

Agar (I) tenglama bir juft tekislikka ajraladigan sirtni aniqlasa, u holda uning joylashishini bilish uchun bu tekisliklarning har birining tenglamasini bilish kerak. Bu tenglamalar (I) tenglamaning chap tomoni x, y, z ga nisbatan chiziqli ko'paytuvchilarga ajratib va har birini nolga tenglab hosil qilamiz.

(I) tenglama bilan aniqlangan ikkinchi tartibli sirtning ikkita tekislikka ajralishi uchun ushbu

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a \end{pmatrix}$$

matritsaning rangi 2 yoki 1 ga teng bo'lishi zarur va yetarli.

Agar koordinatalar boshi sirtning markazi bo'lib xizmat qilsa, u holda sirt tenglamasida birinchi darajali hadlar qatnashmaydi va sirtning umumiy tenglamasi

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{23}yz + 2a_{31}zx + a = 0$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

Bu yerda $a=\frac{K_4}{I_3}$, agar $I_3\neq 0$ bo'lsa

$a=\frac{K_3}{I_2}$, agar $I_3=0$, $K_4=0$, $I_2\neq 0$

$a=\frac{K_2}{I_1}$, agar $I_3=0$, $K_4=0$, $I_2=0$, $K_3=0$, $I_1\neq 0$

Jumladan uchi koordinatalar boshida bo'lgan konus tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$a_{11}x^2+a_{22}y^2+a_{33}z^2+2a_{12}xy+2a_{23}yz+2a_{31}zx=0$$

Aksincha, shu ko'rinishdagi har qanday uchi koordinatalar boshida bo'lgan (haqiqiy yoki mavhum) konusni yoki koordinata boshida o'tuvchi bir juft (haqiqiy har xil, yoki ustma-ust tushuvchi) tekislikni aniqlaydi.

Eski koordinatalarni yangi koordinatalar bilan bog'lovchi tenglamalar

$$x=l_1x+l_2y+l_3z+x_0$$
$$y=m_1x+m_2y+m_3z+y_0$$
$$z=n_1x+n_2y+n_3z+z_0$$

ko'rinishga ega, bu yerda $e_1^{'}=\{l_1,m_1,n_1\},e_2^{'}=\{l_2,m_2,n_2\},e_3^{'}=\{l_3,m_3,n_3\}$

$0'X$, $0'Y$, $0'Z$, kanonik sistemani birlik vektorlari. Bu vektorlarning koordinatalari (4) sistemadan topiladi, (x_0,y_0,z_0) eski sistemaga nisbatan yangi sistemaning boshi (sirt markazi, agar sirt markazga ega bo'lsa va sirt uchining koordinatasi, agar sirt markazsiz bo'lsa) ning koordinatasidir.

$$a_{11}x^2+a_{22}y^2+a_{33}z^2+2a_{12}xy+2a_{23}yz+2a_{31}zx+2a_1x+2a_2y+2a_3z+a=0$$

sirtning (x_0,y_0,z_0) nuqtasida o'tkazilgan urinma tekisligi

$$(a_{11}x_0+a_{12}y_0+a_{13}z_0+a_1)x+(a_{21}x_0+a_{22}y_0+a_{23}z_0+a_2)y+(a_{31}x_0+a_{32}y_0+a_{33}z_0+a_3)z+$$
$$+a_1x_0+a_2y_0+a_3z_0+a=0$$

tenglama bilan ifodalanadi.

Umumiy tenglama bilan berilgan ikkinchi tartibli sirtga tashqi chizilgan va uchi $S(x_0, y_0, z_0)$ nuqtada bo'lgan konus tenglamasi

$$(a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{23}yz + 2a_{31}zx + 2a_1x + 2a_2y + 2a_3z + a)(a_{11}x_0^2 +$$
$$+ a_{22}y_0^2 + a_{33}z_0^2 + 2a_{12}x_0y_0 + 2a_{23}y_0z_0 + 2a_{31}z_0x_0 + 2a_1x_0 + 2a_2y_0 + 2a_3z_0 + a) -$$
$$-[(a_{11}x_0 + a_{12}y_0 + a_{13}z_0 + a_1)x + (a_{21}x_0 + a_{22}y_0 + a_{23}z_0 + a_2)y +$$
$$+ (a_{31}x_0 + a_{32}y_0 + a_{33}z_0 + a_3)z + a_1x_0 + a_2y_0 + a_3z_0 + a]^2 = 0$$

ko'rinishda bo'ladi.

Yasovchilari $\{l, m, n\}$ vektorga parallel va tenglamasi (I) ko'rinishda berilgan ikkinchi tartibli sirtga tashqi chizilgan silindr tenglamasi

$$(a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{23}yz + 2a_{31}zx + 2a_1x + 2a_2y + 2a_3z + a)(a_{11}l^2 +$$
$$+ a_{22}m^2 + a_{33}n^2 + 2a_{12}lm + 2a_{23}mn + 2a_{31}nl) - [(a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_1)l +$$
$$+ (a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_2)m + (a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_3)n]^2 = 0$$

ko'rinishga ega.

Ikkinchi tartibli sirt asimtotik konus yasovchilariga parallel vektorlarning l, m, n koordinatalari

$$a_{11}l^2 + a_{22}m^2 + a_{33}n^2 + 2a_{12}lm + 2a_{23}mn + 2a_{31}nl = 0$$

tenglamadan topiladi.

$\{l, m, n\}$ vektor yo'nalishiga qo'shma bo'lgan diametrial tekislik

$$l(a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_1) + m(a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_2) + n(a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_3) = 0$$

tenglama bilan ifodalanadi.

Ikkinchi tartibli sirtning $Ax + By + Cz + D = 0$ tekislikka qo'shma bo'lgan diametri

$$\frac{a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_1}{A} = \frac{a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_2}{B} = \frac{a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_3}{C}$$

tenglamadan topiladi.

Ikkinchi tartibli sirtga nisbatan o'zaro qo'shma yo'nalishlarga ega bo'lgan $\{l, m, n\}$ va $\{l^1, m^1, n^1\}$ vektorlarning (ya'ni vektorlardan biri ikkinchisiga qo'shma bo'lgan diametrial tekislikka parallel) koordinatalari ushbu

$$(a_{11}l + a_{12}m + a_{13}n)l^1 + (a_{21}l + a_{22}m + a_{23}n)m^1 + (a_{31}l + a_{32}m + a_{33}n)n^1 = 0$$

munosabat bilan bog'langan.

$0x, 0y$ o'qlari (sirtga nisbatan) qo'shma yo'nalishga ega bo'lsa, u holda sirt tenglamasida xy ko'paytma qatnashmaydi, va aksincha. Agar $0z$ o'qi yo'nalishi Oxy tekislikka qo'shma bo'lsa, u holda ikkinchi tartibli sirt tenglamasida xz va yz ko'paytmali hadlar qatnashmaydi, va aksincha.

To'g'ri burchakli dekart koordinatalar sistemasida

1) $a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{23}yz + 2a_{31}zx + 2a_1x + 2a_2y + 2a_3z + a = 0$

sirt va

2) $Ax + By + Cz + D = 0$ (bu yerda $A^2 + B^2 + C^2 = 1$) tekislik berilgan bo'lsin, deb faraz qilaylik.

Bunday holda berilgan tekislik bilan berilgan sirtning kesishishidan hosil bo'lgan ikkinchi tartibli chiziqning invariantlari quyidagi munosabatlardan aniqlanadi:

$$\overset{*}{I}_2 = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & A \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & B \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & C \\ A & B & C & O \end{vmatrix}$$

$$\overset{*}{K}_3 = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_1 & A \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_2 & B \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_3 & C \\ a_1 & a_2 & a_3 & a & D \\ A & B & C & D & O \end{vmatrix}$$

$$\overset{*}{I}_1 = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & A \\ a_{21} & a_{22} & B \\ A & B & O \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & A \\ a_{31} & a_{33} & C \\ A & C & O \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & B \\ a_{32} & a_{33} & C \\ B & C & O \end{vmatrix},$$

$$\overset{*}{K}_2 = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_1 & A \\ a_{21} & a_{22} & a_2 & B \\ a_1 & a_2 & a & D \\ A & B & D & O \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_1 & A \\ a_{31} & a_{33} & a_3 & C \\ a_1 & a_3 & a & D \\ A & C & D & O \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_2 & B \\ a_{32} & a_{33} & a_3 & C \\ a_2 & a_3 & a & D \\ B & C & D & O \end{vmatrix}$$

shu bilan birga kesishish chizig'ining shaklini aniqlash va kanonik tenglamasini tuzish tekislikdagi ikkinchi tartibli chiziqni tekshirishda qo'llanilgan formulalardan foydalanib, faqat I_2, K_3, I_1 va K_2 lar o'rnida mos ravishda $\overset{*}{I}_2, \overset{*}{K}_3, \overset{*}{I}_1, \overset{*}{K}_2$ sonlarni olib o'tkaziladi.

Masalan, kesim chizig'ining xarakteristik tenglamasi

$$\lambda^2 - \overset{*}{I}_1 \lambda + \overset{*}{I}_2 = 0$$

ko'rinishda yoziladi va chiziqni yagona markazga ega bo'lish sharti

$$\overset{*}{I}_2 = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & A \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & B \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & C \\ A & B & C & O \end{vmatrix} \neq 0$$

ko'rinishda yoziladi.

Yagona markazga ega bo'lgan chiziqning eng sodda tenglamasi quyidagicha:

$$\overset{*}{\lambda}_1 X^2 + \overset{*}{\lambda}_2 Y^2 + \frac{\overset{*}{K}_3}{\overset{*}{I}_2} = 0$$

bu yerda $\overset{*}{\lambda}_1, \overset{*}{\lambda}_2$ sonlar xarakteristik tenglamaning ildizlari va h.k.

Agar kesimda markazli chiziq hosil bo'lsa, u holda uning markazi

$$\begin{aligned} &a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_1 = At \\ &a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_2 = Bt \\ &a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_3 = Ct \\ &Ax + By + Cz + D = 0 \end{aligned}$$

sistemadan aniqlanadi.

Kesimning o'qlari bo'yicha yo'nalgan vektorlarning l, m, n koordinatalari ushbu

$$\begin{aligned} &(a_{11} - \lambda)l + a_{12}m + a_{13}n - A\beta = 0, \\ &a_{21}l + (a_{22} - \lambda)m + a_{23}n - B\beta = 0, \\ &a_{31}l + a_{32}m + (a_{33} - \lambda)n - C\beta = 0, \\ &Al + Bm + Cn = 0 \end{aligned}$$

tenglamalardan aniqlanadi. Bu yerda λ kesimda hosil bo'lgan chiziq

$\lambda^2 - \overset{*}{I}_1 \lambda + \overset{*}{I}_2 = 0$ xarakteristik tenglamasining yechimi yoki

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & a_{13} & A \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & a_{23} & B \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}-\lambda & C \\ A & B & C & O \end{vmatrix} = 0$$

tenglamaning ildizlaridir.

Kesimda parabola hosil bo'lgan holda ushbu

$$a = \left\{ \begin{vmatrix} a_1 & a_{12} & a_{13} & A \\ a_2 & a_{22} & a_{23} & B \\ a_3 & a_{32} & a_{33} & C \\ D & B & C & O \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_{11} & a_1 & a_{13} & A \\ a_{21} & a_2 & a_{23} & B \\ a_{31} & a_3 & a_{33} & C \\ A & D & C & O \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_1 & A \\ a_{21} & a_{22} & a_2 & B \\ a_{31} & a_{32} & a_3 & C \\ A & B & D & O \end{vmatrix} \right\}$$

vektor parabola o'qiga parallel bo'lib, botiqlik tomoniga yo'nalgan.

Parabola o'qi $Ax + By + Cz + D = 0$

$$l(a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_1) + m(a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_2) + n(a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_3) = 0$$

tenglamalar orqali aniqlanadi, bu yerda l, m, n sonlar esa

$$\begin{aligned} &(a_{11}-\lambda)l + a_{12}m + a_{13}n - A\beta = 0 \\ &a_{21}l + (a_{22}-\lambda)m + a_{23}n - B\beta = 0 \\ &a_{31}l + a_{32}m + (a_{33}-\lambda)n - C\beta = 0 \\ &Al + Bm + Cn = 0 \end{aligned}$$

$$\lambda_1 = \overset{*}{I}_1 = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & A \\ a_{21} & a_{22} & B \\ A & B & O \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & A \\ a_{31} & a_{33} & C \\ A & C & O \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & B \\ a_{32} & a_{33} & C \\ B & C & O \end{vmatrix}$$

sistema yechimi sifatida aniqlanadi. Parabolaning uchini esa sirtning parabola o'qi bilan kesishish nuqtasi sifatida aniqlaymiz.

1-misol. Koordinatalarning to'g'ri burchakli sistemasiga nisbatan

$$x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 6xz + 2yz - 2x + 6y + 2z = 0$$

tenglama bilan berilgan sirt ko'rinishi va uning joylashishi aniqlansin.

Yechish.

$$I_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -36 \neq 0,$$

sirt yagona simmetriya markazga ega. So'ngra

$$K_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 5 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 36 > 0$$

$$I_1 = 1 + 5 + 1 = 7, \quad I_1 I_3 < 0$$

ekanidan, berilgan sirt bir pallali giperboloidligi kelib chiqadi. I_2-ni topamiz:

$$I_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Xarakteristik tenglama tuzamiz va yechamiz:

$$\lambda^3 - 7\lambda^2 + 36 = 0; \quad \lambda_1 = 3, \lambda_2 = 6, \lambda_3 = -2.$$

Sodda tenglamasi

$$3x^2 + 6y^2 - 2z^2 + \frac{36}{-36} = 0$$

yoki

$$3x^2 + 6y^2 - 2z^2 - 1 = 0$$

yoki

$$\frac{x^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^2} - \frac{z^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1$$

ko'rinishga ega ekan, bu yerda $a = \frac{1}{\sqrt{3}}, b = \frac{1}{\sqrt{6}}, c = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Sirt markazini

$$\begin{aligned} x + y + 3z - 1 &= 0 \\ x + 5y + z + 3 &= 0 \\ 3x + y + z + 1 &= 0 \end{aligned}$$

sistemani yechib topamiz,

bundan

$$C\left(-\frac{1}{3},-\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right).$$

Yangi $0^{/}X$ o'qiga parallel $l_1^{/}=\{l_1,m_1,n_1\}$ vektorning koordinatalarini

$$\begin{aligned}
&(1-3)l_1+m_1+3n_1=0\\
&l_1+(5-3)m_1+n_1=0\\
&3l_1+m_1+(1-3)n_1=0
\end{aligned}$$

sistemani yechib, $e_1^{/}=\{1,-1,1\}$ ekanini topamiz.

Xuddi shunga o'xshash yangi $O^{/}Y,O^{/}Z$ o'qlariga parallel bo'lgan vektorlarning koordinatalari $e_2^{/}=\{1,2,1\}$ va $e_3^{/}=\{1,0,-1\}$ bo'ladi.

2-misol. Koordinatalarning to'g'ri burchakli sistemasiga nisbatan $2x^2+2y^2+3z^2+4xy+2xz+2yz-4x+6y-2z+3=0$ tenglama bilan berilgan sirtning ko'rinishi va joylashishi aniqlansin.

Yechish.

$$I_3=\begin{vmatrix}2&2&1\\2&2&1\\1&1&3\end{vmatrix}=0,$$

$$K_4=\begin{vmatrix}2&2&1&-2\\2&2&1&3\\1&1&3&-1\\-2&3&-1&3\end{vmatrix}=-125$$

tenglama elliptik paraboloidni aniqlaydi.

$$I_2=\begin{vmatrix}2&2\\2&2\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}2&1\\1&3\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}2&1\\1&3\end{vmatrix}=10$$

$$I_1=2+2+3=7$$

Xarakteristik tenglama: $\lambda^3-7\lambda^2+10\lambda=0$,

uning ildizlari: $\lambda_1=2,\lambda_2=5,\lambda_3=0$.

Sodda tenglamasi: $2x^2+5y^2-2\sqrt{-\frac{-125}{10}}z=0$

yoki

$$\frac{x^2}{\frac{5}{2\sqrt{2}}}+\frac{y^2}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=2z, P=\frac{5}{2\sqrt{2}}, Q=\frac{1}{\sqrt{2}}$$ ko'rinishda bo'ladi.

Paraboloidning botiqlik tomoniga yo'nalgan o'qining yo'naltiruvchi vektori

$$7\left\{-\begin{vmatrix}2 & 1 & -2\\ 2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & -1\end{vmatrix}, \begin{vmatrix}2 & 1 & -2\\ 2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & -1\end{vmatrix}, -\begin{vmatrix}2 & 2 & -2\\ 2 & 2 & 3\\ 1 & 1 & 1\end{vmatrix}\right\}=7\{25,-25,0\}\downarrow\downarrow\{1,-1,0\}$$

Yangi $0'X$ o'qi yo'naltiruvchi vektorining l_1, m_1, n_1 koordinatalari

$$\begin{aligned}&(2-2)l_1+2m_1+n_1=0\\ &2l_1+(2-2)m_1+n_1=0\\ &l_1+m_1+(3-2)n_1=0\end{aligned}$$

tenglamalar sistemasidan topiladi, bu yerda $l_1=1, m_1=1, n_1=-2$

Demak, $0'X$ o'qi yo'naltiruvchisining koordinatalari: $\{1,1,-2\}$ ga teng. Xuddi shunga o'xshash, ushbu tenglamalar

$$\begin{aligned}&(2-5)l_2+2m_2+n_2=0\\ &2l_2+(2-5)m_2+n_2=0\\ &l_2+m_2+(3-5)n_2=0\end{aligned}$$

sistemadan $0'Y$ o'qining yo'naltiruvchi vektorining $\{1,1,1\}$ koordinatalarini topamiz.

Uchining koordinatalarini

$$\frac{2x+2y+z-2}{25}=\frac{2x+2y+z+3}{-25}=\frac{x+y+3z-1}{0}$$

$$2x^2+2y^2+3z^2+4xy+2xz+2yz-4x+6y-2z+3=0$$

yoki

$$\begin{aligned}&2x+2y+z-2=-(2x+2y+z+3),\\ &x+y+3z-1=0,\\ &2x^2+2y^2+3z^2+4xy+2xz+2yz-4x+6y-2z+3=0\end{aligned}$$

tenglamalar sistemasidan topamiz:

$$O'\left(-\frac{1}{40},-\frac{19}{40},\frac{1}{2}\right).$$

3-misol. To'g'ri burchakli koordinatalar tenglamalar sistemasiga nisbatan

$$5x^2+2y^2+5z^2-4xy-2xz-4yz+10x-4y-2z+4=0$$

tenglama bilan berilgan sirtning ko'rinishi va joylashishi aniqlansin.

Yechish.

$$I_3=\begin{vmatrix}5&-2&-1\\-2&2&-2\\-1&-2&5\end{vmatrix}=0,$$

$$K_4=\begin{vmatrix}5&-2&-1&5\\-2&2&-2&-2\\-1&-2&5&-1\\5&-2&-1&4\end{vmatrix}=0,$$

$$I_2=\begin{vmatrix}5&-2\\-2&2\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}5&-1\\-1&5\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}2&-2\\-2&5\end{vmatrix}=36,$$

$$K_3=\begin{vmatrix}5&-2&5\\-2&2&-2\\5&-2&4\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}5&-1&5\\-1&5&-1\\5&-1&4\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}2&-2&-2\\-2&5&-1\\-2&-1&4\end{vmatrix}=-36,$$

$$I_1=5+2+5=12.$$

$$I_3=K_4=0, I_2>0, I_1K_3<0$$

bo'lgani uchun berilgan tenglama elliptik silindrni aniqlaydi.

Xarakteristik $\lambda^3-12\lambda^2+36\lambda=0$ tenglama ildizlari: $\lambda_1=\lambda_2=6, \lambda_3=0$

Sodda tenglamasi

$$6x^2+6y^2-\frac{36}{36}=0$$

yoki

$$x^2+y^2=\frac{1}{6}$$

ko'rinishga ega.

Bu tenglama radiusi $\frac{1}{\sqrt{6}}$ ga teng aylanma silindrni aniqlaydi.

Silindrning o'qi ushbu

$$
\begin{aligned}
&5x-2y-z+5=0,\\
&-2x+2y-2z-2=0,\\
&-x-2y+5z-1=0
\end{aligned}
$$

tenglamalar sistemasidan topiladi, ammo bu sistemadagi ikkita tenglamani olish kifoya.

4-misol. Koordinatalarning to'g'ri burchakli sistemasida

$$x^2+y^2+4z^2+2xy+4xz+4yz-6z+1=0$$

tenglama bilan berilgan sirtning ko'rinishi va joylashishi aniqlansin.

Yechish.

$$I_3=\begin{vmatrix}1&1&2\\1&1&2\\2&2&4\end{vmatrix}=0$$

$$K_4=\begin{vmatrix}1&1&2&0\\1&1&2&0\\2&2&4&-3\\0&0&-3&1\end{vmatrix}=0$$

$$I_2=\begin{vmatrix}1&1\\1&1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1&2\\2&4\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1&2\\2&4\end{vmatrix}=0 \qquad .$$

$$K_3=\begin{vmatrix}1&1&0\\1&1&0\\0&0&1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1&2&0\\2&4&-3\\0&-3&1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1&2&0\\2&4&-3\\0&-3&1\end{vmatrix}=-18$$

$$I_1=1+1+4=6$$

Berilgan tenglama parabolik silindrni aniqlaydi.

Sodda tenglamasi:

$$6x^2-2\sqrt{+\frac{18}{6}}y=0$$

yoki

$$x^2=\frac{y}{\sqrt{3}}.$$

Silindr yasovchilariga perpendikular kesimining parametri

$$P=\frac{1}{2\sqrt{3}}.$$

Silindrning vaziyatini aniqlash uchun uning tenglamasini

$$(x+y+2z+m)^2-[2mx+2my+2(2m+3)z+1=0]$$

ko'rinishda yozib olamiz.

m sonini ikkita tekislikning perpendikularlik shartidan foydalanib topamiz:

$$\begin{aligned}&x+y+2z+m=0,\\&2mx+2my+2(2m+3)z+1=0,\\&1m+1m+2(2m+3)=0.\end{aligned}$$

bu yerdan

$$m=-1$$

Shunday qilib silindr yasovchilariga parallel bo'lgan simmetriya tekisligining tenglamasi:

$$x+y+2z-1=0$$

bu tekislikka perpendikular urinma tekislik tenglamasi:

$$-2x-2y+2z+1=0$$

Bu yerdan esa, shu urinma tekislikka perpendikular va silindrning botiqlik tomoniga yo'nalgan

$$\{-2,-2,2\}\downarrow\downarrow\{-1,-1,1\}$$

vektorni topamiz.

5-misol. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida ushbu

$$y^2+2xy+4xz+2yz-4x-2y=0$$

tenglama bilan berilgan sirtning ko'rinishi va joylashishi aniqlansin.

Yechish:

$$I_3 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$K_4 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -6 \qquad ,$$

$$K_3 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$I_1 = 0 + 1 + 0 = 1$$

Bu yerda $I_3 = K_4 = 0, I_2 < 0, K_3 = 0$ bo'lgani uchun berilgan tenlama kesishuvchi ikkita tekislikni aniqlaydi.

Bu tekisliklar tenglamalarini topish uchun berilgan tenglamaning chap tomonini x, y, z ga nisbatan chiziqli ko'paytuvchilarga ajratamiz:

$$y^2 + 2xy + 4xz + 2yz - 4x - 2y = y^2 + 2(x+z-1)y + 4xz - 4x = y^2 + 2(x+z-1)y + (x+z-1)^2 +$$
$$+ 4xz - 4x - (x+z-1)^2 = (x+y+z-1)^2 + 4xz - 4x - x^2 - 2xz - z^2 - 1 + 2x + 2z = (x+y+z-1)^2 -$$
$$- x^2 + 2xz - 2x - z^2 + 2z - 1 = (x+y+z-1)^2 - (x^2 - 2xz + 2x + z^2 - 2z + 1) = (x+y+z-1)^2 - [x^2 +$$
$$+ 2(1-z)x + (1-z)^2] = (x+y+z-1)^2 - (x-z+1)^2 = (2x+y)(y+2z-2)$$

. Bu yerdan berilgan tenglama aniqlagan tekislik tenglamalari

$$2x + y = 0, y + 2z - 2 = 0$$

ekanligini topamiz.

1 §. Sirt markazi, diametrial tekislik, urinma tekislik, to'g'ri chiziqli yasovchilar, doiraviy kesimlar

1720. $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz + 6xz + 2x - 6y - 2z = 0$

Sirtning markazi topilsin. O'qlar yo'nalishini o'zgartirmasdan koordinata boshini sirt markaziga ko'chirilganda sirt tenglamasi qanday ko'rinishda bo'ladi?

1721. Oldingi masaladagi savol $4xy+4xz-4y-4z-1=0$ tenglamaga nisbatan hal qilinsin.

1722. Markazi $M_0(x_0,y_0,z_0)$ nuqtada bo'lgan ikkinchi tartibli sirtning umumiy tenglamasi tuzilsin.

1723. $x^2+2y^2-z^2-2xy-2yz-2xz-4x-1=0$ sirtning $x+y+z=0$ tekislikka parallel diametrial tekisligi tenglamasi yozilsin.

1724. $x^2+2y^2-z^2-2xy-2yz+2xz-4x-1=0$ sirtning $O(0,0,0)$ $M(1,1,0)$ nuqtalardan o'tuvchi diametrial tekislik tenglamasi yozilsin, va unga qo'shma bo'lgan vatarlarga parallel bo'lgan vektor topilsin.

1725. $x^2-xy+2yz+x-z=0$ sirt berilgan. $(1,1,1)$ nuqtadan o'tib, Oxy tekislikka parallel to'g'ri chiziqqa qo'shma bo'lgan diametrial tekislik tenglamasi tuzilsin.

1726. $z=xy$ sirtga nisbatan $x=0$ tekislikka qo'shimcha bo'lgan vatarlarga parallel bo'lgan vektor topilsin.

1727. $x^2+y^2+z^2-2yz-2x-y+1=0$ sirtning $x=1$, $y=z$ diametriga qo'shma bo'lgan tekisliklar tenglamalari tuzilsin.

1728. $4x^2+6y^2+4z^2+4xz+8y-4z+3=0$ sirtining $0y$ o'qiga parallel bo'lgan diametr tenglamasi tuzilsin.

1729. $x^2+2y^2-z^2-2xy-2yz+2xz-4x-1=0$ sirtining $x+y+z+1=0$ tekislikka qo'shma bo'lgan diametri tenglamasi tuzilsin.

1730. $2x^2+5y^2+8z^2+2xy+6xz+12yz+8x+14y+18z=0$ sirtning $\{3,2,-5\}$ vektorga parallel vatarlarga qo'shma bo'lgan diametrial tekisligi topilsin.

1731. Ikkita tekislik ikkinchi tartibli konusga uning yasovchilari bo'yicha urinsa, u holda bu tekisliklarning kesishish chizig'iga parallel vatarlarni ko'rsatilgan yasovchilardan o'tuvchi tekislik teng ikkiga bo'linishini isbot qiling.

1732. Tetraedrning ikki juft qarama-qarshi qirralaridan o'tuvchi ikkinchi tartibli sirtlar markazlarining geometrik o'rni uchinchi juft qirralarining o'rtalarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqdan iboratligini isbotlang.

1733. $x^2-2y^2+z^2+4xy-8xz-4yz-2x+8y-4z-2=0$ sirtni markazi koordinatalar boshida bo'lgan chiziq bo'yicha kesib o'tuvchi tekislik tenglamasi topilsin.

1734. $x^2+5y^2+z^2+2xy+2xz+2yz+2x+6y+2z=0$ sirt bilan $x+2y+z—1=0$ tekislikning kesishishidan hosil bo'lgan chiziq markazini toping.

1735. $z^2+2xy+2xz+2yz=0$ konus yasovchilari orasidagi katta burchagi, hamda uning o'qi bilan koordinata o'qlari orasidagi burchagi topilsin.

1736. $x+y+2z+5=0$ tekislik $z^2-2xy-4x-2y+2z-3=0$ sirtni ikki juft to'g'ri chiziq bo'yicha kesadi. Shu to'g'ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin.

1737. $x^2+3y^2+3z^2-2xy-2xz-2yz-6=0$ sirtning to'g'ri chiziqli yasovchilari tenglamalarining umumiy ko'rinishi topilsin.

1738. $xy+xz+x+y+1=0$ sirtning to'g'ri chiziqli yasovchilari topilsin.

1739. $y^2-2xy-4xz+2yz-4x+2y-1=0$ sirtning to'g'ri chiziqli yasovchilari topilsin.

1740. $x^2+y^2+z^2+2xy-2xz-yz+4x+3y-5z+4=0$ sirtning $(-1,-1,1)$ nuqtasidan o'tuvchi to'g'ri chiziqli yasovchilarini toping.

1741. $4x^2+6y^2+4z^2+4xz-8y-4z+3=0$ sirtning $x+2y+2=0$ tekislikka parallel bo'lgan urinma tekisligi topilsin.

1742. $4x-5y=0, z-1=0$ to'g'ri chiziq orqali $2x^2+5y^2+2z^2-2xy+6yz-4x-y-2z=0$ sirtga o'tkazilgan urinma tekisligi tenglamasi yozilsin.

1743.* $x^2+2y^2+2z^2+2xy-2x-4y-4z+2=0$ sirtga tashqi chizilgan silindrning yasovchilari Oz o'qiga parallelligini bilgan holda, silindr tenglamasini yozing.

1744. Uchi koordinatalar boshida bo'lib, $x^2+2y^2+2z^2+2xy-2x-4y-4z+2=0$ sirtga tashqi chizilgan konusning tenglamasi tuzilsin. Konus bilan sirtning urinish chizig'i joylashgan tekislik topilsin.

1745. $F(x,y,z)=0$ ellipsoidning ikkita markaziy doiraviy kesimini o'z ichiga olgan ikkita tekislikka ajraluvchi ikkinchi tartibli sirt tenglamasi

$F(x,y,z)-\{\lambda_2[(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2]+\frac{K_4}{I_3}\}=0$ ko'rinishda bo'lishini isbotlang.

Bunda λ_2 -ellipsoid xarakteristik tenglamasining o'rta ildizi; (a,b,c)- uning markazi; I_3 va K_4 –uning invariantlari.

1746.* $2x^2+y^2+z^2+xy-xz-2x=0$ sirtning doiraviy kesimlarini toping.

1747. $(0,-1,3)$ nuqtadan o'tuvchi va $x^2+3y^2+12z^2-2x-12y-72z+109=0$ ellipsoidni aylanalar bo'yicha kesib o'tuvchi tekisliklar tenglamalari tuzilsin.

1748. * $z^2+6xy=1$ sirtning doiraviy kesimlari topilsin.

1749. $x^2+2y^2+2z^2+2xy-2x-4y+4z+2=0$ ellipsoidning doiraviy kesimlari markazlarining geometrik o'rni topilsin.

1750. $(-1,-1,-1)$ nuqtadan $x^2+y^2+z^2+2xy+x+2y+2z=0$ sirtni doiralar bo'yicha kesib o'tuvchi tekisliklar o'tkazilsin.

2 §. Sirt shakli va uning joylashishini aniqlash

1751. Lagranj usulidan foydalanib, quyidagi tenglamalar ikkita tekislikka ajraluvchi sirtni aniqlashini isbotlang, va bu tekisliklarni toping:

1) $y^2+2xy+4xz+2yz-4x-2y=0;$

2) $x^2+4y^2+9z^2-4xy+6xz-12yz-x+2y-3z-6=0;$

3) $3x^2-4y^2+3z^2+4xy+10xz-4yz+6x-20y-14z-24=0;$

4) $5x^2+4y^2+3z^2+9xy+8xz+7yz+7x+6y+5z+2=0$;

5) $4x^2+49y^2+z^2-28xy+4xz-14yz+8x-28y+4z+3=0$;

6) $16x^2+9y^2+100z^2+24xy+80xz+60yz+56x+42y+140z+49=0.$

1752. Lagranj usulidan foydalanib, tenglamalarni kvadratlar yig'indisi shakliga keltirib, quyidagi sirtlarning ko'rinishi aniqlansin:

1) $4x^2+6y^2+4z^2+4xz-8y-4z+3=0;$

2) $x^2+5y^2+z^2+2xy+6xz+2yz-2x+6y-10z=0;$

3) $x^2+y^2-3z^2-2xy-6xz-6yz+2x+2y+4z=0;$

4) $x^2-2y^2+z^2+4xy-8xz-4yz-14x-4y+14z+16=0;$

5) $2x^2+y^2+2z^2-2xy-2yz+x-4y-3z+2=0;$

6) $x^2-2y^2+z^2+4xy-10xz+4yz+x+y-z=0;$

7) $2x^2+y^2+2z^2-2xy-2yz+4x-2y=0;$

8) $x^2-2y^2+z^2+4xy-10xz+4yz+2x+4y-10z-1=0;$

9) $x^2+y^2+4z^2+2xy+4xz+4yz-6z+1=0;$

10) $4xy+2x+4y-6z-3=0;$

11) $xy+xz+yz+2x+2y-2z=0.$

1753. Parallel ko'chirish va burish almashtirishlari yoki hadlarni gruppalash yordamida quyidagi sirtlarning ko'rinishi va joylashishi aniqlansin.

1) $z=2x^2-4y^2-6x+8y+1$;

2) $z=x^2+3y^2-6y+1$;

3) $x^2+2y^2-3z^2+2x+4y-6z=0$;

4) $x^2+2xy+y^2-z^2=0$;

5) $z^2=3x+4y+5$;

6) $z=x^2+2xy+y^2+1;$

7) $z^2=x^2+2xy+y^2+1;$

8) $x^2+4y^2+9z^2-6x+8y-18z-14=0;$

9) $2xy+z^2-2z+1=0$;

10) $x^2+y^2-z^2-2xy+2z-1=0;$

11) $x^2+4y^2-z^2-10x-16y+6z+16=0;$

12) $2xy+2x+2y+2z-1=0$;

13) $3x^2+6x-8y+6z-7=0$;

14) $x^2+y^2+2z^2+2xy+4z=0;$

15) $3x^2+3y^2+3z^2-6x+4y-1=0;$

16) $3x^2+3y^2-6x+4y-1=0$;

17) $3x^2+3y^2-3z^2-6x+4y+4z+3=0;$

18) $4x^2-y^2-4x+4y-3=0$;

Quyidagi sirtlarning kanonik tenglamasi va joylashishini aniqlansin.

1754. $x^2+5y^2+z^2+2xy+6xz+2yz-2x+6y+2z=0.$

1755. $2x^2+y^2+2z^2-2xy+2yz+4x-2y=0.$

1756. $x^2+y^2+4z^2+2xy+4xz+4yz-6z+1=0.$

1757. $4x^2+9y^2+z^2-12xy-6yz+4zx+4x-6y+2z-5=0$.

1758. $7x^2+6y^2+5z^2-4xy-4yz-6x-24y+18z+30=0.$

1759. $2x^2+2y^2-5z^2+2xy-2x-4y-4z+2=0.$

1760. $x^2-2y^2+z^2+4xy-8xz-4yz-14x-4y+14z+16=0.$

1761. $2x^2+2y^2+3z^2+4xy+2xz+2yz-4x+6y-2z+3=0.$

1762. $2x^2+5y^2+2z^2-2xy+2yz-4xz+2x-10y-2z-1=0.$

1763. 1) $x^2+5y^2+z^2+2xy+6xz+2yz-2x+6y+2z=0$;

2) $5x^2+2y^2+5z^2-4xy-2xy-4yz+10x-4y-2z+4=0$;

3) $x^2-2y^2+z^2+4xy-10xz+4yz+2x+4y-10z-1=0.$

1764. $5x^2-y^2+z^2+4xy+6xz+2x+4y+6z-8=0.$

1765. $2x^2+10y^2-2z^2+12xy+8yz+12x+4y+8z-1=0.$

3 §. Ikkinchi tartibli sirtlarga doir invariantlar yordamida yechiladigan turli masalalar

1766. Ikkinchi tartibli sirtning tenglamasi elliptik silindrni aniqlaydi. Uning

1) ozod hadini o'zgartirsak;

2) birinchi darajali koordinatalari oldidagi koeffitsientlarini o'zgartirsak sirtda qanday o'zgarish bo'ladi?

1767. Yuqoridagi masala savollarini ikkinchi sirtning umumiy tenglamasi parabolik silindrni aniqlashini bilgan holda yeching.

1768. $a_{11}x^2+a_{22}y^2+a_{33}z^2+2a_{12}xy+2a_{23}yz+2a_{31}zx+2a_1x+2a_2y+2a_3z+\alpha=0$

tenglama giperboloidni aniqlasa, ushbu

$a_{11}x^2+a_{22}y^2+a_{33}z^2+2a_{12}xy+2a_{23}yz+2a_{31}zx+2a_1x+2a_2y+2a_3z+\alpha=\frac{K^4}{I_3}$ tenglama

uning asimptotik konusini aniqlashi isbotlansin.

1769.* λ va μ parametrni qanday qiymatlarida

$x^2-y^2+3z^2+(\lambda x+\mu y)^2-1=0$ tenglama doiraviy silindrni aniqlaydi?

1770.* $a(x^2+2yz)+b(y^2+2xz)+c(z^2+2xy)=1$ tenglama bilan berilgan sirt aylanma sirt bo'lishi uchun qanday shart bajarilishi kerak?

1771.* $y^2+(z^2-2z)(1-\lambda^2)+2\lambda xz-2x=0$ tenglama aylanma sirtni ifodalashini isbotlang. Aylanish o'qining tenglamasi tuzilsin.

1772.* k ning qanday qiymatida $x^2-2xy+kz^2=0$ konus aylanma konus bo'ladi? Konusning aylanish o'qi topilsin.

1773. m parametr $-\infty$ dan $+\infty$ gacha o'zgarganda

$x^2+(2m^2+1)(y^2+z^2)-2xy-2xz-2yz-2m^2+3m-1=0$ tenglama qanday sirtlarni aniqlaydi?

1774.* λ va μ parametrlarni bog'laydigan qanday munosabatda

$x^2+y^2-z^2+2\lambda xz+2\mu yz-2x-4y+2z=0$ tenglama konik sirtni aniqlaydi?

1775. $\varphi=0$ –ajralmaydigan ikkinchi tartibli haqiqiy sirt tenglamasi. Shu sirtning urinma tekisligini Oxy tekisligi deb, urinish nuqtasi koordinatalar boshi deb, va Ox, Oy o'qlari esa urinma tekislikka parallel bo'lgan tekislik bilan kesganda hosil qilingan kesimning bosh yo'nalishlari bo'yicha olinsa, sirt tenglamasi qanday ko'rinishga ega bo'ladi?

1776.* Har qanday ikkinchi tartibli haqiqiy sirt $\lambda_1x^2+\lambda_2y^2+\lambda_3z^2+2bz=0$ tenglama bilan berilishini isbotlang, bunda $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, b$ sonlardan ba'zi birlari nolga teng bo'lishi mumkin. Agar sirt yagona markazga ega bo'lsa, b miqdorni invariantlar orqali ifodalang

1777. * Ikkinchi tartibli konus ichiga yoqlari o'zaro perpendikular bo'lgan uch yoqli burchak (to'g'ri burchakli triedr) chizish uchun I_1=0 shartning bajarilishi zarur va yetarli ekanligini isbotlang.

1778.* $M\ (x_0,y_0,z_0)$ nuqta umumiy tenglamalari bilan berilgan elliptik yoki giperbolik silindrning o'qida yotishi uchun qanday zaruriy va yetarli shart bajariladi?

1779.* Ikkinchi tartibli sirtning $\varphi=0$ umumiy tenglamasi giperbolik silindrni ifodalaydi. $\varphi-\frac{K_3}{I_2}=0$ tenglama qanday sirtni aniqlaydi?

1780.* Qanday zaruriy va yetarli shartlarda ikkita giperboloid umumiy asimptotik konusga ega bo'ladi?

1781. * $a_{11}x^2+a_{22}y^2+a_{33}z^2+2a_{12}xy+2a_{23}yz+2a_{31}zx+2a_1x+2a_2y+2a_3z+a=0$ tenglama bir pallali giperboloidni aniqlagan bo'lsin. *a* sonni *b* songa almashtirsak, yuqoridagi tenglama qanday sirtni aniqlaydi?

1782. * Ikkinchi tartibli sirt tenglamasi giperboloidni aniqlaydigan bo'lsin. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda $M\ (x_0,y_0,z_0)$ nuqta shu giperboloid bilan uning asimptotik konusi orasida joylashadi?

1783.* Qanday shart bajarilganda ikkinchi tartibli sirtning umumiy tenglamasi o'zaro perpendikular ikkita tekislikni aniqlaydi?

1784.* Ikkinchi tartibli sirtning umumiy tenglamasi:

1) aylanma silindrni,

2) aylanma konusni,

3) sferani

aniqlashi uchun qanday zaruriy va yetarli shartlar bajarilishi kerak?

1785. Umumiy tenglama bilan berilgan ellipsoidning hajmi topilsin.

1786. $\varphi=0$ ko'rinishda berilgan ikkinchi tartibli sirt ellipsoidni aniqlashi ma'lum. Qanday nuqtalarning koordinatalari $\varphi-\frac{K_4}{I_3}=0$ tenglamani qanoatlantiradi?

1787.[*] Ikkinchi tartibli sirtning umumiy tenglamasi ellipsoidni aniqlashi ma'lum. Agar shu tenglamadagi ozod hadni uzluksiz o'zgartirib borilsa, bu ellipsoidda qanday o'zgarish bo'ladi?
1788. Sirt xarakteristik tenglamasining $\lambda = \lambda_1$ yechimiga mos (l_1, m_1, n_1) birlik vektori bo'lsin. Ikkinchi tartibli sirtning $\lambda = \lambda_1$ ildizga mos bosh tekisligi tenglamasini $l_1 F_x + m_1 F_y + n_1 F_z = 0$ normallovchi ko'paytuvchisi topilsin.
1789. Ikkinchi tartibli sirtning umumiy ko'rinishda $\varphi=0$ berilgan tenglamasi ikkita parallel tekislikni aniqlashi ma'lum. $M(x_0, y_0, z_0)$ nuqtaning shu tekisliklar orasida yotishi uchun qanday shart bajarilishi zarur va yetarlidir?
1790. Ikkinchi tartibli sirtning umumiy $\varphi=0$ ko'rinishda berilgan tenglamasi ikkita kesishuvchi va o'zaro perpendikular bo'lmagan tekislikni aniqlashi ma'lum. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda $M(x_0, y_0, z_0)$ nuqta bu tekisliklar hosil qilgan o'tkir burchakda yotadi?
1791.[*] Ikkinchi tartibli sirtning $\varphi=0$ ko'rinishda berilgan umumiy tenglamasi kesishuvchi ikkita tekislikni aniqlashi ma'lum. Bu ikki tekisliklar orasidagi burchak tangensi topilsin.
1792.[*] Ikkinchi tartibli sirtning $\varphi=0$ ko'rinishda berilgan umumiy tenglamasi elliptik silindrni aniqlashi ma'lum. $M(x_0, y_0, z_0)$ nuqtaning shu silindr ichida yotishi uchun qanday shart bajarilishi zarur va yetarli?
1793. Ikkinchi tartibli sirtning $\varphi=0$ ko'rinishda berilgan umumiy tenglamasi ikki parallel tekislikni aniqlashi ma'lum. Ular orasidagi masofani toping.
1794. Qanday zaruriy va yetarli shart bajarilganda ikkinchi tartibli sirtning umumiy $\varphi=0$ tenglamasi aylanma paraboloidni aniqlaydi?

4 §. Ikkinchi tartibli sirtlar tenglamalrini tuzish

1795.[*] *Oxz* va *Oyz* tekisliklarga *Ox*, *Oy* to'g'ri chiziqlar bo'yicha urinuvchi aylanma konus tenglamasi qanday yoziladi?

1796.* Koordinata tekisliklarini $x=0,\ yz=\alpha,\ y=0,\ xz=b,\ z=0,\ xy=c$ giperbolalar bo'yicha kesishuvchi ikkinchi tartibli sirt tenglamasi tuzilsin.

1797.* *Oyz* tekisligini $x=0,\ y^2+z^2=2ry$ aylanalar bo'yicha, *Oxz* tekislikni esa $y=o,\ z^2-2px=0$ parabola bo'yicha kesuvchi ikkinchi tartibli konus tenglamasi tuzilsin.

1798.* $x=0,\ y^2+z^2-2by=0;\ y=0,\ x^2+z^2-2ax=0$ aylanalar orqali o'tuvchi ikkinchi tartibli konus tenglamasi tuzilsin.

1799.* *Oxy* tekisligini bir juft to'g'ri chiziq bo'yicha *Oxz* va *Oyz* tekisligini *r* radiusli aylana bo'yicha kesib o'tuvchi, koordinata boshida *Oz* o'qiga urinuvchi va musbat yarim tekislikda joylashgan ikkinchi tartibli sirt tenglamasi tuzilsin.

1800.* Ikkinchi tartibli sirt *Oxy* tekisligini $x^2+y^2-12x-18y+32=0,\ z=0$ aylana bo'yicha, *Oxz*, *Oyz* tekisliklarini o'qi *Oz* o'qining musbat yo'nalishiga parallel bo'lgan parabolalar bo'yicha kesib o'tishi va parabolalardan birinchisining parametri 1 ga teng ekani ma'lum bo'lsa, uning tenglamasi tuzilsin.

1801.* $(1,1,0)$ nuqtadan va $x-z=0,\quad x^2+y^2+z^2-2x-2z=0$ aylanadan o'tuvchi aylanma parapoloid tenglamasini tuzing.

1802.* *Oz* o'qi orqali o'tuvchi va

1) *Oxy* tekislikni *Oy* o'qiga urinuvchi aylana bo'yicha

2) *Oxz* tekisligini koordinata o'qlaridan teng va musbat kesmalar ajratuvchi to'g'ri chiziq bo'yicha,

3) *Oyz* tekisligini *Oy*, *Oz* o'qlari bilan bir xil burchak hosil qiluvchi to'g'ri chiziq bo'yicha kesib o'tuvchi ikkinchi tartibli sirt tenglamasi tuzilsin.

1803.* Ikki $x=0,\ z=2$ *va* $y=0,\ z=-2$ to'g'ri chiziqlar dan va ikkita $(0,1,-1),\ (1,-1,0)$ nuqtadan o'tuvchi paraboloid tenglamasi tuzilsin.

1804. Uchta

$$x^2+y^2=1,\ z=0$$

$$x^2+y^2=3,\ z=1$$

$$x^2+y^2=5,\ z=2$$

aylana orqali o'tuvchi ikkinchi tartibli sirt tenglamasi tuzilsin.
1805.* $(2,0,-1)$ nuqtadan o'tuvchi, markazi (0,0,-1) nuqtada bo'lgan, Oxy tekisligini $z=0,\ x^2-4x\ y-1=0$ chiziq bo'yicha kesuvchi tartibli sirt tenglamasi tuzilsin.
1806.* Sirtning biror nuqtasidan o'tuvchi to'g'ri chiziqli yasovchilari $Ox,\ Oy$ o'qlari sifatida shu nuqtadan o'tuvchi diametri esa Oz o'qi sifatida olingan. Tanlangan nuqtani koordinata boshi deb olib 1) bir pallali giperboloid, 2) giperbolik paraboloid tenglamasi tuzilsin.
1807.* Bizga ellipsoidning simmetriya tekisliklari $x+y+z-1=0,\ x+y-2z=0,\ x-y+1=0$ berilgan bo'lsin. Ellipsoidni katta o'qi birinchi va ikkinchi tekisliklarning kesishish chizig'ida yotadi va uzunligi 8 ga teng; o'rta o'qi birinchi va uchinchi tekisliklarning kesishish chizig'ida yotadi va uzunligi 4 ga teng; kichik o'qi ikkinchi va uchinchi tekisliklarning kesishish chizig'ida yotadi va uzunligi 2 ga teng ekanligini bilgan holda, tenglamasi tuzilsin.
1808. $(1,0,0),\ (0,-1,0),\ (1,1,-1)$ nuqtalardan o'tuvchi va $x+y+z=0,\ \ 2x-y-z-2=0,\ y-z+1=0$ tekisliklar simmetriya tekisliklari bo'lgan ikkinchi tartibli sirt tenglamasi tuzilsin.
tekisliklar simmetriya tekisliklari bo'lgan va nuqtalardan o'tadigan ikkinchi tartibli sirt tengmasi tuzilsin.
1809. $(0,0,0),\ (1,1,-1),\ (0,0,1)$ nuqtalardan o'tuvchi va $x+y+z=0,\ 2x-y-z=0,\ y-z+1=0$ tekisliklar simmetriya tekisliklari bo'lgan ikkinchi tartibli sirt tenglamasi tuzilsin.
1810*. $x^2+y^2=r^2,\ \ z=0$ aylana orqali o'tuvchi, o'qi $\{l,\ m,\ n\}$ vektorga parallel bo'lgan paraboloidlar tenglamasining umumiy ko'rinishi yozilsin.
1811. Berilgan ellipsdan va shu ellips yotgan tekislikka nisbatan simmetrik joylashgan ikki nuqtadan o'tadigan ikkinchi tartibli sirtlar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

1812. *S(a,b,c)* markazli to'g'ri chiziqlar dastasi va umumiy tenglamasi bilan berilgan ikkinchi tartibli sirtning dasta to'g'ri chiziqlar iga qo'shma bo'lgan diametrial tekisliklari kesishish nuqtalarining geometrik o'rni aniqlansin.

1813. Berilgan

$$\begin{cases} 2x+y-z-1=0 \\ 2x-y+z-1=0 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x-z=0 \\ 1+y=0 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x+z=0 \\ 1-y=0 \end{cases}$$

uchta to'g'ri chiziqni kesib o'tuvchi to'g'ri chiziqlarning geometrik o'rni aniqlansin:

1814. Umumiy tenglamasi bilan berilgan ikkinchi tartibli sirtga urinadigan tekisliklarga koordinatalar boshidan tushirilgan perpendikularlar asoslarining geometrik o'rni aniqlansin.

1815. $y=kx,\ z=c$ va $y=-kx,\ z=-c$ to'g'ri chiziqlar dan o'tuvchi o'zaro perpendikular bo'lgan tekisliklar kesishish to'g'ri chiziqlarining geometrik o'rni topilsin.

1816. Mos ravishda $y=kx,\ z=c$ va $y=-kx,\ z=-c$ to'g'ri chiziqlar dan bir xil uzoqlikda yotgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

1817. Yo'naltiruvchisi aylanadan iborat bo'lib, to'g'ri burchakli triedr ichki chizish mumkin bo'lgan konuslar uchlarining geometrik o'rni topilsin.

1818. O'zaro perpendikular bo'lgan va $z=0,\ y^2=2px$ parabola bilan kesishadigan uchta to'g'ri chiziq kesishgan nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

5 §. Ikkinchi tartibli sirtlarning yassi kesimlari

1819. Normal tenglamasi bilan berilgan tekislik $Ax+Bu+Cz+D=0$ $(A^2+B^2+C^2=1)$va umumiy tenglamasi bilan berilgan $a_{11}x^2+a_{22}y^2+a_{33}z^2+2a_{12}xy+2a_{23}yz+2a_{31}zx+2a_1x+2a_2y+2a_3z+\alpha=0$ ikkinchi tartibli sirtning kesishishidan hosil bo'lgan chiziq bosh yo'nalishlari topilsin.

1820.* $(0,-2,2)$ $(-1,0,0)$ nuqtalardan va $x^2+y^2-z^2=0$ konusni parabola bo'yicha kesuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

1821. * (0,-2,2) (-1,0,0) nuqtalardan va $x^2+y^2-z^2=0$ konusni ellips bo'yicha kesib o'tadigan barcha tekisliklar topilsin.

1822. $2x=2y=z$ to'g'ri chiziq orqali $4x^2-y^2+z=0$ sirtni teng tomonli giperbola bo'yicha kesuvchi tekislik o'tkazilsin.

1823. * $y^2=2x$ silindrning $x+y+z-1=0$ tekislik bilan kesishishidan hosil bo'lgan parabolaning kanonik tenglamasi va joylashishi aniqlansin. Kesimning bosh o'qlari topilsin.

1824. * $x^2+2y^2+3z^2-1=0$ ellipsoid bilan $2x+y+z=0$ tekislikning kesishishidan hosil bo'lgan ellipsning kanonik tenglamasi va joylashishi aniqlansin. Kesimning bosh o'qlari topilsin.

1825. * $x^2+y^2-2z^2-1=0,\ x+y-2z-1=0$ parabolaning o'qi tenglamasi yozilsin.

1826. * $x^2+2z^2-2x=0$ sirtning $y-z=0$ tekislikka parallel tekisliklar bilan kesishishidan hosil bo'lgan parabolalarning o'qlari yotuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

1827. * Elliptik paraboloidni aylanalar bo'yicha kesuvchi, o'zgarmas radiusli sferalar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

1828. * $(0,1,1)$ nuqtadan o'tgan silindr o'zaro perpendikular tekisliklarda doiraviy kesimlarga ega. Bu kesimlardan biri
$x^2+y^2-1=0,\ z=0$ tenglamalar bilan aniqlanadi. Silindr tenglamasi tuzilsin.

1829. * $x^2+y^2+4z^2-1=0$ ellipsoid bilan $x+y+z=0$ tekislikning kesishishidan hosil bo'lgan ellips yarim o'qlarning uzunliklari topilsin.

1830. *$x-y=0$ tekislik $2y^2+z^2-2x=0$ paraboloidni aylana bo'yicha kesishishini isbotlang va bu aylana radiusini toping.

1831. * $x^2+2y^2+z^2+4xy-2xz-4yz+2x-6z=0,\ \ x-z=0$ parabolaning parametri topilsin.

1832. * $Ax+By+Cz+D=0$ $(A^2+B^2+C^2=1)$ tekislik bilan

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ ellipsoidning kesishishidan hosil bo'lgan chiziqning affin turini aniqlang.

1833. * $Ax+By+Cz+D=0$ $(A^2+B^2+C^2=1)$ tekislikning $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ bir pallali giperboloidni kesishishidan hosil bo'lgan chiziqning affin turini aniqlang.

1834. * Bir pallali giperboloidning urinma tekisligi uning asimptotik konusi bilan qanday chiziq bo'yicha kesishadi?

1836. * $Ax+By+Cz+D=0$ $(A^2+B^2+C^2=1)$ tekislik ikki pallali $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$ giperboloid bilan kesishishidan hosil bo'lgan chiziqning affin turini aniqlang.

1837.* $Ax+By+Cz+D=0$ $(A^2+B^2+C^2=1)$ tekislikning $\frac{x^2}{p}+\frac{y^2}{q}=2z$ elliptik paraboloid bilan kesishishidan hosil bo'lgan egri chiziqning affin turi aniqlansin.

1838.* $Ax+By+Cz+D=0$ $(A^2+B^2+C^2=1)$ tekislikning $\frac{x^2}{p}-\frac{y^2}{q}=2z$ giperbolik paraboloid bilan kesishishidan hosil bo'lgan chiziqning affin turi aniqlansin.

1839. * $Ax+By+Cz+D=0$ $(A^2+B^2+C^2=1)$ tekislik bilan $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$ konus kesishishidan hosil bo'lgan chiziqning affin turi aniqlansin.

Quyidagi ikkinchi tartibli sirtlarni aylana bo'yicha kesadigan tekisliklar topilsin.

1840. * $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

1841. * $\frac{x^2}{p}+\frac{y^2}{q}=2z$

1842. * $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$

1843. * $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$

1844. * $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$

1845. * $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ giperboloidning asimptotik konusi urinma tekislik bilan qanday egri chiziq bo'yicha kesishadi?

1846.* Har qanday tekislik giperbolik paraboloidni elliptik turga tegishli bo'lmagan egri chiziq bo'yicha kesishini isbotlang.

1847.* Qanday shart bajarilganda $Ax+By+Cz+D=0$ tekislik umumiy tenglamasi bilan berilgan ikkinchi tartibli sirtning ikki to'g'ri chiziq bo'yicha kesadi?

1848.* Giperbolik $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ silindr tekislik bilan kesishish natijasida teng tomonli giperbola hosil bo'ladimi?

1849.* $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ ellipsoidning simmetriya markazidan o'tuvchi tekislik bilan kesishishidan hosil bo'lgan aylanalar radiuslari topilsin.

1850.* Oldingi masalani bir pallali giperbolidga nisbatan yeching.

1851.* $\frac{x^2}{p}-\frac{y^2}{q}=2z$ giperbolik paraboloidni teng tomonli giperbolalar bo'yicha kesuvchi tekisliklar topilsin.

1852.* $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$ konusni teng tomonli giperbolaga bo'yicha kesuvchi tekisliklar topilsin.

1853.* Ikkinchi tartibli ikkita sirtning kesimi ikkinchi tartibli chiziqlar ni o'z ichiga olsa, bu ikkala sirt uchun umumiy bo'lgan qolgan nuqtalar to'plami (agar u bo'sh bo'lmasa) ham ikkinchi tartibli chiziq bo'lishi isbotlansin.

1854.* Ikkinchi tartibli ikki chiziq orqali ikkinchi tartibli sirtni o'tkazish uchun bu chiziqlar ikkita umumiy nuqtaga ega bo'lishi zarur va yetarli (umumiy nuqtalar xos va xosmas, haqiqiy yoki mavhum, turli va ustma-ust tushuvchi bo'lishi mumkin).

1855.* Ikkinchi tartibli uchta chiziq tekisliklari umumiy to'g'ri chiziqqa ega bo'lmasin. Bu tekisliklar juft-jufti bilan ikkita umumiy nuqtaga ega bo'lsin va bu nuqtalarning hech biri bir vaqtda uchchala chiziqqa tegishli bo'lmasin. Bu uchta chiziq orqali ikkinchi tartibli sirt o'tkazish mumkinligi va uning yagonaligi isbot qilinsin.

1856.* Ikkinchi tartibli ikkita sirt bosh o'qlarining parallel bo'lishi uchun bu sirtlar tenglamalariga tegishli bo'lgan kvadratik forma matritsalar o'rin almashinuvchi bo'lishi zarur va yetarlidir.

1857.* Elliptik paraboloidning ikkita o'zaro perpendikular diametrial kesimlarining parametrlariga teskari bo'lgan sonlar yig'indisi berilgan paraboloid uchun o'zgarmas ekanligi ko'rsatilsin.

1858.* Har biridan o'zaro perpendikular bo'lgan yasovchilari o'tadigan bir pallali giperboloid nuqtalarining geometrik o'rni aniqlansin. Shu geometrik o'rin nuqtalarida o'tkazilgan urinma tekisliklarga parallel bo'lgan tekisliklar bir pallali giperboloidni qanday egri chiziq bo'yicha kesadi?

6 §. Ikkinchi tartibli sirtlarga doir aralash masalalar

1859.* Umumiy $\varphi=0$ tenglama bilan berilgan ikkinchi tartibli sirt elliptik yoki giperbolik paraboloidni aniqlasin. Bu paraboloid uchidagi urinma tekislik tenglamasi $2rb_3+a-\frac{(be_1)^2}{\lambda_1}-\frac{(be_2)^2}{\lambda_2}=0$ ko'rinishda bo'lishini isbotlang, bu yerda $b=\{a_1, a_2, a_3\}$; e_1, e_2, e_3 bosh o'qlarining birlik vektorlari, b_3 esa b vektorning (e_3) o'qdagi komponentasi.

1860.* Ikkinchi tartibli konus α tekislik bilan kesishadi. Konusning uchidan α tekislikka parallel bo'lgan β tekislik o'tkazilgan. Quyidagilar isbot qilinsin:

1) agar β tekislik konus bilan uchidan boshqa hech qanday umumiy nuqtaga ega bo'lmasa, u holda α tekislik konusni ellips bo'yicha kesadi;

2) agar β tekislik konusni ikki yasovchi orqali kessa, u holda α tekislik konusni giperbola bo'yicha kesadi;

3) β tekislik konus bilan faqat bitta yasovchiga ega bo'lsa (ya'ni urinsa), α tekislik bilan konusning kesimida parabola hosil bo'ladi.

1861.* Ikkinchi tartibli to'g'ri chiziqli sirtning to'g'ri chiziqli yasovchilarida yotuvchi nuqtalardagi normallar giperbolik paraboloidni hosil qilishi isbot qilinsin.

1862.* Uch o'qli ellipsoidning o'zaro parallel bo'lmagan doiraviy kesimlarining tekisliklari orasidagi burchaklari topilsin. Qanday shart bajarilganda bu tekisliklar o'zaro perpendikular bo'ladi?

1863.* Ikki pallali $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$ giperboloid simmetriya markazini giperboloidning dumaloqlanish nuqtalari bilan tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlar orasidagi burchaklari topilsin. Qanday shartda bu to'g'ri chiziqlar o'zaro perpendikular bo'ladi?

1864.* $\lambda\,(A_1x+B_1y+C_1z)^2+\mu(A_2\,x+B_2y+C_2z)^2= A_3x+B_3y+C_3z+D_3$ (bu yerda $A_1x+B_1y+C_1z,\ A_2x+B_2y+C_2z,\ A_3x+B_3y+C_3z+D_3$ funksiyalar chiziqli erkli) paraboloidning uchi topilsin.

1865.* Ushbu $x^2+2y^2+3z^2-1=0$ ellipsoidni aylanalar bo'yicha kesuvchi R radiusli sferalar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

1866.* L- $x^2+y^2+z^2=R^2$ sfera bilan $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ ellipsoidning kesishish chizig'i bo'lsin. Bu sferani ellipsoidga o'tkazuvchi affin almashtirishni qaraylik. Bunda L chiziq dastlabki ellipsoidda yotuvchi, polodiya deb ataluvchi C chiziqqa o'tadi. Ellipsoid markazidan polodiya nuqtalari orqali o'tuvchi urinma tekisliklargacha bo'lgan masofa polodiyaning barcha nuqtalari uchun o'zgarmas ekanligini isbotlang.

XVI BOB.
FAZONING ORTOGONAL VA AFFIN ALMASHTIRISHLARI

Ortogonal almashtirish deb, to'g'ri burchakli koordinatalarning dekart sistemasida fazoning har bir M(x,y,z) nuqtasiga uning koordinatalari bilan chiziqli bog'langan M′ (x′,y′,z′) nuqtani mos keltiradigan almashtirishga aytiladi:

$$\begin{aligned} x' &= a_{11}x+a_{12}y+a_{13}z+a_1 \\ y' &= a_{21}x+a_{22}y+a_{23}z+a_2 \qquad (1) \\ z' &= a_{31}x+a_{32}y+a_{33}z+a_3 \end{aligned}$$

Bu yerda M nuqta bilan unga mos M′ (x′,y′,z′) nuqta koordinatalari bitta sistemada olinadi, deb faraz qilinadi. Ushbu

$$\begin{pmatrix} a_{11} a_{12}\ a_{13} \\ a_{21} a_{22}\ a_{23} \\ a_{31} a_{32}\ a_{33} \end{pmatrix} \qquad (2)$$

matritsa ortogonal, ya'ni

$$\begin{cases} a_{11}^2+a_{21}^2+a_{31}^2=1 \\ a_{12}^2+a_{22}^2+a_{32}^2=1 \\ a_{13}^2+a_{23}^2+a_{33}^2=1 \\ a_{11}a_{12}+a_{21}a_{22}+a_{31}a_{32}=0 \\ a_{11}a_{13}+a_{21}a_{23}+a_{31}a_{33}=0 \\ a_{12}a_{13}+a_{22}a_{23}+a_{32}a_{33}=0 \end{cases} \qquad (3)$$

(3) sistema quyidagi sistemaga ekvivalent

$$\begin{cases} a_{11}^2+a_{12}^2+a_{13}^2=1 \\ a_{21}^2+a_{22}^2+a_{23}^2=1 \\ a_{31}^2+a_{32}^2+a_{33}^2=1 \\ a_{11}a_{21}+a_{12}a_{22}+a_{13}a_{32}=0 \\ a_{11}a_{31}+a_{12}a_{32}+a_{13}a_{33}=0 \\ a_{21}a_{13}+a_{22}a_{23}+a_{23}a_{33}=0. \end{cases} \qquad (3')$$

Ortogonal matritsani transponirlanganini teskarisiga teng matritsa sifatida aniqlash mumkin:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}$$

yoki

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(1) munosabatdagi parametrlar quyidagi geometrik ma'noga ega: birlik $\mathbf{e_1}'=\{a_{11},a_{21},a_{31}\}$ vektor $\mathbf{e_1}=\{1,0,0\}$ vektorning; birlik $\mathbf{e_2}'=\{a_{12},a_{22},a_{32}\}$ vektor esa $\mathbf{e_1}'$ ga ortogonal, va $\mathbf{e_2}=\{0,1,0\}$ vektorning; birlik $\mathbf{e_3}'=\{a_{13},a_{23},a_{33}\}$ vektor $\mathbf{e_1}',\mathbf{e_2}'$ vektorlarga ortogonal, va $\mathbf{e_3}=\{0,0,1\}$ vektorning qaralayotgan (1) ortogonal almashtirishdagi obrazi. O' (a_1,a_2,a_3) esa koordinatalar boshi O ning obrazi.

Ortogonal almashtirish o'zaro bir qiymatlilik xususiyatiga ega bo'lib, nuqtalar orasidagi masofani, to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakni saqlaydi, nuqtalarning kollinearligini (bitta to'g'ri chiziqda yotishini), to'g'ri chiziqlarning va tekisliklarning parallelligini, to'g'ri chiziq bilan tekislikning paralleligini saqlaydi.

Ikki nuqta orasidagi masofani saqlaydigan har qanday almashtirish ortogonal bo'ladi, ya'ni u (1) ko'rinishdagi munosabatlar bilan ifodalanib, matritsasi esa ortogonal bo'ladi.

Fazoning barcha ortogonal almashtirishlari gruppa tashkil qiladi.

Fazo oriyentatsiyasini saqlaydigan ortogonal almashtirsh birinchi turdagi almashtirish deyiladi. Fazo oreantasiyasini o'zgartiradigan almashtirish ikkinchi turdagi almashtirish deyiladi. Birinchi turdagi ortogonal almashtirishda (2) matritsaning determinanti 1 ga teng:

$$\begin{vmatrix} a_{11} a_{12} & a_{13} \\ a_{21} a_{22} & a_{23} \\ a_{31} a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 1$$

Ikkinchi turdagi almashtirshda esa bu determinant -1 ga teng:

$$\begin{vmatrix} a_{11} a_{12} & a_{13} \\ a_{21} a_{22} & a_{23} \\ a_{31} a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -1$$

Quyidagi

$$x' = x + x_0$$
$$y' = y + y_0$$
$$z' = z + z_0$$

almashtirish (parallel) **ko'chirish** deyiladi.

Ushbu ko'rinishdagi

$$x' = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z$$
$$y' = a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z$$
$$z' = a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z$$

almsahtirish *O* nuqta atrofida **burish** deyiladi.

Fazoning har bir $M(x,y,z)$ nuqtasiga $M'(x',y',z')$ nuqta mos qo'yilib, uning x',y',z' koordinatalari M nuqta koordinatalarining chiziqli (birinchi darajali) funksiyalari sifatida ifodalanadigan:

$$\begin{aligned} x' &= a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_1 \\ y' &= a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_2 \\ z' &= a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_3 \end{aligned} \qquad (4)$$

almashtirishga fazoning affin almashtirishi deyiladi,

bunda ushbu determinant:

$$\begin{vmatrix} a_{11} a_{12} & a_{13} \\ a_{21} a_{22} & a_{23} \\ a_{31} a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0. \qquad (5)$$

(4) munosabatda qatnashgan parametrlar quyidagi geometrik ma'noga ega:

O' (a_1,a_2,a_3) nuqta $O(0,0,0)$ nuqtaning obrazi. $\mathbf{e_1}'$ (a_{11},a_{21},a_{31}) vektor Ox o'qining masshtab vektori $\mathbf{e_1}(1,0,0)$ ning obrazi, $\mathbf{e_2}'$ (a_{12},a_{22},a_{32})-vektor Oy′ o'qining masshtab vektori $\mathbf{e_2}(0,1,0)$ ning obrazi $\mathbf{e_3}'$ (a_{13},a_{23},a_{33}) vektor Oz' o'qining masshtab vektori $\mathbf{e_3}(0,0,1)$ ning obrazlari.

Affin almashtirish o'zaro bir qiymatli almashtirishdir. Affin almashtirishda to'g'ri chiziq to'g'ri chiziqqa, tekislik tekislikka o'tadi.

Affin almshtirishda to'g'ri chiziqlarning parallelligi, tekisliklarning parallelligi saqlanib qoladi.

Affin almashtirishda bir to'g'ri chiziqda yotgan uchta nuqtaning sodda nisbati saqlanadi, bitta tekislikda yotgan figuralar yuzalarining, shuningdek jism hajmlarining nisbati ham saqlanadi.

Fazodagi barcha nuqtalarni har qanday o'zaro bir qiymatli almashtirish bir to'g'ri chiziqda yotgan nuqtalarning kollinearligini saqlab qolsa, u affin almashtirish bo'ladi, ya'ni bu almashtirsh (4) munosabat bilan ifodlanadi, va shu bilan birga (5) shart bajariladi. Fazoning barcha affin almashtirshlari to'plami gruppa tashkil qiladi.

O'ziga o'zi mos keladigan nuqtalar affin almashtirishning qo'sh nuqtalari deb ataladi. Qo'sh nuqtalarni topish uchun (4) munosabatda (x',y',z') o'rniga (x,y,z) qo'yib, x,y,z ni topish kerak. O'ziga o'zi mos kelgan to'g'ri chiziqqa qo'sh to'g'ri chiziq deb aytiladi.

Affin almashtirishda o'zi o'ziga mos kelgan tekislikka qo'sh tekislik deb aytiladi. To'g'ri burchakli dekart sistemasida

$$x'=x, \quad y'=y, \quad z'=kz \qquad k>0$$

munosabatlar bilan berilgan affin almashtirish Oxy tekislikka nisbatan qisish almashtirishi, k son esa qisish koeffitsienti deyiladi.

Affin almshtirish qanday bo'lmasin, o'zaro ortogonal bo'lgan shunday uchta yo'nalish mavjudki, ular bu almashtirishda yana o'zaro ortogonal uchta yo'nalishga o'tadi.

Affin almashtirishda uchta o'zaro ortogonal yo'nalishga mos keladigan uchta o'zaro ortogonal yo'nalish affin almashtirishning bosh yo'nalishlari deb ataladi.

Har qanday affin almashtirish ortogonal almashtirish bilan juft-juft ortogonal bo'lgan uchta tekislik yo'nalishlaridagi qisilish ko'paytmasidan iborat.

Hech bo'lmaganda bitta qo'zg'almas nuqtaga ega bo'lgan affin almashtirish markaziy affin almashtirish deyiladi.

Qo'zg'almas nuqtaning koordinatalar boshi sifatida qabul qilsak, affin almashtirish quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$x'=a_{11}x+a_{12}y+a_{13}z$$

$$y'=a_{21}x+a_{22}y+a_{23}z$$

$$z'=a_{31}x+a_{32}y+a_{33}z$$

Jismlar hajmi saqlanadigan affin almashtirish ekviaffin almashtirish deyiladi. (4) almashtirish ekviaffin bo'lishi uchun, ushbu munosabatning bajarilishi zarur va yetarli:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \pm 1$$

Agar

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 1$$

shart bajarilsa jismlarning ham hajmi, ham fazo oriyentatsiyasi saqlanadi. Bunday almashtirish unimodulyar almashtirish deyiladi.

Affin almshtirishda shunday noldan farqli vektor topilib, bu almashtirishda u o'ziga kollinear vektorga o'tsa, bu vektor affin almashtirishni xos vektori deyiladi. Agar ***e*** vektor affin almashtirshning xos vektori bo'lsa, ya'ni $\boldsymbol{e'}=\lambda \boldsymbol{e}$ vektor ***e*** ning obrazi bo'lsa, λ son ***e*** vektorga mos kelgan xos qiymat deyiladi.

Affin almashtirish xos vektorining (l,m,n) koordinatalari quyidagi tenglamalar sistemasidan aniqlanadi.

$$(a_{11}-\lambda)l+a_{12}m+a_{13}n=0$$
$$a_{21}l+(a_{22}-\lambda)m+a_{23}n=0$$
$$a_{31}l+a_{32}m+(a_{33}-\lambda)n=0$$

bu yerda λ son ushbu

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}-\lambda \end{vmatrix} = 1$$

tenglamaning yechimidir. Bu tenglama xarakteristik tenglama deb ataladi. Tenglamaning yechimi xos ***e*** vektorning xos qiymatidir. Dekart sistemasiga nisbatan berilgan

$$x'=a_{11}x+a_{12}y+a_{13}z$$
$$y'=a_{21}x+a_{22}y+a_{23}z$$
$$z'=a_{31}x+a_{32}y+a_{33}z$$

markaziy affin almsahtirish uchun

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

matritsa simmetrik, ya'ni

$$a_{12}=a_{21},\ a_{13}=a_{31},\ \ a_{23}=a_{32}$$

bo'lsa, bunday markaziy affin almashtirish simmetrik almashtirish deb ataladi.

Har bir simmetrik markaziy affin almshtirish uchta o'zaro ortogonal xos vektorga ega va aksincha, biror markaziy affin almashtirish o'zaro ortogonal uchta vektorga ega bo'lsa, bu almashtirish simmetrik almashtirish bo'ladi.

Ikkinchi tartibli barcha sirtlar to'plami 17 sinfga ajraladi. Ikkinchi tartibli ikkita sirtning birini biror affin almashtirish natijasida ikkinchisiga o'tkazish mumkin bo'lsa, ular bitta affin sinfga tegishli bo'ladi. Affin almashtirishda diametr, diametrial tekislik, markaz, asimptotik konus, sirtning urinma tekisligi mos ravishda yana diametrga, diametrial tekislikka markazga, asimptotik konusga, urinma tekislikka o'tadi.

Affin almashtirishda qo'shmalik munosabatlari saqlanadi: agar π tekislik Π sirtning ***a*** vektorga parallel vatarlariga qo'shma bo'lsa, u holda π' tekislik Π' sirtning $\boldsymbol{a}'$ vektorga parallel bo'lgan vatarlariga qo'shma bo'ladi, bu yerda π' tekislik π tekislikning obrazi, Π' esa Π sirtning obrazi, $\boldsymbol{a}'$ vektor ***a*** vektorning obrazi.

Agar p diametr Π sirtning π tekislikka parallel bo'lgan kesimlariga qo'shma bo'lsa, p' diametr Π' sirtning π' tekislikka parallel kesimlariga qo'shma bo'ladi, bu yerda π' tekislik π tekislikning obrazi.

1867. $O(0,0,0)$, $E_1(1,0,0)$, $E_2(0,1,0)$ nuqtalarni o'z o'rnida qoldiradigan va $E_3(0,0,1)$ nuqtani $E(1,1,1)$ nuqtaga o'tkazuvchi affin almashtirish topilsin.

1868. $x'= 2x+y+z,\ y'=x+z-1\ ,\ z'=-z-2$

affin almashtirishning qo'zg'almas nuqtalari topilsin.

1869. Koordinat o'qlarini o'z-o'ziga o'tkazuvchi barcha affin almashtirishlar topilsin.

1870. Oxy tekislikning hamma nuqtalarini o'z o'rnida qoldiradigan affin almashtirishning umumiy ko'rinishi topilsin.

1871. *Oz* o'qining hamma nuqtalarini o'z o'rnida qoldiradigan affin almashtirishning umumiy ko'rinishi topilsin.

1872. Koordinata o'qlari birlik vektorlarining oxirlari bo'lgan $E_1(1,0,0)$, $E_2(0,1,0)$, $E_3(0,0,1)$ nuqtalarni o'z o'rnida qoldiradigan va $O(0,0,0)$ nuqtani $E_1E_2E_3$ tekislikka nisbatan simmetrik O' nuqtaga o'tkazuvchi affin almashtirish topilsin (koordinatalar sistemasi to'g'ri burchakli).

1873. *Oz* o'qini invariant holda *XOZ, YOZ* burchaklar bissektrisalarini o'z o'rnida qoldiradigan, shuning bilan birga shu *Oz* o'qdagi vektorlar o'z uzunliklarini saqlaydigan, ammo bissektrisalarda yotgan vektorlar uzunliklarini ikki baravar orttiradigan affin almashtirish topilsin.

1874. Koordinatalar boshini o'z o'rnida qoldiradigan:

$x'=a_{11}x+a_{12}y+a_{13}z$

$y'=a_{21}x+a_{22}y+a_{23}z$

$z'=a_{31}x+a_{32}y+a_{33}z$ affin almashtirish berilgan.

Bu almashtirishda koordinatalar boshidan o'tadigan to'g'ri chiziqlar ularga ortogonal to'g'ri chiziqlarga almashinadigan to'g'ri chiziqlarning geometrik o'rni topilsin.

1875.* $x'=2x+y,\ y'=x+2y,\ z'=3x-4y-5z$ affin almashtirish berilgan.

1) bu almashtirishda o'zlariga kollinear vektorlarga o'tadigan vektorlar topilsin.

2) Koordinata o'qlari 1) da topilgan vektorlarga parallel qilib olinganda almashtirish qanday korinishda yoziladi?

1876. * $x'=x+y+3z,\quad y'=x+5y+z,\ z'=3x+y+z$ affin almashtirish berilgan.

bu almashtirishda uchta vektorlarning o'zaro ortogonal juftlariga o'tadigan uchta o'zaro ortogonal vektorlar juftlari topilsin;

Berilgan affin almashtirishni ortogonal almashtirish bilan uchta o'zaro perpendikular yo'nalishlarida cho'zishdan iborat almashtirishlarning ko'paytmasi ko'rinishida yozilsin.

1877.* Koordinatalar boshini o'z o'rnida qoldiradigan, va birinchi tur aynan bo'lmagan ortogonal almashtirish berilgan:

$x'=c_{11}x+c_{12}y+c_{13}z$

$y'=c_{21}x+c_{22}y+c_{23}z$

$z'=c_{31}x+c_{32}y+c_{33}z$.

Bu almashtirishda hamma nuqtalari o'z o'rnida qoladigan to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi vektori topilsin.

1878. * Birinchi tur ortogonal almashtirish berilgain:

$$x'=c_{11}x+c_{12}y+c_{13}z$$

$$y'=c_{21}x+c_{22}y+c_{23}z$$

$$z'=c_{31}x+c_{32}y+c_{33}z$$

Bu almashtirish qo'zg'almas to'g'ri chiziq atrofida φ burchakka burish natijasida hosil qilinishi mumkin. Burish burchagi φ topilsin.

1879. *

$$C=\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$$

birinchi tur ortogonal almashtirish bo'lsin, deb faraz qilaylik; ***r*** esa qo'zg'almas to'g'ri chiziqqa perpendikular vektor (avvalgi masalaga qarang), va ***r'***-vektor ***r*** vektorning bu almashtirishdagi obrazi, ***e***- qo'zg'almas to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi vektori. *E(a,b,c)* vektorning koordinatalari qanday shart bajarilganda ***r, r', e*** vektorlar uchligining oriyentatsiyasi musbat yo'nalishdagi o'qlar oriyentatsiyasi bilan bir xil bo'ladi?

1880. * $x'=\frac{11}{15}x+\frac{2}{15}y+\frac{2}{3}z$

$$y'=\frac{2}{15}x+\frac{14}{15}y-\frac{1}{3}z$$

$$z'=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}y+\frac{2}{3}z.$$

Ortogonal almashtirish berilgan shartlarni qanoatlantirganda, qo'zg'almas to'g'ri chiziqning aylantirish yo'nalishi va burilish burchagini aniqlaydigan yo'naltiruvchi vektori topilsin.

1881. * Birinchi turdagi ortogonal almashtirish berilgan:

$$x'=\frac{1}{2}x-\frac{1}{\sqrt{2}}y-\frac{1}{2}z$$

$$y' = \frac{1}{2}x + \frac{1}{\sqrt{2}}y - \frac{1}{2}z$$

$$z' = \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}z\,.$$

O'qi shu almashtirish o'qi bilan ustma-ust tushuvchi, burilish burchagi berilgan almashtirishni burilish burchagiga teng bo'lib, burilish yo'nalishi esa teskari bo'lgan affin almsahtirish topilsin .

1882. * Qo'zg'almas to'g'ri chiziqning aylantirish yo'nalishini va burish burchagi φ ni aniqlaydigan *e(a,b,c)* vektorni bilgan holda, ortogonal almashtirish topilsin.

XVII BOB
FAZODA PROYEKTIV GEOMETRIYA ELEMENTLARI

Yevklid fazosida to'g'ri chiziq nuqtalari to'plamini yana bitta cheksiz uzoq joylashgan (yoki xosmas) nuqta deb ataluvchi element bilan to'ldirib, bu to'g'ri chiziqni xos to'g'ri chiziq deb ataymiz. O'zaro parallel barcha to'g'ri chiziqlarga bitta xosmas nuqtani qo'shamiz. Ikkita o'zaro parallel bo'lmagan (ya'ni kesishuvchi yoki ayqash) to'g'ri chiziqlarga har xil xosmas nuqtalar qo'shiladi.

Zikr qilingan tarzda cheksiz uzoq joylashgan nuqtalar bilan to'ldirilgan uch o'lchamli yevklid fazosi uch o'lchamli proyektiv fazo deb ataladi.

Yevklid tekisligi unda yotuvchi to'g'ri chiziqlarni xosmas nuqtalar bilan to'ldirilgandan keyin, proyektiv fazoning xos tekisligi deyiladi. Xosmas nuqtalar to'plami shu tekislikning xosmas to'g'ri chizig'i, fazodagi barcha xos bo'lmagan nuqtalar to'plami esa proyektiv fazoning xosmas tekisligi deyiladi.

Fazoda xos *M* nuqta *Oxyz* umumiy dekart koordinatalar sistemasida *x,y,z* koordinatalarga ega bo'lsa, *x,y,z, 1* sonlar va ixtiyoriy $x_1=kx$, $x_2=ky$, $x_3=kz$, $x_4=k\cdot 1$, $k\neq 0$ sonlardan tuzilgan to'rtlik *M* nuqtaning bir jinsli koordinatalari deyiladi. Bundan bir jinsli koordinatalar va dekart koordinatalari uchun

$$x=\frac{x_1}{x_4},\quad y=\frac{x_2}{x_4},\quad z=\frac{x_3}{x_4}$$

bog'lanish kelib chiqadi.

Agar *M* nuqta $\vec{a}(x_1,x_2,x_3)$ vektorga parallel to'g'ri chiziqlarga qo'shilgan xosmas nuqta bo'lsa, uning bir jinsli koordinatalari sifatida $x_1,x_2,x_3,0$ to'rtlikni, yoki bu to'rtlikka proporsional ixtiyoriy to'rtlik qabul qilinadi. *M* nuqta bir jinsli $x_1:x_2:x_3:x_4$ koordinatalarga ega bo'lsa, $M(x_1:x_2:x_3:x_4)$ ko'rinishda yoziladi. Jumladan, *Ox* o'qining xosmas nuqtasi $O_1(1:0:0:0)$, *Oy* o'qining xosmas nuqtasi $O_2(0:1:0:0)$ *Oz* o'qining xosmas nuqtasi $O_3(0:0:1:0)$ koordinata boshi $O_4(0:0:0:1)$ birlik nuqta $E(1:1:1:1)$ ko'rinishda yoziladi.

Proyektiv fazoda har bir tekislik bir jinsli chiziqli $a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3+a_4x_4=0$ tenglama bilan ifodalandi, va aksincha. Xususan, xosmas tekislik $x_4=0$ tenglama bilan beriladi.

Proyektiv fazoda proyektiv koordinatalar sistemasi hech qanday to'rttasi bir tekislikda yotmaydigan O_1,O_2,O_3,O_4, E nuqtalar bilan aniqlanadi.

Bu nuqtalardan birinchi to'rttasi bazis yoki fundamental nuqtalar, E nuqta esa birlik nuqta deyiladi. O_1,O_2,O_3,O_4 tetraedr bazis, yoki koordinatalar tetraedri deb ataladi.

Bazis nuqtalar $O_1(a_{11}:a_{21}:a_{31}:a_{41})$, $O_2(a_{12}:a_{22}:a_{32}:a_{42})$, $O_3(a_{13}:a_{23}:a_{33}:a_{43})$, $O_4(a_{14}:a_{24}:a_{34}:a_{44})$ bir jinsli koordinatalarga, birlik nuqta $E(e_1:e_2:e_3:e_4)$ va birorta ixtiyoriy nuqta $M(x_1:x_2:x_3:x_4)$ bir jinsli koordinatalaga ega bo'lsa, M nuqtaning O_1,O_2,O_3,O_4,E proyektiv koordinatalar sistemasidagi proyektiv koordinatalari y_1,y_2,y_3,y_4 quyidagi tenglamar sistemasidan aniqlanadi:

$$\rho x_1=a_{11}\rho_1y_1+a_{12}\rho_2y_2+a_{13}\rho_3y_3+a_{14}\rho_4y_4,$$
$$\rho x_2=a_{21}\rho_1y_1+a_{22}\rho_2y_2+a_{23}\rho_3y_3+a_{24}\rho_4y_4,$$
$$\rho x_3=a_{31}\rho_1y_1+a_{32}\rho_2y_2+a_{33}\rho_3y_3+a_{34}\rho_4y_4,$$
$$\rho x_4=a_{41}\rho_1y_1+a_{42}\rho_2y_2+a_{43}\rho_3y_3+a_{44}\rho_4y_4,$$

$\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4$ sonlari esa quyidagi sistemadan topiladi:

$$a_{11}\rho_1+a_{12}\rho_2+a_{13}\rho_3+a_{14}\rho_4=e_1,$$
$$a_{21}\rho_1+a_{22}\rho_2+a_{23}\rho_3+a_{24}\rho_4=e_2$$
$$a_{31}\rho_1+a_{32}\rho_2+a_{33}\rho_3+a_{34}\rho_4=e_3$$
$$a_{41}\rho_1+a_{42}\rho_2+a_{43}\rho_3+a_{44}\rho_4=e_4$$

Proyektiv O_1,O_2,O_3,O_4, E sistemada bazis va birlik nuqtalar mos ravishda quyidagi koordinatalarga ega bo'ladi:

$O_1(1:0:0:0)$, $O_2(0:1:0:0)$, $O_3(0:0:1:0)$, $O_4(0:0:0:1)$, $E(1:1:1:1)$

Kooordinatalr tetraedrinig $O_2O_3O_4$, $O_1O_3O_4$, $O_1O_2O_4$, $O_1O_2O_3$, yoqlari mos ravishda

$$u_{11}x_1+u_{12}x_2+u_{13}x_3+u_{14}x_4=0 \quad (O_2O_3O_4)$$

$$u_{21}x_1+u_{22}x_2+u_{23}x_3+u_{24}x_4=0 \quad (O_1O_3O_4)$$

$$u_{31}x_1+u_{32}x_2+u_{33}x_3+u_{34}x_4=0 \quad (O_1O_2O_4)$$

$$u_{41}x_1+u_{42}x_2+u_{43}x_3+u_{44}x_4=0 \quad (O_1O_2O_3)$$

tenglamalar bilan aniqlanib, birlik E nuqta $e_1{:}e_2{:}e_3{:}e_4$ bir jinsli koordinatalarga ega bo'lsa, M nuqtaning proyektiv koordinatalari uning bir jinsli koordinatalari orqali quyidagi formulalar bilan bog'lanadi:

$$\rho y_1 = \frac{u_{11}x_1 + u_{12}x_2 + u_{13}x_3 + u_{14}x_4}{u_{11}e_1 + u_{12}e_2 + u_{13}e_3 + u_{14}e_4}$$

$$\rho y_2 = \frac{u_{21}x_1 + u_{22}x_2 + u_{23}x_3 + u_{24}x_4}{u_{21}e_1 + u_{22}e_2 + u_{23}e_3 + u_{24}e_4}$$

$$\rho y_3 = \frac{u_{31}x_1 + u_{32}x_2 + u_{33}x_3 + u_{34}x_4}{u_{31}e_1 + u_{32}e_2 + u_{33}e_3 + u_{34}e_4}$$

$$\rho y_4 = \frac{u_{41}x_1 + u_{42}x_2 + u_{43}x_3 + u_{44}x_4}{u_{41}e_1 + u_{42}e_2 + u_{43}e_3 + u_{44}e_4}$$

Agar bazis tetraedrning yoqlari birorta umumiy dekart koordinatalari sistemasida

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

$$A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0$$

$$A_4x + B_4y + C_4z + D_4 = 0$$

tenglamalar bilan berilib, E (x_0,y_0,z_0)- birlik nuqta bo'lsa, xos nuqtalarning proyektiv koordinatalari quyidagi munosabatlardan aniqlanadi:

$$\rho x_1 = \frac{A_1x + B_1y + C_1z + D_1}{A_1x_0 + B_1y_0 + C_1z_0 + D_1}$$

$$\rho x_2 = \frac{A_2x + B_2y + C_2z + D_2}{A_2x_0 + B_2y_0 + C_2z_0 + D_2}$$

$$\rho x_3 = \frac{A_3x + B_3y + C_3z + D_3}{A_3x_0 + B_3y_0 + C_3z_0 + D_3}$$

$$\rho x_4 = \frac{A_4x + B_4y + C_4z + D_4}{A_4x_0 + B_4y_0 + C_4z_0 + D_4}$$

Bir jinsli koordinatalar proyektiv koordinatalarning xususiy holi bo'lib, koordinatalar tetraedrining O_1 O_2 O_3 uchlari mos ravishda Ox, Oy, Oz o'qlarning xos bo'lmagan nuqtalari, O_4 nuqta koordinata boshidan, E nuqta dekart koordinatalar sistemasida birlik nuqtasidan iborat bo'lsa, proyektiv koordinatalar bir jinsli koordinatalarga aylanadi.

Agar O_4 nuqtadan farqli $M(x_1:x_2:x_3:x_4)$ nuqtani $M^{IV}(x_1:x_2:x_3:0)$ nuqtaga, E nuqtani O_4 nuqtadan $O_1O_2O_3$ tekislikdagi $E^{IV}(1:1:1:0)$ nuqtaga proyeksiyalasak, $O_1O_2O_3$ tekislikdagi $O_1O_2O_3E^{IV}$ proyektiv koordinatalar sistemasida M^{IV} nuqta $x_1:x_2:x_3$ koordinatalarga ega bo'ladi. Agar O_3O_4 to'g'ri chiziqda yotmaydigan $M(x_1:x_2:x_3:x_4)$ nuqtani O_3O_4M tekislik yordamida O_1O_2 to'g'ri chiziqdagi $M_{12}(x_1:x_2:0:0)$ nuqtaga, e nuqtani O_3O_4E tekislik yordamida $E_{12}(1:1:0:0)$ nuqtaga proyeksiyalasak, O_1O_2 to'g'ri chiziqdagi $O_1O_2E_{12}$ proyektiv koordinatalar sistemasida M_{12} nuqta $x_1:x_2$ koodinatalarga ega bo'ladi.

Proyektiv koordinatalar sistemasida tekislik chiziqli bir jinsli $u_1x_1+u_2x_2+u_3x_3+u_4x_4=0$ tenglama bilan aniqlanib, $u_1:u_2:u_3:u_4$ to'rtlik, yoki bunga proporsional ixtiyoriy to'rtlik shu tekislikning kordinatalari deyiladi. Agar $u_1^2+u_2^2+u_3^2+u_4^2 >0$ bo'lsa, yuqoridagi tenglama albatta birorta tekislikni aniqlaydi.

Uchta bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan $A(a_1:a_2:a_3:a_4)$, $B(b_1:b_2:b_3:b_4)$ $C(c_1:c_2:c_3:c_4)$ nuqtadan o'tuvchi tekislik tenglamasi

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{vmatrix} = 0$$

yoki

$$\begin{aligned} x_1 &= \alpha a_1 + \beta b_1 + \gamma c_1 \\ x_2 &= \alpha a_2 + \beta b_2 + \gamma c_2 \\ x_3 &= \alpha a_3 + \beta b_3 + \gamma c_3 \\ x_4 &= \alpha a_4 + \beta b_4 + \gamma c_4 \end{aligned}$$

ko'rinishda yoziladi. Bu yerda α,β,γ sonlarni tekislik nuqtasining A,B,C nuqtalar bazis nuqtalar sifatida olingan proyektiv kordinatalar sistemasidagi koordinatalari deb qarash mumikin.

Ikkita $A(a_1:a_2:a_3:a_4)$, $B(b_1:b_2:b_3:b_4)$ nuqtadan o'tadigan to'g'ri chiziq

$x_1=\alpha a_1+\beta b_1,\ x_2=\alpha a_2+\beta b_2,\ x_3=\alpha a_3+\beta b_3,\ x_4=\alpha a_4+\beta b_4$

tenglamalar bilan aniqlanadi. Bu yerda $\alpha,\ \beta$ sonlar AB to'g'ri chiziq nuqtasining A,B nuqtalar bazis sifatida olingan proyektiv koordinatalar sistemasidagi koordinatalaridir.

Ikki $(v_1:v_2:v_3:v_4)$, $(w_1:w_2:w_3:w_4)$ tekislikning kesishish to'g'ri chizig'i

$u_1=\alpha v_1+\beta w_1,\ u_2=\alpha v_2+\beta w_2,\ u_3=\alpha v_3+\beta w_3,\ u_4=\alpha v_4+\beta w_4$

tenglamalar bilan aniqlanadi (ikki tekisliklar bilan aniqlangan tekisliklar dastasi).

To'rtta

$A(a_1:a_2:a_3:a_4),\ B(b_1:b_2:b_3:b_4)$

$C[(\alpha a_1+\beta b_1):(\alpha a_2+\beta b_2):(\alpha a_3+\beta b_3):(\alpha a_4+\beta b_4)]$

$D[(\lambda a_1+\mu b_1):(\lambda a_2+\mu b_2):(\lambda a_3+\mu b_3):(\lambda a_4+\mu b_4)]$

nuqtaning murakkab angarmonik nisbati $(ABCD)=\dfrac{\beta\lambda}{\alpha\mu}$ ga teng. To'rtta tekislikning murakkab (angarmonik) nisbati ham xuddi shunday aniqlanadi.

Bazis nuqtalar sifatida $O_1'(a_{11}:a_{21}:a_{31}:a_{41})$, $O_2'(a_{12}:a_{22}:a_{32}:a_{42})$, $O_3'(a_{13}:a_{23}:a_{33}:a_{43})$, $O_4'(a_{14}:a_{24}:a_{34}:a_{44})$ nuqtalar, birlik nuqtalar sifatida $E(e_1:e_2:e_3:e_4)$ nuqta olinib, yangi $O_1',\ O_2',\ O_3',\ O_4',\ E'$ proyektiv koordinatalr sistemasi kiritilsa, $M(x_1:x_2:x_3:x_4)$ nuqtaning yangi koordinatalari $x_1':x_2':x_3':x_4'$ eski koordinatalar orqali quyidagicha bog'lanadi:

$$\rho x'_1=a_{11}\rho_1x_1+a_{12}\rho_2x_2+a_{13}\rho_3x_3+a_{14}\rho_4x_4,$$

$$\rho x'_2=a_{21}\rho_1x_1+a_{22}\rho_2x_2+a_{23}\rho_3x_3+a_{24}\rho_4x_4,$$

$$\rho x'_3=a_{31}\rho_1x_1+a_{32}\rho_2x_2+a_{33}\rho_3x_3+a_{34}\rho_4x_4,$$

$$\rho x'_4=a_{41}\rho_1x_1+a_{42}\rho_2x_2+a_{43}\rho_3x_3+a_{44}\rho_4x_4,$$

Bu yerda $\rho_1:\ \rho_2:\ \rho_3:\ \rho_4$ sonlar quyidagi mjunosabatlardan aniqlanadi:

$$a_{11}\rho_1+a_{12}\rho_2+a_{13}\rho_3+a_{14}\rho_4=\rho e_1,$$
$$a_{21}\rho_1+a_{22}\rho_2+a_{23}\rho_3+a_{24}\rho_4=\rho e_2$$
$$a_{31}\rho_1+a_{32}\rho_2+a_{33}\rho_3+a_{34}\rho_4=\rho e_3$$
$$a_{41}\rho_1+a_{42}\rho_2+a_{43}\rho_3+a_{44}\rho_4=\rho e_4$$

Proyektiv fazoda ixtiyoriy uchta o'zaro kollinear nuqtalarni uchta kollinear nuqtalarga o'tkazuvchi o'zaro bir qiymatli nuqtaviy almashtirish proyektiv almashtirish deyiladi. Proyektiv almashtirishlarda tekislik tekislikka, to'g'ri chiziq to'g'ri chiziqqa o'tadi, tekislik, to'g'ri chiziq va nuqtalarning insidentlik nisbatlari, bir to'g'ri chiziqda yotgan to'rtta nuqtaning, bitta dastaga tegishli to'rtta to'g'ri chiziq va bitta dastaga tegishli to'rtta tekislikning murakkab (angarmonik) nisbati saqlanadi. Fazoning ham proyektiv almashtirishlari to'plami gruppa tashkil qiladi. Proyektiv almashtirishni aniqlash uchun yagona tarzda besh juft nuqtalar berilishi yetarlidir. Bunda proobrazlardan ixtiyoriy to'rttasi va obrazlardan ixtiyoriy to'rttasi bir tekislikda yotmasligi kerak.

Proyektiv almashtirish quyidagi munosabatlar yordamida beriladi:

$$\rho x'_1=a_{11}\rho_1x_1+a_{12}\rho_2x_2+a_{13}\rho_3x_3+a_{14}\rho_4x_4,$$
$$\rho x'_2=a_{21}\rho_1x_1+a_{22}\rho_2x_2+a_{23}\rho_3x_3+a_{24}\rho_4x_4,$$
$$\rho x'_3=a_{31}\rho_1x_1+a_{32}\rho_2x_2+a_{33}\rho_3x_3+a_{34}\rho_4x_4,$$
$$\rho x'_4=a_{41}\rho_1x_1+a_{42}\rho_2x_2+a_{43}\rho_3x_3+a_{44}\rho_4x_4,$$

Bu $M(x_1:x_2:x_3:x_4)$, $M(x'_1:x'_2:x'_3:x'_4)$ nuqtalar mos ravishda proobraz va obrazlardir. Aksincha, ushbu shart:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \neq 0$$

bajarilsa, yuqoridagi sistema proyektiv almashtirishni aniqlaydi.

Affin koordinatalar sistemasida fazoning xos nuqtalari uchun proyektiv almashtirish

$$x' = \frac{A_1x + B_1y + C_1z + D_1}{A_4x + B_4y + C_4z + D_4}$$
$$y' = \frac{A_2x + B_2y + C_2z + D_2}{A_4x + B_4y + C_4z + D_4}$$
$$z' = \frac{A_3x + B_3y + C_3z + D_3}{A_4x + B_4y + C_4z + D_4}$$

formulalar bilan beriladi. Bu yerda *M(x:y:z)*-proobraz, *M' (x':y':z')*-obraz aksincha, ushbu

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 & D_4 \end{vmatrix} \neq 0$$

shart bajarilsa, yuqoridagi formulalar xos nuqtalar uchun proyektiv almashtirishni aniqlaydi.

Proyektiv fazodagi barcha nuqtalar to'plami bilan barcha tekisliklar to'plami orasida o'zaro bir qiymatli moslik korrelativ almashtirish, yoki korrelatsiya deyiladi. Agar bu moslikda bir to'g'ri chiziqda yotgan ixtiyoriy uchta nuqtaga bir to'g'richiziqdan o'tgan uchta tekislik mos kelsa, korrelatsiya chiziqli deyiladi. Chizqli korrelatsiyada bir to'g'ri chiziqda yotgan to'rtta nuqtaning murakkab (angarmonik) nisbati shu nuqtalarga mos kelgan to'rt tekislikning murakkab (angarmonik) nisbatiga tengdir.

Agar chiziqli korrelatsiyada ixtiyoriy *M* nuqtaga mos kelgan tekislik *m* bo'lib ixtioriy $N \in m$ nuqtaga *M* nuqtadan o'tadigan tekislik mos qo'yilsa, bu korrelatsiya polyaritet deyiladi. Bunda *M* nuqta *m* tekislikning qutbi, *m* tekislik esa *M* nuqtaning polyarasi deyiladi.

Birorta polyaritetda *M,N* nuqtlardan har biri ikkinchisining polyarasida yotsa, bu nuqtalar shu polyaritetda qutbiy qo'shma nuqtalar deyiladi.

Birorta polyaritetda *M* nuqta *l* to'g'ri chiziqni chizsa, *M* nuqtaning polyarasi m birorta *l`* to'g'ri chiziq atrofida aylanadi; *l, l`* to'g'ri chiziqlar shu polyaritetga nisbatan qutbiy qo'shma to'g'ri chiziqlar deyiladi.

Chiziqli korrelatsiyada $M\ (x_1:x_2:x_3:x_4)$ nuqtaga $m(u_1:u_2:u_3:u_4)$ tekislik mos kelsa, bu chiziqli korrelatsiya quyidagi munosabatlar yordamida beriladi:

$$\rho u_1=a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3+a_{14}x_4,$$
$$\rho u_1=a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3+a_{24}x_4,$$
$$\rho u_1=a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3+a_{34}x_4,$$
$$\rho u_1=a_{41}x_1+a_{42}x_2+a_{43}x_3+a_{44}x_4,$$

Agar

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \neq 0$$

bo'lsa, yuqoridagi munosabatlar chiziqli korrelatsiyani aniqlaydi.

Chiziqli korrelatsiya polyaritet bo'lishi uchun $a_{ik}=a_{ki}$ shartning bajarilishi zarur va yetarlidir.

Ikki $M\ (x_1:x_2:x_3:x_4)$, $N\ (y_1:y_2:y_3:y_4)$ nuqtalarning berilgan polyaritetda qutbi qo'shma bo'lishi sharti

$$y_1(a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3+a_{14}x_4)+y_2(a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3+a_{24}x_4)+y_3(a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3+ a_{34}x_4)+y_4(a_{41}x_1+a_{42}x_2+a_{43}x_3+a_{44}x_4)=0$$

ko'rnishda yoziladi.

Ikki $m(u_1:u_2:u_3:u_4)$, $n(v_1:v_2:v_3:v_4)$ tekislikning berilgan polyartetga nisbatan qutbiy qo'shma bo'lish sharti

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & u_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & u_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & u_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & u_4 \\ v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

yoki

$$(A_{11}u_1+A_{12}u_2+A_{13}u_3+A_{14}u_4)v_1+(A_{21}u_1+A_{22}u_2+A_{23}u_3+A_{24}u_4)v_2$$
$$y_4+y_3(A_{31}u_1+A_{32}u_2+A_{33}u_3+A_{34}u_4)v_2+y_4(A_{41}u_1+A_{42}u_2+A_{43}u_3+A_{44}u_4)=0$$

ko'rinishda yoziladi. Bu yerda A_{ik} sonlar a_{ik} elementning

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

determinantdagi algebraik to'ldiruvchisidir.

Berilgan $u_1x_1+u_2x_2+u_3x_3+u_4x_4=0$ tekislik qutbinig koordinatalari $a_1:a_2:a_3:a_4$ quyidagi munosabatlardan aniqlanadi:

$$\rho a_1=A_{11}u_1+A_{12}u_2+A_{13}u_3+A_{14}u_4,$$

$$\rho a_2=A_{21}u_1+A_{22}u_2+A_{23}u_3+A_{24}u_4,$$

$$\rho a_3=A_{31}u_1+A_{32}u_2+A_{33}u_3+A_{34}u_4,$$

$$\rho a_4=A_{41}u_1+A_{42}u_2+A_{43}u_3+A_{44}u_4.$$

Proyektiv fazoda ikkinchi tartibli sirtni polyaritetda o'z polyaralariga qarashli nuqtalar to'plami sifatida aniqlashi mumkin. Proyektiv koordinatalar sistemasida ikkinchi tartibli sirtning umumiy tenglamasi

$$a_{11}x_1^2+a_{22}x_2^2+a_{33}x_3^2+a_{44}x_4^2+$$
$$2a_{12}x_1x_2+2a_{13}x_1x_3+2a_{14}x_1x_4+2a_{23}x_2x_3+2a_{24}x_2x_4+2a_{34}x_3x_4=0$$

ko'rinishda bo'ladi.

Aksincha har bir ikkinchi tartibli sirtga mos keladigan polyaritet mavjud.

Berilgan $M(a_1:a_2:a_3:a_4)$ nuqtaning ikkinchi tartibli sirtga nisbatan polyarasi tenglamasi

$$(a_{11}a_1+a_{12}a_2+a_{13}a_3+a_{14}a_4)x_1+(a_{21}a_1+a_{22}a_2+a_{23}a_3+a_{24}a_4)x_2+(a_{31}a_1+a_{32}a_2+a_{33}a_3+$$
$$a_{34}a_4)x_3+(a_{41}a_1+a_{42}a_2+a_{43}a_3+a_{44}a_4)x_4=0$$

ko'rinishda yoziladi. M nuqta sirtga tegishli bo'lsa, uning polyarasi shu nuqtadan o'tadigan urinma tekislikdir. Agar M nuqta sirtga tegishli bo'lmasa, uning polyarasi M nuqtalan o'tgan to'g'ri chiziqning sirt bilan kesishishidan hosil qilingan A, B nuqtalari va M nuqtaga to'rtinchi garmonik nuqtadan o'tuvchi tekislik sifatida aniqlanishi mumkin.

Uchi $(\alpha_1:\alpha_2:\alpha_3:\alpha_4)$ nuqtada bo'lgan va ikkinchi tartibli sirtga tashqi chizilgan konusning tenglamasi:

$$(a_{11}x_1^2+a_{22}x_2^2+a_{33}x_3^2+a_{44}x_4^2+2a_{12}x_1x_2+2a_{13}x_1x_3+2a_{14}x_1x_4+2a_{23}x_2x_3+2a_{24}x_2x_4+2a_{34}x_3x_4)(a_{11}\alpha_1^2+a_{22}\alpha_2^2+a_{33}\alpha_3^2+a_{44}\alpha_4^2+2a_{12}\alpha_1\alpha_2+2a_{13}\alpha_1\alpha_3+2a_{14}\alpha_1\alpha_4+2a_{23}\alpha_2\alpha_3+2a_{24}\alpha_2\alpha_4+2a_{34}\alpha_3\alpha_4)-$$

$$-[(a_{11}\alpha_1+a_{12}\alpha_2+a_{13}\alpha_3+a_{14}\alpha_4)x_1+(a_{21}\alpha_1+a_{22}\alpha_2+a_{23}\alpha_3+a_{24}\alpha_4)x_2+(a_{31}\alpha_1+a_{32}\alpha_2+a_{33}\alpha_3+a_{34}\alpha_4)x_3+(a_{41}\alpha_1+a_{42}\alpha_2+a_{43}\alpha_3+a_{44}\alpha_4)x_4]^2=0$$

Berilgan $u_1x_1+u_2x_2+u_3x_3+u_4x_4=0$ tekislining ikkinchi tartibli sirtga urinshi sharti:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & u_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & u_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & u_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & u_4 \\ u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Bu tenglama sirtning tangensial tenglamasi deyiladi, Bunda:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & u_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & u_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & u_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & u_4 \\ u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & 0 \end{vmatrix} = -(A_{11}u_1^2 + A_{22}u_2^2 + A_{33}u_3^2 + A_{44}u_4^2 + 2A_{12}u_1u_2 + 2A_{13}u_1u_3 + 2A_{14}u_1u_4 + 2A_{23}u_2u_3 +$$

$$+ 2A_{24}u_2u_4 + 2A_{34}u_3u_4)$$

A_{ik} sonlar quyidagi determinant a_{ik} elementining algebraik to'ldiruvchisidir:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

Tetraedrning har bir uchi qarama-qarshi yoqining qutbi bo'lsa, bu tetraedr ikkinchi tartibli sirtga (yoki mos keladigan polyaritetga) nisbatan avtopolyar deyiladi. Agar bazis tetraedr sifatida avtopolyar tetraedr olinsa, ikkinchi tartibli sirt tenglamasi

$$\lambda_1 x_1^2 + \lambda_2 x_2^2 + \lambda_3 x_3^2 + \lambda_4 x_4^2 = 0, \ |\lambda_i| = 1, \ i = 1,2,3,4.$$

ko'rinishga keltirilishi mumkin(birlik nuqtani shunga mos qilib tanlash natijasida).

Proyektiv fazoda hamma ikkinchi tartibli sirtlar sakkizta har xil proyektiv sinflarga bo'linadi. Bunda , ikkita sirtning bir sinfga tegishli bo'lishi uchun biri ikkinchisining birorta proyektiv almashtirishdagi obrazi bo'lishi zarur va yetarlidir.

Quyida proyektiv turli sinflarga sirt aynimagan yoki giperbolik tipda bo'lsa, $\Delta>0$, agar u elliptik bo'lsa, $\Delta<0$ bo'ladi. Ikkinchi tartibli ikkita tekislikga ajralishi uchun

$$\Delta = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

matritsaning rangi ikki yoki bir bo'lishi zarur va yetarlidir.

Matritsaning rangi	Sirtlarning sinfi
4	$x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=0$-mavhum sirt $x_1^2+x_2^2+x_3^2-x_4^2=0$-elliptik sirt $x_1^2+x_2^2-x_3^2-x_4^2=0$-giperbolik sirt
3	$x_1^2+x_2^2+x_3^2=0$-mavhum konus $x_1^2+x_2^2-x_3^2=0$-haqiqiy konus
2	$x_1^2+x_2^2=0$-2 ta mavhum tekislik $x_1^2-x_2^2=0$-2 ta tekislik
1	$x_1^2=0$-ustma ust tushadigan 2 ta tekislik

Berilgan M nuqtadan o'tadigan to'g'ri chiziq haqiqiy ellliptik tipdagi ikkinchi tartibli sirtni ikkita har xil nuqtada kesib o'tsa, M nuqta bu sirtning ichki nuqtasi deyiladi.

M nuqta ichki nuqta bo'lmasa va sirtda yotmasa, tashqi nuqta deyiladi.

1883. 1) Ikkita $A(1:0:-1:2)$, $B(1:-1:0:-2)$ nuqta,

2) Ikkita $u(2:-1:0:1)$, $v(6:0:1:-3)$ tekislik yordamida aniqlangan to'g'ri chiziqning xosmas bo'lmagan nuqtasini toping.

1884. Berilgan $a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3+a_4x_4 =0$ tekislikning koordinatalar tetraedriga nisbatan joylashishi haqida nima deyish mumkin? Bu yerda 1)$a_1=0$? 2)$a_1=a_2=0$? 3)$a_1=a_2=a_3=0?$ hollar ko'rilsin.

1885. Ikkita $a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3+a_4x_4 =0$, $b_1x_1+b_2x_2+b_3x_3+b_4x_4 =0$ tenglama berilgan:

1) agar $a_i=\lambda b_i,\ \lambda\neq 0,\ i=1,2,3,4$ tenglik bajarilgan bo'lsa, bu tenglamalar bitta tekislikni aniqlashini ko'rsating.

2) $a_i=\lambda b_i,\ \lambda\neq 0,\ i=1,2,3$ tenglik bajarilgan bo'lsa, berilgan tekisliklar kesishish nutalarining $x_4=0$ tekislikda yotishini ko'rsating.

3) $a_i=\lambda b_i,\ \lambda\neq 0,\ i=1,2$ tenglik bajarilgan bo'lsa, tekisliklar kesishish chizig'i koordinatalar tetraedrining $x_3=0,x_4=0$ qirrasini kesib o'tishini ko'rsating.

1886. Yuqoridagi 1885-masaladagi teoemalarga qo'shma dual teoremalarni isbotlang.

1887. 1) Berilgan $A(a_1:a_2:a_3:a_4)$, $B(b_1:b_2:b_3:b_4)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqlarning $A(a_1':a_2':a_3':a_4')$, $B(b_1':b_2':b_3':b_4')$ nuqtalardan o'tgan to'g'ri chiziq bilan umumiy nuqtaga ega bo'lish shartini toping.

2) Ikkita $u(u_1:u_2:u_3:u_4)$, $v(v_1:v_2:v_3:v_4)$ tekislikning kesishgan chizig'ining $u(u_1':u_2':u_3':u_4')$ va $v(v_1':v_2':v_3':v_4')$ tekisliklar kesishish chizig'i bilan umumiy nuqtaga ega bo'lish shartini toping.

3) Ikkita $A(a_1:a_2:a_3:a_4)$, $B(b_1:b_2:b_3:b_4)$ nuqtalar bilan berilgan to'g'ri chiziqning $u(u_1:u_2:u_3:u_4)$, $v(v_1:v_2:v_3:v_4)$ tekislik yordmida berilgan to'g'ri chiziq bilan umumiy nuqtaga ega bo'lish shartini toping.

1888. Ikkita to'g'ri chziq berilgan. Birinchi to'g'ri chiziq $A(1:-1:0:4)$, $B(-2:0:-4:3)$ nuqtalar bilan, ikkinchi to'g'ri chiziq $u(2:5:-3:0)$, $v(3:-2:2:1)$ tekisliklar bilan berilgan. $M(2:0:1:-3)$ nuqtadan o'tuvchi va berilgan to'g'ri chiziqlarni kesadigan to'g'ri chiziq tenglamalari tuzilsin.

1889. Ikkita to'g'ri chiziqdan biri $A(2:3:0:-4)$, $B(0:3:-4:0)$ nuqtalar bilan, ikkinchisi $u(2:0:-3:0), v(1:5:4:3)$ tekisliklar bilan berilgan. Berilgan $x_1-2x_3+3x_4=0$ tekislikda yotgan va berilgan to'g'ri chziqlar bilan kesishadigan to'g'ri chiziq tenglamalarini tuzing.

1890. Bazis tetraedrining O_1O_2 O_3O_4 qirralarini o'z-o'zlariga akslantiradigan proyektiv almashtirishlarning umumiy ko'rinishini toping.

1891. Bazis tetraedrining qarama-qarshi O_1O_2, O_3O_4 qirrralari nuqtalarini o'z joyida qoldiradigan proyektiv almashtirishlarning umumiy ko'rinishini toping .

1892. Bazis tetraedrining O_1O_2 qirrasini O_3O_4 qirrrasiga o'tkazadigan proyektiv almashtirishlarning umumiy ko'rinishini toping .

1893. Bazis tetraedrining uchlarini qarama qarshi yoqlarda yotuvchi nuqtalariga o'tkazuvchi proyektiv almashtirishlarning umumiy ko'rinishini toping .

1894. Bazis tetraedrining uchlarini shu uchlardan va birlik nuqta o'tadigan to'g'ri chiziqlarning qarama-qarshi yoqlar bilan kesishish nuqtalariga o'tkazuvchi proyektiv almashtirishni toping.

1895. Bazis tetraedrining $x_1=0$, $x_2=0$ yoqlariga ularning $x_3=0$, $x_4=0$ qirra bilan kesishgan nuqtasida urinuvchi sirt tenglamasining umumiy ko'rinishi topilsin.

1896. Shunday nuqtalarning geometrik o'rni topilsinki, ulardan berilgan nuqtani va berilgan to'g'ri chiziqni berilgan ikkinchi tartibli egri chiziqqa nisbatan proyeksiyalashda nuqta qutbga, to'g'ri chziq polyaraga o'tadi.

1897. Ikkinchi tartibli sirtga tashqi chizilgan ikkita konusning ikkita yassi ciziq bo'yicha kesishishini isbotlang.

1898. Ikkinchi tartibli $2\Phi(x_1:x_2:x_3:x_4)=0$, $2F(x_1:x_2:x_3:x_4)=0$ sirtlar berilgan. Fazoning har bir $M(x_1:x_2:x_3:x_4)$ nuqtasiga bu nuqtaning berilgan ikkinchi tartibli sirtlarga nisbatan qutbiy tekisliklari kesishishidan hosil bo'lgan to'g'ri chiziq mos qo'yilgan. $A(a_1:a_2:a_3:a_4)$ va $B(b_1:b_2:b_3:b_4)$ nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq nuqtalariga mos keluvchi to'g'ri chiziqlarning geometrik o'rni topilsin.

1899. Uchta ikkinchi tartibli $2\Phi(x,y,z)=0$, $2F(x,y,z)=0$, $2\Psi(x,y,z)=0$ sirtlar berilgan. $M(x_1,y_1,z_1)$ nuqtaning berilgan uchta sirtga nisbatan qutbiy tekisliklari uchun umumiy bo'lgan nuqta aniqlansin.

1900. Uchta ikkinchi tartibli $2\Phi(x,y,z)=0$, $2F(x,y,z)=0$, $2\Psi(x,y,z)=0$ sirtlar berilgan. $Ax+By+Cz+D=0$ tekislik nuqtalarining berilgan uchta ikkinchi tartibli sirtlarga nisbatan qutbiy tekisliklari kesishish nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

1901. $x^2-y^2=2z$ ikkinchi tartibli sirt to'g'ri chiziqli yasovchilari har bir oilasining $2F(x,y,z)=0$ ikkinchi tartibli sirtga nisbatan qutbiy qo'shma bo'lgan to'g'ri chiziqlarining geometrik o'rni topilsin.

JAVOBLAR

2.1) 3; 2) 6; 3) 1; 4) -9. **3**. 1) 8; 2) 5; 3) 4; **4**. 1) $\frac{3}{2}$; 2) -1; 3) $-\frac{4}{3}$; 4) 0; 5) aniqlanmagan. **5**. $(ABC)=-\frac{3}{5}$, $(ACB)=-\frac{2}{5}$, $(BCA)=\frac{2}{3}$, $(BAC)=-\frac{5}{3}$, $(CAB)=-\frac{5}{2}$, $(CBA)=\frac{3}{2}$. **6**. $(ACB)=-1-\lambda$, $(BAC)=\frac{1}{\lambda}$, $(BCA)=-\frac{1+\lambda}{\lambda}$, $(CAB)=-\frac{1}{1+\lambda}$, $(CBA)=-\frac{\lambda}{1+\lambda}$. **7**. 1) $\frac{21}{4}$; 2) $\frac{21}{5}$; 3) 0; 4) 3; 5) $\frac{9}{2}$. **8**. 1) 6; 2) $-\frac{3}{2}$; 3) 0. **11**. $(PQA)=-\frac{\lambda(1+\mu)}{\mu(1+\lambda)}$, $(PQB)=-\frac{1+\mu}{1+\lambda}$**. 12**. $\frac{(1+\nu)(\mu-\lambda)}{(1+\lambda)(\nu-\mu)}$. **13**. $(ABR)=\frac{\lambda+\mu+2\lambda\mu}{2+\lambda+\mu}$. **14**. 7. **15**. 1) 0; 2) $-\frac{11}{9}$; 3) aniqlanmagan; 4) 1; 5) aniqlanmagan; 6) 1. **16**. Oltita har xil qiymat: $\omega,\ 1-\omega,\ \frac{\omega-1}{\omega},\ \frac{1}{\omega},\ \frac{1}{1-\omega},\ \frac{\omega}{\omega-1}$

1) $-tg^2\alpha,\ \sec^2\alpha,\ \operatorname{cosec}^2\alpha,\ -ctg^2\alpha,\ \cos^2\alpha,\ \sin^2\alpha$; 2) -1, 2 va $\frac{1}{2}$. **17**. $\frac{8}{5}$. **20**. Ko'rsatma: A_3A_4 kesmaning o'rtasi A_1A_2 kesmani qanday nisbatda bo'lishini topish kerak. **21**. $x_A'=-5,\ x_B'=-1,\ x_C'=3$. **22**. Yangi koordinata boshining eski koordinatalari a = -4. **23**. *O'(3)*. **24**. -1. **25**. 5**. 26**. $x'=\frac{1}{6}x+\frac{1}{3}$. **27**. $x_A'=\frac{5}{7},\ x_B'=0,\ x_C'=\frac{9}{7},\ \ x_O'=\frac{2}{7},\ x_E'=\frac{3}{7}$**. 28**. $x_{O'}=\frac{3}{2},\ x_{E'}=1$. **29**. Qaralayotgan almashtirish koordinatalar boshini o'z o'rnida qoldiradi yoki dekart koordinatalarini parallel ko'chirishdan iborat . **30**. $x'=\frac{x}{a}$. **31**. $0, \frac{1}{a}$. **32**. $b,\ a+b,\ -\frac{b}{a},\ \frac{1-b}{a}$. **33**. Yo'q; almashtirish koordinatasi *a* ga teng bo'lgan vektorni koordinatalar boshidan akslantirishga va keyin parallel ko'chirishga keltiriladi.
34. 1) Hosil qiladi; parallel ko'chirish; 2) Hosil qiladi; agar *a>0* bo'lsa koeffitsienti a ga teng bo'lgan cho'zish va agar *a<0* bo'lsa, koeffitsienti $|a|$ ga

teng bo'lgan cho'zish. **35**. $x'=\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$. **36**.1) $x'=-2x+19$; 2) $x'=-2x+5$; 3) $x'=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$; 4) $B^{-1}A=BA$ $(yoki\ B^{-1}=B)$; 5) $x'=-4x+41$. **37**. Agar $a\neq 1$ bo'lsa $x=\frac{b}{1-a}$. **38**. $x^*{}'=ax^*+\frac{a\alpha+b-\alpha}{\beta-\alpha}$. **39**. Yo'q. **40**. 1) Ha; 2) yo'q; 3) ha. **41**. 1) Ha; 2) yo'q; 3) yo'q. **43**. $x'=\frac{5}{2}x-7$. **44**. $x'=\frac{x_2'-x_1'}{x_2-x_1}x+\frac{x_1'x_2-x_1x_2'}{x_2-x_1}$. **45**.1) $x'=x+a$ parallel ko'chirish, bu yerda a barcha haqiqiy qiymatlarni qabul qiladi; 2) $x'=\pm x+a$ - parallel ko'chirish va koordinatalar boshiga nisbatan oynaviy akslantirish $(x'=-x+a)$ yoki faqat parallel ko'chirish $(x'=x+a)$.

49. $A(0;0),\ B(1;0),\ C(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}),\ D(1;\sqrt{3}),\ E(0;\sqrt{3}),\ F(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2})$.

50. $A(0;0),\ B(1;0),\ C(\frac{1}{3};1),\ D(0;1),\ O(\frac{1}{4};\frac{3}{4}),\ S(0;\frac{3}{2})$.

51. $A(-4;0),\ B(4;0),\ C(1;3),\ D(-1;3),\ M(0;\frac{12}{5}),\ S(0;4)$. **52**. $C(5;3),\ D(2;7)$ yoki $C(-1;-5),\ D(-4;-1)$. **53**.1) $(-x;-y)$; 2) $(x;-y)$; 3) $(-x;y)$; 4) $(y;x)$; 5) $(-y;-x)$. **54**. $D(1;-2)$. **55**. 1) 5; 2) $\sqrt{34}$; 3) 13; 4) $\sqrt{2}$. **56**. 1) $\sqrt{137}$; 2) 5; 3) 11; 4) 13. **57**. $(14;0)$ va $(0;\frac{14}{3})$. **58**. $(0;-10)$. **59**. ABC uchburchak to'g'ri burchakli. **60**. $(7;0),(-17;0)$, $(0;9+10\sqrt{2}),\ (0;9-10\sqrt{2})$. **61**. 5. **62**.(2;2), (-12;-12), (6;-6), (-4;4). **63**. $M(-5;4)$. **64**.Markazi $(-1;-2)$ nuqtada, radiusi $r=5$ ga teng. **65**. $B(2;5),\ D(16;3)$. **66**. $M(2;10)$. **67**. $M_1(1;-1), r_1=1,\ M_2(5;-5), r_2=5$. **68**. 1) 1; 2) $-\frac{1}{2}$; 3) $-\frac{1}{4}$. **69**. 1) $\left(-\frac{8}{3};\frac{5}{3}\right)$; 2) (9;5;); 3) $\left(-\frac{22}{3};\frac{1}{3}\right)$; 4) $\left(\frac{1}{4};\frac{5}{2}\right)$. **70**. 1) (-1;5); 2) (0;0); 3) $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **71**. $\left(\frac{11}{5};0\right)$ va (0;-11). **72**. $x=\frac{1}{3}(x_1+x_2+x_3),\ y=\frac{1}{3}(y_1+y_2+y_3)$. **73.** 1) (-3;3), (7;5), (-3;-3). **74**. $B(0;-7)$. **75**. $C(10;9), D(4;-4)$. **76**. 4. **77**. $M(12;-11)$. **78**. $D(8;-18)$. **79**. $C(0;-1),\ D(4;-4)$. **80**. $A(3;-1),\ B(0;8)$. **81**. $B\left(-3;\frac{16}{3}\right)$. **82**. $\lambda=-2$. **83**.

$A(160;-131)$, $B(-225;184)$. **84**. $\overrightarrow{AK}:\overrightarrow{KM}=3$, $\overrightarrow{BK}:\overrightarrow{KN}=\frac{3}{5}$. *Ko'rsatma*: $\overrightarrow{AD}$ va $\overrightarrow{AB}$ vektorlarni affin koordinatalar sistemasining birlik vektorlari sifatida qabul qilish kerak. **85**. $AD=\frac{\sqrt{157}}{2}$. **86**. (-8;-7) va (0;-1). **87.** $\left(\frac{7}{13};-\frac{4}{13}\right)$ va $\left(-\frac{33}{13};-\frac{100}{13}\right)$.

88. $\frac{10}{3}\sqrt{2}$. **89**. Markazi $M(0;5)$ nuqtada, radiusi $r=3\sqrt{5}$ ga teng. **90**. $M(-2;1)$.

91. $D(11;7)$. **92**. $(5\frac{1}{2};4\frac{3}{4})$. **93**. OA va OB yo'nalishlarni mos ravishda Ox va Oy o'qlarning yo'nalishlari sifatida hamda O nuqtani koordinatalar boshi sifatida olinsa, egilgan sterjen og'irlik markazining koordinatalari $x=\frac{2}{7}$, $y=\frac{25}{14}$ bo'ladi.

94. Abssissa o'qi kichik katet bo'ylab, ordinata o'qi esa katta katet bo'ylab yo'naltirilsa, uchburchak og'irlik markazi koordinatalari $x=1$, $y=\frac{3}{2}$ bo'ladi.

95. $x=8{,}2$, $y=6{,}2$. **97**. n^2r^2, bu yerda *n*- ko'pburchak tomonlari soni, *r* esa tashqi chizilgan aylana radiusi. **98**. 7. **99**. 12,5. **100**. 1) 4; 2) $\frac{27}{2}$; 3) 13.

101 . $\frac{7}{5}$. **102**. $3\sqrt{2}$. **103**. (32;0), (-8;0). **104**. (5;2) yoki (2;2).

106. $(a;0)$, $(a\sqrt{3};\frac{\pi}{6})$, $(2a;\frac{\pi}{3})$, $(a\sqrt{3};\frac{\pi}{2})$, $(a;\frac{2\pi}{3})$.**107**.1) $AB=\sqrt{3}$, 2) $CD=10$, 3) $EF=5$. **108**. $\left(1;-\frac{2\pi}{3}\right)$. **109**. 1) $B(5;\frac{5\pi}{3})$ 2) $C(5;\frac{4\pi}{3})$.

110. $A(2;\frac{17\pi}{12})$, $B(3;\frac{7\pi}{12})$, $C(1;\frac{3\pi}{4})$, $D(5;\frac{\pi}{4})$, $E(5;\frac{5\pi}{4})$. **111**. $S=1$.

112. $A(1;\sqrt{3})$, $B(-1;1)$, $C(0;5)$, $D(\frac{3\sqrt{3}}{2};-\frac{3}{2})$. **113**. $A(\sqrt{2};\frac{3\pi}{4})$, $B(2;\frac{\pi}{2})$, $C(5;0)$.

114. $\rho=10$, $\cos\varphi=\frac{4}{5}$, $\sin\varphi=-\frac{3}{5}$. **115**. $(2+5\sqrt{3};8)$. **116**. $M_1(6\sqrt{2};\frac{5\pi}{4})$, $M_2(4;\frac{7\pi}{6})$.

117. (-5;4), (-12;5), (-7;3).

118. $O'(6;-2),\ E_1'(7;-2),\ E_2'(6;-1); O(-6;2),\ E_1(-5;2),\ E_2(-6;3)$.

119. 1) $x = 2x'+7y'+3,\ y = 5x'+9y'+1;$ 2) $x = 5x'+3,\ y = 4y'+5;$ 3) $x = -7y',\ y = 2x'+2;$ 4) $x = ax',\ y = by';$ 5) $x = by',\ y = ax'$. **120**. 1) $x = -3x'-8y'+5,\ y = x'+3y'+4;$ 2) $x = -x'-y'+1,\ y = y';$ 3) $x = -ay'+a,\ y = -bx'+b.$

121.

$x' = x + y - 2,\ y' = 2x - y + 3;\ O'(-\frac{1}{3};\frac{7}{3}),\ E_1'(0;3),\ E_2'(0;2),\ O(-2;3),\ E_1(-1;5),\ E_2(-1;2)$.

122. $O'(3;-2), e_1' = \{2;-1\},\ e_1' = \{-5;2\}$. **123**. $x = 6x'+4y'-4,\quad y = -2x'+6y'+2$.

124. $O(0;0),\ A(\frac{4}{3};-\frac{2}{3}),\ C(\frac{2}{3};\frac{2}{3}),\ B(-\frac{2}{3};\frac{4}{3})$. **125**. $x = \frac{2}{3}x'-\frac{1}{3}y'+\frac{1}{3},\ y = -\frac{1}{3}x'+\frac{2}{3}y'+\frac{1}{3}$.

126. Birinchi sistemada: $A(0;0),\ B(1;0),\ C(2;1),\ D(2;2)$; ikkinchi sistemada: $A(\frac{2}{3};\frac{2}{3}),\ B(1;0),\ C(\frac{2}{3};-\frac{1}{3}),\ D(0;0),\ E(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}),\ F(0;1).$

127. $x = \frac{1}{3}x'-\frac{2}{3}y'+\frac{2}{3}, y = -\frac{2}{3}x'+\frac{1}{3}y'+\frac{2}{3}.$ **128**. $x' = (x+y)\cos\frac{\omega}{2},\ y' = (-x+y)\sin\frac{\omega}{2}$.

129. $x = \dfrac{-x'\cos\omega + y'}{\sin\omega},\ y = \dfrac{x'-y'\cos\omega}{\sin\omega}.$ **130**. $x = -\frac{1}{2}x'-\frac{\sqrt{3}}{2}y'-4,\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}x'-\frac{1}{2}y'+2.$

131. $x = -\frac{4}{5}x'-\frac{3}{5}y'-3,\ y = -\frac{3}{5}x'-\frac{4}{5}y'-2.$ **132**. $A(2;3).$ **133**.

$A(3\sqrt{3};1),\ B(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{3}{2}),\ C(3;-\sqrt{3}).$ **134**. $M(\sqrt{2};2\sqrt{2}),\ N(-3\sqrt{2};2\sqrt{2}),\ P(-\sqrt{2};-2\sqrt{2}).$

135. $x' = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y,\ y' = -\frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y$ (agar Ox', Oy' o'qlarining musbat yo'nlishlari Ox o'qining musbat yo'nalishi bilan mos ravishda $45^0, 135^0$ burchak hosil qilsa). **136**. $x = \frac{4}{5}x'-\frac{3}{5}y'+2,\ y = -\frac{3}{5}x'-\frac{4}{5}y'+3.$

137. $x = \dfrac{x'-3y'}{\sqrt{10}} + \dfrac{3}{10},\ x = \dfrac{3x'+y'}{\sqrt{10}} + \dfrac{9}{10}$. **138**. 1) $B(5;0)$; 2) $B(-2;3)$; 3) $B(4;0)$.

139. 1) $\cos\varphi = 0,\ \sin\varphi = -1,\ \varphi = 270^0 + 360^0 k;$

2) $\cos\varphi = -\frac{3}{\sqrt{58}},\ \sin\varphi = \frac{7}{\sqrt{58}},\ \varphi = \arccos(-\frac{3}{\sqrt{58}}) + 2\pi k;$

3) $\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{2}},\ \sin\varphi=-\frac{1}{\sqrt{2}},\ \varphi=315^0+360^0k;$

4) $\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{2}},\ \sin\varphi=\frac{1}{\sqrt{2}},\ \varphi=45^0+360^0k;$ 5) $\cos\varphi=\frac{1}{2},\ \sin\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2},\ \varphi=60^0+360^0k;$

6) $\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{145}},\ \sin\varphi=\frac{12}{\sqrt{145}},\ \varphi=\arcsin\frac{12}{\sqrt{145}}+2\pi k;$ Bu yerda k barcha butun qiymatlarni qabul qiladi. **141**. 1) $\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{2}},\ \sin\varphi=\frac{1}{\sqrt{2}},\ tg\varphi=1,\ \varphi=45^0+360^0k;$

2) $\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{2}},\ \sin\varphi=-\frac{1}{\sqrt{2}},\ tg\varphi=-1,\ \varphi=315^0+360^0k;$

3) $\cos\varphi=-1,\ \sin\varphi=0,\ tg\varphi=0,\ \varphi=180^0+360^0k;$

4) $\cos\varphi=0,\ \sin\varphi=-1,\ tg\varphi$ *aniqlanmagan* $\varphi=270^0+360^0k;$ 5) 1) holdagining o'zi;

6) $\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{10}},\ \sin\varphi=-\frac{3}{\sqrt{10}},\ tg\varphi=-3.$ **142**. 1) $d=13,\ \cos\varphi=\frac{5}{13},\ \sin\varphi=-\frac{12}{13};$

2) $d=10,\ \cos\varphi=-\frac{3}{5},\ \sin\varphi=-\frac{4}{5};$ 3) $d=5,\ \cos\varphi=\frac{3}{5},\ \sin\varphi=\frac{4}{5}.$ **143**. 1) {4;3};

2) {-45;24}; 3) {-15;-20}. **144**. $x'=x\cos\varphi-y\sin\varphi,\ y'=x\sin\varphi+y\cos\varphi.$

145. $C\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2};\frac{5}{2}-2\sqrt{3}\right)$. **146**. $D(-5;7),\ C(0;9)$ *yoki* $D'(-1;-3),\ C'(4;-1).$

147. $B_1(\frac{5}{2};\frac{7}{3}),\ B_2(-\frac{5}{2};-\frac{13}{3})$. *Ko'rsatma:* $\overrightarrow{AC}$ vektorni $\varphi=arctg\frac{5}{6}$ burchakka burib, uning uzunligini $\frac{1}{2\cos\varphi}$ nisbatda o'zgartirishdan $\overrightarrow{AB}$ vektor hosil bo'ladi. **148**. 2.

149. $C(4;3),\ D(-2;-5)$. *Ko'rsatma:* Agar M nuqta AB diagonalning o'rtasi bo'lsa, C *va* D uchlarni $\overrightarrow{MB}$ vektorni bir marta $\frac{\pi}{2}$**,** ikkinchi marta **-**$\frac{\pi}{2}$ burchakka burib hosil qilamiz. **150**. $C_1\left(4-\sqrt{3};2+2\sqrt{3}\right),\ C_2\left(4+\sqrt{3};2-2\sqrt{3}\right).$

151.
$$(x_0+(x_1-x_0)\cos\frac{2\pi(k-1)}{n}-(y_1-y_0)\sin\frac{2\pi(k-1)}{n},$$
$$y_0+(x_1-x_0)\sin\frac{2\pi(k-1)}{n}+(y_1-y_0)\cos\frac{2\pi(k-1)}{n}).$$

152. $\{\,a_1\cos\omega_1+a_2\cos\omega_2+a_3\cos\omega_3, a_1\sin\omega_1+a_2\sin\omega_2+a_3\sin\omega_3\,\}.$

153. $(x_0 + d_1 \cos\varphi_1 + \ldots + d_n \cos\varphi_n, y_0 + d_1 \sin\varphi_1 + \ldots + d_n \sin\varphi_n)$.

154. 1) $\omega = \frac{\pi}{2}$, $|\boldsymbol{e_1}| = 2$, $|\boldsymbol{e_2}| = 1$; 2) $\omega = \frac{\pi}{3}$, $|\boldsymbol{e_1}| = 1$, $|\boldsymbol{e_2}| = 1$; 3) $\cos\omega = \frac{4}{5}$, $|\boldsymbol{e_1}| = 2$, $|\boldsymbol{e_2}| = 5$;

4) $\cos\omega = -\frac{4}{5}$, $|\boldsymbol{e_1}| = 2$, $|\boldsymbol{e_2}| = 5$. **155**. $|\boldsymbol{a}| = 78$. **156**. $|\boldsymbol{a}| = 30$. **157**. $b_1 = \{\frac{4}{5}; -\frac{1}{5}\}$,

$b_2 = \{-\frac{4}{5}; \frac{1}{5}\}$. **158**. $g_{11} = |\boldsymbol{e_1}|^2 = 4$, $g_{22} = |\boldsymbol{e_2}|^2 = 9$, $g_{12} = |\boldsymbol{e_1}||\boldsymbol{e_2}|\cos\omega = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 3$,

$d = \sqrt{g_{11}x^2 + 2g_{12}xy + g_{22}y^2} = \sqrt{4(-4)^2 + 2 \cdot 3 \cdot (-4) \cdot 6 + 9 \cdot 6^2} = \sqrt{244}$.

159. $AB = 6$, $AC = 4$, $\angle A = \frac{\pi}{3}$. **160**. $\alpha = \frac{5\pi}{3} + 2\pi k$. **161**. $|\boldsymbol{e_1}| = 2$, $|\boldsymbol{e_2}| = 1$, $(\boldsymbol{e_1}\hat{\ }\boldsymbol{e_2}) = \frac{2\pi}{3}$.

162. $A'B' = 1$, $A'C' = 5$, $\cos A' = \frac{4}{5}$. **163**. $3x - y + 4 = 0$. **164**. 1) $x - \sqrt{3}y = 0$; 2) $x - y = 0$;

3) $\sqrt{3}x - y = 0$; 4) $\sqrt{3}x + y = 0$; 5) $x + y = 0$; 6) $x + \sqrt{3}y = 0$.

165. $\sqrt{3}x + 3y + 1 = 0$, $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; 0\right)$.

166. 1) $k = 2$, $a = -2$, $b = 4$; 2) $k = -\frac{2}{3}$, $a = 3$, $b = 2$; 3) $k = -\frac{1}{2}$, $a = -1$, $b = -\frac{1}{2}$;
4) $k = \frac{3}{4}$, $a = -2$, $b = \frac{3}{2}$; 5) $k = -\sqrt{3}$, $a = -1$, $b = -\sqrt{3}$.

168. $5x + y - 13 = 0$. **169**. $x + y + 2 = 0$. **171**. $(6;0)$; $2x + 3y - 12 = 0$.

172. 1) $x - y + 2 = 0$; 2) $3x - 2y = 0$; 3) $x - 1 = 0$; 4) $y + 3 = 0$. **173**. $8x - y = 0$.

174. $x - 3 = 0$, $y + 2 = 0$. **175**. $3x + 8y - 9 = 0$. **176**. 135^0. **177**. $arctg\frac{1}{2}$.

178. $5x + 7y - 11 = 0$. **179**. $7x + y + 18 = 0$.

180. $y = 0$; $y = 2\sqrt{3}$; $y = \sqrt{3}x + 5\sqrt{3}$; $y = -\sqrt{3}x + 5\sqrt{3}$. **181**. $5x + 3y - 15 = 0$.

182. $x + y - 6 = 0$. **183**. $x - 2y - 4 = 0$. **184**. $S = 9$. **185**. $2x + 5y \pm 10 = 0$.

186. $3x + 2y - 6 = 0$, $3x + 8y + 12 = 0$. **187**. $x = 3 - 4t$, $y = -5 + 2t$.

188. $x = -6 + 7t$, $y = -4 - 3t$. **189**. $x = 3 + 3t, y = 5t$. **190**. $x = -\sqrt{3}t, y = t$.

191. 1) $x = -2t, y = -\frac{5}{6} + t$; 2) $x = 4 + 2t$, $y = t$; 3) $x = t$, $y = -3t + 5$; 4) $x = 2$, $y = t$;
5) $x = t, y = -3$; 6) $x = 3t, y = -2t$.

192. $3x+y-1=0,\ 7x+5y-34=0$. **193**. 1) (1;2) nuqtada kesishadi; 2) parallel; 3) ustma-ust tushadi; 4) (-5;0) nuqtada kesishadi; 5) parallel; 6) ustma-ust tushadi; 7) (-4;10) nuqtada kesishadi; 8) parallel**;** 9) ustma-ust tushadi. **194**. 1) (15;-10) nuqtada kesishadi; 2) parallel**;** 3) ustma-ust tushadi. **195**. 1) ustma-ust tushadi;
2) (-4;-3) nuqtada kesishadi; 3) parallel**;** 4) (4;6) nuqtada kesishadi; 5) parallel**;** 6) ustma-ust tushadi. **196**. $4x-5y+17=0$. **197**. $3x-2y-13=0$. **198**. Berilgan nuqta berilgan to'g'ri chiziqda yotganligi uchun bunday to'g'ri chiziq mavjud emas. **199**. $x-2=0, x-3y+13=0$. **200**
$3x-5y+9=0;\ x-y+3=0;\ x-3y+11=0.$

201. $x-3y-7=0;\ 2x+5y-3=0$. **202**. $3x+4y-16=0$; $5x+3y-1=0$; $2x-y-7=0$. **203**. $x+y-7=0$. **204**. $5x-7y-3=0;\ x+y+3=0;\ 7x-5y-9=0$.

206. $x-y-7=0;\ x-2y-10=0$.

207. $x+2y-3=0;\ 2x-y-6=0;\ x+2y-23=0;\ 2x-y+14=0$.

208. $2x+y-1=0;\ 2x-y+1=0; 6x-3y+19=0;\ 6x+3y-19=0$.

209. $9x+12y+20=0;\ 5x-12y+36=0;$. **210**. 1), 3), 5), 6). **211**. $2x+3y-26=0$.

212. $91x-26y-2=0$. **213**. $3x-4y+12=0$. **214**. (2;-7). **215**. $M'(2;3)$.

216. $\left(\frac{2}{5};\frac{13}{5}\right), \left(\frac{4}{7};\frac{17}{7}\right)$. **217**. $\left(\frac{29}{18};\frac{47}{54}\right)$. **218**. $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **219**. $C(2;4)$.

220. $x-y-3=0\ (BC);\ 4x+5y-20=0\ (AC);\ 3x-12y-1=0\ (CH)$.

221. $39x-9y-4=0$. **222**. $2x+7y+22=0;\ 7x+2y-13=0,\ x-y+2=0$. **223**. 45^0 va 135^0. **224**. $5x+y-16=0,\ x-5y+2=0$. **225**. $72x-y=0,\ 12x+71y=0$.

226. $M_1(4;0),\ M_2(-1;5)$. **227**. 1) 5; 2) -7; 3) $\frac{21}{20}$; 4) $\frac{56}{33}$. **228**. $2x-y+4=0$.

229. $3x+y+16=0$. **230**. $A_1(-7;15),\ A_2(9;-9)$.

231. $12x-y-23=0,\ 26x-7y+71=0,\ 2x-5y+1=0$ yoki $8x+9y-25=0,\ 14x+23y+65=0,\ 2x-5y+1=0$. Ko'rsatma: $\overrightarrow{BC}$ vektorni B nuqta atrofida berilgan burchakka burish yordamida uchinchi A uchni aniqlash lozim. **232**. $x-y+1=0,\ 3x-y-1=0,\ \ x-2y+5=0,\ C_1(\frac{7}{5};\frac{16}{5})$ yoki $x-y+1=0,\ x-3y+5=0, 2x-y-2=0,\ C_2(\frac{11}{5};\frac{12}{5})$.

233. $CA: x+3=0,\ CB: 2x-11y+28=0, yoki\ \ CA:\ 3x-4y+17=0,\ CB: 2x+y+4=0$.

234. -7, 2, $\frac{1}{3}$. **235**. M_1 va M_8 nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi. Qolgan nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotmaydi. M_2, M_4, M_5, M_6 nuqtalar to'g'ri chiziqdan bir tomonda, M_3, M_7 nuqtalar esa ikkinchi tomonda yotadi. **236**. $\frac{9}{8}$. **240**. $(Ax_0+By_0+C)(Ax_0+By_0+D)<0$. **241**. $-\frac{1}{6}\le u\le\frac{1}{3}$.**243**.1) Qo'shni burchaklarga; 2) bitta burchakka; 3) vertikal burchaklarga. **244**. A, B va C nuqtalar parallel to'g'ri chiziqlar orasidagi sohaga; D va F nuqtalar parallel to'g'ri chiziqlar hosil qilgan bir tashqi sohaga, E nuqta boshqa tashqi sohaga tegishli. **245**. 1) $M_1M_2 \parallel l$; 2) $M_1M_2 \parallel l$; 3) $M_1\ va\ M_2$ nuqtalar l to'g'ri chiziqdan har xil tomonda; 4) l to'g'ri chiziq M_1M_2 kesmaning davomini M_1 nuqtadan keyin kesib o'tadi; 5) l to'g'ri chiziq M_1M_2 kesmaning davomini M_2 nuqtadan keyin kesib o'tadi. **246**. Berilgan to'g'ri chiziq CB va BA tomonlarni kesib o'tadi, shu bilan birga CA tomonni A nuqtadan keyin kesib o'tadi. **247**. A nuqta 2- tomonning 3-uchdan keyingi davomida yotadi. B nuqta 1-tomon, 2- va 3- tomonlarning mos ravishda 3- va 2- uchlaridan keyingi davomlari bilan chegaralangan sohada yotadi. C nuqta 3-tomon, 1- va 2- tomonlarning mos ravishda 2- va 1- uchlaridan keyingi davomlari bilan chegaralangan sohada yotadi. D nuqta 1- va 2- tomonlarni 3-uchdan keyingi davomlari bilan chegaralangan sohada yotadi. Bu natijalarni yasash usuli bilan tekshirib ko'rish tavsiya etiladi. **248**. $2x-y+3=0$ to'g'ri chiziq M_1M_3 tomonga parallel va M_1M_2, M_3M_2 tomonlarning davomoni M_2 nuqtadan keyin kesib o'tadi. **249**. $\cos\varphi=\frac{33}{\sqrt{53}\sqrt{26}}$. **250**.O'tmas burchakda. **251**.1) Uchta to'g'ri chiziq bitta nuqtadan o'tadi; 2) uchta to'g'ri chiziq o'zaro parallel; 3) uchta to'g'ri chiziq bitta nuqtadan o'tadi; 4) uchta to'g'ri chiziq o'zaro parallel; 5) uchta to'g'ri chiziq o'zaro parallel; 6) uchta to'g'ri chiziq uchburchak hosil qiladi; 7) dastlabki ikki to'g'ri chiziq parallel, uchinchi to'g'ri chiziq ularni kesib o'tadi.

252. $5x-2y=0$.

253. $25x+29y-21=0$. **254**. $38x-19y+30=0$.

255. $32x-9=0,\ 32y-19=0$. **256**. $x+y-6=0$. **257**. $8x-49y+20=0$.

258. $91x-26y-2=0$. **259**. $5x+y-16=0,\ x-5y+2=0$.

260. $7x-6y+19=0,\ 9x+2y+5=0$. **261**. $x+4=0, 3x-4y+20=0$. **262**. $\lambda>0$ holda $Ax+By+\dfrac{C+\lambda D}{1+\lambda}=0$ to'g'ri chiziq berilgan to'g'ri chiziqlarga parallel bo'lib, ular orasidan o'tadi. $\lambda=0$ holda to'g'ri chiziq berilgan to'g'ri chiziqlarning birinchisi bilan ustma-ust tushadi. $-1<\lambda<0$ holda $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziq boshqa ikki to'g'ri chiziq orasidan o'tadi. $-\infty<\lambda<-1$ holda $Ax+By+D=0$ to'g'ri chiziq boshqa ikki to'g'ri chiziq orasidan o'tadi. **263**. $\frac{13}{5}$,2, $\frac{11}{5}$, $\frac{12}{5}$,0. **264**. $\frac{7}{\sqrt{10}}$, $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

265. 78, 273, 70.

266. $5x+12y+64=0,\ 5x+12y-66=0$. **267**. $7x-2y+57=0, 7x-2y-49=0$.

268. $\frac{1}{\sqrt{58}}$. **269**. 1) $6x+1=0,\ 2y-9=0;$ 2) $64x+8y+11=0, 14x-112y+41=0;$

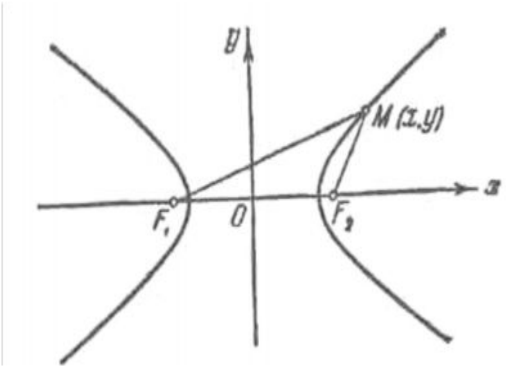
3) $x=0,\ y=0;$ 4) $(3+\sqrt{5})x+2(2+\sqrt{5})y=0,\quad (3-\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y=0$.

270. $\left(-\frac{3}{10};0\right), \left(0;\frac{9}{2}\right)$.

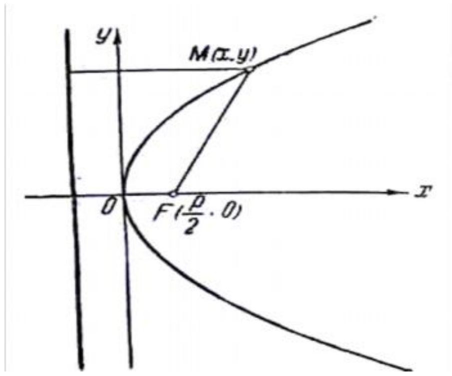
271. $(0;6), (-1;\frac{13}{2})$. **272.** $(-10;1), (-4;3)$.**273**. (5;5), (-3;11), (3;19) va (11;13) . **274**. $3x-y-21=0,\ \ 3x-y-1=0$. **275**. $5x-12y-32=0$. **276**. $x-10=0, x+4=0$. **277**. $x+2y\pm5=0$. **278**. $(3\pm\sqrt{3})x+4y=0$. **279**. $x+4y+1=0,\ 13x+16y-23=0$. **280**. $4x+3y+3=0,\ \ y+1=0$. **281**. $3x+4y-64=0, 3x+4y-14=0,\ 4x-3y-2=0,$ $4x-3y+48=0,\ (0;16), (8;10), (2;2)\ va\ (-6;8)$. **282**. $x\pm2y\pm4=0$. **283**. (3;5) va

(-37;45). **284**. $\left(-\frac{11}{4};-\frac{11}{8}\right)$ *va* $\left(\frac{9}{4};\frac{9}{8}\right)$. **285**. $x+2y+3=0,\ x+2y+7=0$ va $x-2y+3=0,\ x-2y+7=0$. **286**. $(0;\sqrt{2})$ *va* $(0;3\sqrt{2})$.

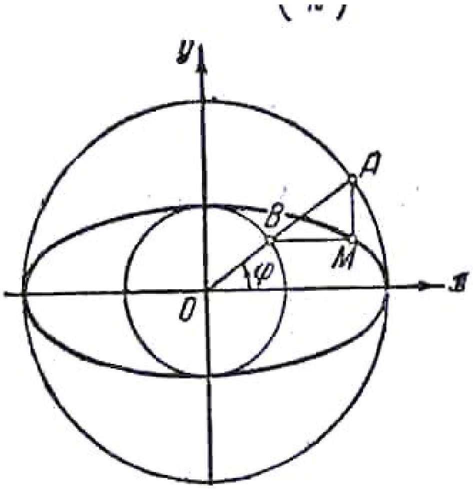
287. $\left(\frac{6}{5};-\frac{17}{5}\right)$, $\left(-\frac{74}{5};\frac{43}{5}\right)$, $\left(\frac{66}{5};-\frac{37}{5}\right)$, $\left(-\frac{14}{5};\frac{23}{5}\right)$. **288**. $2x-y=0,\ 22x-19y=0,$ $4(\sqrt{21}-2)x+(\sqrt{21}+32)y=0,\ -4(\sqrt{21}+2)x+(32-\sqrt{21})y=0$. **289**. (8;1) va $\left(\frac{888}{49};\frac{465}{49}\right)$. **290**. $(0;1)$. **291**. $3x-y+9=0,\ 3x-y-3=0,\ x+3y+7=0$.



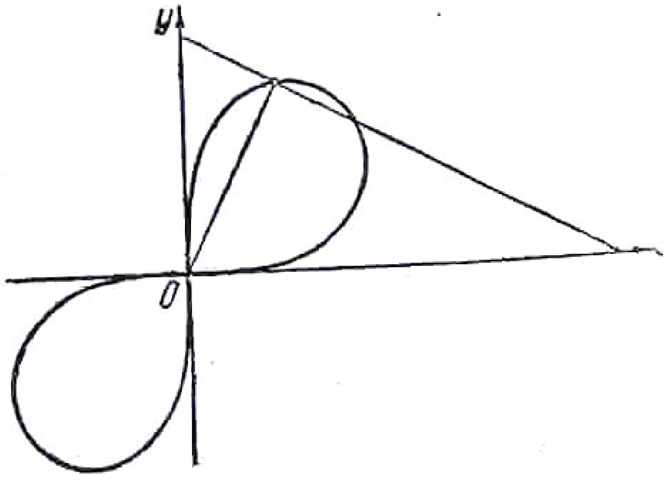
34-chizma



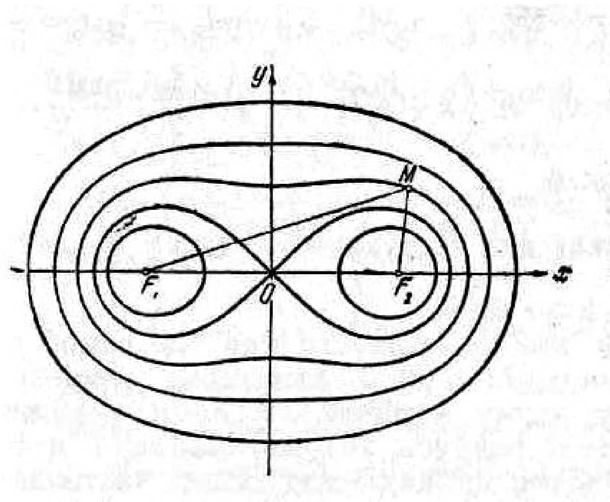
35-chizma



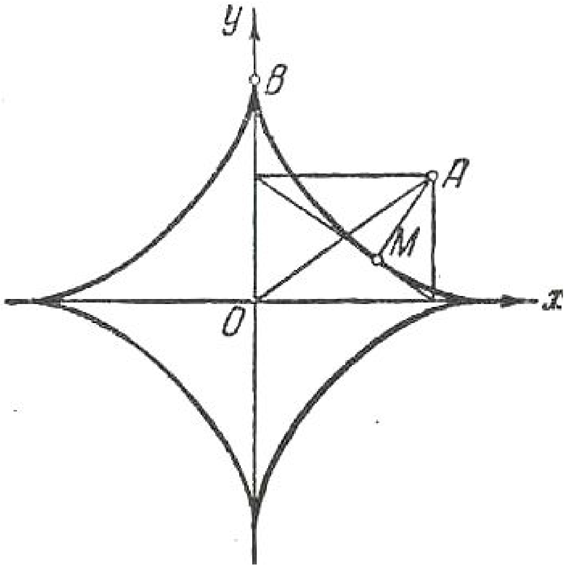
36-chizma



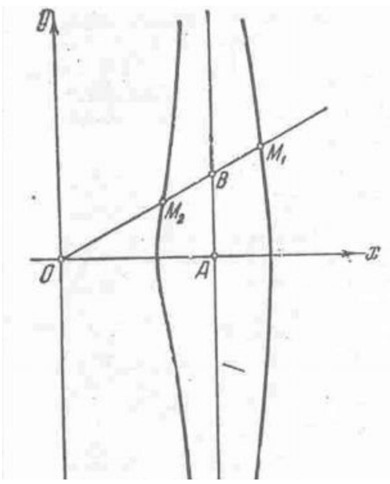
37-chizma



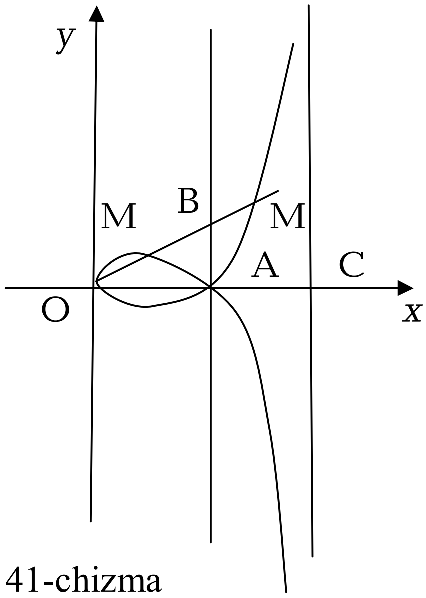
38-chizma



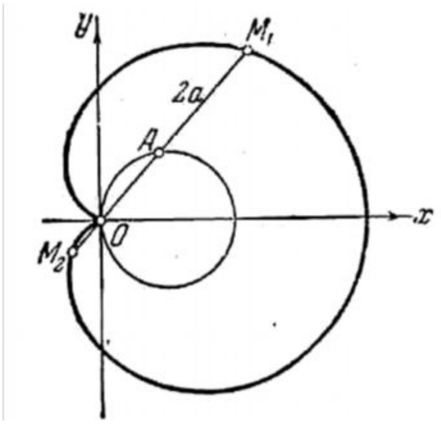
39-chizma



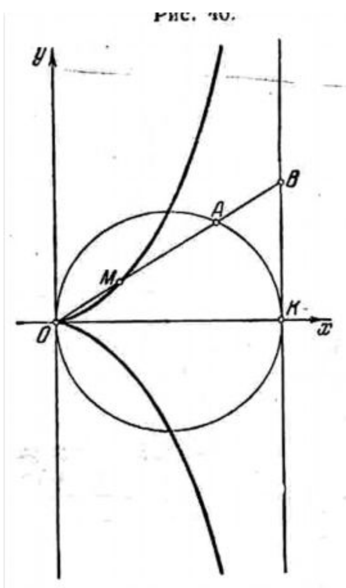
40-chizma



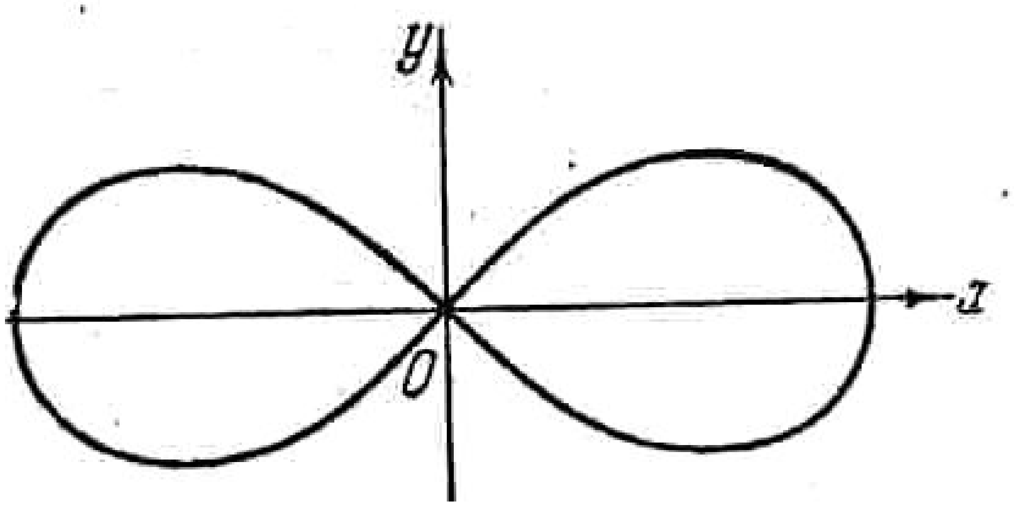
41-chizma



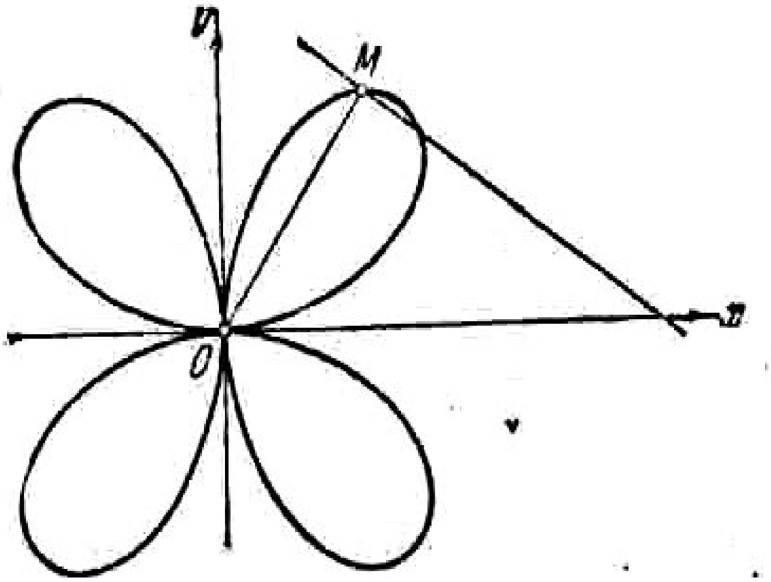
42-chizma



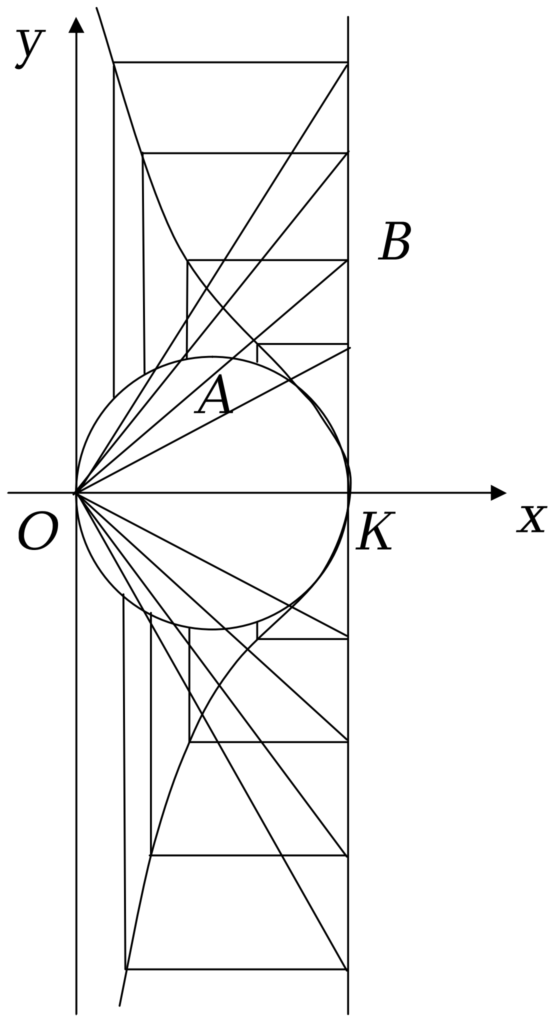
43-chizma



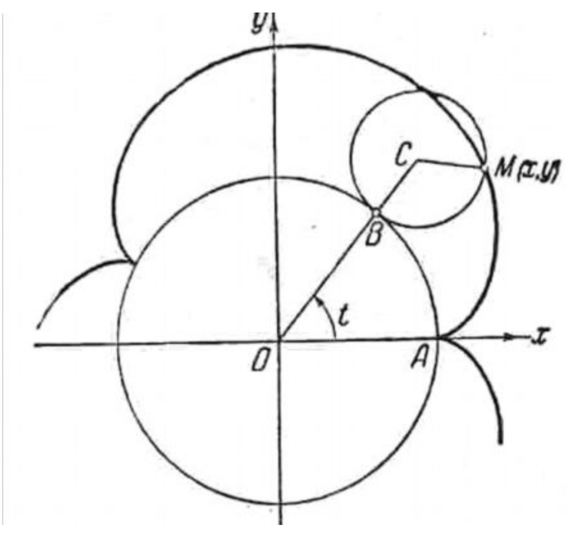
44-chizma

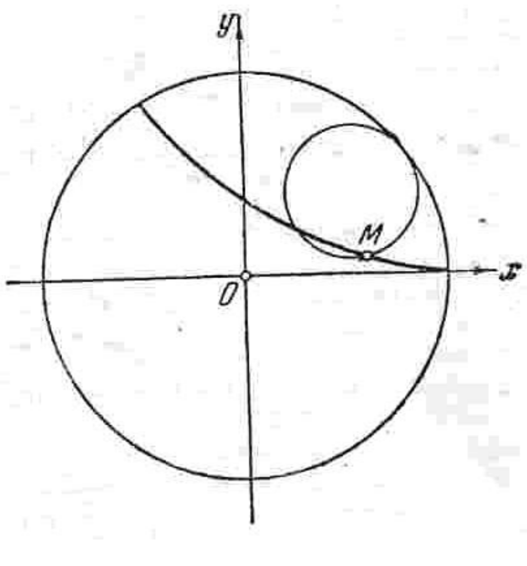


45-chizma



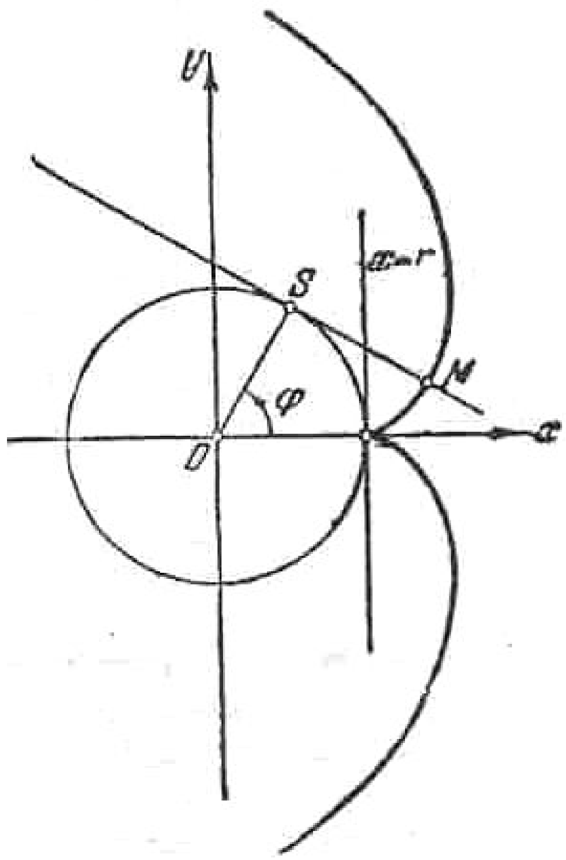
46-chizma





47-chizma

48-chizma



49-chizma

292. Ikkita yechim: *y=0; y=5* va *20x +21y-20=0, 20x+21y-165=0. Ko'rsatma*: rombning qarama-qarshi tomonlari orasidagi masofalar tengligini nazarda tutib izlangan tomonlar burchak koeffitsientlari topilsin. **293**. Ikkita yechim: x-3y+1=0, x-*3y+12=0, 3x+y-1=0, 3x+y+10=0 va 7x+y-15=0, 7x+y-26=0, x-7y+7=0, x-7y-4=0* (avvalgi masalaning *Ko'rsatma*siga qarang).

294. *12x+4y-11=0.***295**. *3x+y-14=0.***296**. *x-y=0, 7x-56y+25=0, 77x+21y-50=0* (shu bobga yozilgan umumiy kor'satmalariga qarang).**297**. $\left(\frac{5}{12}, -\frac{5}{12}\right)$.**298**. *(-2,-6).*

299. *4x-4y+5=0* (shu bobning umumiy *Ko'rsatma*lariga qarang).

300. $\frac{10x+56y-39}{\pm 13}=0$. **301**. Normallovchi ko'paytuvchi $N=\pm\frac{1}{13}$, *d=3.* **302**. To'g'ri chiziq. Bu to'g'ri chiziqning burchak koeffitsienti va ordinata o'qidan ajratgan kesmasi berilgan to'g'ri chiziqlar burchak koeffitsientlarining va

shuningdek bu to'g'ri chiziqlar ordinata o'qidan ajratgan kesmalarining o'rta arifmetik qiymatiga teng. **303**. Uchburchak asosining o'rtasini, uchburchak balandligi o'rtasi bilan tutashtiruvchi kesmasi.**304**. Diagonallarining o'rtalarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq. **305**. To'g'ri chiziq. **306**. Uchburchakning uchinchi tomoniga yopishgan burchaklar bissektrisalarining ularga qarama-qarshi bo'lgan tomonlar bilan kesishish nuqtalarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlar kesmasi.
307. $A_1(1,1), B_1(2,4), A_2(5,-3), B_2(4,-6)$. *Ko'rsatma*: izlangan to'g'ri chiziq vektorining koordinatalari topilsin. **308**. *4x-3y-1=0, 2x-y-1=0, x-2y+1=0, 3x-4y+1=0.*
309. *3x+4y-2=0, 4x+3y-5=0.***310**. *4x-3y-1=0, 6x-8y+9=0.* **311**. *0,5.***312**. *x-12y+57=0, 8x-9y-66=0.* **313**. *x-3y+9=0, x-3y-5=0.***314**. $\left(\frac{11}{7},2\right),\left(-\frac{1}{7},0\right)$.
315. *(19,0) , (21,5).* **316**. *(1,2), (5,4)* yoki $\left(-\frac{17}{3},\frac{11}{3}\right),\left(-\frac{5}{3},\frac{17}{3}\right)$. **317**. *(2,-4), (1,2)*, *(3,-4) yoki (2,0), (3,-6), (1,0).* **318**. *2x-3y+20*=0, *3x+2y-9=0, x+5y-3=*0 yoki *2x-3y-6=0, 3x+2y+17=0, x+5y-3=0.* **319**. *x*-7y+32=0, x-y+2=0.
320. To'rtta yechim: (*9,3) (-5,-5), (-1,7), (-9,3), (5,5), (1,-7), (4,-28),(-20,-20), (-6,-18), (-4,-28), (20,20), (6,18).* **321**. *17x-7y+49=0, 7x-3y+23=0, 2x-y+7=0* yoki *11x-7y+49=0, 5x-3y+19=0, 2x-y+7=0.* **322**. $x' = \frac{-x+y-2}{2}, y' = \frac{2x+y-4}{5}$.**323**. $14x' + 4y' - 3 = 0$. **324**. *142x-183y-489=0.*
Ko'rsatma: Berilgan to'g'ri chiziqlarni yangi koordinatalar sistemasi – o'qlari va *P* nuqtani shu sistemaning birlik nuqtasi deb oling. Izlangan to'g'ri chiziqning teglamasini yangi sistemada, keyin eski koordinatalar sistemasida yozilsin. **325**. *x-5y+3=0.* Uchlari *(1,5), (-3,0), (2,1)*. *Ko'rsatma*: yangi koordinatalar sistemasiga o'tilsin. **326**. *x+y-12=0*, uchlari *(0,0), (4,8), (2,10). Ko'rsatma*: berilgan uchburchak tomonlari yangi koordinatalar sistemasi o'qlari deb olinsin. **327**. *(-3,7), (-6,10), (9,-17); 9x+5y+4=0.* **328**. *3x+8y-17=0, 6x-y-17=0, 9x+7y+17=0; (-5,4), (3,1).*

329. Ikkita yechim: *x-3=0* va *5x-3y-1=0.* **330**. Masala uchta yechimga ega: *(1,4)*, *(3,5), (14,-12), 16x+13y-68=0, 17x+11y-106=0, (-1,3), (3,5), (16,-11), 14x+17y-37=0, 16x+13y-113=0, (1,4), (5,6), (12,-13), 17x+11y-61=0, 19x+7y-137=0.*

331. *3x+y-4=0, x+3y-5=0*. *Ko'rsatma*: Izlangan to'g'ri chiziqlarning har biri berilgan nuqtalarning biridan va ikkinchi nuqtalarga berilgan to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik bo'lgan nuqta orqali o'tadi. **332**. *x+7y-6=0, x-y-6=0, 7x+y-10=0.*
Ko'rsatma: *BC* tomon A_1, A_2 nuqtalardan o'tadi. A_1, A_2 nuqtalar esa *A* nuqtaning berilgan to'g'ri chiziqlarga nisbatan simmetrik bo'lgan nuqtalaridir.**333**. *3x-4y+24=0, 5x+12y+16=0.* **334**. *x+3y-13=0.* **335**. *(2,0)* va *(-1,7).* **336**. *(1,5)* va $\left(\frac{183}{29},\frac{79}{29}\right)$. **337**. $(A_1x+B_1y+C_1)\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix} = (A_2x+B_2y+C_2)\begin{vmatrix} A_3 & B_3 \\ A_1 & B_1 \end{vmatrix}$ va qolgan ikki mediana uchun xuddi shunga o'xshash.

338. $(\mathrm{A}_1\mathrm{x}+\mathrm{B}_1\mathrm{y}+\mathrm{C}_1)(A_2A_3+B_2B_3)=(A_2x+B_2y+C_2)(A_1A_3+B_1B_3)$ va qolgan balandliklar uchun xuddi shunga o'xshash. **339**.

$\left(2\sqrt{34}+5\sqrt{5}\right)x+\left(\sqrt{34}-3\sqrt{5}\right)y-7\sqrt{34}-\sqrt{5}=0.$ **340**. $\frac{7}{\sqrt{170}}$. **341**. $\left|\frac{(C-D)(C'-D')}{\begin{vmatrix} A & B \\ A' & B' \end{vmatrix}}\right|$.

342. $(A_1A_2+B_1B_2)(A_1l+B_1m)(A_2l+B_2m)>0$.

343. $(A_1A_2+B_1B_2)\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}<0.$ **344**. To'g'ri chiziq. **345**. *p, q* to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan o'tuvchi tog'ri chiziq. **346**. To'g'ri chiziq.**347**. *O* nuqta va *ABC* uchburchakka tashqi chizilgan aylana. **348**. Aylana. **349**. To'g'ri chiziq.**350**. $x^2+y^2=4$ aylana. **351**. Berilgan ikki to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasidan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar kesmalari. **352**. $y_0x+x_0y=0$. **353**. Markazi berilgan uchta nuqtada joylashgan teng massalar markazidan iborat aylana. **354**. To'g'ri to'rtburchakka tashqi chizilgan aylana. **355**. Agar aylanalar kesishmasa, ularning markazlaridan o'tuvchi to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziq. Agar aylanalar kesishsa, izlangan geometrik o'rin ularning kesishsish nuqtalaridan o'tgan to'g'ri chiziqning aylanalar ichida yotmaydigan bo'lagi, aylanalar uringan holda esa izlangan geometrik o'rin bu aylanalarga o'tkazilgan umumiy urinmadan iborat (urinish nuqtasidan tashqari). **356**. To'g'ri chiziq.**357**. Aylana.**358**. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1,$ bu yerda $b^2=c^2-a^2\,(giperbola, 34-chizma)$.**359**. $y^2=2px$ parabola (35- chizma). *Ko'rsatma*: Abssissa o'qi deb fokusidan direktrisaga tushirilgan perpendikularni qabul qilinsin. Koordirnatalar boshi sifatida esa shu perpendikular kesmasining o'rtasi O nuqtani va nihoyat ordinata o'qi sifatida O nuqtadan direktrisaga parallel to'g'ri chiziq olinsin. FD perpendikular uzunligi olinsin.**360**. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ (ellips). **361**. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ (giperbola). **362**. $\frac{x^2}{r^2}+\frac{y^2}{\left(\frac{r}{k}\right)^2}=1$ (ellips).**363**. $\frac{x^2}{r^2}+\frac{y^2}{\left(\frac{1-\lambda}{1+\lambda}r\right)^2}=1$(ellips). **364**. *Ox* o'qidan *OA* radiusgacha bo'lgan burchakni φ deb va *x,y* deb izlangan geometrik o'ringa tegishli bo'lgan ixtiyoriy nuqtani koordinatalarini belgilasak, geometrik o'rinning parametrik tenglamalari $x=a\cos\varphi,\ y=b\sin\varphi$, *yoki* $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ bo'ladi (ellips, 36- chizma).**365**. $\left(x^2+y^2\right)^2=2Sxy$ (Bernulli lemniskatasi, 37- chizma). **366**. Ellips. **367**. $\left(x^2+y^2\right)^2-2b^2\left(x^2-y^2\right)=a^4-b^4$ Kassini ovallari, $a=b$ bo'lsa – Bernulli lemniskatasi (38 – chizma). **368**. $R^2\left(x^2+y^2\right)=4x^2y^2$. **369**. $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$ (39- chizma). **370**. $r=\frac{a}{\cos\varphi}$. **371**. $r=2a\cos\varphi$. **372**. $r=\frac{a}{\cos\varphi}\pm b$ yoki $\left(x^2+y^2\right)(x-a)^2-b^2x^2=0$ (40-chizma). **373**. $r=\frac{a}{\cos\varphi}\pm a\,tg\varphi$ yoki $\left(x^2+y^2\right)(x-a)^2-a^2x^2=0$ (41-chizma). **374.**

$r=2a(\cos\varphi\pm 1)$, $(x^2+y^2-2ax)^2=4a^2(x^2+y^2)$ (42-chizma) **375**. $r=a\cos\varphi+b$. **376**. $r=\dfrac{2a\sin^2\varphi}{\cos\varphi}$ yoki $y^2=\dfrac{x^2}{2a-x}$ (43-chizma). **377**. $r^2=2a^2\cos 2\varphi$ (44-chizma). **378**. Ikkita aylana $(x-a)^2+(y-a)^2=2a^2; (x-a)^2+(y+a)^2=2a^2$. **379**. $r=a\sin 2\varphi$ yoki $(x^2+y^2)^2=4a^2x^2y^2$ (45-chizma). **380**. $x=2a\cos^2\varphi, y=2atg\varphi$ bu yerda φ-qutb burchagi yoki $x=\dfrac{8a^3}{y^2+4a^2}$ (46-chizma). **381**.

$r^2(1-a^2)-2r(ab+c\cos\varphi)+c^2-b^2=0$

382. $r=\dfrac{v}{\omega}\varphi$ **383**. $x=(R+r)\cos t-r\cos\dfrac{R+r}{r}t, y=(R+r)\sin t-r\sin\dfrac{R+r}{r}t$ (episikloida, 47-chizma). **384**. $x=(R-r)\cos t+r\cos\dfrac{R-r}{r}t$,

$y=(R-r)\sin t-r\sin\dfrac{R-r}{r}t$ (giposikloida, 48-chizma). **387**.

$$4a^2x^2\left(1-\frac{y^2}{b^2}\right)=\left(r^2-a^2-x^2-\frac{2a+b}{b}y^2\right)^2.$$

388. $x=r(\cos\varphi+\varphi\sin\varphi)$, $y=r(\sin\varphi-\varphi\cos\varphi)$ (aylana evolventasi, 49-chizma).
389. 1) ellips; 2) giperbola; 3) parabola. **390**. $(x+1)^2+(y-3)^2=16$.
391. $x^2+y^2=25$. **392**. 1) $S(3,0)$, $r=3$; 2) $S(-3,4)$, $r=5$; 3) $S(5,-12)$ $r=15$; 4) $S\left(-1,\dfrac{2}{3}\right)$ $r=\dfrac{4}{3}$. **393**. 1) $(x-1)^2+(y+2)^2-5=0$, 2) $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{5}{2}\right)^2-\dfrac{19}{2}=0$, 3) $(x-\dfrac{1}{3})^2+(y+\dfrac{7}{6})^2-\dfrac{41}{36}=0$ **394**. *A,C,D* nuqtalar aylana tashqarisida, *B* nuqta aylanada yotadi. **395**. $x=a+r\cos\theta$, $y=b+r\sin\theta$. **396**. 1) Izlangan nuqtalar markazi $S(1,3)$ nuqtada va radiusi 5 ga teng aylanada, yoki uning tashqarisida yotadi; 2) nuqtalar markazi (1;-3) nuqtada va radiuslari 4 va 5 ga teng konsentrik aylanalarda, yoki bu aylanalar orasida yotadi; 3) markazlari $S(1,2)$, $S_2(4,6)$ nuqtalarda bo'lgan va radiuslari mos ravishda 5 va 3 ga teng bo'lgan doiralarning umumiy qismiga va chegaralariga tegishli;

4) nuqtalar markazi (3,0) nuqtada, radiusi 3 ga teng bo'lgan yarim aylananing OX o'qidan yuqorida joylashgan bo'lagini to'ldiradi; 5) nuqtalar $x^2+y^2-4y=0$ aylanadan $x=\pm 1$ to'g'ri chiziqlar ajratgan segmentlarni to'ldiradi.**397**. $(x-6)^2+(y-5)^2=25$. **398**. $x^2+y^2-2ay=0, \quad a\neq 0$.

399. $x^2+y^2-2ax=0, \quad a\neq 0$. **400**. $a^2+b^2-r^2=0$. **401**. Izlangan tenglamani $x^2+y^2+Ax+By=0$ ko'rinishda olamiz va quyidagiga ega bo'lamiz.

$2A+B+5=0, \ -A+2B+5=0, \ A=-1, \ B=-3, \ x^2+y^2-x-3y=0$.

402. $A^2+B^2-4C>0$. **403**. $(x-2)^2+(y-3)^2-\frac{9}{5}=0$. **404**. $(x-1)^2+(y+3)^2-68=0$.

405. $x^2+y^2-20=0$. **406**. $(x-3)^2+(y-2)^2-26=0, \ (x+3)^2+(y-6)^2-26=0.$

407. $(x\pm 3)^2+(y\pm 3)^2-9=0$ yoki $x^2+y^2\pm 6x\pm 6y+9=0$.

408. $x^2+y^2-4x+6y+4=0$. **409**. 1) $A^2-4C=0;$ 2) $B^2-4C=0;$

3) $A^2-4C=B^2-4C=0$. **410**. Aylana tenglamasini $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ ko'rinishda olamiz. Uning markazi $\left(-\frac{A}{2};-\frac{B}{2}\right)$ nuqtada

$5+2A+B+C=0, \ 25+3A+4B+C=0; \ 2\left(-\frac{A}{2}\right)+\frac{B}{2}+1=0$.

Javob: $x^2+y^2-2x-6y+5=0$. **411**. $4x^2+4y^2+2x+(3\pm 2\sqrt{10})y=0$.

412. Izlangan aylanalar (ular to'rtta) $\pm(5x+5y-10)=\pm(5x-5y+20)=\pm(x-7y)$ tenglamalardan aniqlanadi.

javob: $$(x+\frac{13}{2})^2+(y-3)^2-\frac{121}{8}=0, \ (x+1)^2+(y-\frac{7}{6})^2-\frac{121}{72}=0,$$
$$(x-\frac{8}{3})^2+(y-3)^2-\frac{121}{18}=0, \ (x+1)^2+(y+8)^2-\frac{121}{2}=0.$$

413. $S(-3,-1), r=\sqrt{41}$. **414**. $S(-1,2)$.

415. $(x+4)^2+(y-3)^2-1=0, \ (x+\frac{124}{25})^2+(y-\frac{93}{25})^2-1=0$

416. $x^2+(y-4)^2=5, \ x^2+(y+1)^2=5$.

417. $(x+2)^2+(y-1)^2-1=0, \ \left(x+\frac{8}{3}\right)^2+(y+1)^2-1=0$.

418. $(x+5)^2+(y-5)^2-25=0,\ \ (x+1)^2+(y-1)^2-1=0$.

419. $\left(x-\frac{5}{4}\right)^2+\left(y-\frac{5}{4}\right)^2-2=0,\ \left(x+\frac{5}{4}\right)^2+\left(y+\frac{5}{4}\right)^2-2=0$

$\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\left(y-\frac{19}{4}\right)^2-2=0,\ \left(x+\frac{7}{4}\right)^2+\left(y-\frac{9}{4}\right)^2-2=0$. **420**.

$(x\pm r)^2+(y\pm r)^2-r^2=0$.

421. $(x+1-2\sqrt{5})^2+(y-2+\sqrt{5})^2-25=0,\ \ (x+1+2\sqrt{5})^2+(y-2-\sqrt{5})^2=0$.

422. $(x+5)^2+(y+3)^2=25$. **423**.

$(x+\frac{9}{8})^2+(y-\frac{1}{4})^2-\frac{5}{64}=0,\ \ (x+\frac{1}{2})^2+(y+1)^2-\frac{5}{4}=0$.

424. $(x-6)^2+(y+12)^2-200=0$.

425. $(x-1)^2+y^2-1=0,\ \left(x+\frac{1}{9}\right)^2+y^2-\frac{1}{81}=0$. **426**. $x^2+y^2-2x-2y=0$.

427. $\left(x-\frac{5}{4}\right)^2+\left(y+\frac{7}{4}\right)^2-\frac{25}{8}=0,\ \left(x+\frac{3}{4}\right)^2+\left(y-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{25}{8}=0$.

428. $A\neq 0\ \ B^2+C^2-AD>0,\ \ S(-\frac{B}{A},-\frac{C}{A})\ \ r=\frac{1}{|A|}\sqrt{B^2+C^2-AD}$.

429. Ikkita aylana yoylari: $\left(x+\frac{11}{2}\right)^2+\left(y-\frac{13}{2}\right)^2=\frac{125}{2},\ \left(x-\frac{13}{2}\right)^2+\left(y+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{125}{2}$.

430. 1) $\frac{1}{\sqrt{A^2+B^2}}|A\alpha+B\beta-2C|<\sqrt{\alpha^2+\beta^2-4\gamma}$;. 2) $\frac{|A\alpha+B\beta-2C|}{\sqrt{A^2+B^2}}>\sqrt{\alpha^2+\beta^2-4\gamma}$.

3) $\frac{|A\alpha+B\beta-2C|}{\sqrt{A^2+B^2}}=\sqrt{\alpha^2+\beta^2-4\gamma}$. **431**. Berilgan aylana markazidan berilgan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa aylana radiusidan katta. **432**. Berilgan aylananing (1,4) markazidan berilgan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa 3 ga teng, demak vatar uzunligining yarmi $\sqrt{25-9}=4$ ga teng. **433**. Bitta (-1,1) nuqta. **434**. $c<0$.

435. $x_0^2+y_0^2+Ax_0+By_0+C<0$. **436**. $3x\pm 4y=0$. **437**. $x-3y=0$. **438**. $Ax+By=0$.

439. $2x+y-7=0$. **441**. $3x-4y+21=0,\ \ 3x-4y+1=0$.

442. $3x-4y+4=0,\ \ 3x-4y-21=0$. **443**. $(x-a)^2+(y-b)^2-(r\sqrt{2})^2=0$.

444. 1) $(x-1)^2+(y+3)^2=25$. 2) $(x-701)^2+(y-697)^2=985$.

445. $(A^2+B^2)R^2-C^2=0$. **446**. $3x-4y+14=0,\ \ 3x-4y-36=0$. **447**. 1;52;1.

448. $3\sqrt{3}$. **449**. $2\sqrt{2}$. **450**. $\sqrt{a^2+b^2-r^2}$. **451**. $3x+2y-8=0$. **452**. $4x-3y-9=0$.

453. $x^2+(y-2)^2=9$. **454**. $(x-4)^2+(y+3)^2=1$. **455**. $x+1=0$.

456. . $\left(\dfrac{\begin{vmatrix} a_1^2+b_1^2-r_1^2 & b_1 & 1 \\ a_2^2+b_2^2-r_2^2 & b_2 & 1 \\ a_3^2+b_3^2-r_3^2 & b_3 & 1 \end{vmatrix}}{2\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & 1 \end{vmatrix}};-\dfrac{\begin{vmatrix} a_1^2+b_1^2-r_1^2 & a_1 & 1 \\ a_2^2+b_2^2-r_2^2 & a_2 & 1 \\ a_3^2+b_3^2-r_3^2 & a_3 & 1 \end{vmatrix}}{2\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & 1 \end{vmatrix}}\right)$

457. Radikal markazining koordinatalari $A_k x+B_k y+C_k=t;$ tenglamalar sistemasidan topiladi, bu yerda k=1,2,3 t esa yordamchi parametr. Javob: $\left(-\dfrac{\begin{vmatrix} C_1 & B_1 & 1 \\ C_2 & B_2 & 1 \\ C_3 & B_3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & 1 \\ A_2 & B_2 & 1 \\ A_3 & B_3 & 1 \end{vmatrix}},\ \dfrac{\begin{vmatrix} C_1 & A_1 & 1 \\ C_2 & A_2 & 1 \\ C_3 & A_3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & 1 \\ A_2 & B_2 & 1 \\ A_3 & B_3 & 1 \end{vmatrix}}\right)$. **458**. (-3,-7). **459**. $(x+3)^2+(y+7)^2-41=0$. **460**.

$(x-1)^2+(y-2)^2=1,\qquad (x-4)^2+(y-5)^2=25$.

461. $x^2+y^2-x-3y-10=0$. **462**. $x^2+y^2+18x-28y+27=0$.

463. $x^2+y^2-9x+8y-45=0$. **464**.

$1)\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1,\qquad 2)\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1,\qquad 3)\dfrac{x^2}{169}+\dfrac{y^2}{25}=1$.

465. $(\pm3{,}0)$. **466**. $(0,\pm12)$. **467**. $1)e=\dfrac{1}{2};\qquad 2)e=\sqrt{\dfrac{2}{17}};\qquad 3)e=\dfrac{4}{5}$.

468. $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{a^2-c^2}=1$, bu yerda $a>c$. **469**. 1) ichki; 2) ichki; 3) tashqi; 4) tashqi; 5) ellipsga tegishli. **470**. $3x^2+5y^2=32$. **471**. $3x^2+2xy+3y^2-4x-4y=0$.

472. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{7}=1$. **473**. $x=\pm9$. **474**. $\dfrac{x^2}{32}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **475**. 1) $e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$;2)$e=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$ 3) $e=\dfrac{1}{2}$.

476. $\left(-\frac{15}{2};\pm\frac{3\sqrt{7}}{2}\right)$. **477**. $\frac{2b^2}{a}$. **478**. $\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$. **479**. $24x+25y=0$. **480**. $8x+25y=0$.

481. $32x+25y-89=0$. **483**. $3x+4y-24=0$. **484**. 1) $y=4$; 2) $16x-15y-100=0$.

485. $x+y\pm 5=0$. **486**. $\pm 3x\pm 4y+15=0$. **488**. $x\pm y\pm 3=0$. **490**.

$A^2a^2+B^2b^2-C^2=0$. **491**. $x\pm y\pm 3=0$. **494**. $x^2+y^2=a^2+b^2$. **495**.

$\frac{(x-x')^2}{a^2}+\frac{(y-y')^2}{b^2}=1$. **496**. $\frac{(x-5)^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ *yoki* $\frac{(x-5)^2}{25}+\frac{y^2}{\left(\frac{25}{3}\right)^2}=1$.

497. $x^2+y^2=a^2+b^2$. **498**. $\frac{x^2}{17}+\frac{y^2}{8}=1$. **499**. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **500**. $\left(x^2+y^2\right)^2=4\left(a^2x^2+b^2y^2\right)$.

502. Aylana. **503**. Markazi fokusda, radiusi ellipsning katta yarim o'qiga teng bo'lgan aylana. **504**. Ellips. **505**. b^2, bu yerda b ellipsning kichik yarim o'qi.

506. $\frac{x_0^{\,2}}{a^2}+\frac{y_0^{\,2}}{b^2}>1$ shart bajarilganda.

$\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1\right)\left(\frac{x_0^{\,2}}{a^2}+\frac{y_0^{\,2}}{b^2}-1\right)-\left(\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}-1\right)^2=0$ - urinmalar juftligi. **507**.

$\frac{(x^2+y^2-a^2-b^2)^2}{a^2b^2}-4ctg^2\alpha\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1\right)=0$, $\alpha=\frac{\pi}{2}$ bo'lgan holda $x^2+y^2=a^2+b^2$ aylana. **508**. $ctg\alpha=\pm\frac{x_0^2+y_0^2-a^2-b^2}{2ab\sqrt{\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}-1}}$. **510**. 1) $A^2a^2+B^2b^2-C^2>0$; 2)

$A^2a^2+B^2b^2-C^2<0$; **513**. Aylana. **514**. $\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}<1$. **517**. ab. **518**. a^2+b^2.

519. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. **520**. $arcctg\frac{c^2}{2ab}\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$. **521**. $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{2}}$. **524**. Yig'indi $\frac{2\left(a^2+b^2\right)}{a}$ ga teng. **527**. Aylanalar. **530**. A-ichki, B-tashqi, C-giperbola nuqtasi

531. 1) $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$, 2) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. **532.** 1) $\frac{x^2}{576}-\frac{y^2}{100}=1$, 2) $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$. **533**.

$\sqrt{2}$. **534**. $\frac{x^2}{432}-\frac{y^2}{75}=1$. **535**. $F_1(-13{,}0)$, $F_2(13{,}0)$. **536**. $F_1(0{,}17)$, $F_2(0{,}-17)$. **537**. 1)

$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$, 2) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$. **538**. $d=\frac{2b^2}{a}$. **539**. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. **540**. 1) $F_1(5{,}0),\ F_2(-5{,}0)$, 2) $e=\frac{5}{3}$, 3) $y=\pm\frac{4}{3}x$, $x=\pm\frac{9}{5}$, 4) $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1$, $e=\frac{5}{4}$. **542**. *b*. **543**. 1) $a=2\sqrt{3},\ b=2$; 2) $a=b=6$, 3) $a=\sqrt{5},\ b=2\sqrt{5}$, 4) $a=\frac{3\sqrt{19}}{5},\ b=\sqrt{19}$. **544**. $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=\pm1$ yoki $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=\pm1$. **545**. 1) $\alpha=12^0$, 2) $\alpha=90^0$. **546**. $\frac{x^2}{10}-\frac{y^2}{6}=1$.

547.1) $\left(\pm\frac{4}{5}\sqrt{34},\pm1{,}8\right)$, 2) $\left(\frac{48}{5},\pm\frac{3}{5}\sqrt{119}\right)$. **549**. $20x-9y-91=0$. **551**. $\left(\pm\frac{ab}{\sqrt{b^2-a^2}},\pm\frac{ab}{\sqrt{b^2-a^2}}\right)$; masala $b>a$ holdagina o'rinli. **552.** $x+y-1=0$**. 553.** $3x+y-8=0$. **554.** 1) $x=1$, 2) $5x-2y+3=0$. **555**. 1) $3x-y\pm3\sqrt{5}=0$. 2) $5x-2y\pm9=0$.

556. $a^2A^2-b^2B^2=C^2$. **557**. b^2. **558**. $a=\frac{\sqrt{269}}{2\sqrt{5}},\ b=\frac{12}{\sqrt{5}}$. **559**. $x^2+y^2=a^2-b^2$.

560. $8xy-4x-4y+3=0$. **562**. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. **563**. $\rho=\frac{25}{12-13\cos\varphi}$. **564**. $|K|>\frac{b}{a}$.

565. $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$. **566**. $\frac{x^2}{4}-y^2=1$. **567**. 1) $\frac{(x-1)^2}{5^2}-\frac{(y+2)^2}{3^2}=1$. 2) $\frac{(x+1)^2}{6^2}-\frac{(y+1)^2}{5^2}=1$. 3) $\frac{(x+3)^2}{4^2}-y^2=1$. **568**. Aylana. **569**. Markazi giperbola fokusida joylashgan va radiusi giperbolaning haqiqiy o'qiga teng aylana. **570**. Giperbola.

571. b^2, bu yerda b mavhum yarim o'q uzunligi. **572**. $\frac{x_0^2}{a^2}-\frac{y_0^2}{b^2}<1$, ammo $\frac{x_0^2}{a^2}-\frac{y_0^2}{b^2}\neq0$; bir juft urinma tenglamalari:

$\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1\right)\left(\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}-1\right)-\left(\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}-1\right)^2=0$ (x_0 *va* y_0 bir vaqtda nolga teng emas) $\frac{x_0^2}{a^2}-\frac{y_0^2}{b^2}=0$ yoki $\frac{x_0^2}{a^2}-\frac{y_0^2}{b^2}=1$ shartda bitta urinmaga ega bo'lib, $\frac{x_0^2}{a^2}-\frac{y_0^2}{b^2}=1$ shartda urinma tenglamasi $\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}-1=0$ ko'rinishga ega. Agar $\frac{x_0^2}{a^2}-\frac{y_0^2}{b^2}=0$ shart bajarilsa va x_0, y_0 bir vaqtda nolga teng bo'lmasa (ya'ni nuqta assimptotaga tegishli bo'laturib markaz bilan ustma-ust tushmasa), urinma tenglamasi ushbu ko'rinishga ega: $\left(1+\frac{x_0^2}{a^2}\right)\cdot\frac{x}{a}+\left(1-\frac{x_0^2}{a^2}\right)\cdot\frac{y}{b}-\frac{2x_0}{a}=0$ (agar $y_0=\frac{b}{a}x_0$ bo'lsa).

573. $(x^2+y^2-a^2+b^2)^2+4a^2b^2\left(\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-1\right)ctg^2\alpha=0.$ $\alpha=\frac{\pi}{2}$ va $a>b$ holda $x^2+y^2=a^2-b^2$ aylanadan iborat.**574**. $tg\varphi=\pm\frac{2ab\sqrt{-\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}+1}}{x_0^2+y_0^2-a^2+b^2}$.**576**. ab.**578**. $\frac{ab}{2}$. **579**. Ikkita qo'shma giperbola. **580**. $\frac{x_0^2}{a^2}-\frac{y_0^2}{b^2}>1$. **585**. $\frac{x_0^2}{a^2}-\frac{y_0^2}{b^2}<0$.

586. $0<\frac{x_0^2}{a^2}-\frac{y_0^2}{b^2}<1$. **587**. $\frac{x_1^2}{a^2}-\frac{y_1^2}{b^2}>1,\ \frac{x_2^2}{a^2}-\frac{y_2^2}{b^2}>1,\ \ x_1x_2>0$. **589**. Izlangan (x,y) nuqtalarning geometrik o'rni $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}<0$ tengsizlikni qanoatlantiradi. **590**. Aylana.

591. Giperbola. **592**. $F_1M_1+F_2M_1=F_1M_2+F_2M_2$ va $F_1M_1-F_1M_2\neq 0$, $F_2M_2-F_2M_1=const$ giperbolaning shoxchasini ifodalaydi. Markazlarning geometrik o'rni, berilgan giperbolaga gomotetik giperboladir, F_1 uning gomotetiya markazi va gomotetiya koeffitsienti esa $\frac{1}{2}$ ga teng. Biroq, giperbola ko'zda tutilib, $F_1M_1-F_1M_2\neq 0$ shart ham bajarilsa, izlangan nuqtalarning geometrik o'rni giperboladan iborat. **593**. Ikkinchi fokus berilgan fokusga berilgan urinmalarga nisbatan simmetrik bo'lgan nuqtalardan teng uzoqlikda yotadi. Izlangan nuqtalarning geometrik o'rni to'g'ri chiziqidir. Agar F_0 fokus va M_0 nuqta hamda l_0 urinma berilsa, $F_0M_0+M_0F=M_0{}'F$ tenglik bajariladi, bu yerda M_0^1 nuqta F_0 nuqtaga l_0 ga nisbatan simmetrik nuqtadir. Demak $FM_0^{/}+FM_0=const$. Izlanayotgan nuqtalarning geometrik o'rni fokuslari $M_0, M_0^{'}$ nuqtalardan iborat giperbolaning shoxchasi. **594**. Agar P,Q urinish nuqtalari bo'lsa: $F_1P+F_2Q=2a,$ va $F_1P-F_2Q=2a.$ P,Q nuqtalar aylanalar chizib boradi. **597**. b^2. **602**. Markazi ellipslar markazi bilan ustma-ust tushgan va radiusi $\sqrt{a^2+a_1^2-c^2}$ ga teng aylana.

603. 1) $A^2a^2-B^2b^2-C^2<0$ 2) $A^2a^2-B^2b^2-C^2>0$ (asimptotalarini hisoblamasa). **613**. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$. **615**. Izlangan diametrlarning burchak koeffitsientlari: $\frac{(a^2+b^2)tg\alpha\pm\sqrt{(a^2+b^2)tg^2\alpha+4a^2b^2}}{2a^2}$ ga teng. **616**. Giperbola. **621**. Giperbola. **623**. Berilgan aylanada yotgan urinish nuqtalari M_1, M_2 va F_1, F_2-ellips fokuslari bo'lsin, deb faraz qilaylik. U holda $M_1F_1+M_1F_2=const$, $M_2F_1+M_2F_2=const.$ Ammo, $M_1F_2=M_2F_1$, demak $M_1F_1+M_2F_2=const$ va F_1 nuqtalarning geometrik o'rni ellips ekan. Shuningdek, F_2 nuqtalarning ham geometrik o'rni fokuslari M_1, M_2 nuqtalardan iborat ellipsni ifodalaydi. **624**. Giperbola. **625**. Parabola. **627**. $(1,0)$. **628**. $(0,1)$. **629**. $(-2,0)$. **630**. $x=-\frac{3}{2}$.

631. $y^2=12x$. **632**. $y^2=4x$. **633**. $y^2=8x-8$. **634**. $\left(2,\frac{5}{4}\right)$. **635**. 1) $y^2=\pm 12x$; 2) $y^2=10x-25$; 3) $y^2=16x$; 4) $x^2=8y$; 5) $x^2=-18y$. **636**. $(18,12)$ va $(18,-12)$. **637**. $2p$. **638**. $y=2x-5$. **639**. $x-3y+9=0$. **640**. $y^2=4x$. **641**. $B^2p=2AC$. **642**. $y=kx+\frac{p}{2k}$. **643**. $x\pm 2y+4=0$. **644**. $x(x^2+y^2)+py^2=0$. **645**. Parabola uchidagi urinma. **646**. $\rho=\frac{4}{1-\cos\varphi}$. **647**. $y^2=12x$. **649**. 2. **651**. Direktrisa. **653**. 1) $(y-b)^2=2p(x-a)$; 2) $(y-b)^2=-2p(x-a)$; 3) $(x-a)^2=2p(y-b)$; 4) $(x-a)^2=-2p(y-b)$.. **654**. 1) $(-2,1)$; $p=5$; o'qi Ox o'qiga parallel;

2) $(0,-7); p=3;$ o'qi Ox o'qiga parallel; 3) $(2,0); p=4;$ o'qi Ox o'qining manfiy yo'nalishi bilan ustma-ust tushadi; 4) $(3,5); p=2;$ parabola o'qi Oy o'qiga parallel; 5) $\left(-\frac{B}{2A}, \frac{4AC-B^2}{4A}\right), p=\frac{1}{2|A|};$ parabola o'qi Oy o'qiga parallel; 6) $(4,-1); p=\frac{1}{2};$ parabola o'qi Oy o'qiga parallel; 7) $(-3,-9); p=\frac{1}{2};$ parabola o'qi Oy o'qiga parallel. **656**. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{36}=-1$. **657**. 12. **658**. $\frac{8}{3}$.**659**. Berilgan nuqta va berilgan to'g'ri chiziq mos ravishda parabolaning fokusi va direktrisasidir. **660**. Ikkita parabola: $y^2=\pm 2x+1$. **661**. $y_0{}^2-2px_0<0$. **664**. $(y^2-2px)(y_0{}^2-2px_0)-[yy_0-p(x+x_0)]^2=0.$

669. Parabola $(2x+p)^2+4ctg^2\alpha(2px-y^2)=0.$ **672**. $y^2=2px.$ **674**. Parabola. **675.** Parabola. **679**. Parabolalar uchlaridagi urinmalarga parallel to'g'ri chiziq. **680**. 1) $B^2p>2AC;$ 2) $B^2p<2AC.$ **684**. Berilgan to'g'ri chiziq $x=k$ va parabola $y^2=2px$ ko'rinishdagi tenglamada berilgan deb faraz qilinsa, izlangan nuqta $(k+p,0)$ koordinatali nuqtadir. **686**. T uchburchakka tashqi chizilgan aylana C bo'lsin. A,B nuqtalar esa l to'g'ri chiziqning aylana bilan kesishgan nuqtalari. A nuqtaning T uchburchak tomonlaridagi proyeksiyalari bitta p to'g'ri chiziqda yotadi; B nuqtaning T uchburchak tomonlaridagi proyeksiyalari bitta q to'g'ri chiziqda yotadi. C_1, C_2, C_3 parabolalar p,q to'g'ri chiziqlardan hosil qilingan burchakka ichki chizilgan. **687**. $5x^2+16xy+5y^2-5x-5y=0$. **688**. 1) $O'(1,1);$ 2)$O'(-1,2);$ 3)$4x+2y-5=0$ markazlar to'g'ri chizig'i; 4) bu chiziqning markazi yo'q (parabola). **689**. $17x-4y-4=0$. **690**. $2x+y+6=0$. **691**. $4x-6y+1=0$. **692**. $y=x-1$.**693**. $7x-y-3=0$. **694**. $y=3x+2$; $y=3x-2,$ $x+1=0$. **695**. $(x-2)^2-(x-y)^2=0$ yoki ikkita to'g'ri chiziq: $2x-y-2=0,$ $y-2=0$.

696. 1)$3x-y+3=0,$ $2y+3=0;$ 2)$3x-y=0,$ $4y-9=0$.**697**. *Ko'rsatma*:

Quyidagi sistemaga nisbatan chiziq tenglamasi tuzilsin: koordinatalar boshi uchburchakning og'irlik markazi, o'qlardan biri mediana bilan ustma-ust tushadi, ikkinchi o'qi esa uchburchakning boshqa uchlarini birlashtiruvchi to'g'ri chiziqqa parallel. **698.** $2x+3y-5=0, \qquad 5x+3y-8=0$.

699. $\begin{matrix} 1)\ \ 7x-35y+22=0,\ \ 7x+14y+20=0; & 2)\ \ 6x-2y+19=0,\ \ 2x+2y-1=0; \\ 3)\ \ 3x+4y+14=0,\ \ x+y-3=0; & 4)\ \ 5y+3=0,\ \ 25x-5y+13=0 \end{matrix}$.

700. $1) x-4y-2=0,\ \ 2) x+4y-3=0$. **701.** $x+y-1=0, \qquad 3x+3y+13=0$.

702. $7x+1=0$. **703.** $x-3=0, \qquad 7x-2y-13=0$. **704.** $\begin{cases} x'=\alpha x+\beta y+\gamma \\ y'=Ax+By+C \end{cases}$

almashtirishda chiziq tenglamasi $x'^2+2y'=0$ ko'rinishga ega. **705.** Diametr tenglamasi $(a_{11}x+a_{12}y)-(a_{11}x_0+a_{12}y_0)=0,$ urinma tenglamasi

$(a_1+a_{11}x_0+a_{12}y_0)x+(a_2+a_{12}x_0+a_{22}y_0)y+(a_1x_0+a_2y_0+a)=0;$ bu yerda

$a_{11}=\alpha^2, \qquad a_{12}=\alpha\beta, \qquad a_{22}=\beta^2$. **706.** 1) Qarama – qarshi tomonlarining o'rtalarini birlashtiruvchi to'g'ri chiziqlar egri chiziq diametrlari; 2) Qarama-qarshi tomonlarining urinish nuqtalarini tutashtiruvchi egri chiziqlar to'g'ri chiziq diametri.

709. $\begin{matrix} 1)\ \ x+y-2=0,\ \ x-y=0; \qquad 2)\ \ x+y-1=0,\ \ x-y+3=0; \\ 3)\ \ 2x-4y-5=0,\ \ 4) 3x+y+1=0,\ \ x-3y+3=0;\ \ 5) 2x-4y-1=0 \end{matrix}$.

710. Diametr tenglamasidan foydalaning. **711**. $\dfrac{a_{11}-a_{22}}{2a_{12}}=\dfrac{b_{11}-b_{12}}{2b_{12}}$.

712. Uchburchakka tashqi chizilgan ellipslar markazlari to'plami berilgan uchburchak o'rta chiziqlaridan hosil qilingan uchburchakning ichki nuqtalaridan va o'rta chiziqar hosil qilgan vertikal burchaklarni ichki nuqtalaridan iborat.
714. Teng tomonli giperbola. **715**. Giperbola tenglamasi quyidagi tanlangan sistemaga nisbatan tuzilsin: Berilgan ikki nuqtadan o'tuvchi va berilgan asimptotik yo'nalishlarga ega bo'lgan to'g'ri chiziqlarni koordinata o'qlari va bu to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtasi koordinatalar boshi deb olinsin. Javob: to'g'ri chiziq.

717. Aylana. **718**. $B(2,\frac{1}{2}),\ \ C(2,0),\ \ D(3,\frac{7}{2})$. **719**. 1) Parabola; 2) ikkita parallel to'g'ri chiziq: $x+y=0,\ \ x+y+1=0$; 3) giperbola; 4) giperbola. **720.** 1) Ellips; 2) parabola; 3) giperbola. **721**. 1) Ellips $\frac{X^2}{6}+\frac{Y^2}{3}=1,$ uning markazi $O'(-2,1)$, katta o'qi *Ox* o'qiga parallel. 2) $\frac{X^2}{\frac{1}{4}}-\frac{Y^2}{1}=-1$ giperbola, uning markazi $O'(1,-3)$ nuqtada, haqiqiy o'qi *Oy* o'qiga parallel, yuqoriga qavariq; 4) mavhum ellips; 5) markazi $O'(\frac{3}{2},\frac{3}{2})$ nuqtada, haqiqiy o'qi *Oy* o'qiga parallel, haqiqiy yarim o'qi uzunligi $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ va mavhum yarim o'qi uzunligi $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ga teng bo'lgan giperbola; 6) uchi $O'(-\frac{3}{2},-\frac{1}{2})$ nuqtada bo'lgan parabolaning o'qi Oy o'qiga parallel, parabola yuqoriga qavariq va parametri $\frac{3}{4}$ ga teng; 7) parabola, uchi $O'(-\frac{3}{16};\frac{1}{4})$ nuqtada o'qi Ox o'qiga parallel, o'ng tomoniga qavariq , parametri $\frac{1}{2}$ ga teng; 8) *O'(-1,1)* nuqtada kesishgan ikkita to'g'ri chiziq: $\sqrt{3}(x+1)+\sqrt{2}(y-1)=0$ ва
$\sqrt{3}(x+1)-\sqrt{2}(y-1)=0$ 9) Markazi *O'(-1,-1)* nuqtada bo'lgan, asimptotalari koordinata o'qlariga parallel.

722. $\frac{X^2}{9}+\frac{Y^2}{4}=1$ ellips, uning markazi C(2,3) nuqtada, katta o'qining burchak koeffitsienti -$\frac{1}{2}$ ga teng. **723**. $Y^2=10X$ parabola, uning uchi *C(-1,2)* nuqtada ; $\left\{\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\right\}$ vektor o'q yo'nalishi bilan bir hil va parabolaning egilgan tomoniga yo'nalgan. **724**. $\frac{X^2}{4}-\frac{Y^2}{9}=1$ giperbola, uning markazi *C(1,1)* nuqtada , haqiqiy o'qining burchak koeffitsienti $k'=\frac{2}{3}$. **725**. $Y^2=4\sqrt{2}X$ parabola, uning uchi

C(2,1) nuqtada , $\{1{,}1\}$ vektor parabola o'qida parallel va egilgan tarafiga yo'nalgan. **726**. Kesishadigan bir juft to'g'ri chiziqlar : $\begin{matrix} x-y-1=0, \\ x-4y+2=0. \end{matrix}$ **727**. Bir juft parallel to'g'ri chiziqlar: $\begin{matrix} 2x-3y+1=0, \\ 2x-3y-2=0. \end{matrix}$ **728**. Ellips $\frac{X^2}{\frac{35}{6}}+\frac{Y^2}{\frac{35}{36}}=1$, uning markazi $C\left(\frac{7}{6},\frac{1}{3}\right)$ nuqtada katta o'qining burchagi koeffitsienti *k*=-$\frac{1}{2}$; 2) ellips $\frac{X^2}{9}+\frac{Y^2}{1}=1$, markazi *C(1,1)* nuqtada, katta o'qining burchak koeffitsienti $k=-1$ ga teng; 3) ellips $\frac{X^2}{16}+\frac{Y^2}{4}=1$, markazi *C(1,1)* nuqtada, katta o'qining burchak koeffitsienti $k=-1$; 4) giperbola $\frac{X^2}{1}-\frac{Y^2}{9}=1$, uning markazi *C(-1,-2)* nuqtada haqiqiy o'qining burchak koeffitsienti *k=-3*; 5) giperbola $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{25}=1$ markazi *(1,0)* nuqtada haqiqiy o'qining burchak koeffitsienti; 6) giperbola, yarim o'qi uzunliklari *a=4, b=3,* markazi *(1,-1)* nuqtada haqiqiy o'qining burchak koeffitsienti $k=\frac{4}{3}$; 7) parametri *p=1* ga teng va uchi (*0,0*) nuqtada bo'lgan parabola, o'qiga parallel, egilgan tarafga yo'nalgan vektor koordinatalari $\left\{\frac{4}{5},-\frac{3}{5}\right\}$; 8) parametri $p=\sqrt{2}$ ga teng, uchi (1,1) nuqtada, o'qi $\left\{\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$vektor bo'ylab yo'nalgan parabola (egilgan tarafga yo'nalgan); 9) parametri $p=\frac{3}{\sqrt{5}}$ ga teng, uchi $\left(-\frac{1}{5},\frac{3}{5}\right)$ nuqtada va o'qining birlik vektori $\left\{\frac{1}{\sqrt{5}},\frac{2}{\sqrt{5}}\right\}$ bo'lgan parabola (egilgan tarafiga yo'nalgan). **729**. Giperbola $I_2=-4<0 \qquad I_3=144\neq 0$; haqiqiy yarim o'qi *a=3*, mavhum yarim o'qi *b=6*; markazi *(3,-4)* nuqtada haqiqiy yarim o'qi $2x-y-10=0$, mavhum yarim o'qi $x+2y+5=0$; asimptotalari $y+4=0, \ \ 4x+3y=0$; fokuslari (6,2), (0,-10) nuqtada ularga mos direktrisalar

$x+2y+2=0, \quad x+2y+8=0$, uchlari $(\frac{3}{\sqrt{5}}+3, \ \frac{6}{\sqrt{5}}-4),(-\frac{3}{\sqrt{5}}+3,-\frac{6}{\sqrt{5}}-4)$,

uchlaridagi urinmalarining tenglamalari $x+2y+5\pm 3\sqrt{5}=0$. **730**. Parabola $Y^2=2pX, \ x\cos t+y\sin t=0$ o'qi tenglamasi; $x\sin t-y\cos t+g=0$ uchidagi urinma tenglamasi, uchi $(-q\sin t, \, q\cos t)$ nuqtada va $\{\sin t,-\cos t\}$ vektor parabola o'qiga parallel va egilgan tarafiga yo'nalgan.

731. Kanonik tenglamasi $(A_1^2+B_1^2)X^2+(A_2^2+B_2^2)Y^2=1$. Bosh o'qlarning tenglamalari: $A_1x+B_1y+C_1=0, \ A_2x+B_2y+C_2=0$. **732**. Fokusi (0,4) nuqtada va direktrisa tenglamasi: $2x-y+q=0$. **733**. Fokusi (-2,1), direktrisa: $x-3y-6=0$

734. $\pi\cdot\frac{K_3}{I_2\sqrt{I_2}}$. **735**. Teng tomonli giperbola. **736**. Umumiy asimptotalarga ega giperbolalar. **737**. $I_1\cdot 2F(x_0y_0)<0$. **738**. $I_1\cdot 2F(x_0y_0)<0$. **739**. $I_1=0$. **743**. $I_1K_3<0$.

745. Umumiy asimptotik yo'nalishlarga ega giperbolalar. **746**. $d^2=-\frac{4K_2}{I_1^2}$.

747. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_2 \\ a_1 & a_2 & a \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_2 \\ a_1 & a_2 & b \end{vmatrix}<0$. **748**. $6x^2-4xy+2y^2+12x-99=0$; *Ko'rsatma*

$K_3{}^*:K_3=4$. **749**. $(A_1x+B_1y+c_1)\pm(A_2x+B_2y+c_2)=0$.

750. $4x^2+8xy+13y^2-24x-42y+9=0$. **751**. $x^2-4xy+4y^2-4x-4y=0$.

752. $x-2=0, x+2y-4=0$. **753**. $9x^2-24xy+16y^2-60x-16y+256=0$.

754. $9x^2+16y^2-36x-48y=0$. **755**. $x^2-2xy+5y^2-4x-4y+4=0$.

756. $2x^2-xy-3y^2-x-6y-15=0$. **757**. $xy-x-y+1=0$. **758**. $x^2-4xy-6x+9=0$.

759. $2x^2-xy-x+y+5=0$. **760**. $4xy+3y^2+4y-11=0$.

761. $12x^2+40xy+28y^2+16x+8y-11=0, \quad 2x+2y-1=0, \ 6x+14y+11=0$.

762. $x^2-2xy+2y^2-2x+1=0$. **763**. $337x^2+168xy+288y^2-3200x-2400y=0$.

764. $4x^2-4xy+y^2-16x-2y=0$. **765**. $x^2+2xy+2y^2-14x-20y+48=0$.

766. $5x^2+6xy+5y^2-6x-10y-3=0$. **767**. $x^2+xy+y^2+2x+y-2=0$.

768. $x^2+2xy+y^2+5x-y=0$. **769**. $36x^2+24xy+29y^2-528x-376y+1211=0$.

770. $3x^2-6xy-5y^2+24y-12=0$.

771. $\dfrac{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}=\dfrac{|x\cos\theta+y\sin\theta-p|}{|x_2\cos\theta+y_2\sin\theta-p|}$.

772. $\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}-\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}=$
$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2-4\dfrac{(Ax_1+By_1+C)(Ax_2+By_2+C)}{A^2+B^2}}$.

773. $16x^2+24xy+9y^2-94x-58y+124=0$. **774**. $x^2+2xy+y^2-12x+24y-54=0$.

775. $x^2-2xy+y^2-8x-8y=0$. **776**. $x^2+2xy+y^2-6x+2y-7=0$.

777. $4xy+3y^2-2y-1=0$. **778**. $x^2-6xy+y^2-2x-2y+5=0$.

779. $11x^2-20xy-4y^2+18x+36y=0$. **780**. $4x^2+6xy-4y^2-26x+18y-39=0$.

781. $\begin{vmatrix} F_x & F_y \\ \Phi_x & \Phi_y \end{vmatrix}=0$. **782**. $(x-x_0)F_x+(y-y_0)F_y=0$. **783**. $(x-x_0)F_x+(y-y_0)F_y=0$.

784. $F_x\Phi_x+F_y\Phi_y=0$.

785.
$(A_1x+B_1y+C_1)[A_2(x-x_0)+B_2(y-y_0)]+(A_2x+B_2y+C_2)[A_1(x-x_0)+B_1(y-y_0)]=0$.

786. Ikkinchi tartibli chiziq. **787**. Ikkinchi tartibli chiziq. **792**. 1) Giperbola; 2) ellips; 3) parabola.

793. $1)\ 2x+3y-5=0,\ \ x-4y+2=0;\ \ 2)\ x+y-2=0,\ \ 3x-2y+1=0;$
$3)\ 2x+5y+1=0,\ \ 2x+3y-5=0;\ \ 4)\ 2x-y+1=0, 2x-y-4=0$.

794. $45x+205y-4=0,\ \ 15x-15y-2=0$. **795**. $15x+y-2=0,\ \ 5x+3y-4=0$. **796**. $2x+7y-\dfrac{1}{2}=0$. **797**. O'qining tenglamasi $x-2y+1=0$, uchi $S(-\dfrac{1}{6},\dfrac{5}{12})$ nuqtada.

798. Ellips $\dfrac{X^2}{9}+\dfrac{Y^2}{1}=1$, markazi $O'(\dfrac{1}{8},\dfrac{1}{4})$ nuqtada: katta o'qining burchak koeffitsienti $k=-\dfrac{2}{7}$. **799**. Giperbola $\dfrac{X^2}{15}-Y^2=1$ markazi koordinatalar boshida *O(0,0)*; haqiqiy o'qining burchak koeffitsienti $k=1$. **800.** $\dfrac{X^2}{5}-\dfrac{Y^2}{15}=1$ giperbola;

markazi O'(-1;2), *O'x* o'qning burchak koeffitsienti $k=-2$. **801.** $Y^2=\frac{1}{25}X$. **803.**

$11x+2y-3=0$.

804. $x+y-2-\sqrt{2}=0,\ x-y+4-3\sqrt{2}=0$. **805.** $x\cos\alpha+y\sin\alpha-p=0$. **806.**

$tg\alpha=-\frac{5}{2}$.

807. $x-y+6=0,\ x+y-8=0$.

808. $4x+2y+1=0,\ (2-\sqrt{3})x+\left(2\sqrt{3}+1\right)y\pm1=0,\ (2+\sqrt{3})x+\left(1-2\sqrt{3}\right)y\pm1=0$.

809. $(\sqrt{3}-2)x+\left(2\sqrt{3}+1\right)y+27-7\sqrt{3}=0,\ (2+\sqrt{3})x+\left(2\sqrt{3}-1\right)y-27-7\sqrt{3}=0$;

Ko'rsatma tekislikni (5;1) nuqta atrofida 120^0 va -120^0 burchaklarga burish kerak. **810.** $(\sqrt{3}-1;0),\ va\ \ (0;\sqrt{3}-1)$. **811**.

$A_1(-3,-4),\quad B_1(7,-2),\quad A_2(-2,4),\quad B_2(3,5)$.

812. $k_1=-3\sqrt{3},\quad k_2=\frac{\sqrt{3}}{2},\quad k_3=-\frac{\sqrt{3}}{5}$ yoki $k_1=3\sqrt{3},\ k_2=-\frac{\sqrt{3}}{2},\ k_3=\frac{\sqrt{3}}{5}$.

813. $$(A\cos\frac{2k\pi}{n}-B\sin\frac{2k\pi}{n})(x-x_0)+(A\sin\frac{2k\pi}{n}+B\cos\frac{2k\pi}{n})(y-y_0)+$$
$$+Ax_0+By_0+C=0, k=1,2,...,n-1.$$

814. $O'(5,-2),\quad A'(21,12),\quad B'(15,-18)$. **815**. $(4,3)$. **816**. $(4,2)$. **817**.

$M'(10,6), P(\frac{1}{2},2)$. **818**. $x'=x-y+1,\quad y'=x+y+2$. **819**. $(2,1)$. **820**. Qo'sh nuqtalar to'g'ri chizig'i: $x+2y-4=0$. **821**. $1) 2x-y-12=0, x+y-3=0;$ 2) Oy, Ox o'qlari $x=0, y=0;$ 3) $x-y=0$. **822**. $2x+y-3=0$. **823**. $2x-2y-3=0, 4x-y=0$. **825**.

$x'^*=-x^*, y'^*=5y^*$. **826**. $\{1,4\},\{1,-1\}$. **827**. $\{1,1\}$. **828**. Haqiqiy koordinatali bunday vektor yo'q. **829**. $\{3,-2\}$ va $\{3,-5\}$. **830**. $x'=x+c_{12}y,\quad y'=c_{22}y$.

831. $x'=c_{11}x, y'=c_{22}y$. **832**. $x'=c_{11}x, y'=y$. **833**. $x'=-3x, y'=2y$.

834. $x'=x-\frac{1}{2}y, y'=-\frac{2}{3}y$. **835**. $x'=x+y\cos\omega, y'=y\sin\omega$.

836. $x'=x+s(Ax+By+c), y'=y+t(Ax+By+c)$ bu yerda s,t parametrlar ixtiyoriy sonli qiymatlarni qabul qilishi mumkin. **837**. $x'=\frac{5}{4}x+\frac{1}{2}y-\frac{1}{4}, y'=y$ (oldingi masalani qarang). **838**. $x'=(1+\frac{A}{C}x_0)x+\frac{B}{C}x_0y+x_0, y'=\frac{A}{C}y_0x+(1+\frac{B}{C}y_0)y+y_0$.

839. $x'=x-2A\frac{Ax+By+C}{A^2+B^2}, y'=y-2B\frac{Ax+By+C}{A^2+B^2}$. **840**. $x'=-y+5; y'=-x+5$. **841**. $x'=\frac{1}{12}(17x-y+8), y'=\frac{1}{12}(-x+17y-4)$. **842**.

$x'=\frac{A_1x+B_1y+C_1}{A_1x_0+B_1y_0+C_1}, y'=\frac{A_2x+B_2y+C_2}{A_2x_0+B_2y_0+C_1}$.

843. $\frac{A_2x'+B_2y'+C_2}{A_2x_2+B_2y_2+C_2}=\frac{A_1x+B_1y+C_1}{A_1x_1+B_1y_1+C_1}, \frac{D_2x'+E_2y'+F_1}{D_2x_2+E_2y_2+F_2}=\frac{D_1x+E_1y+F_1}{D_1x_1+E_1y_1+F_1}$.

844. $x'=\frac{-2x+2y+10}{3}, y'=\frac{-11x+14y+13}{3}$. **845**. $x'=5x-3y+8, y'=-3x+2y-3$.

846. $1) x'=x+8, y'=4x-5y+14; 2) x'=-x+2y-8, y'=4x-3y+24$. **847**. 1) Aynan almashtirish; 2) Tekislikning biror nuqtasiga nisbatan markaziy simmetrik almashtirsh; 3) Bir to'g'ri chiziqning ikkinchi to'g'ri chiziq yo'nalishidagi "qiya" simmetriyasi. **848**. $\{1,3\}$ va $\{3,-1\}$;

$x^*=\frac{2}{\sqrt{5}}x+\frac{1}{\sqrt{5}}y, y^*=-\frac{1}{\sqrt{5}}x+\frac{2}{\sqrt{5}}y, X=\sqrt{20}x, Y=\sqrt{80}y$.**849**. Ha . **850**. Tashkil qiladi. Geometrik ma'nosi: tekislikni OX o'qiga (k marta) tekis qisish. **851**. Tashkil qiladi. OX o'qiga nisbatan siljish. **852**. Tashkil qiladi. Gomotetiya.**853**. Tashkil qiladi, tekislikni koordinatalr boshiga nisbatan φ burchakka burish bilan birga gomotetiyani qo'llash (r son gomotetiya koeffitsienti $r<0$ holda koordinatalar boshiga simmetriya ham qo'shiladi). **854**. Tashkil qiladi. Berilgan har bir almashtirishning geometrik ma'nosi oldingi masaladagidek. Ammo $r=\sqrt{a^2+b^2}$. **855**. Tashkil qiladi. Berilgan har bir almashtirshning geometrik ma'nosi: Burishga qo'shilgan siljishlar va ko'chirishga qo'shilgan gomotetiya.

856. $S=\frac{1}{2}\left|\frac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}^2}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} A_3 & B_3 \\ A_1 & B_1 \end{vmatrix}}\right|$. *Ko'rsatma*: $x'=A_1x+B_1y+C_1, y'=A_2x+B_2y+C_2$ almashtirsh uchburchakning birinchi, ikkinchi tomonlarini mos ravishda Oy, Ox o'qlarga, uchinchi tomonini esa ushbu to'g'ri chiziqqa o'tkazadi $\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & -x' \\ A_2 & B_2 & C_2 & -y' \\ A_3 & B_3 & C_3 & \end{vmatrix}=0$. Bu to'g'ri chiziqning koordinata o'qlaridan ajratgan kesmalarni topib, avval hosil bo'lgan uchburchak keyin berilgan uchburchak yuzini topamiz. **857**. $S=\left|\frac{(C-D)(C'-D')}{\begin{vmatrix} A & B \\ A' & B' \end{vmatrix}}\right|$. *Ko'rsatma*: Avvalgi masalaga qarang. **858**. Ikkita yechim: $x-12y+57=0$, $8x-9y-66=0$. *Ko'rsatma* berilgan to'g'ri chiziqlarni koordinata o'qlariga o'tkazadigan affin almashtirish ko'rilsin. **859.** $142x-183y-489=0$**.** *Ko'rsatma* berilgan to'g'ri chiziqlarni koordinata o'qlariga, berilgan nuqtani birlik nuqtalarga o'tkazadigan affin almashtirish ko'rilsin **860**. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=2$. **861**. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. *Ko'rsatma*: Ellipsni aylanaga o'tkazadigan affin almashtirish ko'rilsin. **862**. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{1}{2}$. **863**. $t=\frac{1}{2}$. **866**. Parallelogramm tomonlarining o'rtalarida urinuvchi ellips. **868**. Ellips. **870**. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **877**. Ellips. **881**. πab. **885**. $\frac{y_1+y_2}{x_2+x_1}$.

887. $x'=\frac{1}{2}\left(\lambda+\frac{1}{\lambda}\right)y+\frac{1}{2}\frac{a}{b}\left(-\lambda+\frac{1}{\lambda}\right)y, \qquad y'=\frac{1}{2}\left(-\lambda+\frac{1}{\lambda}\right)\frac{b}{a}x+\frac{1}{2}\left(\lambda+\frac{1}{\lambda}\right)y$. *Ko'rsatma*: Izlangan almashtirishni uchta almashtirsh ko'paytmasi ko'rinishida yozish mumkin; 1) $\alpha: x^*=\frac{x}{a}-\frac{y}{b}, y^*=\frac{x}{a}+\frac{y}{b}$ bu almashtirish berilgan giperbolani ushbu $x'^*y'^*=1$ giperbolaga o'tkazadi; 2) $\beta: x'^*=\lambda x^*, y'^*=\frac{1}{\lambda}y^*$; bu almashtirsh giperbolani o'zini o'ziga o'tkazadi; 3) $\alpha^{-1}: x'=\frac{a}{2}(x'^*+y'^*), y'=-\frac{b}{2}(x'^*-y'^*)$ bu almashtirish $x^{*\prime}y^{*\prime}=1$ giperbolani yana shu giperbolaga o'tkazadi. $\lambda>0$ holda $\lambda=e^{\varphi}$ deb faraz qilib, izlangan almashtirishni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin: $x'=ch\varphi x+\frac{a}{b}sh\varphi y, y'=\frac{a}{b}sh\varphi x+ch\varphi y$. **888**. $x'=x\sqrt{2}+y, y'=x+y\sqrt{2}$ va $x'=x\sqrt{2}-y, y'=x-y\sqrt{2}$. **892**. $x'=\frac{\lambda^2}{2p}(2px-2ym+m^2), y'=\lambda(y-m)$. **893**. $x'=\frac{1}{2p}(2px-2ym+m^2), y'=y-m$. **894**. SN kesma o'rtasi T nuqta. *Ko'rsatma*: Parabolani o'zini o'ziga almashtiradigan shunday almashtirish qaralsinki, bunda M_1, M_2 nuqtalar parabola o'qiga nisbatan simmetrik nuqtalarga o'tsin. **895**. $x'=x+2y+2, y'=y+2$.**896**. $y^2=2p(x-\frac{p}{2})$. *Ko'rsatma*: 893-masalaga qarang. **897**. $y^2=2p(x-a)$ parabola, a-parabola uchidan parabola o'qiga perpendikular qilib o'tkazilgan vatargacha bo'lgan masofa, bu vatar paraboladan berilgan yuzali segmentni ajratadi. *Ko'rsatma*: Berilgan kattalikdagi yuza ajratgan ixtiyoriy vatarni parabola o'qiga perpendikular bo'lgan vatarga o'tkazadigan unimodular affin almashtirsh qaralsin. **898**. Parabola $y^2=2p(x+a)$ a-parabola uchidan parabola o'qiga perpendikular qilib o'tkazilgan vatargacha bo'lgan masofa, bu vatar paraboladan berilgan yuzali segmentni ajratadi.

899. 3. *Ko'rsatma:* Parabolani o'zini-o'ziga urinish nuqtasi uchiga o'tadigan qilib affin almashtirish kerak. **900.** Izlangan almashtirish quyidagi formulalar bilan aniqlanadi: $\alpha x+\beta y=\lambda(\alpha x'+\beta y'+m)$,

$2a_1x+2a_2y+a=\lambda^2\{2(a_1-\alpha m)x'+2(a_2-\beta m)y'+a-m^2\}$, bu yerda λ va m ixtiyoriy parametlar. *Ko'rsatma*: Affin almashtirishda parabola urinmasi yana urinmasiga o'tadi. Birinchi urinmaga qo'shma diametr esa ikkinchi urinmaga qo'shma bo'lgan diametrga o'tadi. **901**. $x'=-\frac{\lambda^2}{2p}(2(a_1-\alpha m)x+2(a_2-\beta m)y+a-m^2)$,

$y'=\lambda(\alpha x+\beta y+m)$, λ, m-ixtiyoriy parametrlar. **904.** $\frac{4}{3}a\sqrt{2pa}$. **905**. $y=kx+\frac{p}{2k}-$

$k\left(\frac{9P^2}{32p}\right)^{\frac{1}{3}}$ **906.** $2px-2my+m^2-2p=0$, bu yerda $m=y_1\pm y_0$ va y_0 - parabola uchidagi urinmaga parallel vatar uchining ordinatasi. Bu vatar paraboladan berilgan yuzali segmentni ajratadi. **911**.

$$x+\frac{a_{12}}{a_{11}}y+\frac{a_1}{a_{11}}=\left(X+\frac{a_{12}}{a_{11}}Y+\frac{a_1}{a_{11}}\right)\cos\theta-\left(Y+\frac{a_1}{a'}\right)\frac{a}{b}\sin\theta,$$
$$y+\frac{a_2}{a'}=\left(X+\frac{a_{12}}{a_{11}}Y+\frac{a_1}{a_{11}}\right)\frac{b}{a}\sin\theta-\left(Y+\frac{a_2}{a'}\right)\cos\theta.$$

918. (-1:1). **919** (1:2).

920. $(-1:-\lambda)$. **921** $x_1:x_2=7(x-2):(4+x)$. **922**. (1:-1). **923**. $x_1:x_2=(x-1):x$. **924**.

$$x_1':x_2'=\frac{\begin{vmatrix}b_1 & b_2\\ a_1 & a_2\end{vmatrix}\begin{vmatrix}x_1 & x_2\\ c_1 & c_2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}b_1 & b_2\\ c_1 & c_2\end{vmatrix}\begin{vmatrix}x_1 & x_2\\ a_1 & a_2\end{vmatrix}}.$$ **926**. $x_1'=a_{11}x_1,\ x_2'=a_{22}x_2$.

928. $x_1^{*}{}'=13(6x_1^*+13x_2^*),\ x_2^*=6(36x_1^*+13x_2^*)$. **929**. $x_1'=a_{11}x_1+a_{12}x_2,\ x_2'=a_{22}x_2$.

930. *(1: - 1), (1:2)*. **931**.
$$\rho x_1'=\begin{vmatrix}\lambda a & b\\ \mu c & d\end{vmatrix}x_1+\begin{vmatrix}a & \lambda a\\ c & \mu c\end{vmatrix}x_2,$$
$$\rho x_2'=\begin{vmatrix}\lambda b & b\\ \mu d & d\end{vmatrix}x_1+\begin{vmatrix}a & \lambda b\\ c & \mu d\end{vmatrix}x_2.$$
932. $\begin{vmatrix}3-\lambda & -5\\ 1 & 1-\lambda\end{vmatrix}=0$ tenglama yechimlari kompleks sonlardan iborat. **933**.

$$\rho x_1'=\lambda b_1'\begin{vmatrix}x_1 & x_2\\ a_1 & a_2\end{vmatrix}+\mu a_1'\begin{vmatrix}x_1 & x_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix},\ \rho x_2'=\lambda b_2'\begin{vmatrix}x_1 & x_2\\ a_1 & a_2\end{vmatrix}+\mu a_2'\begin{vmatrix}x_1 & x_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix}..$$

935. $\rho x_1'=a_{11}x_1+a_{12}x_2$, $\rho x_2'=a_{21}x_1+a_{11}x_2$ va ayniy almashtirish.

936. $(-\lambda; 1)$.**937**. *A,B,C* nuqtalarni yangi sistemasining fundamental nuqtalari deb olinsin.**938**. 1) $\frac{12}{25}$; 2) $-\frac{76}{9}$ 3) ∞. **939**. *A* nuqta orqali to'g'ri chiziq o'tkazamiz, ixtiyoriy ravishda koordinatalar boshini tanlab olamiz va *A* nuqtaning affin koordinatasi sifatida (-1) ni olamiz, so'ngra bu to'g'ri chiziqqa nisbatan $B'(\frac{3}{4})$, $C'(2)$ nuqtalarni yasaymiz. BB', CC' to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan boshlang'ich to'g'ri chiziqqa affin sistemasining $0, \infty, E$ nuqtalarini proyeksiyalab, izlangan nuqtalarni topamiz. **940**. *Ko'rsatma*: 939 masalaga qarang. **941**.$(5:7)$.**943**.$D(-1:14)$, $F(-1;2)$, $G(-1:24)$, $H(1:16)$, $O(3:8)$, $E(1:6)$. **944**.1) $M(3:2:1)$, 2) $N(12, 9)$, 3) $R(5:0:-3)$; 4) $(1:1:0)$. **945**.$(0:1:-1)$.**946**.*Ox* o'qining tenglamasi: $x_1'+x_2'=0$, *Oy* o'qining tenglamasi: $x_1'-x_2'=0$, xos bo'lmagan to'g'ri chiziq tenglamasi: $x_1'+x_2'+2x_3'=0$. **947**. 1) $3x_1+x_2+9x_3=0$; 2) $x_1=3\alpha-\beta$, $x_2=3\beta$, $x_3=-\alpha$;
3) $\alpha=0$, $x_1=3\beta$, $x_3=0$. **948.** To'g'ri chiziqlar koordinataviy uchburchak tomonlaridan birida kesishadi. **949.** Ikkala nuqtasiga ham qarama-qarshi to'g'ri chiziq bazis uchburchakning uchidan o'tadi. **950. 1)** $(-3:4:1)$; **2)** $(2x+3x_2-6x_3)+\beta(x+3x_3)=0$; **3)** $x_2-4x_3=0$. **953.** Ikkita. **958.** Uchburchak tomonlarining xosmas nuqtalari: $(0:1:-1)$; $(1:0-1)$; $(1:-1:0)$; $0_1, E, 0_2E, 0_3E_3$
to'g'ri chiziqlarning noxos nuqtalarining koordinatalari: $(-2:1:1)$, $(1:-2:1)$, $(1:1:-2)$. **959.** $x_1+x_2+x_3=0$. **960.** $ax+by+cz=0$ bu yerda *a,b,c* sonlar $0_1\,0_2\,0_3$ uchburchak tomonlarining uzunliklari. **961.** $\frac{ax}{CosA}+\frac{by}{CosB}+\frac{cz}{CosC}=0$; bu yerda *a, b, c* sonlar mos ravishda $0_1\,0_2\,0_3$ uchburchak tomonlari, *A,B,C* esa mos ravishda $0_1\,0_2\,0_3$ uchburchakning burchaklari. **962.** $x_1-x_2-x_3=0$. **963.** $(2:0:-1)$, $2u_1-u_3=0$.
964. $\begin{vmatrix} 5 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -3 \\ 8 & 6 & 3 \end{vmatrix}=0$, $15x_1-9x_2-22x_3=0$. **965.** $u_1-u_2-u_3=0$, $(1;-1;-1)$. **966.** $(2:0:1)$ $2u_1+u_3=0$. **967.** $(2:0:1)$, $2x_1+x_3=0$. **968.** $(120:14:-203)$. **969.** $(5:-1:10)$, $5x_1-x_2+10x_3=0$. **970.** $(2:3:0)$, $(5:0:-3)$, $(0:5:2)$. **971.** $2x_2+x_3=0$, $2x_1-$

$3x_2=0$, $x_1+3x_3=0$, $3x_1+x_2-4x_3=0$; *(0:2:1), (2:0:-3), (1:3:0), (3:1:-4)*. **972.** $x_2-x_3=0$, $x_3-x_1=0$, $x_1-x_2=0$; *(0:1:-1), (1:0:-1), (1:-1:0)*. **973.** *(1:-1:0)*. **974.** 0_10_2 va AB, O_3O_2 bilan BC, O_2O_1 va AC to'g'ri chiziqlarining kesishish nuqtasi mos ravishda $(\lambda:u:0)$, $(0:\mu:-v)$, $(\lambda:0:-v)$, $\begin{vmatrix} \lambda & -\mu & 0 \\ \lambda & 0 & -v \\ 0 & \mu & -v \end{vmatrix} = 0$ munosbatlar o'rinli bo'lgani uchun bu nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi. **975.** *$(0:u_2:u_3)$, $(u_1:0:u_3)$,$(u_1:u_2:0)$*. **981.** $(ABCD)=-9$. **982.** $(abcd)=-\frac{1}{4}$. **983.** $E_1(0:1:1)$, $E_3(1:1:0)$, $P(1:2:1)$, $Q(-1:0:1)$, $(E_1E_3PQ)=-1$. **984.** $D(4:0:-1)$. **985.** $d(-1:5:0)$. **986.** $O_2A(0:0:1)$, $O2B(1:0:0)$, $O_2C(1:0:1)$, $O_2D(1:0:-1)$ $(0_2A, 0_2B, 0_2C, 0_2D)=-1$. **991.** Trapetsiya yon tomonlarining kesishish nuqtasi orqali o'tib asoslariga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq. **992.** To'g'ri burchakli uchburchak to'g'ri burchagi ichki va tashqi bissektrisalarining gipotenuza bilan kesishishidan hosil qilingan kesma o'rtasini to'g'ri burchak uchi bilan birlashtirgan to'g'ri chiziq. **993.** Berilgan burchakka qo'shni bo'lgan burchak bissektrisasi. **994.** Uchburchakning uchinchi tomoniga parallel bo'lgan va unga qarama-qarshi uchdan o'tuvchi to'g'ri chiziq. **995.** $(3:10:19)$. **996.** $(\lambda\alpha x_1+\beta y_1):(\lambda\alpha x_2+\beta y_2):(\lambda\alpha x_3+\beta y_3)$. **997.** $x_3=0$. **998.** $x:y:z=4x_2:4x_3:(x_1+x_2+2x_3)$. **999.** $x_1:x_2:x_3=(-6x_1-6y+6z):2x:3y$. **1000.** 0_1, 0_2, 0_3 bazis nuqtalari va birlik $S(1:2:3)$ nuqtasidan iborat proektiv sistemadagi nuqta: $E(6:3:2)$. **1001.** Oldingi uchta nuqtani koordinata uchburchagi uchidan qarama-qarshi tomonlarga proyeksiyalab, to'rtinchi nuqtaning proyeksiyasini yasaymiz. **1002.** $F(-15:4:-24)$, $G(3:4:-4)$. **1003.**

$$x=\frac{x_1}{x_2},\quad y=\frac{x_2}{x_3}$$

1004. $347x-250y-74=0$; $1513x-500y-1786=0$; $x-2=0$.

1005. $x_1=\lambda(8x_1'-4x_2')$, $x_2=\lambda(2x_1'-4x_2'+4x_3')$, $x_3=\lambda(2x_1'-x_2'+x_3')$.

1006. $$\begin{aligned}&x_1' : x_2' : x_3' = (x_2 - x_3) : x_2 : (-x_1 + x_2),\\&u_1 : u_2 : u_3 = -u_3' : (u_1' + u_2' + u_3') : -u_1',\\&x_1 : x_2 : x_3 = (x_2' - x_3') : x_2' : (-x_1' + x_2'),\\&u_1' : u_2' : u_3' = -u_3 : (u_1 + u_2 + u_3) : -u_1.\end{aligned}$$

1007. $u_1' = -11(2u_1 + u_2),\ u_2' = 8(3u_1 + u_3),\ u_3' = 3(u_1 + 2u_2 + 4u_3).$

1008. $x_1' : x_2' : x_3' = x_2 : x_3 : x_1.$

1009. $\sigma x_1 = 32x_1' - 20x_2' + 3x_3',\ \sigma x_2 = 16x_1' + 40x_2' + 4x_3',\ \sigma x_3 = 16x_1' + 60x_2' - x_3'.$

1010. $A'(-1:13:14),\quad B'(11:23:28),\quad C'(-1:1:2).$

1011. $O_1'(1:1:1),\ O_2'(1:-4:0),\quad O_3'(-1:0:1),\ E'(1:-3:2).$

1012. $a'(-8:6:-11),\ b'(7:6:-36),\ c'(-18:1:14).$

1013. $u_1' : u_2' : u_3' = u_1 : (-u_1 + u_3) : (-u_1 + u_2),\ u_1 : u_2 : u_3 = u_1' : (u_1' + u_3') : (u_1' + u_2').$

1014. $O_1'O_2'(2:6:-7),\ O_2'O_3'(7:6:-2),\ O_3'O_1'(8:9:-13).$

1015. $A'(-10:1:4),\ B'(-10:3:3).$

1016. $a'(7:-2:2),\quad b'(-4:5:4).$

1017. $$\begin{aligned}&x_1 : x_2 : x_3 = (3x_2' + 6x_3') : (14x_1' + x_2' - 5x_3') : (7x_1' + 5x_2' - 4x_3'),\\&u_1 : u_2 : u_3 = (u_1' + u_2' + 3u_3') : (2u_1' - 2u_2' + u_3') : (-u_1' + 4u_2' - 2u_3'),\\&u_1' : u_2' : u_3' = (14u_2 + 7u_3) : (3u_1 + u_2 + 5u_3) : (6u_1 - 5u_2 - 4u_3)\end{aligned}$$

1018. $ux_1' = c_1x_1,\ ux_2' = c_2x_2,\quad ux_3' = c_3x_3.$

1019. $\rho x_1' = x_2,\ \rho x_2' = x_1,\quad \rho x_3' = x_2$

1020. $x_1' = \lambda x_1,\quad x_2' = \lambda x_2,\quad x_3' = \lambda(x_1 + x_2 - x_3).$

1021. $x_1' = -x_1,\quad x_2' = x_2,\quad x_3' = x_3$

1022. $x_1' = \lambda(a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3),\quad x_2' = \lambda(a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3),\ x_3' = \lambda x_3.$

1023. $x_1' = \mu(x_1 + \alpha x_3),\quad x_2' = \mu(x_2 + \beta x_3),\quad x_3' = \gamma x_3.$

1024. $x_1' = \lambda a_{11}x_1,\quad x_2' = \lambda a_{22}x_2,\quad x_3' = \lambda(a_{13}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3).$

1025. $x' = \dfrac{-15x + 43y}{5x - 9y + 16},\quad y' = \dfrac{7x - 3y}{5x - 9y + 16}.$

1026. $u_1^{'} = \dfrac{u_1^{0'}}{u_1^{0}}u_1, \quad u_2^{'} = \dfrac{u_2^{0'}}{u_2^{0}}u_2, \quad u_3^{'} = \dfrac{u_3^{0'}}{u_3^{0}}u_3.$

1027. $x^{'} = \dfrac{abx}{(2a-b)x+2(b-a)} \quad y^{'} = \dfrac{2(b-a)y}{(2a-b)x+\neq 2(b-a)}$**.**

1028. $x^{/} = \lambda(x_2+x_3), \quad x_2' = \lambda(x_1+x_3) \quad x_2' = \lambda(x_1+x_2).$

1029. $(1:2:0)$ nuqta $(-3:4:0)$ nuqtaga o'tadi.

1030. $u_1':u_2':u_3' = (u_1+5u_2-u_3):(4u_1+2u_2+14u_3):(7u_1-u_2+11u_3)$**,**

$$x_1':x_2':x_3' = (2x_1+3x_2-x_3):(-3x_1+x_2+2x_2):(4x_1-x_2-x_3),$$
$$x_1:x_2:x_3 = (x_1'+4x_2'+7x_3'):(5x_1'+2x_2'-x_3'):(-x_1'+14x_2'+11x_3').$$

1031. 1) $x_1':x_2':x_3' = (x_1-4x_2+3x_3):(2x_1+4x_2-3x_2):(x_1+5x_2-3x_3);$

2) $x_1':x_2':x_3' = (7x_1-7x_2+10x_3):(9x_1-7x_2+11x_3):(3x_1+x_2+x_3);$
3) $x_1':x_2':x_3' = (3x_1-5x_2+9x_3):(3x_1+x_2-3x_3):(4x_1+x_{_2}-3x_3).$

1032. $x_1':x_2':x_3' = (x_1+x_2-2x_3):(x_1-x_3):(2x_1-2x_2+x_3)$**.**

1033. $x_1':x_2':x_2':x_3' = (2x_1+3x_2-7x_3):(3x_1-5x_2+4x_3):(8x_1-9x_2+x_3)$**.**

1034. $x_1':x_2':x_3' = px_1:qx_2:rx_3.$

1035. $(1:2:-3)$, $(2:0:-5)$ nuqtalar mos ravishda $(5:4:-17)$, $(4:3:-22)$ to'g'ri chiziqlarga o'tadi. $(2:0:-7)$, $(0:1:-2)$ to'g'ri chiziqlar mos ravishda $(-3:17:20)$ $(2:12:3)$ nuqtalarga o'tadi; $x_1:x_2:x_3 = (2u_1+u_3):(5u_1-14u_2-u_3):(3u_1-7u_2-2u_3).$

1036. $x_1:x_2:x_3 = u_1:u_2:u_3.$

1037. $x_1':x_2':x_3' = (11x_1-7x_2+8x_3):(14x_1-18x_2+22x_3):(-5x_1+15x_2-20x_3).$

1038. $u_1:u_2:u_3 = (2x_1+x_2-x_3):x_2:(x_2+x_3).$

1039. $u_1:u_2:u_3 = 2x_1:(x_2+x_3):(2x_1-3x_2+5x_3)$ yoki

$x_1:x_2:x_3 = 4u(u_1+5u_2-u_3):(-u_1+3u_2+u_3).$

1040. $x_1:x_2:x_3 = (3u_1+u_2-u_3):(u_1+2u_2-u_3):(2u_1+3u_2+4u_3)$

yoki $u_1:u_2:u_3 = (11x_1-7x_2+x_3):(-6x_1+14x_2+2x_3):(-x_1-7x_2+5x_3)$**.**

1041. *(1:1:1)* va *(7:3:5)* **1042.** 1) Ajralmaydigan haqiqiy chiziq;

2) ajralmaydigan haqiqiy chiziq; 3) 2 ta haqiqiy to'g'ri chiziq. 4) ajralmaydigan haqiqiy chiziq; 5) chiziq ikkita mavhum chiziqlarga ajraladi.

1044. $1)\ x' = \frac{1}{x};\ y' = \frac{y}{x};\quad 2)\ x' = \frac{1}{x+y},\ y' = \frac{x-y}{x+y};\quad 3)\ x' = \frac{x}{y+1},\ y' = -\frac{y-1}{y+1};$

$4)\ x' = \frac{x}{y},\ y' = \frac{1}{y};\quad 5)\ x' = \frac{a^2}{x},\ y' = \frac{ay}{x}.$

1045. $x_1' = \sqrt{\frac{a_{12}a_{13}}{a_{23}}}x_1,\ \ x_2' = \sqrt{\frac{a_{12}a_{23}}{a_{13}}}x_2,\ \ x_3' = \sqrt{\frac{a_{23}a_{31}}{a_{12}}}x_3.$

1046. $2y_1y_2 - y_1y_3 - y_2y_3 = 0$. **1047.** $2y^2{}_1 - y_2^2 - y_3^2 = 0$. **1048.** $y_3^2 - y_1y_2 = 0$.

1049. $x' = -\frac{13x+25}{x+13},\ y' = \frac{-12y}{x+13}$. **1050.** $x' = \frac{30(x-2y+10)}{x-9y+55},\ y' = \frac{5(x+9y-35)}{-x+9y-55}$.

1051. $x' = \pm\frac{b}{y}(x\,ch\theta + a\,sh\theta),\quad y' = \pm\frac{b^2}{ay}(xsh\theta + ach\theta)$.

1052. $x' = \frac{25(x+y+1)}{x-11y+121},\ y' = 10\frac{-x+5y+11}{x-11y+121}$. **1053.** $x' = 5\frac{-x+4}{x+4};\ y' = \frac{10y}{x+4}$.

1054. $2bx_1x_2 + x_3^2 = 0$. **1057.** $6x^2 + 3xy - y^2 + 2x - y = 0$.

1058. $25x^2 - 30xy + 9y^2 - 150x - 90y + 225 = 0$.

1060. $9x^2 + 12xy + 16y^2 - 72x - 96y + 144 = 0$. **1061.** $4x^2 + 6xy + 9y^2 - 36x - 54y = 0$.

1062. Berilgan to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi bilan 0_10_2 kesmaning o'rtasini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq.

1065. $a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + (a_{12}+a_{21})x_1x_2 + (a_{13}+a_{31})x_1x_3 + (a_{23}+a_{32})x_2x_3 = 0.\ \ a_{ik} = a_{ki}$ holda $a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + 2a_{12}x_1x_2 + 2a_{13}x_1x_3 + 2a_{23}x_2x_3 = 0.$

1066. $x - 6y + 8 = 0$.

1067. $1)\ 55x - 6y + 10 = 0;\ \ 2)\ 15x + 11y + 14 = 0;\ \ 3)\ 19x + 4y = 0;\ \ 4)\ x_3 = 0$ – xos bo'lmagan to'g'ri chiziq; 5) Polyarasi noaniq; chiziq ikkita to'g'ri chiziqdan iborat va berilgan nuqta shu to'g'ri chiziqlarning kesishgan nuqtasidir. **1068.** $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = t,\ \ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = t$. **1072.** Ikkinchi tartibli chiziq ikkita to'g'ri chiziqqa ajralgan, va ayni vaqtda, berilgan to'g'ri chiziq ana shu ikki to'g'ri chiziq aniqlab bergan dastaga tegishli holda sistema aniqlanmagan; berilgan ikkinchi tartibli chiziq ikkita to'g'ri chiziqqa ajralib, berilgan to'g'ri chiziq esa shu to'g'ri chiziqlar aniqlagan dastaga tegishli bo'lmasa, sistema birgalikda emas. **1073.** $1)\ (-3,1);\ 2)(3,3);\ 3)(0,3);\ 4)(1:-1:0)$- xos bo'lmagan nuqtadan iborat bo'lib, berilgan to'g'ri chiziq esa $\{1-1\}$ yo'nalishidagi vatarlarga qo'shma diametr vazifasini bajaradi; 5) noaniq qutb: qutbning geometrik o'rni $9x-y+19=0$ to'g'ri chiziqdan iborat. **1074.** $(1,-1)$. **1075.** $y=1$. **1076.** $(-7,-5)$. **1077.** $(1,-A)$. **1078.** *Ko'rsatma*: Bitta o'qi egri chiziq o'qidan, ikkinchi o'qi esa ana shu o'qqa perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziqdan iborat koordinatalar sistemasiga nisbatan chiziq tenglamasi yozilsin.

1079. *Ko'rsatma*: Koordinatalar boshi fokusdan iborat sistemaga nisbatan egri chiziq teglamasi ushbu ko'rinishga ega: $x^2(1-c^2)+y^2-2pcx-p^2=0$. Direktrisada yotgan nuqtaning polyarasini aniqlash kerak.**1080.** *Ko'rsatma*: Qutbiy qo'shmalik shartidan foydalanish kerak. **1081.** $3x-y+10=0$. **1082.** $7x^2+2xy-6x-10y+15=0$.

1083. $2x^2-xy+y^2-3x+y=0$. **1084.** $\frac{b}{k}x+by+c^2=0$.

1085. $15\varsigma^2-4\varsigma\eta+12\eta^2+50\varsigma+100\eta-625=0$. **1086.** *Ko'rsatma*: Ikkinchi tartibli chiziqning koordinatalar boshi fokusdan iborat sistemaga nisbatan yozilgan tenglamasi ushbu ko'rinishda bo'ladi: $x^2(1-C^2)+y^2-2pcx-p^2=0$; shu chiziqqa o'tkazilgan urinmalarning qutbini aniqlaymiz. **1087.** $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-y^2=\frac{9}{4}$.

1088. $x=\frac{3\bar{x}^2-6\bar{x}\bar{y}+9\bar{y}^2-9\bar{x}+18\bar{y}}{2\bar{x}^2-4\bar{x}\bar{y}+6\bar{y}^2-12\bar{x}+24\bar{y}+27},\quad y=\frac{-3\bar{x}^2+6\bar{x}\bar{y}-9\bar{y}^2+18\bar{x}-45\bar{y}-54}{2\bar{x}^2-4\bar{x}\bar{y}+6\bar{y}^2-12\bar{x}+24\bar{y}+27}$,

bunga $\bar{x},\bar{y}$ sonlar $x^2-2xy-y^2-6x=0$ tenglamani qanoatlantiradi.

1089. $(x^2+y^2)[y(y_1+y_2)+x(x_1+x_2)]-2(x_1x+y_1y)(x_2y+y_2y)=0$.

1090. $y=0, |x|>1$. **1091.** $2x^2+3y^2+x-1=0$. **1092.** $\begin{vmatrix} F_x & F_y & F_z \\ \Phi_x & \Phi_y & \Phi_z \\ Az & \beta z & -(Ax+\beta y) \end{vmatrix}=0$.

1093. $\begin{vmatrix} F_x & F_y & F_z \\ A & B & C \\ y-y_0 & x-x_0 & xy_0-x_0y \end{vmatrix}=0$.

1094. $$a_{11}\begin{vmatrix} F_y & F_z \\ \Phi_y & \Phi_z \end{vmatrix}^2+2a_{12}\begin{vmatrix} F_y & F_z \\ \Phi_y & \Phi_z \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} F_z & F_x \\ \Phi_z & \Phi_x \end{vmatrix}+a_{22}\begin{vmatrix} F_z & F_x \\ \Phi_z & \Phi_x \end{vmatrix}^2+$$
$$+2a_1\begin{vmatrix} F_y & F_z \\ \Phi_y & \Phi_z \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} F_x & F_y \\ \Phi_x & \Phi_y \end{vmatrix}+2a_2\begin{vmatrix} F_z & F_x \\ \Phi_z & \Phi_x \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} F_x & F_y \\ \Phi_x & \Phi_y \end{vmatrix}+a\begin{vmatrix} F_x & F_y \\ \Phi_x & \Phi_y \end{vmatrix}^2=0.$$

1095. $\begin{vmatrix} F_x & F_y & F_z \\ k & -1 & y-kx \\ A & B & C \end{vmatrix}=0.$ **1096.** $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & A \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & B \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & C \\ A & B & C & O \end{vmatrix}>0$

1097. $1)(aA+bB+C)^2-r^2(A^2+B^2)<0;\quad 2)\ a^2A^2\pm b^2B^2-C^2>0;\ \ 3)\,2Ac-\rho B^2<0.$

1098. $$a(by\omega'-czv')(by\omega''-czv'')+b(czu'-ax\omega')(czu''-ax\omega'')+$$
$$+c(axv'-byu')(axv''-byu'')=0.$$

1099. $\begin{vmatrix} F_{x_1} & F_{x_2} & F_{x_3} \\ \Phi_{x_1} & \Phi_{x_2} & \Phi_{x_3} \\ A_1 & A_2 & A_3 \end{vmatrix}=0$ **1100.** $\begin{vmatrix} F_x & F_y & F_z \\ \Phi_x & \Phi_y & \Phi_z \\ \Psi_x & \Psi_y & \Psi_z \end{vmatrix}=0$ **1101.** *Ko'rsatma*: Diametr xos bo'lmagan nuqta polyarasidan iborat. **1102.** $x_1'=-x_1,\ x_2'=x_2,\ x_3'=x_3$.

1103. $\zeta=\dfrac{x+2y-2}{2x+2y-3},\ \zeta=\dfrac{2x+y-2}{2x+2y-3}$. **1104.** $uw-\chi vt=0$.

1105. $u\omega-\dfrac{u_S\omega_S}{v_St_S}vt=0$. **1106.** $16x^2+47xy+30y^2-112x-172y+196=0$.

1107. $3x^2-6xy+10y^2-3x-10y-60=0$;*Ko'rsatma: B* nuqtadan va *AB*, *DC* to'g'ri chiziqlarning *AD*, *CE* to'g'ri chiziqlar bilan kesishish nuqtasidan o'tuvchi ikkinchi tartibli chiziq tenglamasini tuzing. **1108.** *Ko'rsatma*: Berilgan chiziqlarning o'qlariga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlarni koordinatalar o'qlari deb qabul qilib, berilgan chiziqlarning kesishish nuqtasidan o'tuvchi ixtiyoriy

chiziq tenglamasini yozamiz: $(a_{11}x^2+a_{22}y^2+...)+\lambda(b_{11}x^2+b_{22}y^2+...)=0$. **1109.** *Oy* o'qi sifatida berilgan nuqtadan berilgan chiziqqa urinma va *Ox* o'qi sifatida esa shu nuqtadagi normalni qabul qilib, tenglamasini yozamiz.
$a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_{13}x=0;$ ikkita katetdan tashkil topgan chiziq tenglamasi $x^2+2b_{12}xy-y^2=0;$ u holda
$a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_{13}x+a_{22}(x^2+2b_{12}xy-y^2)=0$ tenglama gipotenyza bilan urinmadan tashkil topgan ikkinchi tartibli chiziqni ifodalaydi. b_{12} ning har bir qiymatida bu gipotenuzalar bitta $\left(x=-\dfrac{2a_{13}}{a_{11}+a_{22}},\ y=0\right)$ nuqtadan o'tadi. **1110.**
Ko'rsatma: Teng tomonli giperbola yoki ikkita perpendikular to'g'ri chiziq uchun $y=0.$

1111. Koordinatalar o'qlari sifatida chiziq o'qlariga parallel to'g'ri chiziqlarni qabul qilamiz. U holda chiziqlar dastasining tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi: $(a_{11}x^2+a_{22}y^2+...)+\lambda(b_{11}x^2+b_{22}y^2+...)=0$. λ ning uchta qiymatida bu tenglama izlanayotgan to'g'ri chiziqlar juftlarini aniqlaydi, ularning kanonik tenglamasi: $(a_{11}x^2+a_{22}y^2)+\lambda(b_{11}x^2+b_{22}y^2)=0;$ bundan esa talab qilingan tasdiqning o'rinliligi kelib chiqadi. **1112.** $2F\omega_0^2-2F_0\omega^2=0$. **1113.** Izlanayotgan chiziq tenglamasini $2F-\lambda\omega^2=0$ deb yozish mumkin, bunda λ quyidagi tenglamaning ildizi: $\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda A^2 & a_{12}-\lambda AB & a_1-\lambda AC \\ a_{21}-\lambda AB & a_{22}-\lambda B^2 & a_2-\lambda BC \\ a_1-\lambda AC & a_2-\lambda BC & a-\lambda C^2 \end{vmatrix}=0,$

$$2F\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_1 & A \\ a_{21} & a_{22} & a_2 & B \\ a_1 & a_2 & a & C \\ A & B & C & 0 \end{vmatrix}-\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_2 \\ a_1 & a_2 & a \end{vmatrix}\omega^2=0.$$

1114. $\left(\dfrac{\omega_B}{u_B}u-\dfrac{\omega_A}{v_A}v\right)^2-2\left(\dfrac{\omega_B}{u_B}u+\dfrac{\omega_A}{v_A}v\right)\omega+\omega^2=0$. *AB* to'g'ri chiziq tenglamasi:

$\frac{\omega_B}{u_B}u+\frac{\omega_A}{v_A}v-\omega=0.$ **1115.** $9x^2-264xy+16y^2-72x-96y+144=0;$ $\left(\frac{8}{17},\ \frac{9}{17}\right).$

1116. $2F\cdot 2F_0-(x_0F_x+y_0F_y+z_0F_z)^2=0.$

1117. $(a_{11}+2a_{12}k+a_{22}k^2)\cdot 2F-[a_{11}x+a_{12}y+a_1+k(a_{21}x+a_{22}y+a_2)]^2=0$**.**

1118. $x-y\pm\sqrt{13}=0.$ **1119.** $x_0u+y_0v+\omega=0$**.1120.** $(x_1+x_2)u+(y_1+y_2)v+2\omega=0$**.**

1121. $d=\frac{u_1x_0+v_1y_0+\omega_1}{\sqrt{u_1^2+v_1^2}}$**.1122.** $-20u_1^2-15u_2^2+12u_3^2=0$**.1123.** $3v^2-4v\omega+8u\omega=0$**.**

1124. $R^2(u^2+v^2)=\omega^2$**. 1125.** 1) $a^2u^2+b^2v^2=\omega^2$; 2) $a^2u^2-b^2v^2=\omega^2$; 3) $2bk=p$.

1126. $p_{21}p_{13}x_1^2+p_{23}p_{21}x_2^2+p_{13}p_{32}x_3^2=0$. **1127.** $\left(\frac{9}{25};\frac{16}{25}\right).$ **1128.** Tangensial tenglamalar yordamida umumiy urinmalarni aniqlaymiz: $3x+y-1=0$ va $x+y-3=0$ **1129.** $30uv-14u\omega-15v\omega-\omega^2=0$**.**

1130. $31u^2+6v^2 5\omega^2-15uv-14u\omega-3v\omega=0$**.**

1131. $\alpha_1 T_2 T_3+\alpha_2 T_3 T_1+\alpha_3 T_1 T_2=0,$ bu yerda $T_j=x_ju+y_ju+\omega\ \ (j=1,2,3)$.

1132. $u_1u_3-\frac{u_1^0u_3^0}{u_2^0u_4^0}u_2u_4=0,$ bunda $\begin{matrix} u_i=x_iu+y_iv+\omega, \\ u_i^0=x_iu_0+y_iv_0+\omega_0 \end{matrix}$**.1133.** Ikkinchi tartibli chiziq M_1, M_3 nuqtalarda $M_1M_2,\ M_2M_3$ to'g'ri chiziqlarga urinadi. **1134.** $I_2^{(a)}=I_3^{(b}b_{33},\ I_3^{(a)}=\left(I_3^{(b)}\right)^2$**. 1135.** $\left(\frac{b_{13}}{b_{33}};\frac{b_{23}}{b_{33}}\right).$ **1136.** Agar $I_2^{(a)},\ I_3^{(a)}$ **-** nuqtaviy koordinatalarda shu chiziq tenglamasining invariantlari bo'lsa, u holda $I_2^{(a)}=I_3^{(b)}b_{33},\ I_3^{(a)}=\left(I_3^{(b)}\right)^2$**. 1137.** $b_{11}u^2+2b_{12}uv+b_{22}v^2+2b_{13}uw+2b_{23}vw=0$, bunda $I_3^{(b)}\neq 0$**. 1138.** $\begin{vmatrix} b_{22} & b_{23} \\ b_{32} & b_{33}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix} b_{11} & b_{13} \\ b_{31} & b_{33}\end{vmatrix};\ \begin{vmatrix} b_{12} & b_{23} \\ b_{13} & b_{33}\end{vmatrix}=0$**. 1139.** Izlanayotgan chiziqning tangensial koordinatalardagi tenglamasi $12uv+uw-vw=0$ va nuqtaviy koordinatalarda $x^2+2xy+y^2+24x-24y+144=0$**. 1140.** $\pi\sqrt{\frac{I_3^{(b)}}{b_{33}^3}}$**. 1141.** Tangensial koordinatalarda chiziq tenglamasi

$(4u+\omega)(-3u+\omega)-\lambda(2v+\omega)(-v+\omega)=0$ bundan (1135-masalaga qarang)

$x_C = \frac{1}{2(1-\lambda)}$, $y_C = \frac{-\lambda}{2(1-\lambda)}$ yoki $x_C + y_C = \frac{1}{2}$. **1142.** Tangensial koordinatalarda chiziq tenglamasi: $p(5u+\omega)\omega + q(4v+\omega)\omega + l(5u+\omega)(4v+\omega) = 0$; p, q sonlarni markazning koordina-talari yordamida aniqlaymiz. Nuqtaviy koordinatalarda tenglama quyidagi ko'rinishga ega: $x^2 + 2xy + 4y^2 - 6x - 12y + 9 = 0$. **1143.** Tangensial koordinatalarda chiziq tenglamasi:

$(4v+\omega)(6u+\omega) + \lambda\omega(4u+4v+\omega) = 0$. Ellips yuzi $\pi\sqrt{\frac{96\lambda}{(1+\lambda)^2}}$ ga teng. Yuzaning eng katta qiymati $\lambda = 1$ qiymatga to'g'ri keladi; $16x^2 + 8xy + 25y^2 - 96x - 120y + 144 = 0$.

1144. Agar chiziqning tangensial koordinatalarda tenglamasi $p\omega(u+\omega) + q\omega(v+\omega) + (u+\omega)(v+\omega) = 0$ bo'lsa, u holda

$S_0 = \pi\sqrt{\frac{2pq}{8(p+q+1)^3}}$, $x_C = \frac{p+1}{2(p+q+1)}$, $y_C = \frac{q+1}{2(p+q+1)}$. $p,\ q$ larni yo'qotish natijasida $(1-2x)(1-2y)(2x+2y-1) = \frac{4S_0^2}{\pi^2}$ ni hosil qilamiz. **1145.** Tangensial koordinatalarda chiziq tenglamasi: $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_1 & u \\ a_{21} & a_{22} & a_2 & v \\ a_1 & a_2 & a & \omega \\ u & v & \omega & 0 \end{vmatrix} = 0;$

bu tenglamada u, v, ω larni x, y va $-(x^2+y^2)$ bilan almashtirib, izlanayotgan tenglamani hosil qilamiz.

1146. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_1 & x-a \\ a_{21} & a_{22} & a_2 & y-b \\ a_1 & a_2 & a & -[x(x-a)+y(y-b)] \\ x-a & y-b & -[x(x-a)+y(y-b)] & 0 \end{vmatrix} = 0$.

1147. Affin koordinatalar boshi deb uchburchakning bitta uchi O ni olamiz. OA, OB tomonlarni esa o'qlarning birlik vektorlari deb qabul qilamiz. Chiziq tenglamasini tangensial koordinatalarda aniqlaymiz; u holda

$$\begin{vmatrix} 0 & x+y-\frac{1}{2} & x \\ x+y-\frac{1}{2} & 0 & y \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = I_3^{(b)} = 2(x-\frac{1}{2})(y-\frac{1}{2})(x+y-\frac{1}{2}) > 0;$$ bundan izlanayotgan nuqtalar to'plamini aniqlaymiz. **1148.** Markazi ellips markazi bilan ustma – ust tushuvchi radiusi esa, katta yarim o'qqa teng aylana. *Ko'rsatma*: $p^2+2cp\cos\varphi-b^2=0$ bunda p son o'ng fokusdan $x^2+y^2+2cx-b^2=0$ ellipsga o'tkazilgan urinmagacha bo'lgan perpendikular uzunligi.**1149.** $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ *Ko'rsatma*: F_1, F_2 nuqtalardan $ux+vy+\omega=0$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofalarni aniqlang. **1150.** $xy=\frac{S}{2\sin\omega}$, bunda S - uchburchak yuzasi, ω - berilgan to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak; berilgan to'g'ri chiziqlar koordinata o'qlari sifatida olingan. **1151.** $x^2+y^2=\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$**. 1152.** $(a^2+b^2)uv+bu\omega+av\omega=0,$ bunda a,b - berilgan nuqtadan berilgan to'g'ri chiziqlargacha bo'lgan masofalardir.**1153.** Parabola. Birlik vektorlari $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ larga teng bo'lgan, koordinata boshi esa, 0 nuqtada bilan ustma – ust tushuvchi koordinatalar sistemasiga nisbatan izlanayotgan chiziqning tangensial tenglamasi: $2uv+2v\omega+2v\omega=0$. **1154.** Agar berilgan to'g'ri chiziqlar tenglamalari $y=a_1,\ y=a_2$ bo'lsa, u holda izlanayotgan chiziq tenglamasi: $y\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right)+\frac{x^2}{4}\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right)^2-1=0$**. 1155.** Parabola: $Cuv\sin^2\omega+(A\cos\omega-\beta)u\omega+(B\cos\omega-A)v\omega=0$. *Ko'rsatma*: Koordinata boshi 0, o'qlari 0A, 0B bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasini qaraymiz. U holda o'qlarga perpendikular to'g'ri chiziqlar tenglamalari: $x\cos\omega+y-q=0,$ $x+y\cos\omega-p=0;$ AB to'g'ri chiziq tenglamasi: $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziqlar bitta dastaga tegishli: $p=-\frac{\omega}{u},\quad q=-\frac{\omega}{v}$**. 1156.** Ellips.**1157.** Ikkinchi tartibli

chiziq.**1159.** $\overrightarrow{AB}=\frac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}}{2}$, $\overrightarrow{BC}=\frac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}}{2}$, $\overrightarrow{CD}=\frac{\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}}{2}$, $\overrightarrow{DA}=-\frac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}}{2}$.

1160. $\vec{BC}=\frac{4\boldsymbol{l}-2\boldsymbol{k}}{3}$, $\vec{CD}=\frac{2\boldsymbol{l}-4\boldsymbol{k}}{3}$. **1161.** $\overrightarrow{AD}=\frac{\vec{AB}+\vec{AC}}{2}$. **1162.** 0. **1164.**
$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{p}+\boldsymbol{q}$, $\overrightarrow{CD}=-q$, $\overrightarrow{DE}=-\boldsymbol{p}$, $\overrightarrow{EF}=-\boldsymbol{p}-\boldsymbol{q}$. **1167.**Uchburchak medianalarining kesishish nuqtasi. **1168.** Diagonallarining kesishish nuqtasi. **1169.** $\vec{OM}=\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}+\frac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}$.

1170. $\vec{AD}=\frac{\vec{AB}\left|\vec{AC}\right|+\vec{AC}\left|\vec{AB}\right|}{\left|\vec{AB}\right|+\left|\vec{AC}\right|}$.

1171. $\overrightarrow{A'B'}=\boldsymbol{p}$, $\overrightarrow{A'D'}=-\boldsymbol{q}$, $\overrightarrow{A'C'}=\boldsymbol{p}+\boldsymbol{q}$, $\overrightarrow{A'B}=\boldsymbol{p}-\boldsymbol{r}$, $\overrightarrow{A'D}=\boldsymbol{q}-\boldsymbol{r}$, $\overrightarrow{A'C}=\boldsymbol{p}+\boldsymbol{q}-\boldsymbol{r}$.

1172. $\vec{BC}=\boldsymbol{c}-\boldsymbol{b}$, $\vec{CD}=\boldsymbol{d}-\boldsymbol{c}$, $\vec{DB}=\boldsymbol{b}-\boldsymbol{d}$, $\vec{DM}=\frac{\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}}{2}-\boldsymbol{d}$, $\vec{AQ}=\frac{\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}}{3}$

1173. $\vec{MN}=\frac{\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}-a}{2}$, $\vec{PQ}=\frac{\boldsymbol{c}+a-b}{2}$, $\vec{RS}=\frac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}}{2}$. **1174.** $\vec{EF}=\frac{\boldsymbol{m}+\boldsymbol{p}}{2}-\frac{\boldsymbol{n}+\boldsymbol{q}}{2}$.

1175. $\boldsymbol{r_1}+\boldsymbol{r_3}-\boldsymbol{r_2}$. **1176.** $\boldsymbol{x}=\frac{[\boldsymbol{r_3}[\boldsymbol{r_2}\boldsymbol{r_3}]](\boldsymbol{r_1}\boldsymbol{r_2})+[[\boldsymbol{r_2}\boldsymbol{r_3}]\boldsymbol{r_2}](\boldsymbol{r_1}\boldsymbol{r_3})}{[\boldsymbol{r_2}\boldsymbol{r_3}]^2}$.

1177. $\boldsymbol{r}=\frac{m_1\boldsymbol{r_1}+m_2\boldsymbol{r_2}+\ldots+m_n\boldsymbol{r_n}}{m_1+m_2+\ldots+m_n}$. **1179.** $\boldsymbol{r}=\frac{\boldsymbol{r_1}+\boldsymbol{r_2}+\boldsymbol{r_3}}{3}$. **1180.** $\boldsymbol{r}=\frac{\boldsymbol{r_1}+\boldsymbol{r_2}}{2}$.

1181. $\boldsymbol{r_4}=\boldsymbol{r_1}+\lambda(\boldsymbol{r_3}-\boldsymbol{r_2})$, $\boldsymbol{r'}=\frac{\boldsymbol{r_1}+\lambda\boldsymbol{r_3}}{1+\lambda}$, $\boldsymbol{r''}=\frac{\boldsymbol{r_1}-\lambda\boldsymbol{r_2}}{1-\lambda}$.

1182. $\boldsymbol{r_C}=\boldsymbol{r_B}+\boldsymbol{r_D}-\boldsymbol{r_A}$, $\boldsymbol{r'_B}=\boldsymbol{r_B}-\boldsymbol{r_A}+\boldsymbol{r_{A'}}$, $\boldsymbol{r'_C}=\boldsymbol{r_B}+\boldsymbol{r_D}+\boldsymbol{r_{A'}}-2\boldsymbol{r_A}$, $\boldsymbol{r_{D'}}=\boldsymbol{r_D}-\boldsymbol{r_A}+\boldsymbol{r_{A'}}$.

1183. $\boldsymbol{r}=\frac{\boldsymbol{r_1}+\boldsymbol{r_2}+\boldsymbol{r_3}}{3}$. **1184.** $\{-30,\ 21\}$, $\{0,\ 0\}$. **1185.** $\alpha=2,\ \gamma=-3$. **1186.**
1) $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$; 2) $\boldsymbol{c}=2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$ 3) $\boldsymbol{c}=-\frac{3}{2}\boldsymbol{a}$. **1187.** $\{0{,}6,\ -0{,}8\}$, $\{-0{,}6,\ 0{,}8\}$

1188. $\left\{\frac{3}{\sqrt{130}},\ \frac{11}{\sqrt{130}}\right\}$. **1189.** $\boldsymbol{b}=\{-2,\ -5\}$ **1190.** 1) $\{3{,}22,\ -3\}$; 2) $\{19,\ 39,\ 30\}$.

1191. 1) $\boldsymbol{d}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$; 2) $\boldsymbol{d}=5\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b}$; 3) $\boldsymbol{d}=4\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}$. **1192.** 1) $\boldsymbol{a,b,c}$ vektorlar chiziqli bog'liq emas; 2) $\boldsymbol{a,b,c}$ vektorlar chiziqli bog'liq va $\boldsymbol{c}=\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$;

3) $\boldsymbol{a,b,c}$ vektorlar chiziqli bog'liq, lekin $\boldsymbol{c}$ vektorni $\boldsymbol{a}$ va $\boldsymbol{b}$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi ko'rinishida tasvirlab bo'lmaydi, chunki $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ vektorlar o'zaro kollinear, ammo $\boldsymbol{c}$ vektor ularga kollinear emas.

1194. $\alpha = 2,\ \beta = 3,\ \gamma = 5$ **1195.** $\left\{-\frac{8}{9}, \frac{4}{8}, \frac{1}{9}\right\}$ **1196.** $\left\{-\frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right\}$ **1197.** 5.

1198. 1) 20; 2) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) 0; 4) 18; 5) -3. **1199.** -19. **1200.** $\cos\alpha = \frac{4}{5}$;

Ko'rsatma: Uchburchakning medianalari bo'ylab yo'nalgan vektorlarni yon tomonlari bo'ylab yo'nalgan vektorlar orqali ifodalangan.

1202. $\frac{\pi}{3}$. **1203.** $-\frac{3}{2}$. **1204.** 0. **1205.** $\overrightarrow{CH} = \frac{\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{в} + \boldsymbol{в}^2\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{c}^2}$. Ko'rsatma: H nuqta AB gipotenuzani $\overrightarrow{AH} : \overrightarrow{BH} = \lambda = \boldsymbol{a}^2 : \boldsymbol{в}^2$ nisbatda bo'ladi.

1207. $CD^2 = \frac{\lambda}{1+\lambda}a^2 + \frac{\lambda}{1+\lambda}b^2 - \frac{\lambda}{(1+\lambda)^2}c^2$, *bunda* a, b, c – uchburchak tomonlarining uzunliklari. **1208**. *Ko'rsatma*: Har bir vektorni o'z uchi va oxirining radius vektorlari orqali ifodalang. **1209.** *Ko'rsatma*: Yuqoridagi masalaga qarang. **1210**. 1) -3; 2)0; 3)1. **1211**. 1) 45^0; 2) 90^0; 3) 135^0; 4) 180^0. **1212.** $\boldsymbol{x} = \{6,4\}$. **1213**. 1) 181; 2) $\{-254,\ 12\}$.

1214. -8. **1215.** 1) 31; 2) 6; 3)0. **1216**. 1) $\cos\alpha = \frac{1}{3}$; 2) $\alpha = 90^0$ **1217**. 1) 716; 2) -721; 3) -353. **1218.** $\{21, 42, 21\}$, 2) 280, 3) $\{115, 242, 137\}$. **1219**. 3.

1220. $\left\{\frac{6}{5\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{8}{5\sqrt{5}}\right\}$. **1221.** $\left\{\frac{1}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{4}, \frac{-1-\sqrt{5}}{4}\right\}$. **1222.**

$\left\{\frac{5}{\sqrt{2}}, -\frac{11}{\sqrt{2}}, \frac{4}{\sqrt{2}}\right\}$.

1223. $\boldsymbol{x}=\{2,7,3\}$ **1224.** 1) $-2[\boldsymbol{ab}]$; 2) $[\boldsymbol{ab}]$; 3) $\frac{3}{4}[\boldsymbol{ab}]$. **1229.** *Ko'rsatma*: Ushbu $[(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a})]=[\boldsymbol{ab}]+[\boldsymbol{bc}]+[\boldsymbol{ca}]$ ayniyatdan foydalaning. **1231.** $\boldsymbol{c}=\frac{[\boldsymbol{ab}]}{|\boldsymbol{a}|}$. **1232.** 1) $\{6,-3,-3\}$; 2) $\{-12,\ -26,\ 8\}$; 3) $\{0,\ 0,\ 0\}$. **1233.** $18\sqrt{2}$.

1234. 1) -7; 2) $\{-46,\ 29,\ -12\}$; 3) $\{-7,\ 7,\ 7\}$ **1236.** Tenglik quyidagi ikki shartdan kamida bittasi bajarilganda o'rinli bo'ladi: 1) ***b*** vektor ***a*** va ***c*** vektorlarga perpendikular; 2) ***a*** va ***c*** vektorlar kollinear. **1237.** $\boldsymbol{x}=\frac{\alpha[\boldsymbol{bc}]+[\boldsymbol{ca}]+\partial[\boldsymbol{ab}]}{\boldsymbol{abc}}$. *Ko'rsatma*: ***a,b,c*** *va* ***x*** vektorlarning to'g'ri burchakli koordinatalarning biror sistemasidagi yoyilmalarini yozib, vektorli uchta tenglamalar sistemasi o'rniga izlangan vektorning izlangan koordinatalariga nisbatan uchta chiziqli tenglamalar sistemasi olinsin, keyin shu koordinatalarini Kramer qoidasi bo'yicha toping va izlangan vektorning koordinat o'qlaridagi birlik vektorlar orqali uchta yoyilmasini yozing. Hosil qilingan yoyilmada α,β,γ ni o'z ichiga olgan hadlarni guruhlab chiqing, keyin aralash va vektor ko'paytmaning koordinatalardagi ifodalarni hisobga olib, javobda ko'rsatilgan formula hosil qilinadi.

1238. $\boldsymbol{b}_1=\frac{[\boldsymbol{a}_2\boldsymbol{a}_3]}{\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{a}_2\boldsymbol{a}_3}$, $\boldsymbol{b}_2=\frac{[\boldsymbol{a}_3\boldsymbol{a}_1]}{\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{a}_2\boldsymbol{a}_3}$, $\boldsymbol{b}_3=\frac{[\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{a}_2]}{\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{a}_2\boldsymbol{a}_3}$.

1239. $\boldsymbol{b}_1=\left\{-\frac{2}{3},\frac{4}{3},-1\right\}$, $\boldsymbol{b}_2=\left\{\frac{1}{3},\frac{1}{3},1\right\}$, $\boldsymbol{b}_3=\left\{\frac{2}{3},-\frac{1}{3},1\right\}$.

1241. *(0,0,0), (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1), (0,1,1), (1,0,1), (1,1,0), (1,1,1).*

1242. *1) (−x, −y, −z); 2) (x,y,−z); 3) (−x,− y, z).*

1243. *1) (x, 0,0); 2) (0,y,z)*.**1244**.

$d_x=\sqrt{y^2+z^2},\quad d_y=\sqrt{x^2+z^2},\quad d_z=\sqrt{x^2+y^2}.$

1245. $M(-6,-4,3)$. **1246**. $\frac{3}{7},\frac{2}{7},\frac{6}{7}$. **1247.** 45^0 yoki 135^0.

1248. $M_1\left(4\sqrt{2},\ 4,4\right)$ *va* $M_2\left(4\sqrt{2},\ -4,4\right)$ **1249**. $\sin\varphi_1=\frac{6}{11},\ \sin\varphi_2=\frac{2}{11},\ \sin\varphi_3=\frac{9}{11}$.

1250. $\cos\alpha_1=\frac{\cos\alpha}{\sin\gamma},\ \cos\beta_1=\frac{\cos\beta}{\sin\gamma},\ \cos\gamma_1=0.$

1251. $\cos\alpha=\frac{\cos\alpha_1+\cos\alpha_2}{2\cos\frac{\varphi}{2}},\ \cos\beta=\frac{\cos\beta_1+\cos\beta_2}{2\cos\frac{\varphi}{2}},\ \cos\gamma=\frac{\cos\gamma_1+\cos\gamma_2}{2\cos\frac{\varphi}{2}}.$

bunda φ — berilgan nurlar orasidagi burchak va

$\cos\varphi=\cos\alpha_1\cos\alpha_2+\cos\beta_1\cos\beta_2+\cos\gamma_1\cos\gamma_2.$

1252. $\cos\alpha=\frac{\begin{vmatrix}\cos\beta_1 & \cos\gamma_1\\ \cos\beta_2 & \cos\gamma_2\end{vmatrix}}{\sin\varphi},\ \cos\beta=\frac{\begin{vmatrix}\cos\gamma_1 & \cos\alpha_1\\ \cos\gamma_2 & \cos\alpha_2\end{vmatrix}}{\sin\varphi},\ \cos\gamma=\frac{\begin{vmatrix}\cos\alpha_1 & \cos\beta_1\\ \cos\alpha_2 & \cos\beta_2\end{vmatrix}}{\sin\varphi},$ bu

yerda φ — berilgan nurlar orasidagi burchak,

$\sin\varphi=\sqrt{\begin{vmatrix}\cos\beta_1 & \cos\gamma_1\\ \cos\beta_2 & \cos\gamma_2\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix}\cos\gamma_1 & \cos\alpha_1\\ \cos\gamma_2 & \cos\alpha_2\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix}\cos\alpha_1 & \cos\beta_1\\ \cos\alpha_2 & \cos\beta_2\end{vmatrix}^2}$. **1254.** $\sqrt{33},\ \sqrt{21}.$

1255. $\left(0,\frac{11}{6},0\right)$. **1256**. $\left(\frac{5}{6},0,-\frac{7}{6}\right)$. **1257**. $(3,3,1),\ R=3$.

1258. $\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}},\pm\frac{1}{\sqrt{2}},0\right),\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}},0\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right),\left(0,\pm\frac{1}{\sqrt{2}},\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

1259. $AB=3,\ \cos\alpha=\frac{2}{3},\ \cos\beta=-\frac{2}{3},\ \cos\gamma=-\frac{1}{3}.$

1260. $B_1(15,11,7),\ B_2(15,-7,7),\ B_3(-9,11,7),\ B_4(-9,-7,7)$

1261. $B_1(9,5,11),\ B_2(9,5,-1)$. **1262**. $M_1(2,3,6),\ M_2\left(\frac{190}{49},\frac{285}{49},\frac{570}{49}\right)$. **1263**.

$\cos\varphi=\frac{\sqrt{3}}{4}$. **1264.** $-\frac{2}{\sqrt{5}},0,\frac{1}{\sqrt{5}}$. **1265.** $\cos A=-\frac{89}{7\cdot13},\ \cos B=\frac{23}{7\sqrt{11}},\ \cos C=\frac{36}{13\sqrt{11}}.$

1266. 60^0. **1267.** $\cos\alpha=\frac{3}{5},\cos\beta=\frac{4}{5},\cos\gamma=0.$ **1268**. $S=3{,}5.$ **1269.** $S=9.$ **1270.**

1) D(11, 4, 5); 2) M(6, 3,4); 3) $\arccos\frac{1}{3}$; 4) $6\sqrt{2}$. 5) $18\sqrt{2}$. **1271.** $V=150$

1272. 1) $\left(3, \frac{2}{3}, 2\right)$; 2) (-30, 8,13). **1273**. (3, 0, 5). **1274.**

$A\left(\frac{14}{3}, -8, 12\right)$, $B\left(-\frac{11}{3}, 7, 13\right)$ va qolgan bo'linish nuqtalari:

$D\left(\frac{4}{3}, -2, 2\right)$, $E\left(-\frac{1}{3}, 1, -3\right)$. **1275.** $C(4, -5, 2)$ **1276**. $\lambda = \frac{7}{2}$, $\lambda = \frac{1}{5}$, $\lambda = -\frac{1}{2}$. **1277**.

Berilgan to'g'ri chiziqlar $\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 11\right)$ nuqtada kesishadi.**1278.** *OZ* o'qini

kesib o'tadi. **1279**. 3. **1280**. $\frac{1}{2}$.

1282. $A\left(r = 9,\ \cos\varphi = \frac{2}{\sqrt{5}},\ \sin\varphi = \frac{1}{\sqrt{5}},\ \sin\theta = \frac{1}{9}\right)$, $B\left(r = 3,\ \varphi = \frac{-3\pi}{4},\ \theta = \arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)\right)$,

$C\left(r = 5,\ \varphi = -\frac{\pi}{2},\ \theta = \arcsin\frac{3}{5}\right)$, $D\left(r = \sqrt{3},\ \varphi = -\frac{\pi}{4},\ \theta = \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)$,

$E\left(r = 1,\ \varphi = \frac{\pi}{2},\ \theta = 0\right)$. **1283.** $r = 2,\ \cos\varphi = \sqrt{\frac{2}{3}},\ \sin\varphi = \sqrt{\frac{1}{3}},\ \theta = -\frac{\pi}{6}$. **1284**.

$\left(\frac{\sqrt{6}}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

1285. $S = r\arccos(\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \cos\theta_1 \cos\theta_2 + \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \sin\theta_1 \sin\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2)$.

1286.
$A\left(\rho = 5,\ \cos\varphi = \frac{3}{5},\ \sin\varphi = \frac{4}{5},\ z = 5\right)$.
$B\left(\rho = \sqrt{2},\ \varphi = -\frac{\pi}{4}, z = -1\right)$,
$C(\rho = 6,\ \varphi = \pi,\ z = 8)$.

1287. $\rho = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$, $z = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

1288. $\cos\alpha = \dfrac{\cos\varphi}{\sqrt{1 + \left(\frac{h}{\rho}\right)^2}}$ **1289**. $x = -x' + 1$, $y = -y' + 1$, $z = -z' + 1$.

1290. $x = \frac{1}{2}x' + \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}$, $z = \frac{1}{2}z' + \frac{1}{2}$.

1291. 1) $x = 2x' + z' + 2$, $y = 4x' + 4y' + z' + 1$, $z = x' + 4y' + 3$;

2) $x' = -x + y - z + 4$, $y' = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}y + \frac{1}{2}z - \frac{7}{4}$, $z' = 3x - 2y + 2z - 10$;

3) $\boldsymbol{O}\left(4,-\frac{7}{4},-10\right)$, $\boldsymbol{e_1}\left\{-1,\ \frac{1}{4},\ 3\right\}$, $\boldsymbol{e}_2\left(1,-\frac{1}{4},\ -2,\ \right)$, $\boldsymbol{e_3}\left(-1,\ \frac{1}{2},\ 2\right)$.

1292. 1) $x'=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y-\frac{1}{2},\ y'=\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}y+\frac{1}{2}z-\frac{1}{4},\ z'=-\frac{1}{4}x-\frac{5}{4}y-\frac{1}{2}z+\frac{1}{4}.$

2) $0'(-1,\ 0,1)$, $e_1'(-2,\ 0,1)$, $e_2'\ (-1,\ -1,\ 3)$, $e_3'(-1,\ -1,\ 1)$;

3) $0\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},\ \frac{1}{4}\right)$, $e_1\left(-\frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ -\frac{1}{4}\right)$, $e_2\ \left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ -\frac{5}{4}\right)$, $e_3\left(0,\ \frac{1}{2},-\ \frac{1}{2}\right)$;

1293. $O\ (0,0,0)$, $A\ (-1,\ 1,\ 1)$, $B(1,\ -1,\ 1)$, $C(1,\ 1,\ -1)$.

1294. $\left(0,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)\leftrightarrow\left(\frac{1}{2},\ 0,\ 0\right)\leftrightarrow\left(\frac{1}{2},\ 0,\ \frac{1}{2}\right)\leftrightarrow\left(0,\ \frac{1}{2},\ 0\right)$,

$\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2},\ 0\right)\leftrightarrow\left(0,\ 0,\ \frac{1}{2}\right)$, $\left(1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)\leftrightarrow\left(0,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$, .

Bunda $\leftrightarrow$ belgisi bilan birlashtirilgan qavslar ichidagi sonlar bitta nuqtaning birinchi va ikkinchi sistemadagi koordinatalarini bildiradi.

1295. $(0,\ 0,\ 0)\leftrightarrow(0,\ 0,0)$, $(1,\ 0,\ 0)\leftrightarrow\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$, $(0,\ 1,\ 0\ )\leftrightarrow\left(-\frac{1}{2},\ \frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)$.

$(0,\ 0,\ 1)\leftrightarrow\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},\ \frac{3}{2}\right)$, $(1,\ 1,\ 1)\leftrightarrow\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$, $(0,\ 1,\ 1\ )\leftrightarrow(-1,\ 1,\ 1)$

$(1,\ 0,\ 1)\leftrightarrow(1,\ -1,\ 1)$, $(1,\ 1,0)\leftrightarrow(1,\ 1,\ -1)$. Bunda $\leftrightarrow$ belgisi bilan birlashtirilgan qavslar ichidagi sonlar bitta nuqtaning birinchi va ikkinchi sistemadagi koordinatalarini bildiradi.

1296. $x_1^*=g_{11}x_1+g_{12}x_2+g_{13}x_3,\ \ x_2^*=g_{21}x_1+g_{22}x_2+g_{23}x_3,\ \ x_3^*=g_{31}x_1+g_{32}x_2+g_{33}x_3,$

bu yerda $g_{ik}=(\boldsymbol{e_i}\boldsymbol{e_k})$, $i=1,2,3,\ \ k=1,2,3$.

1297. $x=\frac{x'}{\sqrt{2}}-\frac{z'}{\sqrt{3}},\ \ y=\frac{y'}{\sqrt{2}}-\frac{z'}{\sqrt{3}},\ \ z=\frac{x'}{\sqrt{2}}+\frac{y'}{\sqrt{2}}+\frac{z'}{\sqrt{3}}.$

1298. $x=x'-\frac{\sqrt{3}}{3}y'-\frac{\sqrt{6}}{6}z',\ \ y=\frac{2\sqrt{3}}{3}y'-\frac{\sqrt{6}}{6}z',\ z=\frac{\sqrt{6}}{2}z'.$

1299. $x=\frac{\sqrt{2}}{2}x'-z',\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}y',\ z=\frac{\sqrt{2}}{2}x'+\frac{\sqrt{2}}{2}y'.$

1300. $x=\frac{x'}{\sqrt{2}},\ \ y=\frac{y'}{\sqrt{2}},\ \ z=\frac{x'}{\sqrt{2}}+\frac{y'}{\sqrt{2}}+z'.$

1301. $x_1 + w_{12}x_2 + w_{13}x_3 = \alpha_{11}x_1' + \alpha_{12}x_2' + \alpha_{13}x_3'$,

$w_{21}x_1 + x_2 + w_{23}x_3 = \alpha_{21}x_1' + \alpha_{22}x_2' + \alpha_{23}x_3'$,

$w_{31}x_1 + w_{32}x_2 + x_3 = \alpha_{31}x_1' + \alpha_{32}x_2' + \alpha_{33}x_3'$, bu yerda $w_{ik} = w_{ki}$.

1302. $x = -\frac{11}{5}x' - \frac{2}{15}y' + \frac{2}{3}z',\ y = -\frac{2}{15}x' - \frac{14}{15}y' - \frac{1}{3}z',\ z = \frac{2}{3}x' - \frac{1}{3}y' + \frac{2}{3}z'.$

1303. $x = \frac{1}{2}x' - \frac{1}{\sqrt{2}}y' - \frac{1}{2}z',\ y = \frac{1}{2}x' + \frac{1}{\sqrt{2}}y' - \frac{1}{2}z',\ z = \frac{1}{\sqrt{2}}x' + \frac{1}{\sqrt{2}}z'.$

1304. $x = \frac{1}{3}x' - \frac{2}{3}y' + \frac{2}{3}z' + 1,\ y = -\frac{2}{3}x' - \frac{2}{3}y' - \frac{1}{3}z' + 2,\ z = \frac{2}{3}x' - \frac{1}{3}y' + \frac{2}{3}z' + 3.$

1305. $x = -\frac{2}{3}x' - \frac{1}{\sqrt{18}}y' + \frac{1}{\sqrt{2}}z' + 2,\ y = -\frac{1}{3}x' + \frac{2}{3}\sqrt{2}\,y' + 1,\ z = -\frac{2}{3}x' - \frac{1}{\sqrt{18}}y' - \frac{1}{\sqrt{2}}z' + 2.$

1306. $x = \frac{1}{3}x' - \frac{2}{3}y' - \frac{2}{3}z' + \frac{2}{3},\ y = -\frac{2}{3}x' + \frac{1}{3}y' - \frac{2}{3}z' + \frac{2}{3},\ z = -\frac{2}{3}x' - \frac{2}{3}y' + \frac{1}{3}z' + \frac{2}{3}.$

1308. 2. **1309.** $\{0,7,1\},\ \{7,0,2\},\ \{1,-2,\ 0\}$. **1310.** 1) $x + 2y + z - 9 = 0$, 2) $x + y - 2 = 0$. **1311.** $4x - 11y + 3z = 0$. **1312.** $x = 2,\ y = 6,\ z = -3.$

1313. $14x - 10y + 33z - 70 = 0$. **1314.** $x + y + z - 1 = 0$. **1315.** 27.

1316. $7x + 7y - 6z - 50 = 0$. **1317.** $35x + 21y - 15z - 105 = 0$.

1318. $a = 4,\quad b = -4,\quad c = \frac{4}{7}.$ **1319.** $x - 2z = 0.$ **1320.** $5x - 6y - 7z + 41 = 0.$

1321. $x - 2y = 0,\ 2x + z = 0,\ 4y + z = 0$. **1322.** $5x + 3y = 0,\ x - 3z = 0,\ y + 5z = 0.$

1323. $3x - z = 0,\ x - z = 0.$ **1324.** $27x + 11y + z - 65 = 0.$

1325. $10x + 9y + 5z - 74 = 0$. **1326.** $x - z - 2 = 0.$ **1327.** $13z + y - 20 = 0$.

1328. yettita tekislik:

$x - z - 6 = 0,\ x + y - 10 = 0,\ x + 2y - z - 8 = 0,\ 2x + y - z - 14 = 0,\ x - y - z - 2 = 0,$

$2x + y + z - 16 = 0,\ 5x + y - 2z - 28 = 0.$ **1329.** $x = 2 - 5u + 4v,\ y = 3 + 6u - 2v,\ z = -5 + 4u.$

1330. 1) $x = -13,\ y = 13,\ z = -9$; 2) $u = -\frac{1}{5},\ v = \frac{2}{5}.$ **1331.** 1) $x = -6,\ y = -4,\ z = -3;$

2) $u + v - 1 = 0,\ u = 0,\ v = 0;$ 3) $39u + 9v - 1 = 0.$ **1332.** 1) $x - 4y - z + 16 = 0;$

2) $x + 5y - z + 5 = 0.$ **1333.** 1) kesishadi; 2) kesishadi; 3) parallel; 4) kesishadi;5) ustma– ust tushadi. **1334.** $x - 2y + 4z - 17 = 0.$

1335. $2x+3y+4z-1=0,\ x+3y+9=0,\ z-1=0$.**1336**. A, B nuqtalar berilgan teksilikda D, E nuqtalar tekislikdan bir tomonda, C, F nuqtalar esa tekislikdan boshqa tomonda yotadi.

1337. $(ABC)=\frac{4}{39}$. **1338.** $\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}=0,\ \frac{\Delta\cdot(A_3x_0+B_3y_0+C_3z_0+D_3)}{A_1\ B_2-A_2\ B_1}>0,$

$\frac{\Delta\cdot(A_1x_0+B_1y_0+C_1z_0+D_1)}{A_2\ B_3-A_3\ B_2}>0,\ \frac{\Delta\cdot(A_2x_0+B_2y_0+C_2z_0+D_2)}{A_3\ B_1-A_1\ B_3}>0,$ bu yerda

$\Delta=\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & D_3 \end{vmatrix}$.**1339**. $(Ax_o+By_o+Cz_o+D)\ (Ax_o+By_o+Cz_o+E)<0.$**1340**.

$E<D<F \quad yoki\ \ E>D>F.$

1341. $D\ va\ E$ nuqtalar.**1342**. 1) $\pm\frac{20}{\sqrt{14}\sqrt{53}}$; 2)tekisliklar o'zaro perpendikular.**1343.** $x+20y+7z=0\ \ va\ \ x-z=0.$

1344. $4x-z=0$. **1345.** $(-2,1,4)$. **1346**. $2x+6y-4z-56=-0.$

1347. $3x+2y+4z-38=0$.**1348**. $7x+y-3z=0$. **1349**. $\frac{2}{7},\frac{3}{7},\frac{6}{7}$. **1350**. $-\frac{4}{3\sqrt{21}}$.

1351. $(A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2)(A_1x_o+B_1y_o+C_1z_o+D_1)\ (A_2x_o+B_2y_o+C_2z_o+D_2)<0.$ **1352.** $\frac{1}{3}$.**1353.** $\frac{73}{75}$. **1354.** $(A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2)(A_1A_3+B_1B_3+C_1C_3)(A_2A_3+B_2B_3+C_2C_3)<0.$

1355. 1) Uchta tekislik (3,5,7) nuqtada kesishadi; 2) uchta tekislik juft—jufti bilan parallel; 3) uchta tekislik bitta to'g'ri chiziqdan o'tadi; 4) tekisliklar jufti—jufti bilan kesishadi va har ikkita tekislikning кesishish chizig'i uchinchi tekislikka parallel; 5) birinchi va uchinchi tekisliklar parallel, ikkinchi tekislik esa ularni kesib o'tadi.

1356. 1) $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{pmatrix}$ matritsaning rangi 3 ga teng; 2) $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{pmatrix}$ matritsaning rangi $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \end{pmatrix}$ matritsaning rangiga teng va ularning rangi 2 ga teng; 3) $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{pmatrix}$ matritsaning rangi 1 ga teng;4) $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \end{pmatrix}$ matritsaning rangi 2 ga teng; $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \end{pmatrix}$ matritsaning rangi 3 ga teng, shu bilan birga $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{pmatrix}$ matritsalardan har birining rangi 2 ga teng; 5) $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{pmatrix}$ matritsaning rangi 2 ga teng, $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \end{pmatrix}$ matritsaning rangi 3 ga teng, ammo $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{pmatrix}$ matritsalardan bittasining rangi 1 ga teng.

1357. $6x+9y-22z=0$. **1358.** $20x+19y-5z+41=0$.

1359. $5y+13z-60=0$. **1360.** $2x-2y-2z-1=0$. **1361.** $3x+5y-4z+25=0$.

1362. $x+3y-2z-10=0$. **1363.** $3x+4y-z+1=0$ *va* $x-2y-5z-3=0$.

1364. $41x-19y+52z-68=0,\ 33x+4y-5z-63=0$.

1365. $x+20y+7z-12=0,\ \ x-z+4=0$. **1366.** $x+3y=0$ *va* $3x-y=0$. **1367.** $11x+16y+5z+4=0$. **1368.** $4y-3z-3=0$. **1369.** $24x+21y-33z+50=0$. **1370.**

$16x+50y-3z-132=0.$ **1371**. 1) $10x-7z=0$; 2) $6y-7=0$; 3) $39x-29y-7z=0$.

1372. $\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 & D_4 \end{vmatrix}=0$; agar $Rg\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \\ A_4 & B_4 & C_3 \end{pmatrix}=Rg\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 & D_4 \end{pmatrix}$ bo'lsa,

xos bog'lam bo'ladi; agar $Rg\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 \end{pmatrix}<Rg\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 & D_4 \end{pmatrix}$ xosmas

bog'lam bo'ladi. **1373**.

$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 & D_4 \end{vmatrix}\neq 0,\ \begin{vmatrix} A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 \end{vmatrix}\neq 0,\ \begin{vmatrix} A_3 & B_3 & C_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 \\ A_1 & B_1 & C_1 \end{vmatrix}\neq 0,\ \begin{vmatrix} A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \\ A_1 & B_1 & C_1 \end{vmatrix}\neq 0,$

$\begin{vmatrix} A_2 & B_2 & C_2 \\ A_4 & B_4 & C_4 \\ A_1 & B_1 & C_1 \end{vmatrix}\neq 0.$ **1374.** 1) $\frac{16}{3}$; 2) 2; 3) $\frac{1}{3}$. **1375.**

$4x-4y+4z-7=0,\ 10x+6y-4z-5=0.$ **1376**. $8x+5y-9z-24=0.$

1377. $Ax+By+Cz+D\pm\sqrt{A^2+B^2+C^2}\,d=0$. **1378.** $d=\frac{|D_2-D_1|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$. **1379**.

$\frac{1}{\sqrt{11}}$. **1380**. $\operatorname{mod}\frac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 & D_4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}\sqrt{A_4^2+B_4^2+C_4^2}}$. **1381**. $3x+4y-2z\pm 29=0.$ **1382**.

$(0,0,3)$. **1383**. (0, -3, 0). **1384.** $2x+y-4z+17=0,\ 2x+y-4z-25=0.$ **1385**. (0, -3, 5) va $\left(\frac{98}{23},-\frac{363}{23},-\frac{375}{23}\right)$. **1386**. $\left(-\frac{31}{10},0,\frac{14}{15}\right),\left(\frac{17}{10},0,\frac{2}{5}\right)$ **1387.**

$\left(3+\sqrt{61}\right)x-4y+6z-2=0$.

1388. $l(x+x_0)+m(y-y_o)+n(z-z_o)\pm d\sqrt{l^2+m^2+n^2}=0$.

1389. $6x+3y+2z-75=0,\ 6x+3y+2z-19=0$.

1390. $\left(-\frac{17}{53}, \frac{63}{53}, 0\right)$. **1391.** $M\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right);\ r=\frac{3}{2}.$

1392. $x+2y+2z-9=0,\ y-2=0$.

1393. $3x-4y-5=0,\quad 387x-164y-24z-421=0$.

1394. $x'=\frac{x+1}{2},\ \ y'=-(2x-y),\ \ z'=\frac{x+2y+3z-6}{16}.$

1395. $x'=x,\ y'=y,\ z'=-\frac{3}{7}(2x+3y-6z+6)$.

1396. $x'=\frac{x+2y+5z+1}{\sqrt{30}},\quad y'=\frac{2x-y+1}{\sqrt{5}},\quad z'=\frac{x+2y-z-1}{\sqrt{6}}.$

1397. $x'=-\frac{x+y+z-1}{\sqrt{3}},\quad y'=\frac{2x-y+1}{\sqrt{6}},\quad z'=\frac{y-z+2}{\sqrt{2}}.$

1398. 1) $x=2+2t,\ y=3+3t,\ z=1+8t$; 2) $x=7-t,\ y=-1,\ z=2+t$;

3) $x=1,\ z=1$.

1399. 1) $x=-2t,\ y=7t,\ z=4t$; 2) $x=t,\ y=-8-4t,\ z=-3-3t$.

1400. 1) $x-5z-33=0,\ y+4z+17=0$; 2) $5x-z+5=0,\ 5y+z-5=0$.

1401. 1) Bir to'g'ri chiziqda yotadi; 2) uchburchak hosil qiladi; 3) bir to'g'ri chiziqda yotadi. **1402.** A, B, D nuqtalar to'g'ri chiziqda yotadi, C va E yotmaydi. **1403.** 1) $x=3+4t,\ y=5-3t,\ z=1$; 2) $x+2y+10=0,\ z-4=0$

1404. 1) $11x-4y+6=0,\ z=0$; 2) $6x+5y-38=0,\ z=0$. **1405**. 1) *(−1; 7,5; 0), (2, 0,3), (0,5,1)*; 2) *(6,−2,0)*, $\left(7, 0, -\frac{5}{2}\right)$, $(0, -14, 15)$. **1406.**

$\left(-\frac{x_2 z_1}{z_2-z_1}, \frac{y_1 z_2}{z_2-z_1}, 0\right).$

1407. 1) $9x+10y-7z-58=0$ tekislikda yotadi va (−3;5;−5) nuqtada kesishadi; 2) ayqash; 3) parallel va $5x-22y+19z+9=0$ tekislikda yotadi; 4) ustma−ust tushadi.**1408**. 1) (−3,0,4) nuqtada kesishadi va $3x+4y+5z-11=0$ tekislikda yotadi. 2) ayqash; 3) parallel va $4x+3y=0$ tekislikda yotadi; 4) ustma−ust tushadi.

1409. 1) Ustma—ust tushadi; 2) parallel va $12x-3y+8z=0$ tekislikda yotadi; 3) ayqash; 4) (10,—1,0) nuqtada kesishadi va $x-7y+3z-17=0$ tekislikda yotadi. **1411**. 1) to'g'ri chiziq bilan tekislik (0,0,2) nuqtada kesishadi; 2) to'g'ri chiziq tekislikka parallel; 3) to'g'ri chiziq tekislikda yotadi; 4) to'g'ri chiziq bilan tekislik (2,3,1) nuqtada kesishadi.

1412. 1) To'g'ri chiziq va tekislik (2,4,6) nuqtada kesishadi; 2) to'g'ri chiziq tekislikka parallel; 3) to'g'ri chiziq tekislikda yotadi.

1413. (6,—2,6). **1414.** $x=1+4t,\ y=-2t,\ z=t$.

1415. $4x+3z=0,\ y+2z+9=0.$ **1416.** $2y-z+2=0,\ x-7y+3z-17=0$.

1417. $4x+3y-z=0,\ 13x+2y-8z=0.$ **1418.** $x-9y+5z+20=0,\ x-2y-5z+9=0$.

1419. $\begin{vmatrix} x_1-x_o & y_1-y_o & z_1-z_o \\ x_2-x_0 & y_2-y_0 & z_2-z_0 \\ l & m & n \end{vmatrix},\ \begin{vmatrix} x_2-x_o & y_2-y_o & z_2-z_o \\ x_3-x_0 & y_3-y_0 & z_3-z_0 \\ l & m & n \end{vmatrix}\ \begin{vmatrix} x_3-x_o & y_3-y_o & z_3-z_o \\ x_1-x_0 & y_1-y_0 & z_1-z_0 \\ l & m & m \end{vmatrix}$

sonlarning ishoralari bir xil bo'lishi kerak.**1420.** $x-3y+5z=0$. **1421.** $20x+19y-5z+41=0$. **1422.** $18x-11y+3z-47=0$.**1423.** $x-3y-3z+11=0$.

1424. $5x+6z=0$.**1425.** $(A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2)(A_1l+B_1m+C_1n)(A_2l+B_2m+C_2n)>0$

1426. $x=3-t,\ y=2+t,\ z=1+t$. **1227.** $y-2z=0$.

1428. 1) $\cos\alpha=\frac{4}{13},\ \cos\beta=-\frac{3}{13},\ \cos\gamma=\frac{12}{13};$ 2) $\cos\alpha=\frac{12}{25},\ \cos\beta=\frac{9}{25},\ \cos\gamma=\frac{20}{25}.$

1429. $x-1=\frac{y+5}{\sqrt{2}}=-(z-3)$. .**1430.** $\cos\varphi=\pm\frac{72}{77}$. **1431.** $\varphi_1=\varphi_2=\varphi_3=\frac{\pi}{2}$.

1432. $\cos\alpha=\frac{6}{11},\ \cos\beta=\frac{7}{11},\ \cos\gamma=\frac{6}{11}$. **1433.** $\cos\varphi=\pm\frac{98}{195}$. **1434. 1)** $\pm\frac{7}{2\sqrt{91}};$

2) $\pm\frac{9}{\sqrt{2}\sqrt{66}}$.

1435. $\arcsin\frac{33}{\sqrt{46}\sqrt{62}}$.**1436.** $\arcsin\frac{1}{10\sqrt{19}}$.**1437.** $x-z+4=0,\ y=0.$

1438. $5x-13y-12z+20=0,\ 2x-2y+3z-5=0$.

1439. $x=x_o+At,\ y=y_o+Bt,\ z=z_o+Ct$. **1440.** $\frac{x-3}{5}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-4}{-7}$. **1441.** (7,1,0).

1442. (4, − 1,3). **1443.** $x=\frac{3}{7},\ z=\frac{18}{7}$. **1444.** $4x+5y-2z=0$. **1445.** (2,9,6). **1446.** Bunday to'g'ri chiziq mavjud emas. **1447.** $4x+5z=0$, $41y-63=0$. **1448.** $y-2z=0,\ x=3$. **1449.** $y+2z-8=0,\ x+2y-z+5=0$. **1450.** $x+y+z-1=0,\ x-1=0$. **1451.** $\sqrt{14}$. **1452.** 1) $\sqrt{\frac{35}{6}}$; 2) $8\sqrt{\frac{3}{26}}$.

1453. $x+3y=0,\ 3x-y+4z-12=0,\ h=\sqrt{\frac{117}{5}}$. **1454.** 1) $\frac{18}{\sqrt{110}}$; 2) 0 (to'g'ri chiziqlar kesishadi); 3) $\frac{16}{\sqrt{102}}$. **1455.** 3. **1456.** $\frac{1}{\sqrt{6}}$.

1457. $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1)(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{a}=0$ yoki $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_1+u(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_0)+v\boldsymbol{a}$. **1458.** $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1)\boldsymbol{a}=0$

1459. $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_o)\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2=0$ *yoki* $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_o+u\boldsymbol{n}_1+v\boldsymbol{n}_2$. **1460.** $\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{a}\frac{D-\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{an}}$.

1461. $\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{a}\frac{(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{bc}}{\boldsymbol{abc}}$. **1462.** $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0)(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{a}_1=0,\ (\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0)(\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{a}_2=0$.

1463. $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{a}[\boldsymbol{an}]=0,\ \boldsymbol{rn}=\boldsymbol{D}$. **1464.** $\boldsymbol{r}_1+\frac{(\boldsymbol{r}_0-\boldsymbol{r}_1)\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{a}^2}\boldsymbol{a}$. **1465.** $2\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_0+2\frac{(\boldsymbol{r}_0-\boldsymbol{r}_2)\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{a}^2}\boldsymbol{a}$.

1466. $\boldsymbol{r}_0+\frac{\boldsymbol{D}-\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{n}^2}\boldsymbol{n}$. **1467.** $\boldsymbol{r}_0+2\frac{\boldsymbol{D}-\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{n}^2}\boldsymbol{n}$. **1468.** $\boldsymbol{r}_0+2\frac{(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{ab}}{[\boldsymbol{ab}]^2}[\boldsymbol{ab}]$.

1469. $\boldsymbol{r}_0+2\frac{(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{ab}}{[\boldsymbol{ab}]^2}[\boldsymbol{ab}]$.

1470. $D_1(\boldsymbol{n}_2\,\boldsymbol{n}_3\,\boldsymbol{n}_4)+D_2(\boldsymbol{n}_1\,\boldsymbol{n}_4\,\boldsymbol{n}_3)+D_3(\boldsymbol{n}_4\,\boldsymbol{n}_1\,\boldsymbol{n}_2)+D_4(\boldsymbol{n}_1\,\boldsymbol{n}_3\,\boldsymbol{n}_2)=0$.

1471. $[\boldsymbol{rn}_3][\boldsymbol{n}_1\,\boldsymbol{n}_2]=D_1(\boldsymbol{n}_2\boldsymbol{n}_3)-D_2(\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_3)$. **1472.** $\frac{D_1[\boldsymbol{n}_2\,\boldsymbol{n}_3]+D_2[\boldsymbol{n}_3\,\boldsymbol{n}_1]+[\boldsymbol{n}_1\,\boldsymbol{n}_2]}{\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2\boldsymbol{n}_3}$.

1473. $\boldsymbol{r}=\frac{[\boldsymbol{aM}]}{\boldsymbol{a}^2}+\boldsymbol{a}t$. **1474.** $\boldsymbol{r}=\frac{[\boldsymbol{aM}]}{\boldsymbol{a}^2}+\boldsymbol{a}\frac{\boldsymbol{D}-\boldsymbol{Mn}}{\boldsymbol{an}}$. **1475.** $\boldsymbol{r}_o+\boldsymbol{a}\frac{D-\boldsymbol{r}_o\boldsymbol{n}+dn}{\boldsymbol{an}}$.

1476. 1) $\boldsymbol{an}\neq 0$; 2) $\boldsymbol{an}=0$; 3) $\boldsymbol{an}=0,\ \boldsymbol{r}_0\boldsymbol{n}\neq D$; 4) $\boldsymbol{an}=0,\ \boldsymbol{r}_0\boldsymbol{n}=D$.

1477. 1) $(\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1)\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{a}_2\neq 0$; 2) $(\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1)\boldsymbol{a}_1\,\boldsymbol{a}_2=\boldsymbol{0};\ [\boldsymbol{a}_1\,\boldsymbol{a}_2]\neq\boldsymbol{0};$

3) $[\boldsymbol{a}_1 \boldsymbol{a}_2]=0$; 4) $[\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{a}_2]=0;\ [(\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1)\boldsymbol{a}_1]\neq 0;$ 5) $[\boldsymbol{a}_1 \boldsymbol{a}_2]=[(\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1)\boldsymbol{a}_1]=0$.

1478. $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{a}\boldsymbol{n}=0.$ **1479.** $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}=0$ **.1480.** $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}=0$ **.**

1481. $\left(\boldsymbol{r}-\dfrac{[\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{M}]}{\boldsymbol{a}^2}\right)[\boldsymbol{a}\boldsymbol{n}]=0$ *yoki* $\boldsymbol{n}([\boldsymbol{r}\boldsymbol{a}]-\boldsymbol{M})=0$ **.**

1482. $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0)([\boldsymbol{a}\boldsymbol{M}]-\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{a}^2)\boldsymbol{a}=0$ *yoki* $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_o)(\boldsymbol{M}-[\boldsymbol{r}_o\boldsymbol{a}])=0$ **.**

1483. $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1)\boldsymbol{a}_1[\boldsymbol{a}_1\,\boldsymbol{a}_2]=0,\ (\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_2)\boldsymbol{a}_2[\boldsymbol{a}_1\ \boldsymbol{a}_2]=0$ **.**

1484. $([\boldsymbol{r}\boldsymbol{a}_1]-\boldsymbol{M}_1)\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{a}_2=0,\ ([\boldsymbol{r}\boldsymbol{a}_2]-\boldsymbol{M}_2)\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{a}_2=0$ **.**

1485. $[\boldsymbol{r}[\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2]]=D_2\boldsymbol{n}_1-D_1\boldsymbol{n}_2,\quad \boldsymbol{r}=\dfrac{[(D_2\boldsymbol{n}_1-D_1\boldsymbol{n}_2)][\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2]}{[\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2]^2}+[\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2]t$ **.**

1486. $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{a}=0,\quad (\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0)(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_o)\boldsymbol{a}=0$.

1487. $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_o)\,\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2=0,\ \begin{vmatrix}\boldsymbol{r}\boldsymbol{n}_1-D_1 & \boldsymbol{r}\boldsymbol{n}_2-D_2\\ \boldsymbol{r}_o\boldsymbol{n}_1-D_1 & \boldsymbol{r}_o\boldsymbol{n}_2-D_2\end{vmatrix}=0.$

1488. $(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$ *va* $\boldsymbol{r}([\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{a}]-\boldsymbol{M})+\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{M}$ **.**

1489. $\dfrac{|D_2\boldsymbol{n}_1-D_1\boldsymbol{n}_2-[\boldsymbol{r}_0,[\boldsymbol{r}_1\boldsymbol{r}_2]]|}{|[\boldsymbol{r}_1\boldsymbol{r}_2]|}.$ **1490.** $\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2\boldsymbol{n}_3\neq 0.$

1491.

$\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2\boldsymbol{n}_3=0,\ [\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2]\neq 0,\ [\boldsymbol{n}_2\boldsymbol{n}_3]\neq 0,\ [\boldsymbol{n}_3\boldsymbol{n}_1]\neq 0,\quad D_1[\boldsymbol{n}_2\boldsymbol{n}_3]+D_2[\boldsymbol{n}_3\boldsymbol{n}_1]+D_3[\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2]\neq 0.$

1492. $\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2\boldsymbol{n}_3=0,\ [\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2]^2+[\boldsymbol{n}_2\boldsymbol{n}_3]^2+[\boldsymbol{n}_3\boldsymbol{n}_1]^2\neq 0,$
$D_1[\boldsymbol{n}_2\boldsymbol{n}_3]+D_2[\boldsymbol{n}_3\boldsymbol{n}_1]+D_3[\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2]=0.$

1493. $\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2\boldsymbol{n}_3\neq 0,\ \boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_4\boldsymbol{n}_3\neq 0, \boldsymbol{n}_2\boldsymbol{n}_3\boldsymbol{n}_4\neq 0,\ \boldsymbol{n}_2\boldsymbol{n}_4\boldsymbol{n}_1\neq 0,$
$D_1(\boldsymbol{n}_2\boldsymbol{n}_3\boldsymbol{n}_4)+D_2(\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_4\boldsymbol{n}_3)+D_3(\boldsymbol{n}_2\boldsymbol{n}_4\boldsymbol{n}_1)+D_4(\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_3\boldsymbol{n}_2)\neq 0.$

1494. $\boldsymbol{r}\boldsymbol{n}_3[\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2]=D_1\boldsymbol{n}_2\boldsymbol{n}_3-D_2\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_3$.

1495. $\dfrac{D_1[\boldsymbol{n}_2[\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2]]-D_2[\boldsymbol{n}_1[\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2]]+(\boldsymbol{r}_0,\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2)[\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2]}{[\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2]^2}.$

1496. $\dfrac{[\boldsymbol{a}\boldsymbol{M}]+\boldsymbol{a}(\boldsymbol{r}_1\boldsymbol{a})}{\boldsymbol{a}^2}.$

1497. $(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_0)(\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{a},\ (\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_0)(\boldsymbol{r}_3-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{a},\ (\boldsymbol{r}_3-\boldsymbol{r}_0)(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{a}$ bir xil ishorali sonlar.**1498.** $\boldsymbol{r}_o-\boldsymbol{a}\dfrac{\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{r}_1\boldsymbol{r}_2+\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{r}_2\boldsymbol{r}_3+\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{r}_3\boldsymbol{r}_1+\boldsymbol{r}_1\boldsymbol{r}_3\boldsymbol{r}_2}{\boldsymbol{a}([\boldsymbol{r}_1\boldsymbol{r}_2]+[\boldsymbol{r}_2\boldsymbol{r}_3]+[\boldsymbol{r}_3\boldsymbol{r}_1])}$ **.1499.** 1) $[\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2]\neq 0$; 2) $[\boldsymbol{n}_1\boldsymbol{n}_2]=0$;

3) $[\boldsymbol{n_1 n_2}]=\boldsymbol{0}$; $D_1\boldsymbol{n_2}-D_2\boldsymbol{n_1}=\boldsymbol{0}$. **1500**. 1) $\boldsymbol{an}\neq 0$; 2) $\boldsymbol{an}=0$; 3) $\boldsymbol{an}=0$; $\boldsymbol{naM}-\boldsymbol{a}^2D\neq 0$; 4) $\boldsymbol{an}=0$; $\boldsymbol{naM}-\boldsymbol{a}^2D=0$. **1501.** Aylanma konus. Ox, Oy o'qlarining musbat yo'nalishlari orasidagi burchak bissektrisasi aylanish o'qi sifatida bo'ladi. Ox, Oy o'qlari konusning yasovchilari, demak, bu konusning o'q kesimi burchagi 90^0 ga teng. **1502.**

$$\left[(x-a)^2+(y-в)^2+(z-c)^2\right]\cos^2\varphi=$$
$$[(x-a)\cos\alpha+(y-в)\cos\beta+(z-c)\cos\gamma]^2.$$

1503. $\dfrac{x^2+y^2}{r^2}-\dfrac{z^2}{h^2}+2\dfrac{z}{h}-1=0.$ **1504.** $xy+yz+zx=0.$

1505. $x^2+y^2+z^2-2xy-2xz-2yz=0.$

1506. $19x^2-29y^2-44z^2-64xy-16xz+8yz-304z+512y+128z+1216=0$.

1507. $2x^2+y^2+z^2-2yz-2=0$. **1508.** $\dfrac{x^2+y^2}{в^2}+\dfrac{z^2}{a^2}=1.$

1509. $\dfrac{x^2+y^2}{a^2}+\dfrac{z^2}{в^2}=1.$ **1510.** $-\dfrac{x^2+y^2}{в^2}+\dfrac{z^2}{a^2}=1.$ **1511.** $\dfrac{x^2+y^2}{a^2}-\dfrac{z^2}{в^2}=1.$

1512. $x^2+y^2=2pz.$ **1513.** $z=\dfrac{x^2}{2p}+\dfrac{y^2}{2q}.$ **1514.** $x^2+y^2-z^2tg^2\gamma=r^2$. **1515.**

$$\begin{vmatrix} y-y_o & z-z_o \\ \cos\beta & \cos\gamma \end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix} z-z_o & x-x_o \\ \cos\gamma & \cos\alpha \end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix} x-x_o & y-y_o \\ \cos\alpha & \cos\beta \end{vmatrix}=r^2.$$

1516. $\dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2}-r}=\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}+x}.$ **1517.** $y^2+z^2=[f(x)]^2.$

1518. $x^2+y^2=f^2(z)+g^2(z).$

1519. $x=r\cos^2u,\ y=r\sin u\cos u,\ z=r\sin u$. **1520.** Oz o'qi atrofida aylantirishdan hosil qilingan aylanma sirt; u - sirt nuqtasidan Oz o'qqacha bo'lgan masofa, v — sirt ustidagi nuqtadan Oz o'qqa tushirilgan perpendikularning Ox o'qining musbat yo'nalishi bilan tashkil qilgan burchagi. Bu sirt Oxz tekisligini $z=f(x),\ y=0$ chiziq bo'ylab kesadi. Ko'*rsatma*: u,v dan iborat parametrlarni M nuqtadan Oxy tekislikka tushirilgan perpendikular asosi M_3 nuqtaning qutb koordinatalari deb qarash mumkin; $OM_3 = u,\ M_3M = f(u)$. Sirt ustidagi v parametri o'zgarmas nuqta shakli va joylashishi v ga bog'liq bo'lmagan biror chiziqni chizadi. **1521.** $x = a\cos v,\ y = a\sin v,\ z = u$; bu yerda: v — sirt ustidagi nuqtadan aylanish o'qi Oz ga tushuirilgan perpendikularning Ox o'qining musbat yo'nalishi bilan tashkil qilgan burchagi va u — esa nuqtadan Oxy tekislikkacha bo'lgan masofani bildiradi.

1522. $x=chz=(e^z+e^{-z})/2$ tenglamadan $z=ln(x\pm\sqrt{x^2-1})$ ni topamiz $r=\{ucosv, usinv, ln(u\pm\sqrt{u^2-1})\}$. **1523**. Vint sirt, yasovchilari Oz o'qni kesib o'tadi va unga perpendikular; u-vint sirtdagi M nuqtadan Oz o'qqacha bo'lgan masofa, v esa Ox o'qi bilan yasovchi orasidagi burchak, bu burchak M nuqtadan Oxy tekislikkacha bo'lgan masofaga teng. **1524**. Sirtning yasovchilari aylanish o'qi Oz bilan 45^0 li burchak hosil qiladi. **1525**. r=$\{vtsin\,\alpha\, cos\omega t, vtsinasin\omega t, vtcos\,\alpha\}$. **1526.** Silindroid ikkita sirtga ajraladi: $(x+y)^2+z^2-2a(x+y)=0$ (elliptik silindr) va $z^4+z^2[(x-y)^2-2a(x+y)]+4a^2xy=0$. **1527**. $[\frac{b^2}{c^2}(x+a)^2(c^2-z^2)-\frac{c^2}{b^2}(x-a)^2(b^2-z^2)]^2-8a^2y^2[\frac{b^2}{c^2}(x+a)^2(c^2-z^2)+\frac{c^2}{b^2}(x-a)^2(b^2-z^2)]+16a^4b^4=0$. **1528**. $(1-\frac{x^2}{a^2})(\frac{z}{h}-1)^2+\frac{y^2}{b^2}=0$. **1529.** $a^2y^2=2pz(x-a)^2$. **1530**. $y^2-z^2=2px$. (giperbolik paraboloid). **1531**. $b^2xyz=a^3(x^2+y^2)$.

1532. $[\boldsymbol{a}\boldsymbol{r}]^2=R^2\boldsymbol{a}^2$. **1533**. $[\boldsymbol{a}\boldsymbol{r}]^2=\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{r}^2sin^2\gamma$. **1534.** $\boldsymbol{r}=v\boldsymbol{r}(u)$. **1535**. $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(u)+v\boldsymbol{a}$. **1536**. $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_0+v(\boldsymbol{r}(u)-\boldsymbol{r}_0)$. **1537**. $[(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{a}]^2=[(\boldsymbol{r}(u)-\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{a}]^2$. **1538**. $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(u)+v\boldsymbol{a}(u)$.
1539. $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_1+u\boldsymbol{a}_1+v\left(\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1-u\boldsymbol{a}_1-\frac{\boldsymbol{a}_2(\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1+u\boldsymbol{a}_1)(\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1-u\boldsymbol{a}_1)\boldsymbol{a}_3}{(\boldsymbol{r}_1+u\boldsymbol{a}_1-\boldsymbol{r}_3)\boldsymbol{a}_2\boldsymbol{a}_3}\right)$. **1540**.1) $(6,-2,3)$, $r=7$; 2) $(-4, 0, 0), r=4$; 3) $(1,-2,3), r=6$; 4) $(0,0,3), r=4$. **1541**. $\left(\frac{10}{3},-\frac{14}{3},\frac{5}{3}\right)$, r=3. **1542**. $\left(-\frac{AD}{A^2+B^2+C^2},-\frac{BD}{A^2+B^2+C^2},-\frac{CD}{A^2+B^2+C^2}\right)$. **1543**. A – ichki nuqta, B–

tashqi nuqta, *C*– sferada yotadi, *D* – tashqi nuqta. **1544.** 1) kesib o'tadi. 2) $\left(-\frac{7}{3},-\frac{4}{3},\frac{7}{3}\right)$ nuqtada urinadi 3) kesib o'tmaydi. **1545**. $l(x-a)+m(y-b)+n(z-c)=0.$

1546. $2x+y+2z-13=0.$ **1547**. $x(x-x_0)+y(y-y_0)+z(z-z_0)=0.$ (sfera). **1548**. $x^2+y^2+z^2+Rx=0$ (sfera) . **1549**. $(x-a)(x-x_0)+(y-b)(y-y_0)+(z-c)(z-z_0)=0.$ **1550**. $[x(x-x_0)+y(y-y_0)+z(z-z_0)]^2=R[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2].$ **1551**. $6x+2y+3z-55=0.$ **1552**. $(x_0-a)(x-x_0)+(y_0-b)(y-y_0)+(z_0-c)(z-z_0)=0.$ **1553.** $xx_0+yy_0+zz_0-R^2=0.$ **1554.** $x^2+y^2+z^2-10z-9=0.$ **1555.** $x^2+y^2+z^2+22x+16y-6z=0.$ **1556.** $x^2+y^2+z^2+27x+21y-\frac{33}{2}z+10=0.$ **1557**. sfera, S_1S_2 kesma sferaning diametri.

1558. $R^2(A^2+B^2+C^2)-D^2=0.$ $\left(-\frac{AR^2}{D},-\frac{BR^2}{D},-\frac{CR^2}{D}\right)$ urinish nuqtasi. **1559**. $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4 = 0$ *va* $x^2+y^2+z^2-\frac{58}{65}x+\frac{116}{65}y-\frac{114}{65}z-\frac{188}{65}=0$. **1560**. $x^2+y^2+(z+1)^2=12$ *va* $x^2+y^2+(z+4)^2=27.$ **1561.** $\frac{x}{\begin{vmatrix} A_1 & u_1 \\ A_2 & u_2 \end{vmatrix}}=\frac{y}{\begin{vmatrix} B_1 & u_1 \\ B_2 & u_2 \end{vmatrix}}=\frac{z}{\begin{vmatrix} C_1 & u_1 \\ C_2 & u_2 \end{vmatrix}}$ bu yerda $u_1=A_1x+B_1y+C_1z+D_1$, $u_2=A_2x+B_2y+C_2z+D_2$. **1562.** $(x-3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=[2(x-3)+2(y-2)+(z-3)^2][2(x-3)+2(y-2)+z-2]=x(x-3)+y(y-2)+z(z-2).$ **1563**. $x+y+z=0,\quad 9(x^2+y^2+z^2)=[x(x-1)+y(y-1)+z(z+1)^2].$ **1564.** $x'=\frac{R^2x}{x^2+y^2+z^2}, y'=\frac{R^2y}{x^2+y^2+z^2}, z'=\frac{R^2z}{x^2+y^2+z^2}$. **1565.** $2ax+2by+2cz-R^2=0.$ **1566**. $x^2+y^2+z^2+(\frac{A}{D}x+\frac{B}{D}y+\frac{C}{D}z)R^2=0.$

1567. $\frac{\sqrt{x_0^2+y_0^2+z_0^2}-R}{\sqrt{x_0^2+y_0^2+z_0^2}+R}$. **1568**. $4y-5z=0.$**1569**. $\left(\frac{31}{12},\frac{31}{12},\frac{31}{12}\right)$. **1572**. $(l^2+m^2+n^2)R^2=\begin{vmatrix} a-x_0 & b-y_0 \\ l & m \end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix} b-y_0 & c-z_0 \\ m & n \end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix} c-z_0 & a-x_0 \\ n & l \end{vmatrix}^2.$

1573. $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 \\ l_1 & m_1 \end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix} y-y_1 & z-z_1 \\ m_1 & n_1 \end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix} z-z_1 & x-x_1 \\ n_1 & l_1 \end{vmatrix}^2= =\begin{vmatrix} x-x_2 & y-y_2 \\ l_2 & m_2 \end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix} y-y_2 & z-z_2 \\ m_2 & n_2 \end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix} z-z_2 & x-x_2 \\ n_2 & l_2 \end{vmatrix}^2$. **1576.** 1) 3; 2) 2; 3) 1; 4) 3; 5) 3; 6) 2; 7) 3; 8) 2; 9) 1. **1577.** 1) $(\boldsymbol{r_0n}-D)^2>\boldsymbol{R^2n^2}$; 2) $(\boldsymbol{r_0n}-D)^2=\boldsymbol{R^2n^2}$. 3) $(\boldsymbol{r_0n}-D)^2>\boldsymbol{R^2n^2}$. **1578.** $\pm(A_1x+B_1y+C_1z+D_1)=\pm(A_2x+B_2y+C_2z+D_2)= =\pm(A_3x+B_3y+C_3z+D_3)$ (to'rtta to'g'ri chiziq) bunda $A_i^2x+B_i^2y+C_i^2z=1$ $(i=1,2,3)$.

1579. $(x_0-a)^2+(y_0-b)^2+(z_0-c)^2<R^2$, $(Aa+Bb+Cc+D)(Ax_0+By_0+Cz_0+D)<0$.

1580.

$$\begin{vmatrix} a-x_1 & b-y_1 & c-z_1 \\ x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ \boldsymbol{l} & \boldsymbol{m} & \boldsymbol{n} \end{vmatrix}=R^2\left[\begin{vmatrix} y-y_1 & z-z_1 \\ \boldsymbol{m} & \boldsymbol{n} \end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix} z-z_1 & x-x_1 \\ \boldsymbol{n} & \boldsymbol{l} \end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 \\ \boldsymbol{l} & \boldsymbol{m} \end{vmatrix}^2\right]$$

1581.1) $\begin{vmatrix} b-y_1 & c-z_1 \\ \boldsymbol{m} & \boldsymbol{n} \end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix} c-z_1 & a-x_1 \\ \boldsymbol{n} & \boldsymbol{l} \end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix} a-x_1 & b-y_1 \\ \boldsymbol{l} & \boldsymbol{m} \end{vmatrix}^2 > R^2\,(\boldsymbol{l}^2+\boldsymbol{m}^2+\boldsymbol{n}^2)$

2) > ishorani < ga almashtirilsa, kesishadi. **1582**. $A(x-a)+B(y-b)+C(z-c)\pm R\sqrt{A^2+B^2+C^2}=0$. **1583**. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=17$. **1584**. $2(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_2})\boldsymbol{r}= =-R_1^2+\boldsymbol{r_1}^2+R_2^2-\boldsymbol{r_2}^2$. **1585**. $2(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_2})\boldsymbol{r}=-R_1^2+\boldsymbol{r_1}^2+R_2^2-\boldsymbol{r_2}^2$, $2(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_3})\boldsymbol{r}=-R_1^2+\boldsymbol{r_1}^2+R_3^2-\boldsymbol{r_3}^2$. **1586**. Radikal markazning radius – vektori

$$\frac{\left(R_2^2+\boldsymbol{r}_1^2-R_1^2-\boldsymbol{r}_2^2\right)\left[(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_3})(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_4})\right]}{2(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_2})(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_3})(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_4})}+\frac{\left(R_3^2+\boldsymbol{r}_1^2-R_1^2-\boldsymbol{r}_3^2\right)\left[(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_2})(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_4})\right]}{2(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_2})(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_3})(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_4})}+ +\frac{\left(R_4^2+\boldsymbol{r}_1^2-R_1^2-\boldsymbol{r}_4^2\right)\left[(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_2})(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_3})\right]}{2(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_2})(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_3})(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_4})}.$$

1587. $\boldsymbol{r_1}+\boldsymbol{a}\dfrac{-a(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_0})+\sqrt{R^2a^2-[a(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_0})]^2}}{\boldsymbol{a^2}}$. $\boldsymbol{r_1}+a\dfrac{-\boldsymbol{a}(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_0})+\sqrt{R^2\boldsymbol{a}^2-[\boldsymbol{a}(\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{r_0})]^2}}{\boldsymbol{a^2}}$

1588. $\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r_1}-\boldsymbol{a}\dfrac{D-\boldsymbol{r_1n}\pm R|\boldsymbol{n}|}{\boldsymbol{an}}\right)^2=R^2$. **1589.** $\dfrac{\sqrt{R^2-(r_0n-D)^2}}{|n|^2}$. **1590.** $n^2>D$, $S(-n)$, $R=\sqrt{n^2-D}$. **1591**. $\boldsymbol{r^2}-\boldsymbol{rn}\dfrac{R^2}{D}=0$ (sfera). **1592**. $\boldsymbol{nr}=\dfrac{1}{2}R^2$ (tekislik). **1593**. $(\boldsymbol{a^2}-$

$r_0^2)r^2+2r_0rR^2-R^4=0$ (sfera). **1594**. $(r-\rho_0)(r_0-\rho_0)=0$. **1595**. $8x^2+5y^2+5z^2-4xy+8yz+4zx+16x+14y+22z-39=0$. **1596**. $x^2+y^2+7z^2-16xy-8xz-8yz+62x+44y-32z-11=0$. **1597.** $27[(x-1)^2+(y-2)^2+(y-3)^2]=4(2x+2y-z-3)^2$. **1598.** $(x-5)^2-24(y^2+z^2)=0$. **1599**.

$$\left(x-\frac{x+y+z}{3}\right)^2+\left(y-\frac{x+y+z}{3}\right)^2+\left(z-\frac{x+y+z}{3}\right)^2=1.$$

1600. $\left(x-\frac{x+2y-2z}{9}\right)^2+\left(y-2\frac{x+2y-2z}{9}\right)^2+\left(z+2\frac{x+2y-2z}{9}\right)^2=36$. **1601**. $8(x^2+y^2)-(z-6)^2=0$ (ikkinchi konus nuqtadan iborat). **1602.** $(10x-5y-5z+2)^2+(-5x+10y-5z+11)^2+(5x+5y-10z+13)^2=294$. **1603**.5 **1604**.6. **1605**. 1) 2; 2) 4; 3) 1; 4) 2**;** **1606.** $18y^2+50z^2+75xz+225x-450=0$. **1607.** O'q tenglamasi:

$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r_0}+\lambda\left[\left(\frac{\boldsymbol{r_1}}{r_1}-\frac{\boldsymbol{r_3}}{r_3}\right)\left(\frac{\boldsymbol{r_2}}{r_2}-\frac{\boldsymbol{r_3}}{r_3}\right)\right]$. Konus tenglamasi: $\left(\boldsymbol{r}\left(\frac{\boldsymbol{r_1}}{r_1}-\frac{\boldsymbol{r_3}}{r_3}\right)\left(\frac{\boldsymbol{r_2}}{r_2}-\frac{\boldsymbol{r_3}}{r_3}\right)\right)^2=\boldsymbol{r}^2\frac{(\boldsymbol{r_1r_2r_3})^2}{r_1^2r_2^2r_3^2}$,

$\boldsymbol{r}$ – konus ixtiyoriy nuqtasining radius vektori, Qutb esa konusning uchida joylashadi.**1608**. $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}-1\right)\left(\frac{l^2}{a^2}+\frac{m^2}{b^2}+\frac{n^2}{c^2}\right)-\left(\frac{xl}{a^2}+\frac{ym}{b^2}+\frac{zn}{c^2}\right)^2=0$. **1609**. 1) $[[\boldsymbol{ab}][\boldsymbol{ar_0}]]^2-\boldsymbol{c}^2[\boldsymbol{ab}]^2>0$. 2) $[[\boldsymbol{ab}][\boldsymbol{ar_0}]]^2-\boldsymbol{c}^2[\boldsymbol{ab}]^2<0$ 3) $[[\boldsymbol{ab}][\boldsymbol{ar_0}]]^2-\boldsymbol{c}^2[\boldsymbol{ab}]^2=0$, ammo $[\boldsymbol{ab}]\neq 0$ 4) $[\boldsymbol{ab}]=0,\ [\boldsymbol{ar_0}]^2=c^2$ **1610.** 1) $\{(\boldsymbol{a}\ \boldsymbol{b})^2-a^2b^2\cos^2\lambda\}\{(\boldsymbol{a}\ \boldsymbol{r_0})^2-a^2r^2_0\cos^2\lambda\}-\{(\boldsymbol{a}\ \boldsymbol{b})(\boldsymbol{ar_0})-\boldsymbol{a}^2(\boldsymbol{r_0}\ \boldsymbol{b})\cos^2\lambda\}^2>0$. 2) $[\boldsymbol{r_0b}]=0$, 3) $[\boldsymbol{r_0b}]=0,\ (\boldsymbol{ab})^2=a^2b^2\cos^2\lambda$.

4) $\{(\boldsymbol{ab})^2-a^2b^2\cos^2\lambda\}\{(\boldsymbol{ar_0})^2-a^2r_0^2\cos^2\lambda\}-\{(\boldsymbol{ab})(\boldsymbol{a}\ r_0)-\boldsymbol{a}^2(\boldsymbol{r_0b})^2\cos^2\lambda\}^2<0$; 5) $\{(\boldsymbol{ab})^2-\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}^2\cos^2\lambda\neq 0,\ \{(\boldsymbol{ab})^2-a^2b^2\cos^2\lambda\}-\{(\boldsymbol{ab})(\boldsymbol{ar_0})-\boldsymbol{a}^2(\boldsymbol{r_0b})\cos^2\lambda\}=0$. **1611.** $(\boldsymbol{ar_1})^2<\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{r_1}^2\cos^2\lambda$. **1612**. $x(x-x_0)+y(y-y_0)+z(z-z_0)=0$ sferaning berilgan konus bilan kesishish chizig'i. **1613**. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{16}=1$. **1614**. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}+\frac{z^2}{36}=1$. **1615**. $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{7{,}2}=1$. **1616.** $10x+15y+6z-90=0$. **1617**. $a^2A^2+b^2B^2+c^2C^2=D^2$.

1618. $a^2A^2+b^2B^2+c^2C^2>D^2$. **1619**. $(x^2+y^2+z^2)^2=a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2$. **1620**. $\left(-\frac{a^2AD}{\Delta}, \quad -\frac{b^2BD}{\Delta}, \quad -\frac{c^2CD}{\Delta}\right)$; bu yerda $\Delta=a^2A^2+b^2B+c^2C^2$. **1621**.

$\frac{xx_1}{a^2}+\frac{yy_1}{b^2}+\frac{zz_1}{c^2}-\left(\frac{x_1^{\ 2}}{a^2}+\frac{y_1^{\ 2}}{b^2}+\frac{z_1^{\ 2}}{c^2}\right)=0$. **1622**. $32x+9y+72z=0$. **1623**. $\frac{xx_1}{a^2}+\frac{yy_1}{b^2}+\frac{zz_1}{c^2}$

$\frac{x(x-x_0)}{a^2}+\frac{y(y-y_0)}{b^2}+\frac{z(z-z_0)}{c^2}=0$. **1624.** $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\right)^2-R^2\left(\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}\right)=0$.

1626. $Ax+By+Cz+D=0$ tekislikka qo'shma to'g'ri chiziq. **1627**. Keishish chizig'i ikkita ellipsdan iborat. **1628**. $\frac{c\sqrt{a^2-b^2}}{\sqrt{a^2-c^2}}x\pm\frac{a\sqrt{b^2-c^2}}{\sqrt{a^2-c^2}}z+\lambda ac=0$, bunda λ - absolut qiymati 1 dan kichik ixtiyoriy haqiqiy son. **1629.** Berilgan ellipsoidning $\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}=\frac{1}{d^4}$ ellipsoid bilan kesishish chizig'i. **1630**. 1629 misolga qarang.

1631. Bir juft to'g'ri chiziq: $x=a\sqrt{a^2-b^2}\,t$, $y=0$, $z=\pm c\sqrt{b^2-c^2}\,t$.

1632. 1) $$C\left(\frac{Bz}{c^2}-\frac{Cy}{b^2}\right)\left(\frac{Cx}{a^2}-\frac{Az}{c^2}\right)\left(\frac{1}{b^2}-\frac{1}{a^2}\right)+B\left(\frac{Bz}{c^2}-\frac{Cy}{b^2}\right)\left(\frac{Ay}{b^2}-\frac{Bx}{a^2}\right)\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{c^2}\right)+$$ $$+A\left(\frac{Cx}{a^2}-\frac{Az}{c^2}\right)\left(\frac{Ay}{b^2}-\frac{Bx}{a^2}\right)\left(\frac{1}{c^2}-\frac{1}{b^2}\right)=0;$$

2) $(3z-2y)(x-3z)-2(3z-2y)(2y-x)+(x-3z)(2y-x)=0$ *yoki* $x+(2-2\sqrt{3})y-(6-3\sqrt{3})z=0$, $x+(2+2\sqrt{3})y-(6+3\sqrt{3})z=0$.

1633. $\frac{x_0(x-x_0)}{a^2}+\frac{y_0(y-y_0)}{b^2}+\frac{z_0(z-z_0)}{c^2}=0$. **1639**. $x^2+y^2=13z^2-14z+10$. **1640**. $x^2+y^2=a^2\pm 2az$ – ikkita aylanma paraboloid. **1641**. $z^2-y^2+2x=0$ – giperbolik paraboloid. **1642**. $x^2\pm 2yz=1$. **1643**. $z^2-2xy-az+\frac{z(x+y)^2}{2a}=0$. **1644.** Agar $x-z=u(1-y)$, $u(x+z)=1+y$ *va* $x-z=v(1+y)$, $v(x+z)=1-y$ tenglamalar ikkita yasovchini ifodalasa, u holda $\cos\varphi=\pm\frac{(uv-1)^2}{(u^2+1)(v^2+1)}$. **1645**. 45^0. **1646**.

$u\cos v\mp\sqrt{u^2-1}=c(1\mp u\sin v)$, $c(u\cos v\pm\sqrt{u^2-1})=1\pm u\sin v$. **1647**.

$\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{1}$, $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{-1}$. **1648**. $x(x-x_0)+y(y-y_0)-z(z-z_0)=0$.**1649**. $xy-yz-zx=0$ (konus). **1650**. $z^2+xy-xz-yz=0$. **1651**. $x^2-9y^2+4z^2-10z+4=0$. **1652**. $(x^2+y^2)(1+2z)+2z^3=0$. **1654.** 1) $x-y=0,\ z=0$. 2) $x+y=0,\ z=0$. **1655**. $x(x-x_0)+y(y-y_0)-z(z-z_0)=0$. **1657**. Bo'g'iz ellipsga urinadi. **1658.** Parallel to'g'ri chizlarning bir parametrli ikkita oilasi. **1659.** $\frac{x}{a^2A}=\frac{y}{b^2B}=\frac{z}{c^2C}$. **1660**. sfera: $x^2+y^2+z^2=a^2+b^2+c^2$. **1661**. Polodiya tenglamalari $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$, $\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}=\frac{1}{p^2}$, bunda $p=const$. **1662**. $\frac{x}{4}=\frac{z}{-16}$, $y=0$. **1663**. $\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}+\frac{z_0^2}{c^2}<1$.

1664. $(x-x_0)\frac{x_0}{a^2}+(y-y_0)\frac{y_0}{b^2}+(z-z_0)\frac{z_0}{c^2}=0$. **1665**.

$$\left[\frac{x_0(x-x_0)}{a^2}+\frac{y_0(y-y_0)}{b^2}+\frac{z_0(z-z_0)}{c^2}\right]^2=\left[\frac{(x-x_0)^2}{a^2}+\frac{(y-y_0)^2}{b^2}+\frac{(z-z_0)^2}{c^2}\right]\left(\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}+\frac{z_0^2}{c^2}-1\right)$$

1666. $\frac{11}{25}\left(\frac{y^2}{16}+\frac{z^2}{9}\right)-\frac{1}{25}(x-6)^2=0$. **1668**. Sfera. **1671**. Agar Ox, Oy o'qlar o'zaro perpendikular bo'lsa, u holda $x^2+y^2+k^2z^2=1$, bunda $k\neq 0$. **1672**. Ellips, giperbola, parabola, kesishuvchi ikkita to'g'ri chiziq, ikkita parallel to'g'ri chiziqlar.

1675. $p\neq 1$ holda bir pallali giperboloid va $p=1$ bo'lsa giperbolik paraboloid. **1676**. $z+\frac{A+B}{2}=0$ tekislik. **1678**. Ellips, giperbola, nuqta, mavhum chiziq.

1680. $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}\pm 1\right)\left(\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}-\frac{z_0^2}{c^2}\pm 1\right)-\left(\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}-\frac{z_0z}{c^2}\pm 1\right)^2=0$

(hamma joyda $+1$, yoki -1 olinadi).

1681. $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}\pm 1\right)\left(\frac{l^2}{a^2}+\frac{m^2}{b^2}-\frac{n^2}{c^2}\right)-\left(\frac{lx}{a^2}+\frac{my}{b^2}-\frac{nz}{c^2}\right)^2=0$.

1682. $\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}-\frac{z_0^2}{c^2}<-1$. **1683**. $xy-\lambda z^2+2\mu z=0, \lambda\neq 0, \mu\neq 0$.

1684. $2z=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}$. **1686**. $\lambda>-c^2$ holda ellipsoid, $-b^2<\lambda<-c^2$ holda bir pallali giperboloid, $-a^2<\lambda<-b^2$ holda ikki pallali giperboloid. **1688**. Bir pallali giperboloid parametrik tenglamalari:

$x=a\frac{uv+1}{u+v}, y=b\frac{v-u}{v+u}, z=c\frac{uv-1}{v+u}$; ikki pallali giperboloid parametrik tenglamalari: $x=a\cos u\,tg v,\ y=b\sin u\,tg\,v,\ z=\frac{c}{\cos v}$. **1689**.

1) $x^2+y^2-k^2z^2=\mu^2$; 2) $x^2+y^2+\alpha z^2+2\beta xz+2\gamma yz+a_{44}=0.$, bunda $\alpha<\beta^2+\gamma^2,\ a_{44}<0.$

1690. 1) $x^2+y^2-k^2z^2=-\mu^2$; 2) $x^2+y^2+\alpha z^2+2\beta xz+2\gamma yz+a_{44}=0$, bunda $\alpha<\beta^2+\gamma^2,\ a_{44}>0$. **1693**. Ellips, parabola, nuqta, mavhum chiziq.

1694. $x=-\frac{Ap}{C},\ y=-\frac{Bq}{C}$. **1695**. $\frac{x_0^2}{p}+\frac{y_0^2}{q}<2z_0$. **1696**.

$\frac{x_0}{p}(x-x_0)+\frac{y_0}{q}(y-y_0)=z-z_0.$

1697. Urinadigan tekislik tenglamasi: $\frac{x_0x}{p}+\frac{y_0y}{q}=z+z_0$;

$$\left(\frac{x^2}{p}+\frac{y^2}{q}-2z\right)\left(\frac{x_0^2}{p}+\frac{y_0^2}{q}-2z_0\right)-\left(\frac{x_0x}{p}+\frac{y_0y}{q}-z-z_0\right)^2=0.$$

1698. $\left(\frac{x^2}{p}+\frac{y^2}{q}-2z\right)\left(\frac{l^2}{p}+\frac{m^2}{q}\right)-\left(\frac{lx}{p}+\frac{my}{q}-n\right)^2=0$. **1699**.1676–masalaga qarang. **1701**. Aylanma paraboloid. **1705**. Giperbola, parabola, kesishuvchi ikki to'g'ri chiziq, bitta to'g'ri chiziq. **1706**.

$x=-\frac{Ap}{C},\ y=\frac{Bq}{C}$. **1707**. $\frac{x_0}{p}(x-x_0)-\frac{y_0}{q}(y-y_0)=z-z_0$. **1708**. $z=-\lambda xy$, bunda $\lambda\neq0$. **1713**.Giperbolik paraboloid. **1716**. Giperbola:

$z=\frac{q-p}{2},\ \frac{x^2}{p}-\frac{y^2}{q}=q-p$, ($p\neq q$ bo'lgan holda); $p=q$ holda kesishuvchi ikkita to'g'ri chiziq (to'g'ri chiziqli yasovchilar):

$z=0, x=y$ *ва* $z=0, x=-y$. **1720**. $C(1,1,-1)$; $X^2+Y^2+Z^2+2XY-2YZ+6XZ-1=0$. **1721**. Markazlar joylashgan to'g'ri chiziq: $x=1,\ y=t,\ z=-t,\ 4XY+4XZ-1=0$.

1722. $a_{11}(x-x_0)^2+a_{22}(y-y_0)^2+a_{33}(z-z_0)^2+2a_{12}(x-x_0)(y-y_0)+2a_{23}(y-y_0)(z-z_0)+$
$+2a_{31}(z-z_0)(x-x_0)+a=0$

1723. $X+Y+Z=0$. **1724**. $X-Y-Z=0$, $\{0,0,1\}$. **1725**. $4x-y-4z+1=0$. **1726**. $\{0,1,0\}$. **1727**. $Y=h$. **1728**. $3x+1=0,\ 3z-2=0$. **1729**. $z=1,\quad 2x-3y=0$. **1730**. $7x+17y+19z+19=0$. **1731**. *Ko'rsatma*: O'qlari urinish chiziqlari va tekisliklarning kesishish chiziqlari bilan ustma–ust tushuvchi koordinatalar sistemasiga nisbatan konus tenglamasini tuzing. **1732**. *Ko'rsatma*: O'qlari bitta uchdan chiqqan uchta qirradan iborat koordinatalar sistemasiga nisbatan sirt tenglamasini tuzing. **1733**. $x-4y+2z=0$. **1734**. $(0,0,1)$. **1735**. 1) $\varphi=135^0$; 2) $\alpha=\beta=60^0$; 3) $\gamma=45^0$.

1736. $x+y+2z+5=0$, $\quad x+(-3\pm\sqrt{8})y-5\pm2\sqrt{8}=0$.

1737. $x-y-z=2k(\sqrt{3}+y-z),\ k(x-y-z)=\sqrt{3}-y+z$. **1738**. Bitta oilasi: $x=u,\ u(y+z)=-x-y-1$, ikkinchi oilasi: $y+z=v,\ vx=-x-y-0$.

1739. $u(x+z+1)=y-x+z+2,\ x+z+1=u(y-x+z)$.

1740. $z-1=0,\ x+y-z+3=0$ *va* $x-z+2=0,\ x+y+2=0$.

1741. $x+2y-2=0$ *va* $x+2y=0$. **1742**. $4x-5y-2z+2=0$.

1743. $x^2+2y^2+2xy-2x-4y=0$. **1744**. $x^2-4xz-8yz=0;\quad x+2y+2z-2=0$.

1745. *Ko'rsatma*: Markaziy doiraviy kesimlar tekisliklari juftining ellipsoid o'qlaridan tuzilgan koordinat sistemasiga nisbatan tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega: $(\lambda_1-\lambda_2)x_1^2-(\lambda_2-\lambda_3)z_1^2=0$ yoki

$$\left(\lambda_1x_1^2+\lambda_2y_1^2+\lambda_3z_1^2+\frac{K_4}{I_3}\right)-\left[\lambda_2\left(x_1^2+y_1^2+z_1^2\right)+\frac{K_4}{I_3}\right]=0.$$

1746. $x-\lambda=0,\ x+y-z-\mu=0$. **1747**. $2x+3\sqrt{2}z=9\sqrt{2},\ 3\sqrt{2}z-2x=9\sqrt{2}$.

1748. $x-(3\pm 2\sqrt{2})y+\lambda=0$, bunda λ —barcha haqiqiy qiymatlarni qabul qiladi. **1749**. $z+1=0,\ x+2y-2=0$ va $z+1=0,\ 3x+4y-4=0$.

1750. $x+1=0,\ y+1=0$. **1751**. 1) Ikkita tekislik: $2x+y=0,\ y+2z-2=0$; 2) ikkita tekislik: $x-2y+3z+2=0$, $x-2y+3z-3=0$; 3) ikkita tekislik: $x+2y+3z+4=0$, $3x-2y+z-6=0$; 4) ikkita tekislik: $x+y+z+1=0$, $5x+4y+3z+2=0$; 5) ikkita tekislik: $2x-7y+z+1=0$, $2x-7y+z+3=0$; 6) ustma—ust tushgan qo'sh tekislik: $(4x+3y+10z+7)^2=0$.

1752. 1) Ellipsoid; 2) bir pallali giperboloid; 3) ikki pallali giperboloid; 4) konus; 5) elliptik paraboloid; 6) giperbolik paraboloid; 7) elliptik silindr; 8) giperbolik silindr; 9) parabolik silindr; 10) giperbolik paraboloid; 11) bir pallali giperboloid. **1753**.1) Uchi $\left(\frac{3}{2};1;\frac{1}{2}\right)$ da bo'lgan $Z=2X^2-4Y^2$ giperbolik paraboloid; 2) Uchi $(0,1,-2)$ nuqtada bo'lgan elliptik paraboloid $Z=X^2+3Y^2$; 3) uchi $(-1,-1,-1)$ nuqtada bo'lgan konus $X^2+2Y^2-3Z^2=0$; 4) bir juft tekislik: $x+y\pm z=0$; 5; parabolik silindr $Z=5X^2$; 6) $Z=2X^2$ parabolik silindr; 7) $Z^2-2X^2=1$ giperbolik silindr;8) $(3;-1;1)$ markazli $\frac{X^2}{36}+\frac{Y^2}{9}+\frac{Z^2}{4}=1$ ellipsoid; 9) $X^2-Y^2+Z^2=0$ konus;

10) ikkita tekislik: $x-y\pm(z-1)=0$; 11) markazi (5,2,3) nuqtada bo'lgan bir pallali giperboloid $\frac{X^2}{16}+\frac{Y^2}{4}-\frac{Z^2}{16}=1$; 12) giperbolik paraboloid X^2-Y^2--2Z; 13) parabolik silindr $X^2-10Y=0$; 14) $X^2+Z^2=1$ doiraviy silindr; 15) $(x-1)^2+\left(y+\frac{2}{3}\right)^2+z^2=\frac{16}{9}$ sfera; 16) $(x-1)^2+\left(y+\frac{2}{3}\right)^2=\frac{16}{9}$ doiraviy silindr;17) $X^2+Y^2-Z^2=0$ doiraviy konus; 18) $(2x-1)\pm(y-2)=0$ ikkita tekislik. **1754**. Markazi $\left(-\frac{1}{3},-\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$ nuqtadagi bir pallali giperboloid:

$\dfrac{X^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}+\dfrac{Y^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^2}-\dfrac{Z^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}=1$ yangi sistema birlik vektorlarining

koordinatalari: $e_1'=\left\{\frac{1}{\sqrt{3}};-\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$, $e_2'=\left\{\frac{1}{\sqrt{6}};\frac{2}{\sqrt{6}};\frac{1}{\sqrt{6}}\right\}$, $e_3'=\left\{\frac{1}{\sqrt{2}};0;\frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$. **1755**.

$\dfrac{X^2}{\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2}+\dfrac{Y^2}{1}=1$ elliptik silindr, simmetriya o'qi tenglamalari:

$x=t, y=2+2t\quad z=-1-t;$ $O'X$ o'qining vektori $e_1'=\left\{-\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$, $O'Y$

o'qining vektori $e_2'=\left\{\frac{1}{\sqrt{2}};0;\frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$. **1756**. Parabolik silindr: $6X^2-2\sqrt{3}Y=0$.

1757. Ikkita parallel tekislik: $2x-3y+z=-1\pm\sqrt{6}$. **1758**. Markazi (1,2,−1) nuqtada bo'lgan ellipsoid:

$\dfrac{X^2}{2}+\dfrac{Y^2}{1}+\dfrac{Z^2}{\frac{2}{3}}=1,\ e_1'=\left\{\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right\},\ e_2'=\left\{\frac{2}{3};\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right\},\ e_3'=\left\{\frac{2}{3};-\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right\}.$

1759. Markazi $\left(0,1,-\frac{2}{5}\right)$ nuqtada bo'lgan ikki pallali giperboloid:

$\dfrac{X^2}{\frac{4}{5}}+\dfrac{Y^2}{\frac{4}{15}}-\dfrac{Z^2}{\frac{4}{25}}=-1,\ e_1'=\left\{\frac{1}{\sqrt{2}};-\frac{1}{\sqrt{2}};0\right\},\ e_2'=\left\{\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}};0\right\},\ e_3'=\{0;0;1\}.$

1760. Uchi (1,1,−1) nuqtada bo'lgan $X^2+Y^2-2Z^2=0$ aylanma konus, $\{2,1,-2\}$ konus o'qiga parallel vektor.

1761. $\dfrac{X^2}{\frac{5}{2\sqrt{2}}}+\dfrac{Y^2}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=2Z$ elliptik paraboloid. Paraboloid botiqlik tomoniga

yo'nalgan o'qining birlik vektori $\left\{\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{-1}{\sqrt{2}},0\right\}$, $\{1,1,-2\},\{1,1,1\}$ paraboloid

o'qlariga perpendikular kesimlarning bosh o'qlariga parallel vektorlar,

paraboloid uchi $\left(-\frac{1}{40},-\frac{19}{40},\frac{1}{2}\right)$. **1762**. $\dfrac{X^2}{2}+\dfrac{Y^2}{1}=1$ elliptik silindr, (0,1,0) silindr o'qidagi nuqta: $\{1,0,1\}$ silindr o'qiga parallel vektor: $\{1,1,-1\}$ va $\{-1,2,1\}$ silindr o'qiga perpendikular kesimlarining bosh o'qlariga parallel vektorlar.

1763. 1) Markazi $0'\left(-\frac{1}{3},-\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$ nuqtada bo'lgan $\frac{X^2}{\frac{1}{3}}+\frac{Y^2}{\frac{1}{6}}-\frac{Z^2}{\frac{1}{2}}=1$ bir pallali giperboloid, o'qlarning birlik vektorlari

$e_1'=\left\{-\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}};-\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$, $e_2'=\left\{\frac{1}{\sqrt{6}};\frac{2}{\sqrt{6}};\frac{1}{\sqrt{6}}\right\}$ $e_3'=\left\{\frac{1}{\sqrt{2}};0;-\frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$;

2) $X^2+Y^2=\frac{1}{6}$ doiraviy silindr, o'qining tenglamalari:

$5x-2y-z+5=0, x-y+z+1=0$; 3) $X^2-Y^2=\frac{1}{3}$ giperbolik silindr, markazlar o'qining tenglamalari: $x+2y-5z+1=0, x-y+z+1=0$. Bosh kesim haqiqiy o'qining yo'nalishi, $e_1'=\left\{\frac{1}{\sqrt{2}};0;-\frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$ mavhum o'qi yo'nalishi:

$e_2'=\left\{\frac{1}{\sqrt{3}};-\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$. **1764**. $\frac{X^2}{\frac{4}{7\sqrt{14}}}-\frac{Y^2}{\frac{2}{\sqrt{14}}}=2Z$ giperbolik paraboloid. $O'XZ$ tekisligi bilan sirt kesishishidan hosil bo'lgan parabola o'qining musbat yo'nalishini $\{1,2,-3\}$ vektor aniqlaydi. $O'X$ o'qining musbat yo'nalishi $\{4,1,2\}$ vektor bilan, $O'Y$ o'qining musbat yo'nalishi $\{-1,2,1\}$ vektor bilan aniqlanadi. Uchi $O'\left(-\frac{617}{392},-\frac{113}{196},\frac{1011}{392}\right)$ nuqtada. **1765**. Uchi $\left(-\frac{183}{784},-\frac{499}{784},\frac{509}{392}\right)$ nuqtada bo'lgan giperbolik paraboloid:

$7X^2-2Y^2-\frac{8Z}{\sqrt{14}}=0$ $O'X$ o'qining yo'nalishi $\{2;4;1\}$, $O'X$ o'qining yo'nalishini $\{1,-1,2\}$ vektor aniqlaydi. $\{-3,1,2\}$ vektor paraboloid o'qi bo'ylab kichik parametrli bosh kesim o'qi tomonga yo'nalgan ($O'XZ$ tekislik). **1766**. 1) Simmetriya o'qlari saqlanadi, hosil bo'lgan silindrlar avvalgilarga gomotetik bo'ladi; 2) simmetriya o'qi o'ziga parallel siljiydi, hosil bo'lgan silindr avvalgiga o'xshash bo'ladi. **1767**. 1) Parametri, botiqlik yo'nalishi va yasovchilar yo'nalishi o'zgarmagan holda silindrning ko'chishi ro'y beradi; 2) yasovchilar yo'nalishi o'zgaradi, parametr o'zgaradi.**1769**. $\lambda = \pm 1$, $\mu = \pm\sqrt{2}$ parametrlar $I_3 = 0$, $K_4 = 0$, $I_1^{\ 2} = 4I_2$ shartlardan aniqlanadi. **1770**. $ab + bc + ca = 0$.**1771**. Xarakteristik tenglama karrali ildizga ega: $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, $y = 0$, $\lambda x + z + \lambda^2 - \lambda - 1 = 0$ aylanish o'qi tenglamalari.**1772**. Ikkita konus: $2x^2 - 4xy + (1 \pm \sqrt{5})z^2 = 0$, birining aylanish o'qi $z = 0$, $(1+\sqrt{5})x - 2y = 0$ ikkinchi konus aylanish o'qi: $z = 0$, $(1-\sqrt{5})x - 2y = 0$. **1773**. 1) $-\infty < m < -1$ uchun ellipsoid; 2) $m = -1$ holda elliptik silindr; 3) $-1 < m < \frac{1}{2}$ holda bir pallali giperboloid; 4) $m = \frac{1}{2}$ holda konus; 5) $\frac{1}{2} < m < 1$ holda ikki pallali giperboloid; 6) $m = 1$ ikkita mavhum kesishuvchi tekisliklar; 7) $m > 1$ uchun ellipsoid. **1774**. $4\lambda^2 + \mu^2 - 4\lambda\mu - 2\lambda - 4\mu + 4 = 0$.

1775. $a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_3 z = 0$. **1776**. $b = \sqrt{-\frac{K_4}{\lambda_1\lambda_2}}$. **1777**. Bu to'g'ri chiziqlarni koordinata o'qi deb qarab $I_1 = 0$ ni hosil qilamiz.

1778. M nuqtaning koordinatalarini silindr tenglamasining chap tomoniga qo'yganimizda natija $\frac{K_3}{I_2}$ ga teng bo'lishi kerak.

1779. Ikkita asimptotik tekislik.**1780**. Agar tenglamalarning barcha koeffitsientlari (ozod hadlardan tashqari bo'lishi mumkin) proporsional bo'lsa.**1781**. $\frac{K_4}{I_3} + b - a > 0$, $\frac{K_4}{I_3} > 0$ shartlardan bir pallali giperboloid; $\frac{K_4}{I_3} + b - a < 0$, $\frac{K_4}{I_3} < 0$ holda bir pallali giperboloid;

$\frac{K_4}{I_3}+b-a<0,\ \ \frac{K_4}{I_3}>0$ holda ikki pallali giperboloid; $\frac{K_4}{I_3}+b-a>0,\ \ \frac{K_4}{I_3}<0$ holda ikki pallali giperboloid; $\frac{K_4}{I_3}+b-a=0$ holda asimptotik konus.

1782. Berilgan nuqta koordinatalarini giperboloid tenglamasining chap tomoniga qo'yganda, yechim 0 bilan $\frac{K_4}{I_3}$ orasida bo'lishi kerak.

1783. $I_3=K_4=K_3=I_1=0,\ \ I_2\neq 0$.**1784**. 1) $I_3=K_4=0,\ \ K_3I_1<0,\ \ I_1^{\ 2}=4I_2$; 2) $K_4=0,\ \ I_1I_3$ yoki $I_2\leq 0$ va xarakteristik tenglamaning ikkita ildizi teng; 3) $K_4<0,\ \ 3I_2=I_1^{\ 2},\ \ 27I_3=I_2^{\ 3}$. **1785**. $\frac{\pi\sqrt{-K_4^{\ 3}}}{I_3^{\ 2}}$. **1786**. Ellipsoid markazining koordinatalari.**1787**. Ellipsoid tenglamasidagi ozod a hadning $a-\frac{K_4}{I_3}$ ga teng sondan bir tarafdagi qiymatlarini olsak, natijada berilgan ellipsoidga gomotetik ellipsoidlar hosil qilinadi, ozod hadni $a-\frac{K_4}{I_3}$ ga teng songa almashtirsak shunday tenglamaga ega bo'lamizki, uni faqat simmetrik markazning koordinatalari qanoatlantiradi; nihoyat, ozod hadni $a-\frac{K_4}{I_3}$ ga teng sonning ikkinchi tarafidagi qiymatlarni olsak, mavhum ellipsoid hosil bo'ladi. **1788**. $\frac{1}{\lambda_1}$.**1789**. $2F(x_0,y_0,z_0)\cdot I_1<0$. **1790**. $I_1\cdot 2F(x_0,y_0,z_0)<0$. **1791**. $tg\alpha_{1,2}=\pm\frac{2\sqrt{-I_2}}{I_1}$. **1792**. $I_1\cdot 2F(x_0,y_0,z_0)<0$. **1793**. $d=2\frac{\sqrt{-K_2}}{|I_1|}$. **1794**. $K_4<0,\ \ I_3=0,\ \ I_1^{\ 2}=4I_2$. **1795**. $z^2=\pm 2xy$. **1796**. $\frac{xy}{c}+\frac{yz}{a}+\frac{zx}{b}=1$. **1797**. $y^2+z^2+\frac{p}{r}xy-2px-2ry=0$. **1798**. $x^2+y^2+z^2+\frac{a^2+b^2}{ab}xy-2ax-2by=0$. **1799**. $(x+y-r)^2+z^2=r^2$ elliptik silindr.

1800. $x^2 + y^2 - 12x - 18y - 2z + 32 = 0$. **1801**. $x^2 + 2y^2 + z^2 + 2xz - 3x - 5z = 0$.

Ko'rsatma: Avvalo $o'x'y'$ koordinata tekisligi $x - z = 0$ tekislikdan iborat bo'lgan koordinatalar sistemasida paraboloid tenglamasini tuzamiz.

1802. $x^2 + y^2 + xz - yz - 2rx = 0$.

1803. $z^2 + 3xz - yz + 6x + 2y - 4 = 0$ *va* $z^2 - 2xy + 2xz - yz + 4z + 2y - 4 = 0$**.** **1804**. Elliptik paraboloid: $x^2 + y^2 - 2z - 1 = 0$**.** **1805**. $x^2 + 3z^2 - 4xy + 6z - 1 = 0$.

1806. $\begin{array}{l} 1)\ a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_3 z = 0; \\ 2)\ 2a_{12}xy + 2a_3 z = 0 \end{array}$ Ox, Oy o'qlarning sirtga tegishliligi shartidan: $a_{11} = a_1 = a_2 = a_{22} = a \quad 0$ diametr Oxy tekisligiga qo'shma bo'lgani uchun: $a_{13} = a_{23} = 0$. Paraboloid uchun $a_{33} = 0$.

1807. $\dfrac{(x - y + 1)^2}{32} + \dfrac{(x + y - 2z)^2}{24} + \dfrac{(x + y + z - 1)^2}{3} = 4$. **1808**. $x + y + z \pm 1 = 0$ ikkita tekislik. **1809**. Bir pallali giperboloid:

$4(x + y + z)^2 - 3(2x - y - z)^2 + (y - z + 1)^2 = 1$.

1810. $x^2 + y^2 + (l^2 + m^2)z^2 - 2lxz - 2myz + 2a_3 z - r^2 = 0,\ a_3 \neq 0$. **1811**. Agar berilgan ellips tenglamasi $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1,\ z = 0$ va $(\alpha, \beta, \gamma), (\alpha, \beta, -\gamma)$ sonlar berilgan ellips tekisligiga nisbatan simmetrik nuqtalarning koordinatalari bo'lsa, izlangan geometrik o'rin tenglamasi:

$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{1}{\gamma^2}\left(1 - \dfrac{\alpha^2}{a^2} - \dfrac{\beta^2}{b^2}\right)z^2 - \dfrac{\alpha x}{a^2} - \dfrac{\beta y}{b^2} = 0$. **1812**. Berilgan sirtning tenglamasi $2F(x'y'z) = 0$ bo'lsa, izlanayotgan geometrik o'rin

$(x - a)F_x + (y - b)F_y + (z - c)F_z = 0$ ikkinchi tartibli sirt bo'ladi.

1813. $4x^2 + y^2 - z^2 = 1$.

1814. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_1 & x \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_2 & y \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_3 & z \\ a_1 & a_2 & a_3 & a & -(x^2+y^2+z^2) \\ x & y & z & -(x^2+y^2+z^2) & 0 \end{vmatrix} = 0$. *Ko'rsatma*: Sirt

tenglamasini tangensial koordinatalarda yozing.**1815**. $k^2x^2 - y^2 + (k^2-1)z^2 = (k^2-1)c^2$.**1816**. $kxy + (k^2+1)cz = 0$.**1817**. $x^2 + y^2 + 2z^2 - r^2 = 0$, bunda r berilgan aylananing radiusi. **1818**. $y^2 + z^2 = 2px$.**1819**. Ko'rsatma: e, m, n bosh yo'nalish yo'naltiruvchi vektorining koordinatalari: $\begin{matrix} (a_{11}-\lambda)e + a_{12}m + a_{13}n - A\beta = 0 \\ a_{21}e + (a_{22}-\lambda)m + a_{23}n - B\beta = 0 \\ a_{31}e + a_{32}m + (a_{33}-\lambda)n - C\beta = 0 \end{matrix}$ $Ae + Bm + Cn = 0$ sistemadan aniqlanadi, bunda λ quyidagi tenglamaning ildizi

$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & a_{13} & A \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & a_{23} & B \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}-\lambda & C \\ A & B & C & 0 \end{vmatrix} = 0$. **1820**. $4x - 3y - 5z + 4 = 0$. Koordinatalar boshidan o'tuvchi va izlayotgan parabola tekisligiga parallel tekislik, konus bilan ikkita ustma—ust tushuvchi yasovchilarga ega.

1821. $2x + y + 2 + \lambda(y+z) = 0, \ \lambda < -\frac{5}{2}$. **1822**. O'zaro perpendikular asimptotik yo'nalishni aniqlang $x - y + (-2 \pm \sqrt{7})(2x - z) = 0$. **1823**. Parabola parametri $p = \frac{3}{2\sqrt{2}}$ parabola o'qi tenglamalari: $2y + 1 = 0, \ x + y + z - 1 = 0$, uchi $\left(\frac{1}{8}, -\frac{1}{2}, \frac{11}{8}\right)$ nuqtada, $\{1, 0, -1\}$ parabola botiq tomoniga yo'nalgan o'qining vektori. **1824**. $\frac{27-\sqrt{33}}{12}X^2 + \frac{27+\sqrt{33}}{12}Y^2 = 0$. Markazi koordinatalar boshi bilan ustma—ust tushadi. OX o'qdan iborat bosh yo'nalish: $\left\{\sqrt{33}+15, \ -12-4\sqrt{33}, \ -18+2\sqrt{33}\right\}$ Oy o'qdan iborat bosh yo'nalish: $\{-15+\sqrt{33}, 12-4\sqrt{33}, 18+2\sqrt{33}\}$. **1825**. $x=\frac{3}{4}+t,\ y=\frac{3}{4}+t,\ z=\frac{1}{4}+t$.

1826. $y+2z=0$. **1827**. $-\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\beta^2+\frac{1}{\lambda_1}-2\gamma+\lambda_1 R^2=0$, $\alpha=0$ shartlarda parabola. Sirtlar oilasi tenglamasi

$\lambda_1 x^2+\lambda_2 y^2-2z-\sigma\left[(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2+(z-\gamma)^2-R^2\right]=0$ ni tuzing va so'ngra $I_3=0,\ K_4=0, K_3=0$ shartlarning bajarilishini talab qiling.

1828. $x^2+y^2+z^2\pm\sqrt{3}xz-yz-1=0;\ I_3=K_4=0$ shartlardan $a_{33}-a_{13}^2-a_{23}^2=0, -a_3^2=0;$ ammo, silindr $x^2+y^2-1=0, z=0$ aylanadan o'tadi, demak, silindr tenglamasi ushbu ko'rinishda bo'ladi: $x^2+y^2-1+a_{33}z^2+2a_{13}xz+2a_{23}zy=0$. Bu sirt $x^2+y^2+z^2-1=0$ sfera bilan ikkita aylana bo'yicha kesishadi. **1829** $a=1, b=\frac{1}{\sqrt{3}}$. **1830**. $R=\frac{1}{\sqrt{2}}$. **1831**. $p=\frac{1}{\sqrt{2}}$. **1832**. $D^2<A^2a^2+B^2b^2+C^2c^2$ holda kesim—haqiqiy ellipsdan iborat; $D^2=A^2a^2+B^2b^2+C^2c^2$ holda kesishuvchi ikkita mavhum to'g'ri chiziq: $D^2>A^2a^2+B^2b^2+C^2c^2$ holda mavhum ellips. **1833**. $C^2c^2>A^2a^2+B^2b^2$ holda kesimda ellips; $C^2c^2<A^2a^2+B^2b^2$ va $D^2+C^2c^2-A^2a^2-B^2b^2\neq 0$ holda giperbola; $C^2c^2<A^2a^2+B^2b^2$, $D^2+C^2c^2-A^2a^2-B^2b^2=0$, holda kesishuvchi ikkita to'g'ri chiziq; $C^2c^2=A^2a^2+B^2b^2$ va $D\neq 0$ holda parabola; $C^2c^2=A^2a^2+B^2b^2$, $D=0$ holda ikkita parallel to'g'ri chiziq. **1834**. Giperbola bo'yicha. **1835**. Ellips bo'yicha.

1836. $C^2c^2>A^2a^2+B^2b^2$, $D^2<C^2c^2-A^2a^2-B^2b^2$ holda kesimda mavhum ellips; $C^2c^2>A^2a^2+B^2b^2$; $D^2>C^2c^2-A^2a^2-B^2b^2$ holda haqiqiy ellips. $C^2c^2>A^2a^2+B^2b^2$, $D^2=C^2c^2-A^2a^2-B^2b^2$ holda kesishuvchi ikkita mavhum to'g'ri chiziq; $C^2c^2-A^2a^2+B^2b^2<0$ holda giperbola; $C^2c^2=A^2a^2+B^2b^2$, $D\neq 0$ holda parabola; $C^2c^2=A^2a^2+B^2b^2$, $D=0$ holda ikkita mavhum parallel to'g'ri chiziq. **1837**. $C \neq 0, 2DC > B^2q + A^2p$ holda mavhum ellips; $C \neq 0, 2DC = B^2q + A^2p$ holda kesishuvchi ikkita mavhum to'g'ri chiziq; $C \neq 0, 2DC < B^2q + A^2p$ holda ellips; C=0 holda parabola; **1838**. $C \neq 0, 2DC \neq -qB^2 + pA^2$ holda giperbola; $C \neq 0, 2DC = -qB^2 + pA^2$ holda ikkita kesishuvchi to'g'ri chiziq. $C = 0, qB^2 - pA^2 \neq 0$ holda parabola; $C = 0, qB^2 - pA^2 = 0$ holda ustma–ust tushuvchi to'g'ri chiziq. **1839**. $C^2c^2 > A^2a^2 + B^2b^2$, $D \neq 0$ holda ellips; $C^2c^2 < A^2a^2 + B^2b^2$, $D \neq 0$ holda giperbola; $C^2c^2 < A^2a^2 + B^2b^2$, $D = 0$ holda kesishuvchi ikkita to'g'ri chiziq; $C^2c^2 > A^2a^2 + B^2b^2$, $D = 0$ holda kesishuvchi ikkita mavhum to'g'ri chiziq. $C^2c^2 = A^2a^2 + B^2b^2$, $D \neq 0$ bo'lsa parabola; $C^2c^2 = A^2a^2 + B^2b^2$, $D = 0$ bo'lsa ikkita ustma–ust tushuvchi to'g'ri chiziq.

1840. $\frac{c\sqrt{a^2 - b^2}}{b\sqrt{a^2 - c^2}}x \pm \frac{a\sqrt{b^2 - c^2}}{b\sqrt{a^2 - c}^2}z + \lambda \ \frac{ac}{b} = 0$, bunda $|\lambda| < 1$,

1841. $\pm\sqrt{\frac{p-q}{p}}y + \sqrt{\frac{q}{p}}z + (p-q)\sqrt{\frac{q}{p}} \cdot \lambda = 0$, bunda $\lambda < \frac{1}{2}$ yoki

$\pm\sqrt{\frac{p-q}{q}}y + z + \lambda(p-q) = 0, \quad \lambda < \frac{1}{2}$. **1842**. $C\sqrt{a^2 - b^2}y \pm b\sqrt{a^2 + c^2}z + \lambda = 0$, λ – ixtiyoriy qiymat qabul qiladi. **1843**. $\frac{c\sqrt{a^2 - b^2}}{a\sqrt{b^2 + c^2}}y \pm \frac{b\sqrt{a^2 + c^2}}{a\sqrt{b^2 + c^2}}z + \lambda\frac{bc}{a} = 0$, bunda $|\lambda| > 1$. **1844**. $c\sqrt{a^2 - b^2}y \pm b\sqrt{a^2 + c^2}z + D = 0$, bunda $D \neq 0$. **1845**. Ikkita parallel to'g'ri chiziqli yasovchilar bo'yicha. **1846**. Ko'rsatma. Yassi kesim uchun I_2 ni toping.**1847**. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_1 & a_1 & A \\ a_{21} & a_{22} & a_2 & a_2 & B \\ a_{31} & a_{32} & a_3 & a_3 & C \\ a_1 & a_2 & a_3 & a & D \\ A & B & C & D & 0 \end{vmatrix} = 0$.

1848. $\frac{B^2}{a^2} - \frac{A^2}{b^2} = \frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}$ tenglamaning $A^2 + B^2 < 1$ shartni qanoatlantiruvchi yechimlari bor bo'lgan holda kesimlar mavjud.

1849. O'rta yarim o'q b .**1850**. Agar $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ bir pallali giperboloid tenglamasi va $a>b$ bo'lgan holda $R=a$ va $b>a$ bo'lsa: $R=b$. **1851**. Agar $C\neq 0,\ pA^2-qB^2+(p-q)C^2=0,\ D\neq\frac{1}{2}(q-p)C$ shartlar bajarilsa, u holda $Ax+By+Cz+D=0\ (A^2+B^2+C^2=1)$ tekislik giperbolik paraboloidni teng tomonli giperbola bo'ylab kesadi. **1852**. $Ax+By+Cz+D=0$ tekisliklar quyidagi shartlar bilan aniqlanadi: $A^2+B^2+C^2=1,\quad C^2c^2<A^2a^2+B^2b^2, D^2+C^2c^2-A^2a^2-B^2b^2\neq 0$, $A^2\left(\frac{1}{b^2}-\frac{1}{c^2}\right)+B^2\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{c^2}\right)+C^2\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)=0$, $b>c$ yoki $a>c$ bo'lsa, yechim mavjud. **1853**. *Ko'rsatma*: sirt bilan kesishish natijasida hosil qilingan ikkinchi tartibli chiziqni o'z ichiga olgan tekislikni Oxy tekisligi sifatida olish kerak. **1854**. *Ko'rsatma*: Agar shu ikki chiziq bitta sirtga tegishli bo'lsa, u holda tekislikning sirt bilan kesishish chizig'iga tegishli ikkita nuqta har bir berilgan ikkita chiziqqa tegishli bo'ladi. Agar ikkita chiziq umumiy nuqtalarga ega bo'lsa, ularning ikkinchi tartibli bitta sirtga tegishli ekanligini isbot qilamiz. Buning uchun ikkita koordinata tekislik berilgan tekisliklardan iborat sistemaga nisbatan chiziqlarning tenglamasini tuzamiz. **1855**. *Ko'rsatma*: Bu chiziqlar tekisliklarini koordinata tekisliklari sifatida qabul qiling. **1856**. Ko'rsatma: Zarurligining isboti: A va B — berilgan sirtlar kvadratik formalarning matritsalari bo'lsin. Bu matritsalarni λ,μ dan iborat diagonal shaklga keltiradigan ortogonal almashtirish mavjud. Shu almashtirishning matritsasi C bo'lsa, u holda $C^{-1}AC=\lambda,\ C^{-1}BC=\mu$ bundan: $AB=C\lambda\mu C^{-1},\quad BA=C\mu\lambda C^{-1}$, ammo, $\lambda\mu=\mu\lambda$, demak $AB=BA$.**1857**. *Ko'rsatma*: Agar ikkala kesim ham paraboloid o'qini kesib o'tsa, u holda bu kesimlarni OXZ, OYZ tekisliklar sifatida, paraboloid uchidagi urinma tekisligini esa OXY tekisligi deb qarab, quyidagi tenglamani hosil qilamiz: $2z = a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2$ bundan esa $\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} = a_{11} + a_{22} = I_1$.**1858**. To'rtinchi tartibli $-\frac{y^2}{b^2}\left(x^2 + y^2 + z^2\right) + \frac{c^2x^2}{a^2} + \frac{a^2z^2}{c^2} + 2y^2 - b^2 = 0$ sirt bilan bir pallali giperboloidning kesishish chizig'i izlanayotgan geometrik o'rin bo'ladi. Bu to'g'ri chiziqning nuqtalarida o'tkazilgan urinma tekislikka parallel tekisliklar bir pallali giperboloidni teng tomonli giperbola bo'yicha kesib o'tadi. **1859**. *Ko'rsatma*: Paraboloidning bosh yo'nalishlariga parallel birlik vektorlar $e_1 = \{\ell_1, m_1, n_1\}$, $e_2 = \{\ell_2, m_2, n_2\}$ va X, Y, Z esa kanonik koordinatalar sistemasidagi koordinatalari bo'lsa, u holda

$$2F - \frac{1}{\lambda_1}\left(\ell_1 F_x + m_1 F_y + n_1 F_z\right)^2 - \frac{1}{\lambda^2}\left(\ell_2 F_x + m_2 F_y + n_2 F_z\right)^2 = 2F - \frac{1}{\lambda_1}\left[\lambda_1\left(\ell_1 x + m_1 y + n_1 z\right) + \right.$$
$$\left. + \ell_1 a_1 + m_1 a_2 + n_1 a_3\right]^2 - \frac{1}{\lambda_2}\left[\lambda_2\left(\ell_2 x + m_2 y + n_2 z\right) + \ell_2 a_1 + m_2 a_2 + n_2 a_3\right]^2 = 2a_3' z$$

ya'ni x, y, z ga nisbatan chiziqli funksiyaga teng. Bu ifodadan ikkinchi darajali koordinatalarni chiqarib tashlab, kerakli ifodani hosil qilamiz. **1861**. *Ko'rsatma*: OZ o'qi sifatida sirtning to'g'ri chiziqli yasovchisini qabul qiling. **1862**. $tg\varphi_{1,2} = \pm\frac{2ac\sqrt{(a^2 - b^2)(b^2 - c^2)}}{b^2(a^2 + c^2) - 2a^2c^2}$; $b^2(a^2 + c^2) - 2a^2c^2 = 0$ shartda tekisliklar perpendikular bo'ladi.

1863. $tg\varphi_{1,2} = \pm\frac{2cb\sqrt{(a^2 + c^2)(a^2 - b^2)}}{a^2b^2 - a^2c^2 + 2b^2c^2}$; $a^2b^2 - a^2c^2 + 2b^2c^2 = 0$ shartda to'g'ri chiziqlar perpendikular bo'ladi.

1864. $x = -\frac{\begin{vmatrix} \alpha & B_1 & C_1 \\ \beta & B_2 & C_2 \\ D_3 + \lambda\alpha^2 + \mu\beta^2 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}$; $y = -\frac{\begin{vmatrix} A_1 & \alpha & C_1 \\ A_2 & \beta & C_2 \\ A_3 & D_3 + \lambda\alpha^2 + \mu\beta^2 & C_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}$

$$y=-\frac{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & \alpha \\ A_2 & B_2 & \beta \\ A_3 & B_3 & D_3+\lambda\alpha^2+\mu\beta^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}}\ \text{bunda}$$

$\alpha=\frac{[\boldsymbol{N_1N_2}][\boldsymbol{N_2N_3}]}{2\lambda[\boldsymbol{N_1N_2}]^2}$, $\beta=\frac{[\boldsymbol{N_1N_2}][\boldsymbol{N_3N_1}]}{2\mu[\boldsymbol{N_1N_2}]^2}$, bu yerda $\boldsymbol{N_j}\{A_j, B_j, C_j\}$, $j=1,2,3$.

1865. $2x^2-6z^2=1-2R^2$, $y=0$, $R\neq\frac{1}{\sqrt{2}}$ holda – giperbola, $R=\frac{1}{\sqrt{2}}$, holda ikkita to'g'ri chiziq. **1867**. $x'=x+z$, $y'=y+z$, $z'=z$. **1868**. $(2,0,-1)$.

1869. $x'=c_{11}x, y'=c_{22}y$, $z'=c_{33}z$. **1870**. $x'=x+c_{13}z$, $y'=y+c_{23}z$, $z'=c_{33}z$.

1871. $x'=c_{11}x+c_{12}y$; $y'=c_{21}x+c_{22}y$, $z'=c_{31}x+c_{32}y+z$.

1872. $x'=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}y-\frac{2}{3}z+\frac{2}{3}$; $y'=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}y-\frac{2}{3}z+\frac{2}{3}$; $z'=-\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}y+\frac{1}{3}z+\frac{2}{3}$.

1873. $x'=2x$, $y'=2y$, $z'=x+y+z$.

1874. Konus $a_{11}x^2+a_{22}y^2+a_{33}z^2+(a_{12}+a_{21})xy+(a_{13}+a_{31})xz+(a_{23}+a_{32})yz=0$.

1875. 1) $\{-6,6,1\}, \{8,8,7\}, \{0,0,1\}$; 2) $x`^*=x^*$, $y`^*=3y^*$, $z`^*=-5z^*$. **1876**. Juft–juft bilan ortogonal uchta $\boldsymbol{e'_1}=\{1,-1,1\}$, $\boldsymbol{e'_2}=\{1,2,1\}$, $\boldsymbol{e'_3}=\{1,0,-1\}$ vektor almashtirish natijasida o'zlariga kollinear vektorlarga o'tadi. Bu almashtirishni uchta almashtirish ko'paytmasi sifatida ifodalash mumkin. 1) Aynan almashtirish; 2) $\boldsymbol{e'_1}, \boldsymbol{e'_2}, \boldsymbol{e'_3}$ uchta perpendikular yo'nalishda koeffitsientlari $\lambda_1=3$, $\lambda_2=6$, $\lambda_3=2$ dan iborat cho'zilish; 3) $\boldsymbol{e'_1}, \boldsymbol{e'_2}$ kollinear vektorlar tekisligidan aks etish(отражение).

1877. Izlanayotgan to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi vektorlari ***a,b,c*** quyidagi tenglamalardan aniqlanadi:

$(c_{11}-1)a+c_{12}b+c_{13}c=0$, $c_{21}a+(c_{22}-1)b+c_{23}c=0$, $c_{31}a+c_{32}b+(c_{33}-1)c$. **1878**.

$\cos\varphi=\frac{c_{11}+c_{22}+c_{33}-1}{2}$. **1879**. $(c_{32}-c_{23})a+(c_{31}-c_{13})b+(c_{21}-c_{12})c>0$. **1880**.

$e = \{-1;-2;0\}$; $\cos\varphi = \frac{2}{3}$. *Ko'rsatma*: 1877 – masalaga qarang. **1881**.

$$x' = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{\sqrt{2}}z;\ y' = -\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}y;\ z' = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{\sqrt{2}}z.$$

1882.
$$\begin{aligned} x' &= [a^2(1-\cos\varphi)+\cos\varphi]x + [ab(1-\cos\varphi) - c\sin\varphi]y + [ac(1-\cos\varphi) + b\sin\varphi]z, \\ y' &= [ab(1-\cos\varphi)+c\sin\varphi]x + [b^2(1-\cos\varphi) + \cos\varphi]y + [bc(1-\cos\varphi) - a\sin\varphi]z, \\ z' &= [ac(1-\cos\varphi)-b\sin\varphi]x + [bc(1-\cos\varphi) + a\sin\varphi]y + [c^2(1-\cos\varphi) + \cos\varphi]z \end{aligned}$$

yoki vektor ko'rinishda $\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r}\cos\varphi + [\boldsymbol{er}]\sin\varphi + \boldsymbol{e}(\boldsymbol{er})(1-\cos\varphi)$, bu yerda $\boldsymbol{r} = \{x, y, z\}$ – ixtiyoriy vektor, $\boldsymbol{e} = \{a, b, c\}$ – aylanish yo'nalishini aniqlovchi qo'zg'almas to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi vektori. **1883**. *1) (-2:1:1:0); 2) (1:2:-6:0).* **1884**. 1) Tekislik koordinata tetraedrining $O_1(1:0:0:0)$ uchidan o'tadi; 2)tekislik koordinata tetraedrining $O_1 O_2$: $x_3=0$, $x_4= 0$ qirrasidan o'tadi; 3) tekislik koordinata tetraedrining $O_1O_2O_3 : x_4 = 0$ yoqi bilan ustma – ust tushadi.

1886. Ikkita $A(a_1 : a_2 : a_3 : a_4)$, $B(b_1 : b_2 : b_3 : b_4)$ nuqta berilgan;

1) agar $a_1 : a_2 : a_3 : a_4 = b_1 : b_2 : b_3 : b_4$ bo'lsa, u holda ikkita nuqta ustma – ust tushadi.

2) $a_1 : a_2 : a_3 = b_1 : b_2 : b_3$ holda *A, B* nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq koordinata tetraedrining $O_4\ (0:0:0:1)$ uchidan o'tadi;

3) $a_1 : a_2 = b_1 : b_2$ shartda *A, B* nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq koordinata tetraedrining $x_3 = 0$, $x_4 = 0$ qirrasini kesib o'tadi.

1887. 1) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ a_1' & a_2' & a_3' & a_4' \\ b_1' & b_2' & b_3' & b_4' \end{vmatrix} = 0$; 2) $\begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \\ v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \\ u_1' & u_2' & u_3' & u_4' \\ v_1' & v_2' & v_3' & v_4' \end{vmatrix} = 0$

3) $(u_1 a_1 + u_2a_2 + u_3a_3 + u_4 a_4)(v_1b_1 + v_2b_2 + v_3b_3 + v_4 b_4) =$

$= (u_1 b_1 + u_2b_2 + u_3b_3 + u_4 b_4)(v_1 a_1 + v_2a_2 + v_3a_3 + v_4 a_4).$

1888. $3x_1 + 11x_2 + 2x_4 = 0$, $7x_1 + 17x_2 - 17x_3 - x_4 = 0$.

1889. $x_1' = 8\alpha + 45\beta$, $x_2' = 27\alpha - 36\beta$, $x_3' = -20\alpha + 30\beta$, $x_4' = -16\alpha + 5\beta$.

1890. $x_1'= a_{11}x_1 + a_{12}x_2$, $x_2' = a_{21}x_1 + a_{22}x_2$, $x_3'=a_{33}x_3+a_{34}x_4$, $x_4'=a_{43}x_3 + a_{44}x_4$. **1891**. $x_1' = \lambda x_1$, $x_2' = \lambda x_2$, $x_3'= \mu x_3$, $x_4'= \mu x_4$.**1892**. $x_1'=a_{13}x_3 + a_{14}x_4$, $x_2'=a_{23}x_3 + a_{24}x_4$, $x_3' = a_{31}x_1 + a_{32}x_2$, $x_4'=a_{41}x_1+a_{42}x_2$.

1893. $x'_1= a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4,$
$x'_2= a_{21}x_1 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4,$
$x'_3= a_{31}x_1 + a_{32}x_3 + a_{34}x_4,$
$x'_4= a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3.$

1894. $x'_1= x_2 + x_3 + x_4,$
$x'_2= x_1 + x_3 + x_4,$
$x'_3= x_1 + x_2 + x_4,$
$x'_4= x_1 + x_2 + x_3.$

1895. $a_{33}x_3{}^2 + a_{44}x_4{}^2 + 2a_{12}x_1x_2 + 2a_{34}x_4x_3 = 0.$

1896. Izlanayotgan geometrik o'rin berilgan nuqta va berilgan to'gri chiziq polyarasining berilgan egri chiziq bilan kesishgan nuqtalaridan o'tgan tekislikda yotgan ikkinchi tartibli chiziqdan iborat.

1897. Ikki $O_1(1:0:0:0)$, $O_2(0:1:0:0)$ uchi berilgan konuslarning uchlaridan iborat avtopolyar tetraedrga nisbatan sirt tenglamasini yozamiz; bunday holda sirt tenglamasi ushbu ko'rinishga ega bo'ladi:

$\lambda_1 x^2_1 + \lambda_2 x^2_2 + \lambda_3 x^2_3 + \lambda_4 x^2_4 = 0$ konuslar tenglamalari esa mos ravishda $\lambda_2 x^2_2 + \lambda_3 x^2_3 + \lambda_4 x^2_4 = 0$, $\lambda_1 x^2_1 + \lambda_3 x^2_3 + \lambda_4 x^2_4 = 0$. ko'rinishda bo'ladi. Birinchi tenglamadan ikkinchisini ayirib, $\lambda_1x_1^2 - \lambda_2x_2^2 = 0$ ni hosil qilamiz. Bu esa konuslar kesishgan chizig'i yotgan bir juft tekislikni ifoda etadi.

1898. $$\begin{vmatrix} a_1F_{x_1} + a_2F_{x_2} + a_3F_{x_3} + a_4F_{x_4} & b_1F_{x_1} + b_2F_{x_2} + b_3F_{x_3} + b_4F_{x_4} \\ a_1\Phi_{x_1} + a_2\Phi_{x_2} + a_3\Phi_{x_3} + a_4\Phi_{x_4} & b_1\Phi_{x_1} + b_2\Phi_{x_2} + b_3\Phi_{x_3} + b_4\Phi_{x_4} \end{vmatrix} = 0.$$

1899. $$x:y:z:t = \begin{vmatrix} F_{y_1} & F_{z_1} & F_{t_1} \\ \Phi_{y_1} & \Phi_{z_1} & \Phi_{t_1} \\ \Psi_{y_1} & \Psi_{x_1} & \Psi_{t_1} \end{vmatrix} : -\begin{vmatrix} F_{z_1} & F_{t_1} & F_{x_1} \\ \Phi_{z_1} & \Phi_{t_1} & \Phi_{x_1} \\ \Psi_{z_1} & \Psi_{t_1} & \Psi_{x_1} \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} F_{t_1} & F_{x_1} & F_{y_1} \\ \Phi_{t_1} & \Phi_{x_1} & \Phi_{y_1} \\ \Psi_{t_1} & \Psi_{x_1} & \Psi_{y_1} \end{vmatrix} : -\begin{vmatrix} F_{x_1} & F_{y_1} & F_{z_1} \\ \Phi_{x_1} & \Phi_{y_1} & \Phi_{z_1} \\ \Psi_{x_1} & \Psi_{y_1} & \Psi_{z_1} \end{vmatrix}.$$

1900. $$\begin{vmatrix} F_x & F_y & F_z & F_t \\ \Phi_x & \Phi_y & \Phi_z & \Phi_t \\ \Psi_x & \Psi_y & \Psi_z & \Psi_t \\ A & B & C & D \end{vmatrix} = 0.$$ **1901**. $F_x^2 - F_y^2 - 2F_zF_t = 0$ va $F_z = 0$ tekislik; to'g'ri chiziqli yasovhilarining ikkinchi oilasi uchun ham shu sirtni hosil qilamiz.