

Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус
таълим вазирлиги

Тошкент молия институти

Ҳабибуллаев Иброҳим

ЭКОНОМЕТРИКА

Дарслик

Тошкент 2019

Эконометрика. Дарслик. Тошкент. « » нашрети, 2019, 246 бет.

Ҳабибуллаев И. .

Дарслик Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги томонидан тасдиқланган ўқув режа ва дастур асосида тайёрланган.

Дарсликка киритилган мавзулар, уларни баён этиш усули, мавзуга оид масалаларни компьютерда ечиш тартиби, эконометрикани ўрганишда фойдаланиладиган асосий таянч иборалар ва статистик ҳисоб-китобларни амалга оширишда кўмак берувчи ёрдамчи жадваллар ҳамда ўқувчи олган билимларини синаб кўриш учун саволлар бўлажак иқтиодчилар учун эконометрика фанини ўзлаштириш имконини беради.

Дарслик эконометрик моделлаштириш методлари ёрдамида иқтисодий ходиса ва жараёнларни ўрганувчи барча ихтисосликлар талабалари, магистрлари ва илмий изланувчилар ҳамда мутахассис амалиётчиларга мўлжалланган.

Эконометрика. Учебник. Ташкент. Изд. « » , 2019, 246 стр.

Ҳабибуллаев И.

Учебник подготовлен на основании учебного плана и программы утвержденной министерством Высшего и среднего специального образования Республики Узбекистан. Темы введенные в пособие, их стиль изложения, методы решения задач на компьютере, основные опорные слова и вспомогательные таблицы используемые в статистических расчетах а также вопросы для проверки полученных знаний дает возможность будущим экономистам освоить знания по эконометрики.

Учебник предназначен для студентов, магистров и аспирантов экономических вузов и лицам, применяющим методы экономического моделирования при изучении экономических процессов и явлений в своих исследованиях.

Econometrics. Book. Tashkent. Publisher « », 2019, 246.pages.

Khabibullayev I.

The book has been prepared according to the instructions approved by The Ministry of Higher and Secondary Education of The Republic of Uzbekistan.

The themes included in the textbook and their expressing style, the key words used in learning econometrics, the appendices helping to make statistical calculations as well as the question for learners to check their understanding of subject enable future economists to get introductory knowledge to econometrics.

This book is intended to students, masters, researchers and practioners who learn economic phenomena and processes with the help of econometric modeling.

Тақризчилар: Иқтисод фанлари доктори, профессор Тошматов З.Х
Техника фанлари доктори, профессор Джуманов Ж.Х.

МУНДАРИЖА

КИРИШ.....		10
I-боб.	Эконометрикага кириш.....	13
1.1	Иқтисодиётда моделлаштириш асослари.....	13
1.2	Иқтисодиётда моделларнинг таснифи.....	15
1.3	Иқтисодиётда моделлаштириш босқичлари.....	18
II-боб.	Эконометрика фанининг предмети, вазифаси ва усуллари.....	22
2.1.	Эконометрика фанининг предмети.....	22
2.2.	Эконометрик усулларнинг хусусиятлари.....	24
III-боб.	Эконометрик тадқиқотларда жуфт регрессион - корреляцион таҳлил	28
3.1.	Моделлар ва уларни тузиш усуллари	28
3.2.	Чизиқли регрессия ва унинг параметрларини баҳолаш.....	34
3.3.	Чизиқли корреляция коэффициентини ҳисоблаш.....	39
3.4.	Чизиқли регрессия тенгламасининг ишончилиги ва унинг параметрларини муҳимлигини баҳолаш.....	40
IV-боб.	Чизиқсиз регрессия.....	49
4.1.	Чизиқсиз регрессия моделлари	49
4.2.	Чизиқсиз регрессия учун корреляция.....	59
4.3.	Жуфт регрессион-корреляцион таҳлилни компьютерда амалга ошириш тартиби.....	65
V-боб.	Кўп омилли эконометрик таҳлил.....	83
5.1.	Кўп омилли эконометрик моделлар ва уларни тузиш усуллари.....	83
5.2.	Кўп омилли регрессияни тузишда омилларни саралаш.....	84
5.3.	Кўп омилли регрессия тенгламаларини таҳлил қилиш.....	90
5.4.	Кўп омилли регрессия тенгламасининг параметрларини баҳолаш.....	93
VI-боб.	Регрессиянинг хусусий тенгламаси.....	100
6.1.	Регрессиянинг хусусий тенгламасининг ёзилиши ва эластикликнинг хусусий коэффициентини аниқлаш.....	100
6.2.	Кўп омилли корреляция.....	103
6.3.	Хусусий корреляция.....	105
6.4.	Кўп омилли регрессия ва корреляция натижаларининг ишончилигини баҳолаш.....	115
6.5.	Кўп омилли регрессион-корреляцион таҳлилни компьютерда амалга ошириш тартиби.....	116
VII-боб.	Тенгламалар системаси кўринишидаги эконометрик моделлар.....	123
7.1.	Эконометрикада қўлланиладиган тенгламалар системаси ҳақида тушунча.....	123

7.2.	Моделларнинг тузилмавий ва келтирилган шакллари.....	127
7.3.	Тенгламалар системасида идентификациялаш масалалари	131
7.4.	Тузилмавий модель параметрларини баҳолаш.....	139
VIII -боб.	Динамик қаторларда эконометрик моделлаштириш.....	143
8.1.	Бир ўлчовли динамик қаторларни моделлаштириш.....	143
8.2.	Динамик қаторларнинг ўзаро боғланишларини баҳолашнинг ўзига хос хусусиятлари.....	163
8.3.	Динамик қаторларни компьютер дастурлари ёрдамида моделлаштириш	174
IX –боб.	Амалий эконометрик моделлар.....	188
9.1.	Иқтисодиётда чизиқли моделлар.....	188
9.2.	Истеъмол танлови моделлари.....	194
9.3.	Ишлаб чиқариш моделлари.....	204
9.4.	Иқтисодиёт динамикаси моделлари.....	211
X-боб.	Иқтисодий жараёнларни прогнозлаш.....	228
10.1.	Иқтисодий жараёнларни прогнозлаш, иқтисодий прогнозларни таснифланиши.....	228
10.2.	Динамик қаторлар ва иқтисодий маълумотларга қўйиладиган талаблар.....	229
10.3.	Иқтисодий жараёнлар динамикасининг асосий кўрсаткичлари ва улар ёрдамида прогнозлаш.....	231
10.4.	Иқтисодий жараёнларни прогнозлашда ўсиш эгри чизиғи моделини қўлланиши.....	234
	Адабиётлар рўйхати.....	242
	Иловалар.....	243

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВЕДЕНИЕ	10
I-раздел Введение в эконометрику	13
1.1 Основы моделирование в экономике.....	13
1.2 Классификация моделей в экономике.....	15
1.3 Этапы моделирование в экономике.....	18
II-раздел Предмет, задачи и методы эконометрики	22
2.1. Предмет эконометрики.....	22
2.2. Особенности эконометрического метода.....	24
III-раздел Парная регрессия и корреляция в эконометрических исследованиях	28
3.1. Спецификация модели.....	28
3.2. Линейная регрессия и оценка его параметров.....	34
3.3. Расчет линейной коэффициент корреляции.....	39
3.4. Оценка достоверности уравнении линейной регрессии и существенности его параметров.....	40
IV-раздел Нелинейная регрессия	49
4.1. Модели нелинейной регрессии.....	49
4.2. Корреляция для нелинейной регрессии.....	59
4.3. Реализация задач на компьютере.....	65
V-раздел Многофакторный эконометрический анализ	83
5.1. Спецификация модели.....	83
5.2. Анализ факторов множественной регрессии.....	84
5.3. Выбор формы уравнении регрессии.....	90
5.4. Оценка параметров уравнении множественной регрессии....	93
VI-раздел Частные уравнения регрессии	100
6.1. Частные уравнения регрессии и определения частные коэффициенты эластичности.....	100
6.2. Множественная корреляция.....	103
6.3. Частная корреляция.....	105
6.4. Оценка значимости результатов множественной регрессионног и корреляционного анализа.....	115
6.5. Реализация множественного корреляционного-регрессионного анализа на компьютере.....	116
VII-раздел Эконометрические модели в виде системы уравнений	123
7.1. Понятие о системах уравнений, используемых в эконометрике.....	123
7.2. Структурная и приведенная формы модели.....	127
7.3. Задачи идентификации в системе уравнений.....	131
7.4. Оценка параметров структурной модели.....	139
VIII-раздел Экономическое моделирование в рядах динамики	143
8.1. Моделирование одномерных временных рядов.....	143
8.2. Особенности оценка взаимосвязей по временным рядам.....	163

8.3.	Моделирование рядов динамики с помощью компьютерных программ.....	174
IX-раздел	Прикладные эконометрические модели.....	188
9.1.	Линейные модели в экономике.....	188
9.2.	Модели потребительского спроса.....	194
9.3.	Производственные модели.....	204
9.4.	Модели динамики экономики.....	211
X-раздел	Прогнозирование экономических процессов.....	228
10.1.	Понятие о прогнозировании экономических процессов, классификация экономических прогнозов и этапы прогнозирования.....	228
10.2.	Требования предъявляемые к динамическим рядам и экономическим информациям.....	229
10.3.	Основные показатели динамики экономических процессов и прогнозирования.....	231
10.4.	Применение модели кривой линии роста при прогнозировании экономических процессов.....	234
	Литература.....	242
	Приложение.....	243

CONTENTS

INTRODUCTION.....		10
I-volume	Introduction to econometrics.....	13
1.1	Modeling basics in economics.....	13
1.2	Model classification in economics.....	15
1.3	Stages of modeling in economics.....	18
II-volume	The subject, functions and methods of econometrics.....	22
2.1.	The subject of econometrics.....	22
2.2.	The features of econometric methods.....	24
III-volume	Simple regression-correlation analysis in econometric research.....	28
3.1.	Models and the ways of their building.....	28
3.2.	Linear regression, and estimating its parameters.....	34
3.3.	Calculating linear regression coefficient.....	39
3.4.	The “goodness-of-fit” of linear regression model and estimating its parameters significance.....	40
IV-volume	Non-linear regression.....	49
4.1.	Non-linear regression models.....	49
4.2.	Correlation for non-linear regression model.....	59
4.3.	Solution of simple regression models in software programs	65
V-volume	Multiple econometric analysis.....	83
5.1.	Multiple econometric models the way of their building.....	83
5.2.	The filtering factors in building multiple regression.....	84
5.3.	Analyzing the multiple regression models.....	90
5.4.	Estimating the parameters of multiple regression model.....	93
VI-volume	Specific equation of regression.....	100
6.1.	Writing of specific equation of regression and determining elasticity of specific equation of regression.....	100
6.2.	Multiple correlation.....	103
6.3.	Specific correlation.....	105
6.4.	The “goodness-of-fit” of multiple regression model and estimating its parameters significance	115
6.5.	Solution of multiple regression models in software programs	116
VII-volume	Econometric models in the form of equations system.....	123
7.1.	The explanation of the equation systems in econometrics....	123
7.2.	The forms of structural and given models.....	127
7.3.	Identification problems in equation system models	131
7.4	Estimating the parameters of structural models.....	139
VIII-volume	Econometric modeling in time series data.....	143
8.1	Modeling in one dimensional time series.....	143
8.2	The features of estimating the relationship of time-series...	163

8.3	Solution of time series models in software programs	174
IX-volume	Practical econometric models.....	188
9.1.	Linear models in economics.....	188
9.2.	Consumer`s choice models.....	194
9.3.	Production models.....	204
9.4	Dynamics of economy models.....	211
X-volume	Forecasting economic processes.....	228
10.1.	The category of forecasting economic processes, classification of economic forecasts and forecasting stages..	228
10.2.	The requirements on time-series and economic data.....	229
10.3	The basic indicators of economic processes dynamics and forecasting with the help of them.....	231
10.4	The usage of growth curve in forecasting of economic processes.....	234
	Reference list.....	242
	Applications.....	243

КИРИШ

Ҳозирги кунда иқтисодиётнинг барча соҳа (молия, бошқарув, пул-кредит, маркетинг, ҳисоб, аудит, солиқ ва бошқалар соҳалар) мутахассисларидан иш юритишнинг замонавий усуллари кўллашни, жаҳон иқтисодиёти ютуқларини билишни ва уларни ривожлантиришга илмий ёндашишни талаб этади. Кўпчилик янги усуллар эконометрик моделларга асосланган. Эконометрика билимларини чуқур билмасдан уларни амалда кўллаш мумкин эмас.

Иқтисодчилар фаолиятининг муҳим хусусиятлари шундан иборатки, улар маълумотлар тўлиқ ва етарли бўлмаган ҳолатларда иш юритадилар. Бундай ҳолатларда маълумотларни таҳлил қилиш эконометриканинг айрим жиҳатларини ташкил этувчи махсус усулларни талаб этади. Эконометрика ижтимоий-иқтисодий ҳодиса ва жараёнларнинг эконометрик моделларини тузиш, тузилган моделларни турли хил мезонлар асосида текшириш ва уларни аниқ иқтисодий жараёнларни ифодалаш учун тадбиқ қилиш, таҳлил ва прогнозлашни ўргатади.

Эконометрика бўйича таниқли олим Цви Гриллихес (1929-1999) “Иқтисодиёт дунёсини ўрганишда эконометрика бир пайтнинг ўзида бизнинг ҳам телескопимиз ва ҳам микроскопимиз бўлиб хизмат қилади” деб ёзганлигини таъкидлайди РФА академиги И.И.Елисеева¹.

Бу таъриф билан у эконометрик ёндошувларни ҳам макродаражада ҳам микродаражада қанчалик муҳимлигини эътироф этган. Эконометрика дунё миқёсида тан олинган янги фан бўлиб, бу соҳада XX-асрнинг ўзида иқтисодчи олимларнинг тўрт нафари Нобель мукофотига сазовор бўлганлар.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги ПФ-4947-сон “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича ҳаракатлар стратегияси тўғрисида”ги Фармонини амалга ошириш борасида республикада олий таълимни янада такомиллаштириш ва уни сифатини ошириш учун иқтисодий таълимни жаҳон стандартларига ўтиши билан ўқув

¹ ЭКОНОМЕТРИКА. Учебник. Под редакцией И.И.Елисеевой. М. “Финанск и статистика”, 2003, 344 с.

режаларига “Эконометрика” фани киритилди.

“Эконометрика” фанини ўқитишдан мақсад – талабаларда бозор муносабатлари шароитида миллий иқтисодиёт ва унинг тармоқлари каби мураккаб иқтисодий тизимларни эконометрик моделлаштириш асосларини, ўрганилаётган жараёнларга иқтисодий-статистик ва эконометрик усулларни, иқтисодиётда динамикани ўрганишда турли хил функцияларни қўллашни ўргатишдан, эконометрик моделлаштириш ёрдамида ечиш ва олинган натижаларни иқтисодий таҳлил қилиш, бошқарув қарорларини қабул қилишда билим, кўникма ва малакаларини шакллантиришдан иборат.

Шунингдек, “Эконометрика” фундаментал фанлардан бири бўлиб, у иқтисодий жараён ва ходисаларни ўзаро боғланишини миқдор жиҳатдан ифодалайди ва бошқа иқтисодий фанларни чуқур ўрганишда асос бўлиб хизмат қилади.

Сўнгги йилларда Республикамизда “Эконометрика” фанининг ўқув услубий таъминоти яратилиб, у йилдан йилга бойтиб борилмоқда. Бунга куйидаги ўқув адабиётларни мисол сифатида келтириш мумкин: Эконометрика-дарслик (Шодиев Т.Ш. ва бошқалар, 1999, 2007 й.й.), Эконометрика. 1-қисм. Молия математикаси-ўқув қўлланма (Сафаева Қ., 2000й.), Иқтисодий математик усуллар ва моделлар-ўқув қўлланма (Ғофуров М. ва бошқалар, 2001й.), Эконометрика-дарслик (Абдуллаев О.М. ва бошқалар, 2007), Эконометрика-ўқув қўлланма (Насритдинов Г., 2008), Экономическое моделирование-дарслик (Абдуллаев О.М., Жамалов М.С., 2010й.), Иқтисодий математик усуллар ва моделлар-ўқув қўлланма (Ҳабибуллаев И., 2012й.), Эконометрика-ўқув қўлланма (Ходиев Б. ва бошқалар, 2018й.), Эконометрика асослари-ўқув қўлланма (Ҳабибуллаев И., Утанов Б., 2018й.).

Булардан ташқари “Эконометрика” фанининг назарий томонлари кенг ёритиб берилган хориж ўқув адабиётларини тавсия этиш мумкин, жумладан, Россия иқтисодчи олимлари томонидан инглиз тилидан рус тилига таржима қилинган Введение в эконометрику – дарслик (Доугерти К., 1999й),

Эконометрика – дарслик (Елисеева И.И., 2003й), Basic econometrics –дарслик (Damodar N. Gujarati, Dawn C. Porter 2009y.)

Ушбу дарслик юқорида келтирилган олимларнинг чоп этилган ўқув адабиётларидан, жумладан И.И. Елисееванинг “Эконометрика” номли дарслигидан фойдаланган ҳолда унинг асосида тайёрланди. Дарсликка киритилган мавзулар ва уларни баён этиш усули бўлажак иқтиодчилар учун эконометрикадан фундаментал билимларни беришга мўлжалланган. Дарсликда берилган масалаларни компьютерда ечиш тартиби кафедрамиз докторанти А.Жумаев билан ҳамкорликда ёзилган.

Муаллиф тақризчиларга ўз миннатдорчилигини билдириб, ўқувчилардан дарсликни такомиллаштириш бўйича фикр ва мулохазалаини кутиб қолади.

Дарслик иқтисод йўналишида таҳсил олаётган талабалар, магистрлар, илмий тадқиқотчилар, профессор-ўқитувчилар ва мутахассислар учун мўлжалланган.

I-боб. ЭКОНОМЕТРИКАГА КИРИШ

1.1. Иқтисодиётда моделлаштириш асослари

Замонавий иқтисодиёт фани ва амалиёти амалий математика ютуқларидан тобора кенгроқ фойдаланмоқда, уларни илмий тадқиқотлар куролидан мураккаб хўжалик масалаларини самарали ҳал қилишнинг муҳим воситасига айлантормоқда.

Замонавий иқтисодиёт назарияси ҳам микро-, ҳам макродаражада табиий, зарурий элемент сифатида математик моделлар ва усулларни ўз ичига олади. Математикадан иқтисодиётда фойдаланиш иқтисодий ўзгарувчилар ва объектларнинг энг муҳим, аҳамиятли боғланишларини ажратишга ва формал тасвирлашга, иқтисодиёт назариясининг қоидалари, тушунчалари ва хулосаларини аниқ ва лўнда баён қилишга имкон беради. Бунда моделлар ва моделлаштириш муҳим ўрин тутди.

Модель — бу шундай моддий ёки хаёлан тасаввур қилинадиган объектки, қайсики тадқиқот жараёнида ҳақиқий объектнинг ўрнини шундай босадикки, уни бевосита ўрганиш ҳақиқий объект ҳақида янги билимлар беради. Моделларни куришда тадқиқ қилинаётган ҳодисани белгиловчи муҳим омиллар аниқланади ва қўйилган масалани ечиш учун муҳим бўлмаган қисмлар чиқариб ташланади.

Бир томондан, моделлар осон ўрганиладиган бўлиши керак, шунинг учун улар жуда мураккаб бўлмаслиги керак — бинобарин, улар албатта фақат содаллаштирилган нусхалар бўлади. Бироқ, иккинчи томондан, моделларни ўрганишдан олинган хулосаларни ҳақиқий объектларга ҳам қўллаш лозим, демак, модель ўрганилаётган ҳақиқий объектнинг муҳим томонларини акс эттириши керак.

Моделлаштириши деганда моделларни куриш, ўрганиш ва қўллаш жараёни тушунилади. Моделлаштириш жараёни қуйидаги уч элементни ўз ичига олади:

- 1) субъект (тадқиқотчи);
- 2) тадқиқот объекти;

3) ўрганувчи субъект билан ўрганилаётган объектнинг муносабатларини воситаловчи модель.

Илмий изланишларда моделлаштириш қадимги замонлардаёқ қўлланила бошланди ва аста-секин илмий билимларнинг қурилиш ва архитектура, астрономия, физика, химия, биология ва ниҳоят, ижтимоий фанлар каби тобора янги соҳаларини қамраб ола бошлади. Биринчи математик моделлар Ф.Кенэ (1758 й., иқтисодий жадвал), А.Смит (классик макроиқтисодий модель), Д.Рикардо (халқаро савдо модели) томонидан ишлатилган. XX аср замонавий фаннинг амалда барча соҳаларида моделлаштириш усулига катта муваффақиятлар ва обрў-эътибор келтирди.

Турли иқтисодий ходисаларни ўрганиш учун уларнинг *иқтисодий моделлар* деб аталувчи соддалаштирилган формал тасвирларидан фойдаланилади. Истеъмол танлови моделлари, фирма моделлари, иқтисодий ўсиш моделлари, товар ва молия бозорларидаги мувозанат моделлари ва бошқа кўп моделлар иқтисодий моделларга мисол бўлади.

Иқтисодиётда математик модель — бу иқтисодий объектлар ёки жараёнларни таҳлил қилиш ёки бошқариш мақсадида уларнинг математик тасвирланиши, яъни иқтисодий масаланинг математик ёзуви. Иқтисодий объектнинг математик модели — бу унинг функциялар, тенгламалар, тенгсизликлар, мантиқий муносабатлар, графиклар мажмуаси кўринишидаги акс эттирилиши. Бундай акс эттириш ўрганилаётган объект элементларининг муносабатлари тўпламини модель элементларининг шунга ўхшаш муносабатларига бирлаштиради.

Иқтисодий-математик моделларни амалиётда қўллаш усуллари *иқтисодий-математик усуллар* деб аталади. Иқтисодий-математик усуллар (ИМУ) иқтисодиётни ўрганиш учун бирлаштирилган иқтисодий ва математик фанларнинг уюшмасидир. Бу тушунча фанга XX асрнинг 60-йилларида академик В.С.Немчинов томонидан киритилган бўлиб ИМУ иқтисодиёт, математика ва кибернетиканинг туташашида ҳосил бўлган.

1.2. Иқтисодиётда моделларнинг таснифи

Моделлаштириш ва моделлар ўзининг турли соҳалардаги тадбиқларига қараб, моддий ва абстракт каби синфларга бўлинади.

Моддий моделлар асосан ўрганилаётган объект ва жараёни геометрик, физик, динамик ёки функционал тавсифларини ифодалайди. Масалан, объектнинг кичиклаштирилган макети (масалан, лицей, коллеж, университет) ва турли хил физик, химик ва бошқа хилдаги макетлар бунга мисол бўла олади. Бу моделлар ёрдамида турли хил технологик жараёнларни оптимал бошқариш, уларни жойлаштириш ва фойдаланиш йўллари ўрганилади. Умуман олганда, моддий моделлар тажрибавий характерга эга бўлиб, техника фанларида кенг қўлланилади.

Аммо моддий моделлаштиришдан иқтисодий масалаларни ечиш учун фойдаланишда маълум чегараланишлар мавжуд. Масалан, иқтисодиётни бирор соҳасини ўрганиш билан бутун иқтисодий объект ҳақида хулоса чиқариб бўлмайди. Кўпгина иқтисодий масалалар учун эса моддий моделлар яратиш қийин бўлади ва кўп харажат талаб этади.

Абстракт (идеал) моделлар инсон тафаккурининг маҳсули бўлиб, улар тушунчалар, гипотезалар ва турли хил қарашлар тизимидан иборат. Иқтисодий тадқиқотларда, бошқариш соҳаларида, асосан, абстракт моделлаштиришдан фойдаланилади.

Илмий билишда абстракт моделлар маълум тилларга асосланган белгилар мажмуидан иборат. Ўз навбатида, белгили абстракт моделлар математик ва логик тиллар шаклидаги математик логик моделларни ифодалайди.

Математик моделлаштириш турли хил табиатли, аммо бир хил математик боғланишларни ифодалайдиган воқеа ва жараёнларга асосланган тадқиқот усулидир.

Ҳозирги пайтда математик моделлаштириш иқтисодий тадқиқотларда, амалий режалаштиришда ва бошқаришда етакчи ўрин эгаллиб, компьютерлаштириш билан ҳамбарчас боғланган.

Иқтисодиётда моделлар турли асосларга кўра таснифланади.

Амалий мақсадига кўра иқтисодий-математик моделлар иқтисодий жараёнларнинг умумий хусусиятлари ва қонуниятларини тадқиқ қилишда ишлатиладиган *назарий-аналитик моделларга* ва аниқ иқтисодий масалаларни ечишда қўлланиладиган *амалий моделлар* (иқтисодий таҳлил, прогнозлаш, бошқариш моделлари)га бўлинади.

Моделлар иқтисодиётнинг турли томонлари (хусусан, унинг ишлаб чиқариш-технологик, ижтимоий, ҳудудий тузилмалари)ни ва унинг алоҳида қисмларини тадқиқ қилиш учун мўлжалланиши мумкин. Моделларни тадқиқ қилинаётган иқтисодий жараёнлар ва муаммолар мазмуни бўйича таснифлашда бутун иқтисодиёт моделлари (*макроиқтисодий моделлар*)ни ва унинг қуйи тизимлари — тармоқлар, ҳудудлар ва ҳоказоларнинг моделлари, ишлаб чиқариш, истеъмол, даромадларни шакллантириш ва тақсимлаш, меҳнат ресурслари, баҳоларни шакллантириш, молиявий алоқалар ва шу кабилар моделларининг мажмуалари (*микроиқтисодий моделлар*)ни ажратиш кўрсатиш мумкин.

Тузилмавий моделлар объектларнинг ички тузилиши, таркибий қисмлари, ички параметрларини, улар орасидаги ўзаро боғлиқликларни ифодалайди. Иқтисодиёт миқёсидаги тадқиқотларда кўпроқ тузилмавий моделлар қўлланилади, чунки улар қуйи тизимларнинг ўзаро боғлиқликлари режалаштириш ва бошқариш учун катта аҳамиятга эга. Ўзига хос тузилмавий моделлар сифатида тармоқлараро алоқалар моделларини олиш мумкин. *Функционал моделлар* иқтисодий бошқаришда кенг қўлланилади, бунда объектнинг ҳолати («чиқиш»)га «кириш»ни ўзгартириш йўли билан таъсир кўрсатилади. Истеъмолчиларнинг товар-пул муносабатлари шароитидаги хатти-ҳаракатлари модели бунга мисол бўла олади. Айнан бир объект бир вақтнинг ўзида ҳам тузилмавий, ҳам функционал модель билан тасвирланиши мумкин. Масалан, алоҳида тармоқ тизиминини режалаштириш учун тузилмавий моделдан фойдаланилади, иқтисодиёт миқёсида эса ҳар бир тармоқ функционал модель билан ифодаланиши мумкин.

Детерминирланган моделлар модель ўзгарувчилари орасидаги қатъий функционал боғланишлар борлигини назарда тутлади. *Стохастик моделлар* тадқиқ қилинаётган кўрсаткичларга тасодифий таъсирларнинг борлигини эътиборга олади ҳамда уларни тасвирлаш учун эҳтимоллар назарияси ва математик статистиканинг воситаларидан фойдаланади.

Статик моделларда барча боғланишлар вақтнинг тайинли пайти ёки даврига тегишлидир. *Динамик моделлар* иқтисодий жараёнларнинг вақт бўйича ўзгаришини тавсифлайди. Қаралаётган вақт даврининг узунлигига қараб прогнозлаш ва режалаштиришнинг қисқа муддатли (бир йилгача), ўрта муддатли (5 йилгача), узоқ муддатли (10-15 ва ундан кўпроқ йилгача) моделлари фарқланади. Иқтисодий-математик моделларда вақтнинг ўзи ё узлуксиз, ё дискрет равишда ўзгариши мумкин.

Иқтисодий жараёнларнинг моделлари математик боғланишларнинг шакли бўйича жуда хилма-хилдир. Айниқса таҳлил ва ҳисоблашлар учун энг қулай бўлган, шу туфайли кенг тарқалган *чизиқли моделлар* синфини ажратиб кўрсатиш муҳимдир. *Чизиқли* ва *чизиқсиз моделлар* орасидаги фарқлар нафақат математик нуқтаи назардан, балки назарий-иқтисодий жиҳатдан ҳам муҳимдир, чунки иқтисодиётдаги кўп боғланишлар аниқ чизиқсиз табиатга эга: ишлаб чиқариш ўсганда ресурслардан фойдаланиш самарадорлиги, ишлаб чиқариш кўпайганда ёки даромадлар ўсганда аҳоли талаби ва истеъмолининг ўзгариши ва ҳ.к.

Иқтисодиёт моделлари фазовий омиллар ва шартларни ўз ичига олишига қараб *фазовий* ва *нуқтавий* моделлар фарқланади.

Шундай қилиб, иқтисодиётда моделларнинг умумий таснифи ўндан ортиқ асосий белгиларни ўз ичига олади. Иқтисодий-математик тадқиқотларнинг ривожланиши билан қўлланилаётган моделларни таснифлаш муаммоси мураккаблашиб бораверади.

1.3. Иқтисодиётда моделлаштириш босқичлари

Моделлаштириш жараёнининг асосий босқичлари турли соҳаларда, шу жумладан, иқтисодиётда ҳам ўзига хос хусусиятларга эга бўлади. Иқтисодий-математик моделлаштириш битта циклининг босқичлари кетма-кетлиги ва мазмунини таҳлил қилайлик.

Иқтисодий муаммонинг қўйилиши ва уни сифат жиҳатдан таҳлил қилиши. Бу босқич моделлаштириладиган объектнинг энг муҳим хусусиятлари ва хоссаларини ажратиб, уларни иккинчи даражалиларидан абстракциялашни; объектнинг тузилмаси ва унинг элементларини боғловчи асосий боғланишларни ўрганишни; объектнинг ҳолати ва ривожланишини тушунтирувчи (ҳеч бўлмаганда дастлабки) гипотезаларни шакллантиришни ўз ичига олади.

Математик моделни қуриш. Бу босқич иқтисодий муаммони формаллаштириш, уни тайинли математик боғланишлар ва муносабатлар (функциялар, тенгламалар, тенгсизликлар ва ҳ.к.) кўринишида ифодалаш босқичидир. Одатда аввал математик моделнинг асосий қурилмаси (тури) аниқланади, сўнгра бу қурилманинг таркибий қисмлари (ўзгарувчилар ва параметрларнинг аниқ рўйхати, боғланишлар шакли) аниқлаштирилади.

Моделни математик таҳлил қилиши. Бу босқичнинг мақсади моделнинг умумий хоссаларини аниқлашдан иборат. Бу ерда тадқиқотнинг соф математик усуллари қўлланилади. Моделнинг аналитик тадқиқотида ечимнинг мавжудлиги, ягоналиги, ечимга қайси ўзгарувчилар (номаълумлар) кириши мумкинлиги, улар орасидаги муносабатлар, бу ўзгарувчилар қайси доирада ва қандай дастлабки шартларга боғлиқ равишда ўзгариши, уларнинг ўзгариш йўналишлари ва шу каби масалалар ойдинлаштирилади. Моделнинг аналитик тадқиқоти эмпирик (сонли) тадқиқотига нисбатан шуниси билан афзалки, бунда олинаётган хулосалар моделни ташқи ва ички параметрларининг ҳар хил тайинли қийматларида ўз кучини сақлайди.

Шунга қарамай, мураккаб иқтисодий объектларнинг моделлари жуда катта қийинчилик билан аналитик тадқиқотларга келтирилади. Аналитик

усуллар билан моделнинг умумий хоссаларини аниқлашнинг иложиси бўлмайдиган ҳамда моделни соддалаштириш мақсадга мувофиқ бўлмаган натижаларга олиб келадиган ҳолларда тадқиқотнинг сонли усулларига ўтилади.

Дастлабки маълумотларни тайёрлаш. Моделлаштириш ахборот тизимида қатъий талаблар қўяди. Шу билан бирга ахборот олишнинг ҳақиқий имкониятлари амалда қўллаш учун мўлжалланган моделларнинг танланишини чегаралаб қўяди. Бунда нафақат (аниқ муддатларда) ахборот тайёрлашнинг амалдаги имконияти, балки тегишли ахборот массивларини тайёрлашнинг сарф-харажатлари ҳам эътиборга олинади. Бу сарф-харажатлар қўшимча ахборотдан фойдаланиш самарасидан ошиши керак эмас.

Сонли ечиш. Бу босқич масалани сонли ечиш учун алгоритмларни ишлаб чиқиш, ЭХМларда дастурлар тузиш ва бевосита ҳисоблашлар ўтказишни ўз ичига олади. Бу босқичдаги қийинчиликлар, биринчи навбатда, иқтисодий масалаларнинг катта ҳажми, жуда катта ахборот массивларини қайта ишлаш заруриятидан келиб чиқади.

Сонли усуллар билан ўтказиладиган тадқиқот аналитик тадқиқот натижаларини жиддий тўлдириши мумкин, кўпгина моделлар учун эса у амалга ошириладиган бирдан-бир тадқиқот бўлади. Сонли усуллар билан ечиш мумкин бўлган иқтисодий масалалар синфи аналитик тадқиқот қилиш мумкин бўлган масалалар синфидан анча кенгроқ.

Сонли натижалар таҳлили ва уларнинг табиқи. Циклнинг бу якунловчи босқичида моделлаштириш натижаларининг тўғрилиги ва тўлаллиги, уларнинг амалда қўлланиш даражаси ҳақида муаммо кўтарилади.

Текширишнинг математик усуллари моделларнинг нотўғри тузилишини аниқлайди ва шу билан тўғри бўлиши мумкин бўлган моделлар синфини торайтиради. Модель воситасида олинadиган назарий хулосалар ва сонли натижаларнинг формал бўлмаган таҳлили, уларни мавжуд билимлар ва ҳақиқатдаги фактлар билан солиштириш иқтисодий масала қўйилишининг,

қурилган математик моделнинг, уни ахборот билан ва математик таъминотининг камчиликларини пайқашга имкон беради.

Ҳар қандай эконометрик тадқиқотлар иқтисодий жараён ва ходисаларни статистик кузатиш натижасида олинган маълумотларга асосланган ҳолда олиб борилади. Ҳар бир иқтисодий ҳодиса ва жараён эса макро ёки микро статистик кўрсаткичлар орқали ифодаланади. Статистика назарияси фанидан маълумки статистик кўрсаткичлар мутлоқ, нисбий ва ўртачалардан иборат бўлиб, улар ўзларининг миқдорий ва сифат томонларига эга. Демак иқтисодий жараёнлар юқоридаги кўрсаткичлар орқали ифодаланади. Статистик кузатиш натижасида олинган ва таҳлил қилинган маълумотлар эконометрик моделларнинг статистик базасини ташкил этади.

Бозор муносабатлари шароитида иқтисодий жараёнлар ҳам микро даражада ҳам макро даражада ўзаро бир-бири билан узвий боғланишда бўлганлиги сабабли уларнинг боғланишлари иқтисодий жараёнларни акс эттирувчи кўрсаткичларнинг боғланишлари ёрдамида таҳлил этилади. Боғланишларнинг таҳлили эса жараёнларни акс эттирувчи у ёки бу эконометрик моделлар ёрдамида амалга оширилади. Бунинг учун юқорида айтиб ўтилган моделлаштиришнинг барча босқичлари амалга оширилади ва эконометрик модел тузилади. Эконометрик моделда иқтисодий жараёнга таъсир этувчи омиллар, уларнинг муҳумлиги, жараённинг ривожланиш тенденциялари аниқланилади.

Тузилган ва ўтган даврдаги жараёнларни акс эттирувчи эконометрик моделлар энди прогнозлаш масалаларини ҳал этишда фойдаланилади, яъни омил белгиларнинг келажакда қабул қилиши мумкин бўлган қийматларида жараёнда қандай ўзгаришлар бўлиши мумкинлиги масаласи ечилади.

Асосий таянч иборалар

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| 1. Модель | 7. Назарий-аналитик модель |
| 2. Моделлаштириш | 8. Стандарт модель |
| 3. Иқтисодий модель | 9. Функциональ модель |
| 4. Иқтисодий-математик модель | 10. Детерминирланган модель |
| 5. Моддий модель | 11. Чизикли модель |
| 6. Абстракт модель | 12. Чизиксиз модель |

Такрорлаш учун саволлар ва топшириқлар

1. Модель ва иқтисодий модель нима?
2. Иқтисодий-математик модель нима, моделлаштириш деганда нимани тушунасиз ва у қандай элементларни ўз ичига олади?
3. Моделлаштиришни қўллашнинг тарихи ҳақида нима биласиз ва иқтисодий-математик усуллар деб нимага айтилади?
4. Назарий-аналитик, амалий, макроиқтисодий ва микроиқтисодий моделларга таъриф беринг.
5. Қандай моделлар функционал, тузилмавий, детерминирланган ва стохастик моделлар деб аталади?
6. Статик, динамик, чизикли, чизиксиз, фазовий ва нуқтавий моделлар ҳақида нима биласиз?
7. Математик иқтисодиётнинг эконометрикадан фарқи нимада?
8. Моделлаштиришнинг қайси босқичларини биласиз ва моделлаштиришнинг биринчи иккита босқичининг моҳияти нимада?
9. Моделлаштиришнинг сўнгги тўртта босқичи нимага мўлжалланган?
10. Математикадан иқтисодиётда фойдаланиш қандай имкониятлар беради?

II-БОБ. ЭКОНОМЕТРИКА ФАНИНИНГ ПРЕДМЕТИ, ВАЗИФАСИ ВА УСУЛЛАРИ

2.1. Эконометрика фанининг предмети

Эконометрика — иқтисодиётдаги миқдорий қонуниятлар ва ўзаро боғлиқликларни математик статистика усуллари ёрдамида тадқиқ қилувчи фан. Бу усулларнинг асоси — корреляцион-регрессион таҳлил. Эконометрика эмпирик маълумотларни ўрганиш асосида иқтисодий боғлиқликлар ва моделларни статистик баҳолаш ва таҳлил қилиш билан шуғулланади.

Эконометрика фанининг предмети- ижтимоий - иқтисодий жараён ва ҳодисаларни ўзаро боғланишини миқдор жиҳатдан ифодалашдан иборат бўлиб унинг *вазифаси*:

– иқтисодий кўрсаткичларини таҳлил қилишда ва ушбу соҳада вужудга келиши мумкин бўлган амалий муаммоларни ечишда эконометрик усуллар ва моделлар ҳамда замонавий ахборот технологияларидан самарали фойдалана олишни ўргатиш;

– бозор конъюнктурасини таҳлил қилиш йўллари ва усулларини билиш;

– истеъмолчилар ва ишлаб чиқарувчилар бозорида вужудга келиши мумкин бўлган турли вазиятларни ва турли иқтисодий кўрсаткичларни эконометрик моделлар ёрдамида таҳлил қилиш ва прогнозлашни амалга ошириш йўллари;

– фирманинг бозор стратегиясини танлаш бўйича турли ҳолатларни таҳлил қилиш ва қарорлар қабул қилишни ўрганади.

Эконометрика фани математик ва табиий-илмий фан ҳисобланиб у Элементар математика, Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика, Информатика ва ахборот технологиялари, Иқтисодиёт назарияси, Макроиқтисодиёт, Иқтисодий таҳлил, Статистика, Маркетинг фаолиятини таҳлил этиш ва прогнозлаш фанлари билан узвий алоқага эга.

Эконометрика-фанда жуда тез ривожланувчи соҳа бўлиб, унинг мақсади иқтисодий муносабатларга миқдорий ўлчамларни беришдан иборат. “Эконометрика” ибораси(сўзи) 1910 йилда (Австро-Венгрия)

бухгалтер П.Цемп томонидан киритилган (у “эконометрия” деган). Цемп, “Агар бухгалтерия ҳисоби маълумотларига алгебрия ва геометрия усулларини қўлланса, у ҳолда хўжалик фаолияти натижалари тўғрисида янада чуқурроқ тасаввурга эга бўлиш мумкин” деб таъкидлаган. Ушбу ибора кўп вақт давомида ишлатилмаган бўлсада, “эконометрика” ибораси иқтисод илмида янги йўналишни юзага келишида жуда қулай келди.

Иқтисод фанида янги йўналиш - “эконометрика” 1930 йилда пайдо бўлди. “Эконометрика” (грекча “метрон”) сўзи иккита “экономика” ва “метрика” сўзларининг бирлашмасидан ташкил топган. Шундай қилиб, иборанинг ўзида эконометрикани фан сифатида унинг хусусияти ва мазмуни ифодаланади. Унинг мазмуни: иқтисодиёт назарияси томонидан очилган ва асосланган алоқа ва муносабатларни миқдорий ифодалашдан иборат. Демак эконометрика иқтисодий ҳодисаларни ўлчаш ва таҳлил қилиш ҳақидаги фандир.

Эконометриканинг юзага келиши иқтисодиётни ўрганишда бир нечта фанларни бирлаштирган ёндашув натижаси билан боғлиқ. Бу фан иқтисодиёт назарияси, статистика ва математик усулларни бирлаштириш ва ўзаро тўлдириш натижасида юзага келган. Кейинчалик эконометрикани ривожлантириш учун ушбу усулларга ҳисоблаш техникаси тадбиқ этилган.

1933 йилда Р.Фриш томонидан “Эконометрика” журнаliga асос солинди. Журналда у эконометрикага қуйидагича таъриф берган: “Эконометрика-бу ўша иқтисодий статистика эмас. Асосий қисми миқдорий хусусиятга эга бўлган иқтисодий назариянинг ҳам ўзи эмас. Эконометрика математикани иқтисодга қўллаш ҳам эмас. Тажриба шуни кўрсатадики ҳар уччала иқтисодиёт назарияси, статистика ва математика фанларининг компоненталари замонавий иқтисодий ҳаётни миқдорий томонларини англаш учун зарурий, лекин етарли бўлмаган шартларидир. Бу-учта фаннинг бирлигидир. Бу бирлик эконометрикани ташкил этади”.

Шундай қилиб, эконометрика-бу иқтисодий жараён ва ҳодисаларни ўзаро боғланишини миқдор жиҳатдан ифодаловчи фандир.

Иқтисодчи олим О.Ланге (1904-1965) -“Эконометрика иқтисодиётда кузатиладиган аниқ миқдорий қонуниятларни аниқлаш билан шуғулланади, бунинг учун статистик усуллардан фойдаланади” деб айтган. Эконометрик ўлчашларда статистик ёндошувлар муҳим ўринни эгаллайди. Яъни эконометриканинг маълумотлар базаси статистик кузтишлар натижасида олинган маълумотлардан иборат бўлиб, уларнинг аниқлиги статистик тадқиқотларни қандай даражада олиб борилганлигига боғлиқ.

2.2. Эконометрик усулларнинг хусусиятлари

Эконометрик усуллар олий статистика деб номланувчи жуфт ва кўп омилли регрессия, жуфт, хусусий ва кўп омилли корреляция, трендларни ажратиш ва бошқа динамик қаторлар компоненталари, статистик баҳолаш усуллари асосида юзага келган ва ривожланган.

Р.Фишер шундай деб ёзган: “Статистик усуллар ижтимоий фанларда муҳим элемент ҳисобланади ва айнан шу усуллар ёрдамида ижтимоий билимлар фан даражасигача кўтарилиши мумкин”.

Биринчидан –эконометрика ўзига хос бўлган усуллар тизими сифатида иқтисодий ўзгарувчилар ва улар орасидаги боғланишларнинг хусусиятларини тасвирлаган ҳолда ўзининг масалаларини аниқлаштириш билан ривожлана бошлади. Регрессия тенгламасига на фақат биринчи даражали ўзгарувчиларни киритилди балки натижага максимал ёки минимал (озми-кўпми) даражада таъсир этувчи қийматларни акслантирувчи иқтисодий ўзгарувчиларнинг оптимал хусусиятларини ифодалаш мақсадида, иккинчи даражали ўзгарувчиларни ҳам киритила бошланди. Масалан: экинларни ўғитлантиришни ҳосилдорликка таъсирини кўрадиган бўлсак, экинларни маълум бир даражада ўғитлантириш унинг ҳосилдорлигини оширади; лекин ўғитлантириш меъёр даражасидан ортиши ҳосилдорликни ортишига олиб кемайди балки, ҳосилдорликни пасайишига олиб келиши мумкин. Худди шундай кўплаб ижтимоий-иқтисодий ўзгарувчиларнинг таъсири ҳақида айтиш ҳам мумкин(масалан, ишчилар сонини ортишини

меҳнат унумдорлигига, даромадларни айрим озик-овқат маҳсулотларини истеъмолига таъсири ва ҳ.к.).

Иккинчидан-регрессия тенгламасида мустқил компоненталар сифатида қаралувчи ижтимоий-иқтисодий ўзгарувчиларнинг ўзаро таъсири акс этади.

Масалан, қуйидаги регрессия тенгламасини кўрайлик,

$$y = a + b_1x + b_2z + b_3xz$$

Албатта бу тенгламада ўзаро таъсир эффекти (b_3 -параметри) статистика нуқтаи назаридан қийматга эга бўлмаслиги ҳам мумкин. Аммо иқтисодий нуқтаи назардан маънога эга.

Иқтисодий тадқиқотларда регрессия тенгламаларининг ўзлари маънога эга бўла бошладилар. Масалан, таннархни (y) ишлаб чиқариш ҳажмига (x) (маҳсулот бирлиги миқдори) боғлиқлиги қуйидагича ифодаланиши мумкин:

$$\begin{array}{l} \text{Ишлаб чиқариш} \\ \text{ҳаражатлари} \end{array} = \begin{array}{l} \text{Ишлаб чиқариш} \\ \text{ҳажмига боғлиқ} \\ \text{бўлмаган харажатлар} \\ \text{(доимий харажатлар)} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Ишлаб чиқариш ҳажмига} \\ \text{боғлиқ бўлган} \\ \text{харажатлар} \\ \text{(ўзгарувчан харажатлар)} \end{array}$$

$$yx = a + bx$$

Тенгликни иккала қисмини ишлаб чиқариш ҳаражатлари ҳажми (x)га бўлсак, қуйидагини оламиз:

$$\begin{array}{l} \text{Бир маҳсулот бирлигига} \\ \text{ҳисобида ишлаб} \\ \text{чиқариш ҳаражатлари} \end{array} = \begin{array}{l} \text{Бир маҳсулот} \\ \text{бирлигига доимий} \\ \text{харажатлар} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Бир маҳсулот} \\ \text{бирлигига ўзгарувчи} \\ \text{харажатлар} \end{array}$$

$$y = \frac{a}{x} + b$$

Бундай тенгламаларнинг параметрлари энг кичик квадратлар усули билан баҳоланиши мумкин, ушбу параметрларнинг хусусиятлари шундан иборатки уларнинг ҳар бири аниқ иқтисодий маънога эга.

Эконометрик тадқиқотлар қуйидаги масалаларни ўз ичига олади:

- иқтисодий ўзгарувчилар орасидаги боғланишларни сифат жиҳатдан таҳлил қилиш, яъни боғланган (y_j) ва боғлиқ бўлмаган (x_k) ўзгарувчиларни ажратиш;

- маълумотларни танлаш;
- y_j ва x_k ўзгарувчилар орасидаги боғланиш шаклини аниқлаш;
- модель параметрларини аниқлаш ва баҳолаш;
- сохта ўзгарувчиларни киритиш;
- автокорреляцияни аниқлаш;
- трендларни, динамик ва тасодифий компоненталарни аниқлаш;
- боғланиш шаклини аниқлаш ва бирвақтли тенгламалар системасини

тузиш;

- идентификация шартларини текшириш;
- бирвақтли тенгламалар системасининг параметрларини баҳолаш;
- динамик қаторлар системаси асосида моделлаштириш: стационарлик ва

коинтеграция муаммолари;

- интеграция муаммолари ва параметрларни баҳолаш.

Эконометрик модель ўзаро боғланган ўзгарувчиларнинг назарий жиҳатлари ва улар орасидаги боғланиш хусусиятларига асосланади.

Ўзаро боғланишларни ифодалашда асосан, уларнинг сифат томонларини таҳлил қилишга кўпроқ эътибор берилади. Шунинг учун эконометрик тадқиқотлар босқичларига қуйидагиларни киритиш мумкин.

- муаммонинг қўйилиши;
- маълумотлар йиғиш, уларни сифатини таҳлил қилиш;
- модел хусусиятларини аниқлаш;
- параметрларни баҳолаш;
- ечимларни тушиниш, муҳокама қилиш ва амалга жорий этиш.

Бу босқичлар барча тадқиқотлар учун хос бўлиб, қандай маълумотлардан фойдаланишидан қатъий назар вақт ва замонга боғлиқ бўлмаган ҳолда амалга оширилади.

Асосий таянч иборалар

- | | |
|-----------------|-------------------|
| 1. Эконометрика | 7. Автокорреляция |
| 2. Корреляция | 8. Идентификация |
| 3. Регрессия | 9. Компонента |
| 4. Экономика | 10. Усуллар |
| 5. Метрика | 11. Қонуният |
| 6. Тренд | 12. Статистика |

Такрорлаш учун саволлар ва топшириқлар

1. Эконометрика сўзи нимани англатади ва у фан сифатида қайси даврда юзага келган?
2. Эконометрикага таъриф беринг.
3. Эконометрика жамияти ва “Эконометрика” журнали қачон ташкил топган?
4. Эконометрика қандай фанлар билан боғланган?
5. Эконометрикани пайдо бўлиши тарихи ҳақида нималарни биласиз?
6. Эконометрик усулларнинг хусусиятлари ҳақида нималарни биласиз?
7. Эконометрик тадқиқотлар қандай масалаларни ўз ичига олади?
8. Эконометрик тадқиқотлар қайси босқичлардан иборат?
9. Эконометриканинг пайдо бўлиши тарихига бир назар солиб кўринг.
10. Эконометрик тадқиқотлар қандай масалаларни ўз ичига олади?

III-БОБ. ЭКОНОМЕТРИК ТАДҚИҚОТЛАРДА ЖУФТ РЕГРЕССИОН - КОРРЕЛЯЦИОН ТАХЛИЛ

3.1. Моделлар ва уларни тузиш усуллари

Юқорида айтиб ўтилганидек эконометрикада статистика усуллари кенг қўлланилади. Эконометрика иқтисодий ўзгарувчилар орасидаги ўзаро боғланишни миқдорий жиҳатдан ифодалашни мақсад қилган ҳолда у аввало регрессия ва корреляция усуллари билан боғланган.

Регрессия ҳақида тушунча. Ўрганилувчи эрки параметрлар x_1, x_2, \dots, x_n , ўрганилувчи эрки параметр Y бўлсин. Алоҳида ҳолларда Y ни x_1, x_2, \dots, x_n параметрларнинг функцияси деб қараш мумкин, яъни

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.1)$$

Агар Y ҳосил ҳажми бўлса, у суғоришлар сонига, ишлатилган минерал озуқа ҳажмига, ҳавонинг ҳарорати ва бошқаларга боғлиқ. Бундан кўринадики, ҳосилдорлик тасодифий жараёнدير. Шунинг учун (3.1) муносабат тасодифий ўзгарувчиларни ўз ичига олади. Бундай ўзгарувчиларни ε деб белгиласак (3.1)ни ўрнига ушбу

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n, \varepsilon) \quad (3.2)$$

муносабатни ёзиш мумкин.

Бундай муносабат *корреляцион* боғланиш дейилади ва бу боғланишда эрки параметр x_1, x_2, \dots, x_n , ларнинг турли қийматларига Y нинг ўртача қиймати мос келади. Y ва x_1, x_2, \dots, x_n , лар орасидаги аналитик муносабат эса *регрессия тенгламаси* дейилади.

Регрессия тенгламасига киритилган ўзгарувчиларнинг сонига боғлиқ равишда жуфт ва кўп омилли регрессия бўлиши мумкин. Y ва x икки ўзгарувчи орасидаги регрессия *жуфт регрессия* дейилади, яъни модель

$$y = f(x)$$

кўринишга эга бўлади.

бу ерда: y - натижавий белги(эрксиз ўзгарувчи); x - омил белги(эркли ўзгарувчи).

Натижавий белгининг икки ва ундан ортик эркили ўзгарувчилар билан регрессияси *кўп омилли регрессия* дейилади.

Ҳар қандай эконометрик тадқиқот ўзгарувчилар орасидаги боғланишлар назариясидан келиб чиқиб моделларни шакллантиришдан бошланади. Аввало натижага таъсир этувчи омиллар тўпламидан муҳимларини, кўпроқ таъсир этувчиларини ажратиб олинади. Агарда иқтисодий жараёни белгиловчи асосий омил маълум бўлса, у ҳолда жараёни ўрганиш учун жуфт регрессиянинг ўзи етарли.

Масалан, маҳсулотга бўлган талаб (y) миқдори нархга нисбатан тесқари боғланган деган қуйидаги гипотеза илгари сурилаётган бўлса, яъни

$$\hat{y}_x = a - b \cdot x$$

Бундай ҳолларда яна қандай омиллар таъсир этишини, уларнинг қайси бири ўзгармас бўлиши мумкинлигини билиш керак, балки уларни келажакда моделда эътиборга олиш ва жуфт регрессиядан кўп омилли регрессияга ўтиш керакдир.

Жуфт регрессия тенгламаси кузатув натижаларидан олинган маълумотларнинг ўртача қийматини ўзгариш қонуниятидан келиб чиқиб икки ўзгарувчи орасидаги боғланишни ифодалайди. Агар талабнинг (y) нархга (x) боғлиқлиги масалан, $y = 1000 - 2 \cdot x$ тенглама билан ифодаланса, у ҳолда бу тенглама нарх 1 пул бирлигига ортганда, талаб ўртача 2 пул бирлигига камайишини ифодалайди.

Регрессия тенгламасида кўрсаткичлар орасидаги корреляцион боғланиш мос математик функциялар билан ифодаланган функционал боғланиш кўринишида тасаввур этилади. Амалда ҳар бир алоҳида ҳолатда y катталиқ қуйидагича иккита қўшилувчидан ташкил топади.

$$y_j = \hat{y}_{x_j} + \varepsilon_j$$

бу ерда: y_j - натижавий кўрсаткичнинг ҳақиқий қиймати; \hat{y}_{x_j} - натижавий кўрсаткичнинг регрессия тенгламасидан топилган назарий қийматлари; ε_j -

регрессия тенгламасида аниқланган натижавий кўрсаткичнинг ҳақиқий қийматини назарий қийматидан оғишини ифодаловчи тасодифий миқдорлар.

Тасодифий миқдор ε - таъсири моделда эътиборга олинмаган омилларни, тасодифий хатоларни ва ўлчаш хусусиятларини ўз ичига олади.

Тасодифий миқдорларни моделларда эътиборга олиниши қуйдаги манбалар билан боғлиқ: моделларнинг тузилиши; бошланғич маълумотларни танлаб олиш хусусияти ҳамда ўзгарувчиларни ўлчаш ва уларни ҳисоблаш хусусиятлари. Ушбулардан келиб чиқиб, юқорида келтирилган y талабни x нархга боғлиқлиги тенгламаси қуйдагича ёзилади;

$$y = 1000 - 2 \cdot x + \varepsilon$$

Кўриниб турибдики, ҳар доим ҳам тасодифий ҳолатларни эътиборга олиш учун имкониятлар мавжуд.

Талабни нархга тесқари боғлиқлигини албатта чизиқли $\hat{y}_x = a - b \cdot x$ функция билан тавсифлаш шарт эмас. Бундай боғланишни тавсифловчи бошқа муносабатлар ҳам мавжуд, масалан:

$$\hat{y}_x = a \cdot x^{-b}; \quad \hat{y}_x = a + \frac{b}{x}; \quad \hat{y}_x = \frac{1}{a + b \cdot x};$$

Шунинг учун тасодифий миқдорнинг- хатоликнинг катта кичиклиги танлаб олинган моделни қанчалик тўғри тузилганлигига боғлиқ. Тасодифий миқдор қанча кичик бўлса, натижавий кўрсаткичнинг назарий қиймати шунчалик унинг ҳақиқий қиймати билан устма-уст тушади.

Хатога йўл қўйилишига нафақат математик функцияни нотўғри танлаш, балки регрессия тенгламасида муҳум бўлган омилни ҳисобга олмасликка ҳам боғлиқ, яъни кўп омилли регрессиянинг ўрнига жуфт регрессияни қўллаш ҳам сабаб бўлади. Масалан маълум бир маҳсулотга бўлган талаб нафақат унинг нархига, балки жонбошига тўғри келадиган даромадга ҳам боғлиқ бўлиши мумкин.

Хатоликка йўл қўйилишида маълумотларни танлашдаги хатолик ҳам сабаб бўлиши мумкин. Чунки тадқиқотчи кўрсаткичлар орасидаги боғланиш қонуниятларини аниқлашда танлаб олинган маълумотлар асосида иш кўради.

Танлашдаги хатолик кўпчилик ҳолатларда иқтисодий жараёнларни ўрганишда бошланғич статистик маълумотлар тўпламини бир жинисли бўлмаганлиги учун ҳам юзага келади. Агар маълумотлар замон ва маконда бир жинсли бўлмаса регрессия тенгламаси ҳеч қандай маънога эга бўлмайди. Бундай ҳолатларда натижани яхшилаш учун ўрганилаётган статистик кўрсаткичларнинг ананал (ҳақиқатга тўғри келмайдиган, тасодифий) қийматларини тўплам бирликларидан чиқариб ташланади.

Регрессия усулларини амалиётда қўллашда маълумотларни ўлчашдаги хатоликлар катта хавф туғдиради.

Агар нотўғри қурилган моделларни уларнинг шаклини ўзгартириб хатоликни камайтириш мумкин бўлса, маълумотларни танлашдаги хатоликни маълумотлар ҳажмини, яъни статистик тўпламни катталаштириш билан камайтириш мумкин.

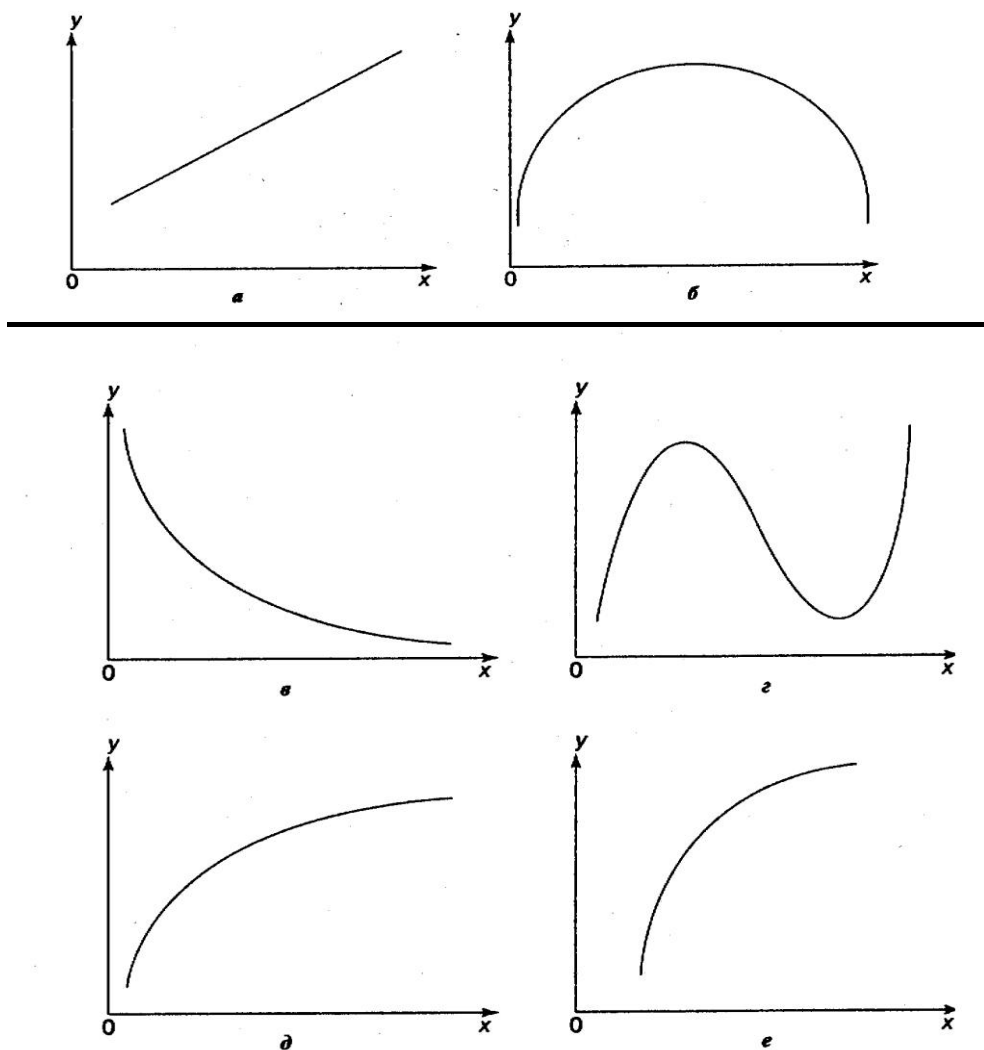
Маълумотларни ўлчашдаги хатоликлар макродаражадаги тадқиқотларда катта аҳамиятга эга. Бозор иқтисодиёти шароитида талаб ва истеъмолни тадқиқ қилишда асосий ўзгарувчи сифатида “аҳоли жон бошига даромад” кенг қўлланилади. Шу билан бирга даромад миқдорини статистик нуқтаи назаридан аниқлашда қатор қийинчиликларга дуч келинади. Бу бўйича олинмаган маълумотлар хатодан ҳоли эмас, масалан, ҳисобга олинмаган, яширилган даромадларни айтиш мумкин.

Эконометрик тадқиқотларда маълумотларни ўлчашдаги хатоларни минимал ҳолатга келтирилгандан сўнг асосий эътибор моделларни қуришдаги хатоликларга қаратилади.

Жуфт регрессияда $\hat{y}_x = f(x)$ математик функциянинг кўринишларини танлаш учта усул билан амалга оширилиши мумкин:

- график усули;
- аналитик усул, яъни ўзаро боғланишларни ўрганиш назариясидан келиб чиқиб;
- экспериментал –тажриба усули.

Икки кўрсаткич орасидаги боғланишларни ўрганишда регрессия тенгламаларини график усулида танлаш кўргазмали чизмалар шаклида амалга оширилади. Бу усул корреляция майдонига асосланади. Боғланишларни миқдорий жихатдан баҳолашда қўлланиладиган эгри чизиқларнинг асосий турлари қуйдаги расмларда келтирилган.



2.1.- Расм. Икки ўзгарувчи орасидаги боғланишни миқдорий жихатдан баҳолашда қўлланиладиган эгри чизиқларнинг асосий турлари

$$à) \hat{y}_x = a + b \cdot x;$$

$$â) \hat{y}_x = a + b/x;$$

$$ä) \hat{y}_x = a \cdot x^b;$$

$$á) \hat{y}_x = a + b \cdot x + c \cdot x^2;$$

$$ã) \hat{y}_x = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + d \cdot x^3$$

$$â) \hat{y}_x = a \cdot b^x$$

Регрессия тенгламасини танлашнинг аналитик усули кўпроқ амалда қўлланилади. Ушбу усул таҳлил қилинаётган кўрсаткичларнинг ўзаро боғланиш табиатини ўрганишга асосланади.

Масалан, корхонанинг электр энергияга бўлган талаби(y) ишлаб чиқарилаётган маҳсулот ҳажми(x)га боғлиқ ҳолда ўрганилаётган бўлсин. Барча истеъмол қилинган электр энергия(y)ни икки қисмга бўлиш мумкин:

- a , ишлаб чиқариш билан боғлиқ бўлмаган;

- $b \cdot x$, ишлаб чиқариш ҳажми кўпайиши билан пропорционал равишда ортиб боровчи бевосита ишлаб чиқариш ҳажми билан боғлиқ бўлган қисмларга.

У ҳолда электр энергия истеъмолининг маҳсулот ҳажмига боғлиқлигини қуйидаги регрессия тенгламаси орқали ифодалаш мумкин:

$$\hat{y}_x = a + b \cdot x \quad (3.3)$$

Агар тенгламанинг иккала қисмини ишлаб чиқарилган маҳсулот ҳажми(x)га бўлсак $\left(\hat{z}_x = \frac{y}{x}\right)$, у ҳолда электр энергиянинг маҳсулот бирлигига солиштирма сарфини ишлаб чиқарилган маҳсулот ҳажми(x)га боғланишини ифодаловчи қуйидаги тенг томонли гипербола тенгламасини оламиз:

$$\hat{z}_x = b + \frac{a}{x}.$$

Худди шундай корхона ҳаражатларини ишлаб чиқарилган маҳсулот ҳажмининг ўзгаришига пропорционал равишда ўзгарувчи (материал ҳаражатлари, меҳнат ҳақи ва бошқ.) шартли ўзгарувчиларга ва ишлаб чиқариш ҳажми ўзгариши билан ўзгармайдиган (аренда ҳақи, бошқарув ҳаражатлари ва бошқ.) шартли ўзгармас ҳаражатларга ажратиш мумкин.

(3.3) функция дискрет нуқталарда (x -кўрсаткичнинг дискрет қийматларида) юзага келиши мумкин бўлган ҳатоликларни эътиборга олган ҳолда қуйидаги кўринишда ифодаланади

$$\hat{y}_x(x_i) = a + bx_i + \varepsilon \quad (3.4)$$

Регрессия тенгламасини танлашни аналитик усулининг моҳияти охириги (3.4) тенгламада a , b - параметрларнинг қийматларини аниқлаш ҳамда ε – тасодифий миқдорни баҳолашдан иборат.

ε -тасодифий микдорни баҳолашда қолдиқ дисперсиядан фойдаланилади. Қолдиқ дисперсия қуйдагича ифодаланади.

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{1}{n} \sum (y_i - \hat{y}_x(x_i))^2 \quad (3.5)$$

Агарда қолдиқ дисперсия $\sigma_{\text{кол}}^2 = 0$ бўлса, натижавий белгининг асл қийматлари, уларнинг назарий қийматлари билан устма-уст тушади.

Демак, қолдиқ дисперсиянинг қиймати қанчалик нолга яқин бўлса, регрессия тенгламасида эътиборга олинмаган кўрсаткичларни таъсири шунчалик камлигини ва регрессия тенгламаси кўрсаткичлари орасидаги боғланишни тўғри ифодаланишини кўрсатади.

Тадқиқотлар натижаси шуни кўрсатадики кузатувлар натижасида олинмаган маълумотлар сони ўзгарувчи x олдидаги ҳисобланаётган параметрлар сонидан 7-8 марта кўп бўлиши керак, яъни $y_x = a + bx$ чизиқли регрессия тенгламаси учун маълумотлар сони 7 тадан кам бўлмаслиги, $y_x = a + bx + cx^2$ регрессия тенгламаси учун эса 14 тадан кам бўлмаслиги керак.

Эконометрик моделлар узоқ муддатли даврни ўз ичига олган (10, 20, 30 йил) динамика қаторлари маълумотлари асосида тузилишини эътиборга олган ҳолда моделларни қуришда x олдидаги параметрларни камроқ олиш мақсадга мувофиқ.

3. 2. Чизиқли регрессия ва унинг параметрларини баҳолаш

Параметрлари аниқ иқтисодий маънога эга бўлган чизиқли регрессия эконометрикада кенг қўлланилади. Чизиқли регрессия (3.3) ёки (3.4) кўринишдаги тенгламаларни тузишга олиб келади.

$\hat{y}_x = a + b \cdot x$ тенглама x омил белгининг қийматлар тўпламида унинг ҳақиқий қийматларини тенгламага қўйиб y натижавий белгининг назарий қийматларига эга бўлишни таъминлайди.

Чизиқли регрессияни тузиш унинг a ва b параметрларини баҳолашга олиб келади. Чизиқли регрессиянинг параметрларини баҳолаш турли усуллар билан амалга оширилади.

Чизиқли регрессиянинг параметрларини баҳолашнинг классик усулларидан бири *энг кичик квадратлар усули*(ЭККУ) дир.

ЭККУ (3.3) тенгламасининг a ва b параметрларини шундай қийматларини топиш имкониятини берадики, натижавий y белгининг хақиқий қийматларини ҳисобланган \hat{y}_x назарий қийматларидан оғиши(фарқи)нинг квадратлари йиғиндиси минимум даражада бўлади ва у қуйдагича ифодаланади:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{x_i})^2 \rightarrow \min \quad (3.6)$$

Агар нуқталардаги оғишларни $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_{x_i}$ деб белгиласак (3.6) қуйидаги кўринишни олади:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon^2 \rightarrow \min .$$

$\sum_{i=1}^n \varepsilon^2$ ни S билан белгилаб қуйидаги ифодани ёзамиз,

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{x_i})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - b \cdot x_i)^2; \quad (3.7)$$

(3.6) функциянинг минимум қийматини топиш учун (3.7) ифодада a ва b параметрлар бўйича хусусий ҳосилаларни топиб,

$$\frac{\partial S}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n y_i + 2 \cdot n \cdot a + 2 \cdot b \sum_{i=1}^n x_i ,$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n y \cdot x + 2 \cdot a \sum_{i=1}^n x_i + 2 \cdot b \sum_{i=1}^n x_i^2 .$$

ҳосилаларни нолга тенглаб икки номаълумли иккита тенламалар системасини ҳосил қиламиз:

$$\begin{cases} -2 \sum_{i=1}^n y_i + 2 \cdot n \cdot a + 2 \cdot b \sum_{i=1}^n x_i = 0, \\ -2 \sum_{i=1}^n y \cdot x + 2 \cdot a \sum_{i=1}^n x_i + 2 \cdot b \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0. \end{cases}$$

Бундан қуйидаги нормал тенгламалар системасини оламиз:

$$\begin{cases} n \cdot a + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a \cdot \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i. \end{cases} \quad (3.8)$$

Ушбу тенгламалар тизимдан a ва b ларни топиш мумкин.

$$a = \frac{(\sum x_i^2) \cdot (\sum y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum x_i \cdot y_i)}{n(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2},$$

$$b = \frac{n \cdot (\sum x_i y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}.$$

Топилган параметрларни мос равишда a_0 ва b_0 деб белгилаймиз. Шу a_0 ва b_0 қийматларда $\sum_{i=1}^n \varepsilon^2 \rightarrow \min$ шарт бажарилади.

Чизиқли регрессия тенгламасида b параметр *регрессия коэффициентини* дейилади. Унинг қиймати таъсир этувчи омил бир бирликда ўзгарганда натижанинг ўртача қанчага ўзгаришини кўрсатади. Масалан, ишлаб чиқариш функцияси $\hat{y}_x = 3000 + 2 \cdot x$ бўлсин (y - ҳаражат (млн.сўм), x - маҳсулот бирлиги микдори). Ишлаб чиқариш функциясидан кўринадикки маҳсулот ҳажмининг бир бирликка ўзгариши ишлаб чиқариш ҳаражатларини ўртача 2 млн. сўмга ортишини кўрсатади, яъни қўшимча 1-бирлик ишлаб чиқариш учун ҳаражатларни ўртача 2 млн. сўмга кўпайтиришни талаб этади.

Регрессия тенгламасида a параметр y нинг $x = 0$ бўлгандаги қиймати, x омилнинг ноль қийматида a ҳеч қандай иқтисодий маънога эга бўлмайди, айниқса $a < 0$ бўлганда.

$a > 0$ бўлганда натижанинг нисбий ўзгариши x омилнинг ўзгаришига нисбатан секинроқ бўлади. Бошқача айтганда y натижанинг вариацияси x омил вариациядан кичик, яъни x бўйича вариация коэффициенти y натижа бўйича вариация коэффициентидан катта: $V_x > V_y$. Буни исботлаш учун омил ва натижанинг нисбий ўзгаришларини таққослаб кўрамиз:

$$\frac{dy}{y} < \frac{dx}{x} \text{ ёки } \frac{dy}{dx} < \frac{y}{x}; \quad \frac{b \cdot dx}{dx} < \frac{a + b \cdot x}{x}; \quad b \cdot x < a + b \cdot x.$$

Бундан $a > 0$ эканлиги келиб чиқади.

Мисол. Фараз қилайлик, бир турдаги маҳсулот ишлаб чиқариш корхоналар гуруҳи бўйича берилган маълумотлар асосида ишлаб чиқариш функциясини тузиш ва уни таҳлил қилиш талаб этилади.

3.1.-жадвал

Ҳисоблаш жадвали

Корхона рақами	Ишлаб чиқарган маҳсулот ҳажми минг дона (x)	Ишлаб чиқаришга ҳаражатлар млн.сўм (y)	$x \cdot y$	x^2	y^2	\hat{y}_x
1	1	30	30	1	900	31,1
2	2	70	140	4	4900	67,9
3	4	150	600	16	22500	141,6
4	3	100	300	9	10000	104,7
5	5	170	850	25	28900	178,4
6	3	100	300	9	10000	104,7
7	4	150	600	16	22500	141,6
Жами	22	770	2820	80	99700	770,0

Маълумотларни дастлабки таҳлиliga кўра ишлаб чиқариш функцияси

$$y = a + bx + e$$

кўринишига эга бўлади.

Ушбу ишлаб чиқариш функцияси учун нормал тенгламалар системаси (3.8) қуйдаги кўришни олади:

$$\begin{cases} 7 \cdot a + 22 \cdot b = 770, \\ 22 \cdot a + 80 \cdot b = 2820. \end{cases}$$

Системани ечиб, қуйдагини оламиз:

$$a = -5,79; \quad b = 36,84.$$

a ва b параметрларнинг қийматларини берилган чизиқли регрессия тенгламасига қўйиб қуйдаги регрессия тенгламасини ёзамиз.

$$\hat{y}_x = -5,79 + 36,84 \cdot x.$$

Тенгламага x нинг қийматларини қўйиб y нинг назарий қийматларини топамиз (3.1-жадвалнинг охириги устунига қаранг). Ушбу ҳолатда a параметрнинг қиймати ҳеч қандай иқтисодий маънога эга эмас.

Юқоридаги мисолда қуйдагиларни кўриш мумкин:

$$\bar{x} = 3,14; \quad \sigma_x = 1,25; \quad V_x = 39,8\%.$$

$$\bar{y} = 110; \quad \sigma_y = 49,14; \quad V_y = 42,14\%.$$

$a < 0$ бўлиши, натижанинг ўзгариши омил белгининг ўзгаришидан тезлигини кўрсатади; яъни

$$V_y > V_x.$$

Чизиқли жуфт регрессия эконометрикада кўпроқ қуйидаги истеъмол функциясини ўрганишда қўлланилади:

$$C = K \cdot y + L,$$

бу ерда: C – истеъмол;

y – даромад;

K ва L - функциянинг параметрлари.

Ушбу чизиқли регрессия тенгламаси одатда қуйидаги баланс муносабати билан биргаликда қўлланилади.

$$y = C + I - r,$$

бу ерда: I - инвестиция хажми;

r - жамғарма.

Соддалик учун фараз қилайлик, даромад истеъмол ва инвестиция учун сарфлансин. Шундан келиб чиқиб қуйдагича тенгламалар системаси ўрганилади:

$$\begin{cases} C = K \cdot y + L, \\ y = C + I \end{cases}$$

Ушбу тенгламалар системасида баланс муносабатининг мавжудлиги регрессия коэффиценти қийматига бирдан катта бўлмаслик шартини қўяди, яъни $K \leq 1$

Фараз қилайлик ҳисобланган истеъмол функцияси қуйдагича бўлсин:

$$\hat{C} = 1,9 + 0,65 \cdot y. \quad (3.9)$$

Ушбу функция ҳар бир миллиард сўм даромаддан истеъмолга ўртача 650 млн. сўм, инвестицияга 350 млн. сўм сарфланишини кўрсатади. Агар инвестиция миқдорининг даромадга нисбатан регрессиясини ҳисобласак,

яъни $\hat{I} = a + b \cdot y$, y ҳолда регрессия тенгламаси қуйдаги кўринишга эга бўлади:

$$\hat{I} = 1,9 + 0,35 \cdot y. \quad (3.10)$$

Охирги иккита тенгламада регрессия коэффицентлари $0,65 + 0,35 = 1$ тенглик билан боғланган.

Агар регрессия коэффиценти 1 дан катта бўлса, y ҳолда $y < (C + I)$ ўринли бўлади, яъни истеъмолга нафақат даромад жарғармага ҳам сарфланади.

Истеъмол функциясида регрессия коэффиценти мультипликаторни ҳисоблаш учун ҳам фойдаланилади:

$$m = \frac{1}{1 - b};$$

бу ерда: m - мультипликатор; b - истеъмол функцияси регрессия коэффиценти.

Бизнинг мисолимизда $m = 1 / (1 - 0,65) = 2,86$. Мультипликаторнинг бу қиймати қўшимча 1 млн. сўмни узок муддатли жамғармага қўйиш билан ҳар қандай шароитда ҳам қўшимча 2,86 млн. сўм даромад олинишини кўрсатади.

3.3. Чизикли корреляция коэффицентини ҳисоблаш

Регрессия тенгламаси доимо ўзгарувчиларининг боғланиш зичлиги кўрсаткичи билан тўлдирилади. Чизикли регрессиядан фойдаланишида бундай кўрсаткич сифатида чизикли корреляция коэффиценти ишлатилади. Чизикли корреляция коэффиценти турли шаклларда ифодаланади. Уларнинг айримларини келтирамыз.

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}},$$

ёки

$$r_{xy} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{\sqrt{[n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] \cdot [n \cdot \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}$$

Чизиқли корреляция коэффициентининг қиймати $[-1,1]$ орлиғида ётади, яъни $-1 \leq r_{xy} \leq 1$ тенгсизлик ўринли.

Агар регрессия коэффициенти $b > 0$ бўлса, у ҳолда $0 < r_{xy} \leq 1$ бўлади, яъни боғланиш тўғри боғланиш бўлади, акс ҳолда $b < 0$ бўлганда $-1 \leq r_{xy} < 0$ бўлиб, боғланиш тескари бўлади.

Ўзгарувчилар орасидаги боғланиш зичлиги даражаси қуйдаги Чоддак жадвалидан фойдаланиб баҳоланади:

3.2-жадвал

Ўзгарувчилар орасидаги боғланиш зичлиги даражалари

r_{xy}	0,1-0,3	0,3-0,5	0,5-0,7	0,7-0,9	0,9 ва ундан юқори
Боғланиш зичлиги даражаси	бўш	ўрта миёна	сезиларли	юқори	жуда ҳам юқори

r_{xy} нинг мутлоқ қиймати 1 га яқинлашган сари ўзгарувчи белги x билан натижавий белги y орасидаги боғланиш шунчалик зичлашиб боради.

3.1-жадвалдаги маълумотлар асосида ҳисобланган чизиқли корреляция коэффициенти 1га жуда яқин, яъни 0,93га тенг. Бу ишлаб чиқаришга бўлган харажат билан ишлаб чиқарилган маҳсулот ҳажми орасидаги боғланиш жуда ҳам юқори эканлигини билдиради.

Шуни эътиборга олиш керакки, чизиқли корреляция коэффициентининг қиймати қаралаётган белгилар орасидаги боғланишлар зичлигини уларнинг боғланишлари чизиқли бўлган ҳолатларда баҳолайди. Шунинг учун корреляция коэффициентининг мутлоқ қиймати нолга яқин бўлиши белгилар орасидаги боғланишлар мавжуд эмас деган маънони билдирмайди. Белгилар орасидаги боғланиш модели бошқача кўринишда бўлганда боғланиш етарлича зич бўлиши мумкин.

3.4. Чизиқли регрессия тенгламасининг ишончлилиги ва унинг параметрларини муҳимлигини баҳолаш

Танланган чизикли функцияни ёки қурилган моделни қанчалик тўғри танланганлигини баҳолаш учун чизикли корреляция коэффициенти квадрати $R = r_{xy}^2$ -детерминация коэффициенти, ҳамда аппроксимациянинг ўртача хатолигидан фойдаланилади. *Детерминация коэффициенти* [0.1] оралиғидаги қийматларни қабул қилиб, танланган регрессия тенгламасида аниқланган y натижавий белги дисперсиясини натижавий белгининг умумий дисперсиядаги улушини тавсифлайди:

$$r_{yx}^2 = \frac{\sigma_y^2 \text{ танлан}}{\sigma_{y.умум}^2}.$$

Мос равишда $1 - r_{yx}^2$ катталик моделда эътиборга олинмаган омилларнинг таъсири натижасида келиб чиқадиган натижавий белгининг дисперсияси улуши (яъни қолдиқ дисперсия)ни тавсифлайди. $r_{yx}^2 \cdot 100\%$ - x омил белгининг вариацияси ёрдамида аниқланган y натижавий белги фоизини аниқлаш имконини беради.

Юқоридаги мисолда $r_{xy}^2 = 0,87$. Бундан, танланган регрессия тенгламасида аниқланган натижавий белги дисперсияси 87% ни, эътиборга олинмаган бошқа омилларнинг дисперсияси 13%ни ташкил этиши келиб чиқади.

Детерминация коэффициентининг қиймати танланган чизикли модель сифатини баҳолаш критерияларидан бири бўлиб хизмат қилади. Танланган омиллар бўйича вариациянинг улуши қанчалик катта бўлса, эътиборга олинмаган бошқа омилларнинг роли шунчалик кам бўлади ва қурилган модель берилган маълумотларни яхши аппроксимация қилади, уни натижавий белгининг қийматини прогнозлаш учун қўллаш мумкин. Агар корхонанинг маҳсулот ишлаб чиқариш ҳажми 6 минг дона бўлсин десак, унда ишлаб чиқариш ҳаражатларининг прогноз қиймати 215,25 млн. сўмни ташкил этиш керак.

Аппроксимациянинг ўртача хатолиги қуйидаги формула ёрдамида аниқланади:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_{xi}}{y_i} \right| \cdot 100\% ,$$

ёки

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - a_0 - b_0 \cdot x_i}{y_i} \right| \cdot 100\% .$$

\bar{A} нинг мумкин бўлган қийматлари 8-10% дан ошмаслиги керак.

Регрессия тенгламасининг “маънодорлигини” баҳолаш учун Фишернинг F- критериясидан фойдаланилади.

Фишернинг F-критерияси миқдори детерминация коэффиценти билан қуйидагича боғланган:

$$F_{haqiqiy} = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} \cdot (n - 2), \quad n \geq 3.$$

Агар $\alpha = 0,05$ (беш фоизли маънодорлилик даражаси) ва эркинлик даражаси $k_1 = 1$ ва $k_2 = n - 2$ бўлса, тасодифий миқдорларнинг Фишер тақсимоти (иловада келтирилган жадваллардан) Фишернинг F – критерияси жадвал қиймати - F_{jadv} топилади. Агар ушбу $F_{haqiqiy} > F_{jadv}$ тенгсизлик ўринли бўлса, регрессия тенгламаси статистик маънодор ҳисобланади.

Юқоридаги мисолимизда $r_{xy}^2 = 0,87$ эди. У ҳолда Фишернинг F- критерияси миқдори

$$F_{haqiqiy} = \frac{0,87}{1 - 0,87} \cdot (7 - 2) = 33,5.$$

Фишернинг F-критерияси жадвал қийматлари α , k_1 ва k_2 параметрларнинг мос қийматларида $F_{\alpha=0,05} = 6,61$ ни ташкил этади. Бундан $F_{haqiqiy} > F_{jadv}$ шарт бажарилганлигини кўрамиз. Демак қурилган регрессия тенгламасининг маънога эга эканлиги ҳақида хулоса қилиш мумкин.

Регрессия тенгламасини қуришдаги хатоликларга тенгламадаги a ва b параметрларни ҳамда r_{xy} - корреляция коэффицентини ҳисоблашдаги тасодифий хатоликлар ҳам таъсир этади. Шунинг учун a ва b параметрларни ҳисоблашдаги стандарт хатоликлар m_a, m_b лар аниқланилади.

Регрессия коэффициентининг тасодифий хатолиги қуйидаги формула билан аниқланилади:

$$m_b = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2 / (n - 2)}{\sum (x - \bar{x})^2}} = \frac{\sigma_{qol}}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2}}.$$

Регрессия тенгламасининг a параметри тасодифий хатолиги қуйидаги формула билан аниқланилади:

$$m_a = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{n - 2} \cdot \frac{\sum x^2}{n \cdot \sum (x - \bar{x})^2}} = \sigma_{qol} \sqrt{\frac{\sum x^2}{n \cdot \sum (x - \bar{x})^2}}.$$

Чизикли корреляция коэффициентининг тасодифий хатолиги эса

$$m_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}},$$

формула асосида аниқланилади:

Регрессия тенгламаси параметрларининг статистик маънодорлигини баҳолаш Стюдент- t критерияси ёрдамида амалга оширилади (эркинлик даражаси сони $n - 2$ ва $\alpha = 0,05$ бўлганда t белгининг жадвал қийматлари иловада келтирилган Стюдент тақсимоти жадвалидан топилади). Унда қуйдагилар ҳисобланади;

$$t_a = \frac{a}{m_a}, \quad t_b = \frac{b}{m_b}, \quad t_r = \frac{r_{xy}}{m_r}.$$

Агар t белгининг топилган асл қийматлари унинг жадвал қийматидан катта бўлса (яъни $t_a > t_{jadv}$, $t_b > t_{jadv}$, $t_{rxy} > t_{jadv}$) a ва b параметрлар статистик маънодор ҳисобланади.

Мисолимизда регрессия коэффициентининг тасодифий хатолиги

$$m_b = \frac{7,28}{3,31} = 2,21$$

бўлиб t белгининг асл қиймати,

$$t_b = \frac{36,84}{2,21} = 16,67 \text{ га тенг}$$

Стюбдент t - критерияси жадвалида $t_{jadv} = 2,57$ га тенг. Демак $t_b > t_{jadv}$ яъни $16,67 > 2,57$ шарт бажарилади. Бундан регрессия коэффиценти статистик маънодор деб хулоса қилиш мумкинлиги келиб чиқади.

a параметрнинг тасодифий ҳатолиги ҳам худди шу тартибда баҳоланади. Чизикли корреляция коэффицентининг тасодифий ҳатолигини баҳолашда $t_b^2 = t_r^2$ шартдан фойдаланамиз.

Мисолимиз маълумотларидан фойдаланиб $t_r = 16,67$ қийматни топамиз. Ушбу ҳолатда ҳам $t_r > t_{jadv}$ шarti бажарилади, яни $16,67 > 2,57$.

Натижалар тузилган чизикли регрессия тенгламаси ва унинг параметрлари маънодор эканлигини кўрсатади.

Регрессия тенгламаси параметрларининг топилган қийматларидан фойдаланиб a ва b параметрларнинг ишончлилик оралиқларини топиш мумкин. Улар учун ишончлилик оралиғи қуйидагича аниқланилади:

$$\Delta_a = a \pm t_{jadv} \cdot m_a, \quad \Delta_b = b \pm t_{jadv} \cdot m_b .$$

Мисолимизда b регрессия коэффиценти учун ишончлилик оралиғи

$$36,84 \pm 2,57 \cdot 2,21 = 36,84 \pm 5,68,$$

$$31,16 \leq b \leq 42,52.$$

Регрессия тенгламаси асосида натижавий белги (y) нинг прогноз қиймати ва унинг ишончлилик оралиғини аниқлаш

Регрессия тенгламасида катнашувчи параметрлар ва ўзгарувчиларда тасодифий ҳатоликлар мавжуд бўлганлиги сабабли натижавий белгининг прогноз қийматида ҳам тасодифий ҳатолар мавжуд ва прогноз қиймати ҳам маълум бир оралиқда ўзгаради. Шунинг учун эконометрик тадқиқотларда натижавий белгининг тасодифий ҳатолиги қийматини ва унинг ишончлилик интервалини ҳисоблаб топиш тақозо этилади.

Регрессия тенгламаси асосида прогноз қилишда регрессия тенгламага x ўзгарувчининг x_b прогноз қиймати қўйилиб y ўзгарувчининг $\hat{y}_b = \hat{y}_{x_b}$ прогноз қиймати топилади. $\hat{\sigma}_b$ ни ҳисоблашдаги стандарт хатолик

$$m_{\hat{y}_b} = \sigma_{qol} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_b - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}},$$

ифода орқали ҳисобланади, прогноз қийматининг ишончлилик оралиғи эса

$$\Delta_y = \hat{y}_b \pm t_{jadv} \cdot m_{\hat{y}_b}$$

ифода билан аниқланилади.

бу ерда: $\sigma_{qol} = \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{n - 2}$ - қолдиқ дисперсия.

Юқоридаги мисол маълумотлари асосида эркин ўзгарувчи x нинг прогноз қиймати $x_b = 6$ бўлганда прогнозлашдаги стандарт хатоликни ҳисоблаймиз:

$$m_{\hat{y}_b} = 7,28 \cdot \sqrt{\frac{1}{7} + \frac{(6 - 3,1)^2}{7 \cdot 1,25}} = 7,64.$$

$x_b = 6$ бўлганда \hat{y}_b прогноз қиймати қуйидагига тенг:

$$\hat{y}_b = -5,79 + 36,84 \cdot 6 = 215,25.$$

Бундан $\Delta_y = 215,25 \pm 2,75 \cdot 7,64 = 215,25 \pm 19,62$. оламиз ва прогноз қийматининг ишончлилик оралиғи

$$195,63 \leq \hat{y}_b \leq 234,87$$

эканлиги келиб чиқади.

Аммо натижавий белги y нинг ҳақиқий қийматлари тузилган регрессия тенгламаси (\hat{y}_x)нинг қийматларидан тасодифий хато (ϵ) га фарқ қилиши мумкинлиги юқорида айтиб ўтилганлиги маълум. Шунинг учун натижавий белгининг прогноз қийматига фақат стандарт хатоликнинг ўзини эмас, балки

тасодифий хатоликни ҳам эътиборга олиш зарур. Бундай ҳолатда прогнозлашдаги ўртача хатолик куйидаги формула ёрдамида ҳисобланади:

$$m_{\bar{y}_b} = \sigma_{qol} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_b - \bar{x})^2}{n \cdot \sigma_x^2}},$$

Юқоридаги мисол маълумотлари асосида эркили ўзгарувчи x нинг прогнозлашдаги ўртача тасодифий хатоликни ҳисоблаймиз:

$$m_{\bar{y}_b} = 7,28 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{7} + \frac{(6 - 3,1)^2}{7 \cdot 1,25}} = 10,55.$$

Натижавий белги y нинг прогноз қийматининг ишончлилик интервалини 0,95 эҳтимоллик билан ҳисоблаймиз.

$$215,25 \pm 2,57 \cdot 10,55 = 215,25 \pm 29,01.$$

Ва бундан куйидаги ишончлилик интервали келиб чиқади:

$$186,24 \leq \hat{y}_b \leq 244,26.$$

Демак прогнознинг лимит хатолиги ишончлилик интервалини 0,95 эҳтимоллик билан ҳисоблаганда 29,01 дан ошмайди ва \hat{y}_b нинг прогноз қиймати 186,24 билан 244,26 оралиғида бўлади.

Асосий таянч иборалар

- | | |
|--------------|--------------------|
| 1. Регрессия | 11. Тескари |
| 2. Эркили | 12. Аналитик |
| 3. Эркисиз | 13. Дискрет |
| 4. Параметр | 14. Дисперсия |
| 5. Функция | 15. Чизиқли |
| 6. Тасодифий | 16. Ҳосила |
| 7. Тенглама | 17. Истеъмол |
| 8. Жуфт | 18. Даромад |
| 9. Омил | 19. Мультипликатор |
| 10. Тўғри | 20. Тасодифий |

Такрорлаш учун саволлар ва топшириқлар

1. Регрессия ҳақида қандай тушунчага эга бўлдингиз?
2. Қандай боғланишлар корреляцион боғланиш дейилади?
3. Қандай регрессия жуфт регрессия дейилади, жуфт регрессия тенгламасини ёзинг.
4. Регрессия тенгламасида тасодиғий миқдор нимани англатади ва уни моделда эътиборга олиниши нималарга боғлиқ?
5. Регрессия тенгламасини тузишда юзага келиши мумкин бўлган хатоликлар қандай хатоликлар?
6. Жуфт регрессияда математик функцияларни танлашнинг қандай усуллари мавжуд ва аналитик усуlining моҳияти нимадан иборат?
7. ЭККУ нима мақсадда қўлланилади ва ушбу усулда a_0 , b_0 коэффициентлар қандай ҳисобланади?
8. Чизиқли корреляция коэффициентлари қандай кўринишларда ифодаланади. Унинг турли қийматларидаги боғланишларни тавсифлаб беринг.
9. Танланган чизиқли регрессия тенгламасининг ишончлилик даражаси қандай баҳоланади?
10. Регрессия тенгламаси параметрларининг статистик маънодорлиги қандай баҳоланади?
11. Регрессия тенгламасида a ва b параметрлар номланади?
12. Келтирилган мисол маълумотларидан фойдаланиб регрессия тенгламасидаги a параметрни статистик маънодорлигини ва ишончлилик интервалини аниқланг.
13. Келтирилган мисол маълумотларидан фойдаланиб корреляция коэффициентининг статистик маънодорлиги аниқланг.
14. Қурилган регрессия моделининг ишончлилик даражасини аппроксимациянинг ўртача хатолиги формуласидан фойдаланиб баҳоланг.
15. Қурилган регрессион моделда унинг прогноз қийматлари қандай ҳисобланади, уларга қандай хатоликлар таъсир этади ва хатоликлар қандай ҳисобланади.

16. Қурилган регрессион моделда x белгининг прогноз қийматларида y нинг прогноз қийматини, прогноз қийматининг ўртача хатолиги ва ишончлилик интервалини аниқланг.
17. Қурилган регрессион моделда олинган прогноз қийматининг тасодифий хатолиги ва ишончлилик интервалини аниқланг.
18. Жуфт регрессияда эътиборга олинган ва олинмаган белгиларнинг салмоғи қандай аниқланади?

Мустақил ишлаш учун масала

Мамлакатнинг 14 та худуди бўйича йиллик саноат маҳсулотлари ҳажми ва аҳолининг ўртача сони тўғрисида маълумотлар берилган:

Худудлар рақами	Саноат маҳсулотлари ҳажми, млрд.сўм(у)	Доимий аҳолининг йиллик ўртача сони, минг киши(х)
1	2387,6	1791,1
2	9744,6	2910,5
3	5148,9	1815,2
4	1474,5	1276,2
5	8721,9	3025,6
6	9286,9	927,9
7	2861,8	2603,4
8	6095,5	3583,9
9	1910,7	2411,5
10	2820,6	790,6
11	14401,0	2794,1
12	7170,2	3505,3
13	2616,0	1746,9
14	18986,1	2393,2

Ҳисобланг:

1. Эркисиз параметр y ни эркили параметр x га боғланишини тавсифлаш учун чизикли функция параметрларини ҳисобланг:
2. Чизикли моделни аппроксимациянинг ўртача хатолиги \bar{A} ва F-Фишер критерияси орқали баҳоланг.

IV-боб. Чизиқсиз регрессия

4.1. Чизиқсиз регрессия моделлари

Агар иқтисодий жараёнлар орасида чизиқсиз муносабатлар мавжуд бўлса, у ҳолда улар мос равишда чизиқсиз функциялар орқали ифодаланади:

масалан, тенг томонли гипербола - $y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$; иккинчи тартибли парабола -

$y = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + \varepsilon$ ва бошқалар.

Чизиқсиз регрессия икки синфга бўлинади:

- ✓ тенгламага киритилган ўзгарувчиларга нисбатан чизиқсиз, лекин баҳоланувчи параметрлар бўйича чизиқли регрессиялар;
- ✓ аниқланувчи параметрлар бўйича чизиқсиз регрессия.

Киритилган ўзгарувчиларга нисбатан чизиқсиз регрессияга қуйидаги функциялар мисол бўла олади:

- ✓ турли даражали полиномлар - $y = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + \varepsilon$, $y = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + d \cdot x^3 + \varepsilon$;
- ✓ тенг томонли гипербола - $y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$.

Баҳоланувчи параметрлар бўйича чизиқсиз регрессияга:

- ✓ даражали - $y = a \cdot x^b \cdot \varepsilon$;
- ✓ кўрсаткичли - $y = a \cdot b^x \cdot \varepsilon$;
- ✓ экспоненциал - $y = e^{a+bx} \cdot \varepsilon$ функциялар мисол бўла олади.

Тенгламага киритилган ўзгарувчилар бўйича чизиқсиз регрессиянинг параметрларини баҳолаш кўп қийинчиликларни юзага келтирмайди. Улар чизиқли регрессиядаги каби энг кичик квадратлар усули (ЭККУ) билан аниқланади.

Иккинчи даражали парабола тенгламасида

$$y = a_0 + a_1x + a_2 \cdot x^2 + \varepsilon,$$

ўзгарувчиларни $x = x_1$, $x^2 = x_2$, деб алмаштириб қуйдаги икки омилли чизиқли регрессия тенгламасини оламиз;

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \varepsilon.$$

Мос равишда учинчи, тўртинчи ва ҳоказо k – тартибли полиномларда ушбу усулни қўллаб, уч, тўрт ва ҳоказо k омилли чизиқли регрессия моделларини олиш мумкин.

Мисол учун $y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_k \cdot x^k + \varepsilon$, k – тартибли полиномда $y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_k \cdot x_k + \varepsilon$, кўп омилли чизиқли регрессия моделини ҳосил қиламиз. Ушбу тенгламанинг параметрларни ЭККУ билан ҳеч қандай қийинчиликсиз аниқлаш мумкин.

Тажрибалар шуни кўрсатадики, чизиқсиз регрессиялар ичида кўпроқ иккинчи тартибли парабола, айрим ҳолларда учинчи тартибли парабола ишлатилади. Юқори тартибли полиномларни қўллашдаги чегараланишлар ўрганилаётган тўпламнинг бир жинслилиги билан боғлиқ, полином даражаси қанча юқори бўлса эгри чизиқдаги синишлар шунча кўп бўлади ва мос равишда натижавий белги тўплами ҳам бир жинсли бўлмайди. Ундан ташқари маълумотларни тўплашда ва ҳисоблашларда ноаниқликлар келтириб чиқаради.

Иккинчи тартибли параболани омил белги қийматларининг маълум бир ораликда қаралаётган ўзгарувчининг боғланиш хусусиятини ўзгаришига: яъни тўғри боғланишни тескари боғланишга, тескари боғланишни тўғри боғланишга олиб келадиган ҳолатларда қўллаш мақсадга мувофиқ. Бундай ҳолатларда омил белгининг натижавий белгини экстримал (максимал ёки минимал) қийматга эриштирувчи қиймати аниқланади.

Бунинг учун иккинчи даражали параболанинг ҳосиласи нолга тенглаштирилади; яъни $\hat{y}_x = a + b \cdot x + c \cdot x^2$ дан ҳосила оламиз ва $b + 2 \cdot c \cdot x = 0$, бундан $x = -\frac{b}{2c}$ ҳосил бўлади.

Агар берилган маълуматлар боғланиш йўналишини ўзгаришини таъминлай олмаса, у ҳолда иккинчи тартибли парабола параметрларининг маъносини тушиниш қийин бўлади. Бундай ҳолатда боғланиш шакли бошқа чизиқсиз модель билан алмаштирилади.

Иккинчи даражали параболанинг a , b , c параметрларининг қийматларини топиш, ЭККУни қўллаб қуйдаги нормал тенгламалар системасини математиканинг бирор бир усулидан фойдаланиб ечишга олиб келади:

$$\begin{cases} \sum y = n \cdot a + b \cdot \sum x + c \cdot \sum x^2, \\ \sum y \cdot x = a \cdot \sum x + b \cdot \sum x^2 + c \cdot \sum x^3, \\ \sum y \cdot x^2 = a \cdot \sum x^2 + b \cdot \sum x^3 + c \cdot \sum x^4. \end{cases} \quad (4.1)$$

$b > 0$ ва $c < 0$ бўлганда эгри чизик энг юқори нуқтага, яъни эгри чизикнинг сениш, боғланиш йўналишини ўзгартириш нуқтасига нисбатан симметрик бўлади, айнан ўсиш пасайишга ўзгаради. Бундай функцияларнинг иқтисодиётда жисмоний меҳнат билан шуғулланувчи ишчиларнинг иш ҳақини уларнинг ёшига боғлиқлигини ўрганишда кузатиш мумкин. Ишчиларнинг ёши катталашиб борган сари уларнинг тажрибаси ортиши билан бирга уларнинг малакаси ҳам юқорилашиб иш ҳақи кўпайиб боради. Лекин маълум бир ёшдан бошлаб организмни қариши натижасида меҳнат самарадорлигини пасайиши ишчининг иш ҳаққини пасайишига олиб келиши мумкин.

Агар ўзаро боғланишнинг параболик шакли натижавий кўрсаткични аввал ўсишини, сўнгра пасайишини намоиш этса, у ҳолда омил белгининг натижани максимумга эриштирадиган қиймати топилади. Масалан, оилада A маҳсулот(бирлигини) даромад даражасига боғлиқ ҳолда истеъмол қилиниши $\hat{y}_x = 5 + 60 \cdot x - x^2$ тенглама билан тавсифлансин. Тенгламанинг биринчи тартибли ҳосиласини нолга тенглаб $\hat{y}'_x = 60 - 2x = 0$, максимал истеъмол миқдорини берувчи даромад қийматини топамиз, яъни $x = 30$ минг сўмда истеъмол максимал даражага етади.

$b < 0$ ва $c > 0$ бўлганда иккинчи даражали парабола ўзининг энг қуйи нуқтасига симметрик бўлади. Бундай ҳолат функциянинг боғланиш йўналишини (камайишни ўсишга) ўзгартирувчи энг кичик қийматни топиш имконини беради. Фараз қилайлик ишлаб чиқариш ҳаражатларини ишлаб

чиқарилган махсулот ҳажмига боғлиқлиги қуйидаги тенглама билан тавсифлансин:

$$\hat{y}_x = 1200 - 60 \cdot x + 2 \cdot x^2,$$

бу ҳолатда энг кам ҳаражатга $x = 15$ махсулот бирлиги ишлаб чиқарилганда эришилади ($-60 + 2 \cdot 2 \cdot x = 0$).

Бунга қуйидаги жадвалдаги x нинг қийматларини тенгламага қўйиб кўриб ишонч ҳосил қилиш мумкин:

x	10	11	12	13	14	15	16	17
y	800	782	768	758	752	750	752	758

Иккинчи тартибли парабола эгри чизиғи симметрик бўлганлиги сабабли у аниқ тадқиқотларда ҳар доим ҳам қўлланилавермайди. Тадқиқотчи кўпинча параболанинг тўлиқ шакли билан эмас балки, унинг айрим сегментидан фойдаланиб иш юритади. Параболик боғланишнинг параметрлари ҳар доим ҳам мантиққа эга бўлавермайди. Шунинг учун боғланиш графиги иккинчи тартибли параболани аниқ ифодаламаса, у бошқа чизиксиз функцияга алмаштирилади, масалан даражали функцияга. Иккинчи тартибли парабола кўпроқ қишлоқ хўжалигида ҳосилдорликни берилган ўғитлар миқдорига боғлиқлигини тавсифлаш учун қўлланилади. Боғланишнинг бу шакли қуйидагича асосланади, -ўсимликка берилаётган ўғитнинг миқдори ортиши билан ҳосилдорлик, фақат берилаётган ўғитнинг миқдори оптимал дозасига етгунга қадар ошиб боради, дейилади. Дозанинг кейинги ортиши ўсимлик учун зарар ва ҳосилдорликни камайишига олиб келади. Шунинг учун амалда бундай боғланиш кўпроқ параболанинг сегменти кўринишида берилади.

1-Мисол сифатида қуйидаги жадвалда берилган буғой ҳосилдорлиги ва ерга берилган ўғит миқдори ҳақида маълумотлар асосида баҳоланишни кўриб чиқамиз:

4.1-жадвал

Буғдой ҳосилдорлиги ва бериладиган ўғит миқдори

Берилган минерал ўғит миқдори, ц/га, x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9	10	10	11	11	12
Ҳосилдорлик, ц/га, y	6	9	10	12	13	13	13	13	12	12	11	10	10	9	8

Жадвал маълумотларидан кўришиб турибдики берилган ўғитнинг миқдори 5 ц/га бўлганда ҳосилдорлик энг юқори бўлар экан. Шунинг учун бешта кузатув натижаларининг таҳлили етарли. Регрессия тенгламасини тузиш учун нормал тенгламалар системасини ечиб параметрларни аниқлаймиз. Бунинг учун қуйидаги ишчи жадвални тузамиз:

4.2-жадвал

Буғдой ҳосилдорлиги билан ўғит миқдори орасидаги боғланишни ҳисоблаш ишчи жадвали

Берилган минерал ўғит миқдори, ц/га, x	Ҳосилдорлик, ц/га, y	x^2	x^3	x^4	yx	$y \cdot x^2$	\hat{y}_x
1	2	3	4	5	6	7	8
1	6	1	1	1	6	6	6,2
2	9	4	8	16	18	36	8,5
3	10	9	27	81	30	90	10,4
4	12	16	64	256	48	192	11,9
5	13	25	125	625	65	325	13,0
$\sum 15$	50	55	225	979	167	649	50

4.2-жадвал маълумотлар бўйича тузилган нормал тенгламалар системаси қуйидагича:

$$\begin{cases} 5 \cdot a + 15 \cdot b + 55 \cdot c = 50, \\ 15 \cdot a + 55 \cdot b + 225 \cdot c = 167, \\ 55 \cdot a + 225 \cdot b + 979 \cdot c = 649. \end{cases}$$

Ушбу системани ечиб иккинчи тартибли параболанинг параметрларини қийматларини топамиз ва қуйидаги регрессия тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$\hat{y}_x = 3,4 + 2,986 \cdot x - 0,214 \cdot x^2.$$

x нинг қийматларини кетма-кет тенгламага қўйиб, \hat{y}_x нинг назарий қийматларини топамиз (4.2-жадвалнинг 8-устуни). Жадвалдан 2-тартибли парабола ўрганилаётган боғланишни яхши тасвирлаши кўришиб турибди.

Ҳисобланган қийматларни назарий қийматлардан оғиши квадратлари йиғиндиси 0,46га тенг ($\sum (y - \hat{y}_x)^2 = 0,46$).

Чизиксиз функциялар синфида параметрларнинг қиймати ҳеч қандай қийинчиликсиз ЭККУ билан аниқланадиган функция сифатида, эконометрикада маълум бўлган, тенг томонли гипербола $\hat{y}_x = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$ ни кўриш мумкин. Бунга классик мисол сифатида ишсизлик меъёри(x) ва иш ҳақи(y)нинг ўсиш фоизи орасидаги муносабатини тавсифловчи Филлипс эгри чизиғи келтирилади:

$$\hat{y} = a + \frac{b}{x} + \varepsilon .$$

Инглиз иқтисодчиси А.В.Филлипс 100 йилдан кўпроқ даврдаги маълумотларни таҳлил қилиб XX асрнинг 50-йиллари охирида иш ҳақини ўсиб бориши даражаси, ишсизлик даражасига нисбатан тесқари боғланганлигани аниқлаган.

$y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$ кўринишидаги тенг томонли гиперболада $\frac{1}{x}$ ни z билан алмаштириб $y = a + b \cdot z + \varepsilon$ чизикли регрессия тенгламасини оламиз. Унинг параметрларини ЭККУ билан аниқлаш мумкин .

Ушбу функция учун нормал тенгламалар системаси қуйдагидан иборат:

$$\begin{cases} \sum y = n \cdot a + b \cdot \sum \frac{1}{x}, \\ \sum \frac{y}{x} = a \cdot \sum \frac{1}{x} + b \cdot \sum \frac{1}{x^2} \end{cases}$$

$b > 0$ бўлганда тесқари боғланиш бўлиб, $x \rightarrow \infty$ бўлганда y a параметр билан баҳоланадиган ўзининг энг кичик қийматига эришади.

$$\hat{y}_x = 0,00679 + 0,1842 \frac{1}{x}$$

функцияси билан ифодаланувчи Филлипс эгри чизиғида a параметрнинг қиймати 0,00679га тенг, бу ишсизлик даражасининг ўсиши билан иш ҳақининг кўшимча ўсиш суръати нолга интилишини кўрсатади.

$b < 0$ бўлиб x чексизга интилганда ($x \rightarrow \infty$) юқори асимптотага эга бўлган секин ўсувчи, яъни $\hat{y}_x = a + \frac{b}{x}$ тенгламада a параметр баҳо берадиган y нинг максимум қийматини берувчи функцияга эга бўламиз.

Мисол сифатида умумий ҳаражатлар (ёки даромадлар) билан узок муддатли товарларга ҳаражатлар улуши орасидаги боғланишни кўриш мумкин. Бундай боғланишнинг математик ёзуви *Энгел эгри чизиги* деб ном олган. 1857 йилда немис статистик олими Э. Энгел оила ҳаражатларини ўрганиш асосида даромадни ортиши билан даромаднинг озиқ-овқатларга сарф қилинадиган улуши камайиб бориш қонуниятини аниқлаган. Мос равишда даромаднинг ортиб бориши билан даромаднинг ноозиқ-овқат маҳсулотларига сарф қилинадиган улуши ортиб боради. Лекин бу ўсиш чегарасиз бўлмайди, яъни бирдан катта ёки 100%дан кўп бўлмайди. Айрим товарлар учун бу чегара $\hat{y}_x = a - \frac{b}{x}$ тенгламанинг a параметри билан тавсифланади. Ушбу тенгламада:

y - ноозиқ-овқат товарларига ҳаражатлар улуши;

x - даромад.

Тенг томонли гиперболада a ва b параметрлар қуйидагича ҳисобланади:

$$a = \frac{\sum \frac{1}{x^2} \sum y - \sum \frac{y}{x} \sum \frac{1}{x}}{\sum \frac{1}{x^2} - \left(\sum \frac{1}{x} \right)^2}, \quad b = \frac{n \sum \frac{y}{x} - \sum y \sum \frac{1}{x}}{n \sum \frac{1}{x^2} - \left(\sum \frac{1}{x} \right)^2}.$$

Энгел эгри чизигининг моделини ёзиш учун $y = a + b \cdot \ln x + \varepsilon$ кўринишдаги ярим логарифмик функциялар ҳам қўлланилади (1943 й. Уоркинг ва 1964 й. Лизер).

$\ln x$ ни z билан алмаштирсак яна $y = a + b \cdot z + \varepsilon$ кўринишидаги чизиқли тенгламани оламиз. Ушбу функция аввалги функция каби параметрлар бўйича чизиқли, асосий x ўзгарувчи бўйича эса чизиқли эмас. a ва

b параметрларни ЭККУ ёрдамида аниқлаш мумкин. Бунда нормал тенгламалар системаси қуйидагича бўлади:

$$\begin{cases} \sum y = n \cdot a + b \cdot \sum \ln x, \\ \sum y \cdot \ln x = a \cdot \sum \ln x + b \cdot \sum (\ln x)^2. \end{cases}$$

Ярим логарифмик функцияни оиланинг даромадидаги умумий харажатлар билан узок муддатли фойдаланиладиган товарларга харажатлар улуши орасидаги боғланишни қуйидаги жадвал маълумотлари асосида ифодалашга қўллаб кўрамиз.

4.3 жадвал

Узок муддатли фойдаланиладиган товарларга харажатлар улушининг оиланинг даромадига боғлиқлиги

Оиланинг ўртача ойлик даромади, млн. сўм, x	1	2	3	4	5	6	7
Умумий харажатларда узок муддатли фойдаланиладиган товарларга харажатлар улуши (%), y	10,0	13,4	15,4	16,5	18,6	19,1	20,0

Жадвал маълумотларига асосида қуйидаги нормал тенгламалар системасига эга бўламиз:

$$\begin{cases} 7 \cdot a + 3,702 \cdot b = 113, \\ 3,702 \cdot a + 11,9 \cdot b = 66,073 \end{cases}$$

Ушбу нормал тенгламалар системасини ечиб $\hat{y}_x = 9,85 + 11,9 \cdot \ln x$ регрессия тенгламасини оламиз. Қурилган регрессия тенгламаси оила даромади ва узок муддатли фойдаланиладиган товарларга харажатлар улуши орасидаги муносабатнинг асл ҳолатини тўлиқ акслантиради.

Баҳоланувчи параметрлар бўйича чизиқсиз регрессия бўлган ҳолатда чизиқсиз моделлар синфи икки турга бўлинади: улар ички чизиқли бўлган чизиқсиз моделлар ва ички чизиқли бўлмаган чизиқсиз моделлар. Агар чизиқсиз моделлар ички чизиқли бўлса, у ҳолда улар мос алмаштиришлар

ёрдамида чизиккли функция кўринишига келтирилиши мумкин. Агар чизиксиз модель ички чизикли бўлмаса, у ҳолда уни чизикли функция кўринишига келтирилиши мумкин бўлмайди. Масалан, эконометрик тадқиқотларда талаб (y) ни нархга (x) га боғланишини

$$y = a \cdot x^b \cdot \varepsilon,$$

кўринишидаги даражали функция орқали ифодалангани. Бундай ҳолатда ε x омил белгига боғлиқ бўлмаса функцияни логарифмлаб қуйидаги чизикли кўринишга келтириш мумкин,

$$\ln y = \ln a + b \cdot \ln x + \ln \varepsilon.$$

Агар модель қуйидаги

$$y = a \cdot x^b \cdot \varepsilon,$$

кўринишда ёзилган бўлса, моделни чизикли кўринишга келтириб бўлмайди.

Чизикли бўлмаган функциялар ичида иқтисодий тадқиқотларда энг кўп фойдаланадиган функция, бу $y = a \cdot x^b \cdot \varepsilon$ даражали функциядир. Бунга сабаб, уни чизикли кўринишга келтириш мумкин ва ундаги “ b ” параметр аниқ иқтисодий маънога эга бўлиб, у *эластиклик коэффициентини* деб аталади. “ b ” коэффициентнинг қиймати –омил белги 1%га ўзгарганда, натижавий белги ўртача неча фоизга ўзгаришини кўрсатади. Масалан, талабни нархга оғлиқлиги $\hat{y}_x = 25,9 \cdot x^{-1,2}$ тенглама билан ифодаланган бўлсин. Бу тенглама нарх бир фоизга ортганда талаб 1,2%га камайишини билдиради.

Эластиклик коэффициентини ҳисоблаш формуласининг умумий кўриниши қуйидагича,

$$\varepsilon = f'(x) \frac{x}{y},$$

бу ерда $f'(x)$ –биринчи тартибли ҳосила.

Қаралаётган даражали функция учун $f'(x) = a \cdot b \cdot x^{b-1}$ бўлса, эластиклик коэффициенти

$$\varepsilon = a \cdot b \cdot x^{b-1} \cdot \frac{x}{a \cdot x^b} = \frac{a \cdot b \cdot x^b}{a \cdot x^b} = b,$$

эканлигини кўришимиз мумкин.

Эластиклик коэффициентини бошқа шаклдиги боғланишларда ҳам аниқлаш мумкин. Даражали функция учун эластиклик коэффициенти ўзгармас сон бўлиб, у “ b ” параметрга тенг бўлади. Бошқа функцияларда эластиклик коэффициенти x омил белгининг қийматларига боғлиқ бўлади.

$\hat{y}_x = a + b \cdot x$ чизиқли регрессия учун эластиклик куйидагича:

$$f'(x) = b; \quad \varepsilon = b \frac{x}{a + b \cdot x}.$$

Чизиқли функция учун эластиклик коэффициенти x омил белгига боғиқ бўлгани учун, у ўзгармас сон бўла олмайди. Шунинг учун асосан эластикликнинг ўртача қийматидан фойдаланилади ва бу кўрсаткич куйидаги формула билан ҳисобланади:

$$\bar{\varepsilon} = b \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$$

Даражали функцияларда фақат талаб эластиклиги ўрганилмасдан таклиф эластиклиги ҳам ўрганилади. Эластиклик коэффициенти $b < 0$ бўлса у талаб эластиклигини, $b > 0$ бўлса таклиф эластиклигини ифодалайди. Эластиклик коэффициенти иқтисодий маънога эга бўлганлиги сабабли бошқа кўринишдаги регрессия тенгламаларида ҳам ҳисобланади.

4.2. Чизиксиз регрессия учун корреляция

Чизиксиз регрессия тенгламаси чизикли боғланиш каби корреляция кўрсаткичлари, айнан қуйидаги корреляция индекси (R) билан тўлдирилади.

$$R = \sqrt{\left(1 - \frac{\sigma_{qol}^2}{\sigma_y^2}\right)},$$

бу ерда: σ_y^2 - y натижавий белгининг умумий дисперцияси; σ_{qol}^2 - $\hat{y}_x = f(x)$ регрессия тенгламасидан келиб чиқиб аниқланиладиган қолдиқ дисперсия.

Корреляция индексини қуйидаги кўринишда ҳам ёзиш мумкин:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}.$$

Ушбу кўрсаткичнинг қиймати $[0,1]$ орлиғида ётади, яъни $0 \leq R \leq 1$, кўрсаткич қанчалик 1га яқин бўлса ўрганилаётган белгилар орасидаги боғланиш шунчалик кучли бўлади ва тузилган регрессия тенгламаси шунчалик ҳақиқатга яқин бўлади.

4.2-жадвал маълумотлари асосида тузилган $\hat{y}_x = 3,4 + 2,986 \cdot x - 0,214 \cdot x^2$ регрессия тенгламаси учун корреляция индекси қуйидагига тенг:

$$R = \sqrt{1 - \frac{0,46}{18}} = 0,9506.$$

Бу натижа ўрганилаётган белгилар орасидаги боғланиш етарлича кучлилигини кўрсатади.

2-мисол. Кичик корхоналарнинг йиллик товар айланмаси ва муомала ҳаражатларининг нисбий даражаси тўғрисида қуйидаги маълумотлар келтирилган:

Йиллик товар айланмаси, млрд. сўм	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0
Муомала ҳаражатларининг нисбий даражаси, %	25,0	23,0	22,0	22,5	22,2	22,0	21,4

Жадвал маълумотларига асосан товар айланмаси ва муомала харажатлари орсиди тескари боғланиш мавжуд бўлганлиги сабабли боғланиш гипербола тенгламаси орқали аниқланади ва унга мос нормал тенгламалар системасининг a ва b коэффициентларининг қийматларини топиш ҳамда ҳосил бўлган регрессия тенгламасида ҳисоблашларни амалга ошириш учун қуйидаги жадвални тузамиз:

Регрессия тенгламасида ҳисоблашларни амалга ошириш

т/р	Йиллик товар айланмаси, млрд.сўм, (x)	Муомала харажатининг нисбий даражаси, %, (y)	$\frac{1}{x}$	$\frac{y}{x}$	$\frac{1}{x^2}$	$\bar{y}_x = 17,4 + 38,2 \frac{1}{x}$
1	5.0	25.0	0.200	5.000	0.0400	$\bar{y}_x = 25,10$
2	6.0	23.0	0.167	3.841	0.0278	$\bar{y}_x = 23,81$
3	7.0	22.0	0.143	3.146	0.0204	$\bar{y}_x = 23,60$
4	8.0	22.5	0.125	2.813	0.0156	$\bar{y}_x = 22,20$
5	9.0	22.2	0.111	2.464	0.0123	$\bar{y}_x = 21,60$
6	10.0	22.0	0.100	2.200	0.0100	$\bar{y}_x = 21,30$
7	11.0	21,4	0,091	1,955	0,0080	$\bar{y}_x = 21,00$
Σ	-	158,1	0,937	21,419	0,1321	158,1

Жадвал маълумотлари асосида нормал тенгламалар системасини тузамиз:

$$\begin{cases} 7a + 0,937b = 158,1 \\ 0,937a + 0,132b = 21,41 \end{cases}$$

Тенгламаларни ечиб $a = 17,4$ ва $b = 38,2$ натижаларни оламиз. У ҳолда, регрессия тенгламаси қуйидагича бўлади:

$$\bar{y}_x = 17,4 + 38,2 \frac{1}{x}.$$

Ҳосил бўлган регрессия тенгламаси учун корреляция индекси қуйидагига тенг:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = 0,82.$$

Бу натижа ўрганилаётган белгилар орасидаги боғланиш кучи юқори эканлигини кўрсатади.

Гипербола тенгламасидаги a - параметр товар айланмасининг 1 млн. сўмга ўзгариши муомала ҳаражатларини қанча ўзгаришга олиб келишини кўрсатади. Бунинг учун регрессия тенгламасидан биринчи тартибли ҳосила олинади:

$$\bar{y}_x = \left(a + b \frac{1}{x} \right)' = -b \frac{1}{x^2}$$

$$\bar{y}_5 = -38,2 \frac{1}{25} = -1,53\% \quad \bar{y}_8 = -38,2 \frac{1}{64} = -0,60\%$$

$$\bar{y}_6 = -38,2 \frac{1}{36} = -1,06\% \quad \bar{y}_9 = -38,2 \frac{1}{81} = -0,47\%$$

$$\bar{y}_7 = -38,2 \frac{1}{49} = -0,78\% \quad \bar{y}_{10} = -38,2 \frac{1}{100} = -0,38\%$$

Товар айланмасининг ҳажми 5 млрд сўмдан 6 млрд сўмгача ортганда, яъни 1млрд сўмга фарқ қилганда, муомала ҳаражатларининг нисбий даражаси 1,53 фоизга камаяди. Юқори товар айланмасига эга бўлган корхоналарда эса муомала ҳаражатлари 0,38 фоизга пасайишига олиб келади.

3-мисол. Дўконларнинг йиллик товар айланмаси ва товар заҳиралари тўғрисида қуйидаги маълумотлар берилган:

Дўконлар	Товар айланмаси, млрд сўм	Товар заҳираси, млрд сўм
1	36	2,5
2	50	3,9
3	58	4,1
4	69	4,4
5	74	5,0
6	85	5,8
7	94	6,9
8	99	7,1
9	103	9,2
10	108	8,8
Жами	776	57,7

Жадвал маълумотларига асосан дўконларнинг товар айланмаси ва товар захиралари ўртасидаги боғланишни иккинчи даражали парабола тенгламасида тасвирланг.

Ечиш:

Иккинчи даражали парабола тенгламаси:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2$$

Бу тенгламанинг параметрлари (a_0, a_1, a_2) қуйидаги нормал тенгламалар системасини ечиш билан аниқланади:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 = \sum xy \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 = \sum x^2 y \end{cases}$$

Нормал тенгламалар системасида x^2, x^3, x^4, xy, x^2y ўзгарувчиларнинг қийматларини қуйидаги жадвал асосида аниқлаймиз:

Нормал тенгламалар системаси ўзгарувчиларининг қийматларини ҳисоблаш

Дўконлар	Товар айланмаси, млрд сўм	Товар захираси, млрд сўм	x^2	x^3	x^4	xy	x^2y
1	36	2.5	1296	46656	167916	90,0	3240,0
2	50	3.9	2500	125000	6250000	195,0	9750,0
3	58	4.1	3364	195112	11316496	237,8	13792,4
4	69	4.4	4761	328509	2266714	303,6	20948,4
5	74	5.0	5476	405224	29986576	370,0	27380,0
6	85	5.8	7225	614125	52200625	493,0	41905,0
7	94	6.9	8836	830584	78074896	648,6	60968,4
8	99	7.1	9801	970299	96059601	702,9	69587,1
9	103	9.2	10609	1092727	112550881	947,6	97602,8
10	108	8.8	11684	1259712	136048896	950,4	102643,2
Жами	776	57.7	65532	5867948	546834708	4938,9	447817,3

Ўзгарувчиларнинг қийматларини ўрнига қўйсақ қуйидаги нормал тенгламалар системасини оламиз:

$$\begin{cases} 10a_0 + 776a_1 + 65532a_2 = 57,7 \\ 776a_0 + 65532a_1 + 586748a_2 = 4938,9 \\ 65532a_0 + 5867948a_1 + 546834708a_2 = 447817,3 \end{cases}$$

Ҳар бир тенгламанинг ҳадларини мос равишда a_0 олдидаги коэффицентларга бўламиз.

$$\begin{cases} a_0 + 77,6a_1 + 6553,2a_2 = 5,77 \\ a_0 + 84,4a_1 + 7561,8a_2 = 6,36 \\ a_0 + 89,5a_1 + 4987,4a_2 = 6,83 \end{cases}$$

Иккинчи тенгламадан биринчи, учинчи тенгламадан иккинчи тенгламани айириб, икки номаълумли тенгламалар системасига эга бўламиз:

$$\begin{cases} 6,8a_1 + 1008,6a_2 = 0,59 \\ 5,1a_1 - 2574,4a_2 = 0,47 \end{cases}$$

Ҳар бир тенгламанинг ҳадларини мос равишда a_1 олдидаги коэффицентларга бўламиз:

$$\begin{cases} a_1 + 148,32a_2 = 0,0868 \\ a_1 - 504,38a_2 = 0,0923 \end{cases}$$

Иккинчи тенгламадан биринчи тенгламани айирамиз:

$$-652,7000a_2 = 0,0055 \text{ бундан } a_2 = -\frac{0,0055}{652,7000} = -0,000008$$

a_0 ва a_1 параметрларни ўрин алмаштириш методи билан аниқлаймиз:

$$a_1 - 148,32 \cdot 0,000008 = 0,087$$

$$a_0 + 77,6 \cdot 0,0882 - 6553,2 \cdot 0,000008 = 5,77$$

$$a_1 - 0,0012498 = 0,087$$

$$a_0 + 6,8482 - 0,0524 = 5,77$$

$$a_1 = 0,087 + 0,0012498 = 0,0882$$

$$a_0 = 5,77 - 6,7958 = -1,0258$$

Демак, иккинчи даражали парабола тенгламаси қўйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\bar{y}_x = -1,0258 + 0,0882x + 0,000008x^2.$$

Ҳосил бўлган регрессия тенгламаси учун корреляция индекси қуйидагига тенг:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{3,13}{34,8}} = 0,903.$$

Бу натижа белгилар орасидаги боғланиш кучи юқори эканлигини кўрсатади.

Тадқиқотларда чизиксиз боғланишлар учун R^2 катталик детерминация индекси дейилади. Детерминация индекси чизиксиз регрессия тенгламасининг муҳимлигини Фишернинг F -критерияси бўйича текширишда фойдаланилади., яъни

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m},$$

бу ерда R^2 - детерминация индекси;

n – кузатувлвр сони;

m – x ўзгарувчи олдидаги параметрлар сони.

m омил белги квадратлари йиғиндиси, яъни $\sum (x - \bar{x})^2$ учун эркинлик даражаси сони, $(n-m-1)$ эса қолдиқ квадратлари йиғиндиси, яъни $\sum (y - \hat{y}_x)^2$ учун эркинлик даражаси сони.

$\hat{y}_x = a \cdot x^b$ даражали функция учун $m=1$, $F = \frac{R^2}{1-R^2} (n - 2)$ га тенг.

$\hat{y}_x = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + \varepsilon$ иккинчи даражали парабола учун $m=2$, F -критерия эса

$$F = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-3}{2} \text{ га тенг.}$$

Чизикли бўлмаган функциянинг ўрнига чизикли функцияни қўллаш муаммосини R_{yx}^2 детерминация индексини r_{yx}^2 детерминация коэффиценти билан таққослаш йўли билан ҳал этса бўлади. Агар улар бир-бирига яқин бўлса, яъни $(R_{yx}^2 - r_{yx}^2) < 0,1$ дан катта бўлмаса, у ҳолда боғланиш шаклини мураккаблаштирмасдан чизикли функцияни қўллаш мумкин. R_{yx}^2 ва r_{yx}^2 лар

орасидаги фарқни баҳолаш Стьюдент t-критериясидан фойдаланиб амалга оширилади. Бунинг учун Стьюдент t-критериясининг хақиқий қиймати қуйидагича ҳисобланади:

$$t_{\text{ҳақ}} = \frac{R_{yx}^2 - r_{yx}^2}{m_{[R-r]}}$$

бу ерда $m_{[R-r]}$ - R_{yx}^2 ва r_{yx}^2 лар орасидаги фарқ бўлиб, у қуйидагича ҳисобланади:

$$m_{[R-r]} = 2 \cdot \sqrt{\frac{(R_{yx}^2 - r_{yx}^2) - (R_{yx}^2 - r_{yx}^2)^2 \cdot (2 - (R_{yx}^2 + r_{yx}^2))}{n}}$$

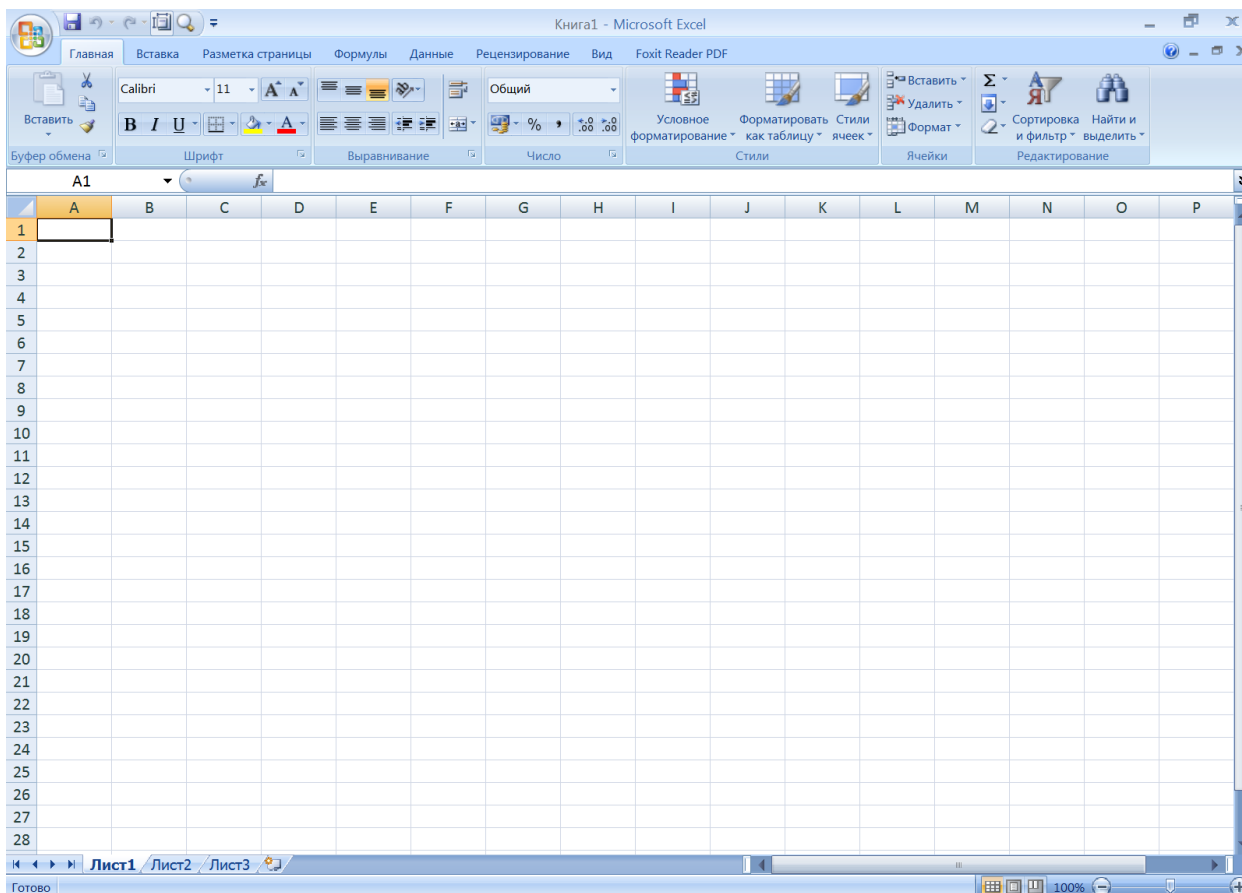
Агар $t_{\text{ҳақ}} > t_{\text{жад}}$ бўлса, у ҳолда корреляция кўрсаткичлари орасидаги фарқ катта бўлиб, чизиқли бўлмаган регрессия тенгламасини чизиқлига алмаштириб бўлмайди. Амалда агар $t < 2$ бўлса, R_{yx}^2 ва r_{yx}^2 лар орасидаги фарқ катта бўлмайди ва чизиқли бўлмаган регрессия тенгламасини чизиқли регрессия тенгламасига алмаштириш мумкин.

4.3. Жуфт регрессион-корреляцион таҳлилни компьютерда амалга ошириш тартиби

Барча эконометрик масалаларни бир нечта компьютер дастурларидан фойдаланиб ишлаш мумкин. Жумладан, MS Excel, Stata, Minitab, R studio каби дастурларда эконометрик масаларни ечиш ҳамда уларнинг ечимларини графикларда тасвирлаш имкониятлари мавжуд. Ушбу қўлланмада **MS Excel** дастурида эконометрик масаларни ишлаш ва таҳлил қилиш йўллари кўрсатилиб берилгн.

Бунинг учун дастлаб **MS Excel** дастурини ишга туширамыз. Сўнгра **Пуск – Программы- MS Office – MS Excel** буйруқларини кетма кет танлаб MS Excel дастурини ишга туширилади. Дастур ишга тушганда 3.1-расмдаги иш ойнаси очилади, яъни компьютернинг иш ойнасида Книга1 ойнаси ҳосил

бўлади. Ишни давом еттириш учун уни сақлаш талаб қилинади. Бунинг учун F12 тугмаси босилади.

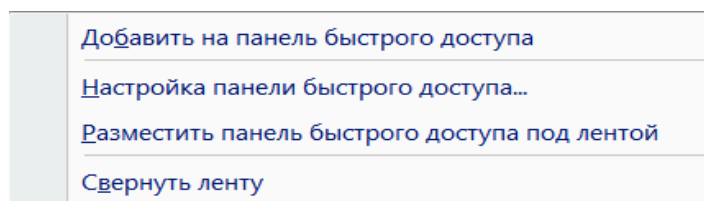


3.1- расм. MS Excel дастурининг ишчи ойнаси

MS Excel дастурида эконометрик масалаларни ечиш учун мўлжалланган буйруқлар жамланмасини ҳосил қилинади.

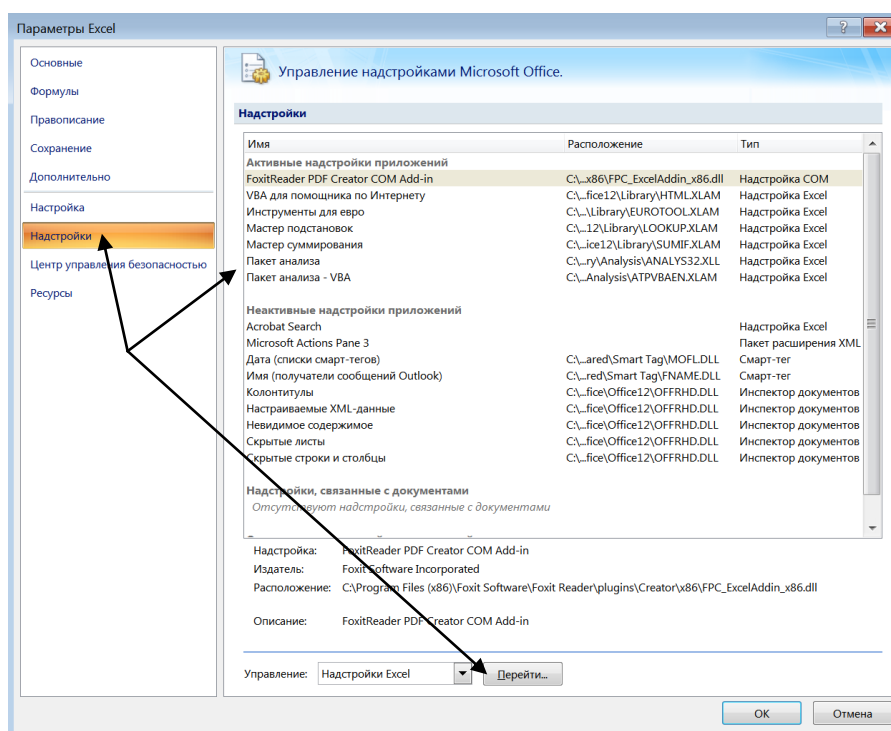
Қуйидаги амаллар кетма кетлиги бажарилса зарур буйруқлар ишга тушади.

1. Буйруқларни ишга тушуриш учун сичқончани менюлар қаторининг ихтиёрий жойида қўйиб, унинг ўнг тугмаси босилади натижада қуйидаги дарча ҳосил бўлади (3.2-расм).



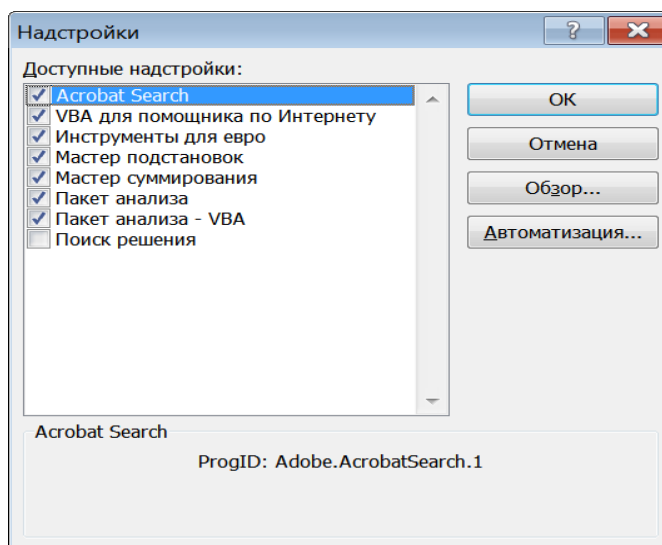
3.2-расм. Буйруқлар тўплами

2. Ҳосил бўлган дарчадан “Настройка панели быстрого доступа” буйруғини танланади ва қуйидаги дарча ҳосил бўлади (3.3-расм).



3.3-расм. “Настройка” ойнасига ўтиш

3. Кейинги кетма-кетликда ҳосил бўлган ойнада (3.3-расмда) “Надстройки”, ундан сўнг “Пакет анализа”ни ва “Перейти” буйруқлари белгиланиб “ОК” тугмаси босилади. Натижада қуйидаги дарча ҳосил бўлади (3.4-расм).



3.4 расм. “Настройка” ойнаси

4. 3.4-расмда кўрсатилган дарча ҳосил бўлгандан сўнг “**Пакет анализа**” буйруғи танлаб олинади ва “**ОК**” тугмаси босилади. Сўнг эконометрик масалаларни ечиш учун мўлжалланган буйруқлар тўплами ишга тушиш жараёни бошланади ва бироз кутилади. Агар юқоридаги ишлар кетма кетлиги тўғри бажарилса MS Excel менюлар қаторининг “**Данные**” менюсинг буйруқлар қаторининг энг охири қисмида “**Анализ данных**” буйруғи ҳосил бўлади. “**Анализ данных**” буйруғи ичида масалаларни ечиш учун мўлжалланган буйруқлар тўплами мавжуд. Ушбу тугма босилганда бир неча буйруқлар кетма кетлиги ҳосил бўлади. Буйруқлардан фойдаланиб корреляцион- регрессион таҳлилни амалга оширишимиз мумкин.

“**Анализ данных**” буйруғи фақат бир марта ҳосил қилинади. Агар аввал ҳосил қилинган бўлса, уни қайтадан ишга тушириш шарт эмас.

Қуйидаги мисолни **MS Excel** дастури ёрдамида ечишни кўриб чиқамиз.

Мисол. Мамлакатда етгита вилоят бўйича иккита кўрсаткич қийматлари берилган(3.1-жадвал).

3.1-жадвал

Вилоятлар рақамлари	Умумий харажатларда озиқ – овқат маҳсулотларини сотиб олиш учун харажатлар,%, у	Бир ишчининг ўртача кунлик иш ҳақи, минг сўм, х
1	68,8	45,1
2	61,2	59,0
3	59,9	57,2
4	56,7	61,8
5	55,0	58,8
6	54,3	47,2
7	49,3	55,2

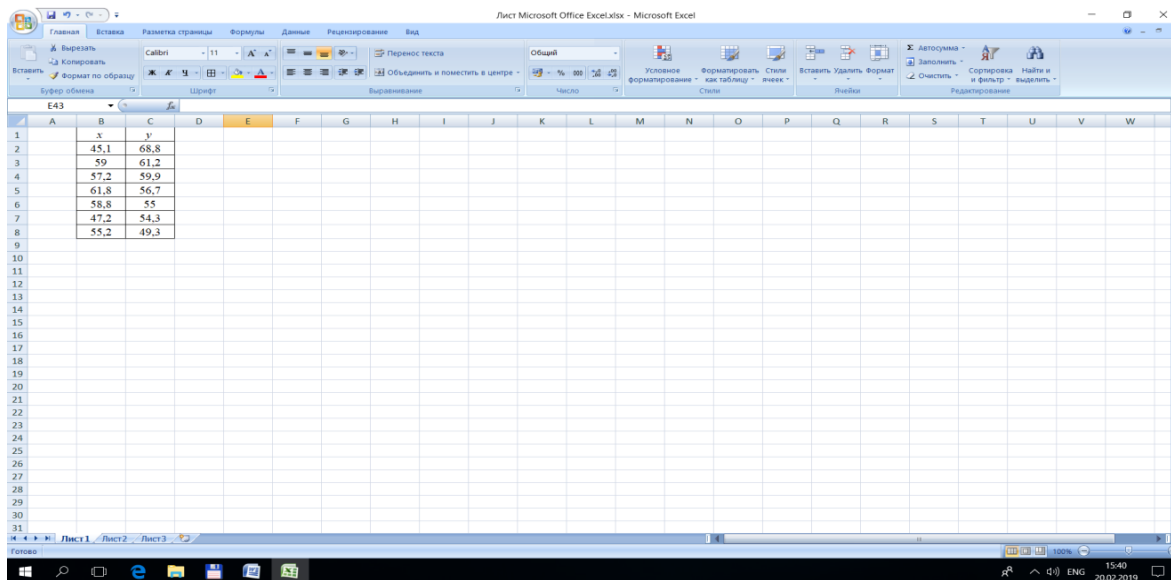
Топшириқ:

1. у билан х орасидаги боғланишни тавсифлаш учун қуйидаги функциялар параметрларини ҳисобланг:

а) чизикли; б) даражали; в) кўрсаткичли; г) тенг томонли гипербола.

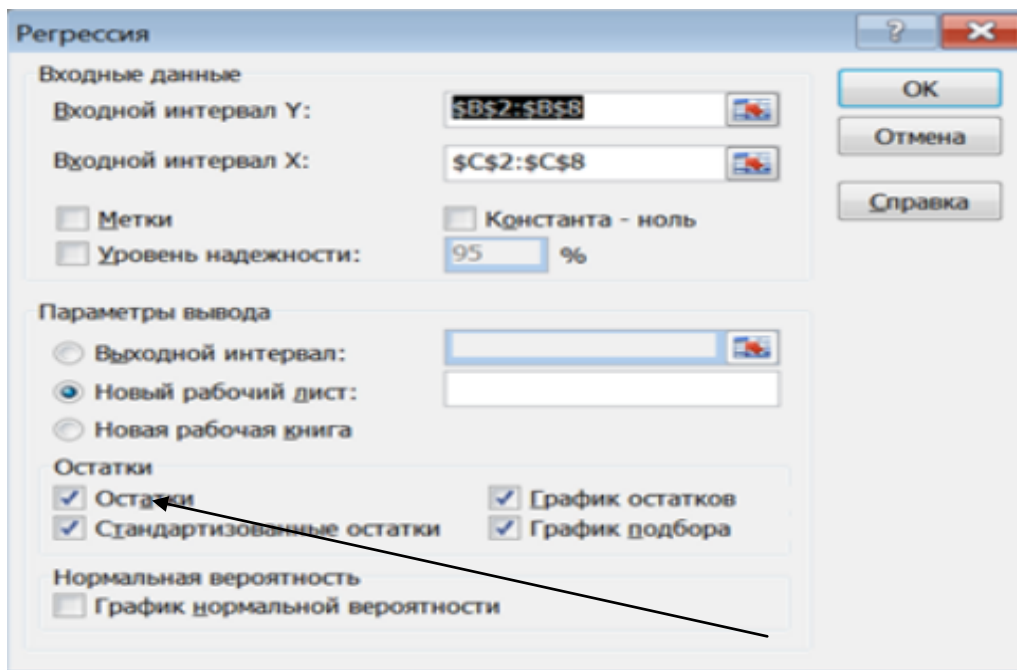
2. Ҳар бир моделни аппросимациянинг ўртача хатолиги - \bar{A} ва Фишер F-критерияси ёрдамида баҳоланг.

Бунинг учун мисолдаги маълумотлар MS Excel дастурига киритилади. Натижавий белги, яъни у маълумотларини В устунига В2 қаторидан В8 қаторигача ёзиб чиқамиз. Омил белги маълумотларини С устунга С2 қаторидан С8 қаторигача ёзиб чиқамиз (3.5 - расм).



3.5-расм. Маълумотларни киритиш

Сўнгра “Анализ данных” буйруқлари ичидан “Регрессия” буйруғини танланиб унга сичқончни қўйиб тугмача босилади ва натижада қуйидаги дарча ҳосил бўлади (3.6-расм).



3.6- расм. “Регрессия” ойнаси

3.5 расмдаги иш ойнасидан кўриниб турибдики, натижавий белги маълумотлари ёзилган катаклар рақамлари **Входной интервал У:** рўпарасидаги ойначага кўчирилади. Бунинг учун курсор кўчриладиган иш ойнасига босилади ва курсор билан натижавий белги маълумотлари ёзилган В2-В8 катаклар белгиланади. Шундан сўнг натижавий белги маълумотлари ёзилган катаклар рақами ойначада пайдо бўлади. Худди шу тартибда омил белги маълумотлари ёзилган катаклар **Входной интервал Х:** рўпарасидаги ойначага ёзилади. Ишонч оралиғи (Уровень надежности) учун 95% танланади. **Остатки** қисмидаги барча буйруқлар белгиланади. “ОК” тугмаси босилгандан сўнг регрессион тахлилнинг натигалари ёритилган куйидаги кўринишидаги ойна ҳосил бўлади (3.7-расм).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Вывод итогов						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественный R	0,353257293					
5	R-квадрат	0,124790715					
6	Нормированный R-ква	-0,050251142					
7	Стандартная ошибка	6,351507436					
8	Наблюдения	7					
9							
10	Дисперсионный анализ						
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
12	Регрессия	1	28,76033785	28,76033785	0,712919283	0,436999565	
13	Остаток	5	201,7082336	40,34164671			
14	Итого	6	230,4685714				
15							
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
17	У-пересечение	76,87708484	22,62016613	3,398608321	0,019280151	18,73009669	135,0240
18	Переменная X 1	-0,345926604	0,409697942	-0,844345476	0,436999565	-1,399088692	0,7072354

3.7-расм. Регрессия натижаси

Тахлил натижаларига диққат билан аҳамият берадиган бўлсак, натижалар уч қисмдан ташкил топганини кўришимиз мумкун.

I-қисм Регрессионная статистика(регрессион статистика) деб номланган бўлиб, бу қисмда **Множественный R** (корреляция коэффициенти), **R -квадрат** (детерминация коэффициенти), **Нормированный R -квадрат** (тузатилган детерминация коэффициенти), **Стандартная ошибка** (регрессия

тенгламасининг стандарт хатоси) ва **Наблюдения** (кузатишлар сони) хақида маълумотлар берилган.

Ушбу кўрсаткичларни бирин кетин кўриб чиқамиз.

1. Множественный R **0,353257.**

Ушбу кўрсаткич корреляция коэффициентини $r_{yx} = 0,353$ эканлигини билдиради.

2. R -квадрат **0,124791.**

Ушбу кўрсаткич детерминация коэффициентини $r^2_{yx} = 0,125$ эканлигини англатади.

3. Нормированный R -квадрат **-0,05025**

Тузатилган детерминация коэффициентини $\tilde{R}^2 = -0,05$ эканлигини англатади.

4. Стандартная ошибка **6,351507**

Регрессия тенгламасининг стандарт хатоси $\bar{A} = 6,35$ га тенг экан.

5. Наблюдения **7**

Кузатишлар сони $n = 7$ га тенглигини кўрсатади.

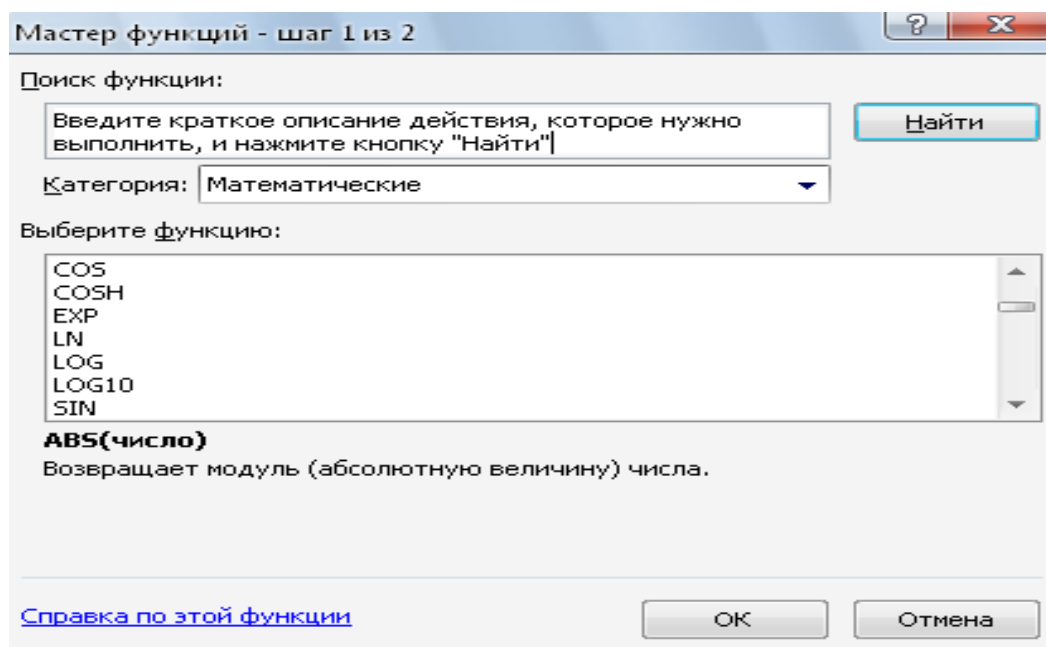
II-қисм Дисперсионный анализ деб номланган бўлиб, ушбу қисмда регрессия тенгламасининг дисперсияси, қолдиқ дисперсияси, умумий дисперсия, F -тест маълумотлари берилган.

Ушбу қисмда «Регрессия»нинг рўпарасидаги (df) B12 катакдаги 1 сони регрессия тенгламасидаги омил белги сонини англатади. «Остаток»нинг рўпарасидаги B13 катакдаги 5 ($n-m-1$) сони эркин ўзгарувчилар сонини билдиради. Бунда n кузатувлар сони, m эса омиллар сонини англатади. Бизни мисолимизда $n = 7$ ва $m = 1$. B14 катакда эса B12 ва B13 катаклардаги сонларнинг йиғиндиси. C12, C13, C14 катаклардаги (SS) рақамлар мос равишда натижавий белги (y) ва омил белгилар (x_i)нинг ўртачаларидан оғишлари ва уларнинг йиғиндиси. D12, D13 катаклардаги (MS) рақамлар эса уларнинг ўртачалари – дисперсияси. E12 катакдаги (F) рақам Фишернинг F -критериясини ҳисобланган қиймати, F12 катакдаги (Значимост F) рақам Фишернинг F -критериясининг жадвал қиймати.

III қисмда регрессия тенгламаси коэффициентлари хақида маълумотлар берилган. Ҳар бир коэффициентнинг қиймати, коэффициентларнинг стандарт хатоси, t -тест қийматлари, ишонч оралиқлари

берилган. **B17** каталдаги рақам регрессия тенгламасидаги “ a ” коэффициентни қиймати. **B18** каталдаги рақам “ b ” коэффициентнинг қиймати. **C17** ва **C18** каталдаги рақамлар мос равишда “ a ва b ” коэффициентларнинг стандарт хатолари. **D17** ва **D18** каталдаги рақамлар мос равишда “ a ва b ” коэффициентларнинг ҳисобланган t -статистика қийматлари, **E17** ва **E18** каталдаги рақамлар эса Студент критерийси жадвалидаги t -тест, яъни t нинг жадвал қийматлари, **F16**, **G16** ва **F17**, **G17** каталдаги рақамлар коэффициентларнинг юқори ва қуйи чегараларининг қийматлари.

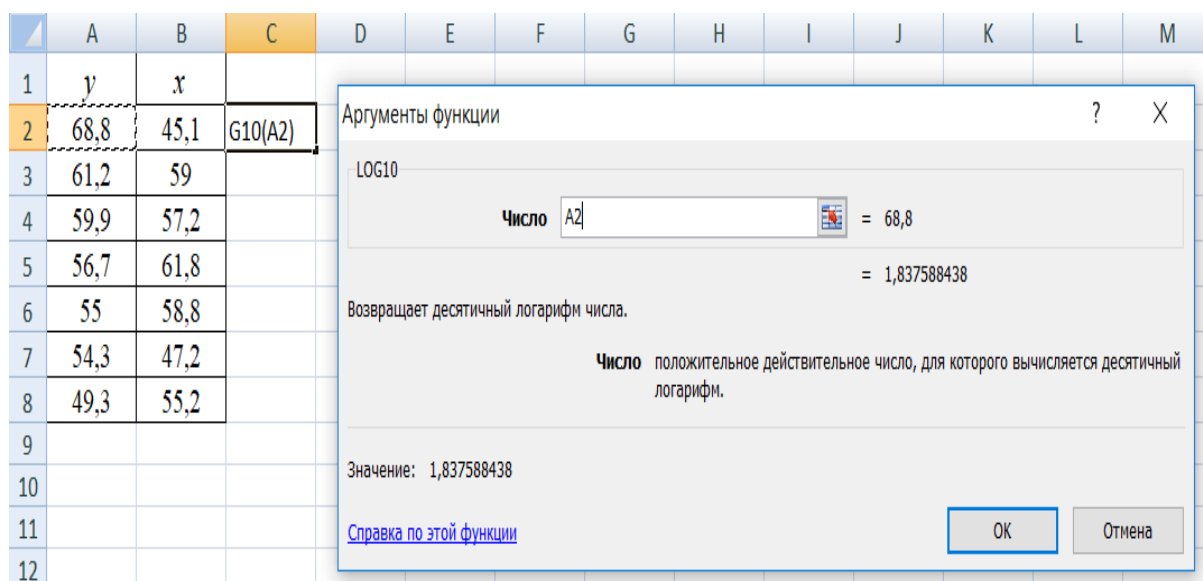
1 б. Берилган мисолни $y = a \cdot x^b$ кўришдаги моделини MS Excel дастурида тузишни кўриб чиқамиз. Бунинг учун берилган маълумотларни MS Excel дастурига киритамиз (1.5-расм). Киритилган маълумотлар (x ва y) ни логарифмлаш учун 1.5-расмдаги ойнада буйруқлар қатори тагида жойлашган қаторда f_x функциясини босамиз, натижада **Мастер функций** (3.8-расм) ойнаси ҳосил бўлади.



3.8.-расм. Функцияларни танлаш

Ушбу ойнадаги **Категория** дарчасида **Математические** буйруғини танланади. Сўнра **Выберите функцию** дарчасидан **ЛОГ10** функциясини топиб, белгилаб **ОК** тугмаси босилади, натижада **Аргументы функции**

ойнаси очилади (3.9-расм). Ушбу ойнанинг **Число** дарчасига логарифмлаш керак бўлган ўзгарувчининг қийматлари киритилади ва **ОК** тугмаси босилади.



3.9-расм. Логарифмлаш ойнаси

Ҳосил бўладиган натижани 3.9-расмдаги ойнада янги каттак очиб унга ёзилади ва кетма-кет қолган бошқа ўзгарувчилар ҳам шу тартибда логарифмланади(3.10 - расм).

	A	B	C	D	E
1	y	x	log y	log x	
2	68,8	45,1	1,83759	1,65418	
3	61,2	59	1,78675	1,77085	
4	59,9	57,2	1,77743	1,7574	
5	56,7	61,8	1,75358	1,79099	
6	55	58,8	1,74036	1,76938	
7	54,3	47,2	1,7348	1,67394	
8	49,3	55,2	1,69285	1,74194	
9					
10					
11					
12					

3.10-расм. Логарифмлаш натижалари

Логарифмланган маълумотлар асосида корреляцион-регрессион таҳлил амалга оширилади (3.11-расм).

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественный R	0,34018966					
5	R-квадрат	0,115729005					
6	Нормированный R-квадрат	-0,061125194					
7	Стандартная ошибка	0,047222531					
8	Наблюдения	7					
9							
10	<i>Дисперсионный анализ</i>						
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
12	Регрессия	1	0,001459235	0,001459235	0,654375216	0,455305837	
13	Остаток	5	0,011149837	0,002229967			
14	Итого	6	0,012609072				
15							
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
17	Y-пересечение	2,278828547	0,64102796	3,554959672	0,016301475	0,631013717	3,926643377
18	Переменная X 1	-0,298424105	0,368910043	-0,808934618	0,455305837	-1,246737561	0,649889351

3.11-расм. Регрессия натижалари

Расмдаги натижалардан кўриниб турибдики a параметрнинг қиймати 2,278га, b параметрнинг қиймати эса -0,298га тенг. Бу натижа юқоридаги ҳисоблашларни тўғри бажарилганлигини кўрсатади.

1в. $y = a \cdot b^x$ - кўрсаткичли эгри чизиқ моделини тузиш.

Мисолни MS Excel дастурида ечиш учун y ни логарифмлаб оламиз (3.12-расм).

	A	B	C	D
1	y	x	$\log y$	x
2	68,8	45,1	1,837588	45,1
3	61,2	59	1,786751	59
4	59,9	57,2	1,777427	57,2
5	56,7	61,8	1,753583	61,8
6	55	58,8	1,740363	58,8
7	54,3	47,2	1,7348	47,2
8	49,3	55,2	1,692847	55,2

3.12- расм. Ўзгарувчиларни логарифмлаш

Ҳосил бўлган маълумот асосида корреляцион-регрессион таҳлилни амалга оширамиз. Таҳлил натижаси 3.13-расмда берилган. Расмдан

корреляция коэффициенти $\rho_{xy} = 0,32$, $a = 1,887$ ва $b = -0,003$ га тенг эканини кўришимиз мумкин.

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественный R	0,320033981					
5	R-квадрат	0,102421749					
6	Нормированный R-квадрат	-0,077093901					
7	Стандартная ошибка	0,047591685					
8	Наблюдения	7					
9							
10	<i>Дисперсионный анализ</i>						
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
12	Регрессия	1	0,001292266	0,001292266	0,570544959	0,484083813	
13	Остаток	5	0,011324842	0,002264968			
14	Итого	6	0,012617109				
15							
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
17	Y-пересечение	1,887787745	0,169492333	11,13789463	0,00010174	1,452093832	2,323481657
18	Переменная X 1	-0,002318798	0,003069856	-0,755344265	0,484083813	-0,010210115	0,005572519

3.13-расм. Корреляцион-регрессион таҳлил натижалари

1г. $y = a + b \cdot \frac{1}{x}$ тенг томонли гипербола тенгламаси моделини тузиш.

Ушбу мисолни компьютерда ечиш учун $1/x$ ни қийматларини ҳисоблаб олинади (3.14-расм).

	A	B	C	D
1	y	x	$z=1/x$	
2	68,8	45,1	0,022173	
3	61,2	59	0,016949	
4	59,9	57,2	0,017483	
5	56,7	61,8	0,016181	
6	55	58,8	0,017007	
7	54,3	47,2	0,021186	
8	49,3	55,2	0,018116	
9				

3.14-расм. Ҳисоблаш натижалари

Ечимнинг компьютер вариант 3.15-расмда келтирилган.

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественный R	0,392245897					
5	R-квадрат	0,153856844					
6	Нормированный R-квадрат	-0,015371787					
7	Стандартная ошибка	6,245148588					
8	Наблюдения	7					
9							
10	Дисперсионный анализ						
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
12	Регрессия	1	35,45916701	35,45916701	0,909165563	0,384124191	
13	Остаток	5	195,0094044	39,00188088			
14	Итого	6	230,4685714				
15							
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
17	Y-пересечение	38,43533684	20,53500492	1,871698448	0,120151062	-14,35157379	91,22224747
18	Переменная X 1	1054,669864	1106,101669	0,953501737	0,384124191	-1788,654995	3897,994722

3.15-расм. Регрессион таҳлил натижалари

2-мисол.

Худудлар бўйича аҳолининг бир кунлик ўртача иш ҳақи ва битта меҳнатга лаёқатли аҳолининг жон бошига тўғри келадиган яшаш минимуми ҳақида маълумотлар берилган(3.6-жадвал).

3.6-жадвал

Худудлар рақами	Битта меҳнатга лаёқатли аҳолининг жон бошига тўғри келадиган яшаш минимуми, минг сўм, x	Бир кунлик ўртача иш ҳақи, минг сўм, y
1	78	133
2	82	148
3	87	134
4	79	154
5	89	162
6	106	195
7	67	139
8	88	158
9	73	152
10	87	162
11	76	159
12	115	173

Топширик:

1. y ни x га жуфт регрессиясини чизиқли тенгламасини тузинг.
2. Жуфт корреляция чизиқли коэффициентини ва аппроксимациянинг ўртачи хатолигин ҳисобланг.
3. Регрессия параметрлари ва корреляция коэффициентини статистик маънодорлигини баҳоланг.
4. Прогноз хатолиги ва унинг оралиғини ҳисоблаб, прогноз аниқлигини баҳоланг.

Қуйида мисолнинг Ms Excel дастуридаги ечими келтирилган (3.16-расм).

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественный R	0,721025214					
5	R-квадрат	0,519877359					
6	Нормированный R-квадрат	0,471865095					
7	Стандартная ошибка	12,5495908					
8	Наблюдения	12					
9							
10	Дисперсионный анализ						
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
12	Регрессия	1	1705,327706	1705,327706	10,82801173	0,008141843	
13	Остаток	10	1574,922294	157,4922294			
14	Итого	11	3280,25				
15							
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
17	Y-пересечение	76,9764852	24,21156138	3,179327594	0,009830668	23,02976485	130,9232056
18	Переменная X 1	0,920430553	0,279715587	3,290594434	0,008141843	0,297185389	1,543675716

3.16- расм. Регрессион таҳлил натижалари

Компютерда Ms Excel дастурида амалга оширилган ҳисоблашларнинг натижалари юқорида олинган натижалар билан айнан бир хил. Яъни, корреляция коэффициентининг қиймати (B4-катакда) $r_{xy}=0,72$ га, a параметрнинг қиймати (B17-катакда) 76,98; y параметрнинг қиймати (B18-катакда) 0,92га тенг. a параметр қийматининг ўзгариш чегараси F17,G17-катакларда, b параметр қийматининг ўзгариш чегараси F18,G18- катакларда жойлашган. Демак, ҳисоблашлар тўғри бажарилган.

3-мисол.

Қандолат ишлаб чиқарувчи цехда бир иш кунда ҳар бир сарфланган соат давомида ишлаб чиқарилган маҳсулот ҳажми кузатилиб қуйидаги маълумотлар олинган:

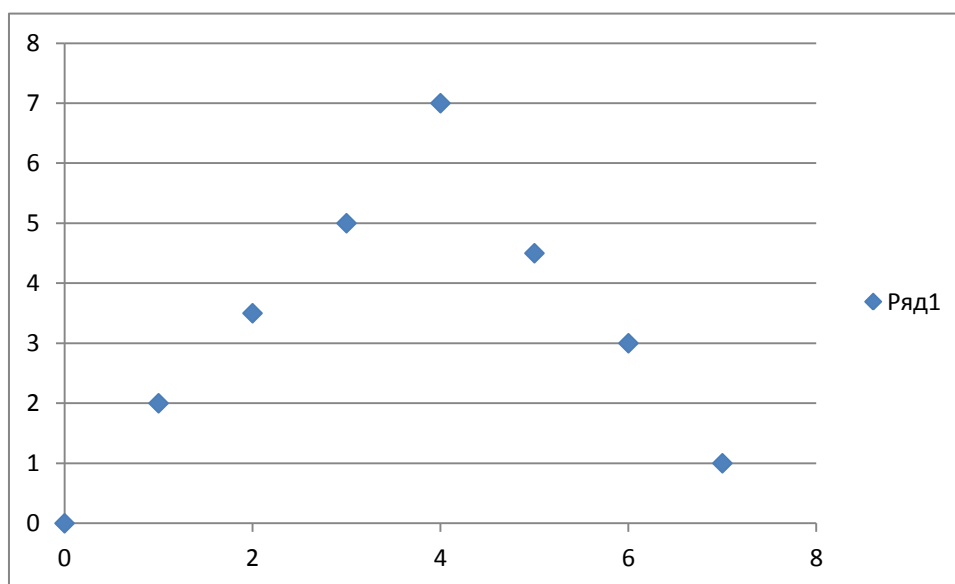
Сарфланган иш вақти, соат (x)	0	1	2	3	4	5	6	7
Маҳсулот ҳажми, млн. сўм (y)	0	2	3,5	5	7	4,5	3	1

Топшириқ:

1. Олинган маълумотларни графикда тасвирланг ва кўрсаткичларнинг боғланиш шаклини аниқланг.
2. y ни x га жуфт регрессиясининг чизиқсиз тенгламасини тузинг.
3. Жуфт корреляция коэффицентини ҳисобланг.
4. Тузилган регрессия тенгламасини ва унинг параметрларини статистик маънодорлигини баҳоланг.

Ечиш

1. Маълумотларни графикда тасвирлаш учун MS Excel дастурига кириб **Вставка** менюсидан **Графики** буруғига мурожаат қиламиз ва қуйидаги 3.17-расмда тасвирланган чизмани оламиз.



3.17-расм. Маълумотларни графикдаги тасвири

Графикдан кўриниб турибдики, маълумотлар тенг томонли параболани акс эттиради, бу эса иккинчи даражали парабола тенгламаси билан ифодаланади.

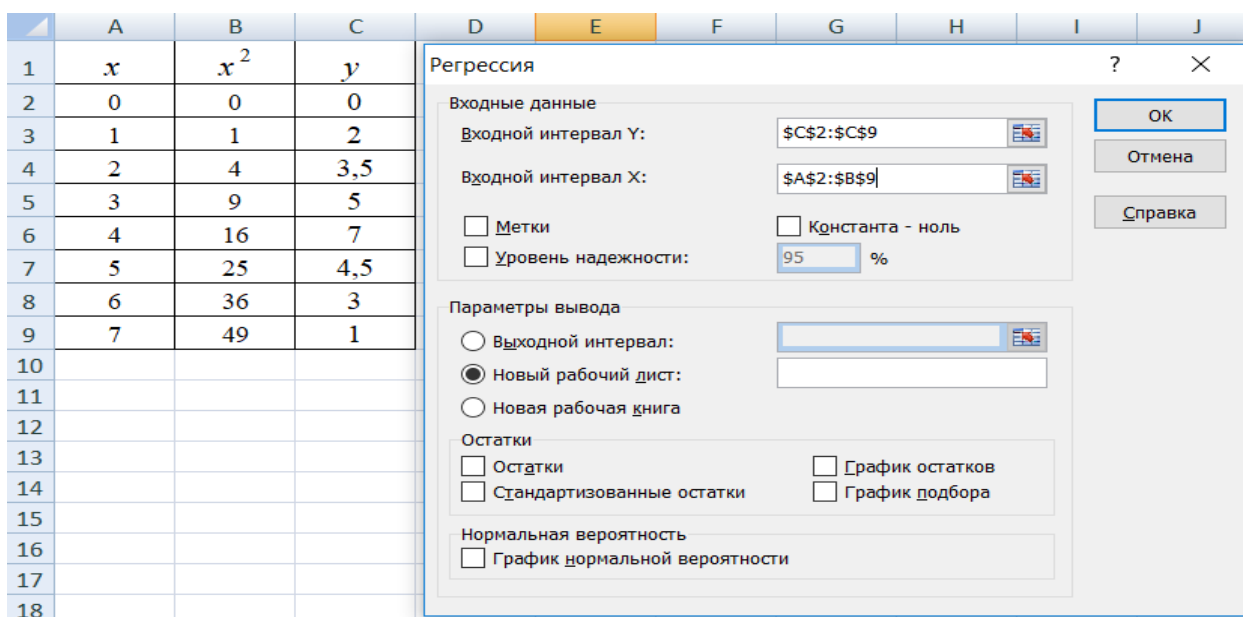
Иккинчи даражали парабола тенгламаси:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \varepsilon,$$

бу тенгламанинг параметрлари (a_0, a_1, a_2) қуйидаги нормал тенгламалар системасини ечиб аниқланади:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 = \sum xy \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 = \sum x^2 y \end{cases}$$

2. Параметрлар ва корреляция коэффициентининг қийматларини аниқлаш ҳамда регрессия тенгламасини тузиш учун MS Excel дастурига мурожат қиламиз. Маълумотларни киритиш А устунга x омил белгининг қийматларидан бошланади ва В устунда x^2 нинг қийматлари ҳисобланиб ёзилади ҳамда С устунга y натижавий белгининг қийматлари ёзилади (3.18-расм). Сўнгра MS Excel дастурининг **Регрессия** буйруғига мурожаат қилинади (3.18-расм).



3.18-расм. Регрессия ойнаси

Корреляцион-регрессион ҳисоблашлар асосида қуйидагилар жадвал ҳосил бўлади(3.19-расм).

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественны	0,951276642					
5	R-квадрат	0,904927249					
6	Нормированны	0,866898148					
7	Стандартная ош	0,827359541					
8	Наблюдения	8					
9							
10	<i>Дисперсионный анализ</i>						
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
12	Регрессия	2	32,57738095	16,28869048	23,79565217	0,00278702	
13	Остаток	5	3,422619048	0,68452381			
14	Итого	7	36				
15							
16		<i>Коэффициенты и стандартная оши</i>		<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
17	Y-пересечение	-0,458333333	0,696326814	-0,658215832	0,539494134	-2,248298392	1,331631725
18	Переменная X 1	3,202380952	0,464705244	6,891208985	0,000985181	2,007818094	4,396943811
19	Переменная X 2	-0,428571429	0,063832174	-6,714034619	0,001110021	-0,592657256	-0,264485601

3.19-расм. Корреляцион-регрессион ҳисоблашлар натижалари

3.19-расмдаги жадвал маълумотларига асосан: $a_0 = -0,46$; $a_1 = 3,20$; $a_2 = -0,43$ тенг. Демак ўрганилаётган жараённинг регрессион модели қуйидагича:

$$\bar{y}_x = -0.4 + 3.2 \cdot x - 0.4 \cdot x^2$$

Расмдаги жадвалнинг 12, 17, 18, 19-қатордаги маълумотлардан хулоса қилиш мумкинки, Фишер мезони бўйича H_0 гипотеза рад этилади, Студент мезони бўйича регрессия тенгламаси параметрлари статистик маънога эга ва уларнинг қийматларини ўзгариш чегаралари аниқланган (F ва G устунлари).

Асосий таянч иборалар

- | | |
|-----------------|------------------------|
| 1. Гипербола | 7. Максимал |
| 2. Парабола | 8. Симметрик |
| 3. Полином | 9. Нормал |
| 4. Кўрсаткичли | 10. Логарифмик |
| 5. Экспонционал | 11. Корреляция индекси |
| 6. Экстремал | 12. Дисперция |

Такрорлаш учун саволлар ва топшириқлар

1. Агар белгилар орасидаги боғланиш йўналишининг ўзгариши кузатилмаса иккинчи тартибли парабола қандай Чизиксиз функция билан алмаштирилиши мумкин?
2. Чизиксиз регрессия қандай синфларга бўлинади? Уларни кўринишини ёзинг.
3. k -тартибли Чизиксиз тенгламалардан қандай қилиб k омили чизикли регрессия моделларини олиш мумкин?
4. Боғланишларни ифодалаш учун иккинчи тартибли параболани қандай ҳолатларда қўллаш мумкин?
5. Иккинчи тартибли параболада b ва c параметрларнинг қийматлари нулдан катта ва кичик бўлишига қараб эгри чизикни иқтисодий нуқтаи назардан таҳлил қилинг.
6. Нима учун тадқиқотчи параболанинг тўлиқ шакли билан эмас, балки унинг айрим сегментидан фойдаланиб иш кўради?
7. Филлипс эгри чизиғи ҳақида нимани биласиз ва у қандай масалани ечишда қўлланилган?
8. Энгел эгри чизиғи қандай боғланишни ифодалайди ва у қайси масалани ечишда қўлланилган?
9. Чизиксиз регрессия учун корреляция қандай ҳисобланади?
10. Чизиксиз регрессияда ЭККУ қўллашнинг ўзига ҳос хусусиятлари нимадан иборат?
11. 2 ва 3 –мисолларда регрессия тенгламаларини ва параметрларини баҳоланг.

Мустақил ишлаш учун масала

Жадвалда ҳудудлар бўйича аҳолининг бир кунлик ўртача иш ҳақи ва битта меҳнатга лаёқатли аҳолининг жон бошига тўғри келадиган яшаш минимуми ҳақида маълумотлар берилган:

Худудлар рақами	Битта меҳнатга лаёқатли аҳолининг жон бошига тўғри келадиган яшаш минимуми, минг сўм, x	Бир кунлик ўртача иш ҳақи, минг сўм, y
1	78	133
2	82	148
3	87	134
4	79	154
5	89	162
6	106	195
7	67	139
8	88	158
9	73	152
10	87	162
11	76	159
12	115	173
13	110	178
14	109	181
15	102	180
16	105	184
17	108	186
18	100	188
19	106	185
20	104	190

Топширик:

1. y ни x га жуфт регрессиясини чизисли тенгламасини тузинг.
2. Жуфт корреляция чизикли коэффициентини ҳисобланг.
3. Регрессия тенгламасининг параметрлари ва корреляция коэффициентини статитик маънодорлигини баҳоланг.
4. Юқоридаги амалларни **MS Excel** дастури ёрдамида компьютерда ҳам бажаринг ва натижаларни таққосланг.

V-БОБ. КўП ОМИЛЛИ ЭКОНОМЕТРИК ТАХЛИЛ

5.1. Кўп омилли эконометрик моделлар ва уларни тузиш усуллари

Моделлаштиришда жуфт регрессия тадқиқот объектига таъсир этувчи асосий омилдан бошқа омилларни эътиборга олмаган ҳолатда яхши натижа беради. Масалан, у ёки бу маҳсулот истеъмолининг даромадга боғлиқлигини моделлаштиришда тадқиқотчи даромадан ташқари истеъмолга бир хилда таъсир этувчи маҳсулот баҳоси, оиланинг катта-кичиклиги, оила таркиби каби омилларни ҳам таъсири борлигини эътиборга олади. Шу билан бирга тадқиқотчи бундай ҳолатни ҳар доим ҳам тўғри бўлишига ишонмаслиги ҳам мумкин. Даромадни истеъмолга таъсири ҳақида тўғри тасаввурга эга бўлиш учун, бошқа таъсир этувчи омилларни ўзгармас деб қараган ҳолда, уларни корреляциясини ўрганиши зарур. Бундай масалани ечишнинг тўғри йўлларида бири, омиллар тўпламидан даромаддан ташқари бошқа омилларни бир хилда таъсир этувчиларини танлаб олишдан иборат. Бу йўл химия, физика, биология тадқиқотларида қўлланиладиган тажрибаларни режалаштириш усулига олиб келади. Иқтисодчида табиий жараёнларни тажрибадан ўтказувчи тадқиқотчи сингари бошқа омилларни бошқариш имконияти мавжуд эмас. Алоҳида иқтисодий ўзгарувчиларнинг ҳолатини назорат қилиш мураккаб масала, яъни битта ўрганилаётган омилни таъсирини баҳолаш учун барча шароитларни бирдек таъминлаб бериш мумкин эмас. Бундай ҳолатларда бошқа омилларни моделга киритиб уларнинг таъсирини ўрганишга ҳаракат қилинади, яъни қуйидаги кўп омилли регрессия тенгламаси тузилади:

$$y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_p x_p + \varepsilon.$$

Бу ерда b_j – коэффициентлар мос x_j – омиллар бўйича y – истеъмолнинг хусусий ҳосиласи:

$$b_1 = \frac{dy}{dx_1}, b_2 = \frac{dy}{dx_2}, \dots, b_p = \frac{dy}{dx_p},$$

Бу ерда қолган барча x_i лар ўзгармас деб қабул қилинади.

Бундай тенгламани масалан, истеъмолни ўрганишда қўллаш мумкин. XX- асрнинг 30-йилларида Дж.М. Кейнс ўзининг истеъмол функцияси гипотезасини таклиф этади. Истеъмол функцияси қуйдаги модель кўринишида ифодаланади.

$$C = f(y, P, M, Z),$$

бу ерда: C – истеъмол; y – даромад; P – баҳо, хаёт қиймати индекси;

M – истеъмолчи ихтиёридаги пул; Z – харажатлар.

Бунда $0 < \frac{dC}{dy} < 1$ шарт бажрилиши талаб этилади.

Кўп омилли регрессия акцияларнинг даромадлиги муаммоларини ечишда, ишлаб чиқариш харажатлари функцияларини ўрганишда, макроиктисодий ҳисоблашларда ва эконометриканинг қатор бошқа муаммоларини ўрганишда қўлланилади. Ҳозирги шароитда кўп омилли регрессия-эконометрикада энг кўп қўлланиладиган усуллардан бири ҳисобланади.

Кўп омилли регрессиянинг асосий мақсади омилларнинг ҳар бирини моделлаштирилувчи кўрсаткичга алоҳида ҳамда уларнинг умумий биргаликдаги таъсирларини ўрганиб кўп ўлчовли моделларни қуришдан иборат.

Кўп омилли регрессия тенгламаларини тузиш моделларни шакллантириш масалаларини ечишдан бошланади. Улар ўз ичига икки масалани олади: -биринчиси, омилларни саралаш бўлса, иккинчиси, регрессия тенгламаси кўринишини танлашдан иборат.

5.2. Кўп омилли регрессияни тузишда омилларни саралаш

Кўп омилли регрессия тенгламасига у ёки бу омиллар тўпламини киритиш аввало тадқиқотчининг моделлаштирувчи кўрсаткични бошқа иқтисодий жараёнлар билан ўзаро боғланиш табиати ҳақидаги тасаввурига боғлиқ. Кўп омилли регрессияга киритилувчи омиллар қуйдаги талабларга жавоб бериши керак:

1. Улар миқдорий жиҳатдан ўлчаланадиган бўлиши керак. Агар моделга миқдорий жиҳатдан ўлчаш имконияти бўлмаган сифат кўрсаткичлари киритиладиган бўлса, уларни миқдор жиҳатдан аниқлаштириш зарур (масалан, ҳосилдорлик моделида тупроқнинг сифати бал кўринишида, кўчмас мулк объектлари қиймати ранжирланган районларда жойлашишига қараб, меҳнат ресурсларини ўрганишда аҳолининг категорияларига қараб ва ҳ.к.).

2. Омиллар ўзаро юқори даражали корреляцияда бўлиши керак эмас ва аниқ функционал боғланишда ҳам бўлиши керак эмас.

Моделга юқори даражадаги корреляцияда бўлган омилларнинг киритилиши, $R_{yx_1} < R_{x_1x_2}$ бўлганда $y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \varepsilon$ боғланиш учун нормал тенгламалар системасида регрессия коэффициентларини баҳолашда ноаниқликлар вужудга келади.

Агар омиллар орасида ўта юқори боғланиш мавжуд бўлса, у ҳолда уларнинг ҳар бирини натижавий белгига таъсирини алоҳида аниқлаб бўлмайди ва регрессия тенгламасининг параметрлари маънога эга бўлмай қолади. $y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \varepsilon$ регрессия тенгламасида x_1 ва x_2 омиллар бирига боғлиқ бўлмаса, яъни $r_{x_1x_2} = 0$ бўлса, у ҳолда b_1 параметр x_1 омилни x_2 омилнинг қиймати ўзгармаган ҳолатда y натижавий белгига таъсир кучини ўлчайди. Агар $r_{x_1x_2} = 1$ бўлса, у ҳолда x_1 омилнинг қиймати ўзгариши билан x_2 омилнинг қиймати ўзгармай қолмайди. Бундан келиб чиқадики b_1 ва b_2 параметрлар x_1 ва x_2 омилларнинг y натижавий белгига алоҳида – алоҳида таъсирларини тўғри тавсифлаб бера олмайди.

Мисол. Маҳсулот бирлиги таннархини (y , сўм), ишчининг иш ҳақи (x , сўм) ва унинг меҳнат унумдорлигига (z , сўм) регрессиясини кўриб чиқайлик. У қуйдагича ифодаланган бўлсин:

$$y = 22600 - 5 \cdot x - 10 \cdot z + \varepsilon.$$

Ўзгарувчи z олдидаги регрессия коэффиценти иш ҳақи даражаси ўзгармаган ҳолда ишлаб чиқариш самарадорлиги 1 бирликка ошганда маҳсулот бирлигининг таннархи ўртача 10 бирликка камайишини кўрсатади. Шу билан бирга z ўзгарувчи олдидаги параметрга қараб иш ҳақининг кўпайиши ҳисобига таннарх пасаяди деб қараш керак эмас. Ушбу ҳолатда x ўзгарувчи олдидаги регрессия коэффицентининг манфий қиймат x ва z ўзгарувчиларнинг ўзаро корреляциясини юқори эканлигини билдиради ($z_{xy} = 0.95$). Шунинг учун меҳнат унумдорлиги ўзгармаган ҳолда иш ҳақи ўсиши мумкин эмас.

Кўп омилли регрессияга киритилувчи омиллар мустақил ўзгарувчилар вариациясини аниқлаб бериши керак. Агар p омилли модель тузилган бўлса, натижавий белгининг p омиллар регрессиясидаги аниқланган вариацияси улушини ифодаловчи R^2 детерминация коэффиценти ҳисобланади. Моделда эътиборга олинмаган омилларнинг таъсири $1 - R^2$ ифода билан ва унга мос қолдиқ дисперсия (σ_{qq}^2) билан баҳоланади.

Регрессия тенгламасига қўшимча $p+1$ омил киритилганда детерминация коэффиценти ўсиши, қолдиқ дисперсия эса камайиши керак, яъни:

$$R_{p+1}^2 \geq R_p^2 \quad \text{ва} \quad \sigma_{p+1}^2 \leq \sigma_p^2.$$

Агарда бу шарт бажарилмаса ва кўрсаткичларнинг қийматлари бири-биридан кам фарқ қилса, у ҳолда моделга киритилган x_{p+1} -омил моделни яхшиламайди ва ортиқча омил бўлиб ҳисобланади.

Моделга ортиқча омилларни киритиш ҳар доим ҳам қолдиқ дисперсия кўрсаткичини камайишига ва детерминация кўрсаткичи қийматини ортишига олиб келмайди, регрессия параметрларини эса Стьюдент t -критерияси бўйича баҳолаганда уларни статистик маънодорлигини йўқотишга олиб келади. Ортиқча, такрорланувчи омилларни моделдан чиқариб ташлаш эса омилларни ўзаро корреляциясини ўрганиш орқали амалга оширилади. Бунинг учун интеркорреляция, яъни омилларни ўзаро корреляцияси

коэффициенти ҳисоблаб чиқилади. Агар омиллар ўртасидаги чизиқли боғланиш $r_{x_i, x_j} \geq 0,7$ шартни қаноатлантирса, уларни **аниқ коллениар** дейилади.

Кўп омилли регрессия тенгламасини тузишнинг асосий шартларидан бири омилларни ўзаро боғлиқ бўлмаслигини таъминлаш, яъни ҳар бир омилни натижавий белгига алоҳида-алоҳида таъсирини таъминлашдан иборат. Омилларни коллениарлиги уларни бир-бирларини такрорланишидан келиб чиқиб, юқоридаги шартни, яъни $R_{x_i, x_j} = 0$ бўлишини бузилишига олиб келади. Шунинг учун x_i, x_j омиллардан бирини моделдан чиқариб ташлаш керак бўлади.

Бундай ҳолатда натижавий белги билан боғланиш кучи етарлича бўлиб, бошқа қолган омиллар билан боғланиши кучсиз бўлган омил қолдирилади. Натижавий белги билан боғланиш кучи кучли, шу билан бирга қолган омиллар билан ҳам кучли боғланишга эга бўлган омил моделдан чиқарилади. Бу қуйидагича амалга оширилади.

Масалан, учта омилни ўз ичига олувчи регрессия учун детерминация коэффициенти 0,857 бўлсин, олтинчи омилни киритилгандан сўнг детерминация коэффициенти 0,858 га тенг бўлса, у ҳолда охириги омилни моделга киритиш мақсадга мувофиқ эмас.

Масалан, $y = f(x, z, v)$ функция кўринишидаги боғланишни ўрганишда жуфт корреляция коэффициенти матрицаси қуйидагича бўлсин;

	y	x	z	v
y	1			
x	0,8	1		
z	0,7	0,8	1	
v	0,6	0,5	0,2	1

Жадвалдан кўришиб турибдики x ва z омиллар бир-бирини такрорлайди, яъни уларнинг y белги билан корреляция даражалари жуда яқин. z омилнинг натижа y билан корреляцияси x омилнинг натижа y

билан корреляциясига нисбатан кучсизроқ ($r_{yz} < r_{y\bar{o}}$), ҳамда уларнинг v омил билан корреляциясида z омилнинг корреляцияси кучсиз. Демак ушбу ҳолатда кўп омилли регрессия тенгламасига z ва v омилларни киритилиши мақсадга мувофиқ.

Кўп омилли регрессион моделни тузишда омиллар иккитадан кўп бўлса масала янада мураккаблашади. Агар омиллар бир бири билан ўзаро боғланишда бўлса y ҳолда омиллар **мультиколлениар** дейилади. Мультиколлениарлик ҳолатда омиллар ўзаро боғланганлиги сабабли уларни натижавий белгига алоҳида-алоҳида таъсирларини аниқлаш мумкин бўлмайди. Агар мультиколлениарлик даражаси юқори бўлса регрессия тенгламасининг параметрларини ЭККУ аниқлаш яхши натижа бермайди. Параметрларда хатоликлар юзага келиб, уларнинг иқтисодий маъноси бузилади.

Омилларнинг мультиколлениарлигини баҳолаш учун жуфт корреляция коэффициентлари матрицасидан фойдаланиш мумкин. Агар омиллар ўзаро корреляцияда бўлмаса, y ҳолда жуфт корреляция коэффициентлари матрицаси бирлик матрицадан иборат бўлиб, унинг детерминанти бирга тенг бўлади. Аксинча бўлса нолга тенглиги келиб чиқади.

Масалан, қуйидаги уч омилли регресси тенгламасида

$$y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + \varepsilon$$

мультиколлениарлик бўлмаса жуфт корреляция коэффициентлари матрицаси детерминанти бирга тенг бўлади, яъни

$$\text{Det}|R| = \begin{vmatrix} R_{x_1x_1} & R_{x_2x_1} & R_{x_3x_1} \\ R_{x_1x_2} & R_{x_2x_2} & R_{x_3x_2} \\ R_{x_3x_1} & R_{x_3x_2} & R_{x_3x_3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1.$$

Агар аксинча, мультиколлениарлик мавжуд бўлса жуфт корреляция коэффициентлари бирга тенг бўлиб, уларнинг матрицаси детерминанти нолга тенг бўлади, яъни

$$\text{Det}|R| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Омиллараро корреляция коэффициентлари матрицасининг детерминанти қанчалик нолга яқин бўлса, омилларнинг мультиколлениарлик даражаси шунчалик юқори бўлади ва кўп омилли регрессиянинг натижалари ишончсиз бўлади. Аксинча омиллараро корреляция коэффициентлари матрицасининг детерминанти қанчалик бирга яқин бўлса, омилларнинг мультиколлениарлик даражаси шунчалик кичик бўлади

Кўп омилли регрессияда омилларни саралашга турлича ёндошувлар мавжуд бўлганлиги сабабли мос равишда кўп омилли регрессия тенгламасини тузишга ҳам ёндошувлар турлича.

Амалиётда кўп омилли регрессия тенгламасини тузишда қуйидаги усуллар кенг қўлланилади:

- омилларни чиқариб ташлаш усули;
- омилларни киритиш усули;
- қадамма-қадам регрессион таҳлил усули.

Бу усулларнинг биринчиси омиллар тўпламидан муҳим бўлмаган омилларни чиқариб ташлаб, иккинчиси моделга қўшимча омил киритиб, учинчиси аввал киритилган омиллардан кераксизларини чиқариб ташлаб бир-бирига яқин бўлган натижалар бериб омилларни саралаш масаласини ечади.

Юқорида баён қилинган жуфт корреляциялар матрицаси омилларни киритиш масаласини ҳал қилишда ёрдам беради деб ҳисоблаш мумкин. Аммо омилларнинг ўзаро боғлиқлигида жуфт корреляция коэффициентлари матрицаси у ёки бу омилни киритиш ёки чиқариб ташлаш масаласини тўлиқ ечиб бера олмайди. Ушбу масалани ечишда омил белгини натижавий белгига тўғридан тўғри таъсирини ифодаловчи “*хусусий корреляция*” коэффициенти ёрдам беради. Омилларни саралашда моделга киритиладиган омиллар сони регрессия қилинадиган маълумотлар тўпламидан 6-7 марта кам бўлиши яъни, моделга киритиладиган ҳар бир омил бўйича камида еттита маълумот бўлиши шарт.

5.3. Кўп омили регрессия тенгламаларини таҳлил қилиш

Жуфт регрессия каби кўп омили регрессиянинг ҳам чизиқли ва чизиқсиз турли тенгламалари бўлиши мумкин. Параметрларини аниқ таҳлил қилиш имконияти мавжуд бўлгани учун кўпроқ чизиқли ва даражали функциялар қўлланилади.

$\hat{y}_x = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_p \cdot x_p$ кўп омили чизиқли регрессияда, x ўзгарувчи олдидаги параметрлар “тоза” регрессия коэффициентлар деб аталади. Улар мос омил бир бирликка ўзгарганда, қолган омиллар ўзгармаган ҳолда натижанинг ўртача ўзгаришини тавсифлайди.

Мисол. Фараз қилайлик оилада озиқ-овқат маҳсулотларига ҳаражатларнинг оила аъзоларининг сони ва даромадига боғлиқлиги қуйдаги тенглама билан ифодалансин:

$$\hat{y}_x = 0,5 + 0,35 \cdot x_1 + 0,73 \cdot x_2,$$

бу ерда: y - оилаларнинг озиқ-овқат маҳсулотлари учун бир ойлик ҳаражатлари, минг сўм;

x_1 - оиланинг битта аъзосига тўғри келадиган ойлик даромади, минг сўм;

x_2 - оила аъзоларининг сони, киши.

Ушбу тенгламанинг таҳлили қуйдагича мулоҳаза юритишга имкон беради: оиланинг битта аъзосига даромад 100 минг сўмга ошса, оила аъзоларининг сони ўзгармаган ҳолда озиқ-овқатга ҳаражат ўртача 350 минг сўмга ортади. Бошқача айтганда, оиланинг қўшимча даромадидан 35 фоизи озиқ-овқатга сарфланади. Даромад ўзгармаганда оила аъзоларининг сонини кўпайиши озиқ-овқатга ҳаражатни қўшимча 730 минг сўмга ўсишига олиб келади.

Истеъмол масалаларини ўрганганда регрессия коэффициентлари истеъмолга мойиллик лимитини тавсифловчи кўрсаткич деб қаралади (яъни қанча миқдорда истеъмол бўлиши мумкинлигини кўрсатади).

Масалан, C_i – истеъмол функцияси қуйдаги кўринишга эга бўлсин:

$$C_t = a + b_0 \cdot D_t + b_1 \cdot D_{t-1} + \varepsilon ,$$

у холда t даврдаги истеъмол ўша даврдаги D_t даромадга ҳамда ундан олдинги даврдаги D_{t-1} даромадга боғлиқ бўлади. Мос равишда b_0 – коэффициент D_t даромаднинг бир бирликка ўзгариши самарасини тавсифлайди. Одатда b_0 – коэффициент қисқа даврдаги истемолга бўладиган талабга мойиллик дейилади. Жорий ва аввалги даврдаги даромадларнинг ўсишини умумий самараси истеъмолни $b = b_0 + b_1$ га кўпайишига тенг бўлади. Бу ерда b коэффициент истеъмолга узоқ муддатли моиллик деб қаралади. b_0 ва $b_1 > 0$ бўлгани учун истеъмолга узоқ муддатли моиллик қисқа муддатлигидан катта бўлади.

Масалан, 1905-1951 йиллари иқтисодчи М. Фридман АҚШ учун қуйидаги истеъмол функциясини тузган:

$$C_t = 53 + 0,58 \cdot D_t + 0,32 \cdot D_{t-1} ,$$

бу функцияда истеъмолга қисқа муддатли мойиллик 0,58га тенг бўлса, истеъмолга узоқ муддатли мойиллик 0,9ни ташкил этган.

Истеъмол функцияси аввалги даврларда одатланган истеъмолга боғлиқ холда ҳам қаралиши мумкин, яъни истеъмолни аввалги даражаси C_{t-1} га боғлиқ холда истеъмол функцияси қуйидагича:

$$C_t = a + b_0 \cdot D_t + b_1 \cdot C_{t-1} + \varepsilon .$$

Бу тенгламада ҳам b_0 параметр истеъмолга қисқа муддатли мойиллик лимитини, яъни ўша даврдаги D_t даромаднинг бир бирликка ўсишини истеъмолга таъсирини тавсифлайди. Бундай ҳолатларда истеъмолга бўлган узоқ муддатли мойиллик лимити $b_0 / (1 - b_1)$ ифода билан ўлчанади.

Агар регрессия тенгламаси қуйидагича бўлса,

$$C_t = 23,4 + 0,46 \cdot D_t + 0,20 \cdot C_{t-1} + \varepsilon ,$$

бунда истеъмолга қисқа муддатли мойиллик 0,46га тенг, узоқ муддатлиси эса 0,575(0,46/0,8)га тенг.

$\hat{y}_x = a \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \dots x_p^{b_p}$ даражали функцияда b_j коэффициентлар эластиклик коэффициентлари деб аталади. Бу коэффициент омиллардан бири бир фоизга ўзгарганда, қолганлари ўзгармаган ҳолда, натижа ўртача неча фоизга ўзгаришини билдиради. Ушбу кўринишдаги регрессия тенгламаси талаб ва истемолни ўрганишда ишлаб чиқариш функциялари сифатида кўпроқ қўлланилади.

Фараз қилайлик, гўштга бўлган талабни ўрганишда қуйдаги тенглама олинган бўлсин:

$$\hat{y}_x = 0,82 \cdot x_1^{-2,63} \cdot x_2^{1,11} \quad \text{ёки} \quad \hat{y}_x = 0,82 \frac{x_2^{1,11}}{x_1^{2,63}},$$

бу ерда: y - талаб қилинадиган гўшт миқдори; x_1 - нарх; x_2 - даромад.

Мос равишда, регрессия тенгламаси даромад ўзгармаганда нархнинг бир фоизга ўсиши, талабнинг 2,63 фоизга камайишига сабаб бўлишини, даромадни бир фоизга кўпайиши эса талабни 1,11 фоизга ўсишига олиб келишини кўрсатади.

Қуйидаги кўринишдаги ишлаб чиқариш функцияси таҳлил қилиб кўрайлик

$$Q = a \cdot O_1^{b_1} \cdot Q_2^{b_2} \cdot \dots \cdot Q_m^{b_m} \cdot \varepsilon,$$

бу ерда Q – m та (O_1, O_2, \dots, O_m) омиллар таъсирида ишлаб чиқарилган маҳсулот ҳажми;

b – маҳсулот ҳажмини мос ишлаб чиқариш омиллари сонига нисбатини эластиклигини ифодаловчи коэффициент.

Ушбу ишлаб чиқариш функциясида нафақат b_i коэффициентлар иқтисодий маънога эга, балки уларнинг йиғиндиси, яъни эластикликлар йиғиндиси $B = b_1 + b_2 + \dots + b_m$ ҳам иқтисодий маънога эга ва бу йиғинди ишлаб чиқаришнинг эластиклигини умумлаштириб кўрсатувчи катталиқдир.

Масалан,

$$Q = 2,4 \cdot O_1^{0,2} \cdot Q_2^{0,3} \cdot Q_3^{0,5} \cdot \varepsilon,$$

кўринишга эга бўлган ишлаб чиқариш функциясида:

Q –3та (O_1, O_2, O_3) омилар таъсирида ишлаб чиқарилган маҳсулот ҳажми;

O_1 –асосий ишлаб чиқариш фондлари қиймати;

O_2 –ишланган кун, иш куни;

O_3 –ишлаб чиқаришга харажатлар.

O_1 нинг 1%га ортиши билан (O_2, O_3 омилар ўзгармаган ҳолда) алоҳида ишлаб чиқариш омиллари бўйича маҳсулот ҳажмининг эластиклиги ўртача 0,2%ни ташкил этади; O_2 ни 1%га ортиш (O_1, O_3 омилар ўзгармаган ҳолда) 0,3%ни; O_3 ни 1%га ортиш (O_1, O_2 омилар ўзгармаган ҳолда) 0,5%ни ташкил этади. Юқоридаги функция учун $B = b_1 + b_2 + b_3 = 1$. Демак, ишлаб чиқаришнинг ҳар бир омилини 1%га ортиши билан маҳсулот ишлаб чиқариш ҳажми эластиклиги ўртача 1%ни ташкил этади, яъни ишлаб чиқариш %га ўсади.

Амалда ҳар доим ҳам $\sum_{j=1}^m b_j = 1$ бўлавермайди. Бу йиғинди бирдан катт ($B > 1$) ҳам, бирдан кичик ($B < 1$) ҳам бўлиши мумкин. Бундай ҳолатда ҳар бир ишлаб чиқариш омилини 1%га ортиши билан маҳсулот ишлаб чиқариш ҳажми эластиклиги тахминан баҳоланади.

Масалан, агар $Q = 2,4 \cdot O_1^{0,3} \cdot O_2^{0,4} \cdot O_3^{0,5}$ бўлса ҳар бир ишлаб чиқариш омилини 1%га ортиши маҳсулот ишлаб чиқариш ҳажмини тахминан 1,2% ўсишини билдиради.

Эконометрикада регрессион моделлар кўпроқ макро даражадаги иқтисодий кўрсаткичлар асосида қурилади. Моделлаштирилаётган кўрсаткичларга иқтисодий жиҳатдан муҳим омиларни таъсирини баҳолаш масалалари қўйилганда маълумотларнинг чекланганлиги турли муаммолар келтириб чиқаради. Шунинг учун юқори тартибли полиномлар иқтисодиётда кам қўлланилади.

5.4. Кўп омили регрессия тенгламасининг параметрларини баҳолаш

Кўп омили регрессия тенгламаси параметрлари жуфт регрессиядаги каби ЭККУ билан аниқланилади. ЭККУни қўллаб нормал тенгламалар

асосида стандартлашган масштабда қуйидаги регрессия тенгламаси тузилади:

$$t_y = \beta_1 \cdot t_{x_1} + \beta_2 \cdot t_{x_2} + \dots + \beta_p \cdot t_{x_p} + \varepsilon \quad (5.4)$$

бу ерда, $t_y, t_{x_1}, \dots, t_{x_p}$ -стандартлашган ўзгарувчилар, β_i –регрессиянинг стандартлашган коэффициентлари.

Улар қуйидагича аниқланилади:

$$t_y = \frac{y - \bar{y}}{\sigma_y}, \quad t_{x_i} = \frac{x_i - \bar{x}_i}{\sigma_{x_i}}.$$

Ушбу параметрларнинг ўртача қийматлари нолга тенг ($\bar{t}_y = \bar{t}_{x_j} = 0$), ўртача квадратик четланиш эса бирга тенг ($\sigma_{t_y} = \sigma_{t_x} = 1$).

Стандартлаштирилган масштабдаги кўп омилли регрессия тенгламасига ЭККУни қўллаб, мос ўзгартишларни киритгандан сўнг қуйидаги кўринишдаги нормал тенгламалар системасини оламиз:

$$\begin{cases} r_{yx_1} = \beta_1 & + \beta_2 r_{x_2x_1} + \beta_3 r_{x_3x_1} + \dots + \beta_p r_{x_px_1}, \\ r_{yx_2} = \beta_1 r_{x_1x_2} & + \beta_2 & + \beta_3 r_{x_3x_2} + \dots + \beta_p r_{x_px_2}, \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{yx_p} = \beta_1 r_{x_px_1} & + \beta_2 r_{x_px_2} + \beta_3 r_{x_px_3} + \dots & + \beta_p. \end{cases}$$

Ушбу системани детерминантлар усулида ечиб регрессиянинг стандартлаштирилган коэффициентлари - β_i ларни топамиз.

Стандартлаштирилган регрессия коэффициенти - агар x_i омил бошқа омилларнинг ўртача даражаси бир бирликка ўзгарса натижа ўртача канча бирликка ўзгаришини кўрсатади.

Барча ўзгарувчилар марказлашган ва нормаллаштирилган ҳолда берилганлиги учун регрессиянинг стандартлаштирилган коэффициентлари - β_j ларни таққослаш мумкин. Уларни бир-бири билан таққослаб омилларни натижага таъсир кучи бўйича ранжирлаш мумкин. Стандартлаштирилган регрессия коэффициентлари бир-бири билан таққослаш имконияти бўлмаган “тоза” регрессиядан шуниси билан афзалликка эга.

Мисол. Ишлаб чиқариш ҳаражатлари функцияси Y қуйидаги тенглама билан ифодаланган бўлсин (млн. сўм):

$$y = 200 + 1,2 \cdot x_1 + 1,1 \cdot x_2 + \varepsilon,$$

бу ерда: x_1 -асосий ишлаб чиқариш фондлари (млн.сўм);

x_2 -ишлаб чиқаришда банд бўлганлар (киши).

Тенгламани таҳлил қилиб, ишлаб чиқаришда банд бўлганлар сони ўзгармаган ҳолда асосий ишлаб чиқариш фондларининг қиймати 1 млн. сўмга ортиши, ҳаражатларни ўртача 1,2 млн. сўмга кўпайишига, ишлаб чиқаришда банд бўлганларнинг сони биттага ортиши, корхонанинг техник жиҳозланганлиги ўзгармаган ҳолда ҳаражатларни ўртача 1,1 млн. сўмга ўсишига олиб келишини кўриш мумкин. Аммо бу, x_1 омил x_2 омилга нисбатан ишлаб чиқариш ҳаражатларига кўпроқ таъсир қилишини аниқлатмайди. Фараз қилайлик шу масала учун стандартлаштирилган регрессия тенгламаси қуйидагича бўлсин:

$$t_y = 0,5 \cdot t_{x_1} + 0,8 \cdot t_{x_2}.$$

Бу тенглама x_1 омил бир бирликка ўзгарганда банд бўлганлар сони ўзгармаганда маҳсулотга ҳаражатлар ўртача 0,5 бирликка ўзгаришини аниқлатади. $\beta_1 < \beta_2$ ($0,5 < 0,8$) муносабатни эътиборга оладиган бўлсак, оддий регрессия тенгламасидаги каби маҳсулот ишлаб чиқаришга x_1 омил эмас кўпроқ x_2 омил таъсир этади деб ҳулоса қилиш мумкин.

Регрессия тенгламасининг b_i регрессия коэффиценти билан стандартлаштирилган регрессия коэффиценти орасида боғлиқлик мавжуд бўлиб, у қуйидаги кўринишга эга:

$$b_i = \beta_i \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_i}}, \quad (5.5)$$

$$\text{бу ерда: } \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}}; \quad \sigma_{x_i} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}.$$

Ушбу (5.5) формула стандартлаштирилган масштабдаги қуйидаги регрессия тенгламасидан

$$\hat{t}_y = \beta_1 \cdot t_{x_1} + \beta_2 \cdot t_{x_2} + \dots + \beta_p \cdot t_{x_p} \quad (5.6)$$

ўзгарувчилари натурал масштабдаги қуйидаги регрессия тенгламасига ўтиш имкониятини беради,

$$\hat{y} = a + b_1 x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_p \cdot x_p \quad (5.7)$$

Бундан a параметр қуйидагича аниқланилади:

$$a = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}_1 - b_2 \cdot \bar{x}_2 - \dots - b_p \cdot \bar{x}_p$$

Стандартлаштирилган регрессия коэффициентининг маъноси шундан иборатки у моделдан β_j нинг қийматларига қараб энг аҳамиятсиз омилларни чиқариб ташлаш имкониятини беради.

Асосий таянч иборалар

1. Истеъмол	11.Тоза регрессия
2. Даромад	12.Мойиллик
3. Тажриба	13.Эластиклик
4. Ҳосила	14.Детерминант
5. Гипотеза	15.Стандартлашган
6. Саралаш	16.Марказлашган
7. Таннарх	17.Интеркорреляция
8. Вариация	18.Коллениар
9. Детерминация	19.Мультиколлениар
10. Матрица	20.Хусусий корреляция

Такрорлаш учун саволлар ва топшириқлар

1. Кўп омилли регрессия моделларининг хусусиятлари нималардан иборат?
2. Кўп ўлчовли регрессиянинг асосий мақсади нима?
3. Кўп омилли регрессия тенгламаларини тузишда қандай масалала ечилади?

4. Кўп омилли регрессия моделларига киритилувчи омиллар қандай талабларга жавоб бериши керак?
5. Кўп ўлчовли регрессия моделларида эътиборга олинган ва олинмаган омилларнинг таъсири қайси кўрсаткичлар орқали баҳоланади?
6. Кўп ўлчовли регрессия тенгламасида ўзгарувчилар олдидаги параметрларни $y = 200 + 1,2 \cdot x_1 + 1,1 \cdot x_2 + \varepsilon$, тенглама мисолида тушунтириб беринг.
7. “Тоза” регрессия коэффициентлари деб қайси коэффициентларга айтилади ва улар нимани тавсифлайди?
8. Истемол масалаларини ўрганганда b , b_0 , b_1 коэффициентлар нима деб номланади ва улар қандай маънони англатади?
9. Даражали функцияларда эластиклик коэффициентлари нимани англатади?
10. $\hat{y}_x = 0,38 \cdot x_1^{-3,31} \cdot x_2^{1,45}$ регрессия тенгламасини эластикликка боғлаб шарҳлаб беринг.
11. Кўп омилли регрессия тенгламасининг параметрларини баҳолашнинг қандай усуллари мавжуд?
12. Кўп омилли регрессия тенгламасининг параметрларини баҳолашнинг детерминантлар усулини айтиб беринг.
13. Кўп омилли регрессия тенгламасининг параметрларини баҳолашнинг стандартлашган масштабга ўтиш йўли билан ечиш усулини айтиб беринг.
14. Стандартлашган регрессия коэффициентининг маъноси нимадан иборат?
15. $y = 200 + 1,2 \cdot x_1 + 1,1 \cdot x_2 + \varepsilon$, ишлаб чиқариш функциясини эластикликка боғлаб ва шу функция учун $t_y = 0,5 \cdot t_{x_1} + 0,8 \cdot t_{x_2}$ стандартлаштирилган регрессия тенгламасини тавсифлаб, омилларнинг муҳимлик даражаси ҳақида ўз фикрингизни айтинг.
16. Интеркорреляция, мультиколлениарлик деганда нимани тушундингиз, уларни ҳисоблаш нима учун керак?

Мустақил ишлаш учун масала

Дунёнинг 30та мамлакатада аҳолининг ўртача умр кўриш даражаси (y , ёш)ни ЯИМнинг сотиб олиш қобиляти паритети (x_1), аҳолининг аввалги йилга нисбатан қўшимча ўсиш суръати (x_2 , %), ишчи кучининг аввалги йилга нисбатан қўшимча ўсиш суръати (x_3 , %), ёш болалар ўлими даражаси (x_4 , ‰) га боғлиқлиги қуйидаги жадвал маълумотлари асосида ўрганилган:

Мамлакат	y	x_1	x_2	x_3	x_4
1	47	3,0	2,6	2,4	113
2	55	4,3	2,5	2,4	91
3	52	2,4	3,1	3,1	89
4	58	5,1	1,6	2,1	79
5	57	3,4	2,0	1,7	72
6	50	2,0	2,9	2,7	123
7	53	4,5	2,9	2,8	80
8	58	5,1	2,7	2,7	58
9	62	5,2	1,8	2,0	68
10	68	7,4	3,1	4,0	46
11	47	4,9	3,1	2,8	124
12	60	8,3	2,9	3,3	90
13	67	7,0	3,0	3,8	45
14	69	10,8	1,1	1,1	34
15	57	7,8	2,9	3,1	56
16	51	7,6	2,9	2,6	90
17	72	12,1	1,3	2,0	16
18	63	14,2	2,0	2,7	56
19	64	14,1	1,6	2,5	51
20	66	10,6	2,2	2,7	39
21	65	12,4	2,0	2,6	55
22	66	12,4	2,9	3,5	44
23	69	15,6	2,2	3,2	36
24	74	13,1	1,0	1,8	13
25	68	13,5	2,7	2,9	41
26	70	15,6	0,2	0,2	13
27	69	28,0	0,9	1,3	35
28	67	20,7	1,7	2,1	48
29	70	20,0	0,3	0,6	14
30	72	23,7	1,9	2,8	33

Топшириқ:

1. Маълумотларни дисперсион таҳлилни амалга оширинг ва уларни сараланг.
2. Жуфт корреляциялар матричасини тузинг. Қайси омиллар коллинеар эканлигини аниқланг.
3. Омилларни саралашга асослаган ҳолда кўп омилли регрессия тенгламасини тузинг.
4. Корреляцион-регрессион таҳлилни компьютерда ҳам амалга оширинг.

VI-боб. Регрессиянинг хусусий тенгламаси

6.1. Регрессиянинг хусусий тенгламасининг ёзилиши ва эластикликнинг хусусий коэффициентини аниқлаш

$y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_p \cdot x_p + \varepsilon$ - кўп омилли регрессия чизиқли тенгламаси асосида регрессиянинг хусусий тенгламаларини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\begin{cases} y_{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_p} = f(x_1), \\ y_{x_2 \cdot x_1 \cdot x_3 \dots x_p} = f(x_2), \\ \dots \dots \dots \\ y_{x_p \cdot x_1 \cdot x_2 \dots x_{p-1}} = f(x_p). \end{cases}, \quad (6.1)$$

яъни ушбу тенгламалар системаси натижавий белгини мос X омил белги билан, кўп ўлчовли регрессияда эътиборга олинувчи қолган белгиларини ўртача қийматида ушлаб турган ҳолда, боғланишини ифодалайдиган регрессия тенгламаларидан иборат.

Регрессиянинг хусусий тенгламалари қуйидаги кўринишга эга:

$$\begin{cases} y_{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_p} = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot \bar{x}_2 + b_3 \cdot \bar{x}_3 + \dots + b_p \cdot \bar{x}_p + \varepsilon \\ y_{x_2 \cdot x_1 \cdot x_3 \dots x_p} = a + b_1 \cdot \bar{x}_1 + b_2 \cdot \bar{x}_2 + b_3 \cdot \bar{x}_3 + \dots + b_p \cdot \bar{x}_p + \varepsilon \\ \dots \dots \dots \\ y_{x_p \cdot x_1 \cdot x_2 \dots x_{p-1}} = a + b_1 \cdot \bar{x}_1 + b_2 \cdot \bar{x}_2 + \dots + b_{p-1} \bar{x}_{p-1} + b_p \cdot \bar{x}_p + \varepsilon \end{cases} \quad (6.2)$$

Ушбу тенгламаларга мос омилларнинг ўртача қийматларини қўйиб чиқсак, улар жуфт чизиқли регрессия тенгламасининг кўринишини олиб қуйидагича ифодаланади:

$$\begin{cases} \hat{y}_{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_p} = A_1 + b_1 \cdot x_1, \\ \hat{y}_{x_2 \cdot x_1 \cdot x_3 \dots x_p} = A_2 + b_2 \cdot x_2, \\ \dots \dots \dots \\ \hat{y}_{x_p \cdot x_1 \cdot x_2 \dots x_{p-1}} = A_p + b_p \cdot x_p \end{cases},$$

бу ерда,

$$\begin{cases} A_1 = a + b_2 \cdot \bar{x}_2 + b_3 \cdot \bar{x}_3 + \dots + b_p \cdot \bar{x}_p \\ A_2 = a + b_1 \cdot \bar{x}_1 + b_3 \cdot \bar{x}_3 + \dots + b_p \cdot \bar{x}_p \\ \dots \dots \dots \\ A_p = a + b_1 \cdot \bar{x}_1 + b_2 \cdot \bar{x}_2 + \dots + b_{p-1} \bar{x}_{p-1} \end{cases}$$

Жуфт регрессиядан регрессиянинг хусусий тенгламасини фарқи шундан иборатки, у омилларни натижага алоҳида –алоҳида таъсирини тавсифлайди, чунки бир омилни таъсирини ўрганилаётганда қолганлари ўзгармас ҳолда ушлаб турилади. Қолган омилларни таъсир даражаси кўп омилли регрессия тенгламасининг озод ҳадида ҳисобга олинади. Бундай ҳолат регрессиянинг хусусий тенгламаси асосида эластикликнинг хусусий коэффицентини аниқлаш имконини беради, у қуйидагича ифодаланadi:

$$\hat{Y}_{y x_i} = b_i \frac{x_i}{\hat{y}_{x_i, x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_p}}, \quad (6.3)$$

бу ерда: b_i - кўп омилли регрессия тенгламасида x_i омил учун регрессия коэффицентини;

$\hat{y}_{x_i, x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_p}$ - регрессиянинг хусусий тенгламаси.

Мисол. Республиканинг қатор ҳудудларида маълум бир маҳсулот импорти ҳажми(y)ни шу маҳсулотнинг ишлаб чиқариш ҳажми(x_1), захиралари ҳажмининг ўзгариши(x_2) ва ички бозордаги истеъмоли(x_3)га нисбатан кўп омилли регрессияси қуйидаги тенглама билан ифодаланган бўлсин:

$$\hat{y} = -66,028 + 0,135 \cdot x_1 + 0,476 \cdot x_2 + 0,343 \cdot x_3.$$

Омилларнинг ўртача қийматлари қуйидагича бўлсин:

$$\bar{y} = 31,5; \quad \bar{x}_1 = 245,7; \quad \bar{x}_2 = 3,7; \quad \bar{x}_3 = 182,5.$$

Берилган маълумотлар асосида тўплам бўйича ўртача эластиклик кўрсаткичини (6.3) дан фойдаланиб топиш мумкин, яъни

$$\bar{\varepsilon}_{y x_i} = b_i \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}_{x_i}}.$$

Қараланаётган мисолдаги биринчи кўрсаткич учун ўртача эластиклик коэффицентини қуйидагига тенг:

$$\bar{\varepsilon}_{y x_1} = 0,135 \cdot \frac{245,7}{31,5} = 1,053\%,$$

яъни, маҳаллий ишлаб чиқариш ҳажми 1%га ўсганда, захира ҳажми ва истеъмол ўзгармаган ҳолда импорт ҳажми регионлар тўплами бўйича 1,053%га ўсади.

Иккинчи ўзгарувчи учун эластиклик коэффициентлари тенг:

$$\bar{\epsilon}_{y,x_2} = 0,476 \cdot \frac{3,7}{31,5} = 0,056\%$$

яъни, захиранинг ўзгариши 1%га ўсганда, ишлаб чиқариш ва ички истеъмол ўзгармаганда, импорт ҳажми ўртача 0,056% га кўпаяди.

Учинчи ўзгарувчи учун эса эластиклик коэффициентлари қуйидагига тенг:

$$\bar{\epsilon}_{y,x_3} = 0,343 \cdot \frac{182,5}{31,5} = 1,987\%$$

яъни, ички истеъмолни 1% га ўсиши, ишлаб чиқариш ҳажми ва захира миқдори ўзгармаган ҳолда, импорт ҳажмини 1,987% га ортисини кўрсатади.

Эластикликнинг ўртача кўрсаткичларини бир-бирлари билан таққослаш мумкин ва мос равишда омилларни натижага таъсир кучига қараб тартиб билан жойлаштириш(ранжирлаш) мумкин. Мисолимизда натижага (импорт ҳажмига) энг кўп таъсир этувчи ўзгарувчи, бу маҳсулотни истеъмол ҳажми - x_3 , энг кам таъсир этувчи омил эса захираларнинг ўзгариши - x_2 . Барча регионлар бўйича эластикликнинг ўртача кўрсаткичи билан бир қаторда регрессиянинг хусусий тенгламаси асосида ҳар бир регион учун хусусий эластиклик коэффициентларини ҳисоблаш мумкин.

Бизнинг мисолимиз учун регрессиянинг хусусий тенгламаси қуйидагилардан иборат бўлади:

- биринчи омил учун,

$$\hat{y}_{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3} = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot \bar{x}_2 + b_3 \cdot \bar{x}_3,$$

яъни $\hat{y}_{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3} = -66,028 + 0,135 \cdot x_1 + 0,476 \cdot 3,7 + 0,343 \cdot 182,5 = -1,669 + 0,135 \cdot x_1$;

- иккинчи омил учун,

$$\hat{y}_{x_2 \cdot x_1 \cdot x_3} = a + b_1 \cdot \bar{x}_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot \bar{x}_3,$$

яъни $\hat{y}_{x_2 \cdot x_1 \cdot x_3} = -66,028 + 0,135 \cdot 245,7 + 0,476 \cdot x_2 + 0,343 \cdot 182,5 = 29,739 + 0,476 \cdot x_2$;

-учинчи омил учун,

$$\hat{y}_{x_3, x_1, x_2} = a + b_1 \bar{x}_1 + b_2 \cdot \bar{x}_2 + b_3 x_3,$$

$$\text{яъни } \hat{y}_{x_3, x_1, x_2} = -66,028 + 0,135 \cdot 245,7 + 0,476 \cdot 3,7 + 0,343 \cdot x_3 = -31,097 + 0,343 \cdot x_3$$

Ушбу тенгламаларга мос омилларнинг регионлар бўйича ҳақиқий қийматларини кўйиб, битта омилни берилган қийматида бошқа қолган омилларнинг ўртача қийматида моделлаштирилувчи \hat{y} кўрсаткичнинг қийматини топамиз. Бу натижавий белгининг ҳисобланган қиймати юқоридаги келтирилган формулалар бўйича эластикликнинг хусусий коэффициентларини топиш учун қўлланилади.

Масалан, агар регионда $x_1 = 160,2$; $x_2 = 4,0$; $x_3 = 190,5$ бўлса, y ҳолда эластикликнинг хусусий коэффициентлари қуйидагиларга тенг бўлади:

$$\dot{Y}_{y_{x_1}} = b_1 \cdot \frac{x_1}{\hat{y}_{x_1, x_2, x_3}}, \quad \text{ёки} \quad \mathcal{E}_{y_{x_1}} = 0,135 \cdot \frac{160,2}{-1,669 + 0,135 \cdot 160,2} = 1,084\%;$$

$$\dot{Y}_{y_{x_2}} = b_2 \cdot \frac{x_2}{\hat{y}_{x_2, x_1, x_3}}, \quad \text{ёки} \quad \mathcal{E}_{y_{x_2}} = 0,476 \cdot \frac{4,0}{29,739 + 0,476 \cdot 4,0} = 0,060\%;$$

$$\dot{Y}_{y_{x_3}} = b_3 \cdot \frac{x_3}{\hat{y}_{x_3, x_1, x_2}}, \quad \text{ёки} \quad \mathcal{E}_{y_{x_3}} = 0,343 \cdot \frac{190,5}{-31,097 + 0,343 \cdot 190,5} = 1,908\%.$$

Кўришиб турибдики, регионлар учун эластикликнинг хусусий коэффициентлари, регионларнинг барчаси бўйича ҳисобланган ўртача эластиклик кўрсаткичларидан фарқ қилади. Улар алоҳида ҳудудларни ривожлантириш учун қарорлар қабул қилишда фойдаланилади.

6.2. Кўп омилли корреляция

Кўп омилли регрессия тенгламасининг амалий аҳамияти кўп омилли корреляция коэффициенти ва унинг квадрати -детерминация коэффициенти ёрдамида баҳоланади.

Кўп омилли корреляция коэффициенти қаралаётган омиллар тўпламини ўрганилаётган белгига боғланиш даражасини тавсифлайди, яъни омилларни биргаликда натижавий белгига таъсир кучини тавсифлаб беради.

Кўп омили корреляция кўрсаткичи ўзаро боғланиш шаклларида катъий назар кўп ўлчовли корреляция индекси каби аниқланиши мумкин:

$$R_{yx_1x_2\dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{qol}^2}{\sigma_y^2}}, \quad (6.4)$$

бу ерда: $\sigma_{qol}^2 - y = f(x_1, x_2, \dots, x_p)$ тенглама учун қолдиқ дисперсия,

$$\sigma_{qol}^2 = \frac{\sum (y - \hat{y}_{x_1x_2\dots x_p})^2}{n};$$

σ_y^2 - натижавий белгининг умумий дисперсияси, $\sigma_y = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}$.

Кўп омили корреляция индексини тузиш методикаси жуфт боғланишни кига ўхшаш. Унинг ўзгариш чегараси ҳам 0 дан 1 гача. У 1 га канчалик яқин бўлса натижавий белгининг барча омилар билан боғланиш даражаси шунчалик юқори бўлади. Кўп омили корреляция индексининг қиймати жуфт омили корреляциялар индексларининг максимал қийматидан катта ёки унга тенг бўлиши керак, яъни,

$$R_{yx_1x_2\dots x_p} \geq r_{yx_i(\max)} \quad (i = \overline{1, p}).$$

Боғланиш чизиқли бўлганда корреляция индекси формуласини жуфт корреляция коэффициентини орқали қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$R_{yx_1x_2\dots x_p} = \sqrt{\sum \beta_{x_i} \cdot r_{yx_i}}. \quad (6.5)$$

бу ерда: β_{x_i} - регрессиянинг стандартлашган коэффициентини;

r_{yx_i} - натижанинг ҳар бир оми билан жуфт корреляция коэффициентини.

Чизиқли регрессия учун кўп омили корреляция индекси формуласи кўп омили чизиқли корреляция коэффициентини ёки корреляция коэффициентини тўплами деб номланади.

Чизиқсиз боғланиш учун ҳам кўп омили корреляция индекси корреляция коэффициентини тўпламига тенг бўлиши мумкин. Фирма учун даромад модели у қуйидаги кўринишга эга бўлса:

$$y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot \ln x_2 + b_3 \cdot \ln x_3 + b_4 \cdot \ln x_4 + \varepsilon,$$

бу ерда: x_1 -реклама учун харажатлар;

x_2 -фирма капитали;

x_3 -регион бўйича сотилган маълум бир гуруҳ товарларни фирманинг умумий маҳсулотларидаги улуши;

x_4 -фирманинг аввалги йилга нисбатан сотилган маҳсулотлари ҳажмининг кўпайиш фоизи.

x_1 омил чизикли, x_2, x_3, x_4 - омиллар логарифмик шаклда берилгани билан боғланиш кучини баҳолаш чизикли кўп омилли корреляция коэффициентлари ёрдамида амалга оширилиши мумкин. Агар қаралаётган модель стандартлаштирилган кўридаги кўринишда бўлса:

$$t_y = -0,4 \cdot t_{x_1} + 0,5 \cdot t_{x_2} + 0,4 \cdot t_{x_3} + 0,3 \cdot t_{x_4},$$

даромадни унга таъсир этувчи ҳар бир омил билан жуфт корреляцияси эса

$$r_{yx_1} = -0,6; \quad r_{y \ln x_2} = 0,7; \quad r_{y \ln x_3} = 0,6; \quad r_{y \ln x_4} = 0,4.$$

бўлса, у ҳолда кўп омилли детерминация коэффициентлари (6.5) кўридагига тенг бўлади:

$$R^2_{yx_1x_2x_3x_4} = -0,4 \cdot (-0,6) + 0,5 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,6 + 0,3 \cdot 0,4 = 0,95.$$

Ҳудди шундай натижани натижавий белгининг қолдиқ ва умумий дисперсиялари нисбати бўйича аниқланган кўп омилли детерминация индекси орқали ҳам олиш мумкин.

6.3. Хусусий корреляция

Юқорида кўриб ўтилганидек, кўп омилли чизикли регрессияда катнашувчи омилларни ранжирлаш регрессиянинг стандартлаштирилган коэффициентлари (β) орқали ҳам амалга оширилиши мумкин. Бунга, чизикли боғланишлар учун, хусусий корреляция коэффициентлари орқали ҳам эришиш мумкин. Ўрганилаётган белгилар чизикли боғланишларда бўлмаган ҳолатларда эса бу вазифани хусусий детерминация коэффициентлари бажаради. Бундан ташқари, хусусий корреляция

коэффициентлари омилларни саралаш муаммоларини ечишда қўлланилади, яъни у ёки бу омилни моделга киритиш масаласи хусусий корреляция коэффициентлари орқали исботлаб берилади.

Хусусий корреляция коэффициенти(ёки индекси) натижа билан регрессия тенгламасига киритилган битта омил орасидаги боғланиш кучини, бошқа омиллар таъсири ўзгармаган ҳолда, тавсифлайди.

Хусусий корреляция коэффициентлари таҳлил учун моделга киритилган янги омил ҳисобига камайган қолдиқ дисперсияни янги омил киритилмасдан олдинги қолдиқ дисперсияга бўлган нисбатига тенг.

Мисол. Фараз қилайлик, маҳсулот ҳажми(y)нинг меҳнат харажатлари(x_i)га боғлиқлиги

$$\hat{y}_{x_1} = 27,5 + 3,5 \cdot x_1, \quad r_{yx_1} = 0,58$$

тенглама билан ифодалансин.

Ушбу тенгламага x_1 нинг ҳақиқий қийматларини қўйиб, маҳсулот ҳажми \hat{y}_{x_1} нинг назарий қиймати ва унга мос келувчи қолдиқ дисперсия σ^2 қийматини топамиз:

$$\sigma_{yx_1}^2 = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_{x_1})^2}{n}.$$

Регрессия тенгламасига қўшимча x_2 -ишлаб чиқаришни техник таъминланганлик даражаси омилини киритиб, қуйидаги регрессия тенгламасини оламиз:

$$\hat{y}_{x_1 x_2} = 20,2 + 2,8 \cdot x_1 + 0,2 \cdot x_2 \quad . \quad (6.6)$$

Табиийки, бу тенглама учун қолдиқ дисперсия камаяди, Фараз қилайлик аввалги қолдиқ дисперсия $\sigma_{yx_1}^2 = 6$ бўлган бўлса, иккинчи омил киритилгандан сўнг $\sigma_{yx_1 x_2}^2 = 3,7$ бўлган. Демак, моделга қанча кўп омил киритилса қолдиқ дисперсиянинг қиймати шунча камаяди. x_2 қўшимча омилнинг киритилиши натижасида қолдиқ дисперсиянинг камайиши $\sigma_{yx_1}^2 - \sigma_{yx_1 x_2}^2 = 2,3$ га тенг бўлади.

Қўшимча омил киритилишига қадар бўлган дисперсия- $\sigma_{yx_1}^2$ да бу камайишнинг ҳиссаси қанча кўп бўлса, у билан x_2 орасидаги боғланиш, x_1 омилининг таъсири ўзгармас бўлганда, шунча зич бўлади. Бу миқдорни квадрат илдиз остидан чиқарсак, бизга у ни x_2 билан боғланиш зичлигини “тоза” кўринишда ифодаловчи хусусий корреляция индексини беради.

Демак, x_2 омилни у натижага тоза таъсирини қуйидагича аниқлаш мумкин:

$$r_{yx_2x_1} = \sqrt{\frac{\sigma_{yx_1}^2 - \sigma_{yx_1x_2}^2}{\sigma_{yx_1}^2}}.$$

x_1 омилнинг у натижага хусусий таъсири ҳам худди шу каби аниқланилади:

$$r_{yx_1x_2} = \sqrt{\frac{\sigma_{yx_2}^2 - \sigma_{yx_1x_2}^2}{\sigma_{yx_2}^2}}.$$

Агар $\sigma_{yx_2}^2 = 5$ деб олсак, у ҳолда (6.6) тенглама учун хусусий корреляция коэффициентлари қуйидагича бўлади:

$$r_{yx_1x_2} = \sqrt{\frac{5-3,7}{5}} = 0,51 \quad \text{ва} \quad r_{yx_2x_1} = \sqrt{\frac{6-3,7}{6}} = 0,619.$$

Олинган натижаларни таққослаб кўрсак, маҳсулот ҳажмига кўпроқ корхонанинг техник таъминоти таъсир этишини кўришимиз мумкин.

Агар қолдиқ дисперсияни $\sigma_{qol}^2 = \sigma_y^2(1-r)^2$ кўринишда детерминация коэффициенти орқали ифодаласак, у ҳолда хусусий корреляция коэффициенти формуласи қуйидагича кўринишга эга бўлади:

$$r_{yx_1x_2} = \sqrt{\frac{\sigma_{yx_2}^2 - \sigma_{yx_1x_2}^2}{\sigma_{yx_2}^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{yx_1x_2}^2}{\sigma_{yx_2}^2}} = \sqrt{1 - \frac{1 - R_{yx_1x_2}^2}{1 - R_{yx_2}^2}},$$

ва мос равишда x_2 учун

$$r_{yx_2x_1} = \sqrt{1 - \frac{1 - R_{yx_1x_2}^2}{1 - R_{yx_1}^2}}.$$

Юқоридаги хусусий корреляция коэффициентлари биринчи тартибли хусусий корреляция коэффициентлари(индекслари) деб аталади. Улар икки ўзгарувчининг боғланиш кучини, омиллардан бири ўзгармас бўлган ҳолда, аниқлаш имконини беради.

Агар p дана омиллардан иборат бўлган регрессияни кўрадиган бўлсак, у ҳолда биринчи тартибли хусусий корреляция коэффициентларидан ташқари иккинчи, учинчи ва ҳ.к. $(p-1)$ -тартибли хусусий корреляция коэффициентларини аниқлаш мумкин. Яъни, натижавий белгига x_1 омилнинг таъсирини қолган омилларни қуйидаги турлича боғлиқ бўлмаган ҳолатларидаги таъсирини баҳолаш мумкин:

$r_{yx_1 \cdot x_2}$ - x_2 омилни ўзгарманган ҳолда таъсирида;

$r_{yx_1 \cdot x_2 x_3}$ - x_2 ва x_3 омиллар ўзгармаган ҳолда таъсирида;

$r_{yx_1 \cdot x_2 x_3 \dots x_p}$ - регрессия тенгласига киритилган барча омилларни ўзгармаган ҳолатдаги таъсирида.

Умумий кўринишда p омилли $y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_p \cdot x_p + \varepsilon$, тенглама учун y га x_i – омилни, бошқа омиллар ўзгармаган ҳолатда, таъсир кучини ўлчовчи хусусий корреляция коэффициентини қуйидаги формула бўйича аниқлаш мумкин:

$$r_{yx_i \cdot x_1 x_2 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{1 - R_{yx_1 x_2 \dots x_i \dots x_p}^2}{1 - R_{yx_1 x_2 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_p}^2}},$$

бу ерда: $R_{yx_1 x_2 \dots x_p}^2$ - p омиллар комплексининг натижа билан кўп омилли детерминация коэффициенти;

$R_{yx_1 x_2 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_p}$ - x_i омилни моделга киритилмаган ҳолатдаги детерминация коэффициенти.

$i=1$ бўлганда хусусий корреляция коэффициенти қуйидаги кўринишни олади:

$$r_{yx_1x_2\dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{1 - R_{yx_1x_2\dots x_p}^2}{1 - R_{yx_2\dots x_p}^2}}$$

Ушбу хусусий корреляция коэффициенти у ва x_1 ни боғланиш кучини, регрессия тенгламасига киритилган бошқа омиллар ўзгармаган ҳолда, ўлчаш(аниқлаш) имкониятини беради.

Хусусий корреляция коэффициентининг тартиби натижавий белгига таъсири ўзгармас ҳолатда ушлаб туриладиган омиллар сони билан аниқланилади. Масалан, $r_{yx_1x_2}$ - биринчи тартибли хусусий корреляция коэффициенти. Бундан келиб чиққан ҳолда жуфт корреляция коэффициенти нолинчи тартибли коэффициент дейилади.

Юқорироқ тартибли хусусий корреляция коэффициентларини қуйи тартибли хусусий корреляция коэффициентлари орқали қуйидаги рекуррент формула ёрдамида аниқлаш мумкин:

$$r_{yx_i \cdot x_1x_2\dots x_p} = \frac{r_{yx_i \cdot x_1x_2\dots x_{p-1}} - r_{yx_p \cdot x_1x_2\dots x_{p-1}} \cdot r_{x_i x_p \cdot x_1x_2\dots x_{p-1}}}{\sqrt{(1 - r_{yx_p \cdot x_1x_2\dots x_{p-1}}^2) \cdot (1 - r_{x_i x_p \cdot x_1x_2\dots x_{p-1}}^2)}}.$$

Икки омиллида ва $i=1$ бўлганда ушбу формула қуйидаги кўринишда бўлади:

$$r_{yx_1x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2}^2) \cdot (1 - r_{x_1x_2}^2)}}.$$

Мос равишда $i=2$ ва омил иккита бўлганда у ни x_2 омил билан хусусий корреляция коэффициентини қуйидаги формула билан аниқлаш мумкин:

$$r_{yx_2x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2) \cdot (1 - r_{x_1x_2}^2)}}.$$

Уч омилли регрессия тенгламаси учун иккинчи тартибли хусусий корреляция коэффициенти биринчи тартибли хусусий корреляция коэффициенти асосида аниқланилади.

$$y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_p \cdot x_p + \varepsilon,$$

тенгламада ҳар бири рекуррент формула асосида аниқланадиган учта иккинчи тартибли хусусий корреляция коэффициентини аниқлаш мумкин, улар:

$$r_{yx_1 \cdot x_2 \cdot x_3}; \quad r_{yx_2 \cdot x_1 \cdot x_3}; \quad r_{yx_3 \cdot x_1 \cdot x_2};$$

Масалан, $i=1$ бўлганда $r_{yx_1 \cdot x_2 \cdot x_3}$ ни ҳисоблаш учун қуйидаги формула қўлланилади:

$$r_{yx_1 \cdot x_2 \cdot x_3} = \frac{r_{yx_1 x_2} - r_{yx_3 x_2} \cdot r_{x_1 x_2 x_3}}{\sqrt{(1 - r_{yx_3 x_2}^2) \cdot (1 - r_{x_1 x_2 x_3}^2)}}.$$

Мисол. Фараз қилайлик, газета тиражи(y)ни газетани сотишдан тушадиган даромад(x_1)га, редакция ходимлари сони(x_2)га, регионда тарқатиладиган бошқа газеталар орасида газетанинг рейтингини(x_3)га боғлиқлиги ўрганилаётган бўлсин. Бу ҳолатда жуфт корреляция коэффициентлари матрицаси қуйидагича бўлган бўлсин:

$$\begin{bmatrix} 1 & & & \\ r_{yx_1} = 0,69 & 1 & & \\ r_{yx_2} = 0,58 & r_{x_1 x_2} = 0,46 & 1 & \\ r_{yx_3} = 0,55 & r_{x_1 x_3} = 0,50 & r_{x_2 x_3} = 0,41 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ушбу маълумотлардан келиб чиққан ҳолда биринчи ва иккинчи тартибли хусусий корреляция коэффициентларини топамиз.

Натижавий белги(y)нинг x_1 ва x_2 га боғлиқлигининг биринчи тартибли хусусий корреляция коэффициентларини ҳисоблаймиз.

$$r_{yx_1 \cdot x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2}^2) \cdot (1 - r_{x_1 x_2}^2)}} = \frac{0,69 - 0,58 \cdot 0,46}{\sqrt{(1 - 0,58^2) \cdot (1 - 0,46^2)}} = 0,585,$$

бу натижа x_2 омилни бир хил даражада ушлаб турилганда y ва x_1 ларнинг корреляцияси анча паст (0,585 0,69га нисбатан) эканлигини кўрсатади.

$$r_{yx_2 \cdot x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2) \cdot (1 - r_{x_1 x_2}^2)}} = \frac{0,58 - 0,69 \cdot 0,46}{\sqrt{(1 - 0,69^2) \cdot (1 - 0,46^2)}} = 0,409,$$

яъни, x_1 омилни бир хил даражада ушлаб турилганда натижавий белги у га x_2 омилнинг таъсири унча юқори эмас (0,409 0,58га нисбатан).

$$r_{yx_1 \cdot x_3} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_3} \cdot r_{x_1x_3}}{\sqrt{(1-r_{yx_3}^2) \cdot (1-r_{x_1x_3}^2)}} = \frac{0,69 - 0,55 \cdot 0,50}{\sqrt{(1-0,55^2) \cdot (1-0,50^2)}} = 0,574,$$

бу натижа x_3 омилни бир хил даражада ушлаб турганда натижавий белги у га x_1 омилнинг корреляцияси жуфт корреляцияга нисбатан x_1 ва x_3 омиллар орасида ўртача бўлсада боғлиқлик борлиги сабабли анча камайганлигини (0,574 0,69га нисбатан) кўрсатади;

$$r_{yx_2 \cdot x_3} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_3} \cdot r_{x_2x_3}}{\sqrt{(1-r_{yx_3}^2) \cdot (1-r_{x_2x_3}^2)}} = \frac{0,58 - 0,55 \cdot 0,41}{\sqrt{(1-0,55^2) \cdot (1-0,41^2)}} = 0,465,$$

яъни, x_3 омилни бир хил даражада ушлаб турилганда натижавий белги у га x_2 омилнинг таъсири унча юқори эмас (0,465 0,58га нисбатан);

$$r_{yx_3 \cdot x_1} = \frac{r_{yx_3} - r_{yx_1} \cdot r_{x_3x_2}}{\sqrt{(1-r_{yx_1}^2) \cdot (1-r_{x_3x_2}^2)}} = \frac{0,55 - 0,69 \cdot 0,50}{\sqrt{(1-0,69^2) \cdot (1-0,50^2)}} = 0,327,$$

бу натижадан x_1 омилни у га таъсири бирдек бўлиб турганда, x_3 нинг у билан корреляцияси камайганлигини кўрсатади (0,327 0,55га нисбатан);

$$r_{yx_3 \cdot x_2} = \frac{r_{yx_3} - r_{yx_2} \cdot r_{x_3x_2}}{\sqrt{(1-r_{yx_2}^2) \cdot (1-r_{x_3x_2}^2)}} = \frac{0,55 - 0,58 \cdot 0,41}{\sqrt{(1-0,58^2) \cdot (1-0,41^2)}} = 0,420,$$

яъни, x_2 омилнинг таъсири ўзгармаган ҳолда x_3 омилнинг у натижавий белгини таъсири унча ахамиятга эга эмас (0,55 0,420га нисбатан).

Иккинчи тартибли хусусий корреляция коэффициентларини ҳисоблаб чиқамиз.

$$r_{yx_1 \cdot x_2 \cdot x_3} = \frac{r_{yx_1x_2} - r_{yx_3 \cdot x_2} \cdot r_{x_1x_3x_2}}{\sqrt{(1-r_{yx_3 \cdot x_2}^2) \cdot (1-r_{x_1x_3x_2}^2)}} = \frac{0,585 - 0,420 \cdot 0,385}{\sqrt{(1-0,420^2) \cdot (1-0,385^2)}} = 0,505,$$

бу натижа x_2 ва x_3 омиллар ўзгармас бўлган ҳолда x_1 нинг у билан корреляцияси биринчи тартибли хусусий корреляцияга нисбатан (x_2 омил ўзгармас бўлган ҳолда) янада камайганлигини кўрсатади: 0,69; 0,585 ва 0,505.

$$r_{y_{x_2 \cdot x_1} x_3} = \frac{r_{yx_2 \cdot x_1} - r_{yx_3 \cdot x_1} \cdot r_{x_2 \cdot x_3 \cdot x_1}}{\sqrt{(1 - r_{yx_3 \cdot x_1}^2) \cdot (1 - r_{x_2 \cdot x_3 \cdot x_1}^2)}} = \frac{0,409 - 0,327 \cdot 0,234}{\sqrt{(1 - 0,327^2) \cdot (1 - 0,234^2)}} = 0,362,$$

бу ҳолатда аввалги ҳисоблашларга караганда x_1 омилни таъсири ўзгармас бўлганда x_2 билан у нинг корреляцияси 0,409 бўлган эди, x_1 ва x_3 омилларнинг таъсирлари ўзгармас бўлган ҳолатда эса корреляция 0,362гача камайганини кўриш мумкин.

$$r_{y_{x_3 \cdot x_1} x_2} = \frac{r_{yx_3 \cdot x_1} - r_{yx_2 \cdot x_1} \cdot r_{x_2 \cdot x_3 \cdot x_1}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2 \cdot x_1}^2) \cdot (1 - r_{x_2 \cdot x_3 \cdot x_1}^2)}} = \frac{0,327 - 0,409 \cdot 0,234}{\sqrt{(1 - 0,409^2) \cdot (1 - 0,234^2)}} = 0,261,$$

бу ҳолатда эса x_1 омил ўзгармас бўлаганда x_3 билан у нинг жуфт корреляцияси 0,55дан 0,327га камайган эди, x_1 ва x_2 омилларнинг ўзгармаган ҳолатида x_3 нинг у билан корреляцияси 0,261га тенг бўлди. Ҳисоблаш натижаларидан у нинг x_1 , x_2 ва x_3 омиллар билан иккинчи тартибли хусусий корреляцияси(0,505; 0,362 ва 0,261) жуфт корреляциясига нисбатан(0,69; 0,58 ва 0,55) камайганлигини кўриш мумкин.

Реккурент формула билан ҳисобланган хусусий корреляция коэффициентлари -1 дан +1гача бўлган ораликда ўзгаради, кўп омилли детерминация коэффициенти формуласида ҳисобланганлари эса [0,1] оралиғида ўзгаради. Уларни бир-бирлари билан таққослаш омилларни натижа билан боғланиш кучи бўйича ранжирлаш(тартиблаштириш) имконини беради. Хусусий корреляция коэффициентлари стандартлаштирилган регрессия коэффициентлари (β -коэффициентлар) асосида, омилларни натижага таъсири бўйича ранжирланганлигини тасдиқлаган ҳолда, кўп омилли детерминация коэффициентларидан фарқли равишда ҳар бир омилни натижа билан боғланиш зичлигини аниқ ўлчамини тоза ҳолда беради.

Агар $\hat{t}_y = \beta_{x_1} \cdot t_{x_1} + \beta_{x_2} \cdot t_{x_2} + \beta_{x_3} \cdot t_{x_3}$ стандартлаштирилган регрессия тенгламасидан $\beta_{x_1} > \beta_{x_2} > \beta_{x_3}$ эканлиги келиб чиқса, яъни натижага таъсир

кучи бўйича омилларнинг тартиби x_1, x_2, x_3 бўлса, хусусий корреляция коэффициентлари ҳам худди шу тартибда $r_{yx_1 \cdot x_2 \cdot x_3} > r_{yx_2 \cdot x_1 \cdot x_3} > r_{yx_3 \cdot x_1 \cdot x_2}$ бўлади.

Хусусий корреляция ва регрессиянинг стандартлаштирилган коэффициентларининг ўзаро мувофиқлиги икки омилли таҳлилда уларнинг формулаларини таққослаганда яққол кўринади. Стандартлаштирилган масштабдаги $\hat{t}_y = \beta_{x_1} \cdot t_{x_1} + \beta_{x_2} \cdot t_{x_2}$ регрессия тенгламаси учун β -коэффициентлар қуйидаги нормал тенгламалар системасининг ечимидан келиб чиқиб қуйидаги формулалар ёрдамида аниқланиши мумкин:

$$\begin{cases} \beta_{x_1} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}, \\ \beta_{x_2} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2} \end{cases}$$

Уларни $r_{yx_1x_2}$ ва $r_{yx_2x_1}$ хусусий корреляция коэффициентларини ҳисоблашнинг рекуррент формулалари билан таққослаб, қуйидагиларни олиш мумкин:

$$r_{yx_1x_2} = \beta_{x_1} \cdot \sqrt{\frac{1 - r_{x_1x_2}^2}{1 - r_{yx_2}^2}}, \quad r_{yx_2x_1} = \beta_{x_2} \cdot \sqrt{\frac{1 - r_{x_1x_2}^2}{1 - r_{yx_1}^2}}.$$

Бошқача айтганда, икки омилли таҳлилда хусусий корреляция коэффициентлари регрессиянинг стандартлаштирилган коэффициентларини фиксирланган омилнинг омил ва натижа бўйича қолдиқ дисперсиялари улушларининг нисбатларини квадрат илдиздан чиқарилганига кўпайтирилганига тенг.

Эконометрикада хусусий корреляция коэффициентлари одатда алоҳида ўзи ҳеч қандай аҳамиятга эга эмас. Асосан улар моделларни шакллантиришда, хусусан омилларни саралашда фойдаланилади. Кўп омилли моделларни қуришда, масалан, ўзгарувчиларни йўқотиш усули билан қуришда, биринчи қадамда барча омилларни эътиборга олган регрессия тенгламаси тuzилади ва хусусий корреляция коэффициентлари матрицаси

хисобланади. Иккинчи кадамда Стъюдент t-критерияси бўйича хусусий корреляция кўрсаткичининг қиймати энг кичик ва аҳамиятсиз бўлган омил сараланади. Уни моделдан чиқариб ташлаб янги регрессия тенгламаси тузилади. Бу амалларни бажариш барча хусусий корреляция коэффициентлари нолга яқинлашгинича давом эттирилади. Агар муҳим бўлмаган омиллар чиқариб ташланган бўлса, у ҳолда кетма-кет икки кадамда тузилган регрессия моделининг кўп омилли детерминация коэффициентлари бир-биридан деярли фарқ қилмайди, яъни $R_{p+1}^2 \approx R_p^2$, бу ерда p -омиллар сони.

Юқоридаги хусусий корреляция коэффициенти формулаларидан бу кўрсаткичларни корреляция коэффициентлари билан боғлиқлигини кўриш мумкин. Хусусий корреляция коэффициентларини(кетма-кет биринчи, иккинчи ва юқори тартибларини) билган ҳолда қуйидаги формуладан фойдаланиб корреляция коэффициентлари тўпламини аниқлаш мумкин:

$$R_{yx_1x_2\dots x_p} = (1 - (1 - r_{yx_1}^2) \cdot (1 - r_{yx_2 \cdot x_1}^2) \cdot (1 - r_{yx_3 \cdot x_1x_2}^2) \dots (1 - r_{yx_p \cdot x_1x_2\dots x_{p-1}}^2))^{1/2}.$$

Натижавий белги ўрганилаётган омилларга тўлиқ боғлиқ бўлганда уларни биргаликдаги таъсири коэффициентлари бирга тенг бўлади. Таҳлилга омилларни кетма-кет киритилиши натижасида ҳосил бўлган натижавий белгининг қолдиқ вариацияси улуши бирдан айрилади $(1 - r^2)$. Натижада илдиз остидан чиқарилган ифода барча ўрганилаётган омилларни биргаликдаги таъсирини тавсифлайди.

Юқорида келтирилган уч омилли мисолда кўп омилли корреляция коэффициенти қиймати 0,770га тенг,

$$R_{yx_1x_2x_3} = (1 - (1 - 0,69) \cdot (1 - 0,409) \cdot (1 - 0,261))^{1/2} = 0,770.$$

Кўп омилли корреляция коэффициенти қиймати ҳар доим хусусий корреляция коэффициентининг қийматидан катта(ёки тенг) бўлади. Бизнинг мисолимизда хусусий корреляция коэффициенти 0,505га, кўп омилли корреляция коэффициенти 0,770га тенг.

6.4. Кўп омили регрессия ва корреляция натижаларининг ишончлилигини баҳолаш

Кўп омили регрессия тенгламасининг муҳимлиги жуфт регрессия каби Фишернинг F –критерияси:

$$F = \frac{D_{\text{хақ}}}{D_{\text{қол}}} = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m},$$

ёрдамида баҳоланади.

Бу ерда: $D_{\text{хақ}}$ -омилнинг бир эркинлик даражаси бўйича квадратлар йиғиндиси, $\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2$;

$D_{\text{қол}}$ -қолдиқнинг бир эркинлик даражаси бўйича квадратлар йиғиндиси, $\sum(y_i - \hat{y}_i)^2$;

R^2 –кўп омили детерминация коэффиценти;

m – x ўзгарувчи олдидаги параметрлар;

n –кузатувлар сони.

Мисол. Фараз қилайлик, фирманинг ишлаб чиқариб реализацияга берган маҳсулоти ҳажми y (млрд. сўм) фирма ишчиларининг сони x_1 (киши кун) ва реклама харажатлари x_2 (млн.сўм)га боғлиқлиги қуйидаги тенглама билан ифодаланган бўлсин:

$$y = -120 + 0,2 \cdot x_1 - 0,008 \cdot x_1^2 + 0,8 \cdot x_2 - 0,001 \cdot x_2^2 + \varepsilon.$$

Бунда $\sigma_y = 2$, $n = 30$, $R = 0,85$, $m = 4$.

Фишернинг F –критериясини ҳисоблаймиз

$$F_{\text{хақ}} = \frac{0,85^2}{1 - 0,85^2} \cdot \frac{30 - 4 - 1}{4} = 16,27.$$

Фишернинг F –критерияси жадвалда $\alpha=0,05$ бўлганда F нинг жадвал киймати 2,26га тенг. Бундан $F_{\text{хақ}} > F_{\text{жад}}$ шартни бажарилиши келиб чиқади. Демак, регрессия тенгламаси статистик маънога эга.

Кўп омилли регрессияда на фақат регрессия тенгламасининг статистик маънодорлиги, балки регрессия моделига киритилган ҳар бир омилнинг муҳимлиги баҳоланади.

Умумий ҳолда x_i омилнинг тоза F-критерияси аниқланилади,

$$F_{x_i} = \frac{R_{yx_1 \dots x_i \dots x_p}^2 - R_{yx_1 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_p}^2}{1 - R_{yx_1 x_2 \dots x_i \dots x_p}^2} \cdot \frac{n-m-1}{1}$$

Уларнинг ҳар бири жадвалдаги қийматлари билан таққосланиб статистик маънодорлиги баҳоланади ва ҳар бир омилни моделга киритиш кетма-кетлиги масаласи ечилади.

Кўп омилли регрессияда тоза регрессия коэффицентининг муҳимлигини Стьюдент t –критерияси билан баҳолашда ҳудди жуфт регрессия каби ҳар бир омил учун қуйидаги формула қўлланилади:

$$t_{b_i} = \sqrt{F_{x_i}}$$

бу ерда F_{x_i} - x_i омилнинг тоза F-критерияси.

Агар t_{b_i} нинг ҳақиқий қиймати унинг жадвал қийматидан катта бўлса, b_i омил статистик маънодор дейилади ва регрессия тенгламаси прогноз масаласини ечишга тавсия этилади.

6.5. Кўп омилли регрессион-корреляцион тахлилни компьютерда амалга ошириш тартиби

Қуйидаги жадвалда берилан маълумотлар асосида ҳудуддаги 20та корхона бўйича маҳсулот ишлаб чиқаришнинг бир ишчига тўғри келадиган ҳажмини (y , минг сўм) янги киритилган асосий фондларга (x_1 , -йил охиридаги фонд қийматидан %) ва ишчиларнинг умумий сонидаги юқори малакали ишчиларнинг салмоғига (x_2 , %) боғлиқлиги ўрганилган.

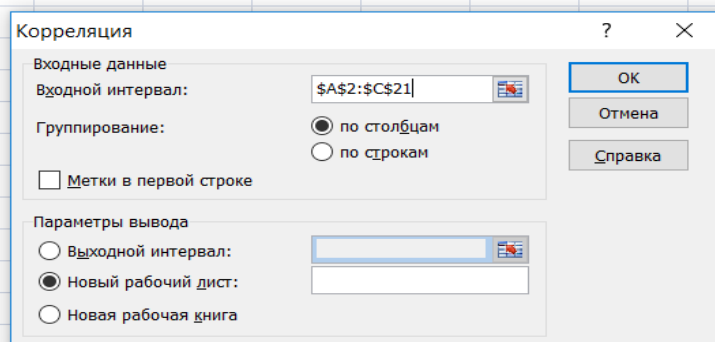
Корхона рақами	y	x_1	x_2	Корхона рақами	y	x_1	x_2
1	7,0	3,9	10,0	11	9,0	6,0	21,0
2	7,0	3,9	14,0	12	11,0	6,4	22,0
3	7,0	3,7	15,0	13	9,0	6,8	22,0
4	7,0	4,0	16,0	14	11,0	7,2	25,0
5	7,0	3,8	17,0	15	12,0	8,0	28,0
6	7,0	4,8	19,0	16	12,0	8,2	29,0
7	8,0	5,4	19,0	17	12,0	8,1	30,0
8	8,0	4,4	20,0	18	12,0	8,5	31,0
9	8,0	5,3	20,0	19	14,0	9,6	32,0
10	10,0	6,8	20,0	20	14,0	9,0	36,0

Топшириқ. Компютерда MS Excel дастуридан фойдаланиб:

1. Жуфт коррелятсия жадвалини тузинг ва уни тахлилни амалга оширинг;
2. Кўп омилли коррелятсия коэффциентини аниқланг ва уни тахлилни амалга оширинг;
3. Кўп омилли регрессия тенгламасини ёзинг ва унинг тахлилни амалга оширинг;
4. Регрессия тенгламасини статистик ишончилигини Фишер F-критерияси ва тенглама параметрларини Студент t-критерияси ёрдамида аҳамиятлилигини баҳоланг.

Масалани компьютерда ишлаш учун аввал берилган маълумотларни **MS Excel** дастурига журт корреляцион тахлилдаги каби киритилади. Натижавий белги y нинг қийматларини A2 катакдан, омил белгиларнинг қийматлари кетма-кет B2, C2 катаклардан бошлаб киритилади (6.1-расм).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	y	x1	x2								
2	7	3,9	10								
3	7	3,9	14								
4	7	3,7	15								
5	7	4	16								
6	7	3,8	17								
7	7	4,8	19								
8	8	5,4	19								
9	8	4,4	20								
10	8	5,3	20								
11	10	6,8	20								
12	9	6	21								
13	11	6,4	22								
14	9	6,8	22								
15	11	7,2	25								
16	12	8	28								
17	12	8,2	29								
18	12	8,1	30								
19	12	8,5	31								
20	14	9,6	32								
21	14	9	36								



6.1 расм. Маълумотларни киритиш ва корреляция коэффициентларини ҳисоблаш ойнаси

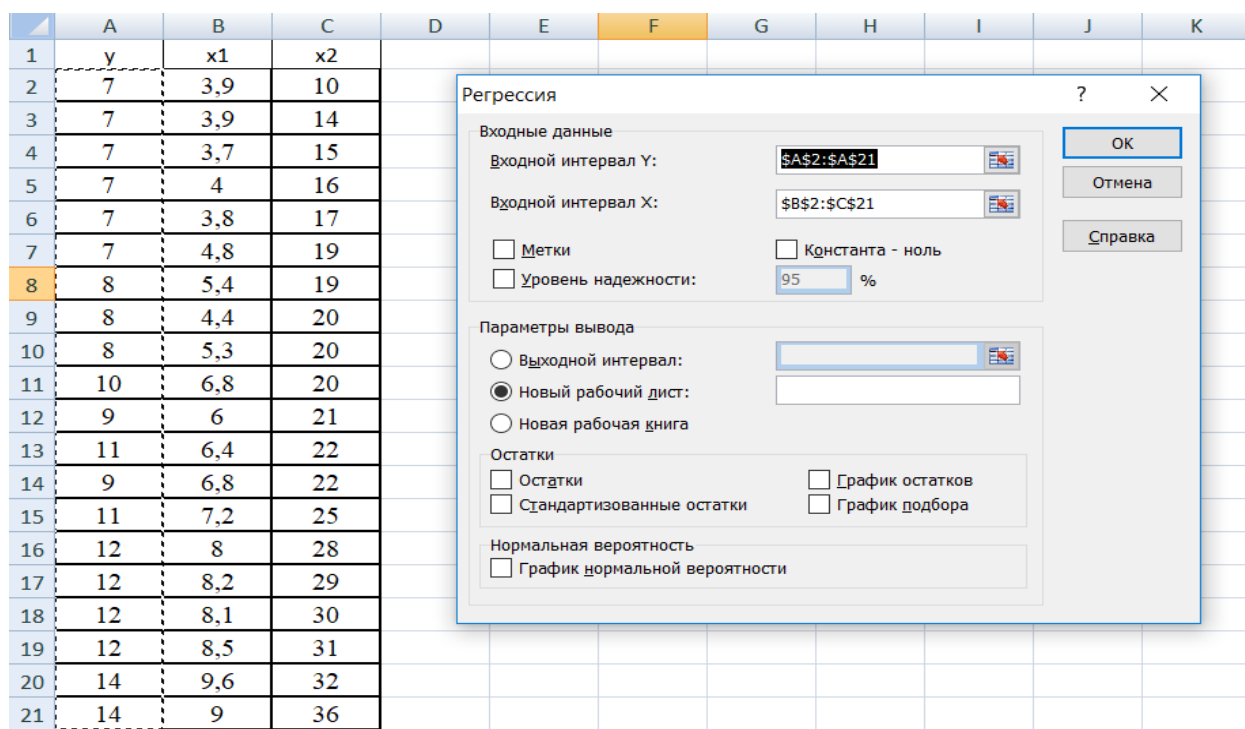
Кейинги босқичда натижавий ва омил белгилар орасидаги боғланишларни аниқлаш учун жуфт корреляция коэффициентининг матрицаси тузилади. Бунинг учун **Данные - Анализ данных - Корреляция** буйруқларини бажариб қуйидаги 6.1-расмдаги ойнани ҳосил қиламиз ва ундаги **Входной интервал** ойнасига берилган маълумотлар жойлашган катакларнинг рақамларини киритиб **OK** тугмаси босилади натижада 6.2-расмда тасвирланган жуфт корреляция коэффициентлари матрицасини оламиз:

	A	B	C	D
1		y	x1	x2
2	y	1		
3	x1	0,969881436	1	
4	x2	0,940800036	0,942838898	1
5				

6.2 - расм. Корреляцион жадвал

Жадвалдаги маълумотларга кўра корреляция коэффициентларининг қуйидаги қийматларини оламиз: $r_{yx_1} = 0,9699$; $r_{yx_2} = 0,9408$; $r_{x_1x_2} = 0,9428$.

Регрессион тахлилни амалга ошириш учун **Данные - Анализ данных - Регрессия** буйруқларини бажариб қуйидаги дарчани ҳосил қиламиз (6.3-расм).



6.3 - расм. Маълумотларни киритиш ва регрессияни амалга ошириш ойнаси

Ушбу дарчадаги **Входной интервал Y** ойнасига натижавий белги унинг қийматлари ёзилган катакларнинг рақамлари, **Входной интервал X** ойнасига омил белгиларнинг қийматлари ёзилган катакларнинг рақамлари киритилиб, **ОК** тугмаси босилади, натижада қуйидаги дарча ҳосил бўлади (6.4-расм):

	A	B	C	D	E	F	G
1	Вывод итогов						
2							
3	Регрессионная статистика						
4	Множественный R	0,973101182					
5	R-квадрат	0,94692591					
6	Нормированный R-квадрат	0,9406819					
7	Стандартная ошибка	0,598670364					
8	Наблюдения	20					
9							
10	Дисперсионный анализ						
11		df	SS	MS	F	Значимость F	
12	Регрессия	2	108,7070945	54,35354726	151,6534774	1,45045E-11	
13	Остаток	17	6,092905478	0,358406205			
14	Итого	19	114,8				
15							
16		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
17	Y-пересечение	1,83530694	0,471064997	3,896080054	0,001161531	0,84144668	2,8291672
18	Переменная X 1	0,945947723	0,212576487	4,449917001	0,00035148	0,497450544	1,394444902
19	Переменная X 2	0,085617787	0,060483309	1,415560577	0,174963664	-0,041990838	0,213226413

6.4– расм. Корреляцион регрессион ҳисобларнинг натижалари

Расмдаги жадвалдан регрессия тенгламасининг a_0 , a_1 , a_2 регрессия коэффициентларининг қийматларини оламиз, улар мос равишда В17, В18, В19- катакларда жойлашган. Шундай қилиб ўрганилаётган жараёни ифодаловчи қуйидаги регрессия тенгламаси ҳосил бўлади:

$$\hat{y} = 1,8353 + 0,9459x_1 + 0,0856x_2.$$

Кўп омилли корреляциянинг коэффициенти $R = 0,9731$, детерминация коэффициенти $R^2 = 0,9469$, корректроланган детерминациянинг коэффициенти $\hat{R}^2 = 0,9407$ га тенг. Улар 3.4-расмда В4, В5, В6 катакларда жойлашган.

Фишер F -критериясининг ҳақиқий даражаси (E12-катакда) $F = 151,653$ га жадвал қиймати эса 1.45 га тенг (F_{12} -катакда), ва регрессия параметрларининг Стъюдент t -критерияси бўйича ҳақиқий даражалари (D18, D19-катакларда) $t_{b_1} = 4,45$, $t_{b_2} = 1,416$ га тенг, t -нинг жадвал қийматлари E18, E19 катакларда берилган. Булардан кўришиб турибтики, тенламанинг параметрлари статистик маънога эга. Ушбу рақамлар H_0 гипотезани инкор этишга асос бўлади.

Регрессия параметрларининг ишончлилик ораликлари (H18, J18; H19, J19 катаклардаги маълумотларга асосан) қуйидагича:

$$0,4974 \leq b_1^* \leq 1,3944, \quad -0,042 \leq b_2^* \leq 0,2132.$$

Олинган натижалар регрессион моделнинг статистик маънодорлигига кафолат беради, уни башорат масалаларида қўллаш мумкин.

Асосий таянч иборалар

- | | |
|--------------|--------------|
| 1. Хусусий | 7. Фирма |
| 2. Импорт | 8. Зичлик |
| 3. Ранжирлаш | 9. Реккурент |
| 4. Регион | 10. Масштаб |
| 5. Квадрат | 11. Стъюдент |
| 6. Реклама | 12. Критерия |

Такрорлаш учун саволлар ва топшириқлар

1. Регрессиянинг хусусий тенгламаси қандай ёзилади?
2. Жуфт регрессиядан регрессиянинг хусусий тенгламасини фарқи нимадан иборат?
3. Эластикликнинг хусусий коэффиенти нимани англатади ва у қандай аниқланилади?
4. Регрессиянинг хусусий тенгламасида ўртача эластиклик ва омиллар учун эластикликлар қандай ҳисобланади?
5. Кўп омилли регрессия тенгламасининг аҳамиятлилиги қандай баҳоланади?
6. Кўп омилли корреляция коэффиенти нималарни тавсифлайди ва у қандай аниқланилади?
7. Кўп омилли корреляция индекси жуфт омилли корреляция индексига нисбатан қандай муносабатда бўлиши керак ва у жуфт корреляция коэффиенти орқали қандай аниқланилади?
8. Корреляция коэффиенти тўплами деганда нимани тушунаси?
9. Корреляциянинг хусусий коэффиенти деганда нимани тушунаси ва у қандай мақсадларда қўлланилади?
10. Омиллар орасидаги боғланиш Чизиксиз ҳолда унинг боғланиш кучи қайси коэффицент орқали топилади?
11. Икки омилли регрессияда ҳар бир омилнинг натижага таъсир кучини аниқлаш формулаларини ёзинг.
12. Юқори тартибли хусусий корреляция коэффиенти қандай ва қайси формула билан аниқланилади?
13. Хусусий корреляция коэффиентининг тартиби ошиши билан унинг қиймати камаядими ёки ортадими?
14. Кўп омилли регрессия ва корреляция натижаларининг ишончлилиги қандай баҳоланади?

Мустақил ишлаш учун масала

Қуйидаги жадвалда республиканинг 30 та худуди бўйича маълумотлар берилган.

Кўрсаткичлар	Ўртача қиймат	Ўртача квадратик четланиш	Чизиқли жуфт корреляция коэффициентлари
Жон бошига ўртача даромад, минг сўм, y	-	11,44	-
Бир ишчининг кунлик ўртача иш ҳақи, минг сўм, x_1	54,9	5,86	$r_{yx_1} = 0,84$
Ишсизларнинг ўртача ёши, x_2	33,5	0,58	$r_{yx_2} = -0,21$ $r_{x_1x_2} = -0,12$

1. Стандартлашган ва келтирилган шаклдаги кўп омилли регрессия тенгламасини тузинг; хусусий эластиклик коэффициентини ҳисобланг ҳамда β_1 ва β_2 ларни ҳисоблаб, улар орасидаги фаркни тушунтиринг.
2. Хусусий корреляция чизиқли коэффициентини ва кўп омилли корреляция коэффициентини ҳисобланг, уларни жуфт корреляциясини чизиқли коэффициентлари билан таққосланг.
3. Фишернинг умумий ва хусусий F–критериясини ҳисобланг.

VII-боб. Тенгламалар системаси кўринишидаги эконометрик моделлар

7.1. Эконометрикада қўлланиладиган тенгламалар системаси ҳақида тушунча

Ижтимоий фанларда статистик ўрганиш объекти бўлиб мураккаб тизимлар ҳисобланади. Бундай мураккаб тизимларни ёзиш(тасвирлаш), уларни ҳаракат механизмларини тушунтириш учун ўзгарувчилар орасидаги боғланиш кучини аниқлаш, алоҳида регрессия тенгламаларини тузиш етарли эмас.

Алоҳида регрессия тенгламаларидан фойдаланишда, масалан иқтисодий ҳисоб-китобларда кўпчилик ҳолатларда омилларни бир-бирига боғлиқ бўлмаган ҳолда ўзгартириш мумкин деб фараз қилинади. Аммо бундай фараз қилиш нотўғри, амалда бир ўзгарувчи бошқа ўзгарувчилар мутлақо ўзгармаган ҳолатида ўзгариши мумкин эмас.

Бир ўзгарувчининг ўзгариши бутун системадаги ўзаро боғланган белгиларни ўзгаришига олиб келади. Бундан келиб чиқадики, алоҳида олинган кўп омилли регрессия тенгламаси алоҳида кўрсаткичларни натижавий ўзгарувчининг ўзгаришига таъсирини тавсифлай олмайди.

Айнан шунинг учун кейинги йилларда иқтисодий ва ижтимоий тадқиқотларда ўзгарувчилар орасидаги ўзаро боғланиш таркибини “бир вақтнинг ўзида ифодаловчи тенгламалар” деб аталувчи система билан тасвирлаш муаммоси муҳим ўринни эгаллади. Ўзгарувчилар орасидаги боғланишни бир вақтнинг ўзида ифодаловчи тенгламалар “тузилмавий (стандарт) тенгламалар” деб ҳам аталади.

Агар нархнинг истеъмол қилинаётган маҳсулот миқдорига муносабатини ифодаловчи талаб модели ўрганилаётган бўлса, у ҳолда талабни прогнозлаш учун бир пайтнинг ўзида, таклиф эътилаётган маҳсулот ва неъматларнинг нархи билан миқдори орасидаги боғланишни ифодаловчи таклиф модели ҳам керак бўлади.

Бу эса талаб ва таклифни тенглаштиришга олиб келади.

Ушбу (7.2) тенгламалар системасини (7.1) тенгламалар системасидан фарқи шундан иборатки тенгламаларда умумий тўпламга кирувчи омиллар турли кўринишларда қатнашади.

Тенгламалар системасида у ёки бу омилнинг қатнашмаслиги уларни моделга киритиш иқтисодий нуқтаи-назардан мақсадга мувофиқ эмаслигини билдиради.

Бундай моделларга кўрсаткичлари ўзаро боғлиқ бўлган қишлоқ хўжалигида ишлаб чиқаришнинг самарадорлигини ифодаловчи сигирларнинг маҳсулдорлигини, 1-центнер сутнинг таннархини, омил сифатида хўжаликни ихтисослашувини, 100 гектар ерга тўғри келадиган сигирлар сони, меҳнат сарфи ва бошқаларни ўз ичига олувчи қишлоқ хўжалигида ишлаб чиқаришнинг иқтисодий самарадорлиги моделини киритиш мумкин.

Ўзаро боғлиқ бўлмаган тенгламалар системасида ҳар бир тенглама мустақил тенглама сифатида қаралади. Аслида тенгламаларнинг ҳар бири регрессия тенгламалари бўлиб, уларнинг параметрларини аниқлаш учун ЭККУ қўлланилади.

Эътиборга олинаётган омиллар уларга боғлиқ бўлган кўрсаткичлар орқали иқтисодий ҳодисани тўлиғича ифодалай олмасликлари мумкин. Бу камчиликларни тўлдириш учун тенгламаларга озод ҳад, a_0 киритилади. Натижавий белгиларнинг ҳақиқий қийматлари назарий қийматларидан тасодифий ҳатолик қийматига фарқ қилганлиги сабабли ҳар бир тенгламада тасодифий ҳатоликнинг қиймати қатнашади.

Учта натижавий ва тўрта омил белгилардан иборат ўзаро боғлиқ бўлмаган тенгламалар системаси қуйдаги кўринишга эга:

$$\begin{cases} y_1 = a_{01} + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 + \varepsilon_1 \\ y_2 = a_{02} + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 + \varepsilon_2 \\ y_3 = a_{03} + a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 + \varepsilon_3 \end{cases} \quad (7.3)$$

Агар бир тенгламанинг натижавий ўзгарувчиси (y) бошқа тенгламада (x) омил сингари қатнашса, у ҳолда рекурсив тенгламалар системаси кўринишидаги қуйдаги моделни тузиш мумкин:

Эконометрикада бундай тенгламалар системаси моделнинг “тузилмавий” шакли деб аталади.

Биргаликдаги, бирпайтли тенгламалар системасининг аввалги тизимдан фарқи шундан иборатки бу тизимда ҳар бир тенгламани алоҳида –алоҳида мустақил равишда қарашнинг иложи йўқ ва тенгламалар параметрларининг қийматларини аниқлаш учун ЭККУни қўллаб бўлмайди. Шунинг сабабли тенгламанинг параметрларини ҳисоблаш учун махсус усуллардан фойдаланилади.

Биргаликдаги тенгламалар системасига қуйдаги кўринишдаги “баҳо ва иш ҳақи динамикаси” мисол бўлиши мумкин:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \varepsilon_2 \end{cases}$$

бу ерда y_1 - ойлик иш ҳақининг ўзгариш суръати; y_2 - баҳонинг ўзгариш суръати; x_1 - ишсизлик даражаси; x_2 - доимий капиталнинг ўзгариш суръати; x_3 - импорт маҳсулотлари баҳосининг ўзгариш суръати.

7.2. Моделларнинг тузилмавий ва келтирилган шакллари

Биргаликдаги, бирпайтли тенгламалар системаси (ёки моделларнинг стандарт шакли) одатда эндоген ва экзоген ўзгарувчиларни ўз ичига олади.

Эндоген ўзгарувчилар аввал келтирилган биргаликдаги бирпайтли тенгламаларда y сифатида белгиланган. Улар системадаги тенгламалар сонига тенг бўлган боғлиқ ўзгарувчилардан иборат.

Экзоген ўзгарувчилар одатда x сифатида белгиланади. Улар аввалдан аниқланган, эндоген ўзгарувчиларга таъсир этувчи, лекин уларга боғлиқ бўлмаган ўзгарувчилардир.

Моделнинг оддий тузилмавий шакли қуйидагича кўринишга эга:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + \varepsilon_2 \end{cases} \quad (7.5)$$

бу ерда: y – эндоген ўзгарувчилар;
 x – экзоген ўзгарувчилар.

Иқтисодий ўзгарувчилар бир моделда эндоген бошқаларида экзоген ўзгарувчилар сифатида катнашиши мумкин. Иқтисодий бўлмаган ўзгарувчилар (масалан, об-ҳаво шароити) системага экзоген ўзгарувчи сифатида киради. Эндоген ўзгарувчиларининг ўтган даврдаги қийматлари ҳам экзоген ўзгарувчи сифатида қаралиши мумкин. Масалан, жорий йилдаги истеъмол (y_i) фақат қатор иқтисодий омилларга боғлиқ бўлмасдан ўтган йилдаги истеъмол даражаси (y_{i-1})га ҳам боғлиқ бўлиши мумкин.

Моделларнинг тузилмавий шакли ҳар қандай экзоген ўзгарувчининг ўзгаришини эндоген ўзгарувчининг қийматига таъсирини кўриш имконини беради. Экзоген ўзгарувчилар сифатида бошқарув объекти ёки калити бўлиши мумкин бўлган ўзгарувчиларни танлаш мақсадга мувофиқ. Уларни ўзгартириб ва улар билан системани бошқариб эндоген ўзгарувчиларнинг бўлиши мумкин бўлган қийматларини аввалдан билиш мумкин.

Моделнинг тузилмавий шаклида ўнг қисмидаги эндоген ва экзоген ўзгарувчилар олдида катнашувчи b_i ва a_i (бу ерда b_i —эндоген ўзгарувчилари олдидаги коэффициент, a_i экзоген ўзгарувчилар олдидаги коэффициент) коэффициентлар моделнинг “тузилмавий коэффициентлари” деб аталади. Моделдаги барча ўзгарувчилар ўртача даражасидан четланиш сифатида ифодаланади, яъни x сифатида $x - \bar{x}_i$, y сифатида $y - \bar{y}$ тасаввур қилинади. Шунинг учун системадаги тенгламаларда озод ҳад катнашмайди.

Моделнинг тузилмавий коэффициентларини ЭККУ билан аниқлаш назарий жихатдан аниқ натижа бермайди. Шу сабабли моделнинг тузилмавий коэффициентларини аниқлаш учун моделнинг тузилмавий шаклини моделнинг “келтирилган шакли”га алмаштирилади.

Моделнинг келтирилган шакли эндоген ўзгарувчилар экзоген ўзгарувчиларнинг чизиқли функциялари системаси сифатида ифодаланади.

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + \dots + \delta_{1m}x_m \\ \hat{y}_2 = \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + \dots + \delta_{2m}x_m \\ \dots\dots\dots \\ \hat{y}_n = \delta_{n1}x_1 + \delta_{n2}x_2 + \dots + \delta_{nm}x_m + \varepsilon_n \end{cases} \quad (7.6)$$

бу ерда δ_{ij} – моделнинг келтирилган шакли коэффицентлари.

Моделнинг келтирилган шакли параметрлари ЭККУ билан аниқланадиган эрки тенгламалар системасидан хеч қандай фарқ қилмайди. ЭККУни қўллаб δ_{ij} ни аниқлаш мумкин, сўнгра эндоген ўзгарувчиларнинг қийматини экзоген ўзгарувчилар орқали аниқлаш мумкин.

Моделларнинг келтирилган шакллари коэффицентлари моделларнинг тузилмавий шакллари коэффицентларининг чизиксиз функцияси сифатида ифодаланади.

Бундай ҳолатни моделнинг келтирилган шакли коэффицентлари δ_{ij} ни моделнинг тузилмавий коэффицентлари (a_j ва b_i) орқали ифодаланади. Буни соддалаштирилган тузилмавий модель мисолида кўриб чиқамиз. Соддалаштириш учун моделга тасодифий ўзгарувчиларни киритмаймиз.

Қуйидаги кўринишдаги тузилмавий модел учун

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 \end{cases} \quad (7.7)$$

моделнинг келтирилган шакли қуйидагича бўлади:

$$\begin{cases} y_1 = \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 \\ y_2 = \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 \end{cases} \quad (7.8)$$

(7.7) тузилмавий моделдаги биринчи тенгламада y_2 ни қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$y_2 = \frac{y_1 - a_{11}x_1}{b_{21}}.$$

Бундан биргаликдаги тенгламалар системаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\begin{cases} y_2 = \frac{y_1 - a_{11}x_1}{b_{12}} \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 \end{cases}$$

Булардан қуйидаги тенгликка эга бўламиз.

$$\frac{y_1 - a_{11} \cdot x_1}{b_{12}} = b_{21}y_1 + a_{22} \cdot x_2$$

ёки

$$y_1 - a_{11} \cdot x_1 = b_{12} \cdot b_{21} \cdot y_1 + b_{12} \cdot a_{22} \cdot x_2.$$

Буни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин

$$y_1 - b_{12} \cdot b_{21} \cdot y_1 = a_{11} \cdot x_1 + b_{12} \cdot a_{22} \cdot x_2$$

ёки

$$y_1 = \frac{a_{11}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}} \cdot x_1 + \frac{a_{22} \cdot b_{12}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}} \cdot x_2.$$

Шундай қилиб, моделнинг тузилмавий шаклини биринчи тенгламасини моделнинг келтирилган шакли тенгламаси кўринишида қуйидагича ифодаладик:

$$y_1 = \delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{12} \cdot x_2$$

Тенгламадан келтирилган шаклдаги моделни коэффициентлари тузилмавий шаклдаги моделларни коэффициентлари билан чизиқсиз нисбатда эканлиги келиб чиқади, яъни

$$\delta_{11} = \frac{a_{11}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}}, \quad \delta_{12} = \frac{a_{22} \cdot b_{12}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}}$$

Худди шунингдек моделнинг тузилмавий шаклидаги иккинчи тенгламани y_1 га нисбатан ёзиб, моделнинг келтирилган шаклидаги δ_{21} ва δ_{22} ларни топиш мумкин ва у қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\delta_{21} = \frac{a_{11}b_{21}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}}, \quad \delta_{22} = \frac{a_{22}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}}.$$

Эконометрик моделлар одатда системага нафақат алоҳида ўзгарувчилар орасидаги ўзаро боғланишларни тасвирловчи тенгламаларни

балки, ходисаларни ривожланиш тенденцияларини, ҳамда турли хилдаги бирхилликларни ҳам киритади.

1947 йилда Т.Хавельмо истеъмол(C)ни даромад(y)га чизиқли боғланишини ўрганаётганда бир пайтнинг ўзида даромадларнинг бир хиллигини ҳам эътиборга олишни тавсия этади. Ушбу ҳолатда модель куйидаги кўринишга эга бўлади;

$$\begin{cases} C = a + by \\ y = C + x \end{cases} \quad (7.9)$$

бу ерда: x – асосий капиталга экспорт ва импортга инвестиция;

a ва b – C ни y га чизиқли боғланишини ифодаловчи параметрлар.

Ушбу параметрлар оддий чизиқли регрессия параметрларидан фарқ қилиб, уларни баҳолашда даромадлар бирхиллиги тенглигини эътиборга олинади.

Бу моделда иккита эндоген ўзгарувчилар C ва y ҳамда битта экзоген параметр x қатнашади. Келтирилган тенгламалар системаси куйидагидан иборат бўлади:

$$\begin{cases} C = A_0 + A_1x \\ y = B_0 + B_1x \end{cases} \quad (7.10)$$

Бу тенглама x ўзгарувчи орқали C –эндоген ўзгарувчининг қийматини аниқлаш имкониятини беради. Моделнинг келтирилган шакли коэффицентлари (A_0, A_1, B_0, B_1)ни ҳисоблаб, (7.10)нинг иккинчи тенгламасини (y ни), (7.9)нинг биринчи тенгламасидаги y нинг ўрнига қўйиб тузилмавий моделнинг a ва b параметрларини аниқлаш мумкин.

7.3. Тенгламалар системасида идентификациялаш масалалари

Моделни келтирилган шаклидан тузилмавий шаклига ўтказилаётганда идентификация (ўхшатишлик, бир хилликка келтириш) муаммоси юзага келади.

Идентификация деганда, моделларни келтирилган ва тузилмавий шакллари орасидаги мосликни ягоналиги тушинилади. Идентификациялаш

эса моделларни келтирилган ва тузилмавий шакллари орасида мослик ўрнатиш демакдир.

Иккита эндоген ўзгарувчи бўлган ҳолат учун идентификация муаммосини кўриб чиқайлик. Тузилмавий модель қуйидаги кўринишга эга бўлсин:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m, \\ \hat{y}_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m, \end{cases}$$

бу ерда y_1 ва y_2 – биргаликдаги боғлиқ ўзгарувчилар.

Иккинчи тенгламада y_1 ни қуйидаги формула билан ифодалаш мумкин:

$$y_1 = \frac{y_2}{b_{21}} - \frac{a_{21}}{b_{21}} \cdot x_1 - \frac{a_{22}}{b_{21}} \cdot x_2 - \dots - \frac{a_{2m}}{b_{21}} \cdot x_m.$$

Натижада, системада олдидаги коэффициентлари ҳар хил бўлган бир хил эндоген ўзгарувчи y_1 учун иккита тенгламага эга бўлган қуйидаги система ҳосил бўлади:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m, \\ \hat{y}_1 = \frac{y_2}{b_{21}} - \frac{a_{21}}{b_{21}} \cdot x_1 - \frac{a_{22}}{b_{21}} \cdot x_2 - \dots - \frac{a_{2m}}{b_{21}} \cdot x_m. \end{cases}$$

Бир моделнинг ўзида тузилмавий коэффициентларни ҳисоблаш учун икки вариантнинг мавжудлиги уларни тўлиқ идентификацияланмаганлиги билан боғлиқ.

Ҳар бир тенграмаси n та эндоген ва m та экзоген ўзгарувчилар системасидан ташкил топган тузилмавий модель тўлиғича $n \cdot (n-1+m)$ та параметрга эга. $n=2$ ва $m=3$ бўлганда тузилмавий моделнинг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3, \\ \hat{y}_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3. \end{cases} \quad (7.11)$$

Кўришиб турибдики модель саккизта тузилмавий коэффициентга эга, бу $n \cdot (n-1+m)$ ифодага мос келади.

Моделнинг келтирилган шакли умумий кўринишда $n \cdot m$ параметрни ўз ичига олади. Демак юқоридаги мисолда кўрилган моделнинг келтирилган

шаклида олтига коэффициент бор. Буни моделнинг қуйидаги келтирилган шаклидан билиш мумкин:

$$\begin{cases} y_1 = \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + \delta_{13}x_3, \\ y_2 = \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + \delta_{23}x_3. \end{cases}$$

Ҳақиқатда ушбу модель ўз ичига олтига δ_{ij} коэффициентларини олади.

Моделнинг келтирилган шаклидаги олтига коэффициент орқали ўрганилаётган тузилмавий моделнинг сақкизта тузилмавий коэффициентларини аниқлаш талаб этилади, лекин бу талаб ягона ечимга олиб келмайди. Моделнинг тузилмавий шаклининг тўлиқ кўриниши моделнинг келтирилган шакли параметрларининг сондан кўп параметрларга эга бўлади. Бундай ҳолатда тузилмавий моделнинг $n \cdot (n-1+m)$ та параметрини келтирилган шаклдаги моделнинг $n \cdot m$ та параметри орқали аниқлаб бўлмайди.

Моделнинг тузилмавий шакли учун ягона ечимни олиш учун моделнинг айрим тузилмавий коэффициентларини омилларни системанинг чап томонидаги эндоген ўзгарувчилар билан ўзаро боғлиқлигининг кучсизлиги сабабли нолга тенг деб фараз қилиш керак. Бу билан моделнинг тузилмавий коэффициентлари сонини камайтириш мумкин. Агар юқоридаги тузилмавий моделда $a_{13} = 0$ ва $a_{21} = 0$ деб фараз қилсак, бу ҳолатда у модель қуйидаги кўринишни олади:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2, \\ \hat{y}_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2. \end{cases} \quad (7.12)$$

Ушбу моделда тузилмавий коэффициентларнинг сони бта бўлиб, улар моделнинг келтирилган шакли коэффициентлари сонидан кўп эмас.

Идентификацияланиши нуқтаи-назаридан тузилмавий моделлар учта кўринишга ажратилади:

- идентификацияланадиган;
- идентификацияланмайдиган;

-юкори даражада (ўта) идентификацияланадиган.

Агар тузилмавий модель коэффициентларининг барчаси моделнинг келтирилган шакли коэффициентлари орқали аниқланса, яъни тузилмавий модель коэффициентлари сони моделнинг келтирилган шакли коэффициентлари сонига тенг бўлса **модель идентификацияланадиган** дейилади.

Агар моделнинг келтирилган шакли коэффициентларининг сони тузилмавий модель коэффициентлари сонидан кам бўлса ва натижада тузилмавий коэффициентларни моделнинг келтирилган шакли коэффициентлари орқали баҳолаш мумкин бўлмаса **модель идентификацияланмайдиган** дейилади.

Ҳар бир тенгламаси n та эндоген ва m та экзоген ўзганувчилари бўлган системанинг тузилмавий модели ҳар доим идентификацияланмайдиган бўлади.

Агар келтирилган модель коэффициентлари сони тузилмавий коэффициентлар сонидан кўп бўлса, модель **ўта идентификацияланадиган** дейилади. Бундай ҳолатда келтирилган шаклдаги коэффициентлар асосида тузилмавий коэффициентларнинг икки ва ундан ортиқ қийматларини олиш мумкин. Ўта идентификацияланадиган моделларда тузилмавий коэффициентлар сони келтирилган коэффициентлар сонидан кам бўлади.

Агар тўлиқ кўринишдаги келтирилган модель(7.7)да (7.8) дагидек фақат a_{13} ва a_{21} коэффициентларни эмас, a_{22} ни ҳам нолга тенг деб фараз қилсак, натижада тенгламалар тизими ўта идентификацияланадиганга айланади, яъни:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{23}x_3. \end{cases} \quad (7.13)$$

Бу тизимдаги бешта тузилмавий коэффициентларни моделнинг келтирилган шаклидаги олтига коэффициентдан аниқлаш мумкин эмас.

Бундай ўта идентификацияланадиган моделларни ечиш учун махсус усуллардан фойдаланилади.

Тузилмавий модель ҳар доим ҳар бири идентификациялашга текширишни талаб этадиган биргаликдаги тенгламалар системасидан ташкил топади. Модель идентификацияланадиган дейилади, қачонки системадаги ҳар бир тенглама идентификацияланадиган бўлса. Агар системадаги бирорта тенглама идентификацияланмайдиган бўлса, модель ҳам идентификацияланмайдиган деб ҳисобланади. Моделнинг идентификацияланиш шартининг бажарилиши системанинг ҳар бир тенгламаси учун текширилади. Тенглама идентификацияланадиган бўлиши учун тенгламада қатнашмаётган, лекин тизимда мавжуд, аввалдан аниқланган экзоген ўзгарувчилар сони тенгламадаги эндоген ўзгарувчилар сонидан битта камига тенг бўлиши керак.

Агар j -тенгламада эндоген ўзгарувчилар сонини H билан, системада бор, лекин тенгламада қатнашмаётган экзоген ўзгарувчилар сонини D билан белгиласак, унда моделни идентификацияланучанлик шартини қуйидаги ҳисоб қоида асосида текшириш мумкин:

$D+1=H$ – тенглама идентификацияланувчи;

$D+1<H$ – тенглама идентификацияланмайдиган;

$D+1>H$ – тенглама ўта идентификацияланувчи.

Фараз қилайлик, қуйидаги бирпайтли тенгламалар системаси ўрганилаётган бўлсин:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \\ y_3 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4. \end{cases} \quad (7.14)$$

Биринчи тенгламада учта y_1, y_2, y_3 эндоген ўзгарувчи, яъни $H=3$ ва икита x_1 ва x_2 экзоген ўзгарувчи, қатнашмаётган ўзганувчилар сони иккита x_3 ва x_4 , яъни $D=2$. Булардан қуйидагилар келиб чиқади: $2+1=3$; $D+1=H$ шарт бажарилади. Демак, тенглама идентификацияланувчи экан. Системанинг

иккинчи тенгламасида $H=2$ (y_1, y_2) ва $D=1(x_4)$. $1+1=2$, демак, $D+1=H$ тенглик ўринли, яъни иккинчи тенглама ҳам идентификацияланувчи. Системанинг учинчи тенгламасида $H=3$ (y_1, y_2, y_3), $D=2$ (x_1, x_2) бўлгани учун ҳисоблаш қоидасига асосан $D+1=H$ шарт бажарилади. Демак, учинчи тенглама ҳам идентификацияланувчи экан. Шундай қилиб (7.14) система тўлиқ идентификацияланувчи эканлиги келиб чиқади.

Фараз қилайлик, ўрганилаётган моделда $a_{21}=0$ ва $a_{33}=0$ бўлсин. Бу ҳолатда система қуйидаги кўринишни олади:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \\ y_3 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 + a_{34}x_4. \end{cases} \quad (7.15)$$

Системада биринчи тенглама ўзгармаган. Система аввалгидек учта эндоген ва тўртта экзоген ўзгарувчиларга эга бўлгани учун $D=2$ ва $H=3$. Тенглама аввалги системадаги каби идентификацияланувчи. Иккинчи тенгламада $H=2$ ва $D=2$ бўлгани учун $2+1 > 2$ келиб чиқади. Бу эса тенгламани ўта идентификацияланувчанлигини билдиради. Учинчи тенглама ҳам $H=3(y_1, y_2, y_3)$, $D=3(x_1, x_2, x_3)$, $D+1 > H$ ($3+1 > 3$) бўлгани учун ўта идентификацияланувчи. Умуман олганда модель ўта идентификацияланувчи эканлиги келиб чиқади.

Фараз қилайлик, (7.15) системанинг охириги тенгламаси учта эндоген ўзгарувчиларга эга бўлсин, яъни

$$y_3 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 + a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{34}x_4.$$

Бу ҳолатда $H=3$, $D=1(x_3$ катнашмаётгани учун), $D+1 < H$, $1+1 < 3$ бўлганлиги сабабли тенглама идентификацияланмайдиган эканлиги келиб чиқади. Шундай қилиб, биринчи тенглама идентификацияланувчи, иккинчи тенглама ўта идентификацияланувчи бўлишига қарамадан ўрганилаётган модель идентификацияланмайдиган ҳисобланади ва у статистик ечимга эга эмас.

Келтирилган моделнинг параметрларини баҳолаш учун система идентификацияланувчи ёки ўта идентификацияланувчи бўлиши шарт.

Кўриб чиқилган идентификацияланувчанлик шартини ҳисоблаш қоидаси идентификациялашнинг зарурий шартини ифодалайди холос, етарли шартини эмас. Агар келтирилган модель параметрлари матрицаси коэффициентларига чегара қўйилса идентификациялаш шарти янада аниқроқ бўлади.

Агар тенгламада қатнашмаётган (эндоген ва экзоген) ўзгарувчиларнинг системанинг бошқа тенгламаларида уларнинг олдидаги коэффициентлардан тузилган, детерминанти нолга тенг бўлмаган матрица тузиш мумкин бўлса ва матрицанинг ранги системадаги эндоген ўзгарувчилар сонининг битта камидан кичик бўлмаса тенглама идентификацияланувчи бўлади.

Моделни идентификацияланиш шартини текширишни қаралаётган тенгламада қатнашмаётган, лекин системанинг бошқа тенгламаларида қатнашаётган шу ўзгарувчилар олдидаги коэффициентлардан тузилган матрицанинг детерминанти орқали амалга ошириш мақсадга мувофиқ. Чунки системанинг ҳар бир тенгламасини идентификацияланишини юқоридаги ҳисоблаш қоидаси асосида баҳолаганда у идентификацияланувчи бўлиши мумкин, аммо лекин тузилган матрицанинг детерминанти нолга тенг бўлиб қолиши ҳам мумкин. Бундай ҳолатда идентификациялашнинг фақат зарурий шарти бажарилиб, етарли шарти бажарилмай қолади.

Қуйидаги моделни кўриб чиқайлик:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{24}x_4 \\ y_3 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 + a_{31}x_1 + a_{32}x_2. \end{cases} \quad (7.16)$$

Системанинг ҳар бир тенгламасида идентификациялашнинг зарурий ва етарли шартларини бажарилишини текшириб кўрайлик. Биринчи тенглама учун $H=3(y_1, y_2, y_3)$ ва $D=2(x_3, x_4)$ қатнашмаяпти), яъни $D+1=H$, зарурий шарт бажарилади. Демак тенглама идентификацияланади. Идентификациялашни

етарлли шартини текшириш учун биринчи тенгламада қатнашмаётган ўзгарувчилар коэффициентлари жадвалини тўлдирамиз.

Тенгламалар рақами	Ўзгарувчилар	
	x_3	x_4
2	a_{23}	a_{24}
3	0	0

Жадвалдан кўриш мумкинки коэффициентлар матрицаси детерминанти нолга тенг. Шу сабабли идентификациялаш шарти бажарилмайди ва биринчи тенгламани идентификацияланади деб бўлмайди. Иккинчи тенглама учун $H=2(y_1, y_2)$, ва $D=1(x_1)$ қатнашмаган). Ҳисоблаш қоидасига асосан ($D+1=H$) тенглама идентификацияланган, етарли шарт бажарилади.

Иккинчи тенгламада қатнашмаган ўзгарувчига нисбатан тузилган матрица қуйидагича:

Тенгламалар рақами	Ўзгарувчилар	
	y_3	x_1
1	b_{31}	a_{11}
3	-1	a_{31}

Жадвалдаги маълумотларга асосан матрицанинг детерминанти нолга тенг эмас. Матрицанинг ранги 2га тенг, бу эса эндоген ўзгарувчиларнинг биттага кам сонидан кичик эмас. Демак, иккинчи тенглама идентификацияланади.

Системанинг учинчи тенгламасида $H=2(y_1, y_2, y_3)$ $D=2(x_3, x_4)$, бундан $D+1=H$. Демак учинчи тенгламага нисбатан ҳисоб қоидасига биноан идентификациялашнинг зарурий шарт бажарилади. Етарлилик шартини бажарилишини текшириш учун учинчи тенгламада қатнашмаётган ва бошқа тенгламаларда қатнашаётган ўзгарувчилар олдидаги коэффициентлардан қуйидаги матрицани тузамиз:

Тенгламалар рақами	Ўзгарувчилар	
	x_3	x_4
1	0	0
2	a_{23}	a_{24}

Жадвалдан кўришиб турибдики, матрица детерминанти нолга тенг, бу эса тенгламани идентификацияланмаслигини кўрсатади.

Демак, келтирилган модель ҳисоблаш қоидасига асосан идентификацияланади, аммо лекин, идентификациялашнинг етарли шарти бўйича идентификацияланади деб бўлмайди.

7.4. Тузилмавий модель параметрларини баҳолаш

Бир пайтли тенгламалар системасининг кўринишига қараб тузилмавий модель коэффициентлари турли усуллар билан баҳоланиши мумкин.

Уларга:

- энг кичик квадратлар эгри усули;
- энг кичик квадратларнинг икки қадамли усули;
- энг кичик квадратларнинг уч қадамли ва бошқа усуллар киради.

Энг кичик квадратлар эгри усулини кўриб чиқамиз. Бу усул бир неча босқичда амалга оширилади.

1. Тузилмавий модель келтирилган шаклдаги моделга айлантирилади;
2. Келтирилган шаклдаги моделнинг ҳар бир тенгламасига оддий ЭККУни қўлланиб келтирилган δ_{ij} коэффициентлар баҳоланади;
3. Келтирилган шаклдаги модель коэффициентлари тузилмавий шаклдаги модель коэффициентларига ўтказилади.

Энг кичик квадратлар эгри усули (ЭККЭУ)ни иккита эндоген ва иккита экзоген ўзгарувчили қуйидаги эконометрик моделга қўлланишини кўриб чиқамиз:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \varepsilon_1, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + \varepsilon_2. \end{cases}$$

Ушбу моделни тузиш учун 5та худуд бўйича қуйидаги маълумотлар берилган бўлсин:

Худуд	y_1	y_2	x_1	x_2
1	2	5	1	3
2	3	6	2	1
3	4	7	3	2
4	5	8	2	5
5	6	5	4	6
Ўртачаси	4	6,2	2,4	3,4

Моделнинг келтирилган шакли:

$$\begin{cases} y_1 = \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + u_1 \\ y_2 = \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + u_2 \end{cases},$$

бу ерда, u_1 ва u_2 - моделнинг келтирилган шакли тасодифий хатолиги.

Моделни келтирилган шаклининг ҳар бир тенгламасига оддий ЭККУни қўллаб δ_{ij} коэффициентларни аниқлаймиз.

Ҳисоблашларни соддалаштириш учун ўзгарувчиларнинг ўртача даражаларидан четланишларидан фойдаланиш мумкин, яъни $y = y - \bar{y}$ ва $x = x - \bar{x}$. У ҳолда моделнинг келтирилган шаклидаги биринчи тенгламаси учун нормал тенгламалар системаси қуйидагича бўлади:

$$\begin{cases} \sum y_1x_1 = \delta_{11}\sum x_1^2 + \delta_{12}\sum x_1x_2 \\ \sum y_1x_2 = \delta_{11}\sum x_1x_2 + \delta_{12}\sum x_2^2. \end{cases}$$

Юқоридаги мисол маълумотларида ўртача даражадан четланишлардан фойдаланиб қуйидаги тенгламалар системасини ёзиш мумкин.

$$\begin{cases} 6 = 5,2 \cdot \delta_{11} + 4,2 \cdot \delta_{12} \\ 10 = 4,2\delta_{11} + 17,2\delta_{12}. \end{cases}$$

Ҳосил бўлган тенгламалар системасини ечиб моделнинг келтирилган шаклининг биринчи тенгламасини оламиз.

$$y_1 = 0,82x_1 + 0,373x_2 + u_1.$$

Худди шундай тартибда моделнинг келтирилган шаклининг иккинчи тенгламасига ЭККУни қўллаб қуйидаги нормал тенгламалар системасини оламиз.

$$\begin{cases} \sum y_2 \cdot x_1 = \delta_{21} \sum x_1^2 + \delta_{22} \sum x_1 \cdot x_2, \\ \sum y_2 \cdot x_2 = \delta_{21} \sum x_1 x_2 + \delta_{22} \sum x_2^2. \end{cases}$$

Юқоридаги мисол маълумотлари асосида қуйидагига эга бўламиз.

$$\begin{cases} -0,4 = 5,2 \cdot \delta_{21} + 4,2 \cdot \delta_{22} \\ -0,4 = 4,2 \cdot \delta_{21} + 17,2 \cdot \delta_{22}. \end{cases}$$

Бундан моделнинг келтирилган шаклдаги иккинчи тенгламасини оламиз:

$$y_2 = -0,072 \cdot x_1 - 0,00557 \cdot x_2 + u_2.$$

Шундай қилиб моделнинг келтирилган шакли

$$\begin{cases} y_1 = 0,852 \cdot x_1 + 0,373 \cdot x_2 + u_1 \\ y_2 = -0,072 \cdot x_1 - 0,00557 \cdot x_2 + u_2 \end{cases}$$

кўринишга эга бўлади.

Асосий таянч иборалар

- | | |
|----------------|----------------|
| 1. Тизим | 7. Рекурсив |
| 2. Гузилмавий | 8. Келтирилган |
| 3. Галаб | 9. Эндоген |
| 4. Таклиф | 10. Экзоген |
| 5. Макродаража | 11. Таркибий |
| 6. Микродаража | 12. Система |

Такрорлаш учун саволлар ва топшириқлар

1. Нима учун иқтисодиётда тенгламалар системасини қўллаш зарурияти вужудга келади?
2. Қандай тенгламалар “тузилмавий тенгламалар” деб аталади?
3. Милий иқтисодиёт модели қандай функциялардан ташкил топган тенгламаларни ўз ичига олади?
4. Боғлиқ бўлмаган тенгламалар системасини ёзиб кўринг-чи.
5. Рекурсив тенгламалар системаси кўринишидаги моделни қандай тузиш мумкин?
6. Ўзаро боғлиқ бўлган тенгламалар системасини ёзиб кўринг-чи ва у қандай номланади?
7. Эндоген ва экзоген ўзгарувчилар қандай хусусиятларга эга?
8. Моделнинг тузилмавий шакли қандай хусусиятларга эга?
9. Моделнинг келтирилган шакли қандай ҳолатларда юзага келади?
10. Тузилмавий ва келтирилган шаклдаги моделлар параметрлари қандай аниқланилади?
11. Қандай қилиб моделнинг тузилмавий шакли келтирилган шаклда ифодаланиши мумкин?
12. Идентификациялаш деганда нимани тушунасиз?
13. Идентификациялаш муаммосини гапириб беринг.

Мустақил ишлаш учун масала

Тенгламаларнинг келтирилган шаклдаги моделидан келиб чиқиб, куйидаги тенгламалар системасидан

$$\begin{cases} y_1=2x_1+4x_2+10x_3 \\ y_2=3x_1-6x_2+2x_3 \\ y_3=-5x_1+8x_2+5x_3 \end{cases}$$

моделнинг стандарт коэффициентларини аниқланг ва моделнинг стандарт шаклини тузинг.

VIII-боб. ДИНАМИК ҚАТОРЛАРДА ЭКОНОМЕТРИК МОДЕЛЛАШТИРИШ

8.1. Бир ўлчовли динамик қаторларни моделлаштириш

8.1.1. Динамик қаторларнинг асосий унсурлари

Эконометрик моделларни икки турдаги маълумотлар асосида куриш мумкин:

- 1) турли объектлар тўпламининг маълум бир вақтдаги ҳолатини тавсифловчи маълумотлар;
- 2) битта объектнинг ҳолатини қатор кетма-кет келган вақтда тавсифловчи маълумотлар.

Биринчи турдаги маълумотлар асосида тузилган моделлар фазовий моделлар деб, иккинчи турдаги маълумотлар асосида тузилган моделлар эса динамик қаторлар моделлари деб аталади.

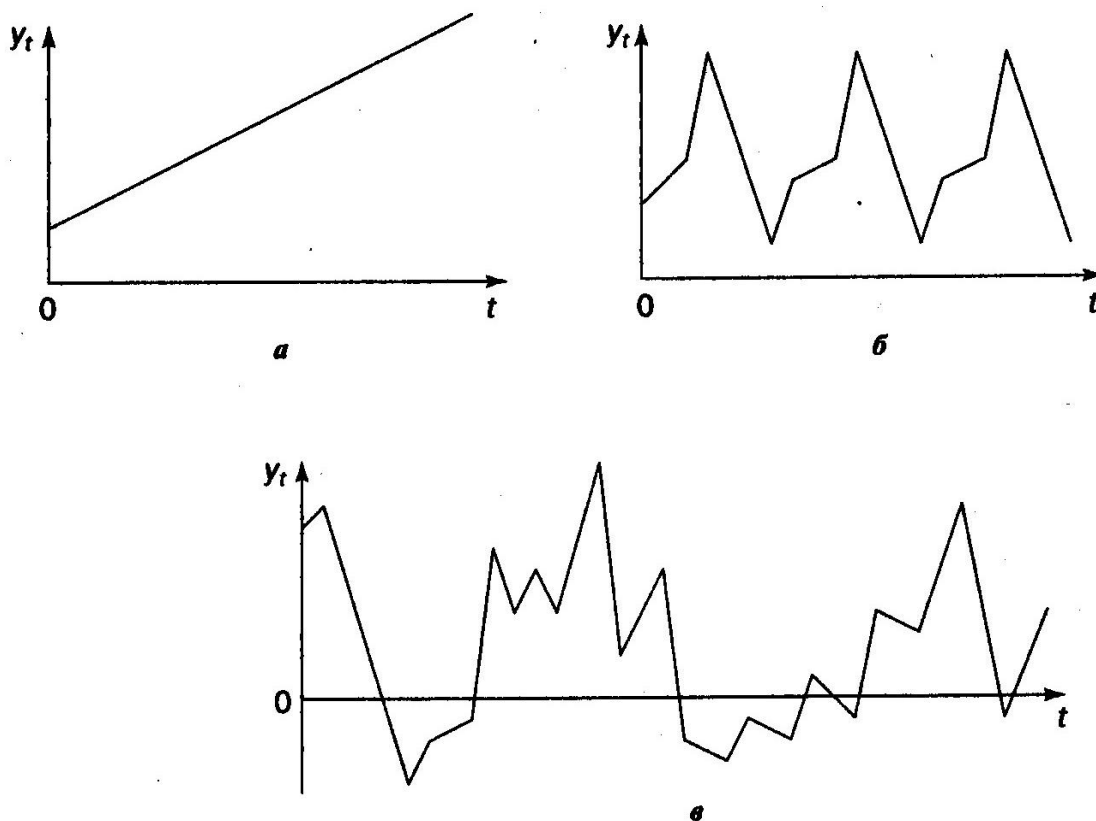
Динамик қатор –бу маълум бир кўрсаткичнинг бир нечта кетма-кет келган моментлар ёки даврлардаги қийматлар тўпамидир. Динамик қаторларнинг ҳар бир даражаси бир қанча омилларнинг таъсири натижасида юзага келади ва бу омилларни шартли равишда урта гуруҳга бўлиш мумкин:

- 1) қаторнинг тенденциясини шакллантирувчи омиллар;
- 2) қаторнинг циклик ёки даврий тебранишини шакллантирувчи омиллар;
- 3) тасодифий омиллар.

Ўрганилаётган ходиса ва жараёнларда омиллар турли кўринишларда намоён бўлганда қатор даражаларининг вақтга боғлиқлиги турли шаклларда бўлиши мумкин.

Биринчидан, кўпчилик иқтисодий кўрсаткичлар динамик қаторлари омиллар тўлами ўрганилаётган кўрсаткичлар динамикасига узоқ муддат таъсир этишини тавсифловчи тенденцияга эга бўлади. Ҳақиқатда, алоҳида олинган омиллар ўрганилаётган кўрсаткичга турли йўналишларда таъсир этиши мумкин. Аммо, улар биргаликда ўсувчи ёки камаювчи

тенденцияларни ташкил этади. 8.1_а)-расмда ўсувчи тенденцияга эга бўлган гипотетик динамик қаторлар кўрсатилган.



8.1-расм. Динамик қаторнинг асосий компоненталари

a – ўсувчи тенденция; *б* – мавсумий компонента; *в* – тасодифий компонента

Иккинчидан, ўрганилаётган кўрсаткич циклик тебранишга эга бўлиши мумкин. Бу тебранишлар мавсумий характерга эга бўлади, чунки кўпчилик иқтисодий тармоқларнинг иқтисодиёти йилнинг даврларига боғлиқ (масалан, ёзги даврда қишлоқ хўжалиги маҳсулотининг баҳоси қишки даврдагига нисбатан арзонроқ бўлади, курорт шаҳарларида қиш фаслида ишсизлик даражаси ёзги фаслга нисбатан юқори бўлади). Узоқ вақт оралиғи учун маълумотларнинг катта тўплами мавжуд бўлганда бозор конъюктурасининг умумий динамикаси ҳамда мамлакат иқтисодий ҳолати билан боғлиқ бўлган циклик тебранишларни аниқлаш мумкин. 8.1_б)-расмда фақат мавсумий компонентага эга бўлган гипотетик динамик қаторлар келтирилган.

Айрим динамик қаторлар ҳеч қандай тенденцияга ва динамик компоненталарга эга бўлмайди, уларнинг ҳар бир кейинги даражаси қаторнинг ўртача даражалари йиғиндиси ва айрим (манфий ёки мусбат) тасодифий компоненталардан ташкил топади. 8.1_в)-расмда фақат тасодифий компоненталарга эга бўлган қатор келтирилган. Албатта, юқорида келтирилган моделларнинг ҳеч биридан тўлиғича ҳақиқий маълумотлар келиб чиқмайди. Асосан, моделлар уччала компоненталарни ўз ичига олади. Қаторнинг ҳар бир даражаси тенденция, динамик тебранишлар ва тасодифий компоненталар таъсирида шаклланади.

Кўп ҳолатларда динамик қаторларнинг ҳақиқий даражасини тренд, циклик (даврий) ва тасодифий компоненталарнинг йиғиндиси ёки кўпайтмаси шаклида тасаввур қилиш мумкин. Уччала компоненталарнинг йиғиндисидан тузилган модель *динамик қаторнинг аддитив модели* дейилади. Уччала компоненталарнинг кўпайтмасидан тузилган модель *динамик қаторнинг мультипликатив модели* дейилади.

Алоҳида динамик қаторларни эконометрик тадқиқ қилиш – юқорида олинган маълумотларни қаторнинг келажакдаги қийматларини прогнозлаш учун ёки икки ва ундан кўп динамик қаторларнинг ўзаро боғланган моделларини тузишда қўллаш учун компоненталарнинг ҳар бирига миқдорий ифодаларни (қийматларни) аниқлаш ва беришдан иборат.

8.1.2. Динамик қаторлар даражаларининг автокорреляцияси ва унинг таркибини аниқлаш

Тенденция ва циклик тебранишлар мавжуд бўлган динамик қаторларда қаторнинг ҳар бир кейинги даражаси ўзидан олдингисига боғлиқ. Динамик қаторларнинг кетма-кет даражалари орасидаги корреляцион боғланиш *қатор даражалари автокорреляцияси* дейилади. *Автокорреляцияни* берилган чизиқли динамик қатор даражаси билан шу қаторнинг вақт бўйича бир нечта кадамга сурилган даражаси орасидаги корреляция коэффиценти ёрдамида миқдорий жиҳатдан ўлчаш мумкин.

8.1-мисол. Якуний истеъмолга ҳаражатлар динамик қатори даражалари учун автокорреляция коэффициентларини ҳисоблаш.

Якуний истеъмолга ўртача ҳаражатлар ҳақидаги 8 йиллик маълумотлар (y_t , ш.п.б.да) берилган бўлсин (8.1.1-жадвал).

8.1.1-жадвал

Якуний истеъмолга ҳаражатлар динамик қатори учун биринчи тартибли автокорреляция коэффициентини ҳисоблаш, ш.п.б.да

t	y_t	y_{t-1}	$y_t - \bar{y}_1$	$y_{t-1} - \bar{y}_2$	$(y_t - \bar{y}_1) \cdot (y_{t-1} - \bar{y}_2)$	$(y_t - \bar{y}_1)^2$	$(y_{t-1} - \bar{y}_2)^2$
1	7	-	-	-	-	-	-
2	8	7	-3,29	-3	9,87	10,8241	9
3	8	8	-3,29	-2	6,58	10,8241	4
4	10	8	-1,29	-2	2,58	1,6641	4
5	11	10	-0,29	0	0,00	0,0841	0
6	12	11	0,71	1	0,71	0,5041	1
7	14	12	2,71	2	5,42	7,3441	4
8	16	14	4,71	4	18,84	22,1841	16
Σ	86	70	-0,03	0	44,0	53,4287	38

y_t ва y_{t-1} қаторлари орасидаги корреляция коэффициентларини аниқлаймиз ва жорий ҳамда ўтган йилги якуний истеъмолга ҳаражатлар орасидаги боғланиш зичлигини топамиз.

Биз аввалги боблардан биламизки корреляция коэффициентини ҳисоблаш учун асосан қуйидаги формуладан фойдаланилади:

$$r_{x,y} = \frac{\sum (x_j - \bar{x}) \cdot \sum (y_j - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_j - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_j - \bar{y})^2}}$$

Ушбу формулада x ўзгарувчи сифатида y_2, y_3, \dots, y_8 қаторни; y ўзгарувчи сифатида y_1, y_2, \dots, y_7 қаторни қабул қиламиз. У ҳолда юқорида келтирилган формула қуйидаги кўринишни олади:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1) \cdot (y_{t-1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)^2 \cdot \sum_{t=2}^n (y_{t-1} - \bar{y}_2)^2}}, \quad (8.1.1)$$

бу ерда:

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum_{t=2}^n y_t}{n-1}; \quad \bar{y}_2 = \frac{\sum_{t=2}^n y_{t-1}}{n-1}. \quad (8.1.2)$$

Ушбу ифодани қатор даражаларининг биринчи тартибли автокорреляция коэффиценти дейлади, у қаторнинг ёнма-ён турган t ва $t-1$ даражалари орасидаги боғланишни ўлчайди.

8.1-мисол маълумотлари учун (8.1.2) муносабатни ҳисоблаймиз:

$$\bar{y}_1 = \frac{8+8+10+11+12+14+16}{7} = \frac{79}{7} = 11,29;$$

$$\bar{y}_2 = \frac{7+8+8+10+11+12+14}{7} = \frac{70}{7} = 10.$$

(8.1.1) формуладан фойдаланиб биринчи тартибли автокорреляция коэффицентини аниқлаймиз:

$$r_1 = \frac{44}{\sqrt{53,42 \cdot 38}} = 0,976.$$

Олинган натижа жорий ва олдинги йилдаги якуний истеъмолга ҳаражатлар ўртасида ўта юқори даражадаги боғлиқлик мавжудлигини ва якуний истеъмолга ҳаражатлар динамик қаторида кучли чизиқли тенденция борлигини кўрсатади.

Ҳудди шундай иккинчи ва ундан юқори тартибли автокорреляцияни аниқлаш мумкин. Иккинчи тартибли автокорреляция y_t ва y_{t-2} даражалар орасидаги боғланиш кучини тавсифлайди ва у қуйидагича аниқланади:

$$r_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_t - \bar{y}_3) \cdot (y_{t-2} - \bar{y}_4)}{\sqrt{\sum_{t=3}^n (y_t - \bar{y}_3)^2 \cdot \sum (y_{t-2} - \bar{y}_4)^2}} \quad (8.1.3)$$

бу ерда:

$$\bar{y}_3 = \frac{\sum_{t=3}^n y_t}{n-2}; \quad \bar{y}_4 = \frac{\sum y_{t-2}}{n-2}. \quad (8.1.4)$$

Юқоридаги мисол маълумотлари асосида 8.1.1-жадвалдаги қаторда иккинчи тартибли автокорреляцияни ҳисоблаш учун қуйидаги жадвални тузамиз.

8.1.2-жадвал

Яқуний истеъмолга ҳаражатлар динамик қатори учун иккинчи тартибли автокорреляция коэффициентини ҳисоблаш

t	y_t	y_{t-2}	$y_t - \bar{y}_3$	$y_{t-2} - \bar{y}_4$	$(y_t - \bar{y}_3) \cdot (y_{t-2} - \bar{y}_4)$	$(y_t - \bar{y}_3)^2$	$(y_{t-2} - \bar{y}_4)^2$
1	7	-	-	-	-	-	-
2	8	-	-	-	-	-	-
3	8	7	-3,83	-2,33	8,9239	14,6689	5,4289
4	10	8	-1,83	-1,33	2,4339	3,3489	1,7689
5	11	8	-0,83	-1,33	1,1039	0,6889	1,7689
6	12	10	0,17	0,67	0,1139	0,0289	0,4489
7	14	11	2,17	1,67	3,6239	4,7089	2,7889
8	16	12	4,17	2,67	11,1339	17,3889	7,1289
Жами	86	56	0,02	0,02	27,3334	40,8334	19,3334

Жадвалда ҳосил бўлган қийматларни (8.1.4) формулага қўйиб \bar{y}_3, \bar{y}_4 ларни топамиз.

$$\bar{y}_3 = \frac{8+10+11+12+14+16}{6} = \frac{71}{6} = 11,83,$$

$$\bar{y}_4 = \frac{7+8+8+10+11+12}{6} = \frac{56}{6} = 9,33.$$

Ҳисобланган қийматларни (8.1.3)га қўйиб, қуйидаги иккинчи тартибли автокорреляция коэффициентини топамиз:

$$r_2 = \frac{27,3334}{\sqrt{40,8334 \cdot 19,3334}} = 0,973.$$

Олинган натижалар яна бир маротаба яқуний истеъмолга ҳаражатлар қатори чизиқли тенденцияга эга эканлигини тасдиқлайди.

Автокорреляция ҳисобланган даврлар сони *лаг* (орқада қолган давр) деб аталади. Орқада қолган давр-лагнинг ортиб бориши билан автокорреляция коэффициенти ҳисобланаётган жуфт қийматлар сони камайиб боради. Авторкорреляция коэффициентининг статистик аниқлигини таъминлаш учун лагнинг максимал қиймати $n/4$ дан катта бўлмаслиги керак деб ҳисобланади.

Автокорреляциянинг муҳим хусусиятлари:

Биринчидан, автокорреляция коэффициенти чизиқли корреляция коэффициентлари каби ҳисобланади ва қаторнинг фақат жорий ҳамда олдинги даражаларининг чизиқли боғланишларининг кучини тавсифлайди. Шунинг учун автокорреляция коэффициенти қийматига асосланиб чизиқли тенденция бор-йўқлигини айтиш мумкин. Кучли чизиқсиз тенденцияга эга бўлган айрим динамик қаторлар учун берилган қатор даражаларининг автокорреляция коэффициенти нолга яқинлашиб бориши мумкин.

Иккинчидан, автокорреляция коэффициентининг ишорасига қараб қатор даражаларида ўсувчи ёки камаювчи тенденция ҳақида ҳулоса қилиш керак эмас. Кўпчилик иқтисодий маълумотлар динамик қаторлари даражаларининг автокорреляцияси мусбат бўлиши мумкин, лекин камаювчи тенденцияга эга бўлади.

Даражаларнинг биринчи, иккинчи ва ҳ.к. тартибдаги автокорреляция коэффициентларининг кетма-кетлиги *динамик қаторлар автокорреляция функцияси* деб аталади. Автокорреляция функцияси қийматини лаг (автокорреляция коэффициенти тартиби) катталигига боғланиш графиги *коррелограмма* деб аталади.

Автокорреляция функцияси ва коррелограммани таҳлил қилиш автокорреляция юқори бўлган лагни ва шу билан бирга қаторнинг жорий ва ўтган давр даражаларининг боғланиш зичлиги юқори бўлган лагни аниқлаш имконини беради, яъни автокорреляция функцияси ва коррелограммани таҳлил қилиш натижасида қаторнинг структурасини аниқлаш мумкин.

Агар биринчи тартибли автокорреляция коэффициенти ўта юқори бўлса, у ҳолда ўрганилаётган қатор фақат тенденцияга эга бўлади. Агар τ -тартибли автокорреляция коэффициенти ўта юқори бўлса, қатор τ даврли циклик тебранишга эга бўлади. Агар автокорреляция коэффициентларининг бирортаси ҳам юқори қийматга эга бўлмаса, у ҳолда қатор тенденцияга ҳам циклик тебранишга ҳам эга бўлмайди, яъни 8.1в) расмдаги ҳолатни ифодалайди ёки ўта чизиқсиз тенденцияга эга бўлиши мумкин. Буни

аниқлаш учун қўшимча тадқиқотлар ўтказиш талаб этилади. Шунинг учун қатор даражаларининг автокорреляция коэффиенти ва автокорреляция функциясини динамик қаторларда тренд компоненталари (Т) ва даврий(циклик) компоненталар(S) ни мавжуд ёки мавжуд эмаслигини аниқлашда фойдаланиш мақсадга мувофиқ.

8.1-мисол маълумотларидан тузилган яқуний истеъмолга харажатлар динамик қатори даражаларининг автокорреляция коэффиенти юқори бўлганлиги учун қатор фақат тенденцияга эга.

8.2-мисол. Автокорреляция ва қатор структурасини аниқлаш.

Худуд аҳолисининг 16 чорақда истеъмол қилган электр энергиясининг ҳажми тўғрисидаги маълумотлар берилган бўлсин (8.1.3-жадвал).

8.1.3-жадвал.

Худуд аҳолисининг электрэнергиясини истеъмоли

t	y_t	y_{t-1}	y_{t-2}	y_{t-3}	y_{t-4}
1	6,0	-	-	-	-
2	4,4	6,0	-	-	-
3	5,0	4,4	6,0	-	-
4	9,0	5,0	4,4	6,0	-
5	7,2	9,0	5,0	4,4	6,0
6	4,8	7,2	9,0	5,0	4,4
7	6,0	4,8	7,2	9,0	5,0
8	10,0	6,0	4,8	7,2	9,0
9	8,0	10,0	6,0	4,8	7,2
10	5,6	8,0	10,0	6,0	4,8
11	6,4	5,6	8,0	10,0	6,0
12	11,0	6,4	5,6	8,0	10,0
13	9,0	11,0	6,4	5,6	8,0
14	6,6	9,0	11,0	6,4	5,6
15	7,0	6,6	9,0	11,0	6,4
16	10,0	7,0	6,6	9,0	11,0

Жадвал маълумотларини графикда тасвирлаймиз (8.2-расм).

Биринчи тартибли автокорреляция коэффиентини ҳисоблаймиз (жадвалга y_{t-1} ни киритамиз ва чизиқли корреляция коэффиентини ҳисоблаш формуласидан фойдаланамиз). Корреляция коэффиенти $r_1 = 0,165$ га тенг. Айтиш керакки бу ҳисоблаш 16 жуфт кузатув маълумотлари асосида эмас, 15

жуфт кузатув маълумотлари бўйича амалга оширилган. Корреляция коэффициентининг бу қиймати қатор даражаларини ўзидан олдинги даражалар билан боғланиши кучсизлигини кўрсатади. Аммо графикдан кўришиб турибдики ҳар бир кейинги y_t даража y_{t-1} даражага нисбатан y_{t-4} ва y_{t-2} даражаларга кўпроқ боғлиқ. Жадвалга y_{t-2} қаторни киритамиз.



8.2-Расм. Регион аҳолисининг электрэнергиясини истеъмоли

Иккинчи тартибли r_2 автокорреляция коэффициентини ҳисоблаб, y_t, y_{t-2} қаторларнинг корреляцион боғланиш кучини топамиз, у $r_2 = 0,567$ га тенг. Шу тартибда ҳисоблашларни амалга ошириб берилган қаторнинг автокорреляция функциясини топамиз. Автокорреляция функциясининг қийматлари ва коррелограмма 8.1.4-жадвалда келтирилган.

Автокорреляция функциясининг қийматларини таҳлили ўрганилаётган динамик қатор бўйича *биринчидан*, чизиқли тенденция, *иккинчидан*, даври тўрт кварталга тенг бўлган циклик тебраниш мавжудлиги ҳақида хулоса қилиш имконини беради. Ушбу хулоса қаторнинг тузилмасини график кўринишдаги таҳлили ҳам тасдиқлайди.

Электрэнергия истеъмоли динамик қаторининг коррелограммаси

Лаг	Даражалар автокорреляция коэффициенти	Коррелограмма
1	0,165154	**
2	0,566873	*****
3	0,113558	*
4	0,983025	*****
5	0,118711	*
6	0,722046	*****
7	0,003367	
8	0,973848	*****

8.1.3. Динамик қаторлар тенденциясини моделлаштириш

Динамик қаторлар тенденциясини моделлаштиришнинг кенг тарқалган усулларидан бири қатор даражаларини вақтга боғлиқлигини ёки трендни тавсифловчи аналитик функцияларни тузишдан иборат. Бу усул *динамик қаторларни аналитик текслаш* деб аталади.

Вақт бўйича боғланишлар турли шаклларда бўлиши мумкин, уларни аниқ бир шаклга келтириш учун турли кўринишдаги функциялардан фойдаланилади. Трендларни тузиш учун кўпроқ қуйидаги функциялар қўлланилади:

- чизиқли тренд: $\hat{y}_t = a + b \cdot t$;
- гиперболик тренд: $\hat{y}_t = a + b/t$;
- экспоненциаль тренд: $\hat{y}_t = e^{a+b \cdot t}$;
- кўрсаткичли функция шаклидаги тренд: $\hat{y}_t = a \cdot t^b$;
- иккинчи ва ундан юқори тартибли парабола:

$$\hat{y}_t = a + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 + \dots + b_k \cdot t^k.$$

Юқорида келтирилган трендларнинг ҳар бирининг параметрларини оддий ЭККУ билан аниқлаш мумкин. Бунда боғлиқ бўлмаган эркин ўзгарувчи сифатида $t=1,2,\dots,n$ вақт, боғлиқ ўзгарувчи сифатида y_t динамик қаторнинг ҳақиқий даражалари олинади. Чизиқсиз трендлар учун аввал уларни чизиқли ҳолатга келтирувчи стандарт амаллар бажарилади.

Тенденция турларини аниқлашнинг бир қанча усуллари мавжуд. Энг кўп тарқалган усуллар қаторига: ўрганилаётган жараёни сифат жиҳатидан таҳлил қилиш, қатор даражаларини вақтга боғлиқлиги графигини қуриш ва уни таҳлил қилиш, динамиканинг айрим асосий кўрсаткичларини ҳисоблаш усулларини киритиш мумкин. Тенденция турларини аниқлашда қатор даражаларининг автокорреляция коэффициентларини қўллаш мумкин. Тенденция тури берилган ва қайта тузилган қаторлар даражалари бўйича ҳисобланган биринчи тартибли автокорреляция коэффициентларини солиштириш йўли билан аниқланади. Агар динамик қатор чизикли тенденцияга эга бўлса, ёнма-ён даражалар - Y_t ва Y_{t-1} ларнинг корреляцияси юқори бўлади. Бундай ҳолатда берилган динамик қаторнинг биринчи тартибли автокорреляция коэффициенти юқори бўлиши керак. Агар динамик қатор чизиксиз тенденцияга эга бўлса, масалан, экспоненциал шаклда бўлса, у ҳолда берилган қатор даражаларининг логарифмлари бўйича биринчи тартибли автокорреляция коэффициенти қатор даражалари бўйича ҳисобланган мос коэффициентлардан юқори бўлади. Динамик қаторда чизиксиз тенденция қанчалик кучли бўлса, олинган коэффициентлар шунчалик юқори даражада фарқланади.

Агар қатор чизиксиз тенденцияга эга бўлса, энг яхши тенгламани трендни асосий шаклларини саралаш, ҳар бир тенглама учун тузатилган детерминация коэффициенти (\bar{R}^2) ни ҳисоблаш ва максимум қийматга эга бўлган детерминация коэффициентли тенгламани аниқлаш йўллари билан танлаб олиш мумкин.

8.3-мисол. *Тренд параметрларини ҳисоблаш.*

«N»-йилнинг 10 ойи бўйича номинал ойлик иш ҳақининг ойлар бўйича «N-1»-йилнинг декабрь ойидаги даражасига нисбатан фоиз ҳисобида ўсиш суръати ҳақидаги маълумотлар 8.1.5-жадвалда берилган.

8.1.5-жадвал.

«N»-йилнинг 10 ойи давомида номинал ойлик иш ҳақининг ойлар бўйича «N-1»-йилнинг декабрь ойидаги даражасига нисбатан фоиз ҳисобида ўсиш суръати

Ойлар	Номинал ойлик иш	Ойлар	Номинал ойлик иш
-------	------------------	-------	------------------

	ҳақининг ўсиш суръати		ҳақининг ўсиш суръати
Январ	82,9	Июнь	121,6
Февраль	87,3	Июль	118,6
Март	99,4	Августъ	114,1
Апрель	104,8	Сентябрь	123,0
Май	107,2	Октябрь	127,3


Берилган динамик қаторни графигини тузамиз (8.1.3-расм).



қаторнинг ҳақиқий даражалари

қаторнинг чизикли тренд бўйича ҳисобланган даражалари

8.3-расм. “N”- йилнинг 10 ойи давомида номинал иш ҳақининг ўсиш суръати динамикаси

8.1.3-расмдаг -икдан ўсувчи тренд борлигини кўриш мумкин. Бу чизикли тренд ҳам бўлиши мумкин.

Кейинги таҳлиллар учун қаторнинг даражалари ва уларнинг логарифмлари бўйича автокорреляция коэффициентларини аниқлаймиз (8.1.6-жадвал).

8.1.6-жадвал

“N”-йилнинг 10 ойи давомида номиналь иш ҳақининг “N-1”-йилнинг декабрь ойи даражасига нисбатан фоиз ҳисобида ўсиш суръати динамик қаторининг автокорреляция функцияси

Лаг	Автокорреляция функцияси	
	Қатор даражалари бўйича	Қатор даражалари логарифмлари бўйича
1	0,901	0,914
2	0,805	0,832
3	0,805	0,896

Жадвалда келтирилган биринчи, иккинчи ва учунчи тартибли автокорреляция коэффициентлари қийматларининг юқорилиги қатор трендга эга эканлигидан далолат беради. Бу қаторнинг даражалари ва даражаларнинг

логарифмлари бўйича автокорреляция коэффициентлари қийматларининг тахминан тенг бўлиши қуйидаги хулосани келтириб чиқаради: агар қатор чизиксиз тенденцияга эга бўлса, демак у аниқ бўлмаган шаклда ифодаланган. Шунинг учун қаторнинг тенденциясини моделлаштириш учун ҳам чизикли, ҳам чизиксиз функциялардан фойдаланиш мумкин, масалан даражали ёки экспоненциал трендлардан.

Энг яхши тренд тенгламасини келтириб чиқариш учун трендларнинг асосий турлари параметрларини аниқлаймиз. Ушбу ҳисоб-китобларнинг натижалари 8.1.7-жадвалда келтирилган. Жадвалдаги натижаларга асосан энг яхши тренд, даражали шаклдаги тренд, унинг учун тузилган детерминация коэффициенти бошқаларга қараганда юқори. Даражали тренд тенгламасидан чизикли шаклда ҳам, берилган даражали шаклда ҳам фойдаланиш мумкин. Асл ҳолда бу тенглама қуйидаги кўринишга эга:

$$\hat{y}_t = e^{4,39} \cdot t^{0,193}$$

ёки

$$\hat{y}_t = 80,32 \cdot t^{0,193}$$

8.1.7-жадвал

“N”-йилнинг 10 ойи номиналь иш ҳақининг “N-1”- йилнинг декабрь ойи даражасига нисбатан фоиз ҳисобида ўсиш суръати динамик қатори учун трендлар тенгламалари

Тренд тури	Тенглама	R^2	\bar{R}^2
Чизикли	$\hat{y}_t = 82,66 + 4,72 \cdot t$ (0,595)*	0,887	0,873
Иккинчи тартибли парабола	$\hat{y}_t = 72,9 + 9,599 \cdot t - 0,444 \cdot t^2$ (2,11)*(0,187)*	0,937	0,920
Даражали	$\ln y_t = 4,39 + 0,193 \ln t$ (0,017)*	0,939**	0,931**
Экспоненциал	$\ln y_t = 4,43 + 0,045t$ (0,006)*	0,872**	0,856**
Гипербола кўринишида	$\hat{y}_t = 1,22,57 - 47,63/t$ (8,291)*	0,758	0,728

* Кавс ичида регрессия коэффициентининг стандарт ҳатоликлари кўрсатилган
 ** Детерминация коэффициентлари чизикли ҳолга келтирилган регрессия тенгламалари асосида ҳисобланган

Чизикли ва экспоненциал трендларнинг параметрлари иқтисодий жиҳатдан жуда содда ҳолда ифодаланади.

Чизикли тренднинг параметрларини қуйидагича тушуниш мумкин:

a –вақт $t = 0$ бўлганда динамик қаторнинг бошланғич даражаси;

b –қаралаётган даврда қатор даражаларининг ўртача мутлоқ ўзгариши.

Жадвалда келтирилган чизиқли тренд тенгламасидан шундай ҳулоса қилиш мумкин: “N”- йилнинг 10 ойи давомида номинал ойлик иш ҳақи 82,66 фоизга ўзгарган, ўртача ойлик мутлоқ ўсиш эса 4,72 фоизга тенг бўлган. Динамик қатор даражаларининг чизиқли тренд бўйича ҳисобланган қийматлари икки усул билан аниқланилади. *Биринчидан*, топилган тренд тенгламасига кемакет $t = 1, 2, \dots, n$ қийматлар қўйиб борилади, яъни

$$\hat{y}_1^{\text{чизик}} = 82,66 + 4,72 \cdot 1 = 87,38;$$

$$\hat{y}_2^{\text{чизик}} = 82,66 + 4,72 \cdot 2 = 92,10.$$

Иккинчидан, чизиқли тренднинг параметрлари хусусиятларидан келиб чиққан ҳолда қаторнинг ҳар бир кейинги даражаси олдинги даража билан ўртача мутлоқ занжирсимон ўсиш йиғиндисидан иборатлигини эътиборга оладиган бўлсак қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\hat{y}_2^{\text{чизик}} = \hat{y}_1^{\text{чизик}} + b = 87,38 + 4,72 = 92,10;$$

$$\hat{y}_3^{\text{чизик}} = \hat{y}_2^{\text{чизик}} + b = 92,10 + 4,72 = 96,82 \text{ ва хх.к}$$

Чизиқли тренд графиги 8.1.3-расмда келтирилган.

Шу тариқа динамик қаторлар тенденциясини моделлаштириш мумкин.

8.1.4. Мавсумий ва циклик тебранишларни моделлаштириш

Динамик қаторнинг аддитив ва мультипликатив модели. Мавсумий ёки циклик тебранишга эга бўлган динамик қаторлар структурасини таҳлил қилишга бир қанча ёндошувлар мавжуд.

Энг содда ёндошув – бу мавсумий компоненталар қийматини сирғанчиқ ўртача усули билан ҳисоблаш ва динамик қаторнинг аддитив ёки мультипликатив моделини тузишдан иборат.

Аддитив модель қуйидаги умумий кўринишга эга:

$$Y = T + S + E. \quad (8.1.5)$$

Бу моделда динамик қаторнинг ҳар бир даражаси тренд(T), мавсумий(S) ва тасодифий(E) компоненталар йиғиндисидан ташкил топади деб қаралади.

Мультипликатив модель қуйидаги умумий кўринишга эга:

$$Y = T \cdot S \cdot E. \quad (8.1.6)$$

Бу модель динамик қаторнинг ҳар бир даражаси тренд(T), масумий(S) ва тасодифий(E) компоненталар кўпайтмасидан иборат деб қаралади. Иккала моделдан бирини танлаш масумий тебранишнинг структурасини таҳлил қилиш асосида амалга оширилади. Агар тебраниш амплитудаси тахминан ўзгармас бўлса, турли цикллар учун масумий компоненталар қийматлари ўзгармас бўлган динамик қаторнинг аддитив модели тузилади. Агар масумий тебраниш амплитудаси ўсиб ёки камайиб борса, динамик қаторнинг даражаси мавсумий компонентани қийматига боғлиқ бўлган динамик қаторнинг мультипликатив модели тузилади.

Аддитив ва мультипликатив моделларни тузиш динамик қаторнинг ҳар бир даражаси учун T , S ва E компненталарнинг қийматларини ҳисоблашга олиб келади.

Моделни тузиш жараёни бир неча босқичдан иборат:

- 1) берилган қаторни сирғанчиқ ўртача усул билан текслаш;
- 2) S – мавсумий компонентанинг қийматини ҳисоблаш;
- 3) қатор тенгламасидан мавсумий компоненталарни чиқариб ташлаш ва аддитив моделда $(T+E)$ ёки мультипликатив моделда $(T \cdot E)$ тексланган қийматларни топиш;
- 4) $(T+E)$ ёки $(T \cdot E)$ даражаларни аналитик текслаш ва ҳосил бўлган тренд тенгламасини қўллаб T нинг қийматларини ҳисоблаш;
- 5) ҳосил бўлган моделда $(T+E)$ ёки $(T \cdot E)$ нинг қийматларини ҳисоблаш;
- 6) мутлоқ ва нисбий ҳатоликларни ҳисоблаш.

8.4 –мисол. Динамик қаторнинг аддитив моделини тузиши.

8.1.3-жадвалда келтирилган туман аҳолисининг сўнги тўрт йилда истеъмол қилган электр энергияси ҳажми ҳақидаги маълумотлардан фойдаланиб аддитив модель тузишни кўриб чиқамиз.

8.2-мисолда Динамик қатор даврийлиги 4га тенг бўлган мавсумий тебранишга эга эканлигини кўрган эдик. Электр энергия истеъмоли ҳажми кузги-қишки даврда(I ва IV чораклар) баҳорги-ёзги(II ва III чораклар) даврга нисбатан юқори. Қаторнинг графигидан(8.2-расм) тебраниш амплитудаси тахминан бир ҳилда эканини аниқлаш мумкин. Бу ҳолат қаторда аддитив модель борлигидан далолат беради. Қаторнинг компоненталарини ҳисоблаймиз(8.1.8-жадвал).

1-қадам. Сирғанчиқ ўртача усули билан қаторни текслаймиз. Бунинг учун:

а) қаторнинг ҳар тўрт чоракдаги даражалари йиғиндисини бир даврга сурган ҳолда ҳисоблаймиз ва шартли йиллик электр энергия истеъмоли ҳажмини топамиз(жадвалнинг учинчи устунига бир чорак пастга ёзамиз);

б) йиғиндини 4га бўлиб сирғанчиқ ўртачани топамиз(жадвалда тўртинчи устун). Шунини таъкидлаш керакки, ҳосил бўлган тексланган қийматлар мавсумий компонентага эга бўлмайди;

в) кетма-кет келган иккита сирғанчиқ ўртачалардан ўртачаси (марказлаштирилган ўртача)ни топиб ҳақиқий вақтга мос келтирамиз (жадвалнинг бешинчи устуни).

8.1.8-жадвал

Аддитив моделда мавсумий компоненталарни баҳолаш ҳисоб-китоби

Чорак рақами. t	Электрэнергия истеъмоли, y_t	Тўрт чорак бўйича жами	Тўрт чорак бўйича сирғанчиқ ўртача	Марказлаштирилган сирғанчиқ ўртача	Мавсумий компонентани баҳолаш
1	2	3	4	5	6

1	6,0	-	-	-	-
2	4,4	24,4	6,10	-	-
3	5,0	25,6	6,40	6,250	-1,250
4	9,0	26,0	6,50	6,450	2,550
5	7,2	27,0	6,75	6,625	0,575
6	4,8	28,0	7,00	6,875	-2,075
7	6,0	28,8	7,20	7,100	-1,100
8	10,0	29,6	7,40	7,300	2,700
9	8,0	30,0	7,50	7,450	0,550
10	5,6	31,0	7,75	7,625	-2,025
11	6,4	32,0	8,00	7,875	-1,475
12	11,0	33,0	8,25	8,125	2,875
13	9,0	33,6	8,40	8,325	0,675
14	6,6	33,4	8,35	8,375	-1,775
15	7,0	-	-	-	-
16	10,8	-	-	-	-

2-қadam. Қаторнинг ҳақиқий даражалари билан марказлаштирилган ўртача орасидаги фарқни ҳисоблаб мавсумий компоненталарни баҳолаймиз(жадвалда 6-устун). Улардан мавсумий компонента(S)ларнинг қийматларини ҳисоблашда фойдаланамиз. Бунинг учун йиллар бўйича ҳар бир чорак учун ўртача мавсумий баҳо(S_i)ларни 8.1.8-жадвалдан олиб 8.1.9-жадвалга жойлаштирамиз.

Одатда мавсумий компонентали (аддитив) моделларда чораклар бўйича мавсумий компоненталарнинг йиғиндиси нолга тенг бўлсин деб олинади. Агарда бу шарт бажарилмаса тузатиш коэффициентини аниқлаб мавсумий компоненталарга тузатишлар киритилади. Ушбу модель учун масумий компоненталар ўртача баҳоларининг йиғиндиси қуйидагига тенг(жадвалда 2-қатор):

$$0,6 - 1,958 - 1,275 + 2,708 = 0,075.$$

Йиғинди нолга тенг бўлмаганлиги сабабли тузатиш коэффициентини ҳисоблаймиз:

$$k = 0,075 / 4 = 0,01875.$$

8.1.9-жадвал

Йиллар бўйича ҳар бир чорак учун ўртача мавсумий баҳолар

Кўрсаткичлар	Йил	Чорак рақами, i			
		I	II	III	IV
	1	-	-	-1,250	2,550
	2	0,575	-2,075	-1,100	2,700
	3	0,550	-2,025	-1,475	2,875

	4	0,675	-1,775	-	-
<i>i</i> -чорак бўйича жами (барча йиллар учун)		1,800	-5,875	-3,825	8.125
<i>i</i> -чорак учун масумий компоненталарни ўртача баҳоси(\bar{S}_i)		0,600	-1,958	-1,275	2,708
Тузатилган мавсумий компонента, S_i		0,581	-1,977	-1,294	2,690

Мавсумий компоненталарнинг чораклар бўйича тузатилган қийматларини ўртача баҳо билан тузатиш коэффиценти(k) орасидаги фарқни ҳисоблаб топамиз, яъни

$$S_i = \bar{S}_i - k,$$

формула ёрдамида топамиз, бу ерда, $i= 1, 2, 3, 4$.

Топилган қийматларни жадвалга қўйиб, мавсумий компоненталарнинг қийматлари йиғиндиси нолга тенг бўлиш шартини текшириб кўрамиз:

$$0,581 - 1,977 - 1,294 + 2,690 = 0.$$

Шундай қилиб, қуйидаги мавсумий компоненталар қийматларини оламиз:

$$\text{I – чорак: } S_1 = 0,581;$$

$$\text{II – чорак: } S_2 = -1,979;$$

$$\text{III – чорак: } S_3 = -1,294;$$

$$\text{IV – чорак: } S_4 = 2,690.$$

3-қадам. Берилган динамик қаторнинг ҳар бир даражасидан масумий компоненталарнинг таъсирини чиқариб ташлаб, $T+E = Y - S$ қийматларини топамиз(8.1.10-жадвалнинг 4- устуни). Ушбу қийматлар ҳар бир давр учун ҳисобланиб, улар фақат тенденция ва тасодифий компоненталардан иборат бўлади.

8.1.10 –жадвал

T нинг тексланган қийматларини ва аддитив моделда E хатоликни ҳисоблаш

t	y_t	S_t	$T+E=$ $= y_t - S_t$	T	$T+S$	$E=y_t -$ $-(T+S)$	E^2
1	2	3	4	5	6	7	8
1	6,0	0,581	0,419	5,902	6,483	-0,483	0,2333
2	4,4	-1,977	6,337	6,088	4,111	0,289	0,0835

3	5,0	-1,294	6,294	6,275	4,981	0,019	0,0004
4	9,0	2,690	6,310	6,461	9,151	-0,151	0,0228
5	7,2	0,581	6,619	6,648	7,229	-0,029	0,0008
6	4,8	-1,977	6,777	6,834	4,857	-0,057	0,0032
7	6,0	-1,294	7,294	7,020	5,727	0,273	0,0745
8	10,0	2,690	7,310	7,207	9,896	0,104	0,0108
9	8,0	0,581	7,419	7,393	7,974	0,026	0,0007
10	5,6	-1,977	7,577	7,580	5,603	-0,030	0,0009
11	6,4	-1,294	7,694	7,766	6,472	-0,072	0,0052
12	11,0	2,690	8,310	7,952	10,642	0,358	0,1282
13	9,0	0,581	8,419	8,139	8,720	0,280	0,0784
14	6,6	-1,977	8,577	8,325	6,348	0,252	0,0635
15	7,0	-1,294	8,294	8,519	7,218	-0,218	0,0475
16	10,8	2,690	8,110	8,698	11,388	-0,588	0,3457

4- қадам. Моделнинг T компонентасини аниқлаймиз. Бунинг учун $(T+E)$ қаторни чизиқли тренд ёрдамида аналитик текслаймиз. Аналитик текслашнинг натижалари қуйидагилардан иборат:

Тренд тенгламасининг озод ҳади	5,715416
Регрессия коэффиценти	0,186421
Регрессия коэффицентининг стандарт ҳатоси	0,015188
R квадрат	0,914971
Кузатувлар сони	16
Эркинлик даражаси сони	14

Олинган натижалардан келиб чиқиб, қуйидаги чизиқли трендга эга бўламиз:

$$T = 5,715 + 0,186 \cdot t .$$

Ушбу тенгламага $t = 1,2,\dots,16$ қийматларни қўйиб, ҳар бир вақт учун T нинг даражалари топилади (8.1.10-жадвалда 5-устун). Тренд тенгламаси графиги 8.1.4-расмда келтирилган.

5-қадам. Қаторнинг аддитив моделда олинган қийматларини топамиз. Бунинг учун T нинг даражаларига мос чораклар учун масумий компоненталарни қўшиб чиқамиз ($T+S$ нинг қийматлари 8.1.10-жадвалниг 6-устунида ва 8.1.4-расмда келтирилган).

6-қадам. Аддитив моделни қуриш усулига асосан моделнинг ҳатоларини ҳисоблаш

$$E = Y - (T + S) \tag{8.1.8}$$

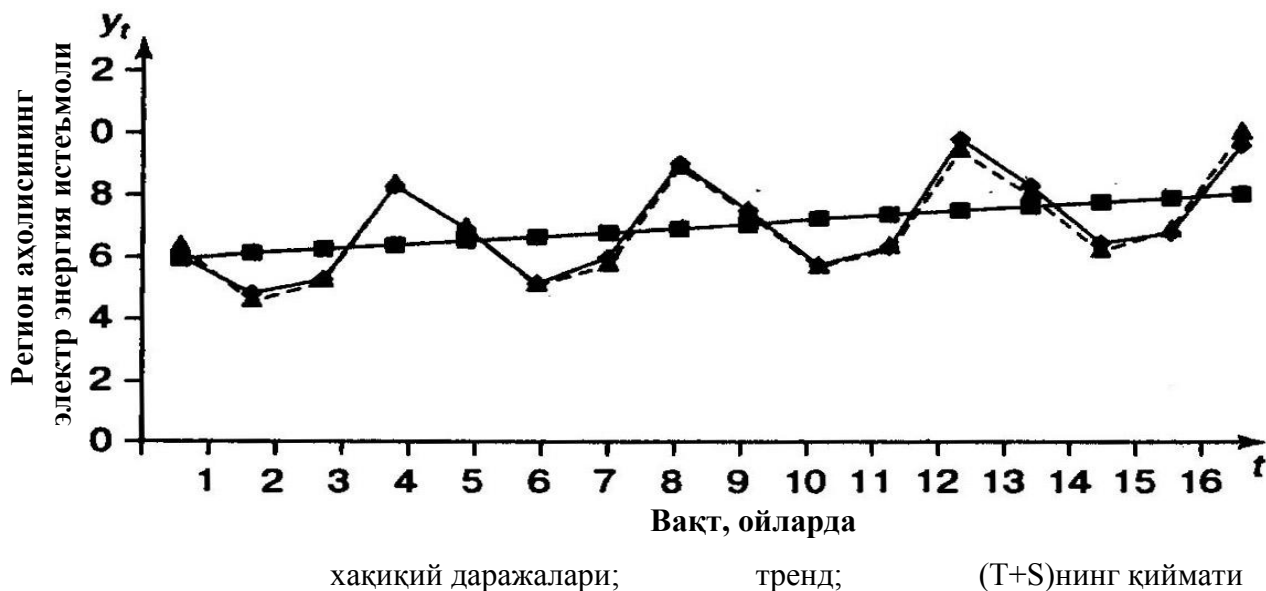
формула асосида амалга оширилади. Бу мутлоқ хатолик бўлиб, унинг қиймати 8.1.10-жадвалнинг 7-устунида келтирилган.

Регрессия модели каби, танланган моделнинг сифатини баҳолаш учун олинган мутлоқ хатоликлар квадратлари йиғиндисидан фойдаланиш мумкин. Ушбу аддитив модель учун мутлоқ хатоликлар квадратлари йиғиндиси 1,10га тенг. Уни қатор даражаларининг ўртача даражасидан четланиши квадратларининг йиғиндиси(71,59)га нисбати 1,5 фоиздан кўпроқни ташкил этади, яъни: $(1 - 1,10 / 71,59) \cdot 100 = 1,536\%$.

Шундай қилиб, айтиш мумкинки, аддитив модель охириги 16 чорақда электр энергия истеъмоли жараёнини ифодаловчи динамик қатор даражаларининг ўзгаришини 98,5 фоиз аниқлик билан ифодалаб беради.

6-мисол. Аддитив модель бўйича прогнозлаш.

Фараз қилайлик, 8.4-мисол маълумотлари асосида туман аҳолисининг кейинги биринчи ярим йилликдаги электр энергиясини истеъмоли миқдорини прогнозлаш талаб қилинади.



8.1.4-расм. Туман аҳолисининг электр энергиясини истеъмоли

(қатор даражаларининг, ҳақиқий, тексланган ва аддитив моделда олинган қийматлари)

Ечиш.

(8.1.5) муносабатга асосан аддитив моделда динамик қатор даражаларининг F_k прогноз қийматлари тренд ва мавсумий

компоненталарнинг йиғиндисидан иборат. Туман аҳолисининг бешинчи йилнинг биринчи ярим йилликдаги электр энергиясини истеъмоли ҳажми бешинчи йилнинг I ва II чораклардаги истеъмол қилинган электр энергияси ҳажмлари(F_{17} ва F_{18})нинг мос равишда йиғиндисидан иборат.

Тренд компоненталарини аниқлаш учун тренд тенгламасидан фойдаланамиз:

$$T = 5,715 + 0,186 \cdot t.$$

Прогноз қилинаётган ойлар учун тренд қуйидагилардан иборат:

$$T_{17} = 5,715 + 0,186 \cdot 17 = 8,877;$$

$$T_{18} = 5,715 + 0,186 \cdot 18 = 9,063.$$

Мавсумий компоненталарнинг қийматлари: $S_1 = 0,581$ (I-чорак);
 $S_2 = -1,977$ (II-чорак) эди.

Шундай қилиб,

$$F_{17} = T_{17} + S_1 = 8,877 + 0,581 = 9,458;$$

$$F_{18} = T_{18} + S_2 = 9,063 - 1,977 = 7,086.$$

Электр энергияни келаси(бешинчи чорак) йилнинг биринчи ярим йиллигида истеъмол қилинадиган ҳажмининг прогноз қиймати

$$(9,458 + 7,086) = 16,544 \text{ млн. квт. соатга тенг экан.}$$

Динамик қаторлар мультипликатив моделини тузиш ва юқорида келтирилган барча босқичларни бажариш талабаларга олган билимларини мустаҳкамлаш учун мустақил иш сифатида ҳавола этилади.

8.2. Динамик қаторларнинг ўзаро боғланишларини баҳолашнинг ўзига хос хусусиятлари

Динамик қаторлар шаклида берилган ўзгарувчиларнинг боғланишларини сабаб ва оқибатларини ўрганиш эконометрик моделлаштиришда энг мураккаб масалалардан ҳисобланади. Бу масалаларда ананавий корреляцион-регрессион таҳлил усулларини қўллаш эконометрик моделларни тузиш ва уларни таҳлил қилиш босқичларида муҳим бўлган

қатор муаммоларни келтириб чиқаради. Бу муаммолар биринчи навбатда эконометрик моделлаштиришда маълумотлар манбааси бўлган динамик қаторларнинг хусусияти билан боғлиқ. Ушбу бобнинг аввалги параграфларидан маълумки динамик қаторларнинг ҳар бир даражаси учта асосий компоненталар: тенденция, циклик (мавсумий) ва тасодифий компоненталардан иборат. Ушбу компоненталарнинг мавжуд бўлиши динамик қаторларнинг корреляцион-регрессион таҳлили натижаларига қандай таъсир этишини кўриб чиқамиз.

Бундай таҳлилнинг дастлабки босқичи ўрганилаётган динамик қаторларнинг тузилишини аниқлашдан иборат. Агар бу босқичда динамик қаторлар мавсумий ёки циклик тебранишларга эга бўлса, у ҳолда ўзаро боғланишларни ўрганиш бўйича кейинги тадқиқотларни олиб боришдан олдин динамик қаторлар даражаларидан мавсумий ва циклик компоненталарни чиқориб ташлаш керак. Чунки, уларнинг динамик қаторларда мавжуд бўлиши, агар иккала қатор бирдек такрорланувчи циклик тебранишга эга бўлса қаторларнинг боғланиш кучи ҳақиқий кўрсаткичларининг қийматларини кўтарилишига олиб келади, агар мавсумий ёки циклик тебранишлар фақат қаторлардан бирида бўлса ёки қаторларда тебранишлар динамиклиги турлича бўлса, кўрсаткичларнинг қийматларини камайишига олиб келади.

Динамик қаторлар даражаларидан масумий компоненталарни чиқариб ташлашни *аддитив* ва *мультипликатив* моделлар қуриш усулларидан фойдаланган ҳолда амалга ошириш мумкин. Соддалиқ учун боғланишларни таҳлил қилиш усулларини ёритишда ўрганилаётган динамик қаторларда даврий тебранишлар мавжуд эмас деб қараймиз. Фараз қилайлик, X ва Y қаторлари орасидаги боғланиш ўрганилаётган бўлсин. Боғланишни миқдорий жиҳатдан тавсифлаш учун чизиқли корреляция коэффициентидан фойдаланамиз. Агар динамик қаторлар тенденцияга эга бўлса корреляция коэффициентининг мутлоқ қиймати юқори бўлади (X ва Y қаторларнинг тенденциялари устма-уст тушса корреляция коэффициенти мусбат, қарама-

карши йўналишда бўлса манфий бўлади). Лекин бундан x нинг ўзгариши сабабли y ҳам ўзгарапти(ёки тескариси) деган хулосага келиш керак эмас.

Корреляция коэффициентининг юқори бўлиши бу x ва y ларнинг вақтга боғлиқлиги ёки тенденция мавжудлигининг натижасидир. Шу билан бирга сабаб-оқибат орқали бир-бири билан умуман боғланмаган қаторлар бир хил ёки қарама-қарши тенденцияга эга бўлишлари ҳам мумкин. Масалан, олий ўқув юрти битирувчилари сони билан дам олиш масканлари сони ўртасидаги боғланишнинг корреляция коэффициенти маълум бир давр учун 0,8 бўлган бўлсин. Табиийки бу ҳолат дам олиш масканларининг сонини кўпайиши олий ўқув юрти битирувчиларнинг сонини ортишини ёки битирувчиларнинг сонини ортиши дам олиш масканларига талабнинг ортишига олиб келмайди, албатта.

Ўрганилаётган қаторлар ўртасидаги сабаб-оқибат боғлиқлигини тавсифловчи корреляция коэффициентини олиш учун, ҳар бир қаторда тенденция мавжудлигидан келиб чиқадиган “ёлғон корреляция”дан қутилиш керак. Бунинг учун тенденцияларни йўқотиш усулларининг биридан фойдаланилади. Фараз қилайлик, иккита x_t ва y_t динамик қаторлар учун қуйидаги кўринишдаги жуфт регрессия тенгламаси тузилган бўлсин:

$$y_t = a + b \cdot x_t + \varepsilon_t \quad (8.2.1)$$

Ушбу ҳар бир динамик қаторда тенденциянинг борлиги моделнинг боғлиқ бўлган y_t ўзгарувчи ва боғлиқ бўлмаган x_t ўзгарувчиларга моделда бевосита эътиборга олинмаган вақт омили таъсир этаётганлигини билдиради. Вақт омилининг таъсири жорий ва ўтган вақт мобойнидаги ε_t қолдиқлар қийматлари орасидаги корреляцион боғланишда ифодаланади. Бундай боғланишлар “қолдиқлардаги автокорреляция” дейилади.

Қолдиқдаги автокорреляция бу ЭККУнинг асосий шартларидан бири бўлган, регрессия тенгламасида ҳосил бўладиган қолдиқнинг тасодифийлиги шартининг бузилишидир. Бу муаммони ечиш йўлларида бири модель параметрларини баҳолашда умумлашган ЭККУни қўллашдан иборат.

8.2.1. Тенденцияни йўқотиш усуллари

Тенденцияларни йўқотишнинг барча усулларининг моҳияти- вақт омилини қатор даражаларига таъсирини йўқотиш ёки уни белгилаб қўйишдан иборат.

Тенденцияларни йўқотиш усулларини икки гуруҳга бўлиш мумкин:

- берилган қатор даражаларини тенденцияга эга бўлмаган янги ўзгарувчиларга ўзгартириш усуллари. Ўзгартирилган ўзгарувчилар ўрганилаётган динамик қаторларда ўзаро боғланишларни таҳлил қилишда фойдаланилади. Бу усуллар ёрдамида ҳар бир динамик қаторда T тренд компоненталари бевосита йўқотилади. Ушбу гуруҳга икки усул: кетма-кет айирмалар ва тренддан четланиш киради;

- вақт омилини моделнинг боғлиқ ва боғлиқ бўлмаган ўзгарувчиларига таъсирини ажратган ҳолда берилган қаторларнинг ўзаро боғланишини ўрганишга асосланган усуллар. Ўз навбатида бу усул динамик қаторларнинг регрессия моделига вақт омилини киритиш усули ҳам дейилади.

Юқорида келтирилган усулларни қўллашнинг афзалликлари ва камчиликларини кўриб чиқамиз.

Тренддан четланиш усули

Икки x_t ва y_t динамик қаторларда T –тренд ва \mathcal{E} -тасодифий компоненталар бор бўлсин. Ушбу қаторларнинг ҳар бирида аналитик текслашни амалга ошириш тренд тенгламаларининг мос параметрларини ва тренд бўйича ҳисобланган \hat{x}_t ва \hat{y}_t ларнинг даражаларини аниқлаш имконини беради. Бу ҳисоблаш натижаларини ҳар бир қаторнинг T –тренд компоненталарини баҳолаш учун қабул қилса бўлади. Шунинг учун тенденцияни таъсирини даражаларнинг берилган қийматларидан ҳисобланган қийматларини айриш йўли билан йўқотиш мумкин. Ушбу амаллар моделнинг ҳар бир динамик қатори учун бажарилади. Қаторларнинг ўзаро боғлиқлигининг кейинги таҳлили берилган даражаларни қўллаб эмас,

балки $x_t - \hat{x}_t$ ва $y_t - \hat{y}_t$ тренддан оғишларни қўллаган (ҳосил бўлган қаторларда тренд бўлмаган) ҳолда амалга оширилади.

8.7-мисол. Якуний истеъмолга ҳаражатлар билан жами даромаднинг ўзаро боғланишини аниқлаш.

Якуний истеъмолга ҳаражатлардан ташқари жами даромад ҳақидаги 8 йиллик маълумотлар (шартли пул бирлигида) берилган бўлсин (8.2.1-жадвал). Жами даромад- x_t ва якуний истеъмолга ҳаражатлар - y_t динамик қаторлари орасидаги боғланиш зичлиги ва кучини тавсифлаш талаб этилади.

8.2.1-жадвал

Якуний истеъмолга ҳаражатлар ва жами даромад(шартли п. б.)

Йиллар	1	2	3	4	5	6	7	8
Якуний истеъмолга ҳаражатлар, y_t	7	8	8	10	11	12	14	16
Жами даромад, x_t	10	12	11	12	14	15	17	20

Берилган маълумотлар асосида амалга оширилган корреляцион-регрессион таҳлил натижасида қуйидагиларни оламиз:

регрессия тенгламаси $\hat{y}_t = -2,05 + 0,92 \cdot x_t$,

корреляция коэффиценти $r_{xy} = 0,982$,

ковариация коэффиценти $r_{xy}^2 = 0,965$.

8.7-мисолда якуний истеъмолга ҳаражатлар қатори бўйича биринчи тартибли автокорреляция $r_1^y = 0,976$ эди. Ҳудди шундай жами даромад динамик қатори бўйича биринчи тартибли автокорреляцияни ҳисобласак $r_1^x = 0,880$ ни оламиз. Кўришиб турибдики натижа айнан бир хил эмас. Бундан келиб чиқиб, ҳар бир қаторда чизиқли ёки чизиқлига яқин бўлган тренд борлигини эътиборга олиб, олинган натижада сохта корреляция мавжуд деб тахмин қилиш мумкин. Уни олиб ташлаш учун тренддан четланиш бўйича тенденцияни йўқотиш усулин қўллаймиз. Ҳар бир қатор бўйича чизиқли трендларни ҳисоб-китоби натижалари 8.2.2-жадвалда келтирилган.

8.2.2-жадвал

Якуний истеъmolга ҳаражатлар ва жами даромадлар чизикли трендларининг параметрлари ҳисоб-китобиинг натижалари

Кўрсаткичлар	Якуний истеъmolга ҳаражатлар	Жами даромад
Озод ҳад(константа)	5,071428	8,035714
Регрессия коэффиценти	1,261904	1,297619
Регрессия коэффицентининг стандарт ҳатолиги	0.101946	0,179889
R-квадрат	0,962315	0,896611
Кузатувлар сони	8	8
Эркинлик даражаси сони	6	6

$\hat{y}_t = 5,07 + 1,26 \cdot t$ ва $\hat{x}_t = 8,04 + 1,3 \cdot t$ трендлардан \hat{y}_t ва \hat{x}_t ларнинг ҳисобланган қийматларини ҳамда $y_t - \hat{y}_t$ ва $x_t - \hat{x}_t$ трендлардан четланишларни аниқлаймиз(8.2.3-жадвал).

8.2.3-жадвал

Якуний истеъmolга ҳаражатлар ва жами даромад динамик қаторлари учун тренд компоненталари ва ҳатолар

t, вақт	y_t	x_t	\hat{y}_t	\hat{x}_t	$y_t - \hat{y}_t$	$x_t - \hat{x}_t$
1	7	10	6,33	9,34	0,67	0,66
2	8	12	7,59	10,64	0,41	1,36
3	8	11	8,85	11,94	-0,85	-0,94
4	10	12	10,11	13,24	-0,11	-1,24
5	11	14	11,37	14,54	-0,37	-0,54
6	12	15	12,63	15,84	-0,63	-0,84
7	14	17	13,89	17,14	0,11	-0,14
8	16	20	15,15	18,44	0,85	1,56

Ҳисобланган, тренддан четланишларни автокорреляция бўйича текшириб кўрамиз. Тренддан четланиш бўйича биринчи тартибли автокорреляция коэффицентлари қуйидагиларга тенг:

$$r_1^{\Delta x_t} = 0,254, \quad r_1^{\Delta y_t} = 0,129 .$$

Демак, ҳосил бўлган тренддан четланиш динамик қаторларини берилган якуний истеъmolга ҳаражатлар ва жами даромад динамик қаторларининг боғланиш кучини миқдорий жиҳатдан тавсифлаш учун қўллаш мумкин. Тренддан четланиш бўйича корреляция коэффиценти $r_{\Delta x \Delta y} = 0,860$ га тенг (бу қийматни берилган қатор даражалари бўйича корреляция коэффиценти $r_{xy} = 0,982$ билан таққосланг). Бу эса якуний истеъmolга ҳаражатлар билан

жами даромад ўртасидаги боғланиш тўғри ва юкори даражада эканлигини кўрсатади.

Тренддан четланиш регрессион моделини куриш натижалари куйидагилардан иборат:

Озод ҳад(константа)	0,017313
Регрессия коэффиценти	0,487553
Регрессия коэффицентининг стандарт хатолиги	0,117946
R-квадрат	0,740116
Кузатувлвр сони	8
Эркинлик даражаси сони	6

Ушбу моделни прогнозлаш масаласи учун қўллаш мумкин. Бунинг учун \hat{x}_t омил белгининг тренд қийматларини аниқланилади ва берилган қийматларни бирор усул билан тренддан тахмин қилинаётган четланиш қиймати баҳоланади. Ўз навбатида тренд тенгламасидан натижавий белги учун \hat{x}_t нинг тренд қийматлари аниқланилади, тренддан четланиш регрессия тенгламасидан $y_t - \hat{y}_t$ четланиш қийматини аниқланилади. Сўнгра куйидаги

$$y_t = \hat{y}_t + (y_t - \hat{y}_t)$$

формуладан y_t нинг нуқтадаги ҳақиқий қиймати аниқланилади.

Кетма-кет айирмалар усули

Кўп ҳолларда тенденцияларни йўқотиш мақсадида динамик қаторларни аналитик текслаш ўрнига соддароқ бўлган усул - кетма-кет айирмалар усули қўлланилади.

Агар динамик қатор аниқ ифодаланган чизикли тенденцияга эга бўлса, у ҳолда берилган қатор даражаларини занжирсимон мутлоқ кўшимча ўсиш (биринчи тартибли айирма) билан алмаштириб тенденцияни йўқотиш мумкин.

$$y_t = \hat{y}_t + \varepsilon_t \quad (8.2.2)$$

бўлсин, бу ерда ε_t - тасодифий хатолик.

$$\hat{y}_t = a + b \cdot t \quad (8.2.3)$$

У ҳолда

$$\Delta_t = y_t - y_{t-1} = a + b \cdot t + \varepsilon_t - (a + b \cdot (t-1) + \varepsilon_{t-1}) = b + (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}). \quad (8.2.4)$$

Бу ерда b – вақтга боғлиқ бўлмаган коэффициент. Кучли тенденция мавжуд бўлганда ε_t -қолдиқ етарлича кичик бўлиб у тасодифий хусусиятга эга. Шунинг учун қатор даражаларининг биринчи тартибли айирмаси Δ_t ўзгарувчи вақтга боғлиқ эмас, улардан кейинги таҳлилларда фойдаланиш мумкин.

Агар динамик қатор иккинчи тартибли парабола шаклидаги тенденцияга эга бўлса, у ҳолда уни йўқотиш учун қаторнинг берилган даражаларини иккинчи тартибли айирмага алмаштириш мумкин.

(8.2.2) муносабат ўринли бўлиб,

$$\hat{y}_t = a + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 \quad (8.2.5)$$

бўлсин. У ҳолда

$$\begin{aligned} \Delta_t = y_t - y_{t-1} &= a + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 + \varepsilon_t - (a + b_1 \cdot (t-1) + b_2 \cdot (t-1)^2 + \varepsilon_{t-1}) = \\ &= b_1 - b_2 + 2 \cdot b_2 \cdot t + (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}). \end{aligned} \quad (8.2.6)$$

Ушбу муносабатдан кўриниб турибдики биринчи тартибли айирма Δ_t вақт омили(t)га бевосита боғлиқ ва у тенденцияга эга.

Иккинчи тартибли айирмани аниқлаймиз:

$$\begin{aligned} \Delta_t^2 &= \Delta_t - \Delta_{t-1} = b_1 - b_2 + 2 \cdot b_2 \cdot t + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - \\ &- (b_1 - b_2 + 2 \cdot b_2 \cdot (t-1) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)) = \\ &= 2 \cdot b_1 + (\varepsilon_t - 2 \cdot \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2}) \end{aligned} \quad (8.2.7)$$

Кўриниб турибдики, Δ_t^2 иккинчи айирма тенденцияга эга эмас, шунинг учун берилган даражаларда иккинчи тартибли тренднинг мавжуд бўлганда уларни келгуси таҳлилларда қўллаш мумкин. Агар динамик қатор тенденцияси экспоненциаль ёки даражали трендга мос келса кетма-кет айирмалар усулини қаторнинг берилган даражаларига эмас балки уларнинг логарифмларига қўллаш маъқул.

8.8-мисол. Якуний истеъmolга ҳаражатларни жами даромадга боғлиқлигини биринчи айирма бўйича ўрганиш.

8.2.1-жадвалда келтирилган якуний истеъmolга ҳаражатлар(y_t) ва жами даромад(x_t) бўйича маълумотларига мурожаат қиламиз. Ушбу қаторлар орасидаги боғланишни биринчи айирма бўйича таҳлил қилиб кўрамиз (8.2.4-жадвал).

8.2.4-жадвал

t	y_t	x_t	$\Delta_t y$	$\Delta_t x$
1	7	10	-	-
2	8	12	1	2
3	8	11	0	-1
4	10	12	2	1
5	11	14	1	2
6	12	15	1	1
7	14	17	2	2
8	16	20	2	3
Биринчи тартибли автокорреляция коэффициенти			-0,109	-0,156

Динамик қаторлар биринчи тартибли айирмаларининг автокорреляциясини текшириш натижалари 8.2.4-жадвалнинг охири каторида келтирилган. Ҳосил бўлган қаторларда автокорреляция бўлмаганлиги сабабли уларни берилган маълумотлар ўрнига якуний истеъmolга ҳаражатлар билан жами даромад орасидаги боғланишни ўрганиш учун қўлаймиз. Қаторларнинг биринчи тартибли айирма бўйича корреляция коэффициенти $r_{\Delta_t x, \Delta_t y} = 0,717$ га тенг. Бу эса 8.7-мисолда берилган якуний истеъmolга ҳаражатлар билан жами даромад орасида тўла тўғри боғланиш мавжуд деган хулосани тасдиқлайди.

Якуний истеъmolга ҳаражатларни жами даромадга боғланишини биринчи тартибли айирма бўйича тузилган регрессия тенгламаси қуйидаги натижаларга олиб келди:

Озод ҳад(константа)	0,676471
Регрессия коэффициенти	0,426471
Регрессия коэффициенти стандарт хатолиги	0,184967

R- квадрат	0,5152219
Кузатувлар сони	7
Эркинлик даражаси	5

Шундай қилиб, регрессия тенгламаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\hat{\Delta}_t y = 0,68 + 0,43 \cdot \Delta_t x; \quad R^2 = 0,515.$$

Бу регрессия тенгламаси қуйидагича изоҳланади: даромаднинг қўшимча ўсиши 1 пул бирлигига ўзгарганда истеъмолни қўшимча ўсиши ўртача шу томонга қараб 0,43 пул бирлигига ўзгаради.

Кетма-кет айирмалар усули оддий усул бўлиши билан бирга иккита камчиликка эга. *Биринчидан*, ушбу усулни қўллашда регрессия тенгламасини тузиш учун асос бўладиган кузатувлар сони иккитага камаяди ва ўз навбатида эркинлик даражасида ҳам йўқотиш юз беради. *Иккинчидан*, динамик қаторларнинг берилган даражалари ўрнига уларнинг қўшимча ўзгаришларини қўлланилиши берилган маълумотларни йўқотилишига олиб келади.

Регрессия моделига вақт омилини киритиш

Корреляцион-регрессион таҳлилда қандайдир омилни натижага ва моделга киритилган бошқа омилларга таъсирини ҳисобга олиш имконияти бўлса, унинг таъсирини йўқотиш мумкин. Бу усул, вақт омилини боғлиқ бўлмаган омил сифатида моделга киритиш орқали тенденцияни ҳисобга олиш мумкин бўлган ҳолларда динамик қаторларни таҳлил қилишда кенг қўлланилади.

Вақт омили киритилган ушбу

$$y_t = a + b_1 \cdot x_t + b_2 \cdot t + \varepsilon_t$$

(8.2.8)

модель шундай моделлар гуруҳига тегишли. Бундай моделларда боғлиқ бўлмаган ўзгарувчилар сони биттадан кўп бўлиши мумкин. Бундан ташқари, булар боғлиқ бўлмаган ўзгарувчиларнинг на фақат жорий

қийматлари, ўтган даврдаги қийматлари ҳамда натижавий ўзгарувчининг ҳам ўтган даврдаги қийматлари бўлиши мумкин.

Бундай моделларнинг “тренддан четланиш” ва “кетма-кет айирмалар” усулларига нисбатан афзалликлари шундан иборатки, улар берилган маълумотларни барчасини ҳисобга олиш имконини беради, чунки y_t ва x_t ларнинг қийматлари берилган динамик қаторлар даражаларини ташкил этади. Бундан ташқари модель кузатувлар сонини камайишига олиб келувчи “кетма-кет айирмалар” усули билан тузилган моделдан фарқ қилиб, у ўрганилаётган даврдаги барча маълумотлар бўйича тузилади. Вақт омили киритилган моделнинг a ва b параметрлари ЭККУ билан аниқланилади. Параметрларни ҳисоблаш ва таҳлил қилишни қуйидаги мисолда кўриб чиқамиз.

8.9-мисол. *Вақт омилини киритиш йўли билан регрессия моделини тузиш.*

8.2.1-жадвал маълумотлари асосида якуний истеъмолга ҳаражатларни жами даромад x_t ва вақт омилига боғланишини ифодаловчи регрессия тенгламасини тузамиз.

(8.2.8) регрессия тенгламаси параметрларининг қийматларини ҳисоблаш учун оддий ЭККУдан фойдаланамиз.

Нормал тенгламалар системаси қуйидаги кўринишга эга:

$$\begin{cases} n \cdot a + b_1 \cdot \sum x_t + b_2 \cdot \sum t = \sum y_t, \\ a \cdot \sum x_t + b_1 \cdot \sum x_t^2 + b_2 \cdot \sum t \cdot x_t = \sum x_t \cdot y_t, \\ a \cdot \sum t + b_1 \cdot \sum t \cdot x_t + b_2 \cdot \sum x_t^2 = \sum t \cdot y_t \end{cases} \quad (8.2.9)$$

Берилган маълумотлар асосида керакли қийматларни ҳисоблаб (8.2.9)га кўйсак қуйидагига эга бўламиз:

$$\begin{cases} 8 \cdot a + 111 \cdot b_1 + 36 \cdot b_2 = 86, \\ 111a + 1619 \cdot b_1 + 554 \cdot b_2 = 1266, \\ 36 \cdot a + 554 \cdot b_1 + 204 \cdot b_2 = 440 \end{cases}$$

Тенгламалар системасини a , b_1 , b_2 ларга нисбатан ечиб, $a = 1,15$; $b_1 = 0,49$; $b_2 = 0,63$ ларни оламиз. Юқоридагилардан келиб чиқиб, регрессия тенгламаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$y_t = 1,15 + 0,49 \cdot x_t + 0,63 \cdot t + \varepsilon_t.$$

Тенгламанинг параметрлари қуйидагича таҳлил қилинади. $b_1 = 0,49$ параметр жами даромад 1 пул бирлигига ортганда якуний истеъмолга ҳаражатлар, ўзгармас тенденция мавжуд бўлганда, ўртача 0,49 пул бирлигига ортишини тавсифлайди. $b_2 = 0,63$ параметр, жами даромаддан ташқари, барча омилларни якуний истеъмол учун қилинган ҳаражатларга таъсири уни ўртача йиллик мутлоқ ўсишини 0,63 пул бирлигига тенг бўлишини билдиради.

8.3. Динамик қаторларни компьютер дастурлари ёрдамида моделлаштириш

4-мисол. Охириги беш йилда мамлакатга туристлар оқими ҳақидаги йилларнинг чораклари бўйича маълумотлари берилган.

Йиллар	1-чорак	2-чорак	3-чорак	4-чорак
2014	385837	475343	527363	473418
2015	403996	494878	532033	486807
2016	459803	490901	551753	524578
2017	504970	620804	762304	801996
2018	972264	1349369	1593844	1430742

Топшириқ: компьютерда MS Excel дастурий маҳсулидан фойдаланиб:

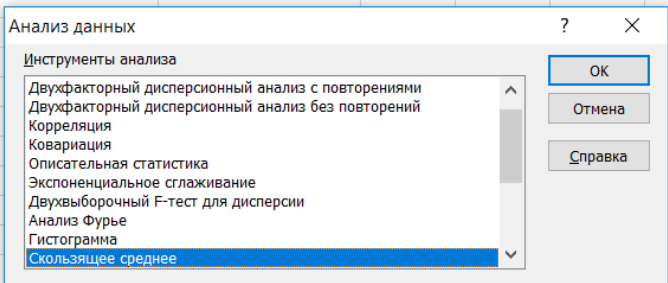
- 1) Сирғанчиқ ўртача билан қаторни тексланг.
- 2) Мавсумий компоненталарни баҳоланг.
- 3) Берилган динамик қатордан мавсумий компоненталарни чиқариб ташлаб тренд тенгламаси- аддитив моделни тузинг ва моделнинг хатолигини баҳоланг.
- 4) Берилган динамик қаторни ҳақиқий даражалари, тексланган даражалари, аддитив моделдан олинган даражаларини графикда тасвирланг.
- 5) Аддитив модель асосида келаси йилнинг чораклари, биринчи ва иккинчи ярим йилликлари ҳамда йил бўйича туристлар оқимининг сонини прогнозланг.

Ечиш.

1) Сирғанчиқ ўртача билан қаторни текслаш учун MS Excel дастурига кириб маълумотларни киритиш учун ишчи ОЙНА очиб маълумотларни киритилади(жадвални кўргазмали бўлиши учун маълумотларни A15 катакдан бошлаб ёзиш мақсадга мувофиқ, 8.1-расм). Сўнгра ДАННЫЕ ва АНАЛИЗ ДАННЫХ буйруқларидан фойдаланиб **Инструменты анализа** дарчаси очилади ва унда **Скользящее среднее** инструменти белгиланиб **ОК** тугмаси босилади (8.1-расм). Натижада 8.2-расмдаги ойна ҳосил бўлади.

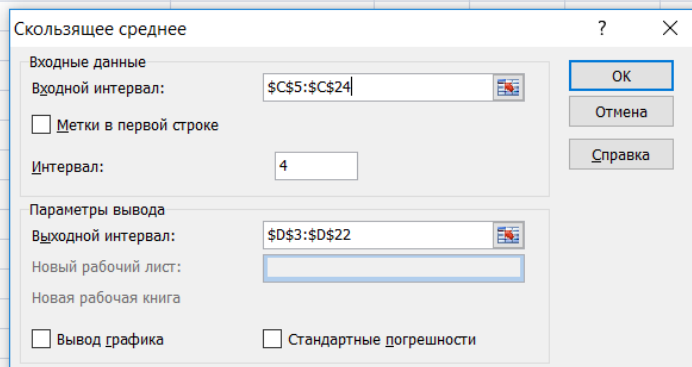
Скользящее среднее ойнасида маълумотларни киритишнинг юқоридаги тартибига асосан **Входной интервал** ойначасига берилган маълумотлар жойлашган катаклар рақамлари ёзилади. **Интервал** ойначасига

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Йиллар	Чораклар	Туристлар сони	Сиргончик ўртача	Марказлашган ўртача				
2									
3									
4									
5	2014	I	385837						
6		II	475343						
7		III	527363						
8		IV	473418						
9	2015	I	403996						
10		II	494878						
11		III	532033						
12		IV	486807						
13	2016	I	459803						
14		II	490901						
15		III	551753						
16		IV	524578						
17	2017	I	504970						
18		II	620804						
19		III	762304						
20		IV	801996						
21	2018	I	972264						
22		II	1349369						
23		III	1593844						
24		IV	1430742						



8.1-расм. Сиргончиқ ўртачани буйруғини ишга тушириши ойнаси

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Йиллар	Чораклар	Туристлар сони	Сирғончиқ ўртача	Марказлашган ўртача				
2									
3									
4									
5	2014	I	385837						
6		II	475343						
7		III	527363						
8		IV	473418						
9	2015	I	403996						
10		II	494878						
11		III	532033						
12		IV	486807						
13	2016	I	459803						
14		II	490901						
15		III	551753						
16		IV	524578						
17	2017	I	504970						
18		II	620804						
19		III	762304						
20		IV	801996						
21	2018	I	972264						
22		II	1349369						
23		III	1593844						
24		IV	1430742						



8.2-расм. Сирғончиқ ўртачани ҳисоблаш ойнаси

ўрталаштирилаётган чораклар сони (бизнинг мисолда у тўртга тенг) ёзилади. **Выходной интервал** ойначасига сирғончиқ ўртачнинг қийматлари жойлашадиган катаклар рақамлари киритилади (жадвал кўрғазмали бўлиши учун сирғончиқ ўртачнинг қийматлари жойлашадиган катаклар рақамларини берилган маълумотлар жойлашган катакдан иккита катак юқоридан ёзиш мақсадга мувофиқ) **OK** тугмаси босилади, натижада **D** устунда сирғончиқ ўртачанинг қийматлари ҳосил бўлади (8.3а-расм). Сўнгра марказлашган ўртачани ҳисоблаш учун яна худди шу тартибда **Скользящее среднее** ойнасига кирилади (8.4-расм) ва **Входной интервал** ойначасига сирғончиқ ўртачанинг қийматлари жойлашган катакларнинг рақамлари ёзилади. **Интервал** ойначасига марказлашган ўртачани ҳисоблаш учун чораклар сони (бизнинг мисолда у иккига тенг) ёзилади. **Выходной интервал** ойначасига марказлашган ўртачнинг қийматлари жойлашадиган катаклар рақамлари киритилади ва **OK** тугмаси босилади, натижада **E** устунда марказлашган ўртачанинг қийматлари ҳосил бўлади ва натижада берилган қатор тексланган шаклга келади(8.3б-расм).

	A	B	C	D
1	Йиллар	Чорак-лар	Туристлар сони	Сиргончик ўртача
2				
3				
4				
5	2014	I	385837	
6		II	475343	465490,25
7		III	527363	470030
8		IV	473418	474913,75
9	2015	I	403996	476081,25
10		II	494878	479428,5
11		III	532033	493380,25
12		IV	486807	492386
13	2016	I	459803	497316
14		II	490901	506758,75
15		III	551753	518050,5
16		IV	524578	550526,25
17	2017	I	504970	603164
18		II	620804	672518,5
19		III	762304	789342
20		IV	801996	971483,25
21	2018	I	972264	1179368,25
22		II	1349369	1336554,75
23		III	1593844	
24		IV	1430742	

8.3а-расм. Сиргончиқ ўртача.

	A	B	C	D	E
1	Йиллар	Чорак-лар	Туристлар сони	Сиргончик ўртача	Марказлашган ўртача
2					
3					
4					
5	2014	I	385837		
6		II	475343	465490,25	
7		III	527363	470030	467760,125
8		IV	473418	474913,75	472471,875
9	2015	I	403996	476081,25	475497,5
10		II	494878	479428,5	477754,875
11		III	532033	493380,25	486404,375
12		IV	486807	492386	492883,125
13	2016	I	459803	497316	494851
14		II	490901	506758,75	502037,375
15		III	551753	518050,5	512404,625
16		IV	524578	550526,25	534288,375
17	2017	I	504970	603164	576845,125
18		II	620804	672518,5	637841,25
19		III	762304	789342	730930,25
20		IV	801996	971483,25	880412,625
21	2018	I	972264	1179368,25	1075425,75
22		II	1349369	1336554,75	1257961,5
23		III	1593844		
24		IV	1430742		

8.3б-расм. Марказлашган ўртача.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Йиллар	Чорак-лар	Туристлар сони	Сиргончик ўртача	Марказлашган ўртача						
2											
3											
4											
5	2014	I	385837								
6		II	475343	465490,25							
7		III	527363	470030							
8		IV	473418	474913,75							
9	2015	I	403996	476081,25							
10		II	494878	479428,5							
11		III	532033	493380,25							
12		IV	486807	492386							
13	2016	I	459803	497316							
14		II	490901	506758,75							
15		III	551753	518050,5							
16		IV	524578	550526,25							
17	2017	I	504970	603164							
18		II	620804	672518,5							
19		III	762304	789342							
20		IV	801996	971483,25							
21	2018	I	972264	1179368,25							
22		II	1349369	1336554,75							
23		III	1593844								
24		IV	1430742								

8.4-расм. Марказлашган ўртачани ҳисоблаш ойнаси

2) Мавсумий компоненталар баҳолаш учун туристлар сони (C устун) билан марказлаштирилган ўртача (E устун) орасидаги фаркни ҳисобланади (8.5-расм F устун).

	A	B	C	D	E	F
1	Йиллар	Чорак-лар	Туристлар сони	Сирғончик ўртача	Марказлашган ўртача	Мавсумий компоненталар
2						
3						
4						
5	2014	I	385837			
6		II	475343	465490,25		
7		III	527363	470030	467760,125	59602,875
8		IV	473418	474913,75	472471,875	946,125
9	2015	I	403996	476081,25	475497,5	-71501,5
10		II	494878	479428,5	477754,875	17123,125
11		III	532033	493380,25	486404,375	45628,625
12		IV	486807	492386	492883,125	-6076,125
13	2016	I	459803	497316	494851	-35048
14		II	490901	506758,75	502037,375	-11136,375
15		III	551753	518050,5	512404,625	39348,375
16		IV	524578	550526,25	534288,375	-9710,375
17	2017	I	504970	603164	576845,125	-71875,125
18		II	620804	672518,5	637841,25	-17037,25
19		III	762304	789342	730930,25	31373,75
20		IV	801996	971483,25	880412,625	-78416,625
21	2018	I	972264	1179368,25	1075425,75	-103161,75
22		II	1349369	1336554,75	1257961,5	91407,5
23		III	1593844			
24		IV	1430742			

8.5-расм. Мавсумий компоненталар

Улардан мавсумий компонента(S)ларнинг қийматларини ҳисоблашда фойдаланилади. Бунинг учун йиллар бўйича ҳар бир чорак учун ўртача мавсумий компонента қийматлари (S_i)ларни (8.5-расм. F устун) 8.4-жадвалга жойлаштирилади.

8.4-жадвал

Йиллар бўйича ҳар бир чорак учун ўртача мавсумий туристлар оқими

Кўрсаткичлар	Йил	Чорак рақами, i			
		I	II	III	IV
	2014			59602,87	946,12
	2015	-71501,50	17123,12	45628,62	-6076,12
	2016	-35048,00	-11136,37	39348,37	-9710,37
	2017	-71875,125	-17037,25	31373,75	-78416,62
	2018	-103161,75	91407,50		
i -чорак бўйича жами (барча йиллар учун)		-281586,37	80357,00	175953,62	-93257,00
i -чорак учун масумий компоненталарни ўртача қиймати(\bar{S}_i)		-70396,59	20089,25	43988,40	-23314,25
Тузатилган мавсумий компонента, S_i		-62988,29	27497,54	51396,70	-15905,95

Чораклар бўйича мавсумий компоненталар ўртачаларининг йиғиндисини нолга тенг ва тенг эмаслигини текширилади (8.4-жадвалнинг кўрсаткичлар устунида 3-қатор):

$$(-70396,59)+20089,25+43988,40+(-23314,25) = -29633,2.$$

Йиғинди нолга тенг бўлмаганлиги сабабли тузатиш коэффициенти ҳисобланади:

$$k = -29633,2 / 4 = -7408,3.$$

Мавсумий компоненталарнинг чораклар бўйича тузатилган қийматлари ўртача туристлар сони билан тузатиш коэффициенти(k) орасидаги фарқи $S_i = \bar{S}_i - k$, формула ёрдамида топилади, бу ерда, $i= 1, 2, 3, 4$.

Топилган қийматларни жадвалга қўйиб (8.6-жадвалнинг кўрсаткичлар устунида 4-қатор) мавсумий компоненталарнинг қийматлари йиғиндисини нолга тенг бўлиш шартини такроран текшириб кўрамиз:

$$-62988,29+ 27497,54+ 51396,70+(-15905,95) = 0.$$

Нолга тенг бўлиш шarti бажарилди, шундай қилиб, туристлар оқимининг мавсумий компоненталари қийматлари қуйидагича:

$$\text{I – чорак: } S_1 = -62988,29;$$

$$\text{II – чорак: } S_2 = 27497,54;$$

$$\text{III – чорак: } S_3 = 51396,70;$$

$$\text{IV – чорак: } S_4 = -15905,95.$$

3) Берилган динамик қатордан мавсумий компоненталарни чиқариб ташлаб тренд тенгламаси -аддитив моделни тузиш ва моделнинг хатолигини баҳолаш(8.8-расм).

1. Берилган қаторнинг даражалари (С устун)дан мавсумий компоненталарнинг қийматларини (D устун) айирилади ва E устунда ҳар бир давр учун фақат тенденция ва тасодифий компоненталардан иборат қатор ҳосил бўлади.

2. Тренд тенгламаси –аддитив моделни тузиш учун ($T+E$) қаторни чизиқли тренд ёрдамида аналитик текисланади. Бунинг учун MS Excel

дастурининг “Регрессия” буйруғидан фойдаланиб тренднинг аналитик ифодасини параметрлари қийматлари аниқланилади. Бунинг учун 8.6-расмдаги амаллар бажарилади. Натижа 8.7-расмдаги ойнада ҳосил бўлади. Регрессион таҳлилнинг натижасига асосан қатор даражаларининг вақтга боғланиш зичлиги $r_{yt} = 0,81$; тенглама параметрлари: $a_0=692150,15$; $a_1=24289$ га тенг. Шундай қилиб, тренднинг аналитик кўриниши қуйидагича:

$$T = 692150,15 + 24289 \cdot t$$

Ушбу тенгламага $t = 1,2,\dots,20$ қийматларни қўйиб, ҳар бир вақт учун T нинг вақт бўйича қийматлари топилади (8.8-расм. F устун).

3. Берилган динамик қаторнинг ҳар бир даражасидан (8.8-расм. C устун) масумий компоненталарнинг таъсирини (8.8-расм. D устун) чиқариб ташлаб, $T+E = Y - S$ қийматларини топамиз(8.8-расм. G устун). Натижада фақат тенденция ва тасодифий компоненталардан иборат бўлган қатор ҳосил бўлади.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	T+S	t							
2	448825,3	-19							
3	447845,5	-17							
4	475966,3	-15							
5	489324	-13							
6	466984,3	-11							
7	467380,5	-9							
8	480636,3	-7							
9	502713	-5							
10	522791,3	-3							
11	463403,5	-1							
12	500356,3	1							
13	540484	3							
14	567958,3	5							
15	593306,5	7							
16	710907,3	9							
17	817902	11							
18	1035252	13							
19	1321871	15							
20	1542447	17							
21	1446648	19							

Регрессия

Входные данные

Входной интервал Y:

Входной интервал X:

Метки Константа - ноль

Уровень надежности: %

Параметры вывода

Выходной интервал:

Новый рабочий дист:

Новая рабочая книга

Остатки

Остатки График остатков

Стандартизованные остатки График подбора

Нормальная вероятность

График нормальной вероятности

8.6-расм. Трендни аниқлаш учун маълумотларни киритиши

	A	B	C	D	E	F
1	ВЫВОД ИТОГОВ					
2						
3	<i>Регрессионная статистика</i>					
4	Множественный R	0,812478099				
5	R-квадрат	0,660120661				
6	Нормированный R-ква	0,641238476				
7	Стандартная ошибка	211869,5924				
8	Наблюдения	20				
9						
10	<i>Дисперсионный анализ</i>					
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
12	Регрессия	1	1,56931E+12	1,56931E+12	34,95997123	1,34831E-05
13	Остаток	18	8,07997E+11	44888724174		
14	Итого	19	2,37731E+12			
15						
16		<i>Коэффициент стандартная ошибка статистика</i>			<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>
17	Y-пересечение	692150,15	47375,48109	14,60988119	2,00172E-11	592617,9578
18	Переменная X 1	24289,20756	4107,975197	5,912695767	1,34831E-05	15658,67194

8.7-расм. Регрессиянинг натижалари

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Йиллар	Чорак-лар	Туристлар сон, y_t	S_t	$T+E = Y_t - S_t$	T	T+S	$E=y_t - (T+S)$
2	2014	1	385837	-62988,29	448825,29	224757,1	161768,8	224068,2
3		2	475343	27497,54	447845,46	273956,4	301453,9	173889,1
4		3	527363	51396,7	475966,3	323155,7	374552,4	152810,6
5		4	473418	-15905,95	489323,95	372354,9	356449	116969
6	2015	5	403996	-62988,29	466984,29	421554,2	358565,9	45430,1
7		6	494878	27497,54	467380,46	470753,5	498251	-3373
8		7	532033	51396,7	480636,3	519952,7	571349,4	-39316,4
9		8	486807	-15905,95	502712,95	569152	553246	-66439
10	2016	9	459803	-62988,29	522791,29	618351,3	555363	-95560
11		10	490901	27497,54	463403,46	667550,5	695048,1	-204147,1
12		11	551753	51396,7	500356,3	716749,8	768146,5	-216393,5
13		12	524578	-15905,95	540483,95	765949	750043,1	-225465,1
14	2017	13	504970	-62988,29	567958,29	815148,3	752160	-247190
15		14	620804	27497,54	593306,46	864347,6	891845,1	-271041,1
16		15	762304	51396,7	710907,3	913546,8	964943,5	-202639,5
17		16	801996	-15905,95	817901,95	962746,1	946840,2	-144844,2
18	2018	17	972264	-62988,29	1035252,29	1011945,4	948957,1	23306,9
19		18	1349369	27497,54	1321871,46	1061144,6	1088642	260726,8
20		19	1593844	51396,7	1542447,3	1110343,9	1161741	432103,4
21		20	1430742	-15905,95	1446647,95	1159543,2	1143637	287104,8

8.8-расм. Аддитив моделни тузиш учун ишчи жадал

Аддитив моделни куриш усулига асосан моделнинг хатолигини ҳисоблаш $E = Y - (T + S)$ формула асосида амалга оширилади. Бу мутлоқ хатолик бўлиб, унинг қиймати 8.8-расмнинг Н устунида келтирилган.

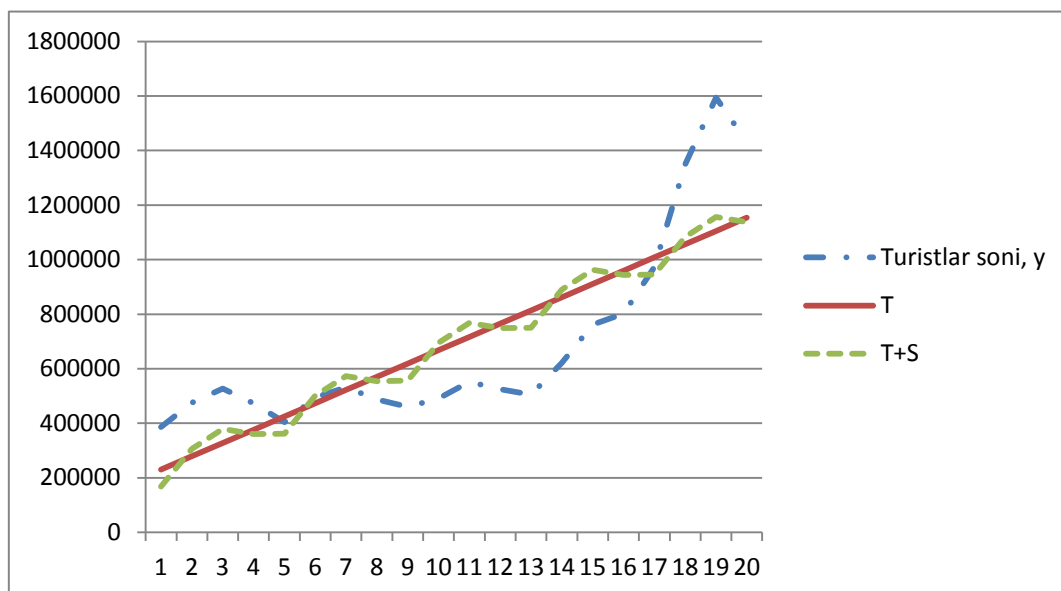
Танланган моделнинг сифатини баҳолаш учун олинган мутлоқ хатоликлар квадратлари йиғиндисидан фойдаланиш мумкин. Ушбу аддитив модель учун мутлоқ хатоликлар квадратлари йиғиндиси 8,08 га тенг. Уни қатор даражаларининг ўртача даражасидан четланиши квадратларининг йиғиндиси(169,5)га нисбати 4,18 фоизни ташкил этади, яъни:

$$(1 - 8,08/169,5) \times 100 = -4,18.$$

Шундай қилиб, айтиш мумкинки, аддитив модель охириги 20 чорақда туристлар ташрифи жараёнини ифодаловчи динамик қатор даражаларининг ўзгаришини 95,82 фоиз аниқлик билан ифодалаб беради.

4) Берилган динамик қаторни ҳақиқий даражалари, тексланган даражалари, аддитив моделда олинган даражаларини графикда тасвири.

Олинган натижаларни графикда тасвирлаш учун MS EXCEL дастурининг буйруғидан фойдаланамиз



8.9-расм. Ўзбекистон Республикасига ташириф буюрган туристлар оқимининг динамикаси

5) Аддитив модель асосида келаси йилнинг чораклари, биринчи ва иккинчи ярим йилликлари ҳамда йил бўйича туристлар оқими сонининг прогнози.

Прогноз қилинаётган даврларга мос тренд компоненталарини аниқлаш учун тренд тенгламасидан фойдаланамиз:

$$T = 175557,86 + 49199,265 \cdot t .$$

Прогноз қилинаётган чораклар учун тренд қуйидагилардан иборат:

$$T_{21} = 175557,86 + 49199,265 \cdot 21 = 1208742,43;$$

$$T_{22} = 175557,86 + 49199,265 \cdot 22 = 1257941,70;$$

$$T_{23} = 175557,86 + 49199,265 \cdot 23 = 1307140,97;$$

$$T_{24} = 175557,86 + 49199,265 \cdot 24 = 1356340,23;$$

Мавсумий компоненталарнинг қийматлари:

$$\text{I-чорак: } S_1 = -62988,29; \quad \text{II-чорак: } S_2 = 27497,54;$$

$$\text{III – чорак: } S_3 = 51396,70; \quad \text{IV – чорак: } S_4 = -15905,95 \text{ эди.}$$

Туристлар ташрифининг 2019 йилнинг I ва II чоракларида мос равишда прогноз сони:

$$Y_{21} = T_{21} + S_1 = 1\,208\,742,43 - 62\,988,29 = 1\,145\,754 \text{ киши};$$

$$Y_{22} = T_{22} + S_2 = 1\,257\,941,70 + 27\,497,54 = 1\,285\,439 \text{ киши} .$$

Туристлар ташрифининг 2019 йилнинг биринчи ярим йиллигида прогноз сони,

$$1\,145\,754 + 1\,285\,439 = 2\,431\,193 \text{ кишига тенг.}$$

Туристлар ташрифининг 2019 йилнинг III ва IV чоракларида прогноз сони мос равишда:

$$Y_{23} = T_{23} + S_3 = 1\,307\,140,97 + 51\,396,70 = 1\,358\,538 \text{ киши};$$

$$U_{24} = T_{24} + S_4 = 1\,356\,340,22 - 15\,905,95 = 1\,340\,434 \text{ киши.}$$

Туристлар ташрифининг 2019 йилнинг иккинчи ярим йиллигида прогноз сони,

$$1\,358\,538 + 1\,340\,434 = 2\,698\,972 \text{ кишига тенг.}$$

Туристлар ташрифининг 2019 йил бўйича прогноз сони,

$$2\,431\,193 + 2\,698\,972 = 5\,130\,165 \text{ кишини ташкил этади.}$$

Асосий таянч иборалар

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1. Фазовий модель | 10. Лаг |
| 2. Динамик | 11. Камаювчи |
| 3. Тенденция | 12. Коррелограмма |
| 4. Гипотетик | 13. Аналитик |
| 5. Циклик | 14. Текслаш |
| 6. Мавсумий | 15. Экспоненциал |
| 7. Аддитив | 16. Тренд |
| 8. Мультипликатив | 17. Сирганчиқ |
| 9. Автокорреляция | 18. Прогноз |

Такрорлаш учун саволлар ва топшириқлар

1. Эконометрик моделлар қандай турдаги маълумотлар асосида қурилади?
2. Динамик қаторлар автокорреляцияси нимани аңлатади?
3. Автокорреляция коэффициенти қайси формула ёрдамида ҳисобланади ва уни қандай хусусиятлари бор?
4. Динамик қатор автокорреляция функцияси ва коррелограммасига таъриф беринг.
5. Тенденциянинг асосий турларини айтиб беринг.
6. Аддитив ва мультипликатив моделларга таъриф беринг ва уларни умумий кўринишларини ёзинг.

7. 8.3-мисол маълумотлари асосида экспоненциал тренд тенгламасини ёзинг ва унинг даражаларини ҳисоблаб, параметрларини тавсифлаб беринг.
8. Аддитив моделларни қуриш қандай боқичларда амалга ошилади? Мисолдаги маълумотлар асосида тушунтириб беринг.
9. Динамик қаторларда сирғанчик ўртачалар қандай ҳисобланади?
10. Мавсумий компоненталарни ўртача баҳосини коррективровка қилиш коэффициентини нима учун керак?
- 11.8.10-жадвалдаги ($T + E$) қаторни аналитик тексланг ва чизиқли тренд коэффициентларни ҳисобланг.
- 12.4-мисол маълумотлари асосида туман аҳолисини 5-йилнинг иккинчи ярим йилликдаги электр энергияси истеъмоли миқдорини прогнозланг.
13. Динамик қаторлар компоненталарининг корреляцион-регрессион таҳлил натижаларига таъсири қандай ўрганилади?
14. Динамик қаторларда мавсумий ва циклик компоненталарни мавжуд бўлиши қаторларнинг боғланиш кучи ва зичлигига қандай таъсир кўрсатади?
15. Динамик қатор даражаларидан мавсумий компоненталарни чиқариб ташлашнинг қандай усуллари мавжуд?
16. Агар динамик қаторлар тенденцияга эга бўлса корреляция коэффициенти қандай қийматларга эга бўлади?
17. «Ёлғон корреляция» нима, у қандай йўқотилади?
18. «Қолдикдаги автокорреляция» тушунчасини тавсифлаб беринг.
19. «Тенденцияни йўқотиш» усулини тавсифлаб беринг.
20. «Тренддан четланиш» усулини тавсифлаб беринг.
21. «Кетма-кет айирмалар» усулини тавсифланг, у қандай камчиликларга эга.
22. Регрессия моделига вақт омили қандай киритилади?

Мустақил ишлаш учун масала

1. Компаниянинг охирги тўрт йилдаги чораклар бўйича тушуми ҳақида қуйидаг маълумотлар берилган:

Компания тушумлари, млн. АҚШ доллорида

Чорак йил	I	II	III	IV
1	72	100	90	64
2	70	92	80	58
3	62	80	68	48
4	52	60	50	30

Динамик қатор тузинг ва унинг мультипликатив моделини қуринг. Қурилган модель ёрдамида яқин келаси йилнинг биринчи ярим йиллиги учун тушум ҳажмини прогнозланг.

2. Оиланинг битта аъзосига тўғри келадиган даромад ва гўшт маҳсулотига бўлган харажат тўғрисидаги маълумотлар берилган:

Кўрсаткичлар	Йиллар							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Гўшт маҳсулотига харажат, минг сўм	20	22	25	28	30	32	35	40
Бир одамга тўғри келадиган даромад, % 2010 йилга нисбатан	100	102	105	108	110	112	115	118

- 1) Даромад ва харажатларнинг йиллик мутлоқ ўсишини аниқланг. Ҳар бир қаторнинг ривожланиш тенденцияси ҳақида хулоса қилинг.
- 2) Гўшт маҳсулотларга бўлган талабнинг даромадга боғлиқлик моделини тузиш учун тенденцияни йўқотишнинг асосий йўллари кўрсатинг.
- 3) Берилган динамик қатор даражаларининг биринчи айирмаларидан фойдаланиб талабнинг чизиқли моделини тузинг.
- 4) Регрессия коэффицентининг иқтисодий маъносини тушунтиринг.
- 5) Вақт омилини киритган ҳолда гўшт маҳсулотларига талабнинг чизиқли моделини тузинг. Аниқланган параметрларни тавсифлаб беринг.

IX-боб. АМАЛИЙ ЭКОНОМЕТРИК МОДЕЛЛАР

9.1. Иқтисодиётда чизиқли моделлар

9.1.1. Кўптармоқли иқтисодиётда баланс муносабатлари

Матрицалар алгебрасининг элементларидан фойдаланиш кўп иқтисодий масалаларни ечишнинг асосий усулларида биридир. Бу масала маълумотлар базаларини яратиш ва улардан фойдаланишда жуда долзарб бўлиб қолмоқда, улар билан ишлашда деярли барча ахборот матрица кўринишида сақланади ва қайта ишланади.

Кўптармоқли хўжалик фаолиятининг макроиқтисодиёти алоҳида тармоқлар орасидаги балансни талаб қилади. Ҳар бир тармоқ, бир томондан, ишлаб чиқарувчи бўлиб, иккинчи томондан эса бошқа тармоқлар ишлаб чиқарган маҳсулотни истеъмолчиси бўлади. Бундай ҳолларда тармоқлар орасидаги боғланишларни ҳар хил турдаги маҳсулотларни ишлаб чиқариш ва истеъмол қилиш орқали ҳисоблашнинг анча мураккаб масаласи пайдо бўлади. Биринчи марта бу муаммо математик модель кўринишида 1936 йилда АҚШдаги 1929–1932 йиллар иқтисодий депрессиясининг сабабларини таҳлил қилиб кўришга уринган машҳур америкалик иқтисодчи В.Леонтьевнинг асарларида баён этилди. Бу модель матрицалар алгебрасига асосланиб, матрицалар таҳлили усулларида фойдаланади.

Соддалик учун хўжаликнинг ишлаб чиқариш соҳаси ҳар бири ўзининг бир жинсли маҳсулотини ишлаб чиқарувчи n та тармоқдан иборат деб ҳисоблаймиз. Ҳар бир тармоқ ўзининг ишлаб чиқаришини таъминлаш учун бошқа тармоқларнинг маҳсулотига муҳтож (ишлаб чиқариш истеъмоли). Одатда ишлаб чиқариш жараёни маълум бир вақт даврида қаралади, кўп ҳолларда бундай бирлик сифатида бир йил олинади.

Қуйидаги белгилашларни киритамиз:

x_i — i нчи тармоқ жами маҳсулотининг ҳажми (унинг ялпи ишлаб чиқариши);

x_{ij} — i нчи тармоқ маҳсулотининг j нчи тармоқда x_j ҳажмдаги маҳсулотни ишлаб чиқариш учун сарфланадиган ҳажми;

y_i — i нчи тармоқ маҳсулотининг ноишлаб чиқариш соҳасида ўзлаштириш (истеъмол) учун мўлжалланган ҳажми, ёки якуний истеъмол маҳсулоти. Унга фуқароларнинг шахсий истеъмоли, ижтимоий эҳтиёжларни қондириш, давлат институтларини таъминлаш ва ҳоказолар киради.

Турли саноат тармоқлари боғлиқлигининг баланс тамойили шундан иборатки, i нчи тармоқ ялпи ишлаб чиқариши ишлаб чиқариш ва ноишлаб чиқариш соҳаларидаги истеъмол ҳажмларининг йиғиндисига тенг бўлиши керак. Энг содда ҳолда баланс муносабатлари

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} + y_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9.1.1)$$

кўринишга эга.

(9.1.1) тенгламалар *баланс муносабатлари* деб аталади. Ҳар хил тармоқлар маҳсулоти ҳар хил ўлчовга эга бўлгани учун бундан кейин қиймат балансини назарда тутамиз.

9.1.2. Кўптармоқли иқтисодиёт чизиқли модели — Леонтъев модели

В.Леонтъев томонидан иккинчи жаҳон урушидан олдинги даврдаги АҚШ иқтисодиётини таҳлил қилиш асосида қуйидаги муҳим далил аниқланди: узоқ вақт давомида $a_{ij} = x_{ij}/x_j$ катталиклар жуда кам ўзгаради ва ўзгармас сонлар сифатида қаралиши мумкин. Бу ҳодисани шундай тушуниш керакки, ишлаб чиқариш технологияси анча узоқ вақт давомида бир хил даражада туради ва демак, j нчи тармоқда x_j ҳажмдаги маҳсулотни ишлаб чиқариш учун i нчи тармоқ маҳсулотининг истеъмол қилинадиган ҳажми технологик константа (ўзгармас сон)дан иборат бўлади.

Бунда a_{ij} сонлар *бевосита (тўғри) харажатлар коэффициентлари* деб аталади. Кўрсатилиб ўтилган далилга асосан

$$a_{ij} = x_{ij}/x_j, \quad x_{ij} = a_{ij}x_j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (9.1.2)$$

килинади. Бу ерда A матрицаси маълум ва \bar{Y} вектори берилган (9.1.5) чизиқли тенгламалар системасини ечиш зарур бўлади.

Шу билан бирга (9.1.5) система берилган масаланинг амалий табиатидан келиб чиқадиган қатор хусусиятларга эга, энг аввало A матрица ҳамда \bar{X} ва \bar{Y} векторларнинг барча элементлари номанфий бўлиши керак.

9.1.3. Леонтъев моделининг самарадорлиги

Агар номанфий компонентали ихтиёрий \bar{Y} вектор учун (9.1.5) тенгламанинг ечими — барча элементлари номанфий бўлган \bar{X} вектор мавжуд бўлса, у ҳолда ҳамма элементлари номанфий бўлган A матрица *самарадор* деб аталади. Бу ҳолда Леонтъев модели ҳам самарадор деб аталади.

(9.1.5) системани E бирлик матрицадан фойдаланиб,

$$(E - A)\bar{X} = \bar{Y}$$

кўринишда қайта ёзамиз.

Агар $(E - A)^{-1}$ тескари матрица мавжуд бўлса, у ҳолда (9.1.5) тенгламанинг

$$\bar{X} = (E - A)^{-1}\bar{Y}$$

ягона ечими ҳам мавжуд бўлади. $(E - A)^{-1}$ матрица *тўла харажатлар матрицаси* деб аталади.

A матрица самарадорлигининг бир нечта мезони мавжуд. Улардан иккитасини келтирамиз.

1. $(E - A)^{-1}$ матрица мавжуд бўлиб, унинг элементлари номанфий бўлганда ва фақат шундагина A матрица самарадор бўлади.

2. Агар элементлари номанфий бўлган A матрицанинг ихтиёрий устун (сатри) бўйича элементлари йиғиндиси бирдан ошмаса:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} \leq 1 \quad \text{ёки} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} \leq 1,$$

хамда ҳеч бўлмаганда битта устун (сатр) учун бу йиғинди бирдан қатъий кичик бўлса, у ҳолда бундай матрица самарадор бўлади.

9.1.4. Ҳаражатлар коэффицентларини ҳисоблаш

Леонтьев моделининг қўлланилишини мураккаб бўлмаган мисолларда кўриб чиқайлик.

9.1-мисол. 9.1.1-жадвалда маълум бир вақт оралиғи учун саноатнинг бешта тармоғи орасидаги баланс маълумотлари келтирилган. Якуний истеъмол вектори, ялпи ишлаб чиқариш вектори ва бевосита ҳаражатлар коэффицентлари матрицаси топилсин ҳамда бу матрица юқорида келтирилган мезонларга мувофиқ самарадор эканлиги аниқлансин.

9.1.1 – ж а д в а л

Саноатнинг бешта тармоғи орасидаги баланс маълумотлари

Т/р	Тармоқ	Истеъмол					Якуний маҳсулот	Ялпи ишлаб чиқариш, пул бир.
		1	2	3	4	5		
1	Станоксозлик	15	12	24	23	16	10	100
2	Энергетика	10	3	35	15	7	30	100
3	Машинасозлик	10	5	10	10	10	5	50
4	Автомобиль саноати	10	5	10	5	5	15	50
5	Пахта етиштириш ва қайта ишлаш	7	15	15	10	3	50	100

Ечиш. 9.1.1-жадвалда баланснинг таркибий қисмлари (9.1.4) муносабатларга мувофиқ келтирилган: x_{ij} — биринчи бешта устун, y_i — олтинчи устун, x_i — еттинчи устун ($i, j = 1, 2, 3, 4, 5$). (9.1.2) ва (9.1.4) формулаларга асосан

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 50 \\ 50 \\ 100 \end{pmatrix}, \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 5 \\ 15 \\ 50 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,15 & 0,12 & 0,48 & 0,46 & 0,16 \\ 0,10 & 0,03 & 0,70 & 0,30 & 0,07 \\ 0,10 & 0,05 & 0,20 & 0,20 & 0,10 \\ 0,10 & 0,05 & 0,20 & 0,10 & 0,05 \\ 0,07 & 0,15 & 0,30 & 0,20 & 0,03 \end{pmatrix}$$

га эга бўламиз.

А матрицанинг барча элементлари мусбат, бироқ уларнинг учинчи ва тўртинчи устунлардаги йиғиндилари бирдан катта эканлигини кўриш қийин эмас. Бинобарин, самарадорлик иккинчи мезонининг шартлари бажарилмаган ва А матрица самарадор эмас. Бу самарадор эмасликнинг иқтисодий сабаби 3- ва 4-тармоқларнинг ички истеъмоли уларнинг ялпи ишлаб чиқаришига нисбатан ҳаддан ташқари катта эканлигидадир.

9.2-мисол. 9.1.2-жадвал маълум бир вақт оралиғи учун саноатнинг учта тармоғи балансининг маълумотларини ўз ичига олади. Агар тармоқлар бўйича якуний истеъмол мос равишда 60, 70 ва 30 шартли пул бирлигигача кўпайтирилса, ҳар бир маҳсулот тури бўйича ялпи ишлаб чиқариш ҳажмини топиш талаб қилинади.

9.1.2 – ж а д в а л

№	Тармоқ	Истеъмол			Якуний маҳсулот	Ялпи ишлаб чиқариш
		1	2	3		
1	Пахта етиштириш ва қайта ишлаш	5	35	20	40	100
2	Энергетика	10	10	20	60	100
3	Машинасозлик	20	10	10	10	50

Ечиш. Ялпи ишлаб чиқариш ва якуний истеъмол векторларини ҳамда бевосита харажатлар коэффициентлари матричасини ёзайлик. (9.1.2) ва (9.1.4) формулаларга асосан

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 50 \end{pmatrix}, \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 40 \\ 60 \\ 10 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,35 & 0,40 \\ 0,10 & 0,10 & 0,40 \\ 0,20 & 0,10 & 0,20 \end{pmatrix}$$

га эга бўламиз.

А матрица самарадорликнинг иккала мезонини қаноатлантиради. Якуний истеъмолнинг берилган ҳажмда кўпайишида якуний истеъмолнинг янги вектори

$$\bar{Y}_* = \begin{pmatrix} 60 \\ 70 \\ 30 \end{pmatrix} \quad (9.1.6)$$

кўринишга эга бўлади.

Баланс муносабатларини қаноатлантирувчи янги ялпи ишлаб чиқариш вектори \bar{X}^* ни A матрица ўзгармайди деган тахминда топиш талаб қилинади. Бу ҳолда номаълум \bar{X}^* векторнинг x_1, x_2, x_3 компоненталари матрица шаклида

$$\bar{X}^* = A\bar{X}^* + \bar{Y}^* \quad \text{ёки} \quad (E - A)\bar{X}^* = \bar{Y}^* \quad (9.1.7)$$

кўринишда бўлган тенгламалар системасидан топилади.

Бу системанинг матрицаси

$$E - A = \begin{pmatrix} 0,95 & -0,35 & -0,40 \\ -0,10 & 0,90 & -0,40 \\ -0,20 & -0,10 & 0,80 \end{pmatrix}$$

кўринишга эга бўлади.

(9.1.7) чизиқли тенгламалар системасининг ўнг томонининг берилган (9.1.6) векторига (масалан, Гаусс усули билан) ечиш янги \bar{X}^* векторни тармоқлараро баланс тенгламаларининг ечимини беради:

$$\bar{X}^* = \begin{pmatrix} 152,1 \\ 135,8 \\ 92,5 \end{pmatrix}.$$

Шундай қилиб, якуний истеъмол вектори компоненталарининг берилган ҳажмда кўпайишини таъминлаш учун мос ялпи ишлаб чиқаришларни ошириш зарур: 9.1.2-жадвалда кўрсатилган дастлабки маълумотларга нисбатан пахта етиштириш ва қайта ишлашни 52,1 % га, энергетика даражасини 35,8 % га ва машинасозлик ишлаб чиқаришини 41,5 % га ошириш зарур.

9.2. Истеъмол танлови моделлари

9.2.1. Фойдалилик функцияси ва унинг хоссалари

Истеъмолчи товарлар (маҳсулотлар)ни сотиб олишга бутунлай сарфлайдиган I даромадга эга бўлсин, яъни I катталиқ ушбу истеъмолчининг даромади эмас, балки харажатиدير. Нархлар тузилмаси,

даромади ва шахсий манфаатларини ҳисобга олган ҳолда истеъмолчи маълум миқдордаги товарларни сотиб олади, унинг бундай хатти-ҳаракатларининг математик модели *истеъмол танлови модели* деб аталади.

Иккита товардан иборат истеъмол тўпламларини кўриб чиқайлик. *Истеъмол тўплами* (қисқача *тўплам*) — x_1 координатаси биринчи товар миқдорига, x_2 координатаси эса иккинчи товар миқдорига тенг бўлган (x_1, x_2) вектор.

Истеъмолчининг *танлови* афзаллик муносабати билан тавсифланади, унинг моҳияти қуйидагича. Истеъмолчи ҳар бир 2та тўплам ҳақида ё уларнинг бири иккинчисига нисбатан керакроқ, ё уларнинг иккаласи ҳам истеъмолчи учун барибир эканлигини айтиши мумкин деб ҳисобланади. Афзаллик муносабати транзитивдир, яъни агар $A = (a_1, a_2)$ тўплам $B = (b_1, b_2)$ тўпламга нисбатан, B тўплам эса $C = (c_1, c_2)$ тўпламга нисбатан афзалроқ бўлса, у ҳолда A тўплам C тўпламга нисбатан афзалроқ бўлади.

Истеъмолчининг фойдалилик функцияси деб (x_1, x_2) истеъмол тўпламлари мажмуасида аниқланган шундай $u(x_1, x_2)$ функцияга айтиладики, унинг (x_1, x_2) истеъмол тўпламидаги $u(x_1, x_2)$ қиймати истеъмолчининг бу тўплам учун истеъмол баҳосига тенг бўлади. (x_1, x_2) тўпламнинг $u(x_1, x_2)$ истеъмол баҳосини истеъмолчи ушбу (x_1, x_2) тўпламни сотиб олган ёки истеъмол қилгандаги истеъмолчи эҳтиёжларини кондиритиш *даражаси* деб аташ қабул қилинган. Ҳар бир истеъмолчи, умуман олганда, ўзининг фойдалилик функциясига эга бўлади. Агар A тўплам B тўпламдан афзалроқ бўлса, у ҳолда $u(A) > u(B)$ бўлади.

Истеъмолчининг товарларга бўлган талабини аниқловчи фойдалилик функциясида X -векторнинг координаталари манфий бўлмаган қийматларни

кабул қилсин ва $u(x)$ функция ўсувчи ёки ҳеч бўлмаганда товарлар сони ўсиши билан, камаювчи бўлмасин: яъни $x_i \leq x_{i+1}$ бўлганда

$$u(x_i) \leq u(x_{i+1})$$

бўлсин. Агар $u(x)$ дифференциалланувчи бўлса, бу шартни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$u_i(x) = u'_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Ушбу ифодага асосан

$$u(x) = c$$

шартни қаноатлантирувчи X -векторлар тўпламини бефарқлик сирти дейилади. Бефарқлик сирти — бу истеъмолчи учун бир хил фойдалиликка эга бўлган истеъмол режаси векторларидан ташкил топган тўпландир.

Фойдалилик функцияси дифференциалланувчи бўлиб, аргументларнинг кичик ўзгаришлари бўйича афзаллик функциясининг ўзгариши тўла дифференциал орқали ифодаланади:

$$du(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial u}{\partial x_i} dx_i = \sum_{i=1}^n u_i dx_i$$

Бефарқлик сиртида ётувчи нуқталарда юқоридаги ифода нолга тенг бўлади, яъни

$$\sum_{i=1}^n u_i dx_i = 0$$

тенглик ўринли бўлади. Агар i ва j - маҳсулотлардан бошқаси ўзгармаса, у ҳолда юқоридагидан $u_i dx_i + u_j dx_j = 0$ келиб чиқади. Бундан эса

$$\frac{dx_i}{dx_j} = -\frac{u_j(x)}{u_i(x)}$$

ўринли бўлади. $-\frac{u_j(x)}{u_i(x)}$ микдорни i ва j - маҳсулотларни *эквивалент*

алмаштириш коэффициенти дейилади ва бу коэффициент манфий бўлади.

Фойдалилик функцияси қуйидаги хоссаларга эга:

1. Маҳсулотлардан бирининг истеъмоли иккинчисининг истеъмоли ўзгармас бўлганда ортиши истеъмол баҳосининг ўсишига олиб келади, яъни

а) агар $x_1^2 > x_1^1$ бўлса, у ҳолда $u(x_1^2, x_2) > u(x_1^1, x_2)$ бўлади ёки,

бошқача айтганда, $\frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} = u'_1 > 0$ ўринли;

б) агар $x_2^2 > x_2^1$ бўлса, у ҳолда $u(x_1, x_2^2) > u(x_1, x_2^1)$ бўлади ёки,

бошқача айтганда, $\frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2} = u'_2 > 0$ ўринли.

Биринчи тартибли хусусий ҳосилалар маҳсулотларнинг *лимит фойдалиликларини* беради: u'_1 биринчи маҳсулотнинг лимит фойдалилиги, u'_2 эса иккинчи маҳсулотнинг лимит фойдалилиги.

1. Ҳар бир маҳсулотнинг лимит фойдалилиги уни истеъмол қилиш хажми ўсганда камаяди (лимит фойдалиликнинг бу хоссаси *лимит фойдалиликнинг камайиш қонуни* деб аталади), яъни

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = u''_{11} < 0, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = u''_{22} < 0.$$

2. Ҳар бир маҳсулотнинг лимит фойдалилиги бошқа маҳсулот миқдори ўсганда ортади, яъни

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} = u''_{12} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} = u''_{21} > 0.$$

Бу ҳолда миқдори фиксирланган маҳсулот нисбатан камёб бўлиб қолади. Шунинг учун унинг қўшимча миқдори кўпроқ аҳамиятга эга бўлади ва самаралироқ истеъмол қилиниши мумкин. Бу хосса барча товарлар учун ҳам ўринли бўлавермайди: агар товарлар истеъмолда тўла-тўқис бир-бирининг ўрнини босиши мумкин бўлса, 3-хосса бажарилмайди.

Биринчи маҳсулотни dx_1 га камайтирилса, фойдалилик олдинги даражага чиқиши учун иккинчи маҳсулотни dx_2 га орттириш керак. Шу тариқа, биринчи маҳсулот иккинчисига алмаштирилади.

$u = const$, бўлганда $-\frac{dx_2}{dx_1} = m$ ифода алмаштиришнинг лимит нормаси

дейлади.

$\frac{dx_2}{dx_1}$ тақрибан $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ га тенглиги маълум. $-\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ бўлинмани биринчи маҳсулотни

иккинчи маҳсулотга алмаштириш нормаси дейлади. Бу биринчи маҳсулот истеъмоли бир бирликка ўзгарса (камайса ёки кўпайса), иккинчи маҳсулот истеъмоли қанчага ўзгариш кераклигини кўрсатади.

Бунда истеъмолнинг умумий фойдалилигининг ўзгармаслиги талаб қилинади.

Агар $u(x_1, x_2)$ истеъмол функциясида x_1 ва x_2 маҳсулотларнинг истеъмоли мос равишда dx_1 ва dx_2 ларга ўзгарса ва битта бефарқлик чизигида ётса, у ҳолда

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2} dx_2 = 0$$

ўринли бўлади. Бундан алмаштиришнинг лимит нормаси учун қуйидаги формулани оламиз

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} / \frac{\partial u}{\partial x_2} = m.$$

Ушбу ифода алмаштиришнинг лимит нормаси лимит фойдалиликларнинг нисбати билан аниқланишини кўрсатади.

Фойдалилик функциясига мисол сифатида

$$u(x_1, x_2) = a_1 \ln(x_1 - x_1^*) + a_2 \ln(x_2 - x_2^*)$$

функция хизмат қилади, бу ерда $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $x_1 > x_1^* \geq 0$, $x_2 > x_2^* \geq 0$.

Ҳақиқатан,

$$u'_1 = \frac{a_1}{x_1 - x_1^*} > 0, \quad u'_2 = \frac{a_2}{x_2 - x_2^*} > 0,$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = -\frac{a_1}{(x_1 - x_1^*)^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = -\frac{a_2}{(x_2 - x_2^*)^2} < 0$$

га эга бўламиз, яъни фойдалилик функциясининг 1-ва 2-хоссалари бажарилади. 3-хосса бажарилмайди, чунки $u(x_1, x_2)$ функциянинг иккинчи тартибли хусусий ҳосилалари нолга тенг.

9.2.2. Истеъмол танлови масаласи, унинг ечими ва хоссалари

Истеъмол танлови масаласи (истеъмолчининг бозордаги рационал хатти-ҳаракати масаласи) истеъмолчининг фойдалилик функциясига берилган бюджет чекловида максимал қиймат берувчи (x_1^0, x_2^0) истеъмол тўпламини танлашдан иборат.

Бюджет чеклови маҳсулотларга пул харажатлари пул даромадидан ошмаслигини, яъни $p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq I$ эканлигини англатади, бу ерда p_1 ва p_2 — мос равишда биринчи ва иккинчи маҳсулотлар бир бирлигининг бозор нархлари, I эса — истеъмолчининг биринчи ва иккинчи маҳсулотларни сотиб олиш учун сарфлашга тайёр бўлган даромади. p_1 , p_2 ва I катталиклар берилган бўлади.

Формал равишда истеъмол танлови масаласи қуйидаги кўринишга эга:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq I,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

шартларда

$$u(x_1, x_2) \text{ (max).}$$

Истеъмол танлови масаласининг ечими бўлувчи (x_1^0, x_2^0) тўпламини истеъмолчи учун *оптимал ечим* ёки истеъмолчининг *локал бозор мувозанати* деб аташ қабул қилинган.

Ушбу қўйилишда истеъмол танлови масаласини ечиш Чизиқсиз программалаш масаласига олиб келади. Бироқ, агар бирор-бир (x_1, x_2)

истеъмол тўпламида $p_1x_1 + p_2x_2 \leq I$ бюджет чеклови қатъий тенгсизлик кўринишда бажарилса, у ҳолда биз маҳсулотлардан бирининг истеъмолини ва шу тариқа фойдалилик функциясини кўпайтиришимиз мумкин. Демак, фойдалилик функциясига максимал қиймат берувчи (x_1^0, x_2^0) тўпلام бюджет чекловини тенгликка айланттириши, яъни $p_1x_1^0 + p_2x_2^0 = I$ бўлиши керак.

Биз, шунингдек, (x_1^0, x_2^0) оптимал нуктада $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ шартлар $u(x_1, x_2)$ функциянинг хоссаларидан келиб чиқиб автоматик равишда бажарилади деб ҳисоблаймиз. Одатда, бу ҳақиқатан ҳам шундай. Айни бир пайтда, агар ўзгарувчиларнинг номанфийлиги шартлари масала шартига ошкор ҳолда қўшилмаса, у ҳолда ушбу масала математик жиҳатдан анча содда ҳолга келади.

Демак, истеъмол танлови масаласини

$$p_1x_1 + p_2x_2 = I$$

шартда

$$u(x_1, x_2) \text{ (max)}$$

кўринишдаги шартли экстремумни топиш масаласи билан алмаштириш мумкин (чунки бу икки масаланинг (x_1^0, x_2^0) ечими бир хил).

Бу шартли экстремумни топиш масаласини ечиш учун Лагранж усулидан фойдаланамиз.

$$L(x_1, x_2, \lambda) = u(x_1, x_2) + \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - I)$$

Лагранж функциясини ёзиб, унинг x_1, x_2, λ ўзгарувчилар бўйича биринчи тартибли хусусий ҳосилаларини топамиз ва уларни нолга тенглаймиз:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = u'_1 - \lambda \cdot p_1 = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial x_2} = u'_2 - \lambda \cdot p_2 = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1x_1 + p_2x_2 - I = 0.$$

Ҳосил қилинган уч номаълумли учта тенгламалар системасидан λ номаълумни йўқотиб, икки x_1 , x_2 номаълумли

$$\frac{u'_1}{u'_2} = \frac{p_1}{p_2},$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = I,$$

иккита тенгламалар системасини ҳосил қиламиз ва ундан истеъмол танлови масаласининг (x_1^0, x_2^0) ечимини топамиз.

Истеъмол танлови масаласи (x_1^0, x_2^0) ечимининг x_1^0 ва x_2^0 координаталари p_1 , p_2 ва I параметрларнинг функцияларидир:

$$x_1^0 = x_1^0(p_1, p_2, I),$$

$$x_2^0 = x_2^0(p_1, p_2, I).$$

Ҳосил қилинган функциялар биринчи ва иккинчи маҳсулотга *талаб функциялари* деб аталади. Талаб функцияларининг муҳим хоссаси нархлар ва даромадга нисбатан уларнинг нолинчи даражадаги бир жинслилигидир, яъни талаб функцияларининг қийматлари нархлар ва даромаднинг пропорционал ўзгаришига нисбатан инвариантдир: ихтиёрий $\alpha > 0$ сон учун

$$x_1^0(\alpha p_1, \alpha p_2, \alpha I) = x_1^0(p_1, p_2, I),$$

$$x_2^0(\alpha p_1, \alpha p_2, \alpha I) = x_2^0(p_1, p_2, I)$$

ўринлидир. Бу барча нархлар ва даромад айнан бир хил бирликка (мартага) ўзгарса ҳам, (биринчиси ёки иккинчиси — фарқи йўқ) маҳсулотга талаб катталиги ўзгармаслигини англатади.

Иккита товарли битта содда истеъмол танлови масаласини ечайлик. Товарларнинг номаълум миқдорлари x_1 ва x_2 га, уларнинг бозор нархлари эса мос равишда p_1 ва p_2 га тенг бўлсин. Қаралаётган масала

$$u(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 \text{ (max)} \quad (9.2.1)$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq I, \quad (9.2.2)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad (9.2.3)$$

кўринишда бўлади.

Биз аниқлаганимиздек, оптимал нуқтада бюджет чеклови тенглик кўринишида бажарилиши керак, бинобарин, иккала товар ўта зарур бўлгани учун (агар улардан бири йўқ бўлса, фойдалилик нолга тенг бўлади) ўзгарувчиларнинг номанфийлиги шартлари автоматик равишда бажарилади. Демак, ечилаётган математик программалаш масаласи шартли экстремумни топишнинг классик масаласига айланади. Экстремумнинг зарурий шартларини ёзиб (уларга асосан товарлар лимит фойдалиликларининг нисбатлари уларнинг бозор нархлари нисбатларига тенг бўлиши керак, бюджет чеклови эса тенглик кўринишида бажарилади),

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2},$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = I$$

тенгламалар системасини ҳосил қиламиз.

Бундаги биринчи шарт қаралаётган масалада иккала товарга сарфланадиган пул миқдорлари бир хил, яъни $x_2 \cdot p_2 = x_1 \cdot p_1$ бўлиши кераклигини англатади. Бу фойдалилик функциясида x_1 ва x_2 ўзгарувчиларнинг «вазнлари» ёки даража кўрсаткичлари тенглигидан келиб

чиқади. Демак, $x_2 \cdot p_2 = x_1 \cdot p_1 = \frac{I}{2}$ ва талаб функциялари

$$x_1 = \frac{I}{2 \cdot p_1}; \quad x_2 = \frac{I}{2 \cdot p_2} \quad (9.2.4)$$

кўринишни олади.

Шундай қилиб, ҳар бир товарга сарф-харажат истеъмолчи умумий даромадининг ярмини ташкил этади ва ҳар бир товарнинг зарурий миқдорини топиш учун шу товарга сарфланадиган маблағни унинг нархига бўлиш лозим.

9.2.3. Товарлар бир-бирининг ўрнини босиши. Компенсация самаралари

Агар талаб функцияси $x_i = \frac{I}{np_i}$ кўринишда бўлса, у ҳолда i -нчи

товарга талаб ихтиёрий j -нчи товар нархига боғлиқ эмас. Умуман олганда, нархларнинг кесишувчи талаб функциялари товарларнинг бир-бирининг ўрнини босиш ва бир-бирини тўлдириш каби хоссаларини тавсифлайди. Агар i -нчи товарнинг нархи ошиб, унга талаб камайганда j -нчи товарга талаб ошса, бу товарлар бир-бирининг ўрнини босади. Аксинча, агар j -нчи товарга талаб ҳам камайса, улар бир-бирини тўлдиради.

Таъкидлаш жоизки, ҳақиқатдаги бир-бирининг ўрнини босиш i -нчи товарнинг нархи ўсганда фаровонликнинг умумий пасайиши туфайли бузилиши мумкин: истеъмолда j -нчи товар i -нчи товарнинг ўрнини босиши мумкин, лекин унга талаб ошмаслиги мумкин, чунки истеъмолчининг умумий фаровонлиги пасайган. Бу бузилишни йўқотиш учун *нархнинг компенсацияланган ўзгариши*, яъни истеъмолчига фаровонлигининг аввалги даражасини ушлаб туришга имкон берувчи даромадининг ошишини тақозо қилувчи ўзгариши тушунчасидан фойдаланилади.

Компенсация самараларини формал равишда таҳлил қилиш учун иккита масалани кўриб чиқайлик.

Аввал (9.2.1) – (9.2.3) масалани товарларнинг $p_1 = 10$, $p_2 = 2$ нархлари ва истеъмолчининг $I = 60$ даромади билан ечамиз. У ҳолда (9.2.4) формулага асосан, $x_1 = \frac{60}{2 \cdot 10} = 3$, $x_2 = \frac{60}{2 \cdot 2} = 15$ ва $u(x_1, x_2) = 45$ бўлади.

Энди p_2 2 пул бирлигидан 7 пул бирлигига ўзгарсин. Компенсациянинг зарурий миқдори қандай? Истеъмолчига аввалги оптимал тўпلامни харид қилиш учун қўшимча $(7-2) \cdot 15 = 75$ пул бирлиги зарур.

Бироқ истеъмолнинг аввалги таркиби янги нархларда оптимал бўлмайди, чунки бу ҳолда

$$x_1 = \frac{60+75}{2 \cdot 10} = 6,75, \quad x_2 = \frac{60+75}{2 \cdot 7} \approx 9,64 \text{ ва } u(x_1, x_2) \approx 65 \text{ бўлади.}$$

Истеъмолчининг фаровонлигини аввалги даражасини ушлаб туриши учун унга қўшимча M пул бирлиги берилсин. У ҳолда янги нархларда унинг

биринчи ва иккинчи товарга бўлган талаби мос равишда $x_1 = \frac{60+M}{2 \cdot 10}$ ва

$x_2 = \frac{60+M}{2 \cdot 7}$ га тенг бўлади. $x_1 \cdot x_2$ мақсад функцияси $\frac{(60+M)^2}{10 \cdot 7 \cdot 4}$ га тенг

бўлиб, бу ифода бошланғич $u(x_1, x_2) = 45$ қийматга тенг бўлиши керак. Бу ердан $M \approx 52,25$ келиб чиқади, бу эса 75 дан анча кам.

9.3. Ишлаб чиқариш моделлари

9.3.1. Ишлаб чиқариш функцияси ҳақида тушунча

Ҳар қандай иқтисодий ишлаб чиқариш жараёнини ҳамда бутун халқ хўжалиги, моддий ишлаб чиқариш соҳаси, иқтисодий ҳудуд, ишлаб чиқариш бирлашмаси ёки алоҳида корхона бўлишидан қатъий назар ҳар қандай ишлаб чиқариш бирлигининг ишлаб чиқариш технологиясини моделлаштириш моддий ишлаб чиқариш қонуниятлари, тақсимоти ва истеъмол асосида амалга оширилади. Бу мақсадга эришишда ишлаб чиқариш функциялари муҳим роль ўйнайди.

Ишлаб чиқариш функцияси ишлаб чиқариш фаолияти натижаларининг уларни тақозо этган кўрсаткич-омилларга боғлиқлигининг иқтисодий-математик ифодасидир. Иқтисодий шароитларда ишлаб чиқариш жараёни натижаси кўп сонли турли, яъни иқтисодий, ижтимоий, техник, табиий омилларнинг таъсири билан аниқланади. Бу омилларнинг ҳаммасини ҳам ишлаб чиқариш функциясида ҳисобга олиш мумкин эмас, чунки омилларнинг баъзилари миқдорий жиҳатдан ифодаланмайди, бошқаларининг таъсири эса

амалда жуда кичик. Шунинг учун ишлаб чиқариш функцияси ўрганилаётган кўрсаткичга ҳал қилувчи таъсир кўрсатадиган омилларни ўз ичига олади.

Ишлаб чиқариш функцияси деб x_1, \dots, x_n эркин ўзгарувчилари сарфланадиган ёки фойдаланиладиган ресурслар (ишлаб чиқариш омиллари) ҳажмларининг қийматларини қабул қиладиган (ўзгарувчилар сони n ресурслар сонига тенг), функциянинг қиймати эса ишлаб чиқариш ҳажмлари катталигини англатадиган

$$y = f(\bar{X}, \bar{a}) = f(x_1, \dots, x_n, \bar{a})$$

функцияга айтилади. Бу ерда \bar{a} — ишлаб чиқариш функцияси (ИЧФ) параметрларининг вектори.

9.3-мисол. f ИЧФни $f(x, a, b) = ax^b$ кўринишда олайлик, бу ерда x — сарфланаётган ресурс (масалан, иш вақти) миқдори, $f(x, a, b)$ — ишлаб чиқарилаётган маҳсулот ҳажми (масалан, жўнатилишга тайёр бўлган музлатгичлар сони). $a > 0$ ва $0 < b \leq 1$ катталиклар — f ИЧФнинг параметрлари, параметрлар вектори икки ўлчовли (a, b) вектор бўлади.

$y = ax^b$ функциянинг хоссаларидан сарфланаётган ресурс миқдори x ўсганда ишлаб чиқариш ҳажми y нинг ўсиши, бироқ бунда ресурсларнинг ҳар бир қўшимча бирлиги ишлаб чиқарилаётган маҳсулот ҳажми y нинг тобора камроқ ўсишига олиб келади. Ушбу ҳолат (x миқдор ўсганда y ҳажмнинг ўсиши ва y ҳажм ўсишининг камайиши) иқтисодиёт назариясининг *камаювчи самарадорлик қонуни* деб аталувчи асосий қонунини акс эттиради.

$y = ax^b$ ИЧФ бир факторли ишлаб чиқариш функциялари кенг синфининг типик вакили.

ИЧФлар турли соҳаларида қўлланилиши мумкин. «Харажатлар – ишлаб чиқариш» тамойили ҳам микро-, ҳам макроиқтисодий даражада амалга оширилиши мумкин.

Алоҳида корхона (фирма), тармоқ, тармоқлараро ишлаб чиқариш мажмуаси микроиқтисодий даражада ишлаб чиқариш системаси сифатида

катнашиши мумкин. Бу ҳолда ишлаб чиқариш функциялари асосан таҳлил ва режалаштириш масалаларини, шунингдек прогнозлаш масалаларини ечиш учун қурилади ва ишлатилади.

Макроиктисодий даражада эса ишлаб чиқариш системаси сифатида ҳудуд ёки бутун мамлакат (аниқроғи, ҳудуд ёки мамлакатнинг хўжалик системаси) катнашади. Бу ҳолда ишлаб чиқариш функциялари уччала кўринишдаги (таҳлил, режалаштириш ва прогнозлаш) масалаларни ечиш учун қурилади ва фаол ишлатилади.

Ишлаб чиқариш функциялари статик и динамик ишлаб чиқариш функцияларига бўлинади. *Статик ишлаб чиқариш функцияларида* вақт ўрганилаётган боғланишнинг асосий тавсифларини ўзгартирадиган омил сифатида ҳисобга олинмайди. *Динамик ишлаб чиқариш функциялари* вақт омилини ўз ичига олади: уларда вақт натижага таъсир қилувчи мустақил ўзгарувчи сифатида қаралиши мумкин; параметрлар ва кўрсаткич-омиллар вақтнинг функциялари сифатида қаралиши мумкин.

9.4-мисол. Алоҳида ҳудуд ёки бутун мамлакат миқёсида ишлаб чиқаришни моделлаштириш учун (яъни макроиктисодий, шунингдек микроиктисодий даражадаги масалаларни ечиш учун) $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$ кўринишдаги ИЧФ кўп ишлатилади, бу ерда a_0 , a_1 , a_2 — ИЧФ параметрлари. Булар мусбат ўзгармас сонлардир (кўпинча a_1 ва a_2 лар $a_1 + a_2 = 1$ шартни қаноатлантиради). Юқорида келтирилган кўринишдаги ИЧФни 1929 йилда иқтисодиётда қўллашни таклиф этган икки америкалик иқтисодчилар номлари билан *Кобб-Дугласнинг ишлаб чиқариш функцияси* (КДИЧФ) деб аталади.

П.Дуглас ва Д.Кобб статистик маълумотлар асосида қайта ишлаш саноатидаги ишлаб чиқарилган маҳсулот ва унга таъсир этувчи капитал ва меҳнат харажатларининг боғланишини акс эттирувчи математик моделни қуришга мувофиқ бўлишган. КДИЧФ ўзининг содда тузилиши туфайли турли-туман назарий ва амалий масалаларни ечиш учун кўп ишлатилади.

Адабиётларда кўпинча КДИЧФнинг тадбиқларида $x_1 = K$ -ишлатилаётган асосий капитал ҳажмига, $x_2 = L$ -эса меҳнат харажатларига тенг бўлганда кўйидаги кўринишдаги КДИЧФ ишлатилади,

$$Y = a_0 K^{a_1} L^{a_2},$$

бу ерда $a_0 > 0$, $a_1, a_2 \geq 0$, $a_1 + a_2 = 1$.

АҚШнинг 1899–1922 йиллардаги иқтисодий ҳолати бўйича статистик маълумотлари асосида a_0, a_1, a_2 параметрларнинг сон қийматлари топилиб, КДИЧФ $Y = 1,01K^{0,25}L^{0,75}$ эканлиги аниқланган.

1960-1985 йиллар давридаги собиқ СССР иқтисодиёти бўйича маълумотлар асосида a_0, a_1, a_2 параметрларнинг сон қийматлари ҳисобланган ва КДИЧФ $Y = 1,022K^{0,5382}L^{0,4618}$ кўринишга эга бўлган.

Юқоридаги параметрлар вақт бўйича қаторлар (ресурслар ва ишлаб чиқариш ҳажмининг йиллар давомида ўзгариши) асосида аниқланганлиги учун КДИЧФ динамик характерга эга бўлиб, унинг ёрдамида макроиқтисодиётни прогнозлаш масаласини ечиш мумкин. Агар КДИЧФнинг параметрлари T_0 вақт давомидаги маълумотлар бўйича баҳоланган бўлса, прогнозлаш даврини $T_0/3$ давргача олиш тавсия этилади.

9.3.2. Ишлаб чиқариш функцияларининг кўринишлари ва хоссалари

Ишлаб чиқариш функциялари қатор хоссаларга эга, бу хоссаларнинг баъзилари ИЧФларнинг ҳаммаси учун ҳам бажарилавермайди. Бу хоссаларни икки факторли ИЧФ учун кўриб чиқамиз. $f(x) = f(x_1, x_2)$ ИЧФ $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$ учун аниқланган.

1-хосса. Ресурсларнинг камида биттаси йўқ бўлса, ишлаб чиқариш бўлмайди:

$$f(0, x_2) = f(x_1, 0) = 0.$$

Масалан, ишлаб чиқаришга жалб этилган меҳнат ресурсларисиз маҳсулот етиштириб бўлмайди.

2-хосса. Ресурслардан камида биттасининг сарфи кўпайса, ишлаб чиқариш ҳажми ўсади:

$$x_1 \leq z_1, x_2 \leq z_2 \Rightarrow f(x_1, x_2) \leq f(z_1, z_2).$$

Меҳнат ресурсларидан бирортасининг сарфини кўпайтирилса маҳсулот ишлаб чиқариш ҳажми кўпаяди. Бундай ишлаб чиқариш жараёнига мос келувчи ишлаб чиқариш функцияси $f(x_1, x_2) \geq 0$ $\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \geq 0, i = \overline{1, n}$ шартни қаноатлантиради.

3-хосса. Ресурслардан биттасининг сарфи иккинчи ресурс миқдори ўзгармас бўлганда кўпайса, ишлаб чиқариш ҳажми ўсади:

$$x_1 > 0, x_2 > 0 \Rightarrow \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} > 0, \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} > 0.$$

4-хосса. Ресурслардан битта (i -чи)сининг сарфи иккинчи ресурс миқдори ўзгармас бўлганда кўпайса, i -чи ресурснинг ҳар бир қўшимча бирлигига мос келувчи ишлаб чиқариш ҳажми ошишининг катталиги ўсмайди (*камаювчи самарадорлик қонуни*):

$$x_1 > 0, x_2 > 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} \leq 0, \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_2^2} \leq 0.$$

5-хосса. Ресурслардан биттасининг сарфи кўпайганда иккинчи ресурснинг лимит самарадорлиги ошади:

$$x_1 > 0, x_2 > 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} \geq 0.$$

6-хосса. ИЧФ $p > 0$ даражали бир жинсли функциядир:

$$f(tx_1, tx_2) = t^p \cdot f(x_1, x_2).$$

$p > 1$ да ишлаб чиқариш салмоғи $t > 1$ марта ўсганда ишлаб чиқариш ҳажми t^p ($> t$) марта ошади, яъни ишлаб чиқариш салмоғининг ўсишидан унинг

самарадорлиги ортишига эга бўламиз. $p < 1$ да ишлаб чиқариш салмоғининг ўсишидан унинг самарадорлиги камайишига эга бўламиз. $p = 1$ да ишлаб чиқаришнинг салмоғи ўсганда унинг самарадорлиги ўзгармас бўлишига эга бўламиз.

9.3.3. Ишлаб чиқариш функциясининг ўртача ва лимит қийматлари

$$A_i = \frac{f(x)}{x_i}, \quad (i = 1, 2) \quad i\text{- ресурснинг ўртача самарадорлигини}$$

англатади ва у ресурслардан фойдаланиш самарадорлигини аниқлашда қўлланилади.

Учинчи хоссадан келиб чиққан ҳолда $\frac{\partial f}{\partial x_i} = M_i$ ифодани ёзиш мумкин,

ушбу миқдор i - ресурснинг лимит самарадорлиги дейилади. Лимит самарадорлик x_i - ресурс миқдорининг ўзгариши бошқа ресурсларнинг ҳажми ўзгармаганда маҳсулот ишлаб чиқариш ҳажмининг қанчага ўзгаришини кўрсатади.

$$R_{i,j} = -\frac{dx_j}{dx_i} = \frac{\partial f(x) / \partial x_i}{\partial f(x) / \partial x_j} \quad (i = 1, 2),$$

ифода ресурсларни алмаштириш лимит нормаси дейилади. Бу норма ишлаб чиқариш ўзгармаган ҳолда i -ресурсни j –ресурс билан алмаштиришнинг лимит нормасини ифодалайди.

Масала.

$y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$ КДИЧФ учун ресурсларнинг ўртача A_1 , A_2 , ва лимит M_1 ва M_2 самарадорликларини топинг.

Масаланинг ечими.

$$A_1 = \frac{y}{x_1} = \frac{f(x)}{x_1} = a_0 x_1^{a_1-1} x_2^{a_2}; \quad A_2 = \frac{y}{x_2} = \frac{f(x)}{x_2} = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2-1};$$

$$M_1 = \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} = a_1 \cdot A_1; \quad M_2 = \frac{\partial f(x)}{\partial x_2} = a_2 \cdot A_2;$$

$$\frac{M_1}{A_1} = a_1 \leq 1 \Rightarrow M_1 \leq A_1; \quad \frac{M_2}{A_2} = a_2 \leq 1 \Rightarrow M_2 \leq A_2.$$

Бундан кўринадики i -ресурснинг лимит самарадорлиги ўртача самарадорлигидан фарқ қилиб, одатда

$$M_i \leq A_i, \quad (i = 1, 2)$$

тенгсизлик барча ишлаб чиқариш функциялари учун бажарилади.

i -ресурснинг лимит самарадорлигини унинг ўртача самарадорлигига нисбати ишлаб чиқариш ҳажмини i – ресурс харажатлари бўйича эластиклиги дейилади ва u қуйидагича ёзилади:

$$E_i = \frac{M_i}{A_i} = \frac{x_i}{f(x)} \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \quad (i = 1, 2).$$

Бунда E_i i -ресурс харажатлари 1 фоизга ўзгарганда (қолган ресурслар ўзгармай қолганда) ишлаб чиқариш ҳажми u қанча фоизга ўзгаришини кўрсатади.

$E_1 + E_2 = E_x$ йиғинди ишлаб чиқариш эластиклиги дейилади.

Мисол сифатида Кобб – Дуглас функцияси учун ҳар бир ресурс бўйича меҳнат унумдорлигини ва ресурсларни алмаштириш лимит нормасини ҳисоблаймиз. Кобб-Дуглас функцияси қуйидаги кўринишга эга бўлсин:

$$y = x_1^{0,75} \cdot x_2^{0,25}.$$

Бу функция учун меҳнатнинг лимит унумдорлиги

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = 0,75x_1^{-0,25}x_2^{0,25},$$

капиталнинг лимит унумдорлиги

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = 0,25x_1^{0,75}x_2^{-0,75}$$

бўлади.

Ресурсларни алмаштириш лимит нормаси

$$\frac{\partial y / \partial x_1}{\partial y / \partial x_2} = (0,75x_1^{-0,25} \cdot x_2^{0,25}) / (0,25x_1^{0,75} \cdot x_2^{-0,75}) = 3x_1^{-1}x_2^{-1} = 3x_2 / x_1.$$

9.4.- Иқтисодиёт динамикаси моделлари

9.4.1. Иқтисодий моделлар турлари

Иқтисодиёт фани ва амалиётида ечиладиган масалалар вақт омилига боғлиқ равишда статик ва динамик масалаларга бўлинади. Статика иқтисодий объектларнинг маълум бир санага ёки даврга тегишли бўлган ҳолатларини уларни ифодаловчи кўрсаткичларнинг ўзгаришини вақтга боғламаган ҳолда ўрганadi.

Динамик масалаларда ўзгарувчиларнинг вақтга боғлиқлигидан ташқари уларнинг ўзаро вақт бўйича боғлиқлари акс эттирилади. Масалан, инвестиция динамикаси ишлаб чиқариш ҳажмининг ўзгаришини муҳим омили бўлган асосий капитал ҳажмининг динамикасини аниқлайди.

Иқтисодиёт динамикасида вақт узлуксиз ёки дискрет деб қаралиши мумкин. Вақтнинг узлуксиз ҳолда олиниши моделлаштириш учун қулай, чунки унда дифференциал ҳисоби аппарати ва дифференциал тенгламалар қўлланади. Вақтнинг дискрет ҳолда олиниши амалда тадбиқ этиш учун қулай, чунки статистик маълумотлар доимо дискрет ҳолда бўлади ва аниқ вақт бирлигига тегишли бўлади.

Дискрет вақт учун чекли айирмали тенгламалар аппарати қўлланиши мумкин. Айтиш жоизки маълум иқтисодиёт динамикасининг кўп моделлари узлуксиз ва дискрет вариантларда бўлади. Иккала ҳолатларда ҳам ўхшаш натижалар олиниши мумкин ва моделларнинг мураккаблик даражаси тахминан бир хилда бўлади.

9.4.2. Иқтисодиётда динамик мувозанат

Иқтисодиёт назариясида мувозанат тушунчаси муҳим ҳисобланади, яъни объектнинг шундай ҳолатики ташқи таъсир бўлмаганда уни сақланиши тушунилади. Иқтисодиёт динамикаси масаласи худди жараёнларни мувозанат ҳолатига қайтиши каби, ташқи куч таъсирида ўша ҳолатнинг ўзгариш жараёнларини тавсифлашни ўз ичига олади. Оддий иқтисодий тизимнинг мувозанат ҳолатини кўриб чиқайлик ва бундай тизимнинг узлуксиз ва дискрет

ҳолатларидаги ҳаракатини тасвирлаймиз. Биринчи ҳолда тизимнинг динамикаси дифференциал тенгламалар ёрдамида, иккинчи ҳолда эса чекли айирмали тенглама билан ёзилади. Дифференциал тенглама кўрсаткичнинг (қаралаётган тизим битта $x(t)$ кўрсаткич ёки шунчаки x билан ифодалансин) ўзгаришини унинг ҳаракат тезлиги x'_t ёки \dot{x} билан боғлайди. x кўрсаткичининг ўзгариш тезлигини унинг мувозанат қиймати x_e дан оғиш катталигига пропорционал деб олайлик. Бошқача айтганда, кўрсаткич мувозанат қийматидан қанчалик узоқликка оғишса, у шунчалик тез унга қайтишга ҳаракат қилади.

Агар тенгламада x нинг вақт бўйича биринчи тартибли ҳосиласи иштирок этса ва боғланиш эса чизикли бўлса, у ҳолда бу чизикли дифференциал тенглама бўлади.

Масалан, у қуйидаги кўринишга эга бўлсин:

$$\frac{dx}{dt} = k(x - x_e) \quad (9.4.1)$$

бу ерда k - коэффициент. Бу тенгламада kx_e – озод ҳад; озод ҳадсиз $\frac{dx}{dt} = kx$ тенглама бир жинсли дейилади ва унинг умумий ечими $x = ce^{kt}$ дан иборат.

Берилган бир жинсли бўлмаган тенглама $x = x_e$ хусусий ечимга эга (агар x катталик мувозанат ҳолатда бўлса) унинг умумий ечими ихтиёрий хусусий ечим билан бир жинсли тенгламанинг умумий ечими йиғиндисидан иборат, яъни

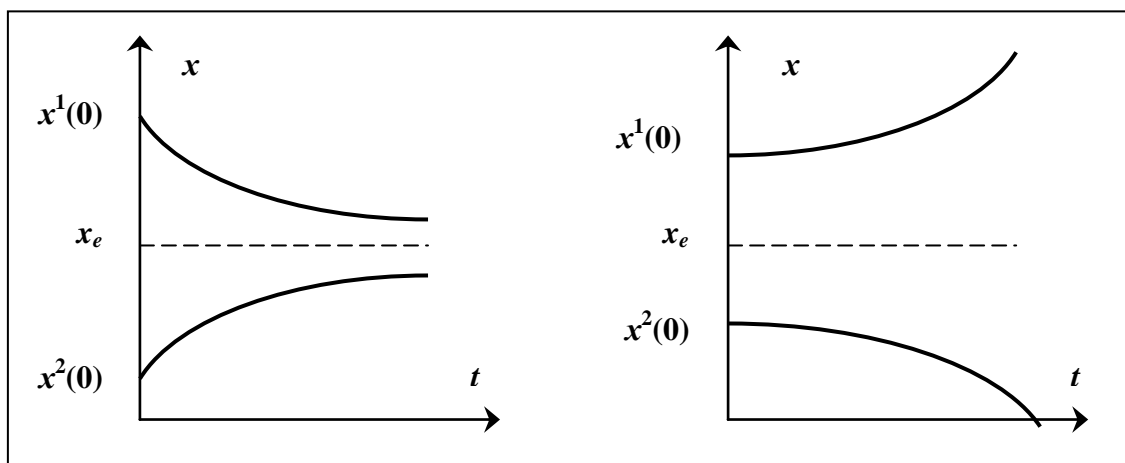
$$x = x_e + ce^{kt} \quad (9.4.2)$$

$t = 0$ да x нинг қиймати $x(0)$ бўлишини ҳисобга олсак, $c = x(0) - x_e$ ва

$x(t) = x_e + (x(0) - x_e)e^{kt}$ ҳосил бўлади. Бу ечим берилган (9.4.1)

тенгламани ечимини қоноатлантиришини текшириб кўриш мумкин.

Агар $k < 0$ бўлса, у ҳолда $e^{kt} \rightarrow 0$ муносабат ўринли ва мувозанат турғун ҳолатда, яъни $x(t)$ катталиқнинг қиймати x_e қийматидан оғишганда, у яна шу қийматни олишга интилади. $k > 0$ бўлганда эса $e^{kt} \rightarrow \infty$ ва мос равишда $x(t) \rightarrow \infty$ (агар бошланғич ҳолат мувозант ҳолат билан устма-уст тушмаса). Тизим 9.4а расмда кўрсатилганидек x_e ҳолатга қайтади. Унинг $k > 0$ бўлгандаги ҳолати 9.4б расмда кўрсатилган ва k коэффициент $-2 < k < 0$ бўлганда мувозанат турғун бўлган ҳолат, ва $k > 0$ ёки $k < -2$ бўлганда турғун бўлмаган ҳолат юз беради.



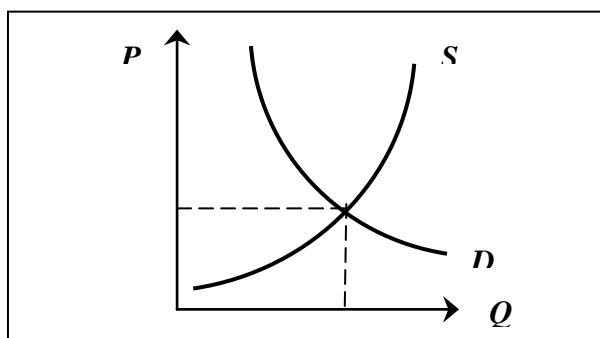
9.4а-расм

9.4б-расм

9.4.3. Мувозанатнинг оддий модели

Дискрет ёндашув асосида амалга ошириладиган макроиктисодиёт динамикаси модели мисolini кўриб чиқайлик. Бундай ҳолатда модель ўта умумлашган бўлиб, абстракт характерга эга бўлади. Шу билан бирга унинг ечими аниқ кўринишда топилиши мумкин, аммо бундан унинг параметрлари нисбатларининг хусусий ҳолатлари учун муҳим бўлган хусусиятлари келиб чиқади. Бу моделда дискрет ва узлуксиз динамик моделлаштиришнинг содда аппаратини намойиш этиш, макроиктисодиёт динамикасининг муҳим категория ва муаммоларини тасвирлаш қулай.

Ўргимчак тўрисимон модель. Бу модель одатдаги талаб ва таклиф эгри чизиқлари билан ифодаланувчи бозордаги баҳо ва маҳсулотларнинг миқдорлари турғунлигини вақт бўйича кечикиш мавжуд бўлганда тадқиқ қилиш имконини беради. Бундай ҳолатнинг тасвири 9.5 расмда келтирилган.



9.5 –расм. Талаб ва таклиф эгри чизиғи

Ишлаб чиқарувчи (фермер) жорий даврда маҳсулотга бўладиган таклифни ўтган даврдаги маҳсулот баҳосига асосан аниқлаган бўлсин, яъни $Q^s(t) = S_t(p_{t-1})$ таклиф функциясида бир вақт бирлиги даврига тенг бўлган кечиккан давр кириб келади. Ҳақиқатда, ишлаб чиқариш ҳажми ҳақидаги қарор жорий баҳони ҳисобга олган ҳолда қабул қилинади ва бозорда бу қарорга мос келувчи таклиф ишлаб чиқариш цикли тугагандан сўнг юзага келади.

Талаб эгри чизиғи маҳсулот ҳажмига бўлган талабни айнан шу даврдаги товар нархига боғлиқлигини тавсифлайди, яъни $Q^D(t) = D_t(p_t)$. Шундай қилиб баҳо динамикасини қуйидаги тенгламалар системаси орқали ифодалаш мумкин:

$$\{Q_t^s = S_t(p_{t-1}), \quad Q_t^D = D_t(p_t), \quad Q_t^D = Q_t^s, \} \quad (9.4.3)$$

ёки битта тенглама билан қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$D_t(p_t) = S_t(p_{t-1}). \quad (9.4.4)$$

Ушбу тенгламадан жорий даврдаги баҳо қиймати P_t -ни аввалги вақт ҳолатида маълум бўлган P_{t-1} нинг қиймати бўйича аниқлаш мумкин.

Ҳусусий ҳол сифатида талаб ва таклиф функциялари чизиқли бўлган ўргимчаксимон моделни кўриб чиқамиз.

$$D(p) = A - Bp_i, \quad S(p) = C + Ep_{i-1}, \quad D(p) = S(p) \quad (9.4.5)$$

Бу ерда таклиф функцияси ўсувчи бўлгани учун $E \geq 0$; талаб функцияси камаювчи бўлгани учун эса $B \geq 0$; $A > C > 0$, яъни $D(0) > S(0) > 0$ (баҳонинг ноль кийматида талаб таклифдан юқори бўлади). Бундай тизимнинг динамикасини ифодаловчи тенглама куйидаги кўринишга эга бўлади:

$$D(p_i) = S(p_i) \quad \text{ёки} \quad A - Bp_i = C + Ep_{i-1}$$

Аввал мувозанат баҳо p^* ва мувозанат ишлаб чиқариш ҳажми Q^* ни топамиз. Улар куйидаги тенгламаларни қаноатлантиришлари керак:

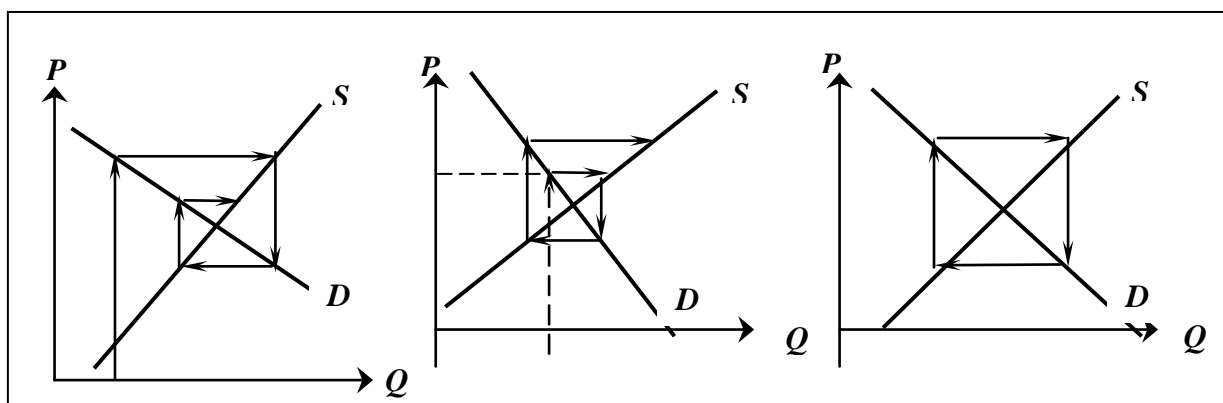
$$Q^* = A - Bp^* = C + Ep^*,$$

бундан

$$p^* = (A - C) / (B + E) \quad \text{ва} \quad Q^* = (AE - BC) / (B + E) \quad (9.4.6)$$

келиб чиқади.

Бошланғич нуқта мувозанат нуқта билан устма-уст тушмаган ҳолатда баҳо ва ишлаб чиқариш ҳажми муносабатларини кўриб чиқайлик. Ушбу масалани «ўргимчак тўри» деб номланган график усулида ечиш мумкин. Аввало мувозанат нуқтаси билан устма-уст тушмайдиган бошланғич товар ҳажми ва баҳосини бериб, кетма-кет мос равишда талаб ва таклиф чизиқларини горизонтал ва вертикал тўғри чизиқлар билан бирлаштириб борамиз.



9.6а-расм.

9.6б-расм.

9.6в-расм.

Расмдаги биринчи чизмадан кўринадикки, агар таклиф чизиғи (D) талаб чизиғи (S)га нисбатан кўпроқ оғишган бўлса у ҳолда бозорда мувозанат турғун бўлади (9.6а -расм). Агар талаб чизиғи (S) таклиф чизиғи (D)га нисбатан кўпроқ оғишган бўлса у ҳолда бозорда мувозанат турғун бўламайди (9.6б -расм). Ва ниҳоят талаб ва таклиф чизиқларининг оғишликлари бир хил бўлганда бозорда баҳо ўзгармас амплетудада доимий равишда тебраниб туради (9.6в-расм).

Энди моделни таҳлил қилиб кўрамиз. p_t ни p_{t-1} орқали ифодалаб қуйидаги рекуррент муносабатини оламиз.

$$P_t = \frac{A - C}{B} - \frac{E}{B} P_{t-1}$$

Ушбу муносабатни кетма-кет қўллаб қуйидагиларни топамиз:

$$p_1 = \frac{A - C}{B} - \frac{E}{B} \cdot p_0; p_2 = \frac{A - C}{B} - \frac{E}{B} \cdot \left(\frac{A - C}{B} - \frac{E}{B} \right) p_0$$

Умумий ҳолда

$$p_t = \frac{A - C}{B} \cdot \left(1 - \frac{E}{B} + \left(\frac{E}{B} \right)^2 + \dots + (-1)^{t-1} \left(\frac{E}{B} \right)^{t-1} \right) + (-1)^t \left(\frac{E}{B} \right)^t \cdot p_0 \quad (9.4.7)$$

Қавс ичидаги ифодалар геометрик прогрессия йиғиндисини беради. Агар

$|q| < 1$, бўлса, у ҳолда $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1 - q}$ бўлади. Ўргимчак тўрисимон модел

учун $q = -\frac{E}{B}$, $a_1 = \frac{A - C}{B}$.

Бундан ихтиёрий t вақтда P_t учун қуйидагига эга бўламиз:

$$p_t = \frac{A - C}{B} \cdot \frac{1 - (-1)^t \left(\frac{E}{B} \right)^t}{1 + \frac{E}{B}} + (-1)^t \left(\frac{E}{B} \right)^t \cdot p_0 \quad (9.4.8)$$

Маълумки $\frac{E}{B} < 1$, $\left(\frac{E}{B}\right)^t \rightarrow 0$ ва $p_t \rightarrow \frac{A-C}{E+B} = p^*$ бўлганда, яъни

таклиф чизиғи талаб чизиғига нисбатан кўпроқ оғишган бўлса, мувозанат турғун бўлади. Агар $\frac{E}{B} > 1$ бўлса, яъни талаб чизиғи ўта оғишган бўлса, у

ҳолда $\left(\frac{E}{B}\right)^t \rightarrow 0$ ва жараён мувозанат нуқтасидан узоқлашади (мувозанат

турғун бўлмайди). $\frac{E}{B} = 1$ бўлганда, яъни $B=E$ ҳолатда P_t қиймати мувозанат

қиймати атрофида кетма-кет такрорланади.

Демак, тизимнинг мувозанат ҳолатда бўлишида асосан баҳонинг унча катта бўлмаган ўзгаришга таъсир этувчи ўтган даврдаги омиллар муҳим роль ўйнайди.

Қуйидаги масалаларнинг ечимларини топинг.

1-масала.

Фараз қилайлик вақт бўйича кечикиш таклиф функциясида эмас талаб функциясида қатнашсин:

$$D_t = A - Bp_t; S_t = C + Ep_{t-1}; D_t = S_t$$

Мувозанат нуқтага интилиш шарти қандай бўлади? Ушбу жараённи график кўринишда тасвирланг.

2-масала.

Талаб ва таклиф функциялари $D(t) = 4 - 4p(t)$, $S(t) = 8 - 4p(t-1)$ кўринишда бўлсин. $p(t)$ нарх учун формулани ва бошланғич нарх $p_0 = 4$ бўлганда ихтиёрий t учун талаб ва таклиф миқдорини топинг.

Ечиш. Мувозанат нуқтада талаб ва таклифнинг тенглиги шартидан фойдаланиб $4 - 4p(t) = 8 - 4p(t-1)$ тенгликни ёзиш мумкин. Бундан $p(t) = -1 - p(t-1)$ рекуррент тенглама келиб чиқади. Мувозанат нуқтада

(9.4.6)га асосан
$$p^* = \frac{A - C}{B + E} = \frac{4 - 8}{4 + 4} = -0,5,$$

ва (9.4.8)га асосан

$$p_t = \frac{A - C}{B} \cdot \frac{1 - (-1)^t \left(\frac{E}{B}\right)^t}{1 + \frac{E}{B}} + (-1)^t \left(\frac{E}{B}\right)^t \cdot p_0 =$$

$$= \frac{4 - 8}{4} \cdot \frac{1 - (-1)^t \left(\frac{4}{4}\right)^t}{1 + \frac{4}{4}} + (-1)^t \left(\frac{4}{4}\right)^t \cdot 4 = -0,5 + 4,5(-1)^t$$

рекуррент формула хосил бўлади. Бундан кўринадики вақт ўтиши билан нархнинг тебраниши мувозанат қийматдан 4,5 бирликка тенг бўлган частота билан юз беради. Талаб учун формула қуйдаги кўринишда бўлади:

$$D(t) = 4 - 4p(t) = 4 - 4(-0,5 + 4,5(-1)^t) = 6 - 18(-1)^t.$$

Таклиф учун эса формула қуйдаги кўринишга эга бўлади:

$$S(t) = 8 - 4p(t - 1) = 8 - 4(-0,5 + 4,5(-1)^{t-1}) = 6 + 18(-1)^{t-1}.$$

9.4.4. Баҳо мувозанатининг ЭВАНС модели

Моделда битта товар бозори қаралиб, вақт омили узлуксиз деб ҳисобланади. $D(t)$, $S(t)$, $p(t)$ – мос равишда t вақтда товарга талаб, таклиф ва шу товарнинг нархи бўлсин. Талаб ҳам таклиф ҳам баҳонинг чизиқли функцияси ҳисоблансин, яъни $D(p) = A - Bp$, $A, B > 0$ – талаб баҳонинг кўтарилиши билан камаяди, $S(p) = C + Ep$, $C, E > 0$ – таклиф эса баҳонинг кўтарилиши билан кўпаяди. Табиийки $A > C$, яъни баҳонинг ноль қийматида талаб таклифдан юқори бўлади.

Асосий мушоҳода шундан иборатки, баҳо талаб билан таклифнинг ўзаро нисбатларига боғлиқ равишда ўзгаради деб қаралади:

$$\Delta p = \gamma(D - S)\Delta t,$$

бунда $\gamma > 0$, яъни баҳонинг кўтарилиши талабнинг таклифга нисбатан юқори бўлишига ва шу жараённинг давом этиш даврига пропорционал. Шундай қилиб қуйидаги дифференциал тенгламани оламиз:

$$dp/dt = \gamma(D - S).$$

Бу тенгламага талаб ва таклифни нархга чизиқли боғлиқлигини қўйиб

$p(0) = p_0$ бошланғич шарт билан

$$dp/dt = -\gamma((B + E)p - A + C) \quad (9.4.9)$$

чизиқли бир жинсли бўлмаган дифференциал тенгламани ҳосил қиламиз.

Ушбу тенглама $p^* = (A - C)/(B + E) > 0$ (стационар) турғун нуктага эга.

Кўриниб турибдики $p^* > p$ бўлганда $dp/dt > 0$ ва $p^* < p$ бўлганда, $dp/dt < 0$.

Бундан келиб чиқадики

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = p^*.$$

$p_0 < p^*$ бўлганда нарх кўтарилиб p^* га интилади, $p_0 > p^*$ бўлганда маҳсулот баҳоси пасайиб p^* га интилади. p^* мувозанат баҳо бўлганда талаб ва таклиф тенг бўлади:

$$D(p) = S(p) \rightarrow A - Bp = C + Ep \rightarrow p^* = (A - C)/(B + E).$$

Бир жинсли бўлмаган чизиқли дифференциал тенгламаларни ечишнинг умумий қоидага асосан (9.4.9) тенгламанинг ечимини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$p(t) = p_0 e^{-\gamma(B+E)t} + (A - C)/(B + E) \left[1 - e^{-\gamma(B+E)t} \right].$$

Бундан яна кўриш мумкинки вақт ўтиши билан товар баҳоси p^* га интилади, яъни $t \rightarrow \infty$ бўлганда $\lim p(t) = p^*$ бўлади.

9.4.5. Иқтисодий ўсишнинг бир секторли СОЛОУ модели

Иқтисодиёт доимо бир бутунликда қаралиб, унда ҳам ишлаб чиқариш, ҳам ноишлаб чиқариш соҳаларида истеъмол қилинадиган ягона универсал маҳсулот ишлаб чиқарилади.

СОЛОУ моделида иқтисодиётнинг ҳолати 5 та ўзгарувчи орқали ифодаланади, яъни: Y - якуний маҳсулот, L – меҳнат ресурслари ҳажми, K – ишлаб чиқариш фондлари, I – инвестиция, C – ноишлаб чиқаришдаги истеъмол ҳажми. Барча ўзгарувчилар ўзаро боғлиқ бўлиб вақт бўйича ўзгариб боради, яъни улар t – вақтнинг функцияларидир.

Вақт узлуксиз деб фараз қилиниб, K ва L – кўрсаткичлар мос равишда ишлаб чиқариш фонди ва меҳнат ресурсларининг йиллик ўртача қийматлари деб қаралади. Y, C, I катталикларнинг қийматларини уларнинг йил давомида жамланган ҳажмлари деб олиш мумкин. Ресурслари эса (ишлаб чиқариш ва меҳнат ресурслари) тўлиқ ишлатилади деб фараз қилинади.

Йиллик якуний маҳсулот ҳар бир вақт бирлигида ўртача йиллик фондлар ва меҳнатнинг функциясидан иборат, яъни $Y = F(K, L)$. Шундай қилиб $F(K, L)$ – бутун иқтисодиётнинг ишлаб чиқариш функциясини ифодалайди.

Якуний маҳсулот ноишлаб чиқаришдаги истеъмолга ва инвестицияга сарфлансин, яъни $Y = C + I$. Якуний маҳсулотнинг инвестицияга сарфланадиган улуши (ρ)ни жамғариш меъёри деб аталади, у ҳолда $I = \rho Y$, $C = (1 - \rho)Y$. Жамғариш меъёрини ўзгармас деб қабул қиламиз:

$$\rho = \text{const}, 0 < \rho < 1.$$

Инвестиция ишга яроқсиз ҳолга келган фондларни тиклаш ва уларни кўпайтириш мақсадида ишлатилсин деб олайлик. Агар фондларни яроқсиз ҳолатга келиши ўзгармас коэффициент μ ($0 < \mu < 1$) бўйича юз берса, у ҳолда

$$K = K(t + \Delta t) - K(t) = \rho Y \Delta t - \mu K \Delta t$$

бўлади, шунинг учун

$$dK / dt = \rho Y - \mu K.$$

Агар меҳнат ресурсларининг ўсиши мавжуд меҳнат ресурсларига пропорционал деб ҳисобласак, яъни $\Delta L = \nu L \cdot \Delta t$ бўлса, у ҳолда $dL / dt = \nu L$ дифференциал тенглама ҳосил бўлади ва уни ечиш натижасида $L = L_0 e^{\nu t}$

ифодани оламиз, бу ерда $L_0 = L(0)$ $t=0$ бўлганда кузатув бошидаги меҳнат ресурслари.

Шундай қилиб СОЛОУ модели қўйидаги тенгламалар системаси орқали ёзилади:

$$\left. \begin{aligned} C &= (1 - \rho)Y; \\ Y &= F(K, L); \\ L &= L_0 e^{\nu t} \end{aligned} \right\} \quad (9.4.10)$$

$$dK / dt = \rho Y - \mu K, K(0) = K_0.$$

$F(K, L)$ функцияси ишлаб чиқариш функциясига қўйилган талабларни каноатлантиради ва чизикли–бир жинсли деб ҳисобланади, яъни

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L).$$

Функцияни бир жинслигидан фойдаланиб ва ўртача меҳнат унумдорлигини $y = Y / L$ ва ўртача фондлар билан қуролланганлигини $k = K / L$ билан белгиласак

$$y = Y / L = F(K, L) / L = F(K / L, 1) = F(k, 1) \quad \text{ни ҳосил қиламиз.}$$

Охирги функцияни $f(k)$ деб ҳисобласак $y = f(k)$ ни оламиз.

Энди k дан t бўйича ҳосилани топамиз:

$$\begin{aligned} dk / dt &= d(K / L) / dt = (K'L - KL') / L^2 = K' / L - K(L' / L^2) = \\ &= (\rho Y - \mu K) / L - K\nu / L = \rho y - (\mu + \nu)k. \end{aligned}$$

Демак:

$$dk / dt = \rho f(k) - (\mu + \nu)k, \quad k(0) = k_0 = K_0 / L_0. \quad (9.4.11)$$

(9.4.10) моделни макрокўрсаткичлари тўлиғича (9.4.11) тенглама ва $L = L_0 e^{\nu t}$ меҳнат ресурслари динамикаси ёрдамида аниқланади.

(9.4.11) – тенглама бошланғич шартга эга бўлган, ўзгарувчилари ажраладиган тенглама, шунинг учун у ягона ечимга эга.

9.4.6. Бозор муносабатларини моделлаштиришнинг

икки секторли модели

Фараз қилайлик, иқтисодиётда икки тармоқ ўз маҳсулотларини ички ва ташқи бозор учун ишлаб чиқариш жараёнида ўзаро товар айрибошлаш орқали муносабатда бўлсин. Яъни ҳар бир тармоқ ўз маҳсулотини ишлаб чиқариш учун иккинчи тармоқнинг маҳсулотидан фойдаланади. Масалан, машинасозлик ва энергетика саноатлари ва бошқалар. Иқтисодиётда юз берадиган бундай ҳолатларда ҳар бир тармоқ қанча ҳажмда маҳсулот ишлаб чиқарса ҳам ички, ҳам ташқи бозор талабини қондира олади, деган масала долзарб масала сифатида қаралади.

Иқтисодиётда бундай масалаларни ҳал этиш учун қуйидаги тенгламалар системасидан иборат моделлар қўлланилади:

$$\begin{cases} x_1 = a_{12}x_2 + b_1 \\ x_2 = a_{21}x_1 + b_2 \end{cases} \quad (9.4.12)$$

бу ерда x_1, x_2 - маҳсулотларни ишлаб чиқариш режаси, a_{12}, a_{21}, b_1, b_2 - манфий бўлмаган параметрлар. a_{12} - 1 минг сўмлик иккинчи маҳсулотни ишлаб чиқариш учун биринчи маҳсулотнинг сарфи, a_{21} - 1 минг сўмлик биринчи маҳсулотни ишлаб чиқариш учун иккинчи маҳсулотнинг сарфи, b_1, b_2 - биринчи ва иккинчи маҳсулотларнинг ташқи бозорга чиқариладиган қисми. (9.4.12) тенгламалар системаси *икки тармоқли ишлаб чиқариш модели* деб аталади ва у қуйидаги ечимга эга:

$$x_1 = \frac{b_1 + a_{12} \cdot b_2}{1 - a_{12} \cdot a_{21}}, \quad x_2 = \frac{b_2 + a_{21} \cdot b_1}{1 - a_{12} \cdot a_{21}} \quad (9.4.13)$$

Ушбу ечим моделнинг параметрлари $a_{12} \cdot a_{21} \neq 1$, $a_{12} < 1$, $a_{21} < 1$ шартларни қаноатлантирган ҳолларда ягона бўлади.

Масала. Ўзаро ҳамкорликда фаолият кўрсатувчи икки тармоқда маҳсулот ишлаб чиқариш ва уларнинг маҳсулотларини ички истемол ва ташқи бозорга

тақсимланиши масаласини кўриб чиқайлик. Биринчи тармоқда 1 минг сўмлик маҳсулот ишлаб чиқриш учун иккинчи тармоқнинг 0,3 минг сўмлик маҳсулоти сарфлансин, иккинчи тармоқда 1 минг сўмлик маҳсулот ишлаб чиқариш учун эса биринчи тармоқнинг 0,5 минг сўмлик маҳсулоти сарфлансин. Шу билан бирга биринчи тармоқ 3 млрд. сўмлик маҳсулот, иккинчи тармоқ эса 5 млрд. сўмлик маҳсулотни ташқи бозор учун ишлаб чиқариш режалаштирилган бўлсин. Бундай режани бажариш учун ҳар бир тармоқ қанчадан маҳсулот ишлаб чиқариши керак?

Масаланинг ечими.

Масаланинг шартига кўра $b_1=3$ млрд. сўм, $b_2=5$ млрд. сўм ва $a_{12} = 0,5$; $a_{21} = 0,3$; $a_{12} \cdot a_{21} = 0,5 \cdot 0,3 \neq 1$. Берилган маълумотларни (9.4.12) системага қўйиб, қуйидаги кўринишдаги икки тармоқли ишлаб чиқариш моделига эга бўламиз:

$$\begin{cases} x_1 = 0,5x_2 + 3000000 \\ x_2 = 0,3x_1 + 5000000 \end{cases}$$

Ушбу модель параметрлари ечимнинг ягоналик шартларини қаноатлантиради. Ягона ечим қуйидагидан иборат бўлади:

$$x_1 = \frac{3000000 + 0,5 \cdot 5000000}{1 - 0,5 \cdot 0,3} = 6,471 \text{ млрд. сўм ,}$$

$$x_2 = \frac{5000000 + 0,3 \cdot 3000000}{1 - 0,5 \cdot 0,3} = 6,941 \text{ млрд. сўм.}$$

Демак биринчи тармоқ корхонаси 6,471 млрд. сўмлик маҳсулот ишлаб чиқариб, 3 млрд. сўмлик маҳсулотни ташқи бозорга чиқаради, 3,471 млрд. сўмлик маҳсулотни ички истемолга сарфлайди. Иккинчи тармоқ корхонаси 6,941 млрд. сўмлик маҳсулот ишлаб чиқариб, 5 млрд. сўмлик маҳсулотни ташқи бозорга чиқаради, 1,941 млрд. сўмлик маҳсулотни ички истемол учун сарфлайди.

Асосий таянч иборалар

- | | |
|-----------------|--------------------------|
| 1. Кўп тармоқли | 11.Бефарқлик сирти |
| 2. Баланс | 12.Эквивалент |
| 3. Матрица | 13.Лимит |
| 4. Депрессия | 14.Компенсация |
| 5. Саноат | 15.Камаювчи самарадорлик |
| 6. Тармоқлараро | 16.Кобб-Дуглас |
| 7. Самарадор | 17.Динамика |
| 8. Вектор | 18.Мувозанат |
| 9. Танлов | 19.Ўргимчак |
| 10.Фойдалилик | 20.Эванс |

Такрорлаш учун саволлар ва топшириқлар

1. Ҳар хил турдаги маҳсулотларни ишлаб чиқариш ва истеъмол қилиш орқали тармоқлар орасидаги боғланишларни ҳисоблаш масаласининг кўйилиши қандай ҳамда баланс муносабатлари нима?
2. Тармоқлараро баланснинг математик модели ким томонидан ва қачон баён этилган?
3. Тармоқлараро баланс моделини тузишда математиканинг қандай қисмларидан фойдаланилган?
4. Тармоқлараро баланс муносабатларининг математик ифодаси қанда кўринишда ифодаланилади?
5. Бевосита(тўғри) харажатлар коэффицентлари қандай ифодаланади ва унинг иқтисодий маъноси нимадан иборат?
6. Чизиқли тармоқлараро баланс тенграмаси қандай ифодаланади?
7. Леонтьев модели қандай кўринишда ифодаланади?
8. Қандай матрица самарадор деб аталади?
9. Тўла харажатлар матрицаси нима ва матрица самарадорлигининг қандай мезонларини биласиз?
10. Баланс муносабатларига кирувчи компоненталарнинг ҳажмини ошириш учун ялпи ишлаб чиқаришларни ошириш зарур. Бунинг учун қандай ҳисоб-китоб ишлари амалга оширилади?
11. Истеъмол танлови модели деб нимага айтилади ва истеъмол тўплами нима?
12. Истеъмолчи танловининг моҳияти нимада, истеъмолчининг фойдалилик функцияси деб нимага айтилади ва истеъмолчи эҳтиёжларини қондириш даражаси нима?

13. Фойдалилик функцияси қандай хоссаларга эга, маҳсулотнинг лимит фойдалилиги деб нимага айтилади?
14. Истеъмол танлови масаласи, бюджет чеклови, истеъмолчининг локал бозор мувозанати нима?
15. Истеъмол танлови масаласини қайси масала билан алмаштириш мумкин ва нима учун?
16. Истеъмол танлови масаласини ечиш учун Лагранж усули қандай қўлланилади, талаб функцияси деганда нимани тушунилади?
17. Товарлар сони ихтиёрий ва мақсад функцияси умумий кўринишда бўлган истеъмол танлови масаласининг хоссалари тўғрисида нималарни биласиз?
18. Нархнинг компенсацияланган ўзгариши нима ва у қайси мақсад учун ишлатилади?
19. Компенсация самаралари ҳақида нима биласиз, қайси шартларда товарлар бир-бирининг ўрнини босувчи, қайсиларида эса бир-бирини тўлдирувчи бўлади?
20. Истеъмолчи фаровонлигининг аввалги даражасини ушлаб туриши учун қўшимча пул бирлиги миқдори қандай аниқланилади?
21. Ишлаб чиқариш функцияси нима ва ундан қандай мақсадда фойдаланилади?
22. Ишлаб чиқариш функцияларининг қўлланилиш соҳалари ҳақида нима биласиз, статик ва динамик ишлаб чиқариш функциялари нима?
23. Кобб-Дуглас ишлаб чиқариш функцияси ҳақида нима биласиз?
24. Ишлаб чиқариш функциялари қандай хоссаларга эга?
25. Ўртача самарадорлик деганда нимани тушунасиз ва у қандай аниқланилади?
26. Ресурсларнинг лимит самарадорлиги нима ва у қандай аниқланилади?
27. Алмаштиришнинг лимит нормаси нима ва у қандай аниқланилади?
28. Иқтисодиётда ечиладиган масалалар вақт омилига боғлиқ равишда қандай туркумланади?
29. Иқтисодиётда мувозанат деганда нима тушунилади?
30. Иқтисодий тизимнинг узлуксиз ҳолатлардаги ҳаракати қандай тенглама билан тасвирланади ва унинг ечими қандай кўринишга эга бўлади ҳамда уларни график кўринишда тасвирланг?
31. Ўргимчаксимон модель деганда қандай модель тушунилади ва унда баҳо динамикаси қандай тенгламалар системаси билан ифодаланади?
32. Ўргимчаксимон моделда мувозанат нарх ва мувозанат ишлаб чиқариш ҳажми қандай топилади?
33. Ўргимчаксимон моделни график усулда тасвирлаб беринг?
34. Баҳо мувозанати Эванс модели вақтга нисбатан қандай хусусиятга эга?

35. СОЛОУ моделида иқтисодиётнинг ҳолати нечта кўрсаткич орқали ифодаланади ва уларга қандай шартлар қўйилади?
36. Бозор муносабатларини моделлаштиришнинг икки секторли модели иқтисодиётнинг қандай масалаларини ҳал этишга қаратилган ва у қандай ифодаланади?
37. Бозор муносабатларини моделлаштиришнинг икки секторли моделининг ечими ва унинг параметрлари ҳақида нима дея оласиз?

Мустақил ишлаш учун масалалар

1. Жадвалда бир йил учун саноатнинг тўртта тармоғи орасидаги баланс муносабатлари шартли пул бирлигида келтирилган.

№	Тармоқлар	Истеъмол				Якуний маҳсулот	Ялпи ишлаб чиқариш
		1	2	3	4		
1	Металлургия	10	12	11	13	54	100
2	Энергетика	12	10	22	20	56	100
3	Машинасозлик	15	20	10	15	20	80
4	Қишлоқ хўжалиги	6	7	20	12	5	50

1) Якуний истеъмол, ялпи ишлаб чиқариш векторлари ва харажатлар коэффициентлари матрицаси топилсин.

2) Якуний истеъмол мос равишда 60, 40, 30, 30 шартли пул бирлигигача кўпайтирилса ҳар бир саноат маҳсулоти бўйича ялпи ишлаб чиқариш ҳажми топилсин.

2. $u = 4 \ln x_1 + 10 \ln x_2$ фойдалилик функцияси берилган бўлсин. Алмаштиришнинг лимит нормасини топинг.

3. Оиланинг бир ойлик бюджети 4 млн.сўм бўлсин ва бу бюджетнинг 50 фоизи газ ва электр энергияси тўловига тақсимланган. Газнинг нархи 1 м^3 ҳажм учун 250 сўм, электр энергиянинг нархи эса 1 квт учун 200 сўм бўлсин. Истеъмолчи тўлов учун ажратилган пулни қанча ҳажмдаги газга ва электр энергиясига тўлаши мумкин?

3. $y = 2x_1^a \cdot x_2^b$ КДИЧФ учун ҳар бир ресурс бўйича нисбатлар

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{4}; \quad \frac{a}{b} = \frac{2}{4}; \quad \frac{a}{b} = \frac{3}{4}; \quad \frac{a}{b} = \frac{4}{2}; \quad \frac{a}{b} = \frac{4}{3}$$

бўлганда меҳнатнинг лимит унумдорлиги ва капиталнинг лимит унумдорлиги ҳамда ресурсларни алмаштириш лимит нормасини ҳисобланг.

4. Талаб ва таклиф функциялари $D(t)=2-6p(t)$, $S(t)=3-4p(t)$ кўринишда бўлсин.

Талаб ва таклиф функцияларининг мувозанат нуқталарини топинг.

5. Талаб ва таклиф функциялари $D(t)=5-5p(t)$, $S(t)=6-2p(t-1)$ кўринишда бўлсин.

$P(t)$ нарх учун формулани ва бошланғич нарх $p_0=5$ бўлганда ихтиёрий t учун талаб ва таклиф миқдорини топинг.

10-боб. ИҚТИСОДИЙ ЖАРАЁНЛАРНИ ПРОГНОЗЛАШ

10.1. Иқтисодий жараёнларни прогнозлаш, иқтисодий прогнозларни таснифланиши

Бозор иқтисодиёти шароитида ҳўжалик юритувчи субъект бўладими ёки жисмоний шахс бўладими унда ўзининг тадбиркорлик фаолиятини прогнозлаш зарурияти туғилади.

Менежерлар қисқа муддатли ва узоқ муддатли режаларни тузишда ишлаб чиқариш ҳажми, сотиш учун чиқариладиган маҳсулот ҳажми, фоиз ставкалари каби муҳим кўрсаткичларнинг қийматларини прогноз қилишга мажбурдирлар.

Прогноз деганда тизимни келажакда бўлиши мумкин бўлган ҳолатини ва шу ҳолатни эгаллаш учун кетган муддатни илмий асосланган ҳолда тасвирлаш тушунилади.

Прогнозлашнинг мақсади тизимнинг ўтмишдаги ва ҳозирги аҳволини, ўзгариш қонуниятларини ўрганиш ва таҳлил қилиш асосида унинг келгусидаги ривожланишини илмий асосланган ҳолда белгилаб чиқиш, содир бўладиган вазиятнинг характери ва мазмунини очиб беришдан иборат.

Прогнозлаш ҳодисалар ва жараёнларнинг келажакдаги мумкин бўлган ривожланиш йўлини ва натижасини белгилаб беради, озми-кўпми узоқроқ истиқбол учун бу ҳодиса ва жараёнларни характерловчи кўрсаткичларга баҳо беради.

Прогнозлар прогноз қилинаётган объектларга қараб илмий-техникавий, иқтисодий, ижтимоий ва бошқаларга бўлинади.

Прогнозлаш объектининг миқёсига қараб иқтисодий прогнозлар алоҳида корхона ва ташкилотлар (микродаражада) прогнозидан то мамлакат миқёсида (макродаража) тармоқлар ривожланишининг прогнозигача бўлган ёки дунё миқёсидаги қонуниятларни (глобал даража) барча даражаларини камраб олади.

Прогнозлаш даври муддатига қараб қуйидаги гуруҳларга бўлинади:

- тезкор прогнозлар – бир ойгача;
- қисқа муддатли прогнозлар – бир йилгача;

- ўрта муддатли прогнозлар – беш йилгача;
- узоқ муддатли прогнозлар – ўн беш йилдан юқори.

Бозор иқтисодиёти шароитида кўпроқ тезкор ва қисқа муддатли прогнозлар муҳим аҳамиятга эга.

Иқтисодий жараёнларни прогнозлаш қуйидаги босқичларда амалга оширилади:

- масаланинг қўйилиши ва прогнозлаш учун зарур маълумотларни йиғиш;
- йиғилган маълумотларни бирламчи таҳлил қилиш;
- прогнозлашнинг мумкин бўлган моделларни аниқлаш;
- кўрилаётган модел параметрларини баҳолаш;
- танланган моделни ўхшашлиги(адекватлиги)ни текшириш;
- модель кўрсаткичларини баҳолаш;
- олинган прогноз натижаларини таҳлил қилиш.

10.2. Динамик қаторлар ва иқтисодий маълумотларга қўйиладиган талаблар

Динамик қаторларни моделлаштириш юқоридаги бобларда кўрилган бўлсада, ушбу бобда прогнозлаш масалаларини ечишда қўлланиладиган унинг асосий тушунчалари билан танишамиз.

Динамик қаторлар иқтисодий тизимда юз берадиган жараёнлар маълум бир кўрсаткичларининг вақтга боғлиқ ҳолда ўзгарувчи қийматларини кетма-кет жойлашувидан ҳосил бўлган қатор шаклида намоён бўлади.

Кўрсаткичлар қийматини қаторда ўзгариб бориши ўрганилаётган ходисанинг динамикаси ҳақидаги маълумотни беради.

Бирор бир кўрсаткични кузатиш натижасида олинган қийматларини ўсиб бориш ёки камайиб бориш тартибида жойлашувидан ҳосил бўлган қаторлар динамика қаторлари дейилиши бизга маълум.

Динамик қаторларда кўпинча иқтисодий жараёнларни ифодаловчи қаторларнинг даврийлигини ифодаловчи қисмига тегишли бўлган тебраниш учрайди.

Агар тебраниш даври бир йилдан ошмаса, у ҳолда бундай тебраниш мавсумий дейилади, агар бир йилдан ошса циклик (даврий) тебраниш деб аталади. Кўпроқ мавсумий ўзгаришларнинг сабаби табиат, иқлим (климатик) шароитлар бўлса, циклик (даврий) ўзгаришларнинг сабаби демографик цикллардан иборат бўлади.

Динамика қаторининг тренд, мавсумий ва циклик ташкил этувчилари мавсумий ёки тизимли ташкил этувчилар деб аталади. Агар динамик қатордан мунтазам ташкил этувчиларни чиқариб ташланса тасодифий ташкил этувчилар қолади.

Иқтисодий маълумотларга қўйиладиган талаблар. Прогнозлашда қаторларнинг ёнма-ён келган даражалари оралиқларини танлаш муҳим аҳамиятга эга. Вақт бўйича оралиқлар ўта йириклаштириб олинганда кўрсаткичлар динамикасининг айрим қонуниятларини соддалаштиришларга олиб келиши мумкин. Ўта майдалаштирилганда эса ҳисоблаш ҳажми кўпаяди, жараён динамикасида муҳим бўлмаган қисмлари пайдо бўлади. Қатор даражалари ўртасидаги вақт бўйича оралиқ ҳар бир жараён учун аниқ танланиши зарур, аммо даражалар тенг оралиқларда олинishi мақсадга мувофиқ ҳисобланади.

Ҳақиқатда ривожланиш жараёнини динамик қаторлар орқали ифодалашнинг муҳим шартларидан бири қатор даражаларини таққосламалигини таъминлашдан иборат. Бунинг учун қатор даражалари бир хил ўлчов бирликларига келтирилиши, даврлар миқёсида олинганда эса айнан шу даврга тегишли бўлиши керак. Таққосламалик шarti кўпроқ нарх кўрсаткичлари ва нархларнинг ўзгариши, ҳудудларнинг алмашиниши, корхона ва ташкилотларни йириклаштирилиши ёки бутунлай йўқ бўлиб кетиши натижасида бузилиши мумкин.

Иқтисодий жараёнлар динамикасини мукаммал ўрганиш учун кузатув объектлари даражасидаги маълумотлар тўлиқ бўлиши, динамик қатор етарлича узунликка эга бўлиши, кузатув натижалари тушиб қолмаган бўлиши керак.

Динамик қаторлар даражаларида анамал (мавҳум) қийматлар учраши мумкин. Бундай қийматлар маълумотларни йиғиш, ёзиб олиш ёки узатишда йўл қуйиладиган хатолар натижасида пайдо бўлиши мумкин. Улар техник хатолар ёки биринчи турдаги хатолар бўлиб, уларни бартараф этиш зарур. Лекин анамал қийматлар ҳам ҳақиқий жараённи ифодалаши мумкин, масалан, бозорда доллар курсининг тебраниши ёки қимматли қоғозлар курсининг тушиб кетиши ва бошқалар. Бундай анамал қийматлар иккинчи турдаги хатоликлар бўлиб, бартараф этилмасдан, балки улардан ҳақиқий ҳолатни баҳолашда фойдаланилади. Динамик қаторларда анамал даражаларни аниқлаш учун махсус усуллардан фойдаланилади(масалан Ирвин усули)².

10.3. Иқтисодий жараёнлар динамикасининг асосий кўрсаткичлари ва улар ёрдамида прогнозлаш

Иқтисодий жараёнлар динамикасини миқдорий баҳолашда мутлоқ қўшимча ўсиш (камайиш), ўсиш (камайиш) суръати ва қўшимча ўсиш (камайиш) суръати каби статистик кўрсаткичлардан фойдаланилади. Улар базисли, занжирли ва ўртача кўрсаткичларга бўлинади.

Базисли, занжирли ва ўртача мутлоқ қўшимча ўсиш, ўсиш суръати ва қўшимча ўсиш суръатларини ҳисоблаш формулалари қуйидаги жадвалда келтирилган.

Кўрсаткич номлари	Мутлоқ қўшимча ўсиш	Ўсиш суръати	Қўшимча ўсиш суръати
Базисли	$\Delta Y_t^{\circ} = Y_t - Y_{\circ}$	$T_t^{\circ} = Y_t / Y_{\circ} \cdot 100\%$	$K_t^{\circ} = T_t^{\circ} - 100\%$
Занжирли	$\Delta Y_t^z = Y_t - Y_{t-1}$	$T_t^z = Y_t / Y_{t-1} \cdot 100\%$	$K_t^z = T_t^z - 100\%$
Ўртача	$\Delta \bar{Y}_t = (Y_n - Y_1) / (n - 1)$	$\bar{T}_t = \sqrt[n]{Y_n / Y_1} \cdot 100\%$	$\bar{K} = \bar{T}_t - 100\%$

² М.С. Красс, Б.П. Чупринов. Математика для экономистов. Питер. Москва, 2005. 405-407 бетлар.

Формулаларда Y_1, Y_2, \dots, Y_n динамик қаторлар даражалари; n — қатор узунлиги; Y_{σ} - динамика қаторида таққослаш базаси сифатида олинган даража.

Қатор динамикасини ўртача қўшимча ўсиш орқали тасвирлаш икки четки нуқталарни бирлаштирувчи тўғри чизикқа мос келади. Бир қадам олдинга прогноз қийматни топиш учун динамик қаторнинг охириги даражасига ўртача мутлоқ қийматни қўшимча ўсишини қўшиш кифоя:

$$\hat{Y}_{n+1} = Y_n + \Delta\bar{Y}_t \quad (10.3.1)$$

бу ерда Y_n - динамик қатор кўрсаткичининг n нуқтасидаги қиймати; Y_{n+1} — кўрсаткичнинг $n+1$ - нуқтадаги прогнозланган қиймати; $\Delta\bar{Y}$ - динамик қаторнинг ўртача қўшимча ўсиш қиймати.

Қатор ўзгариши динамикасини ўртача қўшимча ўсиш суръатини қўллаб тасвирлаш унинг икки четки нуқталаридан ўтказилган ва ўзгариш динамикаси доимий ўсиш суръатига эга жараёнлар учун хос бўлган кўрсаткичли ёки экспонциал эгри чизик кўринишида ифодалашга мос келади.

i - қадам олдинга прогноз қийматини аниқлаш қуйидаги формула орқали амалга оширилади:

$$\hat{Y}_{n+1} = Y_n \cdot \bar{T}_i \quad (10.3.2)$$

бу ерда \hat{Y}_{n+1} - кўрсаткичнинг $n+1$ нуқтадаги прогноз қиймати, \bar{T} – нисбий қийматларда ифодаланган ўртача ўсиш суръати.

1-мисол.

Қуйидаги жадвалда фирма хизматчиларининг ойлар бўйича иш ҳақи фонди пул бирлигида берилган.

t	1	2	3	4	5
Y_t	252,0	253,0	254,2	255,3	256,5

Иш ҳақи фондининг 6 - ойга прогноз қийматини аниқлаш учун ўртача мутлоқ қўшимча ўсишни қўллаш ўринли эканлигини асосланг.

Ечими:

Занжирли мутлоқ қўшимча ўсиш қийматларини аниқлаймиз:

$$\Delta Y_2 = Y_2 - Y_1 = 253 - 252 = 1$$

$$\Delta Y_3 = Y_3 - Y_2 = 254,2 - 253,0 = 1,2$$

$$\Delta Y_4 = Y_4 - Y_3 = 255,3 - 254,2 = 1,1$$

$$\Delta Y_5 = Y_5 - Y_4 = 256,5 - 255,3 = 1,2$$

Занжирли мутлоқ қўшимча ўсиш 1 дан 1,2 гача ўзгаради, уларнинг ўзгариши бир хилда. Бу ўзгариш фирма иш ҳақи фондининг ойлар бўйича динамикаси чизиқли ўзгаришга эга эканлигини кўрсатади. Шунинг учун Y_6 нинг прогноз қийматини ўртача мутлоқ қўшима ўсиш ($\Delta \hat{Y}$)ни қўллаб аниқлаш ўринли.

$$\Delta \bar{Y} = (Y_5 - Y_1) / (n - 1) = (256,5 - 252) / (5 - 1) = 1,125,$$

$$\hat{Y}_6 = Y_5 + \Delta \bar{Y} = 256,5 + 1,125 = 257,625.$$

2-мисол.

Фирма ходимларининг ойлар бўйича иш ҳақи фонди динамикаси 5 ой давомида тахминан ўзгармас ўсиш суръатларида ўзгариб борган. 1- ойда иш ҳақи фонди 252 пул бирлигини, 5 – ойда эса – 256,5 пул бирлигини ташкил этган. Фирма ходимларининг 6-ой иш ҳақи фондидини ўртача ўсиш суръатини қўллаб аниқланг.

Ечими:

Мисол шартига асосан 5 ой давомида иш ҳақи фонди ўзгармас ўсиш суръати билан ўзгариб борган. Шунинг учун 6 – ой иш ҳақи фондининг прогноз қийматини ўртача ўсиш суръатини қўллаб аниқлаш мумкин.

Ўртача ўсиш суръати қуйидагидан иборат:

$$\bar{T} = (y_n / y_1)^{1/(n-1)} \cdot 100\%,$$

$$\bar{T} = (y_5 / y_1)^{1/4} \cdot 100\% = (256,5 / 252)^{1/4} \cdot 100\% = 100,44\% .$$

Шундай қилиб, фирма ходимларининг иш ҳақи фондининг прогноз қиймати:

$$\hat{y}_6 = y_5 \cdot \bar{T} = 256,5 \cdot 100,44\% = 257,6 \text{ пул бирлигига тенг.}$$

Иқтисодий жараёнларни прогнозлашда тузиладиган динамик қаторларида иқтисодий кўрсаткичларнинг анамал қийматларини учраши, кўрсаткичларни прогноз қийматларининг аниқлигига таъсир кўрсатади. Шунинг учун динамик қаторлар дастлабки таҳлилдан ўтказилади.

Иқтисодий кўрсаткичлар динамик қаторларини дастлабки таҳлили, қатор даражаларида қаралаётган иқтисодий тизимнинг ҳақиқий имкониятларига мос келмайдиган анамал қийматларни намоён этиш ҳамда тренд мавжудлигини аниқлашдан иборат.

Динамик қаторларни дастлабки таҳлилдан ўтказиш учун «Статистиканинг умумий назарияси» фанидан таниш бўлган усуллар қўлланади, жумладан қаторларни текислаш, сирғаниқ ўртачалар, экспоненциал текислаш ва бошқалар.

10.4. Иқтисодий жараёнларни прогнозлашда ўсиш эгри чизиғи моделини қўлланиши

Ўсиш эгри чизиғи модели тавсифи. Динамик қаторларни текислашнинг комплекс аналитик усуллари аниқ ўсиш эгри чизиқларини танлаш ва уларнинг параметрларини аниқлашга олиб келади. Ўсиш эгри чизиғи деганда берилган динамик қаторни аппроксимация қилувчи (ифодаловчи) маълум бир функция тушунилади.

Ўсиш эгри чизиқларини қўллаб прогнозлаш қуйидаги босқичларни ўз ичига олади:

- шакли динамик қатор ўзгаришига мос келувчи бир ёки бир нечта эгри чизиқларни танлаш;
- танланган эгри чизиқ параметрларини баҳолаш;
- танланган эгри чизиқни прогноз қилинаётган жараёнга айнан ўхшашлигини текшириш ва эгри чизиқни узил-кесил танлаш;
- нуқтавий ва оралиқ прогноз қийматларни ҳисоблаш.

Ўсиш эгри чизиклари одатда учта синф функцияларидан танлаб олинади.

Биринчи синфга ўсишнинг монотон хусусиятга эга бўлган ва ўсиш чегараси бўлмаган жараёнларни ифодалаш учун қўлланиладиган эгри чизиклар киради.

Иккинчи синфга ўрганилаётган даврда ўсиш чегараси бўлган эгри чизиклар киради. Бундай эгри чизиклар тўйинган (ёки тўлғазилган) деб аталади.

Агар тўлғазилган эгри чизиклар эгилиш нуқтасига эга бўлса у ҳолда улар учинчи синфга тегишли бўлади. Уларни S – шаклдаги эгри чизиклар деб аталади. Биринчи турдаги ўсиш эгри чизикларига қуйидаги синф полиномларини келтириш мумкин:

$$y_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + \dots \quad (10.4.1)$$

Ушбу полиномда $t = 0$ да a_0 қаторнинг бошланғич даражаси, a_1 - чизикли қўшимча ўсиш, a_2 - ўсиш тезлиги, a_3 - ўсиш тезлигининг ўзгариши деб аталади.

Иқтисодий тадқиқотларда кўп ҳолларда учинчи тартибдан катта бўлмаган полиномлар қўлланилади.

Биринчи даражали полином $y_t = a_0 + a_1t$ графикда тўғри чизик кўринишида тасвирланади ва вақт бўйича бир текисда ривожланувчи жараёнларни ифодалашда фойдаланилади.

Иккинчи даражали полином $y_t = a_0 + a_1t + a_2t^2$ графикда парабола кўринишида тасвирланади ва жараён ривожланиши текис тезланувчан бўлган ҳолларда фойдаланилади.

Учинчи даражали $y_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$ полиномда қўшимча ўсиш ишораси бир ёки икки марта ўзгариши мумкин.

Полиномлар параметрларини аниқлаш энг кичик квадратлар усулида амалга оширилади. Тўғри чизик коэффициентларини аниқлаш учун қуйидаги нормал тенгламалар системаси ечилади:

$$\begin{cases} \sum y_t = a_0 n + a_1 \sum t \\ \sum y_t \cdot t = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 \end{cases}$$

Тенгламалар системасининг коэффициентлари a_0 ва a_1 ларни Крамер формуласи бўйича ҳисобланади.

Координата бошини динамика қаторининг ўртасига кўчириш йўли билан нормал тенгламалар системасини содалаштириш ва кўрсаткичлар мутлоқ қийматларини камайтириш мумкин. Агар координата бошини кўчирмасдан аввал $t = 1, 2, 3, \dots$ бўлган бўлса, у ҳолда кўчиргандан сўнг:

- қатор элементлари сони жуфт бўлган ҳолда,

$$t = \dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots$$

- қатор элементлари сони тоқ бўлган ҳолда,

$$t = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \text{ қийматларни оламиз.}$$

Ушбу ҳолатда тўғри чизикнинг коэффициентлари қуйидаги ифодадан топилади:

$$a_0 = \sum y_t / n; \quad a_1 = \sum y_t \cdot t / \sum t^2. \quad (10.4.2)$$

Ҳудди шу усулда иккинчи тартибли полином коэффициентлари аниқланади:

$$\begin{aligned} a_0 &= \sum y_t / n - \sum t^2 / n \{ (n \sum y_t \cdot t^2 - \sum t^2 \sum y_t) / [n \sum t^4 - (\sum t^2)^2] \} \\ a_1 &= \sum y_t \cdot t / \sum t^2; \\ a_2 &= (n \sum y_t \cdot t^2 - \sum t^2 \cdot \sum y_t) / [n \sum t^4 - (\sum t^2)^2] \end{aligned} \quad (10.4.3)$$

3-мисол.

Фирманинг ишлаб чиқариш бўйича 8 ойлик маълумотлари асосида:

- $y_t = a_0 + a_1 t \dots$ чизикли тренднинг a_0 ва a_1 коэффициентларини ва бир ой олдинга прогноз кўрсаткичини;

$$- y_i = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad \text{параболик} \quad \text{тренднинг} \quad a_0, a_1, a_2$$

коэффициентларини ва бир ой олдинга прогноз кўрсаткичларини ҳисобланг.

Ечими.

Чизиқли ва параболик трендларнинг коэффициентларини ҳисоблаш учун нормал тенгламалар системасидан олинган ифодалардан фойдаланамиз.

Кордината боши (t')ни кўчирамиз ва зарур бўлган ҳисоблашларни амалга ошириб берилган ва ҳисобланган маълумотларни жадвалга киритамиз.

1. Чизиқли тренд

№	t'	y_i	$(t')^2$	$y_i \cdot t'$
1	-7	3423	49	-23961
2	-5	3321	25	-16605
3	-3	3210	9	-9630
4	-1	3122	1	-3122
5	1	3034	1	3034
6	3	2940	9	8820
7	5	2845	25	14225
8	7	2739	49	19173
жами	0	24634	168	-8066

Чизиқли тренд коэффициентлари қийматини (10.4.2) формулани қўллаб ҳисоблаймиз.

$$\begin{cases} a_0 = \sum y_i / n = 24634 / 8 = 3079,25; \\ a_1 = \sum y_i \cdot t' / \sum (t')^2 = -8066 / 168 = -48,01. \end{cases}$$

Шундай қилиб, тқо да қатор даражасининг ўртача қиймати 3079,25 ни ташкил этади, маҳсулот ишлаб чиқаришнинг ўртача ойлик ўзгариши - 48,01 ни ташкил этади, яъни ўртача ойлик ишлаб чиқариш 48,01 га камаяди.

Ҳисобланган коэффициентларни чизиқли трендга қўйиб қуйидаги тенгламага эга бўламиз:

$$\hat{y}_t = 3079,25 - 48,01 \cdot t'.$$

Ҳосил бўлган тенгламага кўра 9 – ой учун кўрсаткичнинг прогноз қиймати қуйидагига тенг бўлади:

$$\hat{y}_9 = 3079,25 - 48,01 \cdot 9 = 2647,16.$$

2. Параболик тренд

t	t'	y_t	$(t')^2$	$y_t t'$	$(t')^3$	$(t')^4$	$(y_t (t')^2)$
1	-7	3423	49	-23961	-343	2401	167727
2	-5	3321	25	-16605	-125	625	83025
3	-3	3210	9	-9630	-27	81	28890
4	-1	3122	1	-3122	-1	1	3122
5	1	3034	1	3034	1	1	3034
6	3	2940	9	8820	27	81	26460
7	5	2845	25	14225	125	625	71125
8	7	2739	49	19173	343	2401	134211
Жами	0	24634	168	-8066	0	6216	517594

Параболик тренд коэффициентларини (10.4.3) формула билан ҳисоблаймиз.

$$a_0 = 3077,05; \quad a_1 = -48,01; \quad a_2 = 0,105.$$

Натижада параболик тренд тенгламаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\hat{y}_t = 3077,05 - 48,01 \cdot t' + 0,105(t')^2.$$

9-ой учун кўрсаткичнинг прогноз қиймати қуйидагига тенг:

$$\hat{y}_t = 3077,05 - 48,01 \cdot 9 + 0,105 \cdot 9^2 = 2653,47.$$

Моделлар аниқлик даражасини тавсифи. Моделлар аниқлиги даражасини прогнозлаш хатолигининг қиймати бўйича аниқланилади.

Прогнознинг мутлоқ хатолиги қуйидаги формула ёрдамида аниқланилади:

$$\Delta_t = \hat{y}_t - y_t, \quad (10.4.4)$$

бу ерда \hat{y}_t - кўрсаткичнинг прогноз қиймати, y_t - ҳақиқий қиймати.

Амалиётда кўпроқ прогнознинг нисбий хатолиги қўлланилади ва у қуйидагича ҳисобланади:

$$\delta_t = 100(\hat{y}_t - y_t) / y_t. \quad (10.4.5)$$

Модул бўйича ўртача мутлоқ ва нисбий хатоликлар қуйидагича аниқланилади:

$$|\bar{\Delta}_t| = (\sum |\hat{y}_t - y_t|) / n; \quad |\bar{\delta}_t| = (100 \sum |(\hat{y}_t - y_t) / y_t|) / n. \quad (10.4.6)$$

Агар мутлоқ ва нисбий хатоликлар нолдан катта бўлса, бундай ҳолат прогноз қийматининг ошиб кетганлигидан, агар у нолдан кичик бўлса камайиб кетганлигидан далолат беради.

4-мисол.

Жадвалда юк ташиш ҳажми ва унинг прогноз қиймати берилган.

t	1	2	3	4	5	6	7
y_t	267	267	258	262	253	257	263
1-модел бўйича прогноз	275	253	250	269	253	248	250
2-модел бўйича прогноз	260	275	253	278	263	251	269

Икки моделда ҳисобланган прогноз қийматлар учун модул бўйича нисбий хатолик ва ўртача мутлоқ хатоликни топинг.

Ечими.

(10.4.4) – (10.4.6) формулалар асосида ҳисобланган модул бўйича нисбий хатолик ва модул бўйича ўртача мутлоқ хатолик натижаларини жадвал кўринишда ифодалаймиз.

t	y_t	Прогноз		Модул бўйича мутлоқ хатолик		Модул бўйича нисбий хатолик	
		1-модел	2-модел	1-модел	2-модел	1-модел	2-модел
1	267	275	260	8	7	2,996	2,545
2	267	253	275	14	8	5,243	3,162
3	258	250	253	8	5	3,101	2,000
4	262	269	278	7	16	2,672	5,948
5	253	253	263	0	10	0,000	3,953
6	257	248	251	9	6	3,502	2,419
7	263	250	269	13	6	4,943	2,400
Ўртача хатолик				8,43	8,29	3,208	3,204

Прогноз натижасининг хатолиги ўртача мутлоқ ва ўртача нисбий хатолик қийматлари бўйича иккинчи моделда кичикроқ бўлгани учун шу модел ҳақиқатни тўла акс эттиради деб ҳисобланади.

Асосий таянч иборалар

- | | |
|------------------|-----------------|
| 1. Прогнозлаш | 7. Анамал |
| 2. Менежер | 8. Мутлоқ ўсиш |
| 3. Тезкор | 9. Ўсиш суръати |
| 4. Динамик | 10.Базисли |
| 5. Мавсумий | 11.Занжирли |
| 6. Таққосламалик | 12.Полином |

Такрорлаш учун саволлар ва топшириқлар

1. Иқтисодий жараёнларни прогнозлаш деганда нимани тушинилади?
2. Прогнозлар қандай таснифланади?
3. Прогнозлаш нечта босқичда амалга оширилади?
4. Динамик қаторлар деганда нимани тушинилади ва иқтисодий маълумотларга қандай талаблар қўйилади?
5. Динамик қаторлар қандай таркибий қисмлардан иборат?
6. Иқтисодий жараёнлар динамикасини ўрганишда қандай кўрсаткичлардан фойдаланилади?
7. Иқтисодий жараёнлар динамикаси кўрсаткичлари ёрдамида прогнозлаш мумкинми, мумкин бўлса у қандай йўллар билан амалга оширилади? Мисоллар келтиринг.
8. Иқтисодий жараёнларни прогнозлашнинг қандай усулларни биласиз?
9. Иқтисодий жараёнларни прогнозлашдаги ўсиш эгри чизиғи деганда нимани тушинилади ва нечта синфга бўлинади?
10. Моделларнинг аниқлик даражаси қандай аниқланилади?

Мустақил ишлаш учун масалалар

1. Жадвалда туман тижорат банкида ойлар бўйича сотилган АҚШ валютаси миқдори берилган.(минг доллар ҳисобида)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_t	250,0	252,7	255,3	258,7	260,3	262,2	265,3	269,5	270,0	?	?	?

Жадвалдаги маълумотидан фойдаланиб, банкда 10, 11, 12 ойларда сотилиши мумкин бўлган доллар миқдорини аниқланг ва уни ҳисоблаш усулини асослаб беринг.

2. Мамлакат худудида ишлаб чиқариш ҳажми 6 ой давомида ўтган йилнинг ўртача ишлаб чиқариш ҳажмига нисбатан ўзгармас ўсиш суръатларида ошиб борган. 1-ойда ишлаб чиқариш ҳажми 200 млрд.сўмни, 6-ойда 275 млрд.сўмни ташкил этган. Худуднинг 3-чорагининг биринчи ойида ишлаб чиқариш ҳажмининг ўртача ўсиш суръатини аниқланг.

3. Ўзингиз танлаган фирманинг ишлаб чиқариш бўйича 10 ойлик маълумотлари асосида $y_t=a_0+a_1t$ - чизикли тренднинг ва $y_t=a_0+\frac{a}{t}$ -гиперболик тренднинг a_0 ва a_1 коэффициентларини ҳисоблаб, 11 ва 12-ойлар учун прогноз кўрсаткичини аниқланг.

Adabiyotlar

1. Christopher Dougherty. Introduction to Econometrics. Oxford University Press, 2011. – 573 p.
2. Gujarati D.N. Basic Econometrics. McGraw-Hill, 5th edition, 2009. – 922 p.
3. Абдуллаев О.М., Ходиев Б.Ю., Ишназаров А.И. Эконометрика. Учебник. –Т.: Fan va texnologiya. 2007. – 612 с.
4. Шодиев Т.Ш. ва бошқалар. Эконометрика. –Т.: ТДИУ, 2007. – 270 б.
5. Абдуллаев О.М., Жамалов М.С. Эконометрическое моделирование. Учебник. –Т.: Fan va texnologiya. 2010. – 612 с.
6. Greene W.H. Econometric Analysis. Prentice Hall. 7th edition, 2011.–1232 p.
7. Валентинов В.А. Эконометрика: Учебник. –М.: ИТК «Дашков и К°», 2009. – 367 с.
8. Кремер Н.Ш. Эконометрика: Учебник.–М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2008. – 562с.
9. Nasritdinov G. Ekonometrika. O'quv qo'llanma. Toshkent: "IQTISOD-MOLIYA", 2008. 252 b.
10. Айвазян С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики. Учебник. – М. ЮНИТИ, 2007. – 345 с.
11. Эконометрика: Учебник/ Под редакцией И.И. Елисеевой. - М.: Финансы и статистика, 2003. – 344 с.
12. Habibullayev I. Iqtisodiy matematik usullar va modellar: o'quv qo'llanma / O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi. -Toshkent: "Tafakkur-Bo'stoni", 2012. 112 b.
13. Xodiev B.Yu., Shodiev T.Sh., Berkinov B.B. Ekonometrika: O'quv qo'llanma. –Т.: IQTISODIYOT, 2018. -178 b.
14. Habibullaev I., Utanov B. Ekonometrika asoslari: O'quv qo'llanma. –Т.: IQTISOD-MOLIYA. 2018. -192 b.

ИЛОВАЛАР

СТАТИСТИК-МАТЕМАТИК ЖАДВАЛЛАР

1. Мухимлилик даражаси $\alpha = 0,05$ бўлганда Фишер F-критерияси қийматлари жадвали

$k_2 \backslash k_1$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,45	199,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	249,04	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48

k₂ k₁	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,31
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,28
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,63	1,26
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,01	1,83	1,60	1,21
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,59	1,18
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	1,98	1,80	1,57	1,14
300	3,87	3,03	2,64	2,41	2,25	2,13	1,97	1,79	1,55	1,10
400	3,86	3,02	2,63	2,40	2,24	2,12	1,96	1,78	1,54	1,07
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,11	1,96	1,77	1,54	1,06
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	1,95	1,76	1,53	1,03
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00

2. $\alpha = 0,10, 0,05, 0,01$ (икки томонлама) бўлганда Стъудент t -критерияси қийматлари

Эркинлик даражаси сони d.f.	α			Эркинлик даражаси сони d.f.	α		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	6,3138	12,706	63,657	18	1,7341	2,1009	2,8784
2	2,9200	4,3027	9,9248	19	1,7291	2,0930	2,8609
3	2,3534	3,1825	5,8409	20	1,7247	2,0860	2,8453
4	2,1318	2,7764	4,6041	21	1,7207	2,0796	2,8314
5	2,0150	2,5706	4,0321	22	1,7171	2,0739	2,8188
6	1,9432	2,4469	3,7074	23	1,7139	2,0687	2,8073
7	1,8946	2,3646	3,4995	24	1,7109	2,0639	2,7969
8	1,8595	2,3060	3,3554	25	1,7081	2,0595	2,7874
9	1,8331	2,2622	3,2498	26	1,7056	2,0555	2,7787
10	1,8125	2,2281	3,1693	27	1,7033	2,0518	2,7707
11	1,7959	2,2010	3,1058	28	1,7011	2,0484	2,7633
12	1,7823	2,1788	3,0545	29	1,6991	2,0452	2,7564
13	1,7709	2,1604	3,0123	30	1,6973	2,0423	2,7500
14	1,7613	2,1448	2,9768	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,7530	2,1315	2,9467	60	1,6707	2,0003	2,6603
16	1,7459	2,1199	2,9208	120	1,6577	1,9799	2,6174
17	1,7396	2,1098	2,8982	∞	1,6449	1,9600	2,5758

3. Мухимлилик даражаси $\alpha=0,05$ ва $0,01$ учун корреляция қиймати

d.f.	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$	d.f.	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$
1	0,996917	0,9998766	17	0,4555	0,5751
2	0,95000	0,99000	18	0,4438	0,5614
3	0,8783	0,95873	19	0,4329	0,5487
4	0,8114	0,91720	20	0,4227	0,5368
5	0,7545	0,8745	25	0,3809	0,4869
6	0,7067	0,8343	30	0,3494	0,4487
7	0,6664	0,7977	35	0,3246	0,4182
8	0,6319	0,7646	40	0,3044	0,3932
9	0,6021	0,7348	45	0,2875	0,3721
10	0,5760	0,7079	50	0,2732	0,3541
11	0,5529	0,6835	60	0,2500	0,3248
12	0,5324	0,6614	70	0,2319	0,3017
13	0,5139	0,6411	80	0,2172	0,2830
14	0,4973	0,6226	90	0,2050	0,2673
15	0,4821	0,6055	100	0,1946	0,2540
16	0,4683	0,5897			

4. Мухимлик даражаси 5% бўлганда Дарбин-Уотсон статистикасида

d_L, d_U ларнинг қийматлари

n	$k^1 = 1$		$k^1 = 2$		$k^1 = 3$		$k^1 = 4$		$k^1 = 5$	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
6	0,61	1,40	-	-	-	-				
7	0,70	1,36	0,47	1,90	-	-				
8	0,76	1,33	0,56	1,78	0,37	2,29				
9	0,82	1,32	0,63	1,70	0,46	2,13				
10	0,88	1,32	0,70	1,64	0,53	2,02				
11	0,93	1,32	0,66	1,60	0,60	1,93				
12	0,97	1,33	0,81	1,58	0,66	1,86				
13	1,01	1,34	0,86	1,56	0,72	1,82				
14	1,05	1,35	0,91	1,55	0,77	1,78				
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68	0,86	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,88
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83