Empowered lives.
Resilient nations.

Ш.И.Мустафакулов
Ж.Б.Негматов
Н.Н.Муродуллаев
Б.Р.Жўраев

Ўқув қўлланма

ЭКОНОМЕТРИКА

Тошкент – 2017

УЎК 330.43(075)
КБК 65в6я7
Э 40

Мустафакулов Ш.И., Негматов Ж.Б., Муродуллаев Н.Н., Жўраев Б.Р. Эконометрика: ўқув қўлланма. – Тошкент 2017, 155 б.

Масъул муҳаррир: **А.Ш.Бекмуродов** – Ўзбекистон Республикаси Банк-молия академияси ректори в.в.б., иқтисод фанлари доктори, профессор

Тақризчилар: **Б.Т.Салимов** – Тошкент давлат иқтисодиёт университети "Саноат иқтисодиёти" кафедраси профессори,
иқтисодиёт фанлари доктори;

Н.Т.Урмонов – Тошкент давлат иқтисодиёт университети "Корпоратив бошқарув" кафедраси доценти, иқтисодиёт фанлари номзоди;

Дизайнер **Ж.Ходжаев**

Ушбу ўқув қўлланмада иқтисодий ҳаётимизда учрайдиган ҳолатлар ва иқтисодий ўзгаришлар ўртасидаги ўзаро боғлиқлик аломатларини эконометрик усуллар орқали моделини яратиш, келажакдаги ўзгаришини башоратлаш билан боғлиқ тушунчалар ва билимлар ўз аксини топган.

Шу билан бирга, қўлланмадан дунёни иқтисодий жиҳатдан яхшироқ англаб етиш, бозорларнинг ишлаш механизми ва давлатнинг бозорга аралашуви замирида ижтимоий масалаларнинг ҳал этилиши билан боғлиқ бўлган сабаб ва оқибатларнинг иқтисодий ечими ҳақидаги фикр-мулоҳазалар, турли хилдаги иқтисодий воқеа-ҳодисаларнинг мантиқий талқини ўрин олган.

Ўқув қўлланмада кўтарилган масалалар, олиб борилган таҳлил натижалари ва чиқарилган хулосалардан илмий тадқиқотчилар, олий таълим муассасаларининг бакалавриат, магистратура босқичи талабалари, малака ошириш курси тингловчилари ва шу соҳага қизиқувчи амалиётчи-мутахассислар кенг фойдаланишлари мумкин.

Ўқув қўлланма Ўзбекистондаги Бирлашган Миллатлар Ташкилотининг Тараққиёт Дастури (БМТТД) лойиҳаси доирасида тайёрланган. Қўлланмада келтирилган фикр-мулоҳазалар муаллифларга тегишли бўлиб, улар БМТТДнинг нуқтаи назарига тўлиқ мос тушмаслиги ҳам мумкин.

Ушбу ҳисобот Буюк Британиянинг Ўзбекистондаги Элчихонасининг техник ёрдами асосида чоп этилган. Нашрда билдирилган фикрлар Элчихонанинг расмий нуқтаи назарини акс эттирмайди.

БМТТДнинг барча жамият қатламларига мансуб ҳамкорлари турли инқирозларга бардош бераоладиган ҳамда ҳар бир инсон турмушининг яхшиланишини таъминлайдиган ижтимоий-иқтисодий ўсишга эришиб, уни сақлай оладиган давлатларни қуришда ёрдам қўлини чўзишга бел боғлаган. Биз дунёнинг 170 та мамлакат ва ҳудудларида дунё миқёсидаги истиқболлар ҳамда маҳаллий миқёсдаги ечимларни ҳаётга тадбиқ этиш орқали фуқаролари тўлиқ ҳуқуқли бўлган кучли давлатларни қуришда ёрдам беришга интиламиз.

БМТТДнинг Ўзбекистондаги фаолияти иккита умумий йўналиш бўйича ўзаро алоқадор мақсадларга эришишга қаратилган, булар иқтисодий ва демократик ислоҳотларни тезлаштиришда Ҳукуматга ёрдам бериш ва миллий ва глобал миқёсдаги ривожланиш жараёнида фуқаролик жамияти қатнашувини таъминлашни тезлаштириш ва кучайтиришдир. БМТТД қуйидаги уч йўналиш бўйича фаолият юритади: иқтисодий бошқарув, самарали бошқарув ва атроф-муҳит ва энергия.

Муаллифларнинг ушбу нашрда билдирган фикрлари миллий ҳамкорлар ёки БМТ Тараққиёт Дастурининг расмий нуқтаи назарини акс эттирмаслиги мумкин. Қўшимча маълумот олиш учун www.uz.undp.org сайтига ташриф буюринг.

Ўқув қўлланма Ўзбекистон Республикаси Банк-молия академияси Илмий кенгашининг 2016 йил 28 ноябрдаги 3-сонли қарорига мувофиқ нашрга тавсия этилган.

ISBN 978-9943-5066-4-0

«ILMIY TEXNIKA AXBOROTI - PRESS NASHRIYOTI», 2017

Мундарижа

IV-БОБ **КЎП ОМИЛЛИ РЕГРЕССИЯ МОДЕЛИ** **90**

МУҚАДДИМА

Ушбу китоб бугунги кунда иқтисодиётнинг турли соҳаларида учрайдиган масалаларни ва бизнеснинг маълум бир жабҳасида юзага чиқаётган муаммоларни аниқ амалий математик усуллар ва турли мисоллар орқали жавоб топиш нуқтаи назаридан келиб чиқиб яратилган. Унда акс этган амалий топшириқлар, фаразлар, муаммоли вазиятлар, турли кўринишда тақдим этилган мисоллар ва иқтисодий муаммолар реал ҳаётимизда учрайдиган саволларга жавоб топишга шунингдек, иқтисодиёт соҳасидаги айрим фанларнинг мавзуларини янада кенгроқ тушуниб етишга хизмат қилади.

Мазкур қўлланмани ўқиш, уни чуқурроқ англаб етиш учун ўқувчидан иқтисодий фанлардан маълум бир дастлабки билимларга эга бўлишлик талаб этилади. Ўқув қўлланмада келтирилган назарий-амалий мисолларнинг барчаси туб иқтисодий моҳиятини очиб бериш, математик талқинини изоҳлаш орқали баён этилган.

Қўлланма бакалавриат босқичини тугатган ва маълум бир базавий иқтисодий билим ва кўникмаларга эга бўлган, ҳозирда магистратура босқичи ёки малака ошириш курсларида ўз билимини чуқурлаштираётган ҳамда келажакда иқтисодиётнинг маълум бир соҳасида илмий-тадқиқот ишларини олиб борадиганлар учун фойдали бўлишини ҳисобга олиб тайёрланган.

Ҳар бир бобдан ўрин олган масалалар мантиқий кетма-кетликда, содда тушунтиришлар ҳамда графиклар орқали талқин этилган. Шу билан бирга, материалларни мустаҳкамлаш мақсадида боб бўйича амалий топшириқлар, муаммоли масалалар ҳам тақдим этилган.

Ҳар бир боб учун зарур бўладиган таянч ибораларнинг иқтисодий-математик талқини ва эслатмалар, ўз навбатида, ўқувчи учун асосий йўлланма вазифасини ўтайди. Шунингдек, қўлланма иқтисодиёт ва бизнес соҳасига эндигина кириб келаётган ўқувчиларга ҳам қийинчилик туғдирмайди, нега деганда унда соддадан мураккабликка, хусусийликдан умумийликка қараб, мавзуларнинг изоҳи очиб берилган.

Юқоридаги ҳолатларни инобатга олган ҳолда, тайёрланган ушбу қўлланма Сиз азиз китобхонлар учун иқтисодиётимизда тез-тез учрайдиган масалаларни осон ечишда ва уларнинг асл моҳиятини англаб етишга хизмат қилади, деган умиддамиз. Қўлланмада учрайдиган хато ва камчиликларни, айрим масалаларнинг иқтисодий-математик талқини нотўғри баён этилганлигини аниқлаган бўлсангиз биз томонимиздан қўйилган камчилик ҳисоблаб, қуйидаги манзилган жўнатишингизни илтимос қиламиз: jahongir.n@centil.law; mustafaqulov_sh@mail.ru.

Сиз ўқувчилар томонидан билдирилган таклиф ва тавсиялар китобнинг кейинги нашрларини тайёрлашда муҳим ҳисобланади.

ЭКОНОМЕТРИКАГА КИРИШ

Нима учун эконометрикани ўрганиш лозим?

Эконометрика иқтисодий ўлчов учун асосдир. Лекин унинг аҳамияти иқтисодиёт фани кўламидан анча узоққа бориб тақалади. Эконометрика – бу тадқиқот инструментлари тўплами бўлиб, бухгалтерия, молия, маркетинг ва менежмент фанларида ҳам кенг татбиқ этилади. Бугинги кунда эконометрика ижтимоий фанлар олимлари, айниқса, тарих, сиёсатшунослик ва социология фанлари тадқиқотчилари томонидан кенг фойдаланиб келинмоқда. Эконометрика, ҳатто ўрмончилик ва қишлоқ хўжалиги иқтисодиётида ҳам жуда муҳим ўрин тутади. Эконометрикага бундай даражадаги қизиқишнинг келиб чиқишига қисман иқтисодиётнинг бизнеснинг асоси ва ижтимоий фанларнинг ўзаги бўлганлиги ҳам сабабдир. Шу туфайли иқтисодчилар томонидан қўлланиладиган тадқиқот усуллари кенг қамровли индивидлар учун фойдали ҳисобланади.

Эконометрика юксак даражадаги иқтисодчиларни тайёрлашда муҳим роль ўйнайди. Ҳозирда кўпгина иқтисодиёт бўйича олий таълим муассасаларида ишлаб чиқариш имкониятлари, танқислик, альтернатив харажат (opportunity cost), нисбий афзаллик (comparative advantage) каби иқтисодий тушунчалар ўргатилмоқда, шунингдек, талаб ва таклиф, эластиклик тушунчаси, унинг иқтисодий талқини, қисқа ва узоқ муддатли оралиқда фирма фойдасини максималлаштириш шарти, рақобатлашган ва рақобатлашмаган бозорларда фирмаларнинг ҳаракати, истеъмолчиларнинг хатти-ҳаракати, уларнинг мувозанатлиги, макроиқтисодий кўрсаткичлар таҳлили ва халқаро савдо билан боғлиқ бўлган иқтисодий моделлар атрофлича ёритилмоқда.

Мазкур ўқув адабиётида эса, дунёни иқтисодий жиҳатдан яхшироқ англаб етиш, бозорларнинг ишлаш механизми ва давлатнинг бозорга аралашуви замирида ижтимоий масалаларнинг ҳал этилиши билан боғлиқ бўлган сабаб ва оқибатларнинг иқтисодий ечими ҳақидаги фикр-мулоҳазалар, турли хилдаги иқтисодий воқеа-ҳодисаларнинг мантиқий талқини ўрин олган.

Китобхонга мурожаат қилиш тарзида фикримизни давом эттирадиган бўлсак, агар иқтисодиёт сизнинг асосий ёки иккиламчи мутахассислигингиз бўлса, институтни битиришингиз билан олдингизда жуда кенг имкониятлар очилади. Агар бизнес дунёсига қадам қўйсангиз, иш берувчи сиздан қуйидаги саволга жавоб беришингизни сўрайди: Мен учун нима қилоласиз?

Иқтисодиёт таълим йўналишини битирган талаба "Мен иқтисодчидек ўйлай оламан" деб жавоб бериши мумкин. Гарчи биз бундай жавобни жуда ўринли деб ҳисобласакда, иқтисодчи бўлмаган иш берувчи учун ушбу жавоб қониқарли бўлмаслиги мумкин.

Муаммо иқтисодиёт таълим йўналиши ва мутахассислигини тугатган талаба сифатида нимани ўргандингиз-у ва иқтисодчилар аслида нимани билишлари, нимани амалга оширишлари ўртасидаги фарқдадир. Жуда кам иқтисодчилар фақатгина иқтисодий назарияни ўрганиш орқали ўз фаолиятларини олиб борадилар, бундайлар одатда, университетларда ишлайдилар.

Кўпгина иқтисодчилар бизнес оламида ишлашадими ёки давлат корхонасидами ёки таълим соҳасидами қисман "эмпирик" таҳлил билан шуғулланадилар. Улар иқтисодий алоқаларни (боғлиқликларни) ҳисоблаш, иқтисодий гипотезаларни текшириш ва иқтисодий натижаларни башорат қилиш учун иқтисодий маълумотлардан фойдаланишади.

Эконометрикани ўрганиш "иқтисодиёт курси талабаси" ва "амалиётчи иқтисодчи" ўртасидаги бўшлиқни тўлдиради. Мазкур китобни ўқиш орқали эконометрик кўникмалардан ташқари эконометрик дастурлар билан ишлашни ва иш берувчининг саволига берадиган жавобингизни бойитиб, "мен маҳсулот сотув ҳажмингизни истиқболда прогноз қилаоламан" деб айта оласиз. Шунингдек, "мен сизнинг янги реклама сиёсатингиз ҳақиқатда маҳсулот сотиш ҳажмини ошираяптими ёки аксинча таъсир кўрсатаяптими шуни аниқлаб бераман" - бундай маълумотлар муваффақиятли бизнес қарорларини қабул қилишнинг калитидир. Иш берувчингизни фойдали маълумотлар билан таъминлай олишингиз сизни нуфузли ва қимматли мутахассис эканлигингизни ҳамда лавозим пиллапояларида юқорилаб боришингизни таъминлайди.

Бошқа тарафдан эса, агар ўқишни таянч докторантура ёки ҳуқуқшунослик соҳада давом эттиришни режалаштирган бўлсангиз, ушбу ўқув қўлланма сиз учун янада фойдалироқ манбага айланади. Агар мақсадингиз магистрлик даражаси ёки иқтисодиёт, молия, бухгалтерия, маркетинг, қишлоқ хўжалиги иқтисодиёти, социология, сиёсатшунослик ёки ўрмоқ хўжалиги йўналишида докторлик даражасини қўлга киритиш бўлса, келажакда янада кўпроқ эконометрикага эҳтиёж сезасиз. Чунки таянч докторантура курслари кўпроқ математик билимларни чуқурроқ эгаллашингизни талаб этади.

Эконометрикага кириш ўқув қўлланмаси аслида эконометрика нима ҳақида эканлиги билан яқиндан танишиб олишингизни, иқтисодиётда рўй бераётган воқеа ва ҳодисалар қандай намоён бўлаётганлигини ҳис қилишингизни кенгайтиришга хизмат қилади.

Эконометрика – бу қандай фан?

Энди эконометриканинг табиатини баён қилсак. Буларнинг барчаси, сиз ўрганаётган соҳангиз: бухгалтерия, социология ёки иқтисодиёт бўлишидан қатъий назар – муҳим ўзгарувчилар бир-бири билан қандай боғланганлиги тўғрисидаги назариядан келиб чиқади. Иқтисодиётда биз иқтисодий ўзгарувчилар ўртасидаги боғлиқлик тўғрисидаги фикрларимизни математик функциялар орқали ифода этамиз. Масалан, шахсий даромад ва истеъмол ўртасидаги боғлиқликни қуйидаги функция орқали намойиш этиш мумкин:

$$\textit{Истеъмол}=f(\textit{даромад})$$

Юқоридаги математик ифода истеъмол даражаси даромаднинг функциясига тенг деганидир. Айрим товарларга бўлган талаб, айтайлик “NEXIA” русумли автомашинага бўлган талаб,

$$Q^d = f\,(P, P^s, P^c; INC)$$

функция орқали ифода этилиши мумкин. Ушбу ифода Q^d – “NEXIA”га бўлган талаб миқдори, P – “NEXIA”нинг нархи, P^s – муқобил автомобил нархлари, P^c – тўлдирувчи товар (масалан, ёқилғи) нархлари ва INC – истеъмолчининг даромад даражасининг функциясидир $f(P, P^s, P^c; INC)$.

Қишлоқ хўжалиги маҳсулотлари, масалан, мол гўштининг таклифи:

$$Q^s = f(P, P^r, P^f)$$

функция кўринишида ифода этилиши мумкин. Бунда Q^s таклиф этилаётган мол гўшти миқдори, P мол гўштининг нархи, P^r рақобатдош (муқобил) маҳсулотлар (масалан, товуқ, чўчқа гўшти) нархлари ва P^f ишлаб чиқариш жараёнида фойдаланиладиган омиллар ва ёрдамчи маҳсулотлар (масалан, ем-ҳашак) нархлари.

Юқорида келтирилган функцияларнинг ҳар бири умумий иқтисодий моделлар бўлиб, улар иқтисодий ўзгарувчиларни бир-бири билан ўзаро боғлиқлигини қандай тасаввур этишимизни кўрсатади. Бундай турдаги иқтисодий моделлар бизнинг иқтисодий таҳлилимизни қай йўсинда амалга оширишимизни белгилаб беради.

Жуда кўп иқтисодий қарорлар ёки танлов муаммоларида муайян иқтисодий ўзгарувчиларнинг бир-бири билан ўзаро боғлиқлигини ва бу боғлиқликнинг йўналишини билишнинг ўзи етарли эмас. Қўшимча тарзда бу ўзгариш йўналишининг миқдорини англашимиз керак. Яъни, бир ўзгарувчидаги қанча миқдордаги ўзгариш бошқасига таъсир этишини айта олишимиз керак.

Шуларни ҳисобга олиб таъкидлаш ўринлики, эконометрика "қанча миқдорда" деган саволларга жавоб бериш учун иқтисодиёт, бизнес ва ижтимоий фанларга тааллуқли бўлган маълумотлар ва назарияни математик-статистик инструментлар орқали биргаликда ишлата олиш ҳақидаги фандир.

Эконометрик моделлар

Эконометрик модел нима ва у қаердан келади? Биз сизга умумий тушунча берамиз ва сизга нотаниш бўлган атамаларни ишлатишимиз мумкин. Шу сабаб, барча атамаларни яхшилаб ўрганинг ва уни билишингизга ишонч ҳосил қилинг. Эконометрик моделда биз дастлаб иқтисодий боғлиқликлар аниқ эмаслигини англаб етишимиз керак. Иқтисодий назария ҳар қандай индивид ёки фирманинг ўзига хос хулқ-атворини башорат қилаолишига даъво қилмайди, аксинча, кўплаб индивид ва фирмаларни ўртача ёки тизимли (систематик) хулқ-атворини тасвирлаб беради.

Автомобиллар сотув ҳажмини ўрганишда биз шуни биламизки, "NEXIA"ларнинг ҳақиқатда сотилган сони бу систематик (тизимли), тасодифий ва башорат қилиб бўлмас компонент, яъни e - тасодифий хатоликларнинг йиғиндисидир. Шу сабабли "NEXIA"нинг сотув ҳажмини кўрсатувчи эконометрик модел:

$$Q^d = f(P, P^s, P^c; INC) + e$$

функция кўринишида бўлади. Тасодифий хато e биз ушбу оддий моделда тушириб қолдирган сотув ҳажмига таъсир этувчи кўплаб омилларни англатади ва бундан ташқари, иқтисодий фаолиятдаги ўзига хос ноаниқликни кўрсатади.

Эконометрик моделнинг хусусиятларини якунлаш учун иқтисодий ўзгарувчилар ўртасидаги алгебраик боғлиқлик ҳақида ҳам тўхталиб ўтишимиз зарур. Масалан, иқтисодий назария курсида талаб қилинган миқдор нархнинг тўғри чизиқли функцияси сифатида тасвирланади. Биз буни бошқа ўзгарувчилар билан кенгайтирамиз ва талаб боғлиқлигининг систематик (тизимли) қисмига айлантирамиз

$$f(P, P^s, P^c; INC) = 1 + \beta_2 P + \beta_3 Ps + \beta_4 Pc + \beta_5 + INC$$

Бунга мос келувчи эконометрик модел:

$$Q^d = \beta_1 + \beta_2 P + \beta_3 P^s + \beta_4 P^c + \beta_5 INC + u$$

Бунда, β_1, $\beta_2, \ldots, \beta_5$ коэффициентлар моделнинг иқтисодий маълумотлар ва эконометрик усуллар орқали ҳисобланган ноаниқ параметрларидир. Бу функционал шакл ўзгарувчилар ўртасидаги боғлиқлик тўғрисидаги гипотезани намойиш этади. Ҳар қандай моделлаштиришда қийинчиликлардан бири бу – иқтисодий назарияга ва маълумотларга мос келадиган функционал шаклни аниқлашдир.

Ҳар бир эконометрик моделда у талаб тенгламаси бўладими, таклиф тенгламаси ёки ишлаб чиқариш функциясими, бу ерда, албатта, тизимли компонент ва кузатилмайдиган тасодифий компонент бўлади.

Тизимли компонент бу иқтисодий назариядан олинадиган қисмдир ва у функционал шакл тўғрисидаги фаразни ўз ичига олади. Тасодифий компонент ўзгарувчилар ўртасидаги боғлиқлик ҳақидаги тушунчамизни ноаниқлаштирадиган ва биз тасодифий ўзгарувчи u орқали ифодалайдиган "шовқин" компонентини ифодалайди.

Эконометрик моделни статистик хулоса учун асос сифатида фойдаланамиз. Эконометрик модел ва маълумотлар намунасидан фойдаланиш орқали реал ҳаётга тегишли бўлган хулосалар ясалади. Статистик хулосалар қилиш қуйидаги йўллар орқали амалга оширилади:

- эконометрик усуллар орқали иқтисодий параметрларни ҳисоблаш (масалан, эластикликни ҳисоблаш);
- иқтисодий натижаларни башорат қилиш (масалан, Ўзбекистонда келгуси ўн йилликда коллежларга қабул қилиш ҳажмини башорат қилиш);
- иқтисодий гипотезани текшириш (масалан, сотув ҳажмини газетада реклама қилиш баннерлар орқали реклама қилишдан кўра, кўпроқ оширишини текшириб кўриш).

Эконометрика статистик хулоса қилишнинг барча жиҳатларини қамраб олади. Кейинги бобларда қандай қилиб берилган маълумотларни саралаш, таҳлил қилиш, тўғри ҳисоб-китоб қилиш, башорат қилиш ва текшириб кўриш билан боғлиқ бўлган масалалар келтирилади.

1

ЗАРУРИЙ МАТЕМАТИК ВА СТАТИСТИК ТУШУНЧАЛАР

1.1 ЧИЗИҚЛИ ВА КВАДРАТИК ФУНКЦИЯЛАР

Чизиқли функциялар

Иқтисодиёт ва эконометрикада одатда, ўзгарувчилар ўртасидаги чизиқли ва чизиқли бўлмаган боғлиқликлар ўрганилади. Тасаввур қилинг, x ва y ўзгарувчилар бўлсин. Чизиқли боғлиқлик учун стандарт шакл қуйидаги кўринишда бўлади:

$$y = kx + b$$

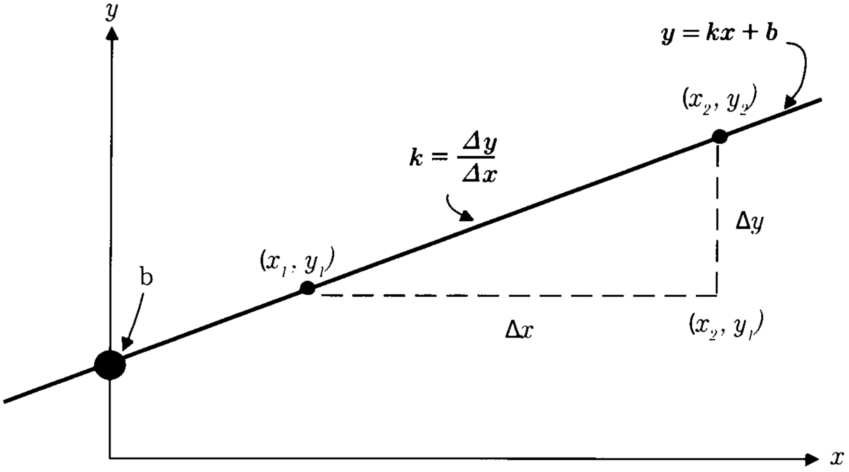
1.1-расмда функция чизиғи тўғри чизиқ бўлиб, y ординаталар ўқини b нуқтада k оғиш бурчаги остида кесиб ўтади. Δ белгиси ўзгаришни билдиради ва Δx x нинг ўзгариши деб ўқилади. Чизиқ қиялиги (ёки бурчак коэффициенти) қуйидаги ифодага тенг бўлади:

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

1.1-расмдаги тўғри чизиқли функцияда қиялик k нуқтанинг тўғри чизиқ бўйлаб қайси йўналишда силжишидан қатъий назар вертикал масофалар ўзгаришининг горизонтал масофалар ўзгаришига нисбати кўринишида аниқланади. Тўғри чизиқнинг қиялиги ўзгармас бўлади; x ўзгарса, y қанча ўзгариши даражаси ҳам тўғри чизиқ бўйлаб бир хил бўлади.

Қиялик k иқтисодчилар учун аҳамиятлидир, чунки y x нинг y га маржинал таъсирини кўрсатади. Буни кўриш учун $k = \Delta y / \Delta x$ тенгламадан $\Delta y = k \cdot \Delta x$ ни топамиз. Агар x бир бирликка ўзгарса, Δx, унга мос келувчи y даги ўзгариш $\Delta y = k$ дир. Маржинал самара k доимо тўғри чизиқли функцияларда қиялик бир хил бўлганлиги сабабли бир хил бўлади.

1.1-РАСМ Чизиқли функция



b ҳарфи чизиқли боғлиқлик вертикал ўқни қайси нуқтада кесиб ўтишини кўрсатади ва y x нолга тенг бўлгандаги y нинг қийматидир:

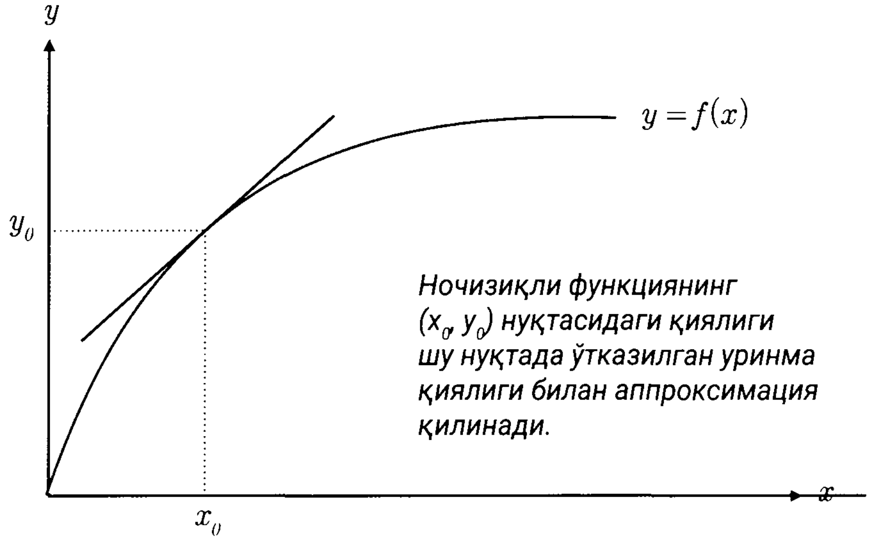
$$y = kx + b = k \times 0 + b = b$$

Ночизиқли функциялар

Чизиқли боғлиқлик осон тасаввур қилинади. Реал ҳаётдаги кўплаб иқтисодий боғлиқликлар 1.2-расмда келтирилган шакл каби ночизиқли боғлиқликка эга бўлади.

Эгри чизиқнинг қиялиги доимий бўлмайди ва x нинг y ўзгарувчисига маржинал таъсири эгри чизиқнинг исталган нуқтасида турлича бўлишини намоён этади. Бундай ўзгарувчан қиялик ўзгарувчилар ўртасидаги боғлиқлик чизиқли эмаслигидан далолат беради. Қиялик ҳар бир нуқтада турлича бўлганлиги сабабли, биз фақатгина x даги кичик ўзгаришнинг шу нуқтада y га таъсири ҳақида мулоҳаза юритилади.

1.2-РАСМ **Ночизиқли боғлиқлик**



Ночизиқли функциянинг (x_0, y_0) нуқтасидаги қиялиги шу нуқтада ўтказилган уринма қиялиги билан аппроксимация қилинади.

Шунга қарамай, баъзида чизиқли бўлмаган боғлиқликлар тахмин қилиниши ҳам мумкин. Буни кўчмас мулк бозорида қандай нарх белгиланиши мисолида кўриб чиқайлик. Одатда, кўчмас мулк бозорида уйнинг нархи (НАРХ) унинг метр квадратда (МТКВ) ўлчанган майдонига боғлиқ бўлади. Бир қарашда, биз буни тўғри чизиқли боғлиқлик, деб қарашимиз мумкин.

$$НАРХ = \beta_1 + \beta_2 МТКВ + e$$

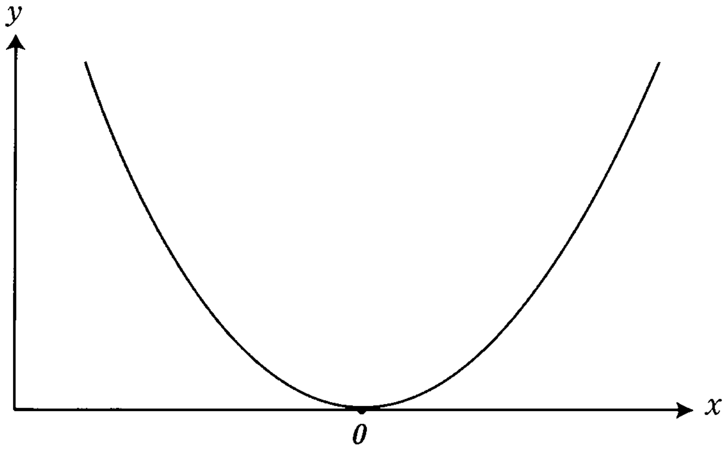
Бу моделда β_2 яшаш жойидаги ортиқча метр квадрат сабабли кутилган нархнинг ошишини ўлчайди. Чизиқли боғлиқликда ҳар бир метр квадратнинг нархи бир хил бўлади. Лекин бу ҳолатда, катта ва қиммат уйлардаги ҳар бир ортиқча метр квадратнинг қиймати оддий ва кичкина уйлардаги ортиқча метр квадратнинг қийматидан катта бўлади, деб ҳисоблаш ҳақиқатга яқинроқ бўлади. Бундай мулоҳазани ушбу моделда қандай ифодаласа бўлади?

Бунинг учун икки хил ёндашувни келтириб ўтамиз: биринчиси, изоҳловчи ўзгарувчи $МТКВ^2$ кўринишида ифодаланиладиган квадрат тенглама ва иккинчиси, тобе ўзгарувчи $ln(НАРХ)$ бўлган лог-чизиқли тенгламадир. Ҳар иккала тенгламада ҳам $НАРХ$ ва $МТКВ$ боғлиқлигининг қиялиги доимий бўлмайди ва нуқталар ўзгариши билан қиялик ҳам ўзгаради.

Квадратик функция

$y = a + bx^2$ квадрат функция парабола кўринишига эга бўлади. Ушбу функциянинг геометрик шакли b нинг қийматига боғлиқ бўлади. Агар $b>0$ бўлса, эгри чизиқ U шаклига эга бўлади, агар $b<0$ бўлса, тўнтарилган U шаклига эга бўлади. Функциянинг қиялиги эса x ўзгариши билан ўзгарувчи $dy/dx=2bx$ ҳосила билан белгиланади. Эластиклик ёки x даги берилган 1% ўзгаришдан кейинги y даги фоиз ўзгариши $\varepsilon = slope \times x/y = 2bx^2$ тенгдир. Агар a ва b нолдан катта бўлса, эгри чизиқ қуйидаги шаклда бўлади.

1.3-РАСМ **Квадратик функция**



Квадратик функциянинг қўлланилиши

Уй нархларининг квадрат модели МТКВнинг квадрат қийматини ўз ичига олади:

$$PRICE = \alpha_1 + \alpha_2 MTKB^2 + e$$

Бу y=$НАРХ$ ва x=$МТКВ^2$ бўлган, $y = \alpha_1 + \alpha_2 x + \varepsilon$ кўринишдаги оддий регрессия моделидир. Ушбу тенгламада β_1 ва β_2 ўрнига α_1 ва α_2 ҳарфлари ишлатилган, чунки бундан олдинги мисолларда β қияликни ифодалашда ишлатилган. Мазкур тенгламада эса α қияликни англатмайди. Сабаби $МТКВ$ > 0 ва уйнинг нархи модели 1.2-расмдаги эгри чизиқнинг ўнг томонини гавдалантиради.

^ белгисини ҳисобланган қийматларни ифода этишда ишлатиб, энг кичик квадратлар формуласидан фойдаланиб, α_1 ва α_2 дан $\hat{\alpha}_1$ ва $\hat{\alpha}_2$ ҳисобланган қийматларни оламиз. Мос келувчи тенглама $\widehat{НАРХ} = \hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 МТКВ^2$ кўринишда бўлади ва унинг қиялиги

$$\frac{d(\widehat{НАРХ})}{dМТКВ} = 2\hat{\alpha}_2 МТКВ$$ га тенг бўлади.

Агар α_2>0 бўлса, катта уйлар каттароқ қияликка ва ҳар бир қўшимча метр квадрат учун каттароқ ҳисобланган нархга эга бўлади.

1.2. ҲОСИЛАНИНГ ГЕОМЕТРИК МАЪНОСИ

Ҳосила эконометрикада муҳим роль ўйнайди. Иккита ўзгарувчи ўртасидаги боғлиқликда ҳосила биринчи навбатда, қияликни ўлчайди: $y = f(x)$. $y = f(x) = kx + b$ тўғри чизиқнинг қиялиги dy/dx билан белгиланади. dy/dx ифода $\Delta y/\Delta x$ нинг бир кўринишидир ва тўғри чизиқли боғлиқлик учун биринчи даражали ҳосилага: dy/dx=m тенгдир.

Умуман, биринчи даражали ҳосила x даги кичик ўзгаришлар сабабли y функциянинг қийматидаги ўзгаришни ўлчайди. Чизиқли функция учун биринчи даражали ҳосила ўзгармасдир: m=dy/dx. Бу вазиятда аввал таъкидлаб ўтилганидек, x га нисбатан y нинг ўзгариш даражаси ўзгармасдир.

Ҳосиланинг қоидалари

Ҳосилани топишнинг айрим қоидалари қуйидагичадир:

1-хосса. Ўзгармас c нинг ҳосиласи 0 га тенгдир, яъни $y = f(x) = c$ ва $\frac{dy}{dx} = 0$.

2-хосса. Агар $y = xn$ бўлса, унда $\frac{dy}{dx} = nx^{n \quad 1}$

3-хосса. Агар $y = cu$ ва $u = f(x)$ бўлса, унда $\frac{dy}{dx} = c\frac{du}{dx}$

4-хосса. Агар $y = cx''$ бўса, иккинчи ва учинчи қоидалардан фойдаланиб аниқлаймиз:

$$\frac{dy}{dx} = c\,nx^{n-1}$$

5-хосса. Агар $y = u + v$ ва бўлса ва $u = f(x)$ ҳамда $v = g(x)$ лар x нинг функциялари бўлса, унда

$$\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

Иккита функция йиғиндисининг ҳосиласи ҳосилалар йиғиндисига тенгдир. Ушбу қоида иккитадан ортиқ функциялар йиғиндисига ҳам тегишлидир.

6-хосса. Агар $y = uv$ ва $u = f(x)$ ҳамда $v = g(x)$ лар x нинг функциялари бўлса, унда

$$\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx}v + u\frac{dv}{dx}$$

7-хосса. Агар $y = e^x$ бўлса, унда

$$\frac{dy}{dx} = e^x$$

Агар $y = exp(ax + b)$ бўлса, унда

$$\frac{dy}{dx} = exp(ax + b) \times a$$

8-хосса. Агар $y = ln(x)$ бўлса, унда $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$, x > 0

Агар $y = ln(ax + b)$ бўлса, $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{ax + b} \times a$

9-хосса. Айтайлик, y u га, u эса ўз навбатида x га боғлиқ бўлиши учун $y = f(u(x))$ бўлсин. Унда

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

Масалан, ҳосиланинг 8-қоидасида $y = ln(ax + b)$ ёки $y = ln(u(x))$ ва $u = ax + b$ бўлсин. Унда

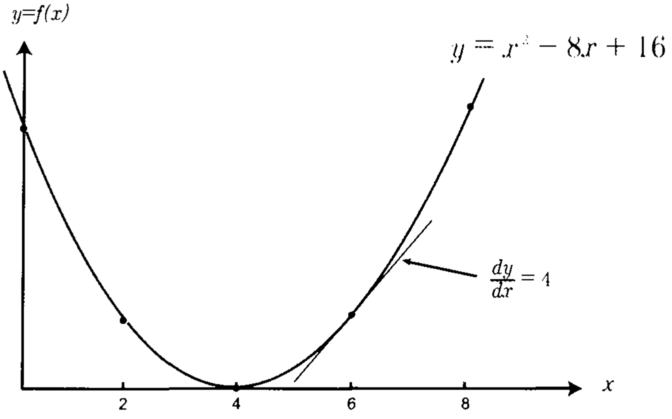
$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} = \frac{1}{u} \times a = \frac{1}{ax + b} \times a$$

МИСОЛ

1.4-расмда тасвирланган $y=x^2-8x+16$ функцияни кўриб чиқсак. Ушбу квадрат функция параболадир. Ҳосила қоидаларидан фойдаланган ҳолда, тўғри чизиқнинг эгри чизиққа теккан қиялигини ҳисоблаймиз:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d(x^2 - 8x + 16)}{dx} =$$
$$= \frac{d(x^2)}{dx} - 8\frac{d(x^1)}{dx} + \frac{d(16)}{dx} =$$
$$= 2x^1 - 8x^0$$

1.4-РАСМ



Натижа шуни кўрсатадики, тўғри чизиқнинг параболага нисбатан қиялиги $dy/dx=2x-8$ дир. Функция ва ҳосилаларнинг қийматлари 1.1-жадвалда келтирилган.

1.1-ЖАДВАЛ. $y=x^2-8x+16$ функция ва унинг ҳосилавий қийматлари

x	$y=f(x)$	dy/dx
0	16	-8
2	4	-4
4	0	0
6	4	4
8	16	8

Ушбу масалани ечишда баъзи жиҳатларга этибор қаратиш лозим. Биринчидан, қиялик x нинг исталган қийматида турличадир. Қиялик $x<4$ қийматларда манфий, $x=4$ бўлганда қиялик нолга тенг ва $x>4$ бўлганда эса, қиялик мусбатдир. Ушбу қияликларни талқин қилиш учун функциянинг маълум бир нуқтадаги ҳосиласи парабола билан туташган тўғри чизиқнинг қиялигига тенг эканлигини эслаш лозим.

Тегувчи чизиқнинг қиялиги функциянинг ўзгаришига тенг бўлиб, х ўзгарганда, $y=f(x)$ қанча ўзгаришини кўрсатади. $x=0$ бўлганда ҳосила -8, x кўпайиши билан у камайишини англатади ва x нинг бир бирликка ўзгариши у нинг 8 бирликка ўзгаришини билдиради.

$x=2$ бўлганда, функциянинг ўзгариш даражаси камаяди ва $x=2$ бўлганда, функциянинг ўзгариш даражаси $dy/dx=0$. Яъни, $x=0$ бўлганда, параболага теккан чизиқнинг эгри чизиққа нисбатан қиялиги нолга тенг бўлади. x нинг 4 дан катта барча қийматларида, ҳосила мусбат қийматга эга бўлади, яъни x кўпайиши билан $y = f(x)$ функциянинг қиймати ҳам ошиб боради.

1.3. БОШ ТЎПЛАМ ВА ТАСОДИФИЙ ТАНЛАМА

Бош тўплам ва тасодифий танлама статистик ва эконометрик таҳлилнинг диққатли нуқтасидир. Бош тўплам бу аниқ, равшан бўлган субъектлар: шахслар, фирмалар, шаҳарлар гуруҳидир. Тасодифий танлама эса бош тўпламдан тасодифий танлаш йўли билан танлаб олинган бир бўлак бўлиб, бунда бош тўпламнинг ҳар бир субъекти танланиш учун бир хил нолдан катта ёки ҳар хил эҳтимолликка эга бўлиши мумкин.

Бош тўпламдан танлама олишга ресурсларнинг чекланганлиги, вақт етишмаслиги ёки бўлмаса, маълумотнинг етишмаслиги сабаб бўлиши мумкин. Масалан, 2022 йилда бўлиб ўтажак президентлик сайловида қайси номзоднинг ғолиб бўлишини тахмин қилиш учун ихтиёрий минг киши ўртасида сўров ўтказилиши мумкин. Албатта, бутун мамлакат аҳолиси ўртасида сўров ўтказишнинг иложи йўқ.

Шу сабаб, ўрганилган минг кишининг фикрига қараб, сиёсатчилар сайлов натижасини башорат қилишлари мумкин. Масалан, сўровнома натижасига кўра, O'zLiDePдан номзоднинг президентлик сайловида 61 фоиз овоз билан ғолиб бўлиши, ёки 54 фоиздан 67 фоизгача овоз олиши мумкинлиги башорат қилиниши мумкин.

Статистика ва эконометрикада бош тўпламдан тасодифий танлама олиш ва шу танламага асосланиб, статистик хулосалар қилиш жуда мураккаб ва нозик жараёндир. Айтайлик, У бош тўпламни ифода этаётган, ягона параметр θ га тобе ва эҳтимолий зичлик функциясига $f(y;\ \theta)$ тенг бўлган тасодий ўзгарувчи бўлсин. θ нинг қийматини ҳисобга олмаганда, Y нинг эҳтимолий зичлик функцияси (ЭЗФ) маълум, деб фараз қилинади; θ нинг турли қийматлари бош тўпламнинг турлича тақсимланишини назарда тутади ва шу сабабли биз θ нинг қиймати билан қизиқамиз. Агар биз бош тўпламдан бошқа танламалар ҳам олсак, θ ҳусусида бирор бир нарсани аниқлашимиз мумкин. Бундай ҳолда, энг мақбул танлама шакли тасодифий танламадир.

Агар Y_1, Y_2,...., Y_n лар умумий эҳтимолий зичлик функцияси $f(y;\theta)$ га эга тенг бўлган мустақил тасодифий ўзгарувчилар бўлса, унда {Y1......Yn}, f(y;θ)дан олинган тасодифий танламадир. $\{Y_1......Y_n\}$, $f(y;\theta)$дан олинган тасодифий танлама бўлганда, биз Y_i, $f(y;\theta)$ дан олинган мустақил, бир хил тақсимланган танлама, деб ҳам атаймиз. Баъзи ҳолларда эса, тақсимланишнинг хусусиятини тўлиқ тавсирлашга ҳожат бўлмайди.

Y_1, Y_2,...., Y_n ларнинг тасодифийлик табиати бош тўпламдан тасодифий танлама олишда жуда кўп турлича бўлган натижалар олиш мумкинлигидан далолат беради. Масалан, оила даромади ҳақида маълумот Ўзбекистондаги $n=100$ оила намунасидан олинса, унда даромадлар ҳар 100 талик намунада турлича кузатилади. Намуна олинганда, биз турли рақамлар тўпламига, айтайлик, $\{y_1,\ y_2.....y_n\}$ эга бўламиз. Олинган танламани тасодифий танлама деб ҳисоблаш ёки ҳисобламаслик учун ҳақиқий намуна олиш жараёнидан бохабарлик талаб этилади.

Жуда кўп татбиқларда тасодифий танламалар нормал тақсимотдан олинган деб ҳисобланиши мумкин. Агар $\{Y_1......Y_n\}$, нормал $(\mu,\ \sigma^2)$ бош тўпламдан олинган танлама бўлса, унда бош тўплам иккита параметр, яъни ўртача қиймат μ ва вариация σ^2 орқали характерланади. Бунда одатда асосий этибор μ га қаратилса ҳам, μ бўйича хулосалар қилишда кўпинча σ^2 ни ўрганиш ҳам талаб этилади.

1.4. ТАСВИРИЙ СТАТИСТИКА

Тасвирий статистика маълумотларни ташкилий жиҳатдан тартибга солувчи ва умумлаштирувчи усулларни ўз ичига қамраб олиб, маълумотларни график ва жадваллар кўринишида ифода этишни ҳамда маълумотларнинг ўртача қиймати ва вариацияси кабиларни ҳисоблашни назарда тутади.

Тасвирий статистика катта ҳажмдаги маълумотларни қисқартириш орқали содда кўринишга келтиришга ёрдам беради. Масалан, Ўзбекистон Республикаси Банк-молия академияси тингловчиларининг дарсларни ўзлаштириш даражаси, биргина 95,5% билан ифода этилиши мумкин. Лекин шуни этиборга олиш керакакки, катта ҳажмдаги маълумотларни биргина индикатор орқали ифода этишда муҳим маълумотларнинг йўқолиш хавфи ҳам мавжуд бўлади. Масалан, ўзлаштириш даражаси индикатори тингловчининг осон ёки бўлмаса, жуда қийин курсни ўзлаштиришга ҳаракат қилганлиги тўғрисидаги маълумотни бермайди. Шунга қарамай, тасвирий статистика шахслар ва бошқа бирликларни ўзаро қиёслаш имконини берадиган йиғма индикаторни тақдим этади.

Эконометрика ва статистикада умумлашган маълумотларни ифода этишда сумматор операторидан фойдаланилади. Агар $\{x_i: i=1,....,n\}$ рақамлар кетма-кетлигини ифодаласа, унда ушбу рақамлар йиғиндиси қуйидагича ифодаланади.

$$\sum_{i-1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$$

Мазкур формулани исталган ўзгармас с учун қуйидаги кўринишда ифодаласа бўлади:

$$\sum_{i=1}^{n} c = nc$$

$$\sum_{i-1}^{n} cx_i = c\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Агар $\{(x_i, y_i): i=1,2, ..., n\}$ n жуфт рақамлар тўплами бўлса, ҳамда a ва b лар ўзгармас бўлса, унда

$$\sum_{i=1}^{n}(ax_i + by_i) = a\sum_{i=1}^{n}x_i + b\sum_{i=1}^{n}y_i$$

Бу ерда баъзи нарсалар сумматор оператори орқали ифодалаб бўлмаслигини ёдда тутиш зарурдир. Айтайлик, $\{(x_i, y_i): i=1,2, ..., n\}$ ҳар бир i учун $y_i \neq 0$ бўлган n жуфт рақамлар тўплами бўлсин, унда

$$\sum_{i=1}^{n}x_i / y_i \neq \left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right) / \left(\sum_{i=1}^{n}y_i\right)$$

Бошқача қилиб айтганда, нисбатлар йиғиндиси йиғиндилар нисбатига тенг эмас. Шунга ўхшаш, квадратлар йиғиндиси йиғиндилар квадратига тенг эмас:

$$\sum_{i=1}^{n}x_i^2 \neq \left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2$$

Бунинг исботини $n=2$ бўлганда осонгина кўриш мумкин:

$$x_1^2 + x_2^2 \neq (x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$$

$\{x_i: i=1,...,n\}$ сонларнинг ўртача қиймати эса уларнинг йиғиндисини ҳисоблаш ва рақамлар сонига бўлиш орқали аниқланади:

$$\bar{x} = (1/n)\sum_{i=1}^{n}x_i$$

x_i муайян ўзгарувчи бўйича (масалан, таълим йиллари) танлама бўлса, бу муайян маълумотлар тўпламидан олинганлигига урғу бериш учун ***танламанинг ўртача қиймати*** деб юритилади. Танламанинг ўртача қиймати тасвирий статистиканинг муҳим бир қисми бўлиб, у асосий (марказий) тенденцияни ифодалашда қўлланилади.

Ўртача қийматни тушунишнинг баъзи муҳим бўлган хусусиятлари мавжуд. Айтайлик, танламанинг бир бирлигидан танлама ўртача қийматини айириб чиқсак: $d_i = x_i - \bar{x}$ (бу ерда d-девиация бўлиб, ўртача қийматдан четланиш деган маънони билдиради). Мазкур девиацияларнинг йиғиндиси ҳар доим нолга тенг.

$$\sum_{i=1}^{n}d_i = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^{n}x_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{x} = \sum_{i=1}^{n}x_i - n\bar{x} = n\bar{x} - n\bar{x} = 0$$

Буни қуйидаги кўринишда умумлаштирамиз:

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = 0$$

Бунинг исботини оддий мисолда кўрсак. Фараз қилайлик $n = 5$ ҳамда $x_1=6$, $x_2=1$, $x_3=-2$, $x_4=0$ ва $x_5=5$ бўлсин. Ушбу тўпламнинг ўртача қиймати $\overline{x}=2$ бўлади ва девиациялар тўплами $\{4, -1, -4, -2, 3\}$ дан иборат бўлади. Буларни қўшиб чиқсак, юқоридаги формулада айтилганидек, йиғинди нолга тенг бўлади.

Тасвирий статистикада марказий қийматни ифодалашда ўртача қиймат билан биргаликда ***марказий қиймат*** *(ёки танлама марказий қиймати)* тушунчаси ҳам тез-тез қўлланилади. $\{x_1,\ldots,x_n\}$ n та сонлар тўпламининг марказий қийматини топиш учун x_i тўпламдаги сонларни энг кичигидан каттаси томон ўсиб бориш кўринишида тартиблаштириб чиқамиз. Агар тўпламдаги рақамлар сони тоқ бўлса, унда танлама марказий қиймати ўсиш кўринишида тартибланган мазкур рақамларнинг марказида турган рақамдир.

МИСОЛ

$\{-4, 8, 0, 2, 21, -10, 18\}$ сонлар тўпламида марказий қийматни топиш учун рақамларни ўсиш тартибида жойлаштириб чиқсак тўплам $\{-10, -4, 0, 2, 8, 18, 21\}$ кўринишга келади. Бундан кўриниб туринибдики, ушбу тўпламнинг марказий қиймати 2 дир. Агар ушбу тўпламдаги энг катта сонни икки баробар кўпайтириб, 42 га алмаштирсак ҳам ушбу тўпламнинг марказий қиймати иккилигича қолаверади.

Умуман олганда, тўпламда марказий қийматнинг ўртача қийматга нисбатан экстрим қийматлардаги (энг катта ёки энг кичик қийматлар) ўзгаришларга таъсирчанлиги камдир. Шу сабаб, кўпинча бирон бир шаҳардаги/давлатдаги иш ҳақи ва уй-жой нархларининг қийматлари умумлаштирилганда “иш ҳақининг марказий қиймати” ва “уй нархларининг марказий қиймати” каби маълумотлар ўртача қийматлардан кўра кўпроқ фойдаланилади.

Агар n жуфт сон бўлса, марказда иккита сон бўлганлиги сабабли марказий қийматни ҳисоб-китоб қилиш йўли билан топилади. Одатда, сонлар ўсиш тартибида жойлаштирилгандан сўнг, марказий қийматни топишда марказий иккита соннинг ўртачаси олинади. Масалан, $\{4, 12, 2, 6\}$ тўплам берилган бўлса, ушбу тўпламнинг марказий қиймати $(4+6)/2=5$ бўлади.

1.5. ТАСОДИФИЙ МИҚДОРЛАР ВА УЛАРНИНГ ТАҚСИМОТЛАРИ

Тасаввур қилинг, тангани 10 маротаба чертайлик ва герб томони неча марта юқорига қараган ҳолда тушишини санайлик. Бу тажрибанинг бир кўринишидир. Умуман олганда, тажриба (***эксперимент***) ҳеч бўлмаганда, назарияда чексиз давом эттириш мумкин бўлган ва аниқ-равшан натижаларга эга бўлган ҳар қандай жараён ҳисобланади. Масалан, танга ташлаш исталганча такрорлаш мумкин бўлган жараёндир. Тангани ташлашдан олдин эса, герб томон тушиш эҳтимоллиги 0 дан 10 гача бўлган аниқ сонлар бўлишини биламиз, яни эксперимент аниқ натижаларга эга бўлади.

Тасодифий миқдорлар бу рақамли қийматга эга бўлган ва эксперимент орқали натижаси аниқланадиган миқдорлардир. Танга билан боғлиқ юқорида келтирилган мисолда, танганинг герб томони билан тушиши тасодифий миқдорларга мисол бўлади. Тангани 10 марта ташламасдан олдин биз танганинг неча марта герб томони билан тушишини билмаймиз. Тангани 10 марта ирғитишимиз билан биз герб билан тушишлар сонини санашимиз билан, айнан, ушбу эксперимент учун тасодифий миқдорнинг натижасини аниқлаймиз. Бошқа эксперимент эса, бошқа натижа бериши мумкин.

Парвоз пайтида самолёт бортида бўлганлар сони тасодифий миқдордир. Чунки парвоздан олдин чипта буюртма қилганларнинг нечтаси аэропортга келишини билмаймиз.

Бизнес ва ижтимоий фанларда йиғилган маълумотларни таҳлил қилиш учун тасодифий миқдорлар ва уларнинг хусусиятлари тўғрисида ҳеч бўлмаганда, бошланғич тушунчага эга бўлиш муҳимдир. Статистика ва эконометрикага оид адабиётларда одатда, тасодифий миқдорлар лотин алифбосидаги W, X, Y ва Z каби бош ҳарфлар билан белгиланади, уларнинг натижаси эса, мос равишда w, x, y ва z каби лотин алифбосининг кичик ҳарфлари билан белгиланади.

Масалан, танга билан боғлиқ мисолда танганинг неча марта герб томони билан тушиши X билан ифода этилса ($X\{0,1,2,.....,10\}$ интервалдаги барча қийматларни қабул қилиши мумкин), экспериментдан кейин эса агар танга 6 марта герб томони билан тушган бўлса, тасодифий миқдорнинг натижаси $x=6$ билан ифода этилади.

Тасодифий миқдорларнинг катта тўпламлари эса индекслар орқали ифода этилади. Масалан, Молия вазирлигининг тасодифий танланган 20 та ходимининг ўтган йилда олган иш ҳақиси X_1, X_2,...,X_{20} кўринишида, уларнинг муайян натижаларини эса мос равишда x_1, x_2,...x_{20} орқали ифода этса бўлади.

Таърифда келтирилганидек, тасодифий миқдорлар, ҳатто сифат маълумотларини ифода этса ҳам доимо рақамли қийматга эга бўлади. Масалан, танга улоқтирилганда икки хил натижага эга бўлиши мумкин: тангининг гербли томони ёки рақамли томони тушиши мумкин. Бундай ҳолда тасодифий миқдорни, агар танга герб томони билан тушса, $X=1$ орқали, рақамли томони билан тушса, $X=0$ орқали ифодаласа бўлади.

Фақатгина ноль ёки бир қийматни қабул қиладиган тасодифий миқдорлар ***бернулли*** ёки ***бинар*** тасодифий миқдорлар деб аталади.

Дискрет тасодифий миқдорлар

Дискрет тасодифий миқдорлар бу фақатгина чекланган ёки саналадиган ва чексиз қиймат қабул қиладиган миқдорлардир. Саналадиган чексиз қиймат дегани, бу гарчи тасодифий миқдорлар чекланмаган сондаги қийматларга эга бўлса ҳам бу қийматлар мусбат бутун сонлар билан бирга корреспонденцияга қўйилиши мумкин.

Бернулли тасодифий миқдори дискрет тасодифий миқдорларнинг энг содда намунасидир. Бернулли тасодифий миқдорни тўлиқ таърифлаш учун бизга зарур бўлган ягона нарса бу $X=1$ бўлганда, y оладиган эҳтимолликдир. Танга улоқтириш мисолида тангининг гербли томони тушиш эҳтимоллиги тангининг фақатгина иккита томони мавжуд бўлганлиги сабабли $P(X=1)=1/2$ га тенгдир.

Келинг, буни чипта банд қилган 100 кишининг нечтаси парвоз учун аэропортга келиши мисолида кўриб чиқсак. Ушбу вазиятни бир нечта Бернулли тасодифий миқдорлари ёрдамида қуйидагича таҳлил қилса бўлади: тасодифий танланган истеъмолчилар учун Бернулли тасодифий миқдорлари $X=1$ парвоз учун келган шахслар ва $X=0$ парвозга келмаган шахслар кўринишида ифода этса бўлади.

Ушбу вазиятда исталган шахснинг парвоз учун келиш эҳтимоллиги $1/2$ га тенг деб ҳисоблашга ҳеч қандай асос йўқ, чунки парвоз учун келиш эҳтимоллиги 0 ва 1 орасидаги исталган сон бўлиши мумкин. Келинг, бу сонни θ деб белгилайлик ва бунда:

$$P(X=1)=\theta$$

$$P(X=0)=1-\theta$$

Масалан, $\theta=0.95$ бўлса, чипта банд қилган шахснинг парвоз учун келиши 95%, келмаслиги эҳтимоллиги 5% га тенг. Шу сабабли θ нинг қиймати авиакомпаниялар учун чипта банд қилиш стратегиясини ишлаб чиқишда жуда муҳимдир.

Янада кенгроқ маънода, ҳар қандай дискрет тасодифий миқдор, унинг мумкин бўлган қийматлари ва ҳар бир қиймат учун мос равишда тўғри келадиган эҳтимоллик даражаси орқали тасвирланади. Агар X, k дона $\{x_1, ..., x_k\}$ мумкин қийматлар қабул қилса, p_1, p_2, ..., p_k эҳтимолликлар:

$$P_j=P(X=x_j), j=1, 2,...,k$$

кўринишида ифода этилади. Бу ерда хар бир P_j 0 ва 1 оралиғида бўлади ва

$$p_1+p_2+...+p_k=1$$

Бу қуйидагича ўқилади: X нинг x_j да оладиган эҳтимоллиги P_j га тенгдир.

X нинг ***эҳтимолий зичлик функцияси*** (ЭЗФ)[1] Xнинг қабул қилиши мумкин бўлган натижалари ва уларга мос келадиган эҳтимолликларни умумлаштиради:

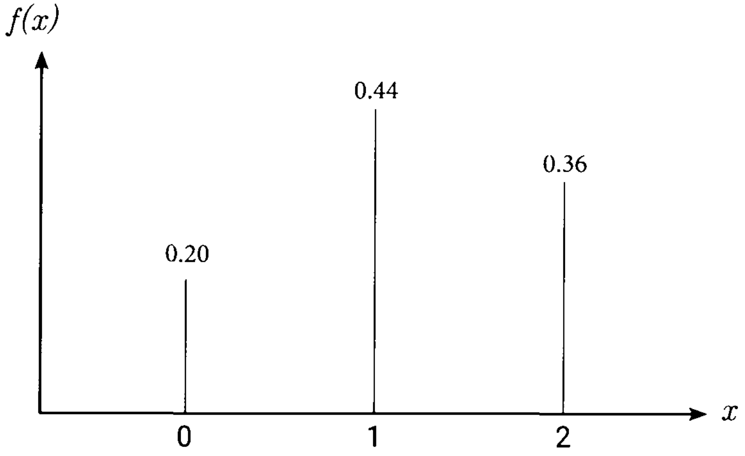
$$f(x_j)=p_j,\ j=1, 2,...,k$$

Ҳар қандай x реал сон учун $f(x)$ X нинг муайян x қиймати учун оладиган эҳтимоллигидир.

---

[1] [illegible]

1.5-РАСМ Саватга иккита уринишда тўпни эркин ташлашлар сонининг ЭЗФ



Агар ҳар қандай дискрет тасодифий миқдорнинг ЭЗФ берилган бўлса, ушбу тасодифий миқдор қатнашган ҳар қандай ҳодисанинг эҳтимоллигини ҳисоблаш жуда осондир.

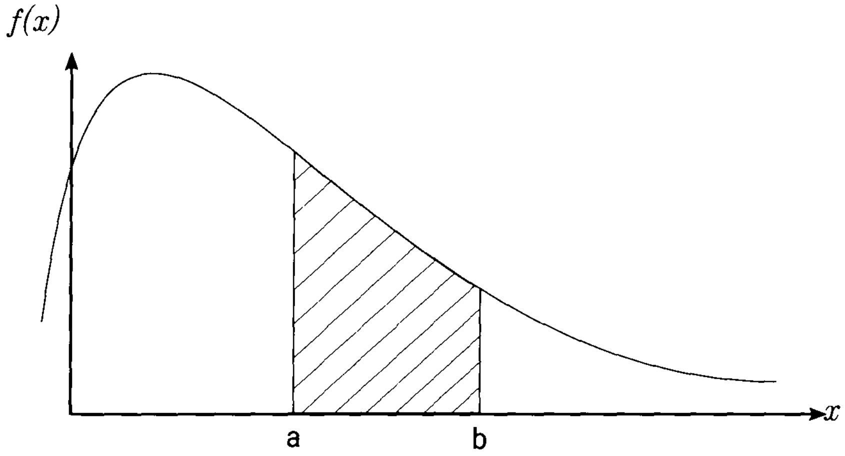
МИСОЛ

X баскетболчининг тўпни саватга эркин ташлаш бўйича уринишлари бўлсин. Агар баскетболчи икки марта уринишни амалга оширса X 3 хил $\{0, 1, 2\}$ қиймат олиши мумкин. Тасаввур қилинг X нинг ЭЗФ қуйидагича берилган бўлсин:

$$f(0) = 0.20,\ f(1) = 0.44,\ f(2) = 0.36$$

Мазкур 3 та эҳтимоллик қийматининг йиғиндиси 1 га тенг. Ушбу ЭЗФ дан фойдаланиб, ўйинчининг энг камида бир марта тўпни саватга аниқ ташлаши эҳтимоллигини ҳисоблашимиз мумкин. $P(P \geq 1) = P(X = 1) + P(X = 2) = 0.44 + 0.36 = 0.80.$ x нинг ЭЗФ 1.5-расмда кўрсатилган.

1.6-РАСМ X нинг a ва b нуқталар оралиғида ётиш эҳтимоллиги



Узлуксиз тасодифий миқдорлар

Агар X миқдор ноль эҳтимоллик билан ҳар қандай реал қийматни қабул қилса, узлуксиз тасодифий миқдорлар деб аталади. Яъни, узлуксиз миқдор X шу даражада кўп қийматларни қабул қилиши мумкинки, уларни санаб тугатиб бўлмайди ёки мусбат сонларга таққослаб бўлмайди.

Биз узлуксиз тасодифий миқдорлар учун ЭЗФни аниқлашимиз мумкин. ЭЗФ тасодифий миқдорларнинг эҳтимолий натижалари тўғрисида маълумот беради. Лекин узлуксиз тасодифий миқдорларнинг муайян қийматда оладиган эҳтимоллигини муҳокама қилишдан наф йўқлиги сабабли, биз узлуксиз тасодифий миқдорларнинг ЭЗФдан фақат қийматлар диапазонини аниқлаш учун фойдаланамиз. Масалан, агар a ва b лар ўзгармас бўлса ва улар a<b муносабатда бўлса, X нинг a ва b лар оралиғида ётиш эҳтимоллиги $P(a \leq X \leq b)$, 1.6-расмда кўрсатилганидек, ЭЗФ остидаги a ва b лар оралиғидаги майдонда бўлади.

Узлуксиз тасодифий миқдорлар учун эҳтимолликларни ҳисоблаганда, ***кумулятив тақсимот функцияси*** (КТФ) билан ишлаш жуда осондир. Агар X исталган тасодифий миқдор бўлса, унда унинг кумулятив тақсимот функцияси ҳар қандай реал x сон учун $F(x)=P\ (X\leq\ x)$ орқали аниқланади. Дискрет тасодифий миқдорлар учун кумулятив тақсимот функцияси $x_j\leq x$ бўлганда x_j нинг барча қийматлари устидаги ЭЗФ йиғинди сифатида ҳисобланади.

Узлуксиз тасодифий миқдорлар учун $F(x)$, ЭЗФ остидаги x нуқтадан чапдаги ҳудуддир. $F(x)$ шунчаки эҳтимоллик бўлганлиги сабабли, y ҳар доим 0 ва 1 ўртасида бўлади. Бундан ташқари, агар $x_1<x_2$ бўлса, унда $P(X\leq x_1)\leq P(X\leq x_2)$ бўлади, яъни $F(x_1)\leq F(x_2)$. Бу, кумулятив тақсимот функцияси x нинг ўсиб борувчи (ҳеч бўлмаганда камаймайдиган) функцияси деганидир.

КТФ нинг қуйидаги хусусиятлари мавжуддир:

Ҳар қандай c сон учун, $P(X>c)=1-F(c)$.

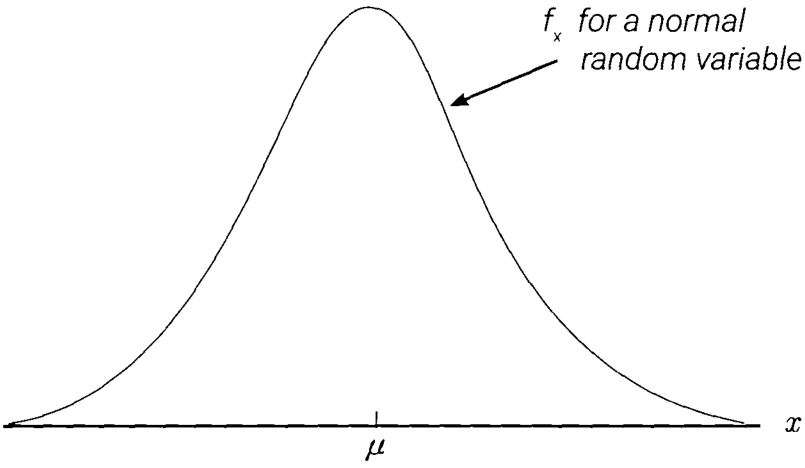
Ҳар қандай сон учун $a<b, P(a<X\leq b)=F(b)-F(a)$.

Нормал тақсимот

Нормал тақсимот ва ундан келиб чиқадиган бошқа тақсимотлар эконометрика ва статистикада энг кўп қўлланиладиган тақсимотлардир. Тасодифий миқдорларни бош тўпламда нормал тақсимланган деб фараз қилиш, эҳтимоллик бўйича ҳисоб китобларни соддалаштиради. Бундан ташқари, ҳатто бош тўплам нормал тақсимланмаган бўлишига қарамай статистика ва эконометрикада хулосалар қилишда нормал ва ўзаро боғланган тақсимотлар (related distributions) дан жуда кенг фойдаланамиз.

Нормал тасодифий миқдорлар бу ҳар қандай қийматни қабул қиладиган узлуксиз тасодифий миқдорлардир. Унинг ЭЗФ 1.7-расмда кўрсатилганидек, қўнғироқ шаклига (тўнкарилган парабола шаклига) эга бўлади.

1.7-РАСМ Нормал ЭЗФнинг умумий шакли



X нинг ЭЗФни математик кўринишда қуйидагича ёзиш мумкин:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp = \left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], -\infty < x < \infty$$

Бу ерда $\mu = E(X)$ ва $\sigma^2 = Var(X)$ бўлади ва шундан келиб чиқиб, X кутилган қиймат μ ва вариацияси σ^2 бўлган нормал тақсимотга эга деб айтилади ҳамда X~нормал(μ, σ) кўринишида ёзилади. Чунки нормал тақсимот μ га нисбатан симметрик ва μ X нинг марказий қийматидир. Баъзида мазкур нормал тақсимот машҳур статистикачи олим шарафига Гаус тақсимоти, деб ҳам юритилади.

Муайян тасодифий миқдорлар деярли нормал тақсимотга эга бўлади. Инсон вазни ва баландлиги, тест натижалари ва мамлакат ишсизлик даражасининг ЭЗФлари қарийб 1.7-расмдаги шакл кўринишида бўлади. Бошқа тақсимотлар, масалан, даромад тақсимоти нормал тақсимотга эга бўлмаслиги мумкин. Жуда кўп давлатларда даромад бирор қийматга симметрик равишда тақсимланмайди, аксинча, юқори қисмга томон ўсиб боради.

Баъзи ҳолларда эса, миқдор нормалликка эга бўлиши учун ўзгартирилиши ҳам мумкин. Кўп учрайдиган бундай ўзгартириш табиий лог ўзгартиришдир. Агар X мусбат тасодифий миқдор бўлса, масалан, даромад, унда $Y=log(X)$ нормал тақсимотга эга бўлади ва X логнормал тақсимотга эга деб айтилади. Бундан шу маълум бўладики, кўп давлатларда логнормал тақсимот даромад тақсимотига жуда мос тушади.

Стандарт нормал тақсимот

Агар тасодифий миқдор Z нормал (0,1) тақсимотга эга бўлса, бундай тақсимот стандарт нормал тақсимот деб аталади. Стандарт нормал тақсимот миқдорининг ЭЗФ $\phi(z)$ орқали белгиланади.

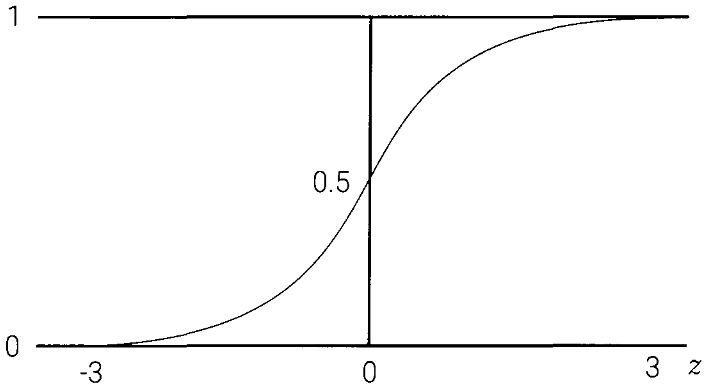
$$F(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp=\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right],-\infty<x<\infty$$

формуладан агар, $\mu=0$ ва $\sigma^2=1$ бўлса қуйидаги функцияни оламиз.

$$\phi(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{z^2}{2}\right),-\infty<x<\infty$$

Стандарт нормал кумулятив тақсимот функцияси $\phi(z)$ орқали ифода этилади ва унинг қиймати ϕ остидаги z дан чапдаги ҳудуддан аниқланади (1.8-расм).

1.8-РАСМ **Стандарт нормал кумулятив тақсимот функцияси**



$\Phi(z) = P(Z \leq z)$ эканлигини ва Z узлуксиз эканлигини ҳисобга олсак, $\Phi(z) = P(Z < z)$ бўлишини аниқлаймиз.

Афсуски, $\Phi(z)$ нинг қийматини аниқлаш учун содда формула мавжуд эмас, лекин $\Phi(z)$ нинг қийматлари осонгина жадвал кўринишига келтирилиши мумкин. Бундан ташқари, замонавий махсус статистик ва эконометрик дастурларнинг вужудга келиши билан стандарт нормал КТФнинг қийматларини осонгина ҳисоблаш имкони туғилди ва чоп этилган z нинг қийматлар жадвалини олиб юришга ҳожат қолмайди.

Эҳтимолликнинг КТФларига доир бошланғич фактлардан фойдаланган ҳолда, биз стандарт нормал КТФларини, стандарт нормал тасодифий миқдорни ўз ичига олган ҳар қандай ҳодисанинг эҳтимоллигини ҳисоблашда фойдаланишимиз мумкин. Бунда, энг муҳим формулалар қуйидагилардир:

$$P(Z > z) = 1 - \Phi(z)$$

$$P(Z < -z) = P(Z > z)$$

$$P(a \leq Z \leq b) = \Phi(b) - \Phi(a)$$

Z узлуксиз миқдор бўлганлиги сабабли катта ёки кичик тенгсизлик белгилари орқали ифода этилади. Масалан, $P(Z>0.44)=1-0.67=0.33$, $P(Z<-92)= P(Z>92)=1-0.821=0.179$ ва $P(-1<Z\leq0.5)=0.692-0.159=0.533$

Бошқа бир муҳим формула, яъни ҳар қандай $c>0$ учун, $P(|Z|>c)=P(Z>c)+P(Z<-c)=2P(Z>c)=2[1-\Phi(c)]$.

Шу сабабли, Z нинг абсолют қиймати ҳар қандай мусбат c ўзгармас сондан катта бўлиш эҳтимоллиги $P(Z>c)$ эҳтимолликнинг икки баробарига тенгдир ва бу стандарт нормал тақсимотнинг симметриклигини ифода этади. Амалиётга татбиқ қилишда, кўпинча биз μ нолдан фарқли бўлган ва $\sigma^2\neq1$ бўлган нормал тақсимланган X~нормал (μ, σ^2) тасодифий миқдордан бошлаймиз. Бунда ҳар қандай нормал тасодифий миқдорни қуйидаги хусусиятдан фойдаланиб, стандарт нормал тақсимотга айлантириш мумкин:

1-хусусият

Агар X~нормал(μ, σ^2) бўлса, унда $(X-\mu)/\sigma$~нормал (0,1).

Мазкур хусусият ҳар қандай нормал тасодифий миқдорни қандай қилиб стандарт нормалга айлантиришни кўрсатади. Тасаввур қилинг, X~нормал (3,4) бўлсин ва $P(X \leq 1)$ ни ҳисоблаш лозим бўлсин. Ҳисоблаш босқичлари доимо X ни стандарт нормалга айлантиришни талаб этади:

$$P(X1) = P(X-3 \leq 1-3) = P\left(\frac{x-3}{2}\right) \leq -1 =$$
$$= P(Z \leq -1) = \Phi(-1) = 0.159$$

МИСОЛ

Нормал тасодифий тақсимотлар учун эҳтимолликлар.

Келинг, X~Нормал(4,9) бўлганда, $P(2<X\leq 6)$ ни ҳисоблайлик (бу ерда X узлуксиз тасодифий миқдор бўлганлиги сабабли $<$ ёки $\leq$ белгилардан фойдаланишимиз аҳамиятсиз):

$$P(2<X\leq 6) = P\left(\frac{2-4}{3} < \frac{X-4}{3} < \frac{6-4}{3}\right) =$$
$$= P\left(-\frac{2}{3} < Z \leq \frac{2}{3}\right) = \Phi(0.67) - \Phi(-0.67) =$$
$$= 0.749 - 0.251 = 0.498$$

$$P(|X|>2) = P(X>2) = P(X<-2) =$$
$$= 2P\left(\frac{X-4}{3} > \frac{2-4}{3}\right) = 2P(Z>-0.67) =$$
$$= 2[1 - \Phi(-0.67)| = 0.772$$

Марказий лимит теоремаси

Асимптотик нормаллик. Фараз қилайлик $\{Z_n: n=1, 2, ...\}$ тасодифий миқдорлар кетма-кетлиги бўлсин ва барча z сон учун:

$P(Z_n \le z) \to \Phi(z)$ ва $n \to \infty$ бўлсин.

Бу ерда $\Phi(z)$ стандарт нормал кумулятив тақсимот функцияси. Бундай ҳолда Zn асимптотик нормал тақсимотга эга дейилади. Кўпинча мазкур ҳолатда $Z_n \overset{a}{\sim}$ ***Нормал(0,1)*** деб ёзилади (тўлқинли чизиқ устидаги a ҳарфи асимптотик ёки тақрибан деган маънони англатади).

Юқоридаги формула Z_n учун кумулятив тақсимот функцияси, танлама ҳажми n катталашган сари стандарт нормал тақсимотнинг КТФга борган сари яқинлашиб келишини англатади. Асимптотик нормаллик сақланганда эса, катта n учун, $P(Z_n \le z) \approx \Phi(z)$ (approximation) чамалашга эга бўламиз. Шу сабаб Z_n га таалуқли эҳтимолликлар стандарт нормал эҳтимолликлар томонидан чамалаб олиниши мумкин.

Марказий лимит теоремаси (МЛТ) эҳтимоллик ва статистикадаги энг кучли натижалардан биридир. Бош тўплам учун тасодифий танламанинг ўртачаси (чексиз бўлмаган вариация билан) стандартлаштирилганда, асимптотик нормал тақсимотга эга бўлади.

Айтайлик, $\{Y_1,Y_2,...,Y_n\}$ ўртача қиймат μ ва вариация σ^2 га эга бўлган тасодифий танлама бўлсин. Унда,

$$Z_n = \frac{\overline{Y}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

асимптотик стандарт нормал тақсимотга эга бўлади. Мазкур формулада миқдор Z_n, $\overline{Y}_n$нинг стандартлаштирилган кўринишидир: ифодадан $E(\overline{Y}_n) = \mu$ ни айириб ташласак, $sd(\overline{Y}_n) = \sigma/\sqrt{n}$ га эга бўламиз. Шу сабабли, Y нинг бош тўплами тақсимоти қанақа бўлишидан қатъий назар, Z_n нинг ўртача қиймати нолга ва вариацияси 1 га тенг бўлади ва стандарт нормал тақсимотнинг ўртача қиймати ва вариациясига мувофиқ келади.

Қизиқарли томони шундаки, Z_n нинг бутун тақсимоти n кўпайиши билан стандарт нормал тақсимотга яқинлашиб боради. Статистика ва эконометрикада учрайдиган жуда кўп эстиметорлар танлама ўртача қиймати функцияси кўринишида ёзилиши ва катта сонлар қонуни ҳамда марказий лимит теоремаси асосида қўлланилиши мумкин. Бунда, агар иккита эстиметор асимптотик тақсимланишга эга бўлса, унда энг кичик асимптотик вариацияга эга бўлган эстиметор танланади. Бундан ташқари, танлама ўртача қийматига боғлиқ бошқа статистикалар ҳам ўзида асимптотик нормалликни ифода этади. Масалан, юқорида келтирилган формуладаги σ ни унга мос келувчи S_n билан алмаштирсак: $Z_n = (\overline{Y}_n - \mu)/(S_n/\sqrt{n})$ катта n учун тақрибий стандарт нормал тақсимотга эга бўлган янги формулага эга бўламиз. Бу иккала формулаларнинг аниқ тақсимоти айнан бир хил эмас, лекин фарқ шу даражада кичкинаки n етарлича катта бўлганда фарқ йўқ деб ҳисобласа ҳам бўлади.

X^2-тақсимот

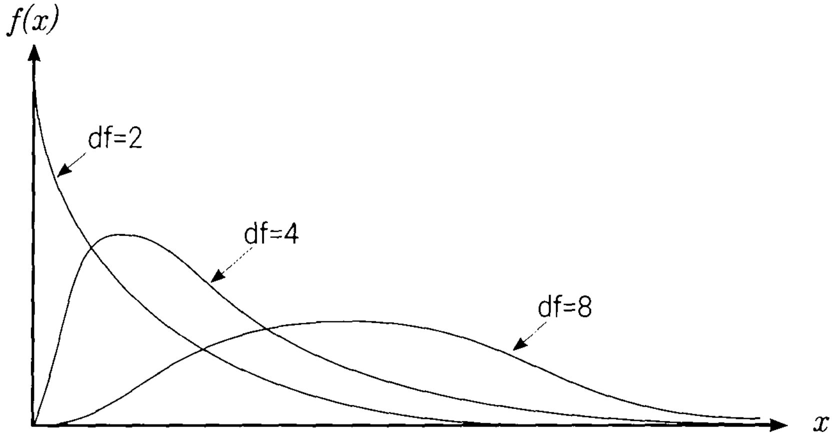
X^2-тақсимот тўғридан-тўғри мустақил, стандарт нормал тасодифий миқдорлардан олинади. Айтайлик, Z_i, $i=1, 2, ..., n,$ ҳар бири стандарт нормал тарзда тақсимланадиган мустақил тасодифий миқдорлар бўлсин. Янги тасодифий миқдорни Z_i нинг квадратлари йиғиндиси сифатида аниқлаймиз:

$$X = \sum_{i=1}^{n} Z_i^2$$

Мазкур ифода X n-даражали эркинликдаги (ёки қисқача - df) x^2-тақсимотга эга деб ўқилади ва $X \sim X_n^2$ кўринишида ҳам ифода этилади. Эркинлик даражаси тушунчаси статистик ва эконометрик анализда муҳим рол ўйнайди.

Турли эркинлик даражасига эга бўлган x^2-тақсимот учун ЭЗФ 1.9-расмда келтирилган. Юқоридаги формуладан кўриниб турибдики, x^2 тасодифий миқдор доимо номанфий қийматга эга бўлади ва нормал тақсимотдан фарқли ўлароқ, x^2-тақсимот бирор бир нуқтага нисбатан симметрик бўлмайди. Шуни кўрсатиш мумкинки, агар $X \sim X_n^2$ бўлса, X нинг кутилган қиймати n га ва унинг вариацияси эса $2n$ га тенг бўлади.

1.9-РАСМ Турли эркинлик даражасидаги x^2-тақсимот



Стюдентнинг t-тақсимоти

t-тақсимот классик статистика ва кўп сонли регрессион таҳлилнинг асосий ҳаракатлантирувчи кучидир. Биз ***t-тақсимот***ни стандарт нормал ва x^2-тасодифий миқдордан келтириб чиқарамиз.

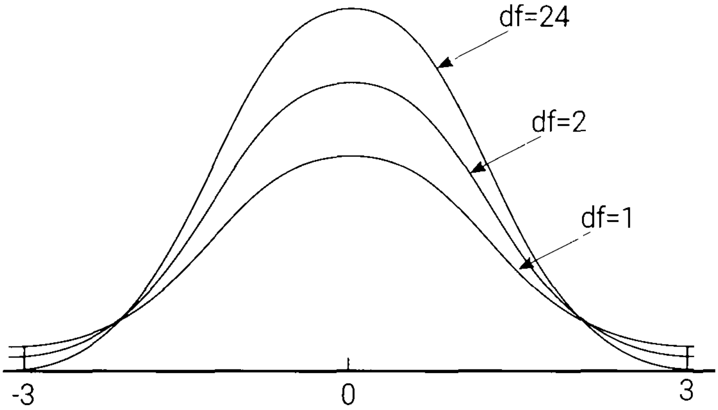
Айтайлик, Z стандарт нормал тақсимотга, X эса n эркинлик даражали x^2-тақсимотга эга бўлсин ҳамда Z ва X ларни мустақил деб фараз қилайлик. Бундай ҳолда тасодифий миқдор:

$$T = \frac{Z}{\sqrt{X/n}}$$

n эркинлик даражали t-тақсимотга эга бўлади. Биз буни T~t кўринишида ифода этамиз. t- тақсимот эса, ўз навбатида, ўзининг эркинлик даражасини x^2-тасодифий миқдордан олади.

t-тақсимотнинг ЭЗФ стандарт нормал тақсимотнинг шаклига ўхшаш шаклда бўлиб, фақат кенгроқ қулоч ёзади ва шу сабабли дум қисмида каттароқ майдонга эга бўлади. t-тақсимотли тасодифий миқдорнинг кутилган қиймати эса нолга тенг бўлади (қатъий қилиб айтганда,

1.9-РАСМ **t-тақсимотнинг турли эркинлик даражаси бўйича шакли**



кутилган қиймат фақат $n>1$ бўлганда мавжуддир), ва вариация $n>2$ учун $n/(n-2)$ бўлади (вариация $n \leq 2$ учун мавжуд эмас, чунки тақсимот жуда кенг сочилган ҳолатда бўлади). t-тақсимотнинг ЭЗФ 1.9-расмда турли даражадаги эркинликлар учун тасвирланган. Эркинлик даражаси кенгайиши билан t-тақсимот стандарт нормал тақсимотга яқинлашади.

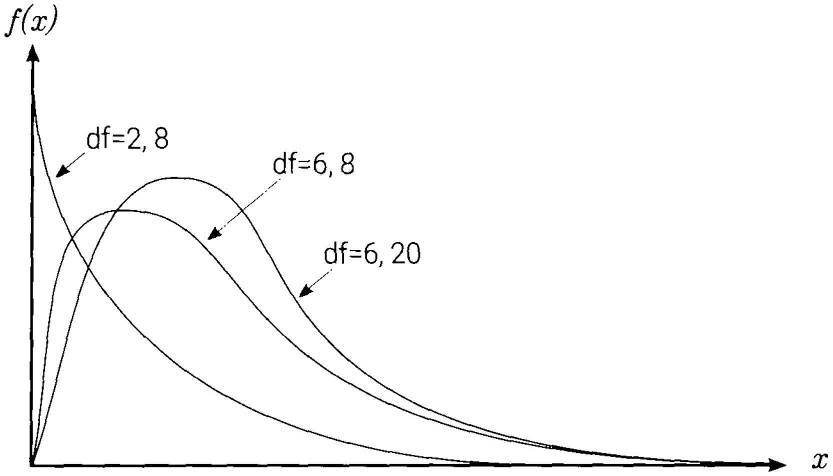
F-тақсимот

Статистика ва эконометрика учун муҳим бўлган яна бир тақсимот тури бу F-тақсимотдир. Янада аниқроқ қилиб айтганда, F-тақсимот кўп омилли регрессияда гипотезаларни текширишда кенг фойдаланилади.

F-тақсимотни аниқлаш учун айтайлик, $X_1 \sim X^2_{k_1}$ ва $X_2 \sim X^2_{k_2}$ бўлсин ва X_1 ва X_2 мустақил деб фараз қилайлик. Унда тасодифий миқдор

$$F = \frac{X_1/K_1}{X_2/K_2}$$

2.1-РАСМ Турли эркинлик даражаси учун F_{k_1,k_2}-тақсимот



(k_1, k_2) эркинлик даражали F-тақсимотга эга бўлади. Биз буни $F\text{\textasciitilde}F_{k_1,k_2}$ кўринишида ифода этамиз. F-тақсимотнинг турли эркинлик даражали зичлик функцияси 2.1-расмда тасвирланган.

F_{k_1,k_2} да эркинлик даражасининг кетма-кетлик тартиби муҳим ўрин эгаллайди. Бутун сон - k_1 кўпинча нумераторда x^2-миқдор билан боғлиқлиги сабабли эркинлик даражалари нумератори деб аталади. Худди шунга ўхшаш бутун сон – k_2 деноминаторда x^2-миқдор билан боғлиқлиги сабабли эркинлик даражалари деноминатори деб аталади.

ТЕКШИРИШ УЧУН САВОЛЛАР

САВОЛ 1. **[Linear Functions].** Қуйидаги функциялар графикларини схематик тасвирланг, коэффициентларини интерпретация қилинг.

a. $y=1-3x$ b. $y=1-2x$ c. $y=5-2x$

d. $y=3+0.5x$ e. $y=-x^2-x+1$ f. $C=244+0.6*INC$

САВОЛ 2. **[Descriptive Statistics].** (Microsoft Excel ёрдамида) 8 сентябр куни "Дельфин" сузиш бассейнига келганларнинг маошини ўрганиш мақсадида сўровнома ташкил этилди ва қуйидаги жадвалда берилган маълумот йиғилди.

№	маош, минг сўмда	ёши	жинси
1	702	22	female
2	1097	38	female
3	765	26	male
4	834	28	male
5	925	29	female
6	939	25	male
7	920	29	male
8	1370	36	male
9	1015	19	male
10	660	23	female

a. Респондентлар маоши ва ёшининг ўртача (математик кутилиш), медиана, мода ва стандарт четланишини топинг ва интерпретация қилинг[2].

b. Респондент маошлари қандай тақсимланган (частота, нисбий частотаси)?

c. *E(wage|female)* ва *E(wage|male)* нечага тенг? Маълумотлар гендер дискриминациясини кўрсатадими?

---

[2] Кейинги ўринларда (барча семинарлар ва мустақил назорат турларида) интерпретация аниқ сўралмаганда ҳам тингловчи ҳисоблаган кўрсаткич ва бошқа натижаларни иқтисодий талқин қилиши кўзланади.

d. *cov(wage,age)* ва *corr(wage,age)* ни топинг[3]. Ҳисоблаш жараёнини яхшироқ ўзлаштириш мақсадида аввал

$$cov(x,y) = \frac{1}{n}\sum(x_i - \overline{x})\,(y_i - \overline{y})$$

Excel функцияси [=*covar()*] ёрдамисиз ҳисобланг.

e. Бу қандай маълумот тури?

САВОЛ 3. **[Standard Normal Distribution].** Z ўзгарувчиси стандарт нормал тақсимотга эга[4], яъни $Z \sim N(0,1^2)$. Z-жадвали ёки Microsoft Excel дан фойдаланиб, қуйидаги эҳтимолликларни ҳисобланг.

a. $P(Z>1.65)$
b. $P(Z<-1.65)$
c. $P(1<Z<1.5)$
d. $P(-1<Z<2)$
e. $P(-2<Z<2)$

САВОЛ 4. **[Normal Distribution].** X нормал тақсимланган ўзгарувчи бўлиб, унинг математик кутилиши 16, стандарт четланиши эса 4 га тенг; яъни, $X \sim N(16,4^2)$. Z-жадвали ёки Microsoft Excel дан фойдаланиб, қуйидаги эҳтимолликларни ҳисобланг.

a. $P(X>20)$
b. $P(X<8)$
c. $P(8<Z<24)$

САВОЛ 5. **[Applied Case].** Фарҳод ва Ширин уй сотиб олишни режалаштирган. Айни дамда уй нархлари тушмоқда, аммо келажакда уларнинг кўтарилиши эҳтимоли юқори. Бозор таҳлиллари шуни кўрсатадики, бир йилдан сўнг, уй нархларининг ошиши нормал тақсимланган бўлиб, ўрта ҳисобда 8%, бозор ноаниқлигини кўрсатувчи стандарт четланиш эса 10% ни ташкил этади.

a. Агар уй нархи 25% дан юқорироқ миқдорда ошса, улар учун ушбу нарх қимматлик қилади ва уйни сотиб олишмайди. Ушбу ҳолатнинг эҳтимоллигини топинг.

b. Уй бозори нархлари тушадиган бўлса, Фарход ва Ширин молиявий нуқтаи назардан ютуққа эга бўлади. Бунинг эҳтимоллигини топинг.

---

[3] Адабиётларда ковариация σ_{xy}, корреляция эса ёки ρ_{xy} деб ҳам белгиланади.

[4] Z ўзгарувчисининг зичлиги функцияси $p(z) = \frac{1}{2\pi}e^{-\frac{1}{2}z^2}$. Ушбу фан доирасида унинг аниқ функциясини эслаб қолиш шарт эмас.

2

ОДДИЙ РЕГРЕССИЯ МОДЕЛИ

2.1. ИҚТИСОДИЙ МОДЕЛ

Иқтисодиёт назарияси иқтисодий ўзгарувчилар (миқдорлар) ўртасидаги жуда кўплаб боғлиқликларни тадқиқ этади. Микроиқтисодиётда талаб ва таклиф моделлари орқали талаб этилган ва таклиф қилинган маҳсулотлар миқдорини нарх ва бошқа омилларга боғлиқлигини ёки ишлаб чиқарилган маҳсулот ҳажмини хом-ашё, меҳнат ва бошқа омиллар функцияси, яъни «ишлаб чиқариш функцияси» ва «умумий маҳсулот эгри чизиғи» билан танишамиз. Макроиқтисодиётда эса, иқтисодиётдаги агрегат инвестициялар миқдори - фоиз ставкаси ва истеъмол функциясига боғлиқлигини тушунтириш учун «инвестиция функцияси»ни ўрганамиз.

Бу моделларнинг ҳар бири иқтисодий ўзгарувчилар ўртасидаги мавжуд ўзаро алоқаларга асосланади. Масалан, биз иқтисодчи сифатида агар бир ўзгарувчи (масалан, маҳсулот нархи) ўзгарса, бошқаси (масалан, талаб ёки таклиф этилган миқдор) қанчага ўзгаришини билишга ёки бир ўзгарувчининг қийматини билган ҳолда, у билан боғланган бошқа бир ўзгарувчини қийматини башорат қилиш ёки чамалашга ҳаракат қилишимиз мумкин. Бундай саволларга биз регрессия моделидан фойдаланиш орқали жавоб топишимиз мумкин. Регрессия модели эса, ўз навбатида, бошқа моделлар сингари тахмин ва фаразларга асосланади.

Регрессия таҳлилининг моҳиятини оддий ва муҳим бир иқтисодий мисолда кўриб чиқайлик. Айтайлик, уй хўжалиги даромади ва истеъмол харажатлари ўртасидаги боғлиқликни ўрганмоқчимиз. Бунинг учун муайян оила ёки уй хўжалиги тўпламидан репрезентатив, яъни бош тўплам умумий хоссаларини максимал сақлаб қоладиган танлама оламиз. Ушбу танлама тасодифий бўлиши зарурий шарт, чунки бошқа усул ёрдамида йиғилган маълумотларда репрезентативлик йўқолиши мумкин.

Бош тўплам муайян бир шаҳар, туман, вилоят ёки давлатда яшовчи оилалар тўплами бўлиши мумкин. Бу вазиятда, биз фақат бир ойлик даромади 1 миллион сўм бўлган оилаларни ўрганишга қарор қилганмиз, деб фараз қилайлик. Мазкур тадқиқотда биз бир нечта оилаларни тасодифий танлаб, уларнинг ҳар бири билан интервью ўтказамиз. Суҳбатда улардан ўтган ойда озиқ-овқат учун қанча харажат қилганликларидан ташқари оила аъзолари сони, уларни таълим даражаси каби саволларни сўрашимиз мумкин. Бу ерда ойлик озиқ-овқат харажатлари, яъни оилани танлаб савол бериб жавобини олмаганимизча *тасодифий миқдор* ҳисобланишини назарда тутган ҳолда, уни «y» ҳарфи орқали ифода этамиз.

Бизнес нуқтаи назаридан олиб қарайдиган бўлсак, агар бирор бир супермаркет ёки компания менежери бўлсангиз, албатта, узоқ муддатли режангиз мавжуд бўлади. Агар иқтисодчилар келажакда маҳаллий даромадлар ошишини башорат қилишса, ўз навбатида, сиз ҳам мижозлар учун хизмат турларини кенгайтиришни ўйлаб кўрасиз. Агар кам ва юқори даромадли ҳудудларда франшизаларни очмоқчи бўлсангиз, ҳар бир кишининг истеъмол харажатлари ва уларнинг башорати, ҳудудлардаги демографик ҳолат сиз очмоқчи бўлган дўконнинг қанчалик катта ёки кичик бўлиши учун сигнал бўлади.

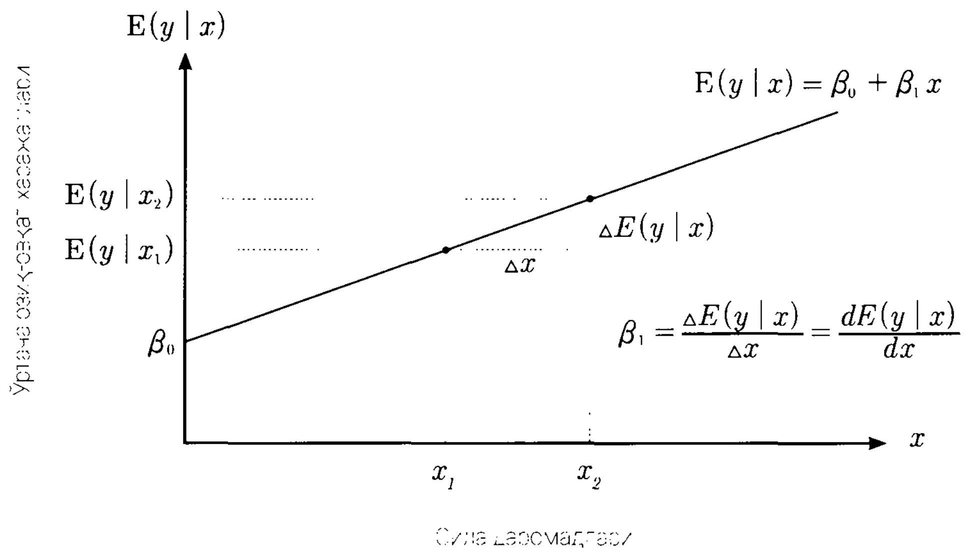
Харажатлар ва даромадлар ўртасидаги боғлиқликни тадқиқ этиш учун дастлаб тегишли иқтисодий моделни шакллантириш лозим, ундан кейин эса, миқдорий ва эмпирик анализ учун асос бўлиб хизмат қилувчи мос эконометрик модел тузилади. Берилган оила даромади x ва мос равишда муайян оиланинг озиқ-овқат харажатларини математик кўринишда шартли ўртача қиймат $\mathrm{E}(y \mid x) = \mu_{y \cdot x}$ орқали ифодалан мумкин. Бунда даромади юқори оилалар озиқ-овқат истеъмоли харажатлари ҳам юқори бўлиши умумий мантиқдан келиб чиқади. Яъни, $x_2 > x_1$ учун

$$\mathrm{E}(y \mid x_2) = \mu_{y \cdot x_2} > \mu_{y \cdot x_1} = \mathrm{E}(y \mid x_1).$$

Иқтисодий тадқиқотларда кўпинча даромад ва харажатлар ўртасидаги боғлиқлик чизиқли функция кўринишида ифода этилади. 2.1 расмда келтирилган оилаларнинг озиқ-овқат истеъмоли харажатининг иқтисодий модели қуйидагича ифодаланади:

$$\mathrm{E}(y \mid x) = \mu_{y \cdot x} = \beta_0 + \beta_1 x \qquad (2.1)$$

2.1-РАСМ Иқтисодий модел: оиланинг ўртача озиқ-овқат харажатлари ва даромадлари ўртасидаги чизиқли боғлиқлик



Ушбу формулада ўртача қиймат $\mathrm{E}(y \mid x)$ **оддий регрессия функцияси** деб аталади. Оддий деб аталишига сабаб, бу регрессия оддий ёки осон дегани эмас, балки тенгламанинг ўнг томонида фақат битта тушунтирувчи ёки эркли ўзгарувчи (регрессор) борлиги учундир. Номаълум регрессия параметрлари β_0 ва β_1 эса мос равишда регрессия функциясининг ордината ўқи билан кесишган нуқтаси ва функциянинг қиялигини кўрсатади. Озиқ-овқат харажатлари мисолида β_0 ҳеч қандай ойлик даромадга эга бўлмаган $(x=0)$ оилаларнинг ўртача озиқ-овқат харажатларини ифода этади. Даромад бирлигини минг сўмда ўлчанса, регрессия функцияси қиялиги β_1 берилган даромаднинг бир бирлик, яъни 1 минг сўмга ўзгарса, ўртача озиқ-овқат харажати $\mathrm{E}(y \mid x)$ даги ўзгаришни ифода этади – иқтисодиёт назариясида бу озиқ-овқат истеъмолига чегаравий мойиллик деб аталади. Алгебраик кўринишда орқали ифода этилади.

$$B_1 = \frac{\Delta E(y \mid x)}{\Delta x} = \frac{dE(y \mid x)}{dx} \qquad (2.2)$$

Бу ерда Δ «ўзгариш»ни англатади ва бунда $\frac{dE(y \mid x)}{dx}$ нисбати $E(y \mid x)$ нинг x бўйича ҳосиласи орқали чамаланади.

$E(y \mid x) = \beta_1 + \beta_2 x$ иқтисодий модели оила даромадлари (x) ва уларнинг кутилган озиқ-овқат харажатлари $E(y \mid x)$ ўртасидаги боғлиқликни умумлаштиради. Кейинги моделдаги β_0 ва β_1 параметрлар бош тўпламдаги оилалар хатти-ҳаракатларини характерловчи миқдорлардир.

2.2. ЭКОНОМЕТРИК МОДЕЛ

$E(y \mid x) = \beta_0 + \beta_1 x$ иқтисодий модел оилаларнинг реал ҳаётдаги хатти-ҳаракатларини абстрактлаш йўли орқали тушунтиради. Агар ойлик $x=1000$ (яъни, 1 000 бирлик ёки 1 миллион) сўм даромадга эга бўлган оилалар тасодифий танламасини олсак, уларнинг харажатлари ўртача қиймати

$$E(y \mid x = 1000) = \mu_{y\ x-1000} = \beta_1 + \beta_2(1000)$$

атрофида тарқоқ жойлашади, чунки бир хил даромадли оилалар бир хил озиқ-овқат истеъмол қилмаслиги мумкин ва шунинг учун уларнинг истеъмоллари ҳар хил бўлади. Ушбу тарқоқлик шартли равишда 2.2-расмда нормал тақсимот кўринишда ифодаланди; аслида харажатлар функцияси ихтиёрий бошқа шаклга эга бўлиши мумкин, лекин шартли равишда шундай киритдик. Умумий ҳолда даромади оиланинг ўртача харажатлари $E(y \mid x) = \beta_1 + \beta_2 x$ атрофида тарқоқ ҳолда жойлашади.

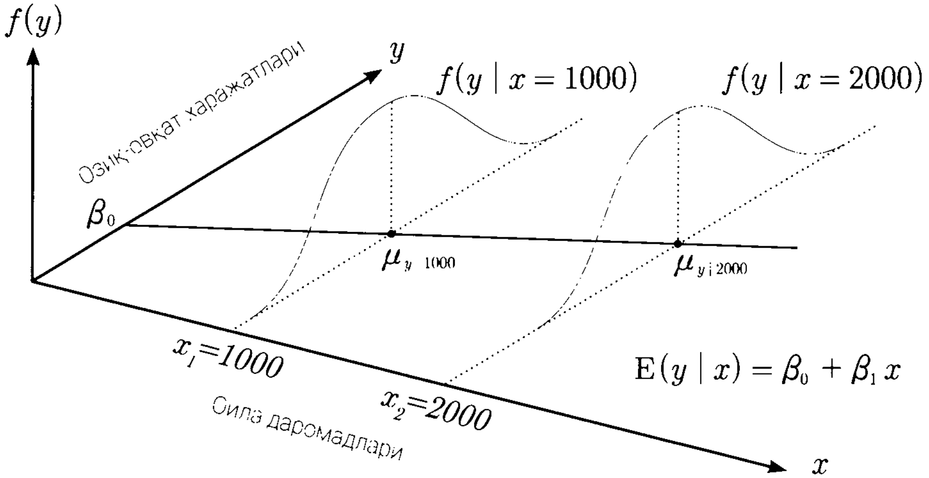
Эконометрик моделни ҳисоблаш мақсадида бир нечта шартлар киритилади. Уларнинг бири - бу эрксиз ўзгарувчи ёки регрессанд у қийматлари дисперсияси барча x учун бир хил. Буни математик кўринишда x нинг барча қиймати учун $var(y \mid x) = \sigma^2$ кўринишида ифодаланади.

2.2-расмда ўртача озиқ-овқат харажатлари даромадга боғлиқ ҳолда турли, яъни $\mu_{y\ x} \neq \mu_{y\ x_2}$ бўлса-да, унинг зичлик функцияси бир хил эканлиги кўрсатилган. Ўзгармас дисперсия шарти $var(y \mid x) = \sigma^2$ даромадларнинг ҳар бир даражасида у миқдор унинг ўртача қиймати $E(y \mid x) = \beta_1 + \beta_2 x$ дан қанчалик яқин ёки олис масофада жойлашиши ҳақида бир хил ноаниқликни кўрсатади. Бундай шартни қаноатлантирувчи маълумотлар ***хомоскедастик*** деб аталади. Агар бу шарт қониқтирилмаса - x эркли ўзгарувчининг турли қийматлари учун y эрксиз ўзгарувчи дисперсияси ҳар хил, яъни $var(y \mid x) \neq \sigma^2$ бўлса, бундай маълумот ***хетероскедастик*** деб аталади.

Бундан ташқари, регрессион таҳлилни амалга ошириш учун ўзгарувчи x нинг қийматларига нисбатан икки хил шарт қўйилади. Биринчиси - бу x ўзгарувчи камида иккита турли қийматни қабул қилиши керак. Агар x бўйича барча кузатишлар танлама доирасида бир хил қиймат қабул қилса, масалан x=*1000*, унда моделни ҳисоблаб бўлмайди. Иккинчиси, x нинг қийматлари тасодифий эмас, аксинча, аввалдан маълум деб ҳисоблаймиз. Бунда олинадиган барча натижалар берилган x нинг қийматлари учун шартли бўлади.

Ва ниҳоят, айрим ҳолларда эрксиз ўзгарувчи y қийматлари нормал тақсимланган деб ҳисобланади.

2.2-РАСМ **Берилган икки даромад миқдори учун озиқ-овқат харажатлари тақсимоти**



Тасодифий хатолик тушунчаси

Регрессия моделидаги қўйиладиган шартлар нафақат регрессорларга нисбатан, балки ***эрксиз ўзгарувчи*** y га нисбатан ҳам қўйилади.

Регрессион анализда эрксиз ўзгарувчи y қийматлари икки қисмга бўлинади: тизимли компонент ва тасодифий компонент. y нинг тизимли компоненти бу унинг ўртача қиймати $E(y \mid x) = \beta_1 + \beta_2 x$ бўлиб, y тасодифий миқдор ҳисобланмайди[4], чунки уни берилган регрессор учун ҳисоблаб топиш мумкин. y нинг тасодифий компоненти эса, бу y ва унинг шартли ўртачаси қиймати $E(y \mid x)$ ўртасидаги фарқдир, яъни бир хил даромадга эга оилалар озиқ-овқатни турлича истеъмол қилишини тушунтирувчи омиллар тўпламидир. Боғлиқ ўзгарувчининг тизимли бўлмаган қисмини умумий қилиб тасодифий хатолик деб юритилади ва у қуйидагича топилади:

$$u = y - E(y \mid x) = y - \beta_0 - \beta_1 x \qquad (2.3)$$

Мазкур формуладан қуйидаги оддий чизиқли регрессия моделини оламиз:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + u \qquad (2.4)$$

(2.3) тенглама шуни кўрсатадики, y ва хатолик u бир биридан фақат тасодифий бўлмаган ва регрессор орқали тушунтирилган $E(y \mid x) = \beta_0 + \beta_1 x + u$ га фарқ қилади. Хатолик тасодифий бўлгани учун y ҳам тасодифийдир. Тасодифий хатолик u нинг хоссалари эса тўғридан тўғри (2.3) формуладан келтириб чиқарилиши мумкин. Хатоликнинг кутилган қийматига нисбатан маълум регрессор x учун қуйидаги шарт қўйилади:

$$E(u \mid x) = E(y \mid x) - \beta_0 - \beta_1 x = 0$$

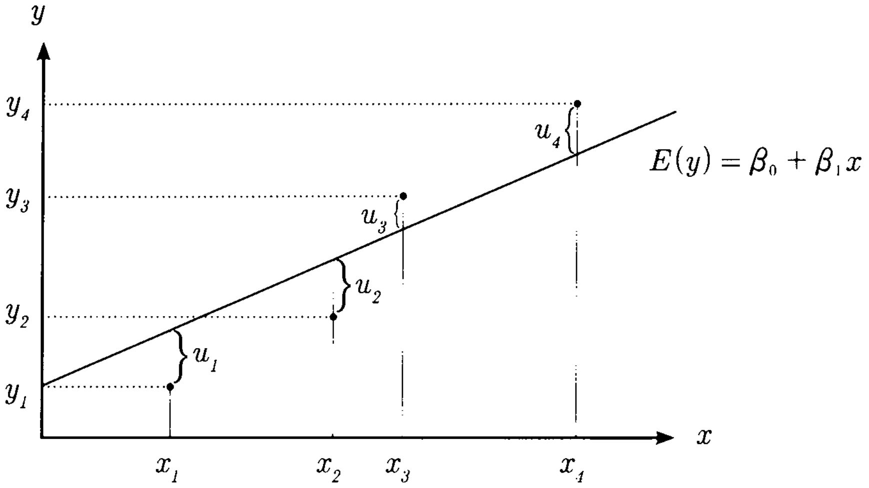
Берилган x даромад учун тасодифий хатоликнинг ўртача қиймати нолга тенг.

y ва x фақатгина ўзгармас, яъни тасодифий бўлмаган фактор, қийматга фарқ қилгани учун, уларнинг вариациялари бир хил бўлгани учун, уни $var(y) = var(u) = \sigma^2$ кўринишида ёзишимиз мумкин. Шу сабабли y ва u зичлик функциялари ҳам уларнинг жойлашишини ҳисобга олмаганда

бир хил бўлади. Бундан ташқари, хатолик u зичлик функцияси маркази нолга тенг, яъни $E(u \mid x) = 0$. Ушбу шарт осон қониқтирилади, чунки регрессия параметрларини ҳисоблашда β_0 параметрини $E(u \mid x) = 0$ қониқтирадиган қилиб танлаш мумкин.

Амалий бизнес ва иқтисодиётда x регрессорнинг қийматлари олдиндан маълум бўлмайди, чунки тасодифий танламада олдиндан фақатгина даромади 1 миллион сўмга тенг оилаларни топиб, улар билан интервью ўтказиш мушкул масала. Ўрнига, ихтиёрий танланган оиладан бир вақтнинг ўзида даромад ва озиқ-овқат харажатлари каби маълумотлар йиғилиб, шулардан даромади 1 миллион сўмга тенг оилалар ажратилади. Шуниси ажабланарлики, ушбу ўзгарувчиларнинг қийматлари сўраб йиғилмагунча ноаниқ бўлгани туфайли y ва x ўзгарувчиларнинг иккаласи ҳам тасодифийдир. Лекин x берилган ёки тасодифий эмас деб фараз қилиш натижани ўзгармаса-да, бундай фараздан қўшимча афзалликлар бор. x доимий ёки тасодифий эмас, деб ҳисобланиши «|» белгисининг ишлатилишига ҳожат қолдирмайди, яъни $E(u \mid x) = E(u) = 0$.

2.3-РАСМ y ва u регрессия функцияси



Тасодифий хатолик u ва эрксиз ўзгарувчи y ҳар иккаласи ҳам тасодифий ўзгарувчи бўлса-да, y қийматлари кузатилади, u қийматлари эса кузатилмайди. Агар регрессия параметрлари β_0 ва β_1 маълум бўлганда эди, y нинг ҳар қандай қиймати учун $u = y - (\beta_0 + \beta_1 x)$ ҳисоблаш мумкин. Бундай ҳолат 2.3-расмда келтирилган. y ни регрессия функцияси $E(y) = \beta_0 + \beta_1 x$ дан фойдаланиб, тизимли ва тасодифий қисмларга ажратиш мумкин бўлса-да, ҳақиқий β_0 ва β_1 маълум бўлмайди ва шу сабабли ҳақиқий u ни ҳисоблаш мумкин эмас.

u нималарни ўз ичига олади? Тасодифий хатолик u, x дан ташқари y га таъсир этувчи барча бошқа факторларни қамраб олади. Шу бошқа факторлар y бўйича индивидуал кузатувларни унинг ўртача қиймати $E(y) = \beta_0 + \beta_1 x$ дан фарқли бўлишига сабаб бўлади. Озиқ-овқат харажатлари мисолида қайси факторлар оила озиқ-овқат харажатлари y ва уларнинг ўртача қиймати $E(y)$ ўртасидаги фарқларни келтириб чиқаради?

1. Биз бу моделда даромадни эрксиз ўзгарувчини тушунтирувчи омил сифатида қайд этдик. Озиқ-овқат харажатларига таъсир этувчи бошқа ҳар қандай омил тасодифий хатолик ичига кириб кетади. Масалан, иқтисодиётда мавжуд фоиз ставкалари. Агар тижорат банклари депозитлар бўйича фоиз ставкаларини оширишса, оилалар кўпроқ жамғарма қилиш ниятида истеъмолини камайтириш ҳолатлари кўп учрайди. Умуман олганда, иқтисодий модел тузишда биринчи навбатда, барча алоқадор ва муҳим бўлган омилларни тасодифий хатолик таркибидан чиқариб моделда алоҳида кўрсатиш мақсадга мувофиқ ҳисобланади. Кузатилмайдиган (маълумот йиғилмайдиган) ёки тадқиқот нуқтаи назаридан муҳим бўлмаган омилларни хатолик таркибида қолади.
2. Тасодифий хатолик эрксизнинг ўлчов хатоликларини ўз ичига қамраб олади.
3. Тасодифий хатолик ҳар қандай соф тасодифий таъсирларни ҳам ўз ичига олади. Ҳар қандай шахсда мавжуд тасодифий хулқ-атвор элементлари бунинг битта мисоли бўлиши мумкин. Оила озиқ-овқат харажатларига таъсир этувчи барча омилларни билишнинг ўзи озиқ-овқат харажатларини башорат қилиш учун етарли бўлмайди, чунки инсон хулқ-атвори озиқ-овқат харажатларига соф тасодифий таъсир кўрсатади.

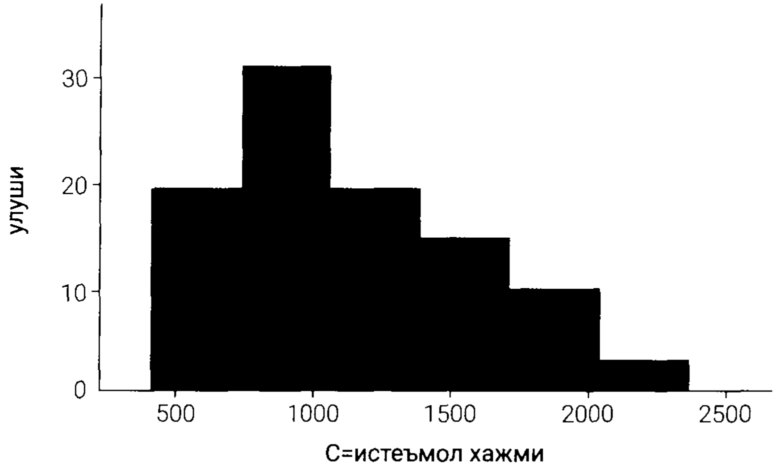
2.3. РЕГРЕССИЯ ПАРАМЕТРЛАРИНИ ҲИСОБЛАШ

Муҳокама этилган иқтисодий ва эконометрик моделлар тасодифий танламадаги маълумотлар асосида β_0 ва β_1 параметрларини ҳисоблаш учун хизмат қилади. Шу мақсадда 40 нафар тасодифий оилалар танланган ва улар бўйича ойлик озиқ-овқат харажатлари ва даромадлари тўғрисидаги маълумот йиғилган (2.1-жадвал). Бунда C аъзоси 3 кишидан иборат оилаларнинг ойлик озиқ-овқат харажатлари, INC эса уларнинг даромадини (минг сўмда) кўрсатади.

2.1-ЖАДВАЛ **Озиқ-овқат истеъмоли ҳамда даромад бўйича маълумот**

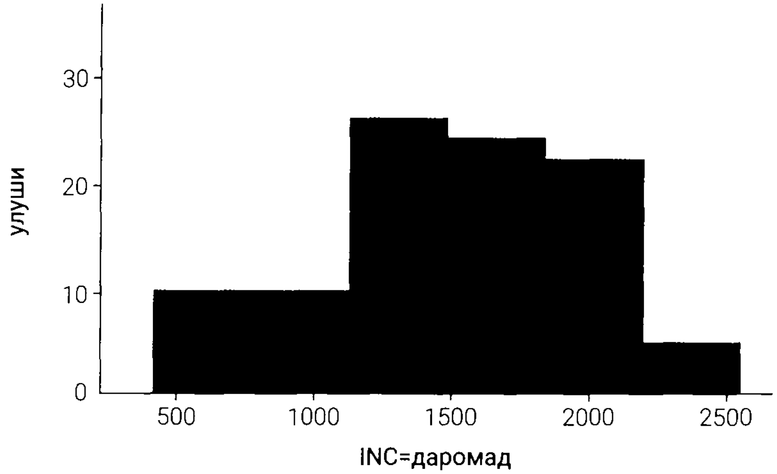
Кузатиш тартиби (танланган оиланинг шартли рақами)	Озиқ-овқат истеъмоли, минг сўмда	Даромад, минг сўмда
i	C	INC
1	460.88	553.5
2	543.92	658.5
3	477.36	712.5
...	...	...
40	1502.92	2505
	Тасвирий статистика	
Ўртачаси	1134.29	1494.41
Стандарт четланиши	450.7	463.26
Минимум	438.84	452.25
Максимум	2350.64	2505

2.4-РАСМ Истеъмол ҳажми, минг сўмда



Гипотетик маълумот

2.5-РАСМ Даромад, минг сўмда



Гипотетик маълумот

Танламада «ўртача» оила 1.5 миллион сўмдан камроқ даромадга эга бўлиб, унинг озиқ-овқат истеъмоли 1.1 миллион сўмдан бир оз ортиқ. Танламадаги даромадлар минимуми 450 минг сўм атрофида, энг катта даромад эса 2.5 миллион сўм атрофида тарқалган. Оилаларнинг озиқ-овқат истеъмоли эса 438 мингдан 2.35 миллион сўм атрофида берилган. Шуни таъкидлаш жоизки, танламада энг кичик даромадга эга оила энг кичик озиқ-овқат истеъмолига эга бўлиши шарт эмас.

Бундан ташқари, маълумотларни дастлабки тасвирлашда уларнинг тақсимотини кўрсатувчи гистограммалардан фойдаланилади. Даромадлар ва озиқ-овқат истеъмолининг тақсимланиши қуйидаги 2.4 ва 2.5 расмларда кўрсатилган.

Гистограммаларда кўриниб турганидек, даромад гуруҳларида юқори даромадга эга оилалар улуши кичик ва шу сабабли озиқ-овқат истеъмоли юқори бўлган оилалар улуши ҳам кичик.

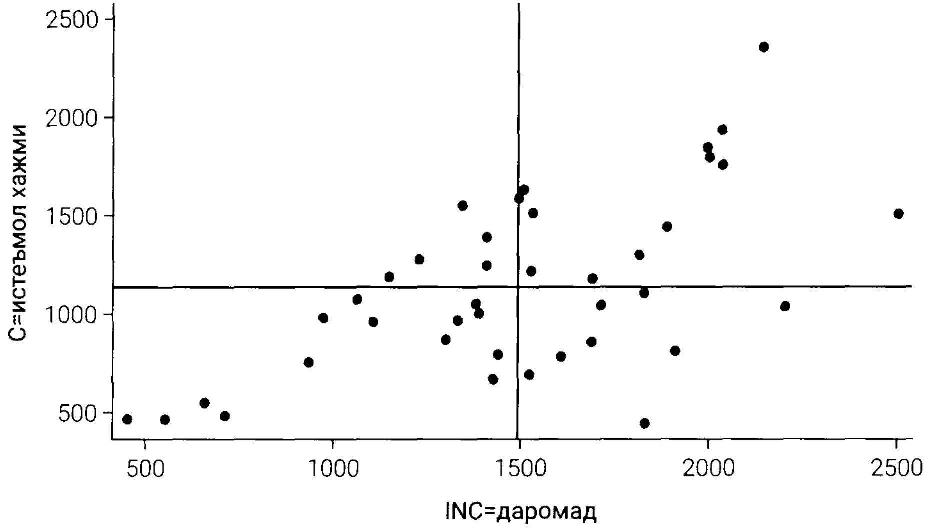
Тасвирий статистика ва гистограммалар бир ўзгарувчи ҳақидаги маълумотни умумий тасвирласа-да, иккита ўзгарувчи орасидаги муносабатни кўрсатмайди. Бундай мақсадни ковариация ва корреляция кўрсаткичлари бажаради. Озиқ-овқат истеъмоли мисолида танламадаги 40 нафар оилаларга тегишли озиқ-овқат истеъмоли ҳамда даромадлари тўғрисидаги маълумот xy ўқида тасвирланса, 2.6-расмда кўрсатилган нуқтали диаграмма ҳосил бўлади.

Кўриниб турганидек, паст даромадлар учун паст озиқ-овқат истеъмоли, юқори даромадлар учун, тарқоқ ҳолда бўлса-да, нисбатан юқори истеъмол ҳажми кузатилмоқда, яъни ушбу нуқтали диаграмма икки ўзгарувчи орасидаги муносабат мусбатлигини кўрсатмоқда. Ковариация ҳамда корреляция коэффициентлари мос равишда 127862 ва 0.6 га тенг, яъни мусбат ўзаро алоқани тасдиқламоқда.

Шу билан бирга, ковариация ва корреляция коэффициентлари бир ўзгарувчининг иккинчисига таъсирини кўрсатмайди. Шу сабабли регрессион таҳлил мақсадга мувофиқ ҳисобланади. Эрксиз ўзгарувчи сифатида оилаларнинг ойлик озиқ-овқат истеъмоли C, регрессор сифатида даромад даражаси INC олинганлиги боис регрессия модели қуйидаги кўриниш ҳосил қилади:

$$C_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot INC_i + u_i$$

2.6-РАСМ **Оилалар озиқ-овқат истеъмоли ва даромади, минг сўмда**



Гипотетик маълумот
COV=127862 ва rho=0.6124

Бунда регрессия параметрлари β_0 ва β_1 номаълум, C_i ва INC_i танламадаги i тартибдаги оиланинг озиқ-овқат истеъмоли ҳамда даромадини кўрсатади.

Энг кичик квадратлар (ЭКК) усули

Регрессия моделининг β_0 ва β_1 параметрларини ҳисоблаш учун, яъни озиқ-овқат истеъмоли ҳамда даромаднинг боғлиқлигини тасвирловчи тўғри чизиқни ўтказиш учун маълум бир қоида ёки метод керак. Илмий адабиётларда бир нечта метод ва усуллар мавжуд бўлсада, улардан энг кўп тарқалгани ***энг кичик квадратлар (ЭКК)*** усулидир. Бу усул ёрдамида ўтказилган регрессия чизиғи, яъни (β_0, β_1) параметрлари шундай танланадики, унда ҳар бир нуқтадан чизиққача бўлган вертикал масофалар $(\hat{u}_i)$ квадратлари йиғиндиси минималлашади (юқоридаги нуқтали диаграммага қаранг!), яъни

$$S(\beta_0,\beta_1)=\min_{\hat{\beta}_0,\,\hat{\beta}_1}\sum\hat{u}_i^2=\sum\left[y_i-\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_0x_i\right)\right]^2$$

Муаммо эса β_0 ва β_1 ларни қулай йўл билан топишдадир. Агар y ва x бўйича n нафар кузатишлар йиғилган бўлса, унда биз »квадратлар йиғиндиси» функциясини камайтирадиган номаълум параметрлар β_0 ва β_1 учун қийматларни топишни истаймиз:

Мазкур оптимизация масаласи ушбу қисм иловасида ҳисобланган ва параметрлар учун қуйидаги формула келтириб чиқарилган:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum(x_i - \overline{x})^2} \tag{2.5}$$

$$\hat{\beta}_0 = \overline{y} - \hat{\beta}_1 \overline{x} \tag{2.6}$$

Бу ерда $\overline{y} = \sum y_i / n$ ва $\overline{x} = \sum x_i / n$.

Масофаларнинг квадратлари олинишининг сабаби шундаки, квадрат олинмасдан йиғинди олинса, мусбат (нуқта чизиқдан юқорида бўлса) ва манфий (нуқта чизиқдан пастда бўлса) масофалар бир-бирини нейтраллаштиради.

ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган регрессия чизиғини қуйидагича ёзиш мумин

$$\hat{C}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 INC_i \qquad 2.7$$

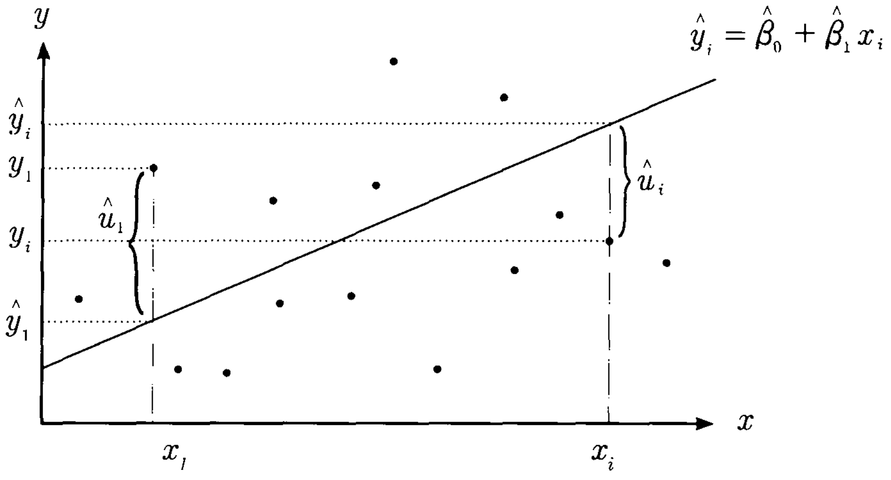
Бунда, $\hat{\beta}_0$ ва $\hat{\beta}_1$ танламадан ҳисобланган параметрлар, $\hat{C}_i$ эса i тартибдаги оиланинг моделлаштирилган ёки ҳисобланган озиқ-овқат истеъмоли.

Ҳар бир нуқтадан ҳисобланган регрессия чизиғигача вертикал масофа ***энг кичик квадратлар қолдиғи*** ёки ***қолдиқ*** дейилади ва улар қуйидагича ифодаланади:

$$\hat{u}_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i \qquad 2.8$$

Регрессия параметрларини ҳисоблашдан чиққан қолдиқлар $\hat{u}_i$, ҳар бир қолдиқ билан боғлиқ $\hat{y}_i$ ва y ўртасидаги муносабат 2.7-расмда тасвирланган.

2.7-РАСМ у, $\hat{u}$ ҳамда регрессия чизиғи



Озиқ-овқат харажатлари учун параметрларни ҳисоблаш

(2.5) ва (2.6) да келтирилган тенгламалар орқали ЭКК усули ёрдамида регрессия параметрлари β_0 ва β_1 ни озиқ-овқат харажатлари мисолида ҳисоблашимиз мумкин. (2.7) дан

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2} = \frac{4986600}{8369812.05691} \approx 0.596$$

ва (2.8) дан

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} = 1134.294 - 0.596 \bullet 1494.413 = 243.947$$

Бугунги кунда бу каби ҳисоб-китоблар Microsoft Excel, Stata, EViews каби компьютер дастурлари ёрдамида амалга оширилади. Ҳар бир дастурий тўпламнинг регрессия натижаси бир-биридан бироз фарқ қилади, чунки ишлатиладиган атамалар турлича. Бундан ташқари, дастурий таъминотлар бир қанча бошқа натижаларни ҳам кўрсатади. Масалан, озиқ-овқат харажатлари маълумотларидан фойдаланиб, Eviews дастури ёрдамида параметрларни ҳисоблаш 2.2-жадвалда кўрсатилган натижаларни ҳосил қилади.

2.2-ЖАДВАЛ $C_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot INC_i + u_i$ ҳамда даромад бўйича маълумот

Dependent Variable: FOOD
Method: Least Squares
Sample: 1 40
Included observations: 40

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
$INC(=\hat{\beta}_1)$	0.595784	0.124768	4.775119	0.0000
$C(=\hat{\beta}_0)$	243.9470	194.9949	1.251043	0.2186
R-squared	0.375018	Mean dependent var		1134.294
Adjusted R-squared	0.358571	S.D. dependent var		450.7007
S.E. of regression	360.9628	Akaike info criterion		14.66413
Sum squared resid	4951178	Schwarz criterion		14.74858
Log likelihood	-291.2827	Hannan-Quinn criter.		14.69467
F-statistic	22.80176	Durbin-Watson stat		1.863319
Prob(F-statistic)	0.000027			

Кўриниб турганидек, EViews дастури ёрдамида ҳисобланган параметрлар олдинроқ ҳисобланган натижалар билан бир хил, яъни

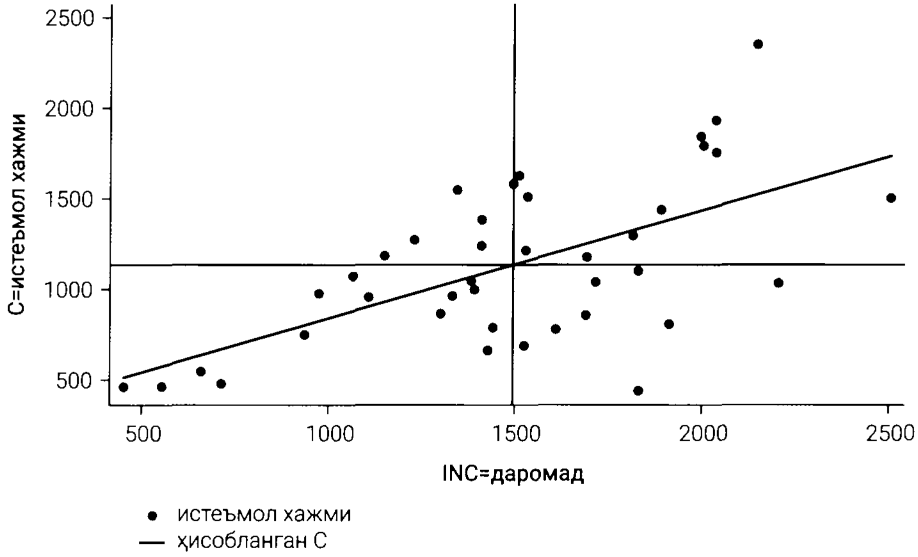
$$\hat{\beta}_1=0.596 \qquad \hat{\beta}_0= 243.947$$

Ҳисобланган параметрлардан фойдаланиб, ҳисобланган регрессия чизиғини қуйидагича ёзиш мумкин

$$\hat{C} = 243.947 + 0.6 \cdot INC$$

Ушбу регрессия функцияси 2.8-расмда тасвирланган. Графикдаги тўғри чизиқнинг қиялиги 0.6 ва ордината ўқини кесиб ўтган нуқтаси 243.947.

2.8-РАСМ ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган регрессия чизиғи



ЭКК усули билан ҳисобланган регрессия чизиғи хусусиятларидан бири шундаки, y $(\overline{x},\overline{y}) = (1\,494.41, 1\,134.29)$ нуқтани кесиб ўтади. Бу хусусият 2.6 тенгламани қуйидаги ёзилишидан келиб чиқади:

$$\overline{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \overline{x}$$

Ҳисобланган параметрларни талқин этиш

Ҳисоблангандан параметрларни иқтисодий талқини зарур масала сифатида кўрилади. Кўп ёш тадқиқотчилар амалиётда мураккаб ҳисоб-китобларни амалга оширса-да, уларни талқин қилишда етарли аҳамият беришмайди. Озиқ-овқат харажатлари мисолида регрессия чизиғининг ордината ўқи билан кесишган нуқтаси $\hat{\beta}_0$=243.947 ва қиялиги $\hat{\beta}_1$=0.596 эканлиги ҳисобланди. $\hat{\beta}_0$ охирги ойда даромадга эга бўлмаган (*INC=0*) оилаларнинг озиқ-овқат истеъмоли харажатлари 243947 сўм эканлигини кўрсатади.

Умуман олганда, $\hat{\beta}_0$ ни талқин этишда эҳтиёт бўлиш зарур. *INC=0* ҳолат кам учрайдиган ҳолат – мисолдаги танламада ҳам бундай кузатиш йўқ (2.8-расм). Агар биз даромад нолга тенг бўлган ҳудудда ҳеч қандай кузатувга эга бўлмасак, бизнинг чамаланган боғлиқлигимиз бу ҳудудда ҳақиқатга яқин бўлмаслиги мумкин.

Эконометрик амалиётда $\hat{\beta}_0 <0$ бўлиб чиқиш ҳолатлари кўп учрайди. Статистик нуқтаи назардан $E(u) = 0$ шартини қониқтириш учун $\hat{\beta}_0 <0$ бўлиши керак, аммо унинг иқтисодий талқини мавжуд эмас. Шу нуқтаи назардан регрессион ҳисоб натижаларини таҳлил қилишда $\hat{\beta}_0$ қандайдир иқтисодий маънога эга бўлиши ёки бўлмаслиги муҳим эмас, $\hat{\beta}_1$ қиялик параметрининг иқтисодий талқини эса муҳим.

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\Delta \hat{C}}{\Delta INC} = 0.6$$

бўлгани учун типик оиланинг ойлик даромади бир бирлик (1 000 сўм) ошса, ўрта ҳисобда истеъмол ҳажми 0.6 бирлик (600 сўм) ошади (бошқа омиллар ўзгармас бўлган шароитда - ceteris paribus[5]). Амалий нуқтаи назардан буни қуйидагича талқин қилса ҳам бўлади: даромадлар қўшимча 100 000 сўмга ошганида, ўрта ҳисобда истеъмол ҳажми 60 000 сўмга ошади.

2008 йилги жаҳон молиявий инқирози пайтида кўп давлатларда уй хўжаликларининг истеъмоли пасайиб, ишлаб чиқаришга салбий таъсир қилган. Истеъмолни кўтариш мақсадида Япония, Австралия каби давлатлар ўз резидентларига қўшимча равишда маблағ тўлади. Оилаларга тушган қўшимча даромадни қанча қисми истеъмолни кўпайтиришга кетиши $\hat{\beta}_1$ га боғлиқ бўлади.

Бундан ташқари, регрессия тенгламаси $\hat{C} = 243.947 + 0.6 \cdot INC$ танламада мавжуд бўлмаган даромадлар учун ҳамда озиқ-овқат истеъмолини **башорат қилиш** учун ҳам ишлатилади. Масалан, максимум даромад 2.5 миллион сўмни ташкил қилади. 3 миллион даромадга эга бўлган оилаларда озиқ-овқат истеъмоли қанча бўлади? Танламада бундай оила йўқ бўлса-да, ҳисобланган регрессия моделидан ўртача озиқ-овқат

[illegible]

истеъмоли $\hat{C} = 243.947 + 0.6 \cdot 3000 = 2043.947$ бирлик ёки **2043947** сўм эканлигини ҳисоблаб чиқариш мумкин. 1 миллион сўм бўлган оилалар ўрта ҳисобда озиқ-овқат учун

$$\hat{C} = 243.947 + 0.6 \cdot INC = 243.947 + 0.6 \cdot 100 = 843.947$$

бирлик ёки сўм сарф қилишини кўрсатади.

Ҳисобланган регрессия функциясидан эластиклик ҳақида ҳам мулоҳаза юритиш мумкин. Даромад эластиклиги бу истеъмол харажатларининг даромад ўзгаришига реакциясини характерловчи кўрсаткичдир. y ўзгарувчининг x ўзгарувчига нисбатан эластиклиги қуйидагича топилади.

$$\varepsilon = \frac{y \text{ нинг фоиз ҳисобидаги ўзгариши} (\%\Delta y)}{x \text{ нинг фоиз ҳисобидаги ўзгариши} (\%\Delta x)} = \frac{\Delta y / y}{\Delta x / x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y} \qquad (2.1)$$

тенгламага кўра

$$\beta_1 = \frac{\Delta E(y)}{\Delta x}$$

Буни эластиклик формуласига қўйилса,

$$\varepsilon = \frac{\Delta E(y) / E(y)}{\Delta x / x} = \frac{\Delta E(y)}{\Delta x} \cdot \frac{x}{E(y)} = \beta_1 \cdot \frac{x}{E(y)} \qquad (2.9)$$

Эластикликни ҳисоблаш учун β_1 ни $\hat{\beta}_1$=0.6 га алмаштирамиз. Бундан ташқари, тўғри чизиқ бўйлаб эластиклик ҳисобланганда, жойлашган нуқтага қараб эластиклик ҳар хил бўлади, яъни x ва $E(y)$ қийматларига боғлиқ бўлади. Одатда, эластикликни ўртача қиймат нуқталарида $(\bar{x}, \bar{y}) = (1494.41, 1134.29)$ ҳисобланади, чунки бу «ўртача» оилани кўрсатади. Агар биз даромад эластиклигини ўртача қийматлар нуқтасида ҳисобласак, ҳисобланган эластиклик қуйидаги коэффициентга тенг бўлади:

$$\hat{\varepsilon} = \hat{B}_1 \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = 0.6 \cdot \frac{1494.41}{1134.29} = 0.79$$

Ҳисобланган даромад эластиклиги иқтисодий талқинни кенгайтиради: типик оила учун даромаднинг 1% ўсиши озиқ-овқат харажатларининг 0.79% ўсишга олиб келади. Ҳисобланган даромад эластиклиги 1 дан кичик бўлганлиги сабабли типик оила учун харид қилинадиган озиқ-овқат маҳсулотлари зарурат товар сифатида тасниф этилади.

2.4. ЭКК УСУЛИ ЁРДАМИДА ҲИСОБЛАНГАН ПАРАМЕТР ХОССАЛАРИ

(2.5) ва (2.6) формулалар орқали ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган $\hat{B}_0$ ва $\hat{B}_1$ параметрларини топиш мумкин. Аммо уларнинг назарий хоссаларини тадқиқ этиш зарур. Шу сабабли $\hat{B}_1$ учун формулани қайтадан тузишга ҳаракат қиламиз. (2.6) формулада $\hat{B}_1$ қуйидагича топилган эди:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum(x_i - \overline{x})^2}$$

Буни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\hat{\beta}_1 = \sum_{i-1}^{N} w_i y_i \qquad (2.10)$$

Бу ерда

$$w_i = \frac{x_i - \overline{x}}{\sum(x_i - \overline{x})^2} \qquad (2.11)$$

w_i фақатгина тасодифий бўлмаган хі га боғлиқ ва шу сабабли, w_i нинг ўзи ҳам тасодифий эмас. (2.10)даги каби y_i нинг тортилган ўртача қиймати бўлган ҳар қандай **чизиқли баҳо** деб аталади. Биз $\hat{\beta}_1$ ни бир оз алгебраик манипуляциялар натижасида назарий жиҳатдан қулай бўлган қуйидаги кўринишга келтиришимиз мумкин:

$$\hat{\beta}_1 = \beta_1 + \sum w_i u_i \qquad (2.12)$$

Бу ерда u_i чизиқли регрессия модели $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i$ даги тасодифий хатоликдир. Бу формула ҳисоб-китоблар учун фойдали эмас, чунки у бизга маълум бўлмаган β_1 га ва кузатиб бўлмайдиган u_i ларга боғлиқдир. Аммо бу формула ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган параметрларни танлама олиш хоссаларини тушуниш учун фойдалидир.

$\hat{\beta}_0$ ва $\hat{\beta}_1$ баҳоларнинг кутилиши

Ҳисобланган $\hat{\beta}_1$ танлама олингунча унинг қиймати ноъмалум бўлгани учун тасодий ҳисобланади. Агар бизнинг модел шартларимиз ўзгармаса, унда $E(\hat{\beta}_1) = \beta_1$, яъни ҳисобланган $\hat{\beta}_1$ кутилган қиймати ҳақиқий параметр га тенг бўлади. Параметрнинг ҳисобланган қийматининг кутилиши ҳақиқий параметр қийматига тенг бўлса, бу ҳисобланган параметр **қўзғалмас баҳо**, деб юритилади. $E(\hat{\beta}_1) = \beta_1$ бўлгани учун ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган $\hat{\beta}_1$, β_1 параметрининг қўзғалмас баҳосидир. Қўзғалмас баҳонинг интуитив маъноси шундан иборатки, n ҳажмли кўп танламалар олинса ва ҳар бир танламада $\hat{\beta}_1$ формуласидан фойдаланилса, шу билан бирга, юқорида кўтарилган шартлар қониқтирилса, унда барча танламалардан олинган баҳо $\hat{\beta}_1$ лар ўртача қиймати β_1 га тенг бўлади.

Математик нуқтаи назардан буни қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$
\begin{aligned}
E(\hat{\beta}_1) &= E(\beta_1 + \sum w_i u_i) = E(\beta_1 + w_1 u_1 + w_2 u_2 + \cdots + w_n u_n) \\
&= E(\beta_1) + E(w_1 u_1) + E(w_2 u_2) + \cdots + E(w_n u_n) \\
&= E(\beta_1) + \sum E(w_i u_i) = \beta_1 + \sum w_i E(u_i) = \beta_2 \qquad (2.13)
\end{aligned}
$$

Охирги тенглик $E(u_i) = 0$ эканлигидан келиб чиқади, чунки $E(u_i) \neq 0$ бўлса, $E(\hat{\beta}_1) \neq \beta_1$ бўлади ва ҳисобланган $\hat{\beta}_1$ силжиб қолади.

Худди шу йўсинда, агар юқорида келтирилган шартлар қониқтирилса $E(\hat{\beta}_0) = \beta_0$ эканлиги келиб чиқади.

$\hat{\beta}_0$ ва $\hat{\beta}_1$ баҳоларнинг дисперсия ва ковариацияси

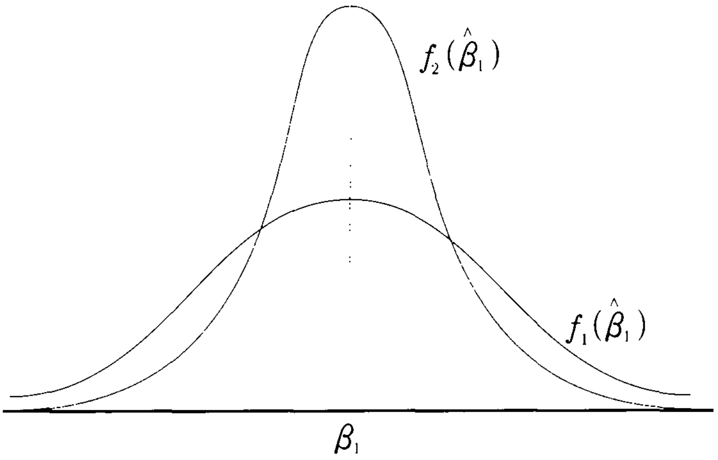
$\hat{\beta}_0$ ва $\hat{\beta}_1$ баҳоларнинг вариация ва ковариацияси уларни баҳо сифатида эффектив кўрсаткичларидир. Такрорий танламаларда $\hat{\beta}_0$ ва $\hat{\beta}_1$ баҳолар тасодифий ўзгарувчи сифатида қаралади ва $E(\hat{\beta}_1) = \beta_1$ эканлигидан

$$var(\hat{\beta}_1) = E\left[\hat{\beta}_1 - \beta_1\right]^2$$

$var(\hat{\beta}_1)$ $\hat{\beta}_1$ баҳонинг эҳтимолий тақсимотини тарқоқлигини ўлчайди. 2.9-расмда $\hat{\beta}_1$ нинг бир хил ўртача қийматли, лекин турли дисперсияга эга бўлган тақсимот функциялари $f_1(\hat{\beta}_1)$ ва $f_2(\hat{\beta}_2)$ кўрсатилган.

$f_2(\hat{\beta}_1)$ зичлик функцияси $f_1(\hat{\beta}_1)$ га қараганда, кичикроқ вариацияга эга. Агар танлаш имконияти берилса, $f_1(\hat{\beta}_1)$ дан кўра $f_2(\hat{\beta}_1)$ зичлик функциясига эга $\hat{\beta}_1$ ни афзалроқ, чунки кичикроқ дисперсия баҳо аниқлигига хисса қўшади ва β_1 ни қамраш эҳтимоли баландроқ бўлади.

2.9-РАСМ $\hat{\beta}_1$ баҳонинг икки гипотетик тақсимот функцияси



Агар регрессия моделига қўйилган шартлар тўғри бўлса, унда $\hat{\beta}_0$ ва $\hat{\beta}_1$ нинг вариацияси ва ковариацияси:

$$var(\hat{\beta}_0) = \sigma^2 \left[\frac{\sum x_i^2}{n \sum (x_i - \overline{x})^2} \right] \tag{2.14}$$

$$var(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{\sum (x_i - \overline{x})^2} \tag{2.15}$$

$$\operatorname{cov}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) = \sigma^2 \left[\frac{-x}{\sum (x_i - \overline{x})^2} \right] \tag{2.16}$$

формулалари орқали топса бўлади.

Ушбу формулалар ҳақида қуйидаги мулоҳазаларни юритиш мумкин.

1. Тасодифий хатолик дисперсияси σ^2 ҳар бир ифодада мавжуд. Унинг қабул қилиши мумкин бўлган қиймати баҳоларнинг статистик хоссаларига таъсир этади. Биринчидан, σ^2 қанчалик катта бўлса, ҳисобланадиган параметрлар дисперсиялари ҳам шунчалик катта бўлади. Иккинчидан, регрессанд y қийматлари унинг ўртача қиймати $E(y)$ га нисбатан тарқоқ жойлашади, яъни вариация катта бўлса, моделда ноаниқлик шунчалик катта бўлади.

2. Эркли ўзгарувчи қийматлари унинг танлама ўртачаларидан фарқлари квадратлари йиғиндиси $\sum (x_i - \overline{x})^2$ ҳар бир ифодада мавжуд. Бу ифоданинг вариациясини кўрсатувчи ифодадир ва у қанчалик тарқоқ бўлса, квадратлар йиғиндиси шунчалик йирик бўлади ва аксинча, уларнинг тарқоқлиги кам бўлса, квадратлар йиғиндиси шунчалик кичик бўлади. Квадратлар йиғиндиси катта бўлганда, ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган параметрлар дисперсиялари шунчалик кичик бўлади ва бунда биз номаълум параметрларни катта аниқликда ҳисоблашимиз мумкин.

3. Танлама ҳажми n қанчалик катта бўлса, ЭКК усули ёрдамида олинган баҳолар дисперсияси ва ковариацияси шунчалик кичик бўлади, яъни кичик танламалардан кўра, катта танламаларда ҳисоблар аниқроқ бўлади. Танлама ҳажми n ҳар бир вариация

ва ковариацияда пайдо бўлади, чунки ҳар бир йиғинди n га боғлиқ. Бундан ташқари n $var(\overset{\wedge}{\beta}_0)$ формуласига тўғридан тўғри киради. n катталашиши билан квадратлар йиғиндиси $\sum(x_i - \overline{x})^2$ ҳам йириклашади. Натижада n катталашиши билан $var(\overset{\wedge}{\beta}_1)$ ва $\operatorname{cov}(\overset{\wedge}{\beta}_0, \overset{\wedge}{\beta}_1)$ кичиклашади, чунки махраж катталашади.

4. $\sum x_i^2$ ифода $var(\overset{\wedge}{\beta}_0)$ формуласига киради. Бу ифода қанча катта бўлса, яъни нуқталар $x=0$ дан қанчалик узоқда жойлашса, $\overset{\wedge}{\beta}_0$ нинг вариацияси ҳам шунчалик катта бўлади.

2.5. ГАУСС-МАРКОВ ТЕОРЕМАСИ

Гаусс-Марков теоремасини келтиришдан олдин чизиқли регрессия моделига қўйиладиган шартларни қайтарамиз.

1. Эрксиз ўзгарувчи y регрессор x билан қуйидагича боғланган

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + u$$

2. Тасодифий хатолик u математик кутилиши 0 га тенг

$E(u)=0$. Ушбу шарт қуйидаги ифодага эквивалент ҳисобланади:

$$E(y \mid x) = \beta_1 + \beta_2 x$$

3. Тасодифий хатолик u дисперсияси ўзгармас (хомоскедастиклик)

$$var(u) = \sigma^2 = var(y)$$

4. Икки хатолик ўртасидаги ковариация 0 га тенг

$$\operatorname{cov}(u_i, u_j) = \operatorname{cov}(y_i, y_j)$$

5. Регрессор x тасодифий эмас ва камида иккита қиймат қабул қилади.

Гаусс-Марков теоремасига мувофиқ, юқорида келтирилган чизиқли регрессия моделининг шартлари қониқтирилса, ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган $\hat{\beta}_0$ ва $\hat{\beta}_1$ параметрлар барча чизиқли ва силжимаган баҳолар ичида энг кичик дисперсияга эга бўлади.

Агар чизиқли регрессия моделига қўйилган шартлардан бири бузилса, Гаусс-Марков теоремаси натижаси нотўғри бўлиб чиқади ва бошқа ҳисоблаш усуллари қўлланилади. Масалан, 3-шарт (хомоскедастиклик) қониқтирилмаса, ҳисобланган баҳолар дисперсияси нотўғри бўлади ва теорема натижаси Гаусс-Марков теоремасига мувофиқ бўлмайди. Бу ҳолат ушбу қўлланманинг 4-қисмида ёритилган.

Бошқа мисол, динамик қаторларда 4-шарт бузилади, чунки динамик қаторлар вақт бўйича бир-бирига боғлиқ бўлади – бу ҳолат ушбу қўлланманинг 5-қисмида ёритилган. Гаусс-Марков теоремасига тегишли бўлмаган чизиқли регрессияга қўйиладиган шартлардан яна бири бу тасодифий хатоликнинг нормал тақсимот қонунига бўй сунишидир (нормаллик шарти):

$$u \sim N(0, \sigma^2)$$

Ушбу шарт ва унинг регрессия ҳисобида ишлатилиши кейинги бўлимда ёритилган.

2.6. ЭКК УСУЛИ ЁРДАМИДА ҲИСОБЛАНГАН ПАРАМЕТРЛАР ТАҚСИМОТИ

Тасодифий хатоликнинг нормаллик шарти бажарилса, ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган параметрлар нормал тақсимот қонунига бўйсунади, чунки (1) u нормал тақсимлангани туфайли, y ҳам нормал тақсимланади ва (2) бўлгани учун, яъни нормал тақсимланган ўзгарувчининг чизиқли комбинацияси ҳам нормал бўлади:

$$\hat{\beta}_0 \sim N\left(\beta_0, \frac{\sigma^2 \sum x_i^2}{n\sum(x_i - \bar{x})^2}\right) \qquad (2.17)$$

$$\hat{\beta}_1 \sim N\left(\beta_1, \frac{\sigma^2}{n\sum(x_i - \bar{x})^2}\right) \qquad (2.18)$$

Агар тасодифий хатолик нормал тақсимланмаган бўлса, ҳисобланадиган параметр нормаллиги МЛТ га мувофиқ эришилади. МЛТ га мувофиқ, чизиқли регрессия шартлари қониқтирилиб, танлама ҳажми етарли катта бўлса, ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган параметрлар (2.17) ва (2.18) да кўрсатилган нормал тақсимотга апроксимация қилинади.

Озиқ-овқат харажатлари мисолида ҳисобланган параметрлар устунидан кейингиси (Std. Error) уларнинг дисперсияларини стандарт хатолик деб аталувчи дисперсия квадрат илдизи кўринишида берилган. Агар Гаусс-Марков шартлари бажарилса, шу стандарт хатолик (ёки дисперсия) барча чизиқли баҳолаш усуллари ичида шуниси, яъни ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган стандарт хатолар энг кичик бўлади. Ушбу ҳисобланган стандарт хатоларнинг самарадорлиги кейинги бобда гипотезаларни текширишда кенг қўлланилади.

2.7. ТАСОДИФИЙ ХАТОЛИК ДИСПЕРСИЯСИНИ ҲИСОБЛАШ

Умумий статистика назариясидан маълумки, тасодифий хатолик дисперсияси σ^2 ўзгарувчи сифатида қуйидагича ҳисобланади:

$$var(u_i) = \sigma^2 = E[(u_i - E(u_i))]^2 = E(u_i^2), \text{ чунки } E(u_i) = 0$$

Тасодифий хатолик u_i кузатилмагани учун унинг ўрнига регрессия қолдиқлари $\hat{u}_i$ ишлатиш мақсадга мувофиқ. Лекин бунда хатоликларнинг силжимаган баҳоси, яъни $E(\overset{\wedge}{\sigma}^2) = \sigma^2$ бўлиши учун уни қуйидагича ҳисоблаш керак:

$$\overset{\wedge}{\sigma}^2 = \frac{\sum \hat{u}_i^2}{n-2}$$

Бунда танлама ҳажми n дан айирилган 2 регрессия параметрлари сонига тегишли (β_0, β_1).

ТЕКШИРИШ УЧУН САВОЛЛАР

САВОЛ 1. **[Interpretation]**. ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган қуйидаги моделларни иқтисодий жиҳатдан интерпретация (талқин) қилинг.

a.

$$\widehat{wage} = -15.35 + 87.31 \cdot educ$$
$$n = 233,\ R^2 = 0.233$$

b.

$$\ln(\widehat{wage}) = 1.13 + 0.122 \cdot educ$$
$$n = 1564,\ R^2 = 0.197$$

бунда, $wage$: даромад, минг сўмларда, $educ$: таълимга сарфланган йиллар

c.

$$\widehat{\ln(C)} = 6.1 + 0.00057 \cdot INC$$
$$n = 40,\ R^2 = 0.388$$

d.

$$\ln(\widehat{salary}) = 4.813 + 0.251 \cdot \ln(sales)$$
$$n = 201,\ R^2 = 0.279$$

бунда, $salary$: CEO[6] маоши, минг сўмларда, $sales$: фирма сотувлари ҳажми

САВОЛ 2. **[OLS Derivation]**. x ва y ўзгарувчилари ўртасида қуйидаги чизиқли боғланиш берилган бўлсин: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i$. Бунда u_i тасодифий хатолик, "оқ шовқин"[7]. ЭКК усули ёрдамида β_0 ва β_1 учун формулаларни келтириб чиқаринг.

САВОЛ 3. **[OLS Mechanics]**. Қуйидаги жадвал берилган:

№	маош, минг сўмда	ёши	жинси
1	702	22	female
2	1097	38	female
3	765	26	male
4	834	28	male
5	925	29	female
6	939	25	male
7	920	29	male
8	1370	36	male
9	1015	19	male
10	660	23	female

[illegible]

a. Респондент ёши ва маоши ўртасидаги боғлиқликни кўрсатувчи нуқтали диаграмма (scatter diagram) чизинг, ковариация ва корреляция кўрсаткичларини ҳисобланг.

b. Респондент маоши унинг ёшига қай даражада боғлиқ? Бунинг учун ушбу модел $wage = \beta_0 + \beta_1 age + u$ орқали β_0 ва β_1 коэффициентларини ЭКК усули ёрдамида ҳисобланг ва уни иқтисодий жиҳатдан талқин қилинг.

c. Детерминация коэффициенти $R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2}$ кўрсаткичини ҳисобланг ва уни талқин қилинг.

d. Microsoft Excel дастурининг Data Analysis инструменти ёрдамида (b) ва (c) бандларидаги жавобингизни текширинг.

e. ЭКК усули орқали ҳисобланган параметрлар сифати ҳақида мулоҳаза юритинг.

САВОЛ 4. [OLS Mechanics].

Озиқ-овқат истеъмоли, минг сўмда	Даромад, минг сўмда
460.88	553.5
543.92	658.5
477.36	712.5
...	...

a. Респондент даромади ва истеъмоли ўртасидаги боғлиқликни кўрсатувчи нуқтали диаграмма (scatter diagram) чизинг, ковариация ва корреляция кўрсаткичларини ҳисобланг.

b. Респондент истеъмоли унинг даромадига қай даражада боғлиқ? Бунинг учун ушбу модел $C = \beta_0 + \beta_1 INC + u$ орқали β_0 ва β_1 коэффициентларини ЭКК усули ёрдамида ҳисобланг ва уни иқтисодий жиҳатдан талқин қилинг.

c. Детерминация коэффициенти R^2 кўрсаткичини ҳисобланг ва уни талқин қилинг.

d. ЭКК усули орқали ҳисобланган параметрлар сифати ҳақида мулоҳаза юритинг.

3

ИНТЕРВАЛ БАҲОЛАШ ВА ГИПОТЕЗАЛАРНИ ТЕКШИРИШ

3.1. ИНТЕРВАЛ БАҲОЛАШ

Аввалги бобда оддий регрессия параметрларини ҳисоблаш ва уларнинг статистик хоссалари ёритилди. Оддий чизиқли регрессиянинг дастлабки 5 та фаразидан фойдаланиб, бош тўплам параметри ҳақида статистик хулоса ясалди. Бунда ҳисобланган параметр $\hat{\beta}_j$ $(j=1,2)$ ҳақиқий параметр β_j нинг **нуқтавий баҳоси** деб аталади.

Нуқтавий баҳо унинг ҳақиқий қийматига қанчалик тенг бўлиши ёки бўлмаслиги номаълум бўлганлиги сабабли ҳисобланган параметрни қандайдир интервалда ҳисоблаш мақсадга мувофиқ ҳисобланади. Расмий равишда буни интервал баҳолаш дейилади. **Интервал баҳолаш** баъзида **ишончлилик интервали** деб аталувчи ва номаълум параметрни қамровчи интервал, яъни миқдор диапазонини ҳосил қилишга қаратилган жараёндир. Интервал баҳолаш нуқтавий баҳолаш каби бош тўплам ҳақида статистик хулоса қилиш имкониятларини кенгайтиради.

Гипотезаларни текшириш регрессия параметрлари ҳақидаги фикр-мулоҳазаларни маълумотлар танламасидан олинган баҳолар орқали ифодалаш жараёнидир. Гипотезаларни текшириш муайян гипотеза ёки фаразга танлама маълумотларнинг мос келиши ёки келмаслигини аниқлашга ёрдам беради.

Интервал баҳолаш ва гипотезаларни текширишда оддий регрессия моделига қўйилган фаразлардан олтинчиси – нормаллик фаразидан кенг фойдаланилади. Хусусан, танлама ҳажми кичик бўлса, бундай фараз ҳисобларни осонлаштиради. Кичик бўлмаса, МЛТ га кўра катта танламаларда ЭКК усули билан ҳисобланган баҳолар тақрибан нормал тақсимот қонунига бўйсунади ва шу ажойиб натижа кенг қўлланилади.

Аввалги бўлимда уй хўжаликларининг ойлик даромади 100000 сўмга оширилганда, уларнинг ўртача озиқ-овқат харажатлари 60000 (аниғи 596 000) сўмга ошишини талқин қилган эдик. $\hat{\beta}_1 = 0.596$ регрессия моделидаги номаълум бош тўплам параметри β_1 нинг нуқтавий баҳосидир. Интервални баҳолаш β_1 параметрни қамраши мумкин бўлган сонли диапазонни топишдан иборат. Бу диапазон параметр қиймати қанақа бўлиши мумкинлиги ва уни қай даражада аниқ ҳисобланганлиги борасида сигнал беради. Бундай диапазон одатда, **ишончлилик интерваллари** деб аталади. Лекин "ишончлилик" сўзининг бошқа маънолари бўлганлиги ва шунинг учун уни кўпинча нотўғри тушунилиши ва нотўғри қўлланилиши сабабли биз уларни **интервал баҳолар** деб ҳам атаймиз.

Стьюдентнинг t–тақсимот қонуни

Оддий чизиқли регрессия шартлари қониқтирилса, ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган $\hat{\beta}_0$ ва $\hat{\beta}_1$ нормал тақсимотга эга бўлади:

$$\hat{\beta}_1 \sim N\left(\beta_1, \frac{\sigma^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}\right)$$

Ушбу нормал тақсимот умумий бўлганлиги сабабли уни стандартлаштириш мақсадга мувофиқ ҳисобланади:

$$Z = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{\sigma^2 / \sum(x_i - \bar{x})^2}} \sim N(0,1) \qquad (3.1)$$

Стандарт нормал тақсимланган тасодифий миқдор Z ўртача қиймати 0 ва дисперсияси 1 бўлади. Нормал тақсимот жадвали (китоб иловасида) га эътибор берсак, қуйидаги қийматни келтириб чиқариш мумкин:

$$P(-1.96 \le Z \le 1.96) = 0.95^{8}$$

Яъни, тасодифий миқдорнинг -1.96 ва 1.96 орасида бўлиши эҳтимоллиги 0.95 ёки 95%. Юқоридаги стандартлаштирилган баҳо (3.1) ни Z ўрнига қўйилса, қуйидаги тенглама ҳосил бўлади:

---

[8] [illegible]

$$P(-1.96 \le \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{\sigma^2 / \sum (x_i - \overline{x})^2}} \le 1.96) = 0.95$$

Мазкур тенглама β_1 параметрига нисбатан ечилса, қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$P\left(\hat{\beta}_1 - 1.96\sqrt{\sigma^2 / \sum (x_i - \overline{x})^2} \le \beta_1 \le \hat{\beta}_1 + 1.96\sqrt{\sigma^2 / \sum (x_i - \overline{x})^2}\right) = 0.95$$

Бу ифода β_1 параметрини қамраб олувчи интервални тасвирлайди. Бунда параметр кўрсатилган интервал орасида ётиши эҳтимоллиги 0.95 ёки 95%. Интервалнинг қуйи ва юқори чегарасини яққол кўрсатиш мақсадида интервал баҳосини $\left(\hat{\beta}_1 \pm 1.96\sqrt{\sigma^2 / \sum (x_i - \overline{x})^2}\right)$ кўринишида ҳам ифодаланади. Такрорий танламаларда бундай усулда ясалган 95% интервал β_1 параметр қийматини ўзида сақлайди. Интервал баҳонинг бундай осон келтириб чиқарилиши нормаллик шартидан келиб чиқади.

Ушбу интервални ҳисоблашда тасодифий хатолик дисперсияси σ^2 номаълум бўлгани учун уни $\hat{\sigma}^2 = \sum \hat{u}_i^2 / (n-2)$ орқали аппроксимация қилиш мумкин. Бунда (3.1) формулани ҳисоблаш имконияти яратилади, лекин бундай алмаштириш нормал тақсимот қонунини Стьюдентнинг *n–2* эркинлик даражали t-тақсимот қонунига ўзгартиради (стандарт нормал ва t-тақсимот орасидаги тафовутлар ҳақида маълумот учун боб иловасига қаранг):

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 / \sum (x_i - \overline{x})^2}} = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta}_1)}} = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{se(\hat{\beta}_1)} \sim t_{(n-2)} \qquad (3.2)$$

$t = \dfrac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{se(\hat{\beta}_1)}$ миқдор *n–2* эркинлик даражали t-тақсимот қонунига бўйсунади ва уни қисқача $t = t_{(n-2)}$ кўринишида ифодаланади. Бундай натижа $\hat{\beta}_0$ учун ҳам сақланади ва шунинг учун оддий чизиқли регрессия моделининг барча 6 та шарти сақланса, унда $k=1, 2$ учун

$$t = \frac{\hat{\beta}_k - \beta_k}{se(\hat{\beta}_k)} \sim t_{(n-2)} \qquad (3.3)$$

Бундай кўринишда ифодалаш кўп омилли регрессия моделлари учун ҳам умумлашади ва тенглама оддий чизиқли регрессия моделида интервал баҳолаш ва гипотезаларни текшириш учун асос бўлади.

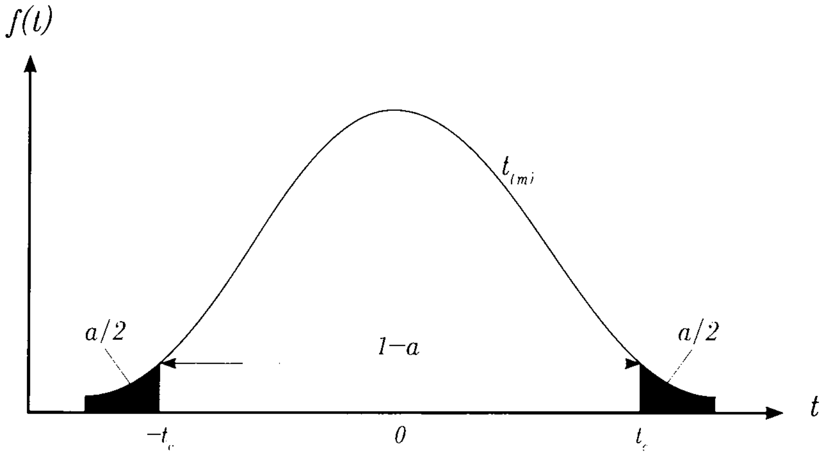
t–тақсимот маркази 0 бўлган қўнғироқ шаклидаги эгри чизиқдир. У нормал тақсимотга ўхшаш бўлса-да, нисбатан кенгроқ тарқалган, каттароқ дисперсия ва қалинроқ думларга эга. t–тақсимот шакли эркинлик даражаси (*df=degrees of freedom*) орқали белгиланади. Китоб иловасининг 2-жадвалида m эркинлик даражаси учун t–тақсимот $t_{(m)}$ нинг персентил қийматлари келтирилган. 95-пенсентили $t_{(0.95,\ m)}$ шундай миқдорки, 0.95 эҳтимоллик унинг чап томонига тушади, яъни $P[t_{(m)} \le t_{(0.95,m)}]=0.95$. Масалан, $m=20$ эркинлик даражасида $t(0.95,\ 20)=1.75$ бўлади.

Интервал баҳоларни топиш

Китоб иловасининг 2-жадвалида t-тақсимотдан $P(t \geq t_c) = P(t \leq -t_c) = a/2^9$ қониқтирувчи "критик" t_c қийматни топиш мумкин. m эркинлик даражаси учун t_c критик қиймат $t_{(1-\frac{a}{2},\ m)}$ персентил қийматни кўрсатади. t_c ва - t_c нинг қийматлари 3.1-расмда тасвирланган.

3.1-РАСМ

Стьюдентнинг (m) эркинли даражали t–тақсимотининг критик қийматлари



[illegible]

Ушбу шаклнинг ҳар бир қорайтирилган "дум" қисми юзаси $\alpha/2$, яъни $\alpha/2$ эҳтимолликка тенг бўлиб, марказий қисми юзаси $1-\alpha$ га тенг:

$$P(-t_c \leq t \leq t_c) = 1 - \alpha \qquad (3.4)$$

95% ишончлилик интервали учун критик қийматлар t-тақсимотнинг $1-\alpha=0.95$ эҳтимолликка эга бўлган марказий қисмини тасвирлайди. Эгри чизиқнинг четларида критик қиймат $\alpha/2=0.025$ юзали иккита «дум»га ажратади. Бундан эса $t_c = t_{(1-0.025,\ m)} = t_{(0.975,\ m)}$ критик қиймат келиб чиқади. Оддий регрессия моделида эркинлик даражаси $m=n-2$ эканлигидан (3.4) ифода қуйидаги кўринишни олади:

$$P[-t_{(0.975,\ n-2)} \leq t \leq t_{(0.975,\ n-2)}] = 0.95$$

Бунда $t_{(0.975,\ n-2)}$ қиймати 2-жадвалдан топилади. (3.3) ва (3.4) тенгликлардан

$$P\left[-t_c \leq \frac{\hat{\beta}_k - \beta_k}{se(\hat{\beta}_k)} \leq t_c\right] = 1 - \alpha$$

ёки

$$P\left[\hat{\beta}_k - t_c se(\hat{\beta}_k) \leq \beta_k \leq \hat{\beta}_k + t_c se(\hat{\beta}_k)\right] = 1 - \alpha$$

Бу ерда ишончлилик интервалини қуйи ва юқори чегараси мос равишда $\hat{\beta}_k - t_c se(\hat{\beta}_k)$ ва $\hat{\beta}_k + t_c se(\hat{\beta}_k)$ тасодифий ҳисобланади, чунки танлама ўзгариши билан улар ҳам ўзгаради. Мазкур қуйи ва юқори чегаралари β_k **интервал баҳосини** тасвирлайди. (3.5) ифода $\hat{\beta}_k \pm t_c se(\hat{\beta}_k)$ интервал $1-\alpha$ эҳтимоллик билан ҳақиқий, аммо номаълум параметр β_k ни қамраб олади.

(3.5) да $\hat{\beta}_k$ ва $se(\hat{\beta}_k)$ берилган танлама асосида ҳисобланади ва $\hat{\beta}_k \pm t_c se(\hat{\beta}_k) \cdot \beta_k$ параметрининг $100(1-\alpha)\%$ интервал баҳосини ташкил этади. Одатда, $\alpha=0.01$ ёки $\alpha=0.05$ бўлади ёки 99% ёки 95% ишончлилик интервалида ҳисоб амалга оширилади.

Ишончлилик интервалларини талқин этиш жуда катта маҳорат талаб этади. Интервални баҳолаш такрорий танлама олиш амалиётига асосланади. Агар n ҳажмли бир нечта тасодифий танлама йиғилса, ҳар бир танлама учун ЭКК ёрдамида параметр баҳоси $\hat{\beta}_k$ ва унинг стандарт хатолиги $se(\hat{\beta}_k)$ ҳисобланиб, ҳар бир танлама учун интервал $\hat{\beta}_k \pm t_c se(\hat{\beta}_k) \bullet \beta_k$шакллантирилса, бу интервалларнинг $100(1-\alpha)$ фоизи ҳақиқий параметр β_k ни ўз ичида сақлайди.

Маълумотларнинг битта танламасига асосланган ҳар қандай интервал баҳоси номаълум β_k параметрни ўзида сақлаши ҳам, сақламаслиги ҳам мумкин ва буни билишнинг имкони йўқ. Лекин шуни таъкидлаш лозимки, агар танлама тасодифий усул орқали танланган бўлса, ҳисобланган ишончлилик интервали ҳақиқий параметрни қамраб олишига умид қилиш мумкин.

Мисолда ифодалаш

Озиқ-овқат харажатлари мисолида танлама ҳажми $n=20$ ва эркинлик даражаси $n-2=38$. 95% ишончлилик интервали $\alpha=0.05$ учун критик қиймат $l_c = t_{(1\ \alpha/2,\ n\ 2)} = t_{(0.975,\ 38)} = 2.024$ – бу 38 эркинлик даражасига эга t–тақсимотнинг 97.5 персентили. (3.5) ифодага кўра β_1 учун эҳтимоллик:

$$P\left[\hat{\beta}_1 - 2.024 \bullet se(\hat{\beta}_1) \le \beta_1 \le \hat{\beta}_1 + 2.024 \bullet se(\hat{\beta}_1)\right] = 0.95 \quad (3.6)$$

β_1 параметр учун интервал ҳисоблашда ЭКК баҳоси $\hat{\beta}_1 = 0.596$ ва унинг стандарт хатолигидан фойдаланамиз:

$$se(\hat{\beta}_1) = \sqrt{\widehat{var(\hat{\beta}_1)}} = 0.125$$

Бу қийматларни (3.6) ифодага киритилса, β_1 учун 95% ишончлилик интервали баҳоси топилади:

$\hat{\beta}_1 \pm t_c se(\hat{\beta}_1) = 0.596 \pm 2.024(0.125) = [0.343,\ 0.849]$, яъни «95% ишонч» билан шуни таъкидлаш мумкинки, оила даромадлари қўшимча 100 минг сўмга ошганда, ўртача озиқ-овқат истеъмоли сарфи 343 000 сўмдан 849 000 сўмгача бўлади.

Лекин шуни таъкидлаш лозимки, β_1 параметр хақиқатдан ҳам [0.343, 0.849] интервалида ётиши ёки ётмаслигини аниқ билмаймиз ва билаолмаймиз ҳам. Фақат шуниси маълумки, биз ишлатган тартиб ягона бош тўпламдан олинган кўплаб тасодифий танламаларга қўлланилса, мазкур тартибдан фойдаланиб, шакллантирилган барча интервал баҳоларнинг 95% ҳақиқий параметрни ўз ичида сақлайди.

β_1 параметрининг интервал баҳоси фойдалилиги шундаки, регрессия моделининг нуқтавий баҳоси $\hat{\beta}_1 = 0.596$ етарли ишончлилик ҳиссини бермайди ва шу сабабли унинг интервал баҳоси параметрнинг нуқтавий баҳосини ҳамда стандарт хатолигини ўз ичига қамраб олади.

Гипотезаларни текшириш

Гипотезаларни текшириш жараёни бош тўплам параметри ҳақидаги тахмин ва фаразни йиғилган танлама маълумотлари билан таққослаш орқали амалга оширилади. Иқтисодий ва статистик моделларда гипотеза иқтисодий хулқ-атвор тўғрисида шакллантирилиши мумкин. Регрессияни баҳолаш тизимида гипотезаларни текшириш танламанинг параметр тўғрисидаги маълумотлар, айниқса, унинг ЭКК нуқтавий баҳоларидан фойдаланиб, гипотеза тўғрисида хулосалар ясалади.

Ҳар қандай гипотезани текшириш жараёнида қуйидаги 5 та таркибий қисмнинг бўлиши шарт:

1. Нолинчи гипотеза $H0$
2. Муқобил гипотеза $H1$
3. Тест статистикаси;
4. Рад этиш соҳаси;
5. Хулоса.

Нолинчи гипотеза

H_0 орқали ифодаланадиган нолинчи гипотеза регрессия параметри β_k ($k=0$ ёки 1) учун аниқ қиймат белгилайди, яъни нолинчи гипотеза $H_0 : \beta_k = c$ кўринишида акс этади ва мазкур ифодадаги c константа бўлиб, y муайян регрессия модели контекстида муҳим қиймат бўлиши мумкин. Нолинчи гипотеза - бу шундай фаразки, уни танлама маълумотлари орқали нотўғри эканига ишонч ҳосил қилишга ҳаракат қиламиз – бу ҳолатда рад этилади.

Муқобил гипотеза

Муқобил гипотеза H_l ҳар доим нолинчи гипотеза билан жуфтликда учраб, нолинчи гипотеза рад этилган ҳолда қабул қилинади. Муқобил гипотеза ишораси иқтисодий назария ёки бошқа бир мантиқдан келиб чиқади. Нолинчи гипотеза $H_0 : \beta_k = c$ учун қуйидаги 3 хил муқобил гипотеза мавжуд:

$H_1 : \beta_k > c$. $H_0 : \beta_k = c$ рад этилса, $H_1 : \beta_k > c$ қабул қилинади - яъни $\beta_k > c$ деган хулосага келинади. Иқтисодиётда тенгсизликка асосланган муқобил гипотезалар кенг ишлатилади – бунда иқтисодий миқдорлар ўртасидаги алоқалар ишорасидан келиб чиқади. Масалан, озиқ-овқат харажатлари мисолини қуйидагича таърифлаш мумкин:

$$H_0 : \beta_1 = c$$

$$H_1 : \beta_1 > c$$

Нолинчи гипотеза $H_0 : \beta_1 = c$ оила даромадлари озиқ-овқат истеъмолига таъсир этмаслигини билдиради. Муқобил гипотеза $H_1 : \beta_1 > c$ эса иқтисодий назарияга кўра даромад ошиши билан озиқ-овқат харажатлари ҳам ошишини юзага келтиради. Шу боис, муқобил гипотеза тенгсизлиги "катта" ни кўрсатмоқда.

$H_1 : \beta_k < c$. Нолинчи гипотеза $H_0 : \beta_k = c$ ни рад этиш ўз навбатида $\beta_k < c$ деган хулосани қабул қилишни англатади. Шуни қайта таъкидлаш лозимки, муқобил гипотеза танлови иқтисодий назария ёки бошқа мантиқдан келиб чиқади.

$H_1 : \beta_k \neq c$. Нолинчи гипотеза $H_0 : \beta_k = c$ ни рад этиш β_k параметри с дан катта ёки кичик деган хулосани қабул қилишни англатади. Регрессия доирасида бундай ҳолатлар номаълум бўлган муносабатларни кўрсатади. Масалан, қуйидаги солиққа тортиш амалиётига тегишли саволга эътибор қаратинг: солиқ ставкасини ошириш солиқ тушумларини кўпайтирадими? Табиийки, ушбу саволга жавоб бир нечта омилларга боғлиқ. Солиқ ставкаси оширилганда, тадбиркорлар солиқдан қочиб, хуфия ишлаб чиқаришга ўтса, солиқ тушумлари камайиб кетиш хавфи ҳам мавжуд. Лекин солиқ ставкалари ошганда ва тадбиркорлар хуфия иқтисодиётга ўтмаганда, солиқ тушумларининг кўпайиши кузатилади. Бундай ҳолатда қандайдир β_j солиқ ставкасига тегишли параметр бўлса, $H_0 : \beta_j = c$ га муқобил сифатида $H_1 : \beta_j \neq c$ гипотезасини танлаш мақсадга мувофиқ ҳисобланади.

Тест статистикаси

Нолинчи гипотеза борасидаги танлама маълумотлари ушбу танламадан ҳисобланган тест статистикасида мужассамлашади. Айнан, шу тест статистикасининг қийматига асосланиб нолинчи гипотезани рад этиш ёки этмаслик тўғрисида қарор қабул қилинади. Тест статистикасининг шундай алоҳида хусусияти борки, агар нолинчи гипотеза рост бўлса, унинг эҳтимолий тақсимоти маълум бўлади ва аксинча, ёлғон бўлса, бошқа бир тақсимотга эга бўлади.

Бу (3.3) даги асосий натижа $t = (\hat{\beta}_k - \beta_k)/se(\hat{\beta}_k) \sim t_{(n-2)}$ дан бошланади. Агар нолинчи гипотеза $H_0 : \beta_k = c$ рост бўлса, қуйидаги ифода ҳам рост бўлади:

$$t = \frac{\hat{\beta}_k - c}{se(\hat{\beta}_k)} \sim t_{(n \ 2)} \qquad (3.7)$$

Агар нолинчи гипотеза ёлғон бўлса, унда (3.7) даги t –статистика, $n-2$ эркинлик даражали t – тақсимотга эга бўлмайди.

Рад этиш соҳаси

Рад этиш соҳаси муқобил гипотезага боғлиқ бўлади. Тест статистикаси қийматларининг қандайдир диапазони нолинчи гипотезанинг рад этилишига сабаб бўлади. Рад этиш соҳасини фақатгина қуйидагилар мавжуд бўлганда кўриш мумкин:

- Берилган нолинчи гипотеза учун тақсимоти маълум бўлган тест статистикаси
- Муқобил гипотеза
- (Статистик) муҳимлик даражаси.

Рад этиш соҳаси нолинчи гипотеза рост бўлганда содир бўлиш эҳтимоллиги кам бўлган қийматлардан ташкил топади. Мантиқий мушоҳада занжири бу “Агар танламадан ҳисобланган тест статистикаси қиймати кам эҳтимолликка эга соҳада ётса, тест статистикаси кутилган тақсимотга эга бўлиши даргумондир ва шу сабабли, нолинчи гипотезанинг рост бўлиши ҳам даргумон бўлади". Агар муқобил гипотеза рост бўлса, унда тест статистиканинг қийматлари кескин равишда катта ёки кичик бўлади. "Катта" ва "кичик" иборалари тестнинг **муҳимлик даражаси** деб аталувчи эҳтимоллик α ни танлаш орқали амалга оширилади.

3.2.5. Хулоса қилиш

Гипотезани текшириш тугатилганида, албатта, тегишли хулоса қилиниши керак. Нолинчи гипотеза рад этилиши ёки этилмаслиги аниқ бўлиши керак. Шуни айтиш керакки, нолинчи гипотеза "қабул қилинди" деган иборадан кўра, "рад этилмади" дейиш бир қанча тушунмовчиликларнинг олдини олади[10].

Бундан ташқари хулоса муаммонинг иқтисодий контекстда нимани англатиши ва натижанинг иқтисодий аҳамиятини тушунарли тарзда баён этиши лозим. Бундай мураккаб ҳисоб-китоблар маълум бир сабаб ва мақсадни кўзлаб амалга оширилади ва шу сабабдан натижани изоҳлаш муҳим аҳамият касб этади.

3.3. Муқобил гипотезалар учун рад этиш соҳаси

Мазкур бўлимда нолинчи гипотеза $H_0 : \beta_j = c$ учун 3 нафар муқобил гипотезалар учун рад этиш қоидалари тушунтирилади. Олдинги бўлимда таъкидланганидек, нолинчи гипотезани рад этувчи соҳага бўлиш учун тест статистикаси ҳисобланиши керак (3.7). Иккинчидан, муқобил гипотезалар, яъни $\beta_k > c$, $\beta_k < c$, ёки $\beta_k \neq c$ аниқлаштирилиши керак. Учинчидан, ўтказилаётган статистик тестнинг муҳимлик даражаси α аниқ бўлиши керак.

3.3.1. Муқобил гипотеза «катта (>)» бўлганида текшириш

Нолинчи гипотеза $H_0 : \beta_j = c$ ни текширишда, агар муқобил гипотеза $H_1 : \beta_k > c$ рост бўлса, унда (3.7) даги t –статистиканинг қиймати t – тақсимот учун кескин равишда катта бўлиши кутилади. Агар ушбу тест

[illegible]

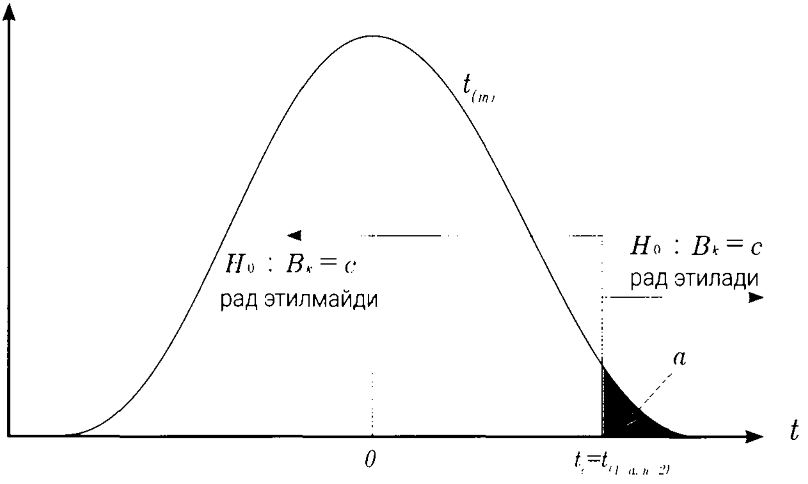
статистикаси α муҳимлик даражасида критик қийматдан катта бўлса, нолинчи гипотеза рад этилади. α нинг ўнг томонда қолдирувчи критик қиймати бу $(1-\alpha)$ - персентил $t_{(1-\alpha, n-2)}$ (3.2-расм). Масалан, агар $\alpha = 0.05$ ва $n-2=30$ бўлса, унда китоб иловасининг 2-жадвалига асосан, критик қиймат бу 95-персентил $t_{(0.95, 30)} = 1.697$ бўлади.

Рад этиш қоидаси қуйидагича:

Нолинчи гипотеза $H_0 : \beta_k = 0$ ни текширишда агар ҳисобланган $t \geq t_{(1-\alpha, n-2)}$ бўлса, у рад этилади ва муқобил гипотеза $H_1 : \beta_k > 0$ қабул қилинади.

Гипотезани текширишни бу тури бир томонлама тест ҳисобланади. Уни бундай аталишига сабаб, t-статистиканинг мумкин бўлган қийматлари эҳтимолий тақсимотнинг фақатгина бир томонига тушади. Агар нолинчи гипотеза рост бўлса, унда тест статистика (3.7) t-тақсимотга эга бўлади ва унинг қиймати тақсимотнинг ўнгдан маркази томон ёки критик қийматнинг чап томонига тушишга мойил бўлади. α муҳимлик даражаси шундай танланганки, агар нолинчи гипотеза рост бўлса, t-статистика қиймати тақсимотнинг ўнг томон дум қисмига тушиш эҳтимоллиги кам бўлиб, тасодифан содир бўлиши мумкин.

3.2-РАСМ **$H_0 : \beta_k = 0$ гипотезасини $H_1 : \beta_k > 0$ гипотезасига нисбатан бир томонлама текширишда рад этиш соҳаси**



Агар ҳисобланган тест статистикаси қиймати рад этиш соҳасига тегишли бўлса, нолинчи гипотеза рост бўлиши шубҳали бўлади ва у рад этилади, чунки бу ҳолат нолинчи гипотезага қарши далил сифатида келтирилади. Шу билан бирга, нолинчи гипотезага қарши далил муқобил гипотезани қўллаб-қувватловчи далил ҳисобланади. Шу сабабдан агар нолинчи гипотеза рад этилса, муқобил гипотеза қабул қилинади.

Агар нолинчи гипотеза $H_0 : \beta_k = c$ рост бўлса, унда тест статистика (3.7) t-тақсимотга эга бўлади ва унинг қийматлари $1-\alpha$ эҳтимоллик билан рад этилмайдиган соҳада ётади. Агар $t \geq t_{(1-\alpha/2,\, n-2)}$ бўлса, нолинчи гипотезага қарши ҳеч қандай статистик жиҳатдан далил йўқ ҳисобланади ва у рад этилмайди.

МИСОЛ

Озиқ-овқат истеъмоли мисолида $C = \beta_0 + \beta_1 INC + u$ модели параметрлари ҳисобланган эди. Тадқиқотчи олдига қўйиладиган савол – бу даромадлар ошиши озиқ-овқат истеъмолини оширадими?

1. Бу ўринда қўйиладиган гипотезаларни $H_0 : \beta_1 = 0$ ва $H_1 : \beta_1 > 0$ кўринишида тасвирлаш мумкин. $H_0 : \beta_1 = 0$ қизиқарли гипотеза, чунки H_0 рад этилмаса, $\beta_1 = 0$ бўлиши мумкин – бу эса даромадлар озиқ-овқат истеъмолига ҳеч қандай таъсир этмаслигини кўрсатади.

2. Агар H_0 рост бўлса, тест статистикаси қуйидагича ҳисобланади:

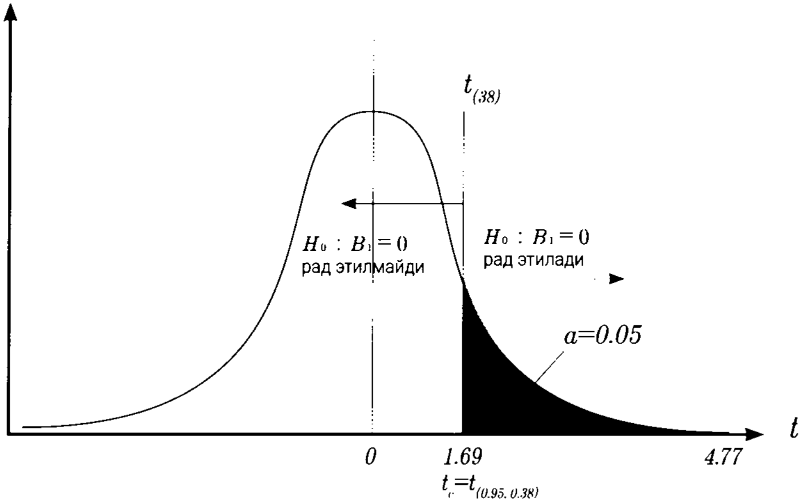
$$t = \frac{\overset{\wedge}{\beta}_1 - \beta_1}{se(\overset{\wedge}{\beta}_1)} = \frac{\overset{\wedge}{\beta}_1}{se(\overset{\wedge}{\beta}_1)} = \frac{0.596}{0.125} = 4.77$$

Бу ерда $\overset{\wedge}{\beta}_1$ ва $se(\overset{\wedge}{\beta}_1)$ аввалги бобда келтирилган EViews дастури ёрдамида ҳисобланган натижалардан олинган (2.2-жадвал).

3. Танлама ҳажми $n=40$ бўлгани учун эркинлик даражаси $df=n-2=38$ ни ташкил этади. $\alpha=0.05$ деб танланса, Стьюдентнинг t-тақсимоти ўнг думидан $\alpha=0.05$ эҳтимоллик ажратадиган критик

қиймати $t_c = t_{(0.95,\ 38)} = 1.686 \approx 1.69$ ни ташкил этади. Бу рад этиш соҳаси $t > t_c = 1.69$эканлигини кўрсатади. Ҳисобланган тест статистикаси $t = 4.77 > 1.69 = t_c$бўлгани боис, нолинчи гипотеза $H_0 : \beta_1 = 0$ рад этилади ва муқобил гипотеза $H_1 : \beta_1 > 0$, яъни даромадлар ошиши озиқ-овқат истеъмоли ошишига олиб келиши ҳақида хулоса қилинади. Бу ҳолат қуйидаги 3.3-расмда тасвирланган.

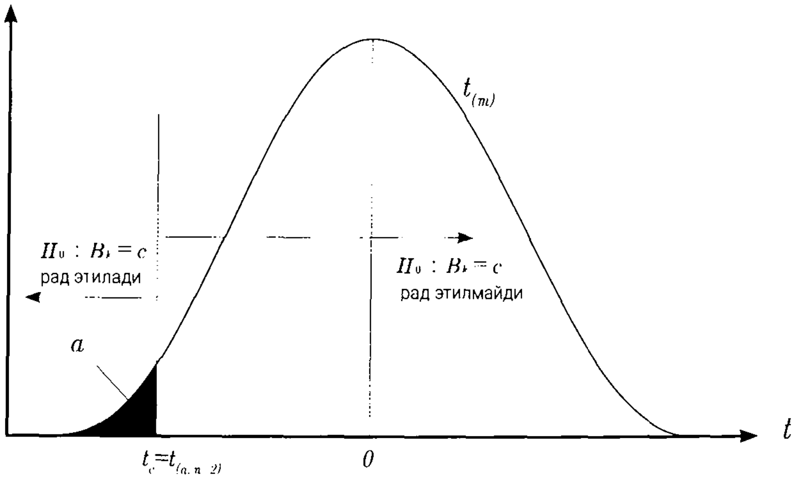
3.3-РАСМ $C = \beta_0 + \beta_1 INC + u$ **моделида** $H_0 : \beta_1 = 0$ **ва** $H_1 : \beta_1 > 0$ **ни текшириш**



3.3.2. Муқобил гипотеза «кичик (<)» бўлганида бир томонлама текшириш

Агар муқобил гипотеза $H_1 : \beta_k < c$ рост бўлса, унда (3.7) t-статистика қийматлари t-тақсимот учун кичик бўлишга мойил бўлади. Агар тест статистикаси α муҳимлик даражасида критик қийматдан кичик бўлса, нолинчи гипотеза рад этилади. α муҳимлик даражасида чап думда қолдирувчи критик қиймат бу α-персентил $t_{(\alpha/2,\ n-2)}$ ни ташкил этади (3.3-расм).

3.4-РАСМ **$H_0 : \beta_k = c$ ни $H_1 : \beta_k < c$ га қарши бир томонлама текширганда рад этиш соҳаси.**



Критик қийматларни аниқлаш учун 2-жадвални ишлатаётганда t-тақсимотнинг 0 га нисбатан симметрик экани ҳисобга олинса, тақсимотнинг α-персентил қолдирувчи қиймати ва (1-α)-персентил қолдирувчи қиймати қарама-қарши сонларни ташкил этади, чунки иккала думда бир хил юзага эга эҳтимоллик ажралади. Масалан, агар α=0.05 ва n-2=20 бўлса, унда 2-жадвалга асосан, t-тақсимотнинг 95-персентили $t_{(0.95,\ 20)} = 1.725$ га тенг ва 5-персентили $t_{(0.05,\ 20)} = -1.725$ га тенг.

Рад этиш қоидаси:

$H_0 : \beta_k = c$ ни $H_1 : \beta_k < c$ га нисбатан текширилаётганда, агар ҳисобланган тест статистикаси $t < t_{(\alpha,\ n-2)}$ бўлса, нолинчи гипотеза рад этилиб, муқобил гипотеза қабул қилинади.

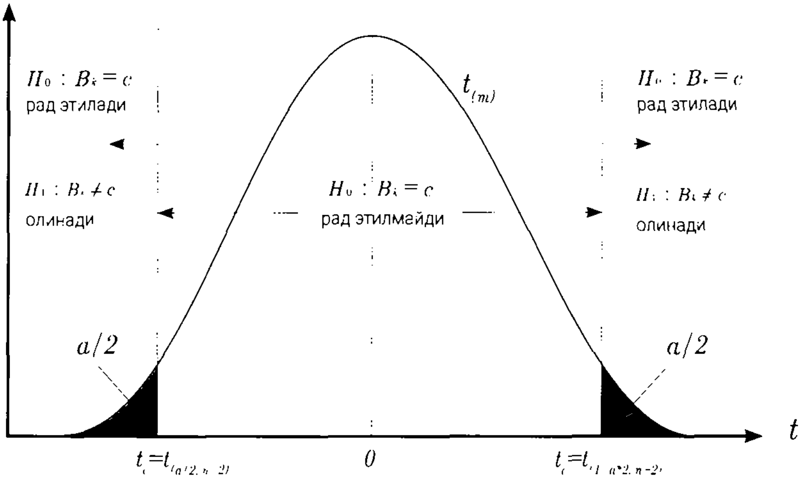
Рад этилмайдиган соҳа $t_{(\alpha,\ n-2)}$ дан катта бўлган t-статистика қийматларини ташкил этади. Нолинчи гипотеза рост бўлганда, бундай t-қийматни ҳисоблаб олиш эҳтимоллиги 1-α бўлганлиги боис, агар $t > t_{(\alpha,\ n-2)}$ бўлса, $H_0 : \beta_k = c$ рад этилмайди.

3.3.3. Муқобил гипотеза «тенг эмас (≠)» бўлганида икки томонлама текшириш

Нолинчи гипотеза $H_0 : \beta_k = c$ ни текширишда, агар муқобил гипотеза $H_1 : \beta_k \neq c$ рост бўлса, (3.7) t-статистика қиймати t-тақсимот учун одатдагидан кўра кескин кичик ёки катта бўлишга мойил бўлади. α муҳимлик даражасида текшириш учун критик қиймат шундай аниқланадики, t-статистикасининг бирор бир томонга тушиш эҳтимоллиги $\alpha/2$ бўлсин. У ҳолда чап томон критик қиймати $t_{(\alpha/2, n-2)}$ ва ўнг томон критик қиймати $t_{(1-\alpha/2, n-2)}$ деб белгиланади. Агар тест статистика $t \leq t_{(\alpha/2, n-2)}$ ёки $t \geq t_{(1-\alpha/2, n-2)}$ бўлса, нолинчи гипотеза $H_0 : \beta_k = c$ рад этилиб, муқобил гипотеза $H_1 : \beta_k \neq c$ олинади (3.4-расм).

Масалан, α =0.05 ва n-2=30 бўлса, унда α/2=0.025 бўлади ва чап томон критик қиймат 2.5-персентил қиймат $t_{(0.975, 30)} = 2.042$; ўнг томон критик қиймат эса 97.5-персентил $t_{(0.025, 30)} = -2.042$ бўлади. Ўнг томон критик қиймат 2-жадвалда кўрсатилган, чап томон критик қиймат эса t-тақсимот симметриясидан фойдаланиб топилади.

3.5-РАСМ $H_0 : \beta_k = c$ гипотезани $H_1 : \beta_k \neq c$ гипотезага нисбатан текширилганда рад этиш соҳаси



Гипотезани текширишнинг бундай усули рад этиш региони t-тақсимотнинг ўнг ва чап томондаги қисмларидан ташкил топганлиги сабабли, бундай текшириш **икки-томонлама текшириш** деб аталади. Нолинчи гипотеза рост бўлганда, ҳисобланган тест статистикаси қиймати тақсимотнинг бирор томонида бўлиши эҳтимоллиги жуда “кичик”. Критик қиймат тақсимотнинг икки дум қисмида ажратган эҳтимолликлари (бўялган соҳа) йиғиндиси α га тенг. Агар ҳисобланган тест статистикаси ушбу бўялган соҳада ётса, у нолинчи гипотеза фаразига мос келмайди ва шу сабабли унга қарши далил бўлиб хизмат қилади.

Иккинчи томондан, нолинчи гипотеза $H_0 : \beta_k = c$ рост бўлганда, тест статистикаси қийматини рад этилмайдиган марказий қисмида топиш эҳтимоллиги (1-α) юқоридир. Тест статистикасининг рад этилмайдиган марказий қисмда ҳисобланиши танлама қийматлари нолинчи гипотезага мос келади ва нолинчи гипотеза рад этилмаслиги тўғрисида хулосага олиб келади. Шу сабабдан, рад этиш қоидаси қуйидагича:

Агар $t_{(\alpha/2, n-2)} < t < t_{(1-\alpha/2, n-2)}$ бўлса, нолинчи гипотеза рад этилмайди. Бундай ҳолда у рад этилиб, муқобил гипотеза олинади.

3.4. p–қиймат

Гипотезани статистик текшириш натижаларини эълон қилишда, ***p*–қиймат** (инглизча ***probability value*** яъни эҳтимоллик қиймати ибораси қисқартмаси) дан фойдаланиш стандарт қоида сифатида кўрилади. p–қийматдан фойдаланишнинг афзаллиги шундаки, унда гипотезани текшириш натижаси ҳеч қандай критик қийматлар ҳисобламасдан ёки қидирмасдан бир хил хулосага келиш мумкин. Бундай тест p–қийматни танланган α муҳимлик даражаси билан солиштириш орқали амалга оширилади: муҳимлик даражаси этиб α =0.01, 0.05, 0.01 ёки бошқа бир қиймат танланса, критик қийматларни топмасдан уни p–қиймат билан солиштириб рад этиш ёки этмаслик тўғрисида хулоса қилинади. Тадқиқотларда p–қийматни кўрсатиш ўқувчига тегишли муҳимлик даражаси учун хулоса чиқаришга имкон беради.

p–қийматнинг қандай ҳисобланиши муқобил гипотезага боғлиқ. Агар t қиймати тест-статистикасининг ҳисобланган қиймати бўлса, унда p-қиймат қоидаси қуйидагича:

- агар $H_1 : \beta_k > c$ бўлса, p–қиймат = t нинг ўнг томонидаги эҳтимоллик;
- агар $H_1 : \beta_k < c, p$–қиймат = t нинг чап томонидаги эҳтимоллик;
- агар $H_1 : \beta_k \neq c, p$–қиймат =| t | нинг ўнг томонидаги ва – | t | нинг чап томонидаги эҳтимолликлар йиғиндисининг қиймати.

p–қийматни ҳисоблаш ва унинг асосида қарор қабул қилиш жараёнини қуйидаги мисолда кўриб чиқамиз.

МИСОЛ

Ушбу бобнинг 3.3.1.1. бўлимида озиқ-овқат истеъмоли $C = \beta_0 + \beta_1 INC + u$ моделида $H_0 : \beta_1 = 0$ ва $H_1 : \beta_1 > 0$ гипотезалари текширилган эди. Бунда $H_0 : \beta_1 = 0$ ростлиги фаразида

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{se(\hat{\beta}_1)} = \frac{\hat{\beta}_1}{se(\hat{\beta}_1)} = \frac{0.596}{0.125} = 4.77$$

деб ҳисобланди. Муқобил гипотеза "катта (>)" бўлгани боис, ушбу тестнинг p–қиймати $df = n - 2 = 38$ эркинлик даражасига эга t тасодифий ўзгарувчисининг 4.77 дан юқори қиймат қабул қилиши эҳтимоллигини кўрсатади, яъни

$$p\text{–қиймати} = P(t_{(38)} > 4.77) = 1 - P(t_{(38)} < 4.77) = 0.0000421.$$

Ушбу эҳтимоллик қийматини t-жадвалдан топиб бўлмайди, лекин Microsoft Excel, EViews каби дастурлардан фойдаланиб, осон топиб олиш мумкин.

p–қиймат қоидасига мувофиқ, ҳисобланган p–қиймат α=0.05 муҳимлик даражасидан кичик, яъни p–қиймат=0.0000421<0.05 бўлгани туфайли нолинчи гипотеза $H_0 : \beta_1 = 0$ рад этилади ва муқобил гипотеза $H_1 : \beta_1 > 0$ олинади. Агар α=0.01 деб танланганда ҳам $H_0 : \beta_1 = 0$ рад этилиб, $H_1 : \beta_1 > 0$ олинар эди, яъни гипотезаларни p–қиймат ёрдамида текшириш тадқиқотчи учун муҳимлик даражасини танлаш имконини яратади.

ТЕКШИРИШ УЧУН САВОЛЛАР

САВОЛ 1. **[Central Limit Theorem].** “Макроиқтисодиёт” фани бўйича 150 нафар тингловчилар томонидан тўпланган рейтинг баллари нормал тақсимланган бўлиб, математик кутилмаси 72 ва стандарт четланиши 9 га тенг.

a. Ихтиёрий танланган тингловчи “қониқарсиз”[11] баҳоланганлигининг эҳтимолини топинг.

b. Тасодифий n=30 ҳажмдаги танламанинг ўртачаси “аъло” баҳоланибди. Бунга ишонасизми?

c. Тасодифий n=30 ҳажмдаги танламанинг ўртачаси “қониқарли” баҳоланибди. Бунинг эҳтимоли қандай?

d. Агар рейтинг баллари ассиметрик тақсимотга эга бўлса, (b) ва (c) га берган жавобингиз қандай ўзгаради?

e. Чебишев теоремаси асосида ушбу нормал тақсимланган миқдор тўғрисида мулоҳаза юритинг.

САВОЛ 2. **[Interval Estimation].** Дисперсияси 36 га тенг тўпламдан ҳажми 30 га тенг тасодифий танлама танланди ва унинг ўртачаси ва стандарт оғмаси, мос равишда, 32 ва 11 ни ташкил этди.

e. Бош тўплам ўртачаси учун 90%, 95% ва 99% ишончлилик интервалини тузинг.

b. Агар σ^2=36 номаълум бўлса, (a) га берган жавобингиз қандай ўзгаради?

САВОЛ 3. **[Hypothesis Testing].** Муайян масалалар юзасидан гипотезалар шакллантирилди ва улар бўйича танлама моментлари ҳисобланди.

Масала 1	Масала 2	Масала 3
$H_0 : \mu = 25$	$H_0 : \mu = 45$	$H_0 : \mu = 100$
$H_1 : \mu > 25$	$H_1 : \mu < 25$	$H_0 : \mu \neq 100$
$\sigma = 6$	σ номаълум	σ номаълум

---

[11] 100 балл баҳолаш тизимида “қониқарсиз” баҳоланиш шартли равишда 55 баллдан паст балл назарда тутилади.

$n = 51$	$n = 41$	$n = 61$
$\overline{X} = 26.4$	$\overline{X} = 43$	$\overline{X} = 103$
	$s = 5.1$	$s = 11.5$
$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$

z — ёки t— жадваллари ёки Microsoft Excel ёрдамида

a. Тест статистикаси[12] ва унинг критик[13] қийматини ҳисобланг.

b. p—қийматни ҳисобланг.

c. Алоҳида (a) ва (b) асосида ни рад этиш ёки этмаслик ҳақида қарор қабул қилинг[14].

САВОЛ 4. **[Mean Comparison Test - Real Case]**. Ўзбекистон Республикаси Банк-молия академиясида аёл тингловчилар эркак тингловчилардан яхшироқ ўқишади. Бунга бир қанча тингловчилар, жумладан, аёл тингловчилар, ишонмайдилар. Ушбу гипотезани текшириш учун 2014/2015 ўқув йилининг 408 нафар тингловчиларидан тасодифий равишда n_m=20 нафар эркак ва n_f=15 нафар аёл тингловчилар танланди ва уларнинг семестрлар бўйича рейтинг кўрсаткичлари (marks) ҳисобланди.

a. Ушбу гипотезани берилган маълумотлар асосида текшириб кўринг.

   Кўмаклашувчи изоҳ. Танлама ўртачаларини интервалли баҳоланг / тест-статистикаси / p—қиймат орқали H_0 рад этиш ёки этмаслик ҳақида қарор қабул қилинг.

b. 2014/2015 ўқув йили бўйича барча тингловчилар ўртача рейтинг баллари нечага тенг бўлиши мумкин?[15]

---

[12] [illegible] *stat* ёки *t stat* деб [illegible]

[13] [illegible] α [illegible] z_α ёки t_α [illegible]

[14] [illegible] H [illegible]

[15] [illegible] 408 нафар [illegible]

САВОЛ 5. **[Applied Case]**. Иш берувчи ўз ходимлари учун уй-жой дастурини амалга ошириш мақсадида Сизга бугунги кундаги уй-жой нархларини ўрганишни буюрди. Ихтиёрий равишда янги сотиб олинган уй нархлари шаҳар бўйича ўрганилиб, қуйидаги бешта уй бўйича маълумот (нархлари ва хоналар сони) тўпланди ва бозордаги ўртача уй нархлари учун 95% ишончлилик интервали тузилди.

price, минг АҚШ долларида[16]	rooms
57	2
38	3
4	3
49.6	3
95.5	6

$$\mu = \overline{X} \mp t_{0.025}\frac{S}{\sqrt{n}} = 57.6$$

Бу натижа ҳамкасабангиз Лочинга бир оз тривиал (кулгули) туюлди, чунки юқорида ҳисобланган интервал нисбатан кенг эди. Лочин: “Уй нархини 50 минг деб ҳисоблайлик”, -деб таклиф берди. Яхшироқ натижа учун нима қилиш мумкин? Шу ўринда формулага назар солиб, танлама ҳажмини бошқариш мумкинлигини англадингиз.

Демак, агар n оширилса, $S/\sqrt{n}$ камайиши мумкинлиги фаҳмладингиз ва қўшимча маълумот тўплашга киришдингиз. Бу сафар n=88 га ўзгарди (seminar5-6.xlsx/q5).

a. Юқорида ҳисобланган интервални текширинг ва тўғри эканлигига иқрор бўлинг.

b. Янги тўпланган маълумотларни ҳисобга олиб, бозордаги ўртача уй нархлари учун қайта ишончлилик интервалини тузинг.

c. Лочин таклиф қилган нархни қабул қилса бўладими?

d. Уй нархлари унинг хоналар сонига қай даражада боғлиқ? Нуқтали диаграмма, корреляция ва йиғилган маълумотлар асосида регрессия моделини тузиб, уни иқтисодий талқин этинг ва сифатини баҳоланг.

e. Хоналар сони бўйича уйнинг ўртача нархларини ҳисобланг. “Ҳар бир уй учун қўшилган бир бирлик хона[17] уй нархини 9 000 АҚШ долларига оширади”. Ушбу фараз ростми?

[illegible]

[illegible]

4

КЎП ОМИЛЛИ РЕГРЕССИЯ МОДЕЛИ

4.1. ҚОЛДИРИЛГАН ЎЗГАРУВЧИЛАР НАТИЖАСИДА СИЛЖИШ

Аввалги бобларда оддий регрессия модели (бир ўзгарувчи – эрксиз ўзгарувчи, регрессанднинг бошқа бир ўзгарувчи – эркли ўзгарувчи, регрессорга боғлиқлиги) ни кўриб чиқдик. Оддий регрессия модели бир қатор ҳолатларда фойдали бўлса-да, иқтисодий жараёнлардаги ўзгаришлар бир нечта омиллар ўзгариши билан боғлиқ бўлади. Масалан, муайян товар ёки хизматга бўладиган талаб миқдори нафақат унинг нархига, балки истеъмолчи даромади, бозордаги ўрнини босувчи ва тўлдирувчи товарлар нархларига ҳам боғлиқ бўлади. Эрксиз ўзгарувчини бу каби бир нечта омиллар билан боғлиқлиги эконометрик моделлаштирилса, кўп омилли регрессия модели ҳосил бўлади:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + u$$

Бунда регрессанд y $x_1, x_2, \dots x_k$ регрессорлар орқали тушунтирилади ва

β_0 : озод ҳад

β_1 : регрессор x_1 билан боғлиқ параметр

β_2 : регрессор x_2 билан боғлиқ параметр ва ҳоказо.

1-мисол

Умумий иқтисодиёт, хусусан, маркетинг назариясига кўра, фирма сотувлари ҳажми (sales) сотилаётган товар нархи (price), реклама харажатлари (ads) ва бошқа омилларга боғлиқ. Бундай боғлиқликни қуйидагича эконометрик моделлаштириш мумкин:

$$sales = \beta_0 + \beta_1 price + \beta_2 ads + \cdots + u$$

Бунда β_1 товар нархини сотувлар ҳажмига таъсирини ўлчайди, β_2 эса реклама харажатларининг сотувлар ҳажмига харажат қилинган даврдаги таъсирини ўлчайди[18].

2-мисол

Меҳнат бозори тадқиқотчилари кадрлар эришган таълим даражаси ($educ$) қай даражада уларнинг иш ҳақлари ($wage$) га таъсир қилишини кенг ўрганадилар. Иш ҳақлари таълимдан ташқари ишчининг малакаси ($exper$), ички қобилияти ($abil$) ва бошқа омилларга боғлиқ. Бундай боғлиқликни қуйидаги модел орқали ифодалаймиз.

$$wage = \beta_0 + \beta_1 educ + \beta_2 exper + \beta_3 abil + \cdots + u$$

Параметрлар тегишли регрессорнинг иш ҳақларига ceteris paribus самарасини ўлчаса-да, тадқиқотчи сифатида бизга фақатгина таълимнинг таъсири β_1 қизиқарли бўлсин. Шу билан бирга, бошқа ўзгарувчилар контрол ўзгарувчилар сифатида моделга киритилади; акс ҳолда, тадқиқ этилаётган β_1 параметрининг ҳисобланган қиймати ҳақиқийсига нисбатан силжиб қолиш хавфи мавжуд (кейинги бобда батафсилроқ муҳокама қилинган!) ва иқтисодий жиҳатдан қилинган талқиннинг нотўғри изоҳи шаклланиши мумкин.

Гаусс-Марков теоремасининг шартларига мувофиқ тасодифий хатоликнинг шартли ўртача қиймати нолга тенг:

$$E(u \mid x_1, x_2, \ldots x_k) = 0$$

Бу тасодифий хатолик[19] ҳеч бир регрессорга боғлиқ бўлмаслигини тақозо этади. Оддий регрессия моделларида бу шарт аксарият ҳолларда қониқтирилмайди. Мисол учун $wage = \beta_0 + \beta_1 educ + u$

---

[18] Регрессор томонидан эркли ўзгарувчига кўрсатилаётган таъсир [illegible] яъни ceteris paribus фарази асосида ҳисобга олиниши керак.

[19] Оддий регрессия учун бу $E(u \mid x) = 0$ шаклини олади.

моделида ишчилар томонидан олинадиган иш ҳақлари нафақат таълимга, балки уларнинг ички қобилияти ($abil$) га ҳам боғлиқ эканлиги умумий мантиқ ёки иқтисодий назариядан маълум.

Шу нуқтаи назардан $wage = \beta_0 + \beta_1 educ + \beta_2 abil + u$ модели реалликни яхшироқ ифодалагани туфайли шу моделни ҳақиқий модел деб тасаввур қилинг. Ички қобилият ўзгарувчисини миқдорий ифодалаш мушкул масала[20] ёки бу ўзгарувчи бўйича маълумот йиғилмагани сабабли $wage = \widetilde{\beta}_0 + \widetilde{\beta}_1 \bullet educ + u$ моделини, яъни ички қобилият ($abil$) ўзгарувчисини тушириб ҳисобласак, агар ишчининг ички қобилияти унинг таълим даражасини белгиласа (аслида белгилайди ҳам!), яъни $abil$ ва $educ$ умумий мантиқ ёки иқтисодий назарияга кўра, боғлиқлиги ўрнатилса, $E(u \mid x) \neq 0$ бўлади ва натижада ҳисобланган $E(\widehat{\beta}_1) \neq \beta_1$ эканлиги келиб чиқади. Бунда ҳисобланган параметрлар қарор қабул қилиш учун фойдали бўлмайди.

Буни математик жиҳатдан изоҳлаш мақсадида қуйидаги ҳолатни кўриб чиқайлик. Ҳақиқий модел $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + u$ бўлсин. Шу билан бирга, танламада y ва x_1 ўзгарувчилари бўйича маълумот йиғилган, x_2 бўйича эса маълумот йўқ ёки у рақамларда ўлчаш қийин ўзгарувчи (ички қобилият каби) бўлсин. Бунда модел $y = \widetilde{\beta}_0 + \widetilde{\beta}_1 x_1 + u$ бўйича ҳисобланган параметрлар ҳақиқий параметрдан фарқли бўлиб қолиб, ўрта ҳисобда силжиб қолади.

$$\tilde{\beta}_1 = \frac{\sum(x_1 - \bar{x}_1)y_i}{\sum(x_1 - \bar{x}_1)^2} = \frac{\sum(x_1 - \bar{x}_1)(\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_2 + u)}{\sum(x_1 - \bar{x}_1)^2}$$

$$= \frac{\sum(x_1 - \bar{x}_1)}{\sum(x_1 - \bar{x}_1)^2}\beta_0 + \frac{\sum(x_1 - \bar{x}_1)x_1}{\sum(x_1 - \bar{x}_1)^2}\beta_1 + \frac{\sum(x_1 - \bar{x}_1)x_2}{\sum(x_1 - \bar{x}_1)^2}\beta_2 + \frac{\sum(x_1 - \bar{x}_1)u}{\sum(x_1 - \bar{x}_1)^2}$$

Бунда,

$$\sum(x_1 - \bar{x}_1) = \sum(x_1) - \sum(\bar{x}_1) = n\bar{x}_1 - n\bar{x}_1 = 0,$$

$$\begin{aligned}\sum(x_1 - \bar{x}_1)^2 &= \sum(x_1 - \bar{x}_1)(x_1 - \bar{x}_1)\\ &= \sum(x_1 - \bar{x}_1)x_1 - \sum(x_1 - \bar{x}_1)\bar{x}_1\\ &= \sum(x_1 - \bar{x}_1)x_1 - \bar{x}_1\sum(x_1 - \bar{x}_1)\\ &= \sum(x_1 - \bar{x}_1)x_1\end{aligned}$$

---

[20] [illegible]

ҳамда $\sum(x_1 - \bar{x}_1)u = E(xu) = 0$ (Гаусс-Марков шартларидан бири) эканлигини ҳисобга олсак,

$$E(\tilde{\beta}_1) = \beta_1 + \frac{\sum(x_1 - \bar{x}_1)x_2}{\sum(x_1 - \bar{x}_1)^2}\beta_2$$

Ушбу тенгликда $\frac{\sum(x_1 - \bar{x}_1)x_2}{\sum(x_1 - \bar{x}_1)^2}\beta_2$ қисми $\tilde{\beta}_1$ нинг ўз ҳақиқий қиймати β_1 га нисбатан силжишини кўрсатади. Ушбу силжиш икки ҳолатда 0 га тенг: (1) агар β_2=0 бўлса, яъни x_2 нинг таъсири йўқ ёки у регрессанднинг омили эмас ва (2) $\sum(x_1 - \bar{x}_1)x_2 = cov(x_1, x_2) = 0$ бўлса, яъни x_1 ҳамда x_2 бир-бирига умуман боғлиқ бўлмаса. Аксарият ҳолларда бир омил иккинчисига боғлиқ бўлгани боис, қолдирилган ўзгарувчи(лар) натижасида силжиш ҳосил бўлади.

4.2. КЎП ОМИЛЛИ РЕГРЕССИЯ МОДЕЛЛАРИДА ПАРАМЕТРЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

Параметрларни ҳисоблаш механикаси бир нечта амални амалга оширишни тақозо этади. Муайян танлама k омилдан иборат регрессия тенгламаси қуйидагича берилган бўлсин:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \ldots + \beta_k x_{ik} + u_i$$

Оддий регрессия бобида муҳокама қилинганидек, ЭКК усули ёрдамида параметрларнинг нуқтавий баҳосини топиб оламиз. Бунда юқоридаги тенгламадан ҳар бир тасодифий хатолик $u_i = y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 x_{i2} - \ldots - \beta_k x_{ik}$ эканлигини назарда тутиб,

$$\sum_{i=1}^{n}\hat{u}_i^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \widehat{\beta_0} - \widehat{\beta_1}x_{i1} - \widehat{\beta_2}x_{i2} - \ldots - \widehat{\beta_k}x_{ik})$$

Ҳар бир параметрга нисбатан биринчи тартибдаги шартлар (ҳосилалар) қуйидаги натижани беради:

$$\frac{d\hat{u}_i^2}{d\beta_0} = -2\sum_{i-1}^{n}(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{i1} - \hat{\beta}_2 x_{i2} - \ldots - \hat{\beta}_k x_{ik}) = 0$$

$$\frac{d\hat{u}_i^2}{d\hat{\beta}_1} = -2\sum_{i=1}^{n}x_{i1}(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{i1} - \hat{\beta}_2 x_{i2} - \ldots - \hat{\beta}_k x_{ik}) = 0$$

$$\frac{d\hat{u}_i^2}{d\hat{\beta}_2} = -2\sum_{i=1}^{n}x_{i2}(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{i1} - \hat{\beta}_2 x_{i2} - \ldots - \hat{\beta}_k x_{ik}) = 0$$

$$\ldots$$

$$\frac{d\hat{u}_i^2}{d\hat{\beta}_k} = -2\sum_{i=1}^{n}x_{ik}(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{i1} - \hat{\beta}_2 x_{i2} - \ldots - \hat{\beta}_k x_{ik}) = 0$$

Бугунги кунда ушбу $k+1$ тенгламалар тизимидан $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$ ... $\hat{\beta}_k$, параметрларини компьютер ёрдамида ҳисобланади.

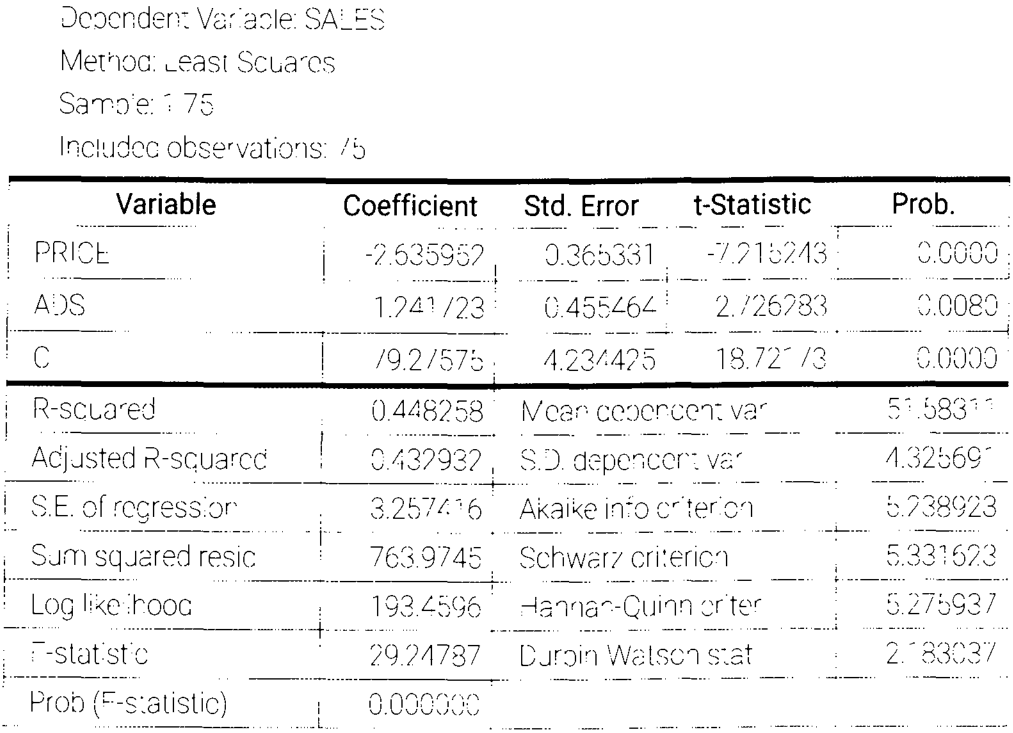
Шу билан бирга, унинг моҳиятини англаш мақсадида қуйидаги мисолни келтириб ўтамиз. $sales = \beta_0 + \beta_1 price + \beta_2 ads + u$ моделида қўйиладиган бир қатор қизиқарли масалалардан нархни туширилганда, сотувлар ҳажми қанчага ўзгаради ёки рекламага сарфланган маблағлар самарадорлиги қандай бўлди каби саволларга жавоб олишимиз учун бу модел параметрлари ҳисобланиши керак. Берилган маълумот асосида EViews дастури ёрдамида ҳисобланган параметрлар ҳисобланган $\widehat{sales} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 price + \hat{\beta}_2 ads$ қуйидаги жадвалда келтирилган. Ҳисобланган параметрларни ўрнига қўйсак, $\widehat{sales} = 79.28 - 2.64 \bullet price + 1.24 \bullet ads$ кўринишига эга бўлди.

Нарх омили билан боғлиқ коэффициент -2.64 га тенг. Юқори нархлар кам сотув ҳажми (ёки паст нархлар юқори сотув ҳажми) билан боғлиқ бўлгани учун кутилганидек манфий. Фирмалар рекламага сотув ҳажмини кўпайтириш мақсадида сарф қилишларини ҳисобга олсак, мусбат коэффициент 1.24 ҳам кутилганидек. Коэффициентнинг кутилган ишораларга эга бўлиши ҳисобланадиган параметрга қўйиладиган энг зарурий шартлардан ҳисобланади[21], чунки акс ҳолда бошқа зарурий шартлар ҳақида фикр юритаолмаймиз. Бундан ташқари, стандарт хатоликлар етарли паст бўлгани учун юқори t—статиска ва 1% дан кичик бўлган p—қийматлар ҳосил бўлди.

[illegible]

4.1-ЖАДВАЛ

$sales = \beta_0 + \beta_1\, price + \beta_2\, ads + u$ **модели параметрларини ҳисоблаш**



Dependent Variable: SALES
Method: Least Squares
Sample: 1 75
Included observations: 75

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PRICE	-2.635952	0.365331	-7.215243	0.0000
ADS	1.241723	0.455464	2.726283	0.0080
C	79.27575	4.234425	18.72173	0.0000

R-squared	0.448258	Mean dependent var	51.58311
Adjusted R-squared	0.432932	S.D. dependent var	4.325691
S.E. of regression	3.257416	Akaike info criterion	5.238923
Sum squared resid	763.9745	Schwarz criterion	5.331623
Log likelihood	193.4596	Hannan-Quinn criter.	5.275937
F-statistic	29.24787	Durbin-Watson stat	2.183037
Prob (F-statistic)	0.000000		

R^2=0.448, яъни сотув ҳажми вариациясининг 44.8% нарх ва реклама харажатлардаги ўзгаришларни тушунтирмоқда. Гарчи ёш иқтисодчилар R^2 қийматига катта урғу берсалар-да, бу жуда юқори ёки жуда паст дейишга асосимиз йўқ.

4.3. БИНАР ЎЗГАРУВЧИЛАР

Реал ҳаётда бинар ўзгарувчилар кўп учрайди ва улар фақатгина иккита қиймат қабул қилади: 0 ёки 1. Масалан, одам жинси (эркак ёки аёл), объект жойлашуви (шаҳар ёки қишлоқ), бугунги об-ҳаво (ёмғир ёғади ёки ёғмайди), талабанинг имтиҳондан муваффақиятли ўтиши (етарли баланд ёки етарли баланд бўлмаган балл тўплаши) ва ҳоказо.

Бинар ўзгарувчилар кўп омилли регрессия доирасида регрессор сифатида қўлланилади[22]. Уй-жой бозоридан қуйидаги мисолни кўрайлик. Тошкент шаҳрида уй нархларини белгиловчи яшаш жойи юзаси, хоналар сони, этажи каби омиллардан энг асосийси унинг жойлашган жойи (марказ ёки четда) ҳисобланади.

$$price = \beta_0 + \beta_1 D + \beta_2\, area + \beta_3\, rooms + u$$

моделни кўрайлик. Бунда, $price$ – уй нархи, $area$ – яшаш жойи юзаси, $rooms$ – хоналар сони ҳамда D – уйни марказ ёки четда жойлашган эканлигини кўрсатувчи бинар ўзгарувчини белгиласин, яъни

D=1 (агар уй марказда жойлашган бўлса) ёки 0 (бошқа ҳолатда)

Бунда агар D=1 бўлса,

$$price = (\beta_0 + \beta_1) + \beta_2 area + \beta_3 rooms + u$$

Агар D=0 бўлса,

$$price = \beta_0 + \beta_2 area + \beta_3 rooms + u$$

Шу икки регрессия тенгламаси фақатгина β_1 миқдори билан фарқланади. Бир хил яшаш жойи юзаси ва хоналар сонига эга бўлган уйлар кўрилганда, марказда жойлашган уй нархи четда жойлашган уй нархидан ўрта ҳисобда β_1 шартли бирлик (сўм, масалан) баландроқ бўлади. Шу нуқтаи назардан берилган танлама учун β_1>0 бўлиши кутилади.

---

[22] [illegible]

4.4. МУЛЬТИКОЛЛИНЕАРЛИК

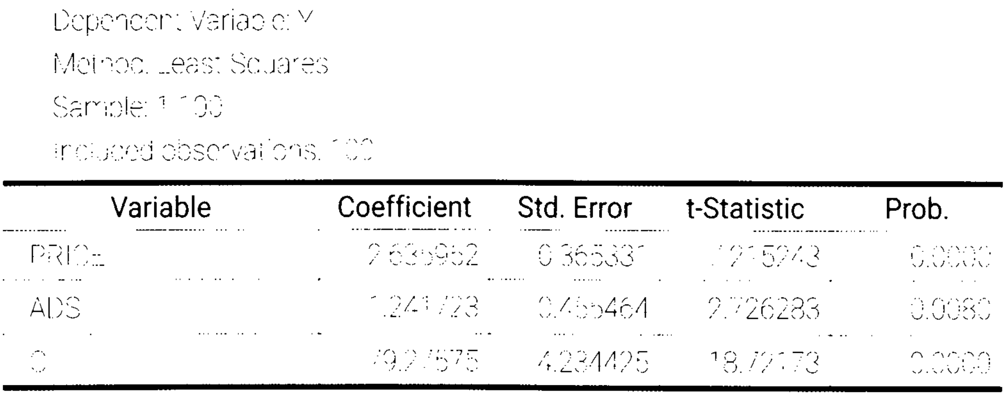
Мультиколлинеарлик муаммоси бир-бирига чизиқли боғланган регрессорлар регрессия моделида ишлатилганда намоён бўлади.

Мисол учун инсон жинси бўйича бинар ўзгарувчини кўрайлик. У иккита қиймат қабул қилади: эркак (male) ёки аёл (female). Олдин кўрилган иш ҳақи регрессиясини жинслар бўйича кўриш мақсадида $wage = \beta_0 + \beta_1 \cdot educ + \beta_2 \cdot abil + u$ моделини $wage = \beta_0 + \beta_1 \cdot male + \beta_2 \cdot female + \beta_3 \cdot educ + \beta_4 \cdot abil + u$ деб ўзгартирсак, моделда мультиколлинеарлик муаммоси пайдо бўлади, чунки $female$ ва $male$ ўзгарувчилари бир-бирига чизиқли функционал боғланган, яъни $male = 1 - female$ (ёки $female = 1 - male$).

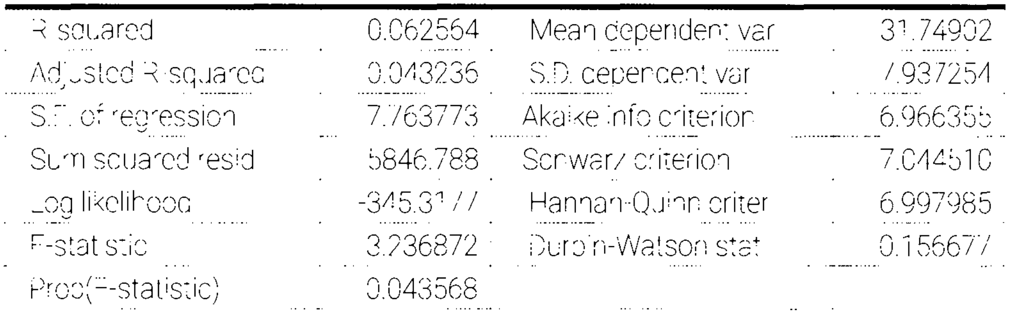
Бошқа мисол, Кейнс истеъмол функциясини олайлик. Унда аҳоли (озиқ-овқат истеъмоли ($CONS$) даромад (INC) га боғлиқ кўрилади: $CONS = \beta_0 + \beta_1 \cdot INC + u$. Агар ушбу моделда биз даромадларни, яъни миллий валюта сўмни (INC_{UZS}) бошқа валюта (INC_{USD}) даги қийматини қўшиб, яъни $CONS = \beta_0 + \beta_1 \cdot INC_{UZS} + \beta_1 \cdot INC_{USD} + u$ моделини ҳисобласак, мультиколлинеарлик муаммоси вужудга келади, чунки $INC_{USD} = \varepsilon \cdot INC_{UZS}$, ε – USD/UZS валюта курси.

Мультколлинеарлик муаммосини янада чуқурроқ тушуниш мақсадида қуйидаги ҳисобланган регрессия моделини кўрайлик.

4.2-ЖАДВАЛ $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u$ **моделида мультиколлинеарлик аломатлари**



```
Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Sample: 1 100
Included observations: 100

      Variable          Coefficient   Std. Error   t-Statistic      Prob.

   PRICE                 2.635962     0.365331     7.215243        0.0000
   ADS                   1.241723     0.455464     2.726283        0.0080
   C                     79.27575     4.234425     18.72173        0.0000
```



```
R-squared              0.062564    Mean dependent var      31.74902
Adjusted R-squared     0.043236    S.D. dependent var      7.937254
S.E. of regression     7.763773    Akaike info criterion   6.966355
Sum squared resid      5846.788    Schwarz criterion       7.044510
Log likelihood        -345.3177    Hannan-Quinn criter.    6.997985
F-statistic            3.236872    Durbin-Watson stat      0.156677
Prob(F-statistic)      0.043568
```

Эътибор беринг, ушбу регрессияда x_1 ва x_2 регрессорлар билан боғлиқ t–статистика статистик муҳим эмас, лекин умумий F-статистика статистик муҳим. x_1 ва x_2 регрессорлар ўртасидаги корреляцияни текширсак, $corr(x_1, x_2)$=0.95, яъни жуда ҳам юқори эканлиги маълум бўлади. Юқори корреляцияга эга бўлган регрессорлар моделда ишлатилганида шу каби ҳолат юзага келади. Кўп омилли моделларда ихтиёрий параметр дисперсияси қуйидаги формула орқали ҳисобланади:

$$var(\hat{\beta}_j) = \frac{\sigma^2}{SST_j(1 - R_j^2)}$$

Бунда $j = \{1, 2, \ldots k\}$, $SST_j = \sum(x_{ij} - \bar{x}_j)^2$, яъни x_j нинг танламадаги вариацияси, R_j^2 эса x_j регрессанд сифатида ишлатиб, бошқа регрессорларга қилинган регрессиянинг R^2.

Агар $corr(x_1, x_2)$=1 бўлса, яъни x_1 ва x_2 чизиқли боғланган бўлса, R_j^2=1 бўлади ва дисперсияни ҳисоблаш имкони бўлмайди. Агар R_j^2 жуда юқори бўлса, дисперсияни ҳисоблаш мумкин бўлсада, дисперсияни ҳисоблашда ишлатиладиган маҳраж камаяди ва бу дисперсияни оширишга хизмат қилади.

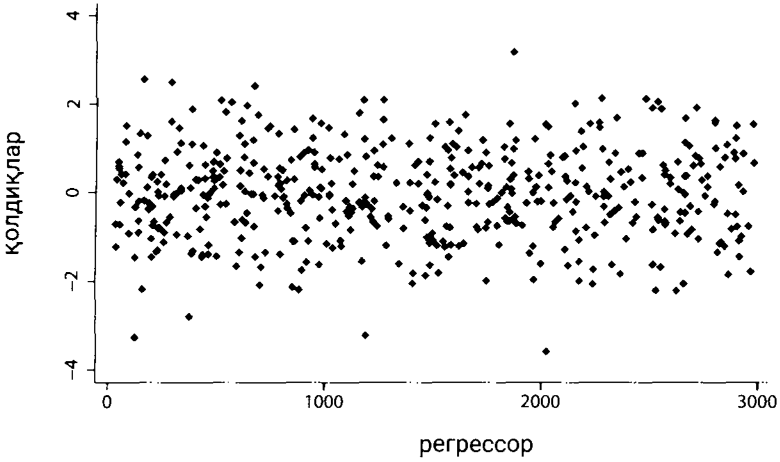
4.5. ХЕТЕРОСКЕДАСТИКЛИК

Гаусс-Марков теоремаси шартларидан бири - бу тасодифий хатолик ўзгармас дисперсияга эга (хомоскедастик) бўлиши керак, яъни $var(u_i) = \sigma^2$. Бунда ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган параметрларнинг стандарт хатоликлари энг кичик бўлиши таъминланади. Муайян моделда бу шарт қониқтирилмаса, хетероскедастиклик муаммоси юзага келади ва $var(u_i) = \sigma_i^2$ ёки $var(u_i) \neq \sigma^2$ ҳолат юзага келади.

Хетероскедастиклик муаммосини аниқлаш. Хетероскедастикликни танламадан ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган қолдиқлар графиги асосида кўриш мумкин. Бундай усул расмий ҳисобланмаса-да, хетероскедастиклик муаммоси кучли бўлган ҳолатларни аниқлашда қўл келади.

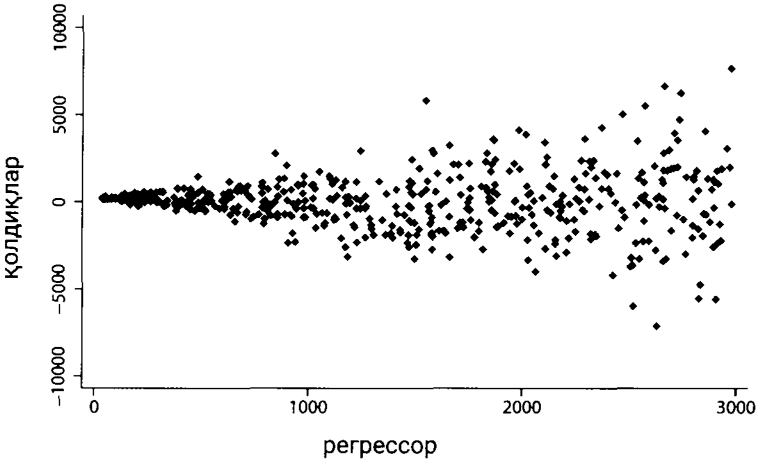
Қуйидаги графикларга эътибор беринг. Абсцисса (x–) ўқида регрессор ёки кўп омилли регрессия моделига киритилган регрессорларнинг чизиқли комбинацияси, ордината (y–) ўқида эса, ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган моделдан қолдиқлар кўрсатилган. Барча қолдиқлар нормал тақсимот қонунига бўйсунади. 4.1-расмда хатоликлар регрессор қийматлари бўйича текис тақсимланган ва уларнинг дисперсияси деярли ўзгармас. Бундай хатоликлар хомоскедастик дейилади ва тегишли Гаусс-Марков теоремаси шартини бажаради.

4.1.1-РАСМ **Хомоскедастик хатоликлар** (Берилган регрессор қийматларига учун қолдиқлар дисперсияси ўзгармас)



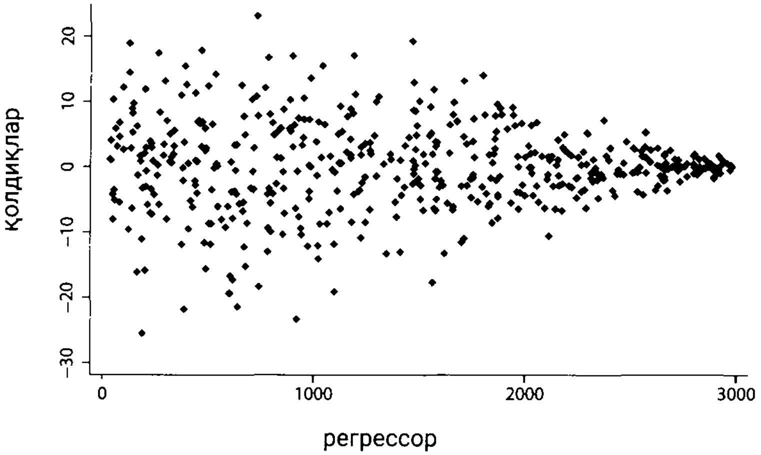
Симуляция маълумотлари

4.1.2-РАСМ **Хетероскедастик хатоликлар** (Регрессор ошиши билан қолдиқлар дисперсияси ҳам ошмоқда)



Симуляция маълумотлари

4.1.3-РАСМ **Хетероскедастик хатоликлар** (Регрессор ошиши билан қолдиқлар дисперсияси камаймоқда)



Симуляция маълумотлари

График усул фойдали бўлса-да, хетероскедастикликлик муаммосини аниқлашда расмий тестлардан кенг фойдаланилади. Шулардан биринчиси, Бройш-Паган (БП) тестидир. Унда хетероскедастикликни чизиқли формалари, агар мавжуд бўлса, ушбу тест ёрдамида аниқланади. Тестни амалга ошириш учун қуйидаги ҳисоблашлар амалга оширилади:

1. Кўп омилли регрессияни ЭКК усулидан фойдаланган ҳолда қолдиқлар ҳисобланади.

2. Қолдиқларнинг квадратлари ва улардан регрессанд сифатида фойдаланган ҳолда, регрессорларга нисбатан регрессия модели ҳисобланади, яъни $\hat{u}^2 = \delta_0 + \delta_1 x_1 + \delta_2 x_2 + \ldots + \delta_k x_k +$ хатолик модели ҳисобланиб, унинг $R^2_{\hat{u}^2}$ сақланади.

3. Охирги моделдан F-статистика (ёки LM-статистикаси) ҳисобланиб, унинг p—қиймати $F_{k, n-k-1}$ тақсимоти (ёки X^2_k тақсимоти) дан фойдаланиб ҳисобланади. Бунда

$$F\text{—}\textbf{статистика} = \frac{R^2_{\hat{u}^2}/k}{(1 - R^2_{\hat{u}^2})/(n - k - 1}$$

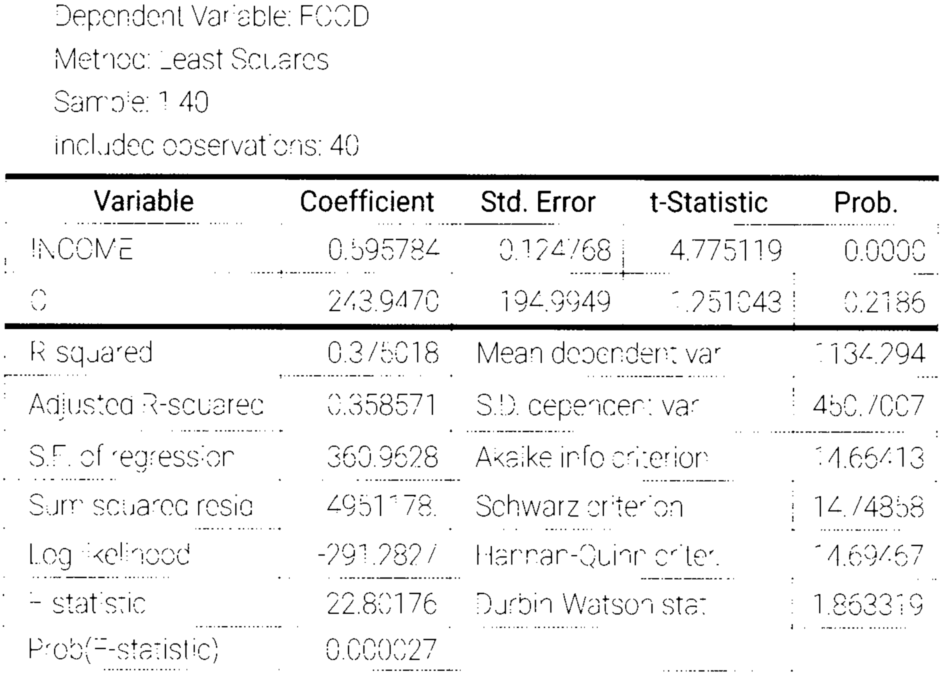
$$(LM\text{—}\textbf{статистика} = nR^2_{\hat{u}^2}$$

Нолинчи гипотеза хомоскедастиклик фаразини ташкил этади, шунинг учун танлама асосида ҳисобланган F- ёки LM-статистикаси тегишли ўзининг критик қийматларидан баланд бўлса (ёки p—қиймат анъанавий 1%, 5% ёки 10% дан кам бўлса), нолинчи гипотеза рад этилади ва моделда хетероскедастиклик муаммоси мавжудлиги аниқланади.

Қуйида ҳисобланган $FOOD = \beta_0 + \beta_1 \bullet INCOME + u$[23] моделга ($FOOD$ - муайян уй хўжалигининг ойлик озиқ-овқат истеъмоли, $INCOME$ – шу уй хўжалигининг ойлик даромади, минг сўмларда) эътибор беринг.

[illegible]

4.3-ЖАДВАЛ $FOOD = \beta_0 + \beta_1 \cdot INCOME + u$ моделида мультиколлинеарлик аломатлари



```
Dependent Variable: FOOD
Method: Least Squares
Sample: 1 40
Included observations: 40

Variable              Coefficient   Std. Error   t-Statistic   Prob.
INCOME                0.595784      0.124768     4.775119      0.0000
C                     243.9470      194.9949     1.251043      0.2186

R-squared             0.375018      Mean dependent var       1134.294
Adjusted R-squared    0.358571      S.D. dependent var       450.7007
S.E. of regression    360.9628      Akaike info criterion    14.66413
Sum squared resid     4951178.      Schwarz criterion        14.74858
Log likelihood        -291.2827     Hannan-Quinn criter.     14.69467
F-statistic           22.80176      Durbin-Watson stat       1.853319
Prob(F-statistic)     0.000027
```

Модел параметрларини ҳисобланган параметрлар билан алмаштирсак, регрессия тенгламасини $\widehat{FOOD} = 244 + 0.6 \cdot INCOME$ кўринишида ёзиш мумкин бўлади. Параметрлар ишоралари кутилганидек: уй хўжаликлари даромадлари 100 минг сўмга ошса, ўрта ҳисобда озиқ-овқат истеъмоли 60 минг сўмга ошмоқда (бошқа омиллар ўзгармаган шароитда). Даромади йўқ уй хўжаликлари ўрта ҳисобда 244 минг сўмга эквивалент озиқ-овқат истеъмол қилмоқдалар. Иқтисодий жиҳатдан даромади йўқ уй хўжаликлари қандай қилиб, озиқ-овқат истеъмол қилиши бироз мантиқсиз туюлса-да, уни тушунтириш мумкин.

Биринчидан, бизда уй хўжаликларининг яшаши тўғрисида маълумот бўлмаса-да, даромади йўқ уй томорқада етиштирилган озиқ-овқатни истеъмол қилган бўлиши мумкин.

Иккинчидан, агар бу ҳисобланган параметрнинг статистикасига эътибор берсак, у статистик муҳим эмас. Кўпинча даромад олдидаги параметр иқтисодий жиҳатдан қарор қабул қилишда ишлатилгани боис, айнан шу параметрнинг статистик хоссалари муҳимроқ. Ушбу мисолда $\hat{\beta}_1$ статистик муҳимлиги 1% даражада, яъни агар модел "тўғри" ҳисобланган бўлса, уни қарор қабул қилиш учун фойдаланса бўлади.

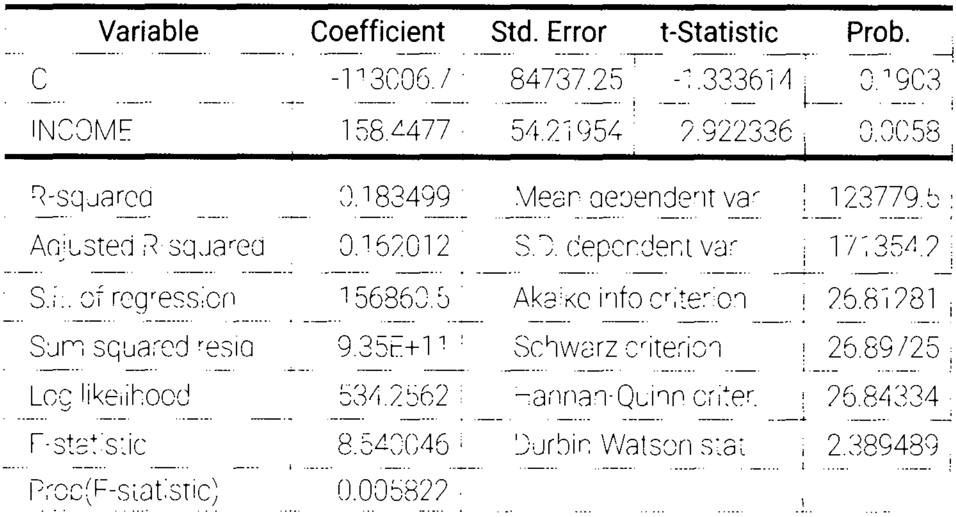
Модел "тўғри" ҳисобланганлигини бир қанча тестлар орқали аниқлаш мумкин. Бройш-Паган (БП) тести натижалари шуни кўрсатадики, F- ёки X^2-статистикаси ўзининг критик қийматларидан баланд (F-statistic=8.54, $Obs \cdot R - squared = 7.34$) ёки уларга мос равишда ҳисобланган p–қийматлар (Prob. F(1,38)=0.058, Prob. Chi-Square(1)=0.0067) анъанавий 1% дан кичик. Бунда H_0 1% муҳимлик даражасида рад этилади ва ушбу моделда БП-тестига мувофиқ хетероскедастиклик муаммоси мавжудлигини кўрсатади.

4.4-ЖАДВАЛ $FOOD = \beta_0 + \beta_1 \cdot INCOME + u$ моделида Бройш-Паган (БП) тести

Heteroskedasticity Test: Breusch-Pagan-Godfrey

F-statistic	8.540046	Prob. F(1,38)	0.0058
Obs*R-squared	7.339955	Prob. Chi-Square(1)	0.0067
Scaled explained SS	6.188816	Prob. Chi-Square(1)	0.0129

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Sample: 1 40
Included observations: 40



Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-113006.7	84737.25	-1.333614	0.1903
INCOME	158.4477	54.21954	2.922336	0.0058

R-squared	0.183499	Mean dependent var	123779.5
Adjusted R-squared	0.162012	S.D. dependent var	171354.2
S.E. of regression	156860.5	Akaike info criterion	26.81281
Sum squared resid	9.35E+11	Schwarz criterion	26.89725
Log likelihood	534.2562	Hannan-Quinn criter.	26.84334
F-statistic	8.540046	Durbin-Watson stat	2.389489
Prob(F-statistic)	0.005822		

Моделда хетероскедастиклик муаммосини аниқлашда Уайт тестидан ҳам фойдаланилади. Бу тестни амалга ошириш қуйидагича:

1. Кўп омилли регрессияни ЭКК усули орқали ҳисоблаб, қолдиқлар ва модел бўйича регрессанд ($\hat{y}$) ва уларнинг квадратлари ҳисобланади.

2. Қолдиқлар квадратларини регрессанд сифатида ишлатиб, уларни модел бўйича регрессанд ва унинг квадратига нисбатан регрессия модели ҳисобланади[24], яъни $\hat{u}^2 = \delta_0 + \delta_1 \hat{y} + \delta_2 \hat{y}^2 +$ хатолик модели ҳисобланиб, унинг $R^2_{\hat{u}^2}$ сақланади.

3. Охирги моделдан F-статистика (ёки LM-статистикаси) ҳисобланиб, унинг p—қиймати $F_{2,\ n-3}$ тақсимоти (ёки X^2_2 тақсимоти) дан фойдаланиб ҳисобланади. Қарор қабул қилиш жараёни БП-тестидан фарқ қилмайди.

Қуйидаги жадвалда хетероскедастиклик муаммоси мавжудлиги Уайт тести натижалари орқали кўрсатилган. Регрессор сони битта бўлганлиги боис, EViews дастури берилган регрессор (*INCOME*) нинг квадрати қўшиб ҳисоблаган.

---

[24] [illegible]

4.5-ЖАДВАЛ $FOOD = \beta_0 + \beta_1 \cdot INCOME + u$ моделида Уайт тести

Heteroskedasticity Test: White

F-statistic	4.164423	Prob. F(2,37)	0.0234
Obs*R-squared	7.349710	Prob. Chi-Square(2)	0.0254
Scaled explained SS	6.197041	Prob. Chi-Square(2)	0.0451

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Sample: 1 40
Included observations: 40

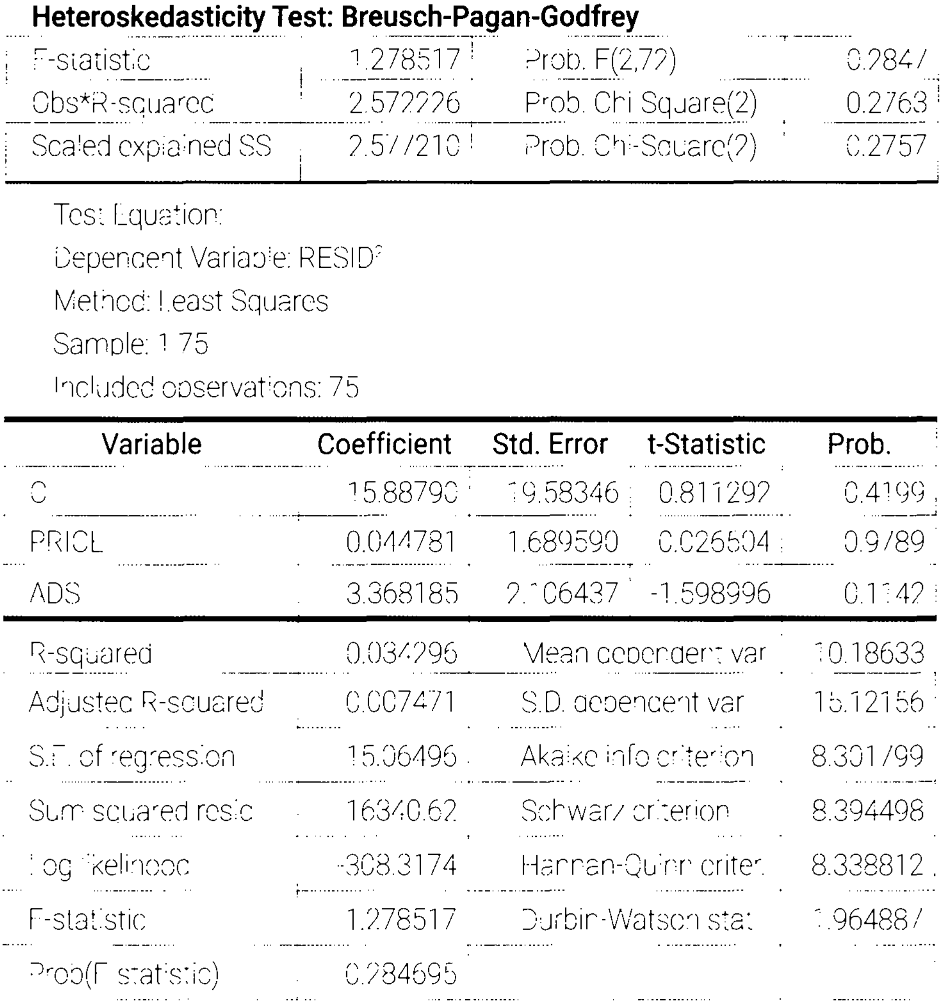
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-95485.20	187457.2	-0.509343	0.6135
INCOME^2	0.009536	0.090694	0.105141	0.9168
INCOME	131.1377	265.4938	0.493939	0.6243

R-squared	0.183743	Mean dependent var	123779.5
Adjusted R-squared	0.139621	S.D. dependent var	171354.2
S.E. of regression	158942.4	Akaike info criterion	26.86251
Sum squared resid	9.35E+11	Schwarz criterion	26.98918
Log likelihood	-534.2502	Hannan-Quinn criter.	26.90831
F-statistic	4.164423	Durbin-Watson stat	2.392116
Prob(F-statistic)	0.023378		

Кўриниб турганидек, Уайт тести ҳам БП тести натижасини яна бир марта тасдиқлади. Бунда ҳисобланган F-статистикаси ва LM ($Obs \cdot R - squared$) статистикаси 5% даражада статистик муҳим бўлганлиги учун H_0 рад этилади ва хетероскедастиклик муаммоси мавжудлиги аниқланади.

Бошқа мисолда кўрадиган бўлсак, олдинроқ ҳисобланган $sales = \beta_0 + \beta_1 price + \beta_2 ads + u$ моделида хетероскедастиклик муаммоси мавжудлигини текшириб кўрайлик.

4.6-ЖАДВАЛ $sales = \beta_0 + \beta_1 price + \beta_2 ads + u$ **моделида БП тест**



Heteroskedasticity Test: Breusch-Pagan-Godfrey

F-statistic	1.278517	Prob. F(2,72)	0.2847
Obs*R-squared	2.572226	Prob. Chi-Square(2)	0.2763
Scaled explained SS	2.577210	Prob. Chi-Square(2)	0.2757

Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares

Sample: 1 75

Included observations: 75

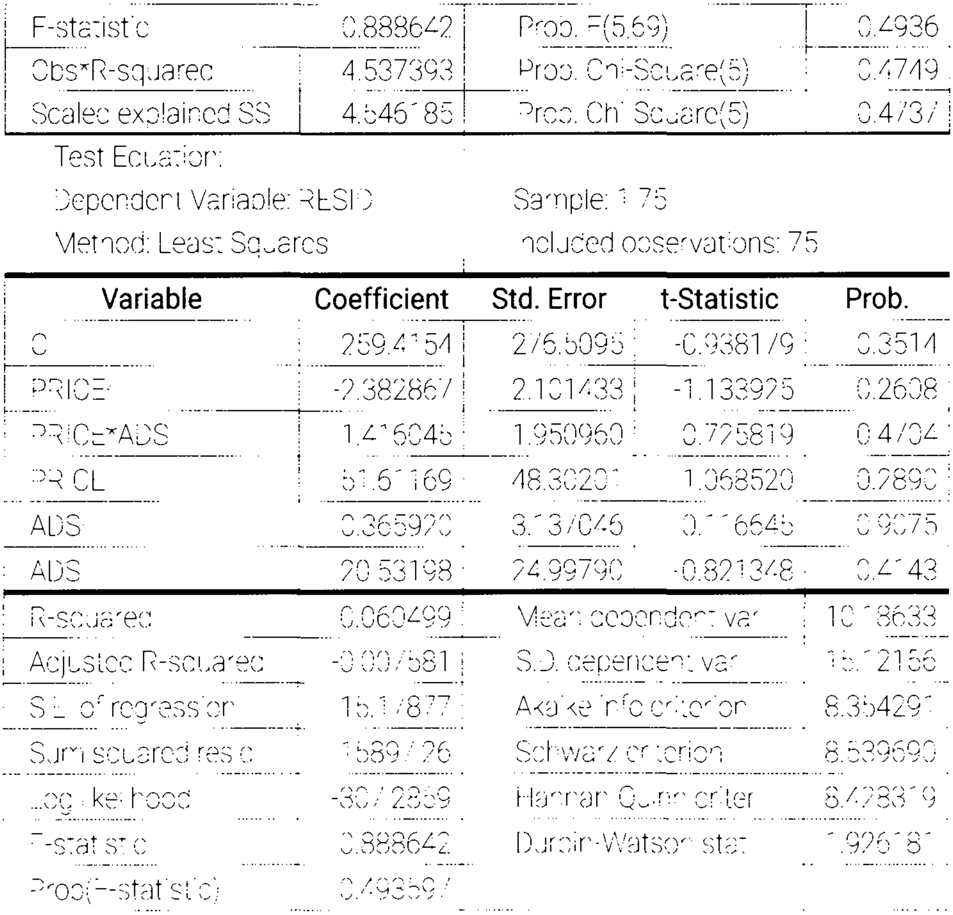
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	15.88790	19.58346	0.811292	0.4199
PRICE	0.044781	1.689590	0.026504	0.9789
ADS	3.368185	2.106437	-1.598996	0.1142

R-squared	0.034296	Mean dependent var	10.18633
Adjusted R-squared	0.007471	S.D. dependent var	15.12156
S.E. of regression	15.06496	Akaike info criterion	8.301799
Sum squared resid	16340.62	Schwarz criterion	8.394498
Log likelihood	-308.3174	Hannan-Quinn criter.	8.338812
F-statistic	1.278517	Durbin-Watson stat	1.964887
Prob(F-statistic)	0.284695		

БП тести натижаси шуни кўрсатадики, унда H_0 рад этилмайди, яъни хетероскедастиклик муаммоси бу моделда йўқ, деб хулоса қилсак бўлади. Хетероскедастикликка Уайт тест бўйича текширилган ҳам бу натижа тасдиқланди. Эмпирик ишларда ҳамма вақт ҳам бу хетероскедастиклик тестлари бир хил жавоб бермайди. Хетероскедастикликнинг функционал кўринишига қараб, бу иккала тест ҳар хил натижа бериши мумкин.

4.7-ЖАДВАЛ $sales = \beta_0 + \beta_1 price + \beta_2 ads + u$ **моделида Уайт тести**

Heteroskedasticity Test: White



F-statistic	0.888642	Prob. F(5,69)	0.4936
Obs*R-squared	4.537393	Prob. Chi-Square(5)	0.4749
Scaled explained SS	4.546185	Prob. Chi-Square(5)	0.4737

Test Equation:

Dependent Variable: RESID　　Sample: 1 75

Method: Least Squares　　Included observations: 75

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	259.4154	276.5095	-0.938179	0.3514
$PRICE^2$	-2.382867	2.101433	-1.133925	0.2608
PRICE*ADS	1.416045	1.950960	0.725819	0.4704
PRICE	51.61169	48.30201	1.068520	0.2890
ADS^2	0.365920	3.137046	0.116645	0.9075
ADS	20.53198	24.99790	-0.821348	0.4143

R-squared	0.060499	Mean dependent var	10.18633
Adjusted R-squared	-0.007581	S.D. dependent var	15.12156
S.E. of regression	15.17877	Akaike info criterion	8.354291
Sum squared resid	15897.26	Schwarz criterion	8.539690
Log likelihood	-307.2859	Hannan-Quinn criter.	8.428319
F-statistic	0.888642	Durbin-Watson stat	1.926181
Prob(F-statistic)	0.493597		

Хетероскедастиклик асоратлари

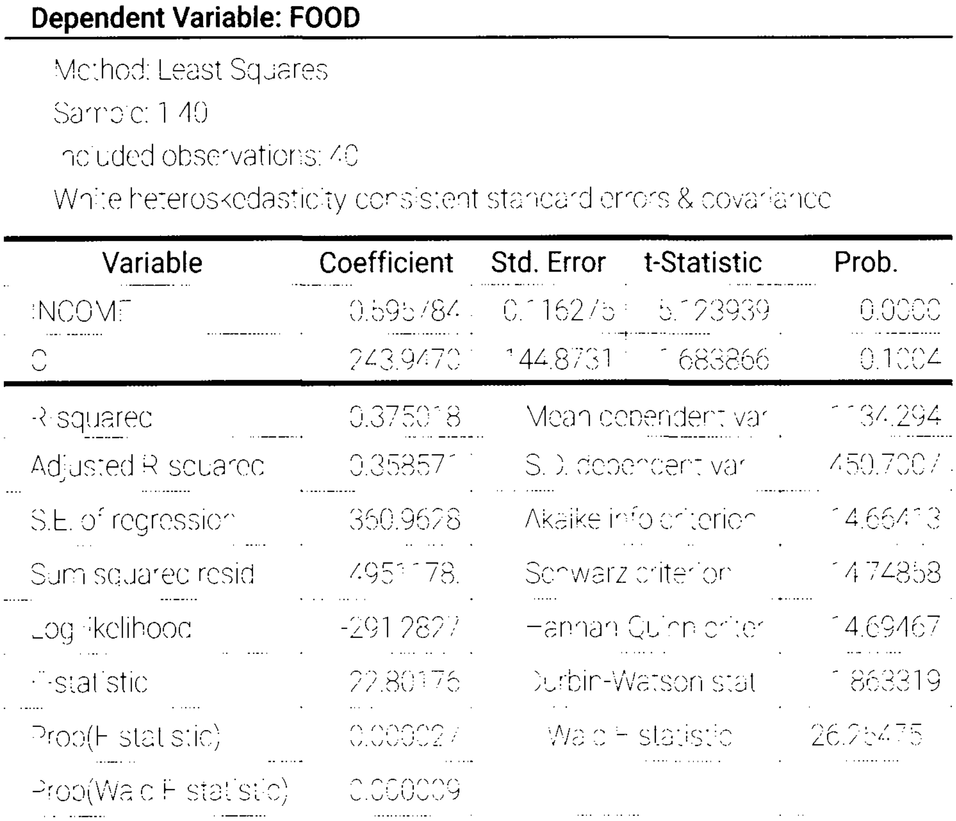
Хетероскедастиклик муаммоси мавжуд моделда одатда, моделга тегишли бошқа муаммолар (модел спецификацияси, масалан) ҳам бўлади – уларга тегишли асоратлар бошқа бўлса-да, ҳозир учун бошқа муаммолар бартараф этилган ҳолатда ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган параметрлар ва қарор қабул қилишда қандай асоратларга олиб келишини келтириб ўтамиз:

- ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган параметрлар ўрта ҳисобда ҳақиқисидан силжимайди, яъни $E(\hat{\beta}_j) = \beta_j$ сақланади. Хетероскедастиклик ва хомоскедастиклик шароитларида ҳисобланган параметрлар бир хил бўлади.
- ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган параметр стандарт хатоликлари эса (1) энг кичик бўлмайди (хомоскедастик хатолар шароитида энг кичик бўлади!) ва (2) ҳақиқий стандарт хатоликлардан силжиб қолади. Бундай хатоликлар асосида ҳисобланган t—статистика ва p—қийматлар ҳам нотўғри маълумотни кўрсатади ва натижада нотўғри қарор қабул қилишга олиб келади.

Хетероскедастикликка бардош стандарт хатоликлар

Агар БП тести ёки Уайт тести натижасида моделда хетероскедастиклик муаммоси аниқланган бўлса, ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган параметрларнинг стандарт хатоликлари нотўғри бўлгани учун, шуларни тўғри ҳисоблаш мақсадга мувофиқ ҳисобланади. Тўғри стандарт хатоликлар эконометрик адабиётларда Уайт, Хубер ёки Эйкер стандарт хатоликлари номи билан маълум. Бир нечта олимлар иштирок этгани туфайли уларни Уайт стандарт хатоликлари ёки хетероскедастикликка бардош стандарт хатоликлар деб юритилади. Хетероскедастикликка бардош берувчи стандарт хатоликлардан фойдаланиб, ҳисобланган t—статистикаси хетероскедастикликка бардош t—статистикаси ва ҳоказо деб юритилади.

4.8-ЖАДВАЛ $FOOD = \beta_0 + \beta_1 \cdot INCOME + u$ моделида хетероскедастикликка бардош стандарт хатоликлар



Dependent Variable: FOOD

Method: Least Squares
Sample: 1 40
Included observations: 40
White heteroskedasticity consistent standard errors & covariance

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
INCOME	0.595784	0.116275	5.123939	0.0000
C	243.9470	144.8731	1.683866	0.1004

R-squared	0.375018	Mean dependent var	1134.294
Adjusted R-squared	0.358571	S.D. dependent var	450.7007
S.E. of regression	360.9628	Akaike info criterion	14.66413
Sum squared resid	4951178.	Schwarz criterion	14.74858
Log likelihood	-291.2827	Hannan-Quinn criter.	14.69467
F-statistic	22.80176	Durbin-Watson stat	1.863319
Prob(F-statistic)	0.000027	Wald F-statistic	26.25475
Prob(Wald F-statistic)	0.000009		

Юқоридаги жадвалда келтирилган маълумотлар 4.3-жадвалдагидан фарқи шундаки, унда ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган $FOOD = \beta_0 + \beta_1 \cdot INCOME + u$ моделда параметр стандарт хатоликлари хетероскедастикликка бардошли ҳисобланади. Ҳисобланган параметрлар қиймати бир хил, лекин уларнинг стандарт хатоликлари ҳар хил. Шу боис, t–статистика ва p–қийматлар ҳам ўзгарган. Хетероскедастикликка бардош стандарт хатоликлар камайгани боис, t–статистика ошган ва p–қийматлар камайган, яъни стандарт хатоликлар янада аниқлашган ҳисобланади.

4.6. АВТОКОРРЕЛЯЦИЯ

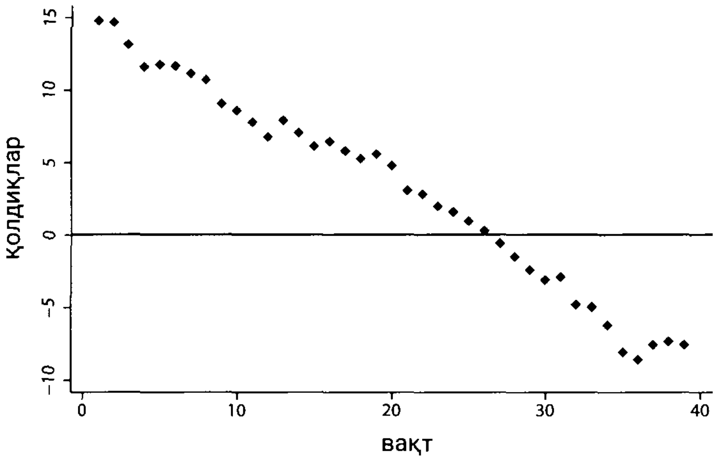
Автокорреляция муаммоси кўпинча динамик қаторларда учрайди. Гаусс-Марков шартларидан бири – бу $y=\beta_0+\beta_1x_1+\beta_2x_2+\cdots+\beta_kx_k+u$ регрессия моделининг тасодифий хатолари бир-бири билан боғлиқ эмас, фаразидир, яъни $cov(u_i,u_j)=E(u_i,u_j)=0, \quad i\neq j$. Бундай фараз кросс-секцион маълумот турига кўпроқ тўғри келса-да, динамик қаторларда кўпинча бузилади. Масалан, Ўзбекистоннинг иқтисодий ўсиш кўрсаткичларини олайлик. Бир йили баланд ўсиш кўрсаткичи қайд этилган бўлса, кейинги йилларда ҳам шундай бўлиши кутилади, яъни танламанинг иккита қиймати орасида қандайдир боғлиқлик бор. Бундай боғлиқлик моделнинг Гаусс-Марков шартларини қониқтирмайди, шу сабабли ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган параметрлар керакли хоссаларга эга бўлмайди. Ҳисобланган параметрлар қарор қабул қилишда кераксиз бўлиб қолади.

Агар бугунги кундаги тасодифий хатолик ўтган даврдаги қиймати билан боғланган бўлса, **биринчи тартибдаги автокорреляция**, ундан олдинги даврдаги хатолик билан боғланган бўлса, **иккинчи тартибдаги авторреляция** ва ҳоказо дейилади. Биринчи ва ундан юқори тартибдаги автокорреляция мусбат ёки манфий қийматларни қабул қилади.

Автокорреляция муаммосини аниқлаш

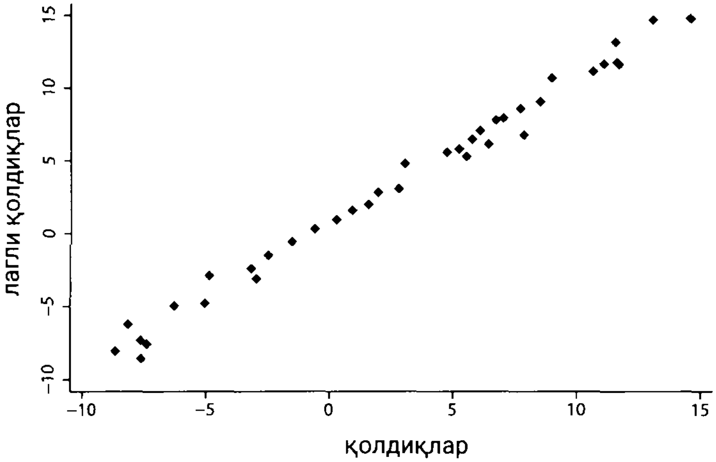
Хетероскедастикликка ўхшаб, автокорреляция муаммосини ҳам графиклар ёрдамида таҳлил қилиш ва ўрганиш мумкин. 4.4-расмда қолдиқлар вақт бўйича тасвирланган. Кўриниб турганидек, бир даврда қолдиқлар мусбат бўлса, кейинги даврда ҳам мусбат, манфий бўлса, кейинги даврда ҳам манфий қийматлар қабул қилмоқда. Бу ҳолат 4.5-расмда янада яққол тасвирланган.

4.4-РАСМ Мусбат автокорреляцияга эга қолдиқлар



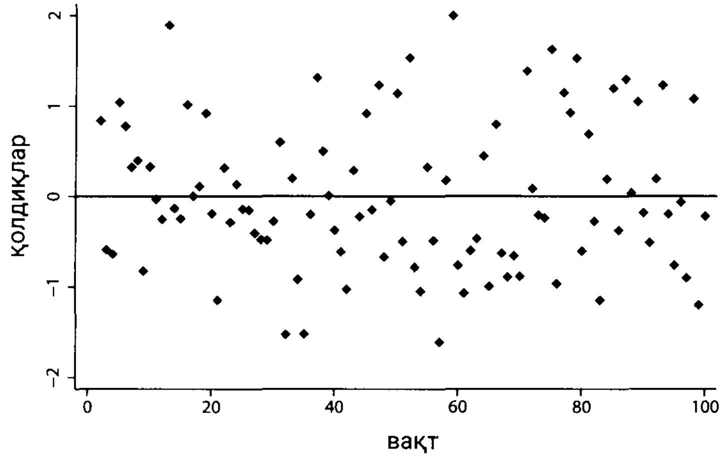
Симуляция маълумотлари

4.5-РАСМ Биринчи тартибдаги автокорреляцияси



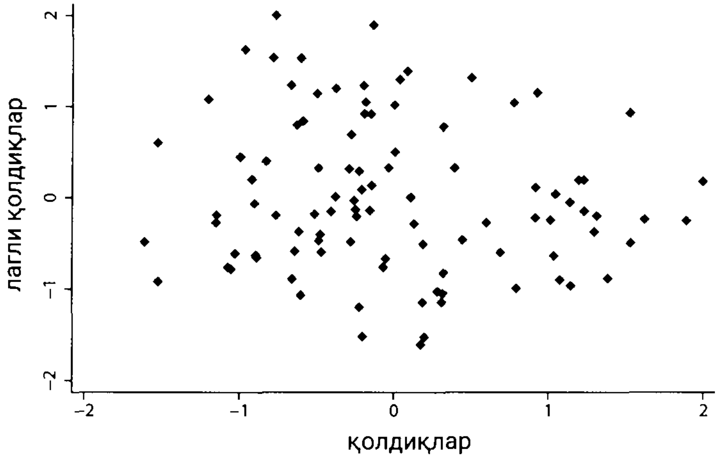
Симуляция маълумотлари

4.6-РАСМ Автокорреляцияланмаган қолдиқлар



Симуляция маълумотлари

4.7-РАСМ Биринчи тартибдаги автокорреляцияси=0



Симуляция маълумотлари

График усул автокорреляция муаммосини инспеция қилиш имкониятини яратса-да, у формал тест эмас. Энг машҳур формал тестлардан бири - бу Дарбин-Уотсон тестидир. Дарбин-Уотсон статистикаси (d) қуйидагича ҳисобланади:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n}\hat{u}_t^2}$$

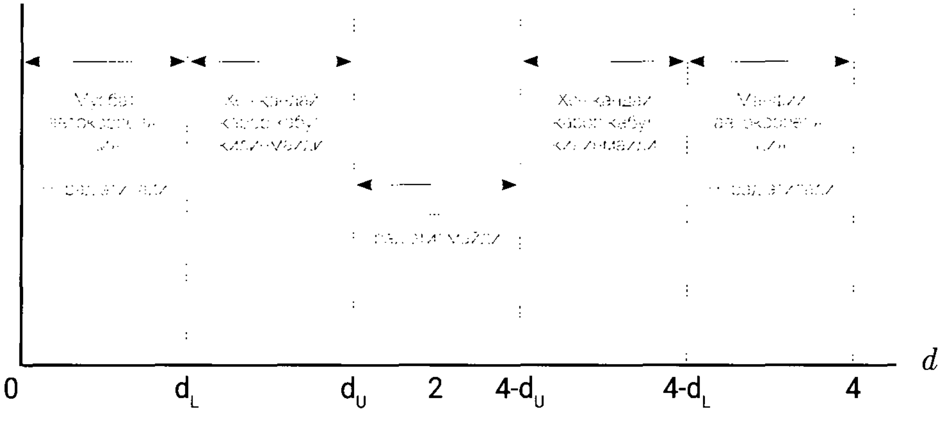
Дарбин-Уотсон статистикасининг сурати t=2 дан бошланиши $\hat{u}_{t-1}$ ишлатишдан келиб чиқади, маҳражи эса регрессия моделини ҳисоблашдан келадиган RSS ни ташкил этади. Дарбин-Уотсон тестининг эҳтимолий тақсимоти $\hat{u}_t$ га боғлиқ, $\hat{u}_t$ эса регрессорларга боғлиқ бўлгани боис, t–, F– ёки X^2 – тақсимотлардан фарқли ўлароқ, уни универсал қийматлар учун келтириб чиқариш мураккаб масала. Лекин Дарбин ва Уотсон d-статистикани пастки (d_L) ва юқори (d_U) қийматларини муваффақиятли ҳисоблаб чиқишга (алоҳида жадваллар яратилган) ва бу қийматлар автокорреляция гипотезасини текширишда ишлатилади.

4.8. ДАРБИН-УОТСТОН СТАТИСТИКАСИ ЁРДАМИДА ҚАРОР ҚАБУЛ ҚИЛИШ

Дарбин-Уотсон статистикаси d ни бир оз ўзгартириб, $d \approx 2(1-p)$ кўринишида ифодалаш мумкин; бунда,

$$p = \frac{\sum_{t=2}^{n}\hat{u}_t \bullet \hat{u}_{t-1}}{\sum_{t=1}^{n}\hat{u}_t^2}$$

яъни $\hat{u}_t$ ва $\hat{u}_{t-1}$ ўртасидаги биринчи тартибдаги корреляция коэффициенти. $|p| \leq 1$ бўлгани учун $0 \leq d \leq 4$ бўлади. Агар d нинг ҳисобланган қиймати 2 атрофида бўлса, биринчи тартибдаги автокорреляция муаммоси мавжуд бўлмайди, $d < d_L$ ёки $d > d_U$ бўлса, биринчи тартибдаги автокорреляция муаммоси мавжуд бўлади.

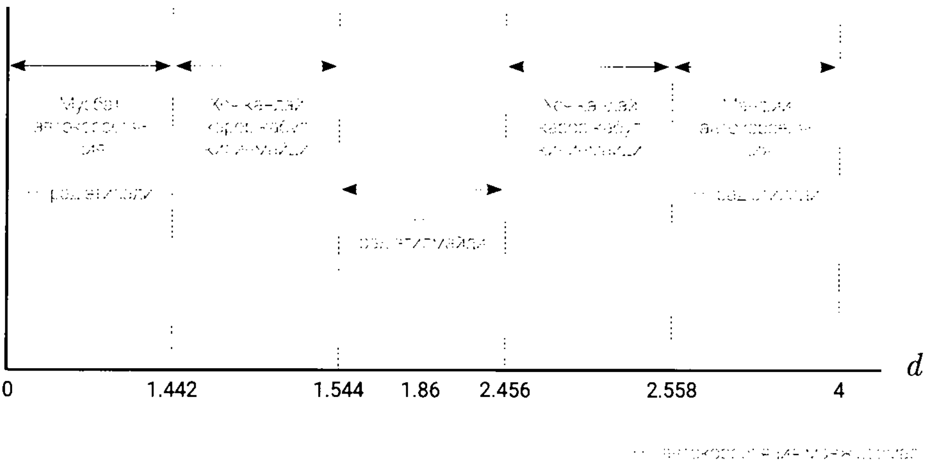


Масалан, Кейнс истеъмол функцияси ҳисобланганда (4.3-жадвал), d=1.86 эканлиги маълум бўлган эди. Бу статистик нуқтаи назардан 2 дан фарқлими деган савол туғилади, чунки фарқли бўлса, автокорреляция муаммоси мавжуд бўлади, акс ҳолда бўлмайди. Буни текшириш мақсадида d_L ва d_U ни жадвалдан битта регрессорли модел учун топиб олиб, 4-d_L ва 4-d_U ҳисоблаб оламиз.

4.9. $FOOD = \beta_0 + \beta_1 \bullet INCOME + u$ МОДЕЛИДА ДАРБИН-УОТСТОН СТАТИСТИКАСИ ЁРДАМИДА АВТОКОРРЕЛЯЦИЯ МУАММОСИГА ТЕКШИРИШ

Кўриниб турганидек, ҳисобланган d=1.86 H_0 рад этилмайдиган интервалда жойлашгани туфайли биринчи тартибдаги автокорреляция муаммоси бу моделда йўқ, деб хулоса қилинади.

Дарбин-Уотсон тестини амалга оширишда бир нечта шартлар амалга ошиши керак. Биринчидан, регрессорлар детерминистик бўлиши ёки стохастик бўлмаслиги шарти билан. Масалан, кейинги



бобда кўрсатилган AR(1) ва юқорироқ авторегрессия моделларида регрессорлар регрессанднинг лагли қийматидан иборат бўлгани учун детерминистик эмас.

Иккинчидан, тасодифий хатоликлар нормал тақсимот қонунига бўйсуниши керак. Бу шарт бажариладиган ҳолатлар кўп. Ва учинчидан, бу тест фақат биринчи тартибдаги автокорреляцияни ҳисоблайди. Агар моделда юқорироқ тартибдаги автокорреляция муаммоси мавжуд бўлса, бу тест уни аниқламайди.

Бройш-Годфри (БГ) тести

Дарбин-Уотсон тести билан боғлиқ камчиликлар уни амалда ишлатишни бир оз чегаралайди. Чекловлари камроқ, яъни стохастик регрессор ва юқори тартибдаги автокорреляцияни ҳисобга олувчи тест Бройш ва Годфри томонидан ишлаб чиқилган. Уни одатда, БГ тести ёки LM тести номи билан юритилади.

У қуйидагича амалга оширилади:

1. Кўп омилли регрессияни ЭКК усули орқали қолдиқлари ҳисобланади.

2. Қолдиқлар барча регрессорлар ва қолдиқлар лагларига нисбатан ҳисобланади, яъни

$\hat{u}_t = \delta_0 + \delta_1 x_1 + \delta_2 x_2 + \ldots + \delta_k x_k + \rho_1 \hat{u}_{t-1} + \rho_2 \hat{u}_{t-2} + \ldots$

$+\rho_p \hat{u}_{t\ \ p} +$ хатолик модели ҳисобланиб, унинг $R^2_{\hat{u}}$ сақланади.

3. Охирги моделда $H_0: \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_p = 0$ текширилади. Бунда хетероскедастиклик тестларига ўхшаш равишда (1) F-тестдан ёки (2) LM-тестдан фойдаланса бўлади. LM-статистика бир оз бошқачароқ ҳисобланади $LM-$статистика$=(n-q)R^2_{\hat{u}}$.

Бундан ташқари, автокорреляцияга БГ бўйича текширишдан олдин моделда хетероскедастиклик муаммосини йўқотиш керак.

Агар F-тест ёки LM-тест натижасига кўра нолинчи гипотеза рад этилса, яъни ҳисобланган F- ёки LM-статистикаси тегишли ўзининг критик қийматларидан баланд бўлса (ёки қиймат анъанавий 1%, 5% ёки 10% дан кам бўлса), моделда автокорреляция муаммоси мавжудлиги аниқланади.

Автокорреляция асоратлари. Автокорреляция муаммоси мавжуд ЭКК усули билан ҳисобланган параметрлар ўрта ҳисобда силжимаса-да, уларнинг самарадорлиги, яъни стандарт хатолиги нотўғри бўлиб чиқади. Агар мавжуд автокорреляция ишораси мусбат бўлса, стандарт хатоликлар ҳақиқийсидан кичикроқ бўлади. Бу модел параметрларини статистик муҳимлик даражасига текширилганда, аслида "муҳимроқ" даражани кўрсатади.

Автокорреляция муаммосини бартараф этиш. Бундай саволга жавоб беришдан олдин моделда автокорреляциядан олдин бошқа муаммоларни ҳал қилиш зарур. Масалан, кўп ҳолларда модел нотўғри танланган бўлса, автокорреляцияга текширувчи тестлар автокорреляция муаммосига ишора қилиши мумкин. Моделда тўғри регрессорлар танланиши билан автокорреляция йўқолиши мумкин.

Агар БГ тести натижасида моделда автокорреляция муаммоси аниқланса, ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган параметрларнинг стандарт хатоликлари нотўғри бўлгани учун уларни тўғри ҳисоблаш мақсадга мувофиқ ҳисобланади. Тўғри стандарт хатоликлар эконометрик адабиётларда Ньэй-Вест стандарт хатоликлари номи билан маълум. Бундан ташқари, ЭКК усулидан воз кечиб, умумий квадратлар усули (УКК) дан фойдаланиш ҳам мақсадга мувофиқ.

ТЕКШИРИШ УЧУН САВОЛЛАР

САВОЛ 1. Қуйидаги кўп омилли регрессия модели берилган бўлсин $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$

a. Қандайдир янгилик X_1 регрессорни 2 бирликка оширди, X_2 эса ўзгармади. Бунда Y ўртача қандай миқдорга ўзгариши кутилади?

b. X_2 регрессор 3 бирликка камайиб, X_1 эса ўзгармаган бўлса, Y ўртача қандай миқдорга ўзгариши кутилади?

c. Тасаввур қилинг, (a) ва (b) пунктларда келтирилган регрессорлар ўзгариши бир вақтда амалга оширилди, яъни X_1 регрессор 2 бирликка ошди ва X_2 регрессор эса 3 бирликка камайди. Бунинг регрессанд Y га таъсири қандай?

САВОЛ 2. Кўп омилли регрессия моделида нима учун икки мультиколлинеар регрессорлар ишлатиш мумкин эмас? Қуйидаги кўп омилли регрессия модели берилган бўлсин $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$. Мультиколлинеар ўзгарувчиларга мисол келтиринг. Унинг қандай асоратлари бор?

САВОЛ 3. Қуйидаги кўп омилли регрессия модели берилган бўлсин
$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$
ва улар бўйича қуйидаги кузатишлар берилган:

y_i	x_{1i}	x_{2i}
1	0	1
2	1	-2
3	2	1
-1	-2	0
0	1	-1
-1	-2	-1
2	0	1
1	-1	1
2	1	0

a. ЭКК усули ёрдамида модел параметрларини ҳисобланг ва уларни талқин этинг.

b. Қолдиқлар $u_1, u_2, \dots u_9$ ни ҳисоблаб, улар асосида регрессия стандарт хатолиги ҳақида мулоҳаза юритинг.

c. Регрессорлар ўртасида танлама корреляциясини ҳисобланг ва уни иқтисодий талқин қилинг.

d. SSE, SST, SSR ва R^2 ни ҳисобланг.

САВОЛ 4. Қуйидагиларни қайси бири ЭКК усули ёрдамида ҳисобланган параметрлар қийматларини силжитади?

a. Регрессия моделида хетероскедастиклик муаммосининг мавжудлиги

b. Keракли ўзгарувчининг регрессия моделидан тушириб қолдириш

c. Регрессия моделида автокорреляциянинг мавжудлиги

d. Регрессия моделида икки регрессор ўртасидаги танлама корреляцияси 0.95 тенг эканлиги.

САВОЛ 5. Қуйидаги кўп омилли регрессия модели берилган бўлсин $sales = \beta_0 + \beta_1 price + \beta_2 ads + u$ бунда β_1 товар нархи ($price$) нинг сотувлар ($sales$) ҳажмига, β_2 эса реклама харажатлари (ads) нинг сотувлар ҳажмига харажат қилинган даврдаги таъсирини ўлчайди. Ушбу модел бўйича маълумотлар sales.xlsx файлида мужассамлаштирилган.

a. Сотувлар ҳажмининг алоҳида нарх ва реклама харажатлари ўртасидаги боғлиқликни кўрсатувчи нуқтали диаграмма чизинг, ковариация ва корреляция кўрсаткичларини ҳисобланг.

b. ЭКК усули ёрдамида модел параметрлари, R^2, F-статистикани ҳисобланг ва параметрлар сифати ҳақида мулоҳаза юритинг.

c. Товар нархи сотувларга таъсир этмоқдами? Берилган маълумот асосида $H_0: \beta_1 = 0$ ва $H_1: \beta_1 \neq 0$ гипотезасини текширинг ва хулоса қилинг.

d. Реклама харажатларининг самараси қандай? Фирмалар рекламага сотувлар ҳажмини ошириш мақсадида маблағ сарфлайдилар. Лекин бозор талаб ва таклиф кучларининг бир-бирига таъсири натижасида реклама кампаниясининг самараси кутилгандек бўлмаслиги мумкин. Буни текшириш мақсадида $H_0: \beta_2 = 1$ ва $H_1: \beta_2 > 1$ гипотезасини текширинг ва хулоса қилинг.

e. Сотувларнинг нарх эластиклиги[25] қандай? Бу саволга жавоб бериш учун эластиклик формуласидан фойдаланиб ёки модел спецификациясини $LOG(\widehat{sales}) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 LOG(price) + \hat{\beta}_2 ads$ га ўзгартириб амалга оширса бўлади, бунда $\hat{\beta}_1$ эластиклик коэффициентини кўрсатади. Ҳисобланган нарх эластиклиги ҳақида мулоҳаза юритинг.

f. Реклама харажатларининг оптимал ҳажми қандай? Рекламага кам харажат қилинса, у камроқ оммани қамраб олади ва сотувлар ҳажмига таъсир этмаслиги мумкин. Иккинчи тарафдан, кўп харажат қилинса, сотувлар ҳажми ошиши етарли бўлмаслиги мумкин. Шу боис, реклама харажатларининг оптимал ҳажми бўлиши керак. Бу саволга жавоб бериш учун фирма умумий харажатлари бир хил фаразини киритинг.

Қуйидаги кўп омилли регрессия модели берилган бўлсин $children = \beta_0 + \beta_1 age + \beta_2 age^2 + \beta_3 educ + \beta_4 urban + u$ бунда β_1 ва β_2 респондент ёши (age), β_3 таълим даражаси ($educ$) ва β_4 респондент яшаш жойи (шаҳар ёки қишлоқ) ($urban$) нинг фарзандлар сони ($children$) га таъсирини ўлчайди. Ушбу модел бўйича маълумотлар fertil2.xlsx файлида мужассамлаштирилган.

a. ЭКК усули ёрдамида ушбу модел параметларини ҳисобланг.

b. Ушбу моделда хетероскедастиклик муаммоси мавжудми? Агар мавжуд бўлса, уни регрессия модели натижаларига қандай таъсири бор?

c. Хетероскедастикликка бардош стандарт хатоликларни ҳисоблаб, хетероскедастик мавжуд регрессия модели стандарт хатоликлари билан солиштиринг. Тадқиқотчи ҳар доим шундай қарорга келадими?

---

[25] [illegible] ε [illegible] $\frac{dY}{dX} \cdot \frac{X}{Y}$ [illegible]

5

ДИНАМИК ҚАТОРЛАР РЕГРЕССИЯСИ

5.1. ЛАГЛАР, БИРИНЧИ АЙИРМА, ЛОГАРИФМ ВА ЎСИШ ДАРАЖАЛАРИ

Динамик қаторлар – муайян ўзгарувчининг вақт бўйича тўпланган қийматларидан иборат. Динамик қаторлардан иборат танламанинг кросс-секцион маълумотлардан иборат танламадан асосий фарқи шундаки, кросс-секцион кузатишлар муайян ўзгарувчи бўйича бир вақтда йиғилгани учун бир-бирига таъсир этмайди, динамик қаторларда эса, аксинча, таъсир этади.

Иш ҳақи ўзгарувчисини кўрайлик: бир ҳудудда бир нечта шахсдан иш ҳақи бўйича маълумот сўровнома орқали йиғилса (кросс-секцион танлама), тасодифий танланган бир шахснинг иш ҳақиси бошқасиникига таъсир этмайди. Бир шахснинг иш ҳақи вақт бўйича (ойма-ой, масалан) йиғилганда (динамик қаторлар), унинг февралдаги ойлиги баланд бўлса, март ойидагиси ҳам баланд бўлиши кутилади, яъни ўзгарувчининг вақт бўйича қийматлари бир-бирига таъсир этади.

Бошқа мисол сифатида Ўзбекистон Республикасининг иқтисодий ўсиш кўрсаткичлари йиллар бўйича кўрилганда, бир йили юқори даражадаги ўсиш кўрсаткичи қайд этилган бўлса, кейинги йилларда ҳам юқори даражадаги ўсиш, бир йили паст бўлганида, кейинги йилларда ҳам паст бўлиши кузатилади.

Динамик қаторларнинг ушбу хоссаси маълумотларни тасодифий танлама сифатида кўрилганда, иқтисодий таҳлилда бир қатор қийинчиликларни туғдиради. Бошқа тарафдан, динамик қаторлар, кросс-секцион танламадан фарқли ўлароқ, динамик таъсирни ҳисоблаш имкониятини яратади. Кейинги ойда инфляция бўйича

Сизнинг энг яхши башоратингиз қандай? Бу каби саволга динамик қаторлар жавоб берса-да, уларни таҳлил қилиш кросс-секцион танламаларга хос бўлмаган услубларни кўриб чиқишга ундайди.

Динамик қаторларда Y ўзгарувчисининг t вақтда қабул қилган қиймати Y_t, бунда кузатишлар сони T, яъни $t = 1, 2, \dots T$ деб белгиланади. Танлама доирасида t ва ундан кейинги вақт $t+1$ кузатишларнинг вақт бўйича интервалини кўрсатади. Масалан, агар t йилларда берилган бўлиб, Y_t ўзгарувчининг бугунги кундаги қийматини кўрсатса, унинг ўтган йилги қиймати Y_{t-1}, аввалги йилдаги қийматиY_{t-2} ва ҳоказо деб белгиланади.

Динамик қаторларда ўзгарувчининг олдинги қийматларини ишлатишда махсус атамалар қўлланилади. Y_{t-1} – маъно жиҳатидан Y ўзгарувчисининг ўтган вақтдаги қийматини кўрсатса-да, уни Y ўзгарувчисининг биринчи лаги ёки биринчи лагли Y, Y_{t-j} эса Y ўзгарувчисининг j–лаги ёки j–лагли Y деб юритилади. Y ўзгарувчисининг t ва $t-1$ оралиғидаги ўзгариши Y_t-Y_{t-1} унинг биринчи айирмаси деб аталади ва $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ деб белгиланади. Қуйидаги жадвалда Y ўзгарувчининг ЎзР ЯИМ жон бошига мисолида ҳисобланган лагли ва биринчи айирмаси келтирилган.

5.1-ЖАДВАЛ

Ўзбекистон Республикаси жон бошига ЯИМ (Y_t), минг сўмларда

t, йиллар	Y_t	Y_{t-1}	ΔY_t	Y_{t-2}
2010	2 184.3	1 778.2	406.1	1 427.3
2011	2 684.6	2 184.3	500.3	1 778.2
2012	3 289.0	2 684.6	604.4	2 184.3
2013	3 996.3	3 289.0	707.3	2 684.6
2014	4 741.8	3 996.3	745.5	3 289.0
2015	5 475.1	4 741.8	733.3	3 996.3

[illegible]

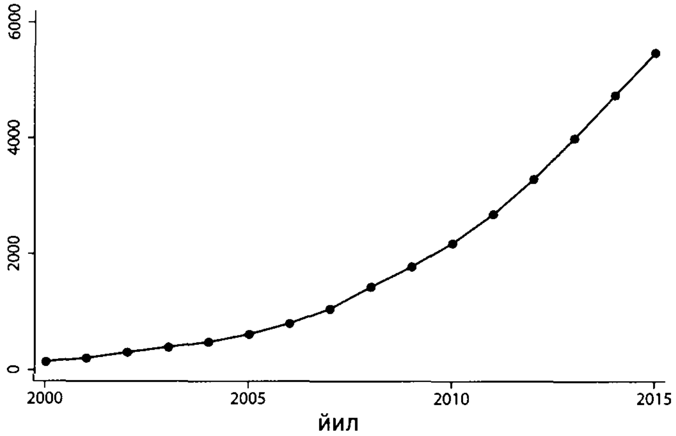
Динамик қаторларда иқтисодий таҳлил кўпинча уларнинг логарифмларини ёки логарифмлар айирмасини ҳисоблаш орқали амалга оширилади. Бунинг бир нечта сабаблари бор. Биринчидан, кўп иқтисодий кўрсаткичлар, жумладан, ЯИМ тақрибан экпоненциал ўсиш кўрсаткичларига эга, яъни вақтлар оралиғидаги ўсиш суръатлари бир-бирига жуда яқин бўлади. Бундай қаторлар логарифмлари тақрибан чизиқли ўсиш кўрсаткичларини кўрсатади, чизиқли функциялар эса қулай математик хоссаларга эга. Иккинчидан, кўп иқтисодий кўрсаткичлар логарифмларининг стандарт хатолиги қабул қилган қийматига пропорционал бўлади ва шунинг учун вақт бўйича ўзгармайди[27].

Ўзбекистон Республикасининг жони бошига тўғри келадиган ЯИМ экспоненциал ўсишни намоён қилса-да (5.1-график), унинг логарифми тақрибан чизиқли ўзгаришни кўрсатмоқда (5.2-график). Бундан ташқари, иқтисодчилар ўсиш қийматларини тақрибий ҳисоблаш мақсадида логарифм айирмасидан фойдаланишади. 5.3-графикда логарифмлар айирмаси ўсиш қийматларига тақрибан яқин; айниқса, ўсиш кўрсаткичлари олдинги йилларга нисбатан пастроқ қиймат қабул қилганида янада яқин бўлиши кўриниб турибди. 5.4-графикда эса, бошқа динамик қатор – қайта молиялаш ставкаси тасвирланган. Ўзбекистон мустақиллигининг дастлабки йилларида рўй берган гиперинфляция қайта молиялаш ставкасида ўз аксини топганлиги кўриниб турибди.

---

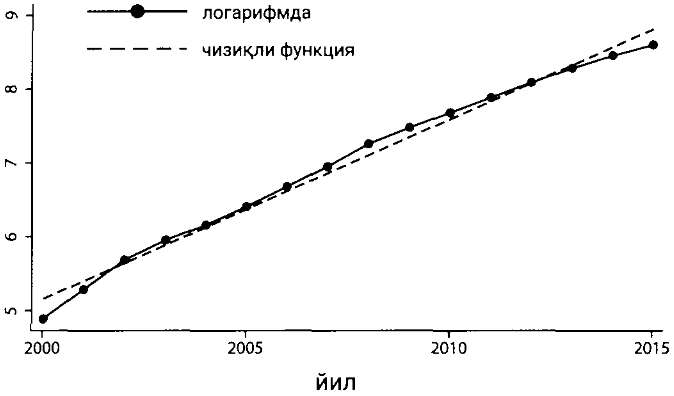
[27] [illegible] $\ln(x+a) - \ln(x) \approx a/x$ [illegible] $\ln(Y_t) - \ln(Y_{t-1}) = \ln(Y_{t-1} + \Delta Y_t) - \ln(Y_{t-1}) \approx \frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}}$ [illegible] $Y_{t-1} + \Delta Y_t = Y_t$ [illegible] $\Delta \ln(Y_t) = \frac{\Delta Y_t}{Y_t}$ [illegible] $\Delta \ln(Y_t) = \frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}}$ [illegible] Y [illegible] $t-1$ [illegible] t [illegible]

5.1-РАСМ ЎзР ЯИМ жон бошига, минг сўмларда



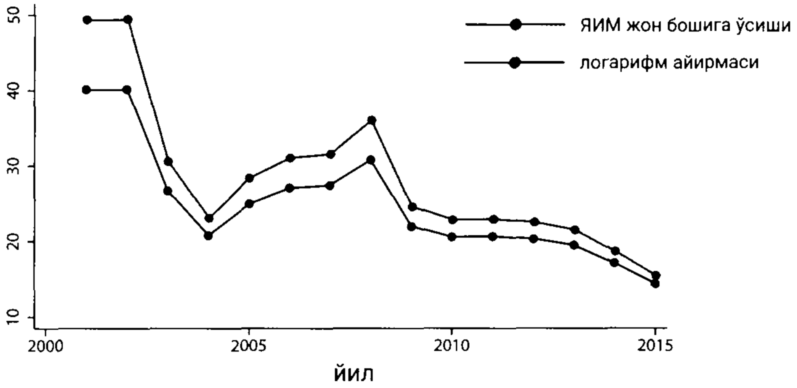
Манба: Ўзбекистон Республикаси Статистика қўмитаси, 2016

5.2-РАСМ ЎзР ЯИМ жон бошига натурал логарифмда



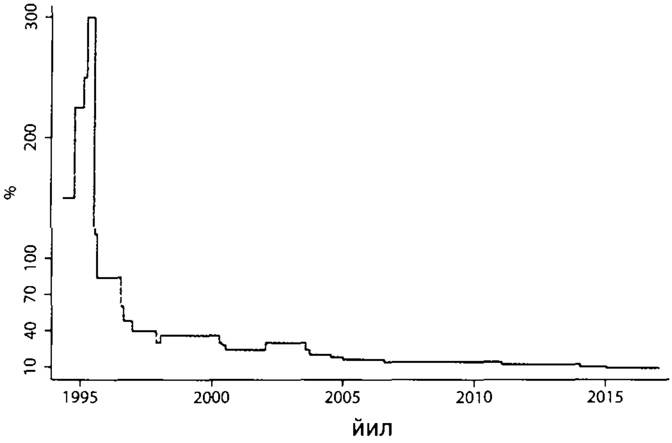
Манба: Ўзбекистон Республикаси Статистика қўмитаси, 2016

5.3-РАСМ ЯИМ жон бошига: ўсиши ва логарифм айирмаси



Манба: Ўзбекистон Республикаси Статистика қўмитаси, 2016

5.4-РАСМ ЎзР Марказий банки қайта молиялаш ставкаси



Манба: Ўзбекистон Марказий банки, 2016

5.2 АВТОРЕГРЕССИЯ МОДЕЛЛАРИ

Авторегрессия модели ишлатиладиган лаг сонига қараб, бир нечта тартибда бўлиши мумкин. Биринчи тартибдаги авторегрессия ёки AR(1) модели қуйидаги кўринишга эга:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + u_t$$

Айрим ҳолларда, ўзгарувчини вақт бўйича ўзгаришини моделлаштириш қизиқарлироқ бўлса, AR(1) моделини $\Delta Y_t = \beta_0 + \beta_1 \, \Delta \, Y_{t-1} + u_t$ кўринишида ифодалаш мақсадга мувофиқ.

p–тартибдаги авторегрессия ёки AR(p) модели эса қуйидаги кўринишга эга:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \ldots + \beta_p Y_{t-p} + u_t$$

Прогноз ва прогноз хатолиги. Тасаввур қилинг, Y_t ўзгарувчи бўйича динамик қатор йиғилган ва уни AR(1) моделидан фойдаланиб прогнозлаштириш, яъни Y_{T+1} ни топиш масаласи қўйилган бўлсин. β_0 ҳамда β_1 берилмаганлиги учун уларни ЭКК усули ёрдамида ҳисоблаб, юқоридаги авторегрессив тенгламадан фойдаланиб прогнозлаштирилади: $\hat{Y}_{T+1|T} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 Y_T$. Прогноз хатолиги – бу прогнозлаштирилган ўзгарувчини унинг ҳақиқий қийматидан фарқини кўрсатади:

$$\text{Прогноз хатолиги} = Y_{T+1} - \hat{Y}_{T+1|T}$$

Илдизли ўртача квадратик прогноз хатолиги (RMSE)[28] - прогноз хатолигининг ҳажмининг кўрсаткичи бўлиб, унинг қиймати икки манбадан ташкил топади: (1) тасодифий хатолик u_t нинг номаълум прогноз қийматлари ҳамда (2) β_0 ҳамда β_1 параметрларини ҳисоблашда вужудга келадиган хатоликлар.

$$RMSE = \sqrt{(Y_{T+1} - \hat{Y}_{T+1|T})^2}$$

Биринчи манба иккинчисидан каттароқ бўлса, яъни параметрларни ҳисоблашда вужудга келадиган хатоликлар етарли кичик бўлса,

---

[28] Инглиз адабиётларида Root Mean Squared error (RMSE) номи билан аталади

масалан, катта танлама билан иш кўрилганда, юз берадиган ҳолат, $RMSE \approx \sqrt{Var(u_t)}$, яъни RSMFE регрессия стандарт хатолиги (SER) га тақрибан яқинлашади.

Инфляция даражаси кейинги йилда қандай бўлади? Бу саволга жавоб кенг оммага қизиқарли. Марказий банк монетар сиёсатни юритишда инфляция даражасидан зарурий маълумот сифатида фойдаланади. Молия вазирлиги тизимида кейинги йил учун бюджет тасдиқланаётганида инфляция даражасини инобатга олинади. Фирмалар сотув ҳажмларини прогнозлаштираётганда инфляция қийматига боғлашади. Ушбу бўлимда ушбу саволга авторегрессия моделларидан фойдаланган ҳолда жавоб беришга ҳаракат қиламиз.

$INFL_t = \beta_0 + \beta_1 INFL_{t-1} + u_t$ моделини кўрайлик. Бунда $INFL_t$ – Ўзбекистон Республикасида инфляция (ЯИМ дефлятори) даражасининг жорий йилдаги қиймати, $INFL_{t-1}$ эса ўтган даврдаги (йилдаги) қийматини кўрсатсин. ЭКК усули ёрдамида моделни баҳоласак, 5.2-жавдалда кўрсатилган натижа ҳосил бўлди. Регрессия тенгламасини $\widehat{INFL}_t = 4.55 + 0.68 \cdot INFL_{t-1}$ кўринишда ёзиб олсак, унинг прогноз қийматларини $\widehat{INFL}_T = 4.55 + 0.68 \cdot INFL_T$ бўйича топиб олсак бўлади. Масалан, T=2015 бўлгани учун

$$\hat{Y}_{2016|2015} = 4.552533 + 0.6839516 \cdot INFL_{2015}$$

$$= 4.55 + 0.68 \cdot 8.68262 \approx 10.49$$

Инфляциянинг 2016 йилдаги прогноз қийматини 2017 йил прогноз қийматига қўллаб, унинг 2017 йилдаги қийматини прогноз қилсак бўлади[29]. Инфляциянинг прогнози келажакда қанчалик яхши ёки ёмон эканлиги текширишнинг бир йўли - бу ҳисобланган инфляция прогноз қийматлари бўлиб ўтган даврдаги қийматларга қанчалик яқин ёки яқин эмаслигини кўришимиз мумкин. Агар келажак давр ўтган даврга ўхшаш бўлса, яъни параметрларни ҳисоблашда вужудга келадиган хатоликлар кам бўлса, ва шу билан бирга, танлама даври учун прогноз ҳақиқий қийматларга қанчалик яқин бўлса, келажак давр учун прогноз шунчалик сифатли, яъни прогноз хатолиги кам бўлади. 5.5-графикда бу ҳолат тасвирланган.

[illegible]

5.2-ЖАДВАЛ

Ўзбекистон Республикасида инфляцияни AR(1) асосида прогнозлаштириш

Dependent Variable: INFL

Method: Least Squares
Sample: 2002 2015
Included observations: 14

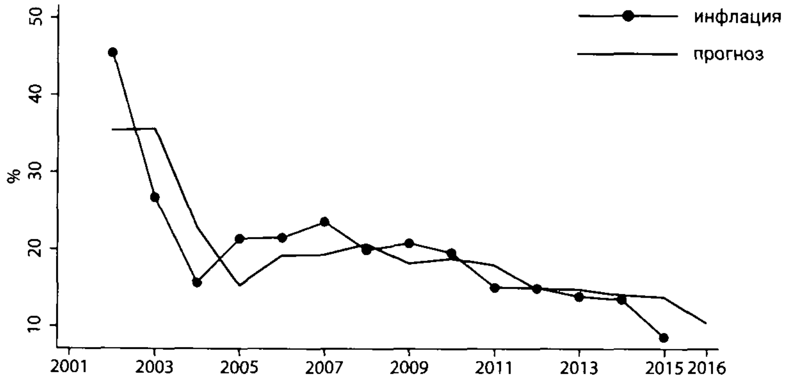
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
INFL(-1)	0.683952	0.141290	4.840748	0.0004
C	4.552533	3.497576	1.301625	0.2175
R-squared	0.661331	Mean dependent var		20.04767
Adjusted R-squared	0.633109	S.D. dependent var		8.706984
S.E. of regression	5.273955	Akaike info criterion		6.295002
Sum squared resid	333.7752	Schwarz criterion		6.386296
Log likelihood	42.06501	Hannan-Quinn criter.		6.286551
F-statistic	23.43284	Durbin-Watson stat		1.905866
Prob(F-statistic)	0.000405			

Кўриниб турганидек, прогноз 2002-2015 йил оралиғи учун инфляциянинг прогноз қийматлари ҳақиқий қийматларга яқин. Прогноз хатолиги шу тасвирланган икки чизиқлар фарқидан иборат. 2016 йил учун прогноз хатолигини ҳисоблаб бўлмасада ($INFL_{2016}$ ҳали маълум бўлмагани сабабли), прогноз сифатини белгиловчи бир нечта кўрсаткичларни кўришимиз мумкин. Жумладан, $RMSE = 4.88$ фоизли пунктни ташкил этмоқда. Бу рақам AR(1) бошқа прогноз моделлари билан солиштирилганда керак бўлади.

5.3-ЖАДВАЛ Инфляция прогнози кўрсаткичлари

```
Forecast: INFLF
Actual: INFL
Forecast sample: 2002 2016
Included observations: 14

Root Mean Squared Error                 4.882734
Mean Absolute Error                     3.741180
Mean Absolute Percentage Error          19.10332
Theil Inequality Coefficient            0.113791
Bias Proportion                         0.000000
Variance Proportion                     0.103008
Covariance Proportion                   0.896992
```

5.5-РАСМ Ўзбекистон Республикасида ЯИМ дефлятори ва унинг прогноз қийматлари



Манба. World Development Indicators, 2016

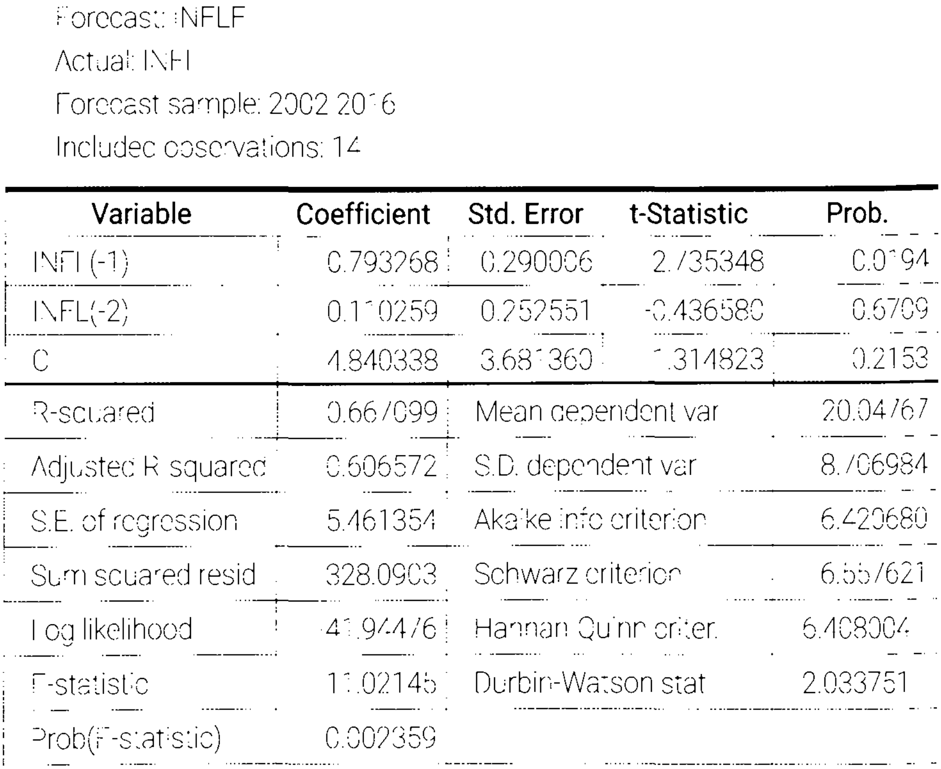
Инфляцияни AR(2) асосида моделлаштирсак, $INFL_t = \beta_0 + \beta_1 INFL_{t-1} + \beta_2 INFL_{t-2} + u_t$ кўринишига эга бўлади. Уни ЭКК усули ёрдамида ҳисобласак, 5.4-жадвалда кўрсатилган натижа ҳосил бўлди. Ушбу регрессия натижаси шуни кўрсатадики, инфляциянинг ўтган йилги қиймати таъсир этса-да, икки йил олдинги қиймати манфий таъсир қилмоқда, лекин бу таъсир статистик муҳим эмас. Унинг прогнозини ҳисобласак,

$$Y_{2016|2015.\ 2014} = 4.840338 + 0.793268 \cdot INFL_{2015} - 0.110259 = 10.24,$$

яъни AR(1) прогнози билан деярли бир хил. $RMSE$=4.71, яъни AR(1) модели билан деярли бир хил натижани бермоқда (5.5-жадвал). Ажабланарлиси шундаки, инфляциянинг прогноз ва ҳақиқий қийматларини кўрсатувчи график ҳам деярли бир хил натижа кўрсатмоқда.

5.4-ЖАДВАЛ

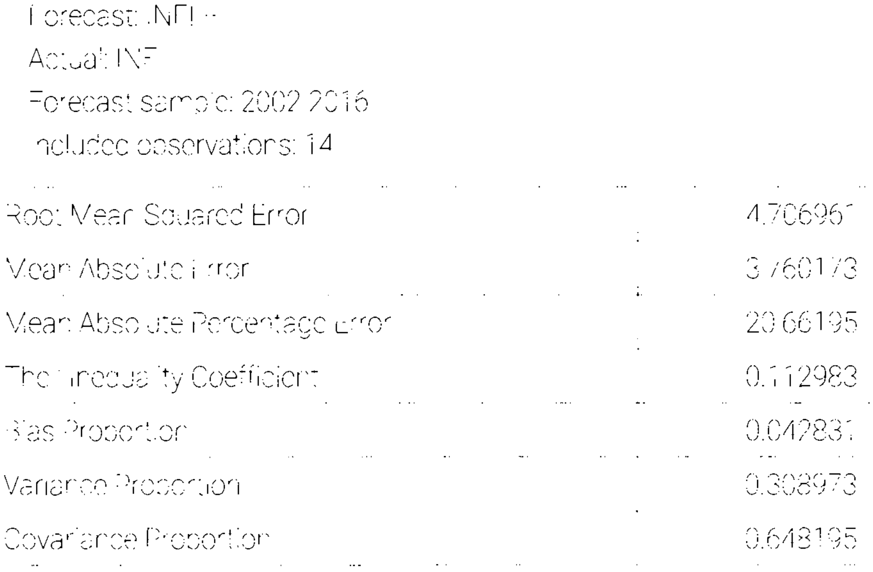
Ўзбекистон Республикасида инфляцияни AR(2) асосида прогнозлаштириш



Forecast: INFLF
Actual: INFL
Forecast sample: 2002 2016
Included observations: 14

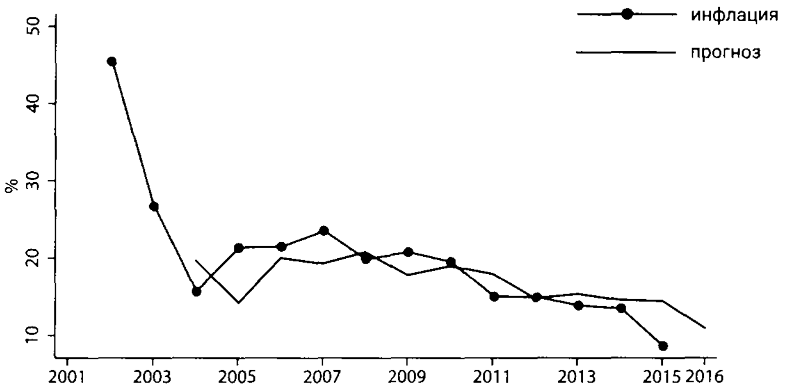
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
INFL(-1)	0.793268	0.290006	2.735348	0.0194
INFL(-2)	0.110259	0.252551	-0.436580	0.6709
C	4.840338	3.681360	1.314823	0.2153
R-squared	0.667099	Mean dependent var		20.04767
Adjusted R squared	0.606572	S.D. dependent var		8.706984
S.E. of regression	5.461354	Akaike info criterion		6.420680
Sum squared resid	328.0903	Schwarz criterion		6.557621
Log likelihood	-41.94476	Hannan Quinn criter.		6.408004
F-statistic	11.02145	Durbin-Watson stat		2.033751
Prob(F-statistic)	0.002359			

5.5-ЖАДВАЛ Инфляция прогнози кўрсаткичлари



```
Forecast: INFF
Actual: INF
Forecast sample: 2002 2016
Included observations: 14

Root Mean Squared Error                 4.706961
Mean Absolute Error                     3.760173
Mean Absolute Percentage Error          20.66195
Theil Inequality Coefficient            0.112983
Bias Proportion                         0.042831
Variance Proportion                     0.308973
Covariance Proportion                   0.648195
```

5.6-РАСМ Ўзбекистон Республикасида ЯИМ дефлятори ва унинг прогноз қийматлари



Манба. World Development Indicators, 2016

Агар AR(2) модели AR(1) модели билан солиштирганда, деярли бир хил натижани берса, AR(2) га қўшилган 2-лагли инфляция қийматларини қўшишимиз керакми? Бу саволга жавоб қисман ижобий бўлса-да, моделнинг бошқа жиҳатларини ҳам ҳисобга олиш керак. 2-лагли инфляция параметри статистик муҳим бўлмаса-да, модел F-статистикаси статистик муҳим. Ушбу ўзгарувчи ҳақиқий моделга тегишли бўлса, уни олиб ташланса, 1-лагли инфляция билан боғлиқ параметр силжиб қолиши хавфи бор. Шунга лаг танлашда бошқа тест натижаларини ҳам ҳисобга олиш мақсадга мувофиқ ҳисобланади.

5.3. АВТОРЕГРЕССИВ ТАҚСИМЛАНГАН ЛАГ (ADL) МОДЕЛИ

Иқтисодий назарияга кўра, ўрганилаётган ўзгарувчини прогнозлаштириш ўзининг лагларидан ташқари бошқа омиллар ва улар лаглари ёрдамида амалга ошириш ҳам мумкин. Бошқа ўзгарувчилар *AR(p)* моделга қўшилганида, **авторегрессив тақсимланган лаг модели** *ADL(p,q)* ҳосил бўлади.

ADL(p,q) модели Y ўзгарувчисининг p–тартибгача лаглари ҳамда бошқа омил (X ўзгарувчиси) нинг q–тартибгача лаглари ишлатилиши назарда тутилади.

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \dots + \beta_p Y_{t-p} +$$

$$+ \delta_1 X_{t-1} + \delta_2 X_{t-2} + \dots + \delta_q X_{t-q} + u_t$$

Бунда $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_q$ номаълум параметрлар, u_t тасодифий хато ва $E(u_t \mid Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, X_{t-1}, X_{t-2}, \dots) = 0$.

5.4. МАЪЛУМОТ КРИТЕРИЙЛАРИ ЁРДАМИДА ЛАГ ТАРТИБИНИ ТАНЛАШ

Авторегрессия ва авторегрессив тақсимланган лаг моделларида лаг тартибини танлаш муҳим масала сифатида кўрилади. Моделга кам лаг киритилса, узоқ лаглардаги маълумот моделда акс этмайди ва прогнозда ишлатилмайди. Иккинчи томондан, кўпроқ лаг киритилса, етарлидан ортиқ регрессорлар киритилиш хавфи мавжуд – бунда прогноз хатолиги ошади. Шу нуқтаи назардан, лаг тартибини белгилаш кўпроқ лаг киритишдан келадиган наф ва прогноз хатоликларини баланслаштириш масаласига айланади. Буни амалга оширишнинг 3 хил усулини тақдим этамиз.

F-тест

Лаг тартибини F-тест орқали амалга ошириш авторегрессия моделини юқори тартибда олдин баҳолаб, охирги тартибли лагни гипотеза тестидан ўтказишни тақозо этади. Масалан, берилган регрессанд учун AR(5) баҳоланиб, 5-тартибли лаг олдидаги параметрни 5% (ёки анъанавий 1%, 10% - қўйилган мақсадга боғлиқ ҳолда) даражада статистик муҳимлигини текширишимиз керак. Агар бу даражада статистик муҳимликни ўрнатиб бўлмаса, AR(4) ни ҳисоблаб, худди шундай тест ўтказиш орқали амалга оширилади. Агар 4-тартибдаги лаг параметри статистик муҳим бўлмаса, AR(3) ҳисобланади ва ҳоказо.

Авторегрессив тақсимланган лаг моделларида эса киритилган лаглар олдидаги бир нечта параметрларни F-тест орқали қўшма гипотеза сифатида текширилади. Солиштириладиган моделлар сони кўп бўлмаса, F-тест осон амалга оширилади.

Бу усулнинг муаммоли томони шундан иборатки, агар ҳақиқий лаг тартиби 3 бўлиб, яъни 4- ва ундан юқори тартибли лаг параметрлари 0 бўлса, тест статистикаси юқорироқ тартибли лагни танлаш каби натижага олиб келадиган ҳолатлар учрайди.

Шварц маълумот критерийси (SIC)

Лаг тартибини Шварц маълумот мезонлари орқали аниқлаш p–тартибли авторегрессия моделларида қуйидаги функцияни минималлаштиришни тақозо этади:

$$SIC(p) = ln\left[\frac{SSR(p)}{T}\right] + (p+1)\frac{ln(T)}{T}$$

Бунда $SSR(p)$ - $AR(p)$ моделини ЭКК усули ёрдамида ҳисоблашда ҳосил бўладиган қолдиқлар квадратлари йиғиндисини кўрсатади. p тартибини ҳар хил қийматлари учун $SIC(p)$ ҳисобланиб, минимал қиймат учун топилган $\hat{p}$ унинг лагини ифодалайди. $\hat{p}$ қабул қилиши мумкин қийматлар 0, 1, 2 ва ҳоказо.

$SIC(p)$ формуласи ғаройиб кўринса-да, уни тушуниш осон. Моделга лаг қўшилганда $\frac{SSR(p)}{T}$ қисми камаяди, яъни ошмайди, лекин $(p+1)\frac{ln(T)}{T}$ эса ошади.

Акаике маълумот мезонлари (AIC)

Шварц маълумот мезонидан ташқари Акаике маълумот мезонидан ҳам фойдаланилади. Уларнинг формулалари деярли бир хил:

$$AIC(p) = ln\left[\frac{SSR(p)}{T}\right] + (p+1)\frac{2}{T}$$ [30]

$AIC(p)$ нинг $SIC(p)$ дан фарқи фақатгина $SIC(p)$ даги $ln(T)$ қисми, 2 рақами билан алмаштирилган. $T \geq 8$ учун (аксарият ҳолат) $ln(T) > 2$ бўлгани учун, қўшимча лагни моделга қўшиш учун AIC орқали тушунтириш осонроқ, чунки $SSR(p)$ да камроқ ўзгариш талаб этади. Шу нуқтаи назардан AIC ҳақиқийсидан кўпроқ, SIC эса камроқ лагни ишлатишни кўрсатиши муқаррар.

Юқорида келтирилган маълумот мезонларини аввал ҳисобланган моделлар мисолида кўриб чиқса бўлади. Инфляцияни прогнозлаштирганда, AR(1) ва AR(2) моделларидан фойдаландик ва улар бўйича прогноз мос равишда 10.49% ва 10.29% ҳисобланди.

---

[30] [illegible]
$SIC(K) = ln\frac{SSR(K)}{T} + K\frac{ln T}{T}$ [illegible] $AIC(K) = ln\frac{SSR(K)}{T} + K\frac{2}{T}$ [illegible]

5.6-ЖАДВАЛ $INFL_t = \beta_0 + \beta_1 INFL_{t-1} + ... + \beta_p INFL_{t-p} + u_t$ **моделида лаг узунлигини аниқлаш**

Ҳисобланган критерий	$\widehat{INFL}_{2016}$	Акаике маълумот критерийси	Шварц маълумот критерийси	F- статистика	Манба
AR(1)	10.49	6.295	6.386	23.433	Жадвал 5.2
AR(2)	10.29	6.421	6.558	11.021	Жадвал 5.4

Бу иккита моделнинг прогноз қийматларидан AR(1) моделини танлаш мақсадга мувофиқ, чунки AR(2) моделидан AR(1) моделига ўтишда (1) ҳисобланган F-статистика қийматлари ошмоқда, яъни бунга боғлиқ р-қиймат камаймоқда ва (2) Акаике ва Шварц маълумот мезонлари ҳам камаймоқда (5.6-жадвал).

5.5.НОСТАЦИОНАРЛИК

Динамик қаторларда регрессия таҳлили муайян ўзгарувчининг ўтган даврдаги кузатишларини ишлатиш орқали амалга оширилади. Агар келажак ўтмиш билан бир хил бўлса, ўтган давр кузатишлари келажакни прогнозлаштиришда фойдали бўлади. Агар келажак ўтмишдан фундаментал равишда фарқ қиладиган бўлса, ўтган давр кузатишлари келажакни прогнозлаштиришда фойдали бўлмайди. Шу нуқтаи назардан, авторегрессия ва авторегрессив тақсимланган лаг моделлари стационар ўзгарувчиларни моделда ишлатишни тақозо этади. «Ўтмиш келажакни белгилайди» ғояси умумий ҳисобда стационарлик тушунчаси билан умумлаштирилади.

Агар Y_t ўзгарувчисининг эҳтимоллик тақсимоти вақт бўйича ўзгармаса, яъни $(Y_1, Y_2, ..., Y_T)$ ҳамда $(Y_{s+1}, Y_{s+2}, ..., Y_{s+T})$ эҳтимоллик тақсимотлари s=1, 2, ... учун бир хил бўлса, у **стационар** ҳисобланади.

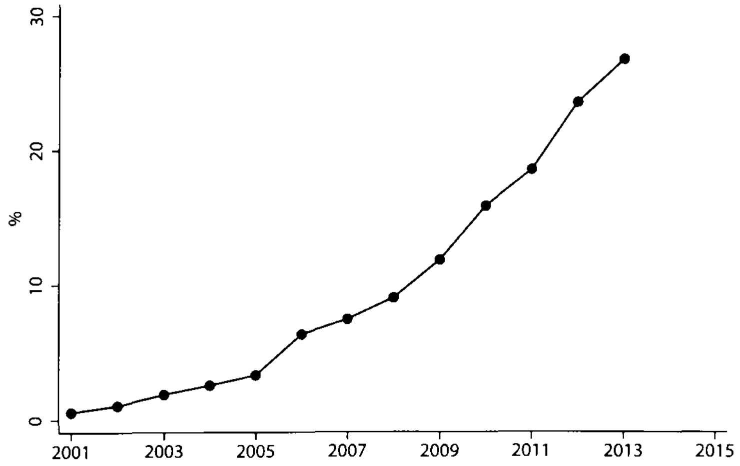
Стационарликни кучсизроқ таърифлари ҳам бор. Агар Y_t ўзгарувчисининг (1) математик кутилиши ва (2) дисперсияси[31] вақт бўйича деярли ўзгармас бўлиб, (3) $cov(Y_t, Y_{t-s})$ s га боғлиқ бўлиб, t га боғлиқ бўлмаса, динамик қатор стационар бўлади.

Стационар бўлмаган динамик қаторлар ностационар ҳисобланади. Ўзгарувчиларда ностационарлик бир қанча кўринишларга эга бўлиши мумкин. Лекин ушбу қўлланмада энг кўп тарқалган тури – трендлар ҳақида мулоҳаза юритамиз.

5.5.1 Трендлар

Тренд – бу вақт қаторида узоқ-муддатли ҳаракатни кўрсатади. Динамик қатор ўз тренди атрофида айланади. Қуйидаги Ўзбекистон аҳолисида интернет фойдаланувчилари улушига эътибор беринг. Кўрилаётган давр учун интернет фойдаланувчилари кескин ошмоқда, яъни тренди юқорига йўналтирилган.

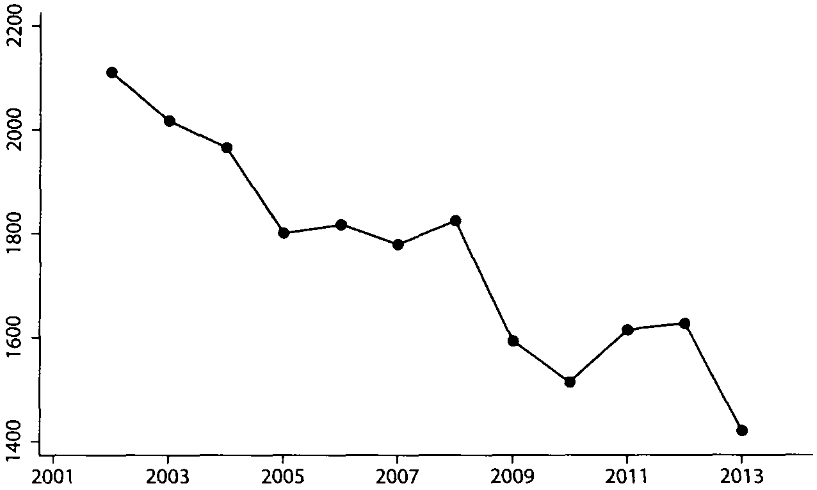
5.7-РАСМ Ўзбекистон Республикасида интернет фойдаланувчилари, % да



Манба: World Development Indicators, 2016

[illegible]

5.8-РАСМ **Ўзбекистон Республикасида энергиядан фойдаланиш (нефт эквивалентидаги кг да, аҳоли жон бошига)**



Манба: World Development Indicators, 2016

5.5.2 Детерминистик ва стохастик трендлар.

Детерминистик тренд вақтнинг тасодифий бўлмаган функцияси бўлиб, кўпроқ ҳолатларда чизиқли ва камроқ ҳолатларда полиномиал (параболик, кубик) функция кўринишига эга бўлади. Стохастик тренд эса тасодифий бўлиб, вақт бўйича ўзгариб туради. Масалан ЯИМ дефлятори 2004 йилгача пастга, 2007 йилга қадар эса юқорига ва ундан кейин яна пастга йўналтирилган трендга эга. Бу стохастик тренд белгиси бўлиши мумкин. Иқтисодий жараёнлар кўпинча стохастик трендга эга бўлгани учун уни моделда шундай ифодаланади.

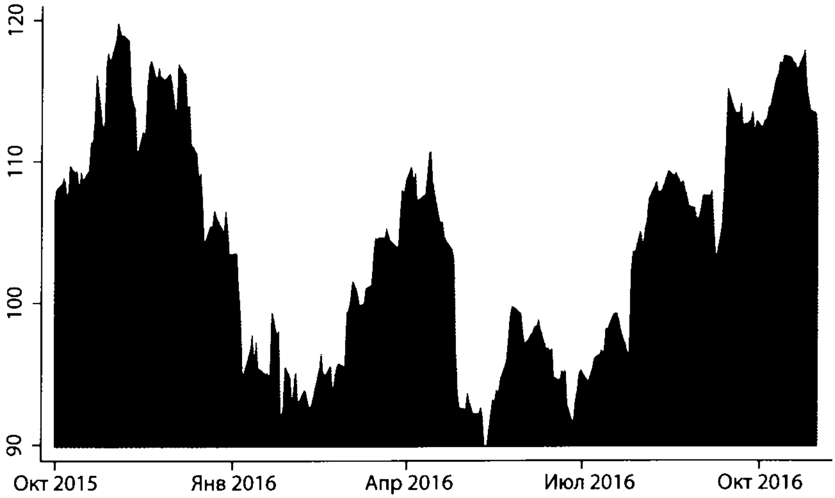
Энг содда стохастик трендга тасодифий саргардонлик модели мисол бўлади. Унинг кўриниши қуйидагича

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t$$

бунда $E(u_t \mid Y_t, Y_{t-1}, ...) = 0$ ва u_t боғлиқсиз ва текис тақсимланган тасодифий миқдор.

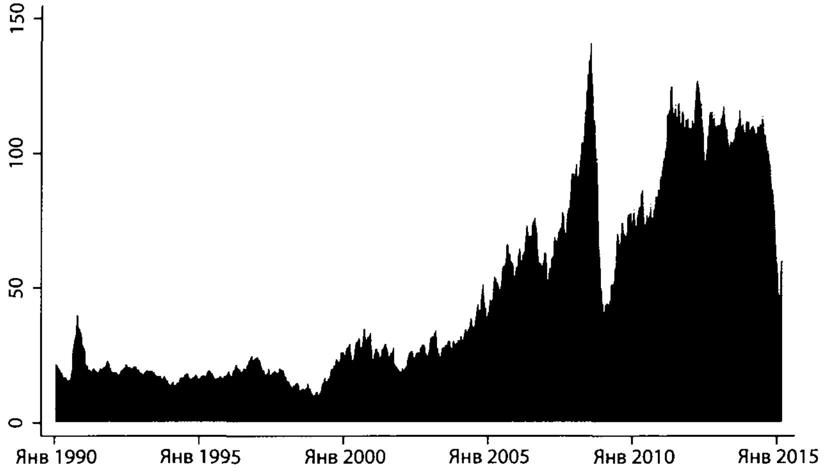
Ушбу модел талқини шундан иборатки, $\Delta Y_t = u_t$ бўлгани учун бир муддатдан иккинчисида ўзгариши боғлиқсиз ва текис тақсимланган тасодифий миқдорни ташкил этади. Шу боис, унинг энг яхши кейинги муддат прогнози бугун қабул қилинган қиймат ҳисобланади. Тасодифий саргардонлик жараёнига бир мисол сифатида акция нархларининг кунлик ҳаракатини олайлик. Акциялар нархи ўрта ҳисобда ошиб борса-да, кейинги муддатда қабул қиладиган қиймати бўйича энг яхши прогноз бу унинг бугунги нархи. Аслида эса, унинг қиймати бугунги нарх плюс бугунги нарх ва прогноз килиб бўлмайдиган қисмдан иборат. Тасодифий саргардонлик моделига иккинчи мисол сифатида кунлик нефт нархлари ҳамда акция нархлари қуйидаги графикларда келтирилган.

5.9-РАСМ **Apple Inc. (AAPL) акцияси нархлари, АҚШ долларида** (дивидентлар акция нархида акс эттирилган)



Манба. Yahoo Finance historical stock prices, 2016

5.10-РАСМ Европа Брент баррел спот нархлари FOB(АҚШ долларида)



Манба: US Energy Information Administration, 2016

Тасодифий саргардонлик модели AR(1) моделининг хусусий қисми бўлиб, у ностационар модел ҳисобланади. Бу кўрилаётган ўзгарувчининг дисперсияси вақтга боғлиқлигидан келиб чиқади:

$$Y_t = Y_{t\ 1} + u_t = Y_{t-2} + u_{t-1} + u_t = \dots$$

$$= Y_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_t = Y_0 + \sum_{i=1}^{T} u_t$$

Берилган Y_0 учун,

$$var(Y_t) = var(Y_0) + var\left(\sum_{t=1}^{T} u_t\right) = T\sigma_u^2$$

Кўриниб турганидек, дисперсия вақтга боғлиқ, вақт ошса, дисперсия ҳам ошади. Шу боис, агар кўрилаётган ўзгарувчи тасодифий саргардонлик модели бўйича тушунтирилса, у ностационар бўлади.

Умуман олганда, $Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + u_t$ моделида $|\beta_1| < 1$ бўлса, Y_t стационар, акс ҳолда ностационар деб юритилади. Тасодифий саргардонлик моделида $\beta_1 = 1$ бўлгани учун у ностационар ҳисобланади.

AR(1) моделида ностационар ўзгарувчиларда $\beta_1 = 1$ бўлгани учун уларда **бирлик илдиз мавжуд** ёки **стохастик трендга** эга дейилади.

5.5.3 Бирлик илдиз муаммолари

Агар регрессорнинг бирлик илдизи мавжуд бўлса, ЭКК усули билан ҳисобланган параметрларда бир қанча муаммолар туғилади. Биринчидан, ҳисобланган параметрлар нол йўналишида силжиган[32] бўлади, яъни ҳисобланган параметрлар бўйича қабул қилинган қарор нотўғри бўлади. Иккинчидан, уларнинг ҳисобланган t–статистикалари нормал тақсимотга танлама ҳажми оширилганда ҳам эга бўлмайди, яъни кўрсатаётган статистик муҳимлик даражаси рост маълумотни бўлмайди. Учинчидан, ҳисобланган регрессия "ёлғон регрессия" ҳисобланади, яъни регрессор ва регрессанд орасида кучли статистик боғланиш кўринса ҳам, аслида бу боғланиш "ёлғон" ҳисобланади.

Мисол учун Ўзбекистон жон бошига ЯИМ Жанубий Кореянинг ўртача умр давомийлигига қандай таъсир этади? Мантиқан, ҳеч қандай! Ўзбекистоннинг ўсиб бораётган ЯИМ Ўзбекистон ҳудудида яшовчи аҳолининг умр давомийлигини оширади, Жанубий Кореяда яшовчи аҳолининг эмас! Қуйидаги регрессия моделини кўрайлик:

$$\ln(life\_KOR_t) = \beta_0 + \beta_1 \ln(gdppc\_UZB) + u_t$$

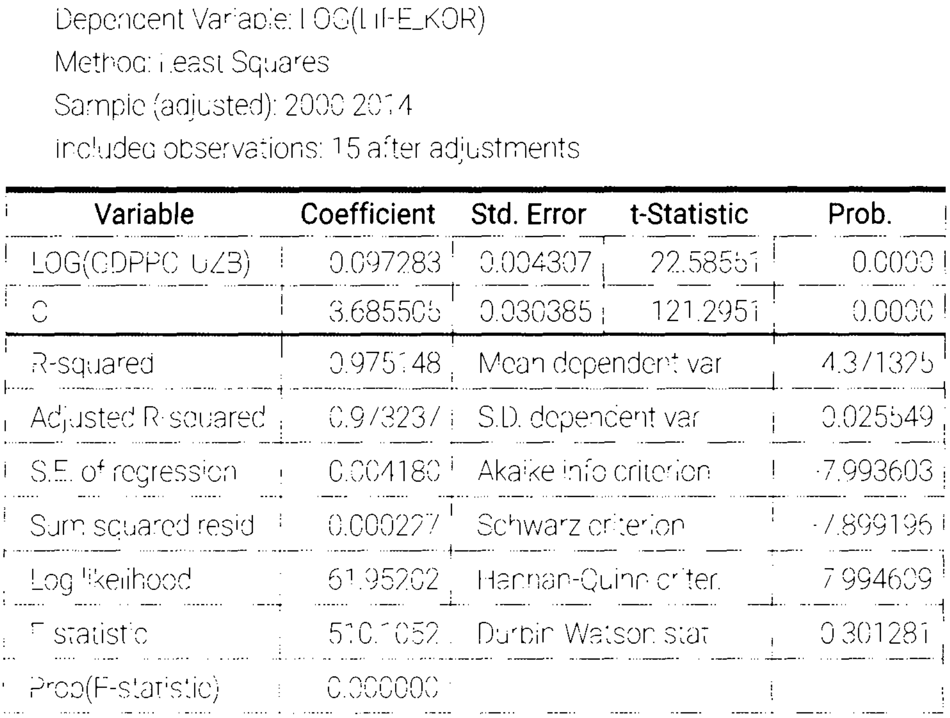
Бунда $\ln(life\_KOR_t)$ – Жанубий Корея аҳолисининг ўртача умр давомийлиги (йилларда), $gdppc\_UZB$ эса Ўзбекистон жон бошига ЯИМ, 2000 йилги АҚШ долларида, t вақт кўрсаткичи – 1987-2014 йиллар.

Аввал ушбу моделни аввал 2000-2014 йиллар учун ҳисоблайлик.

---

[32] [illegible]

5.7-ЖАДВАЛ $\ln(life\_KOR_t) = \beta_0 + \beta_1 \ln(gdppc\_UZB) + u_t$ модели (ёлғон модел) параметрларини 2000-2014 муддати учун ҳисоблаш

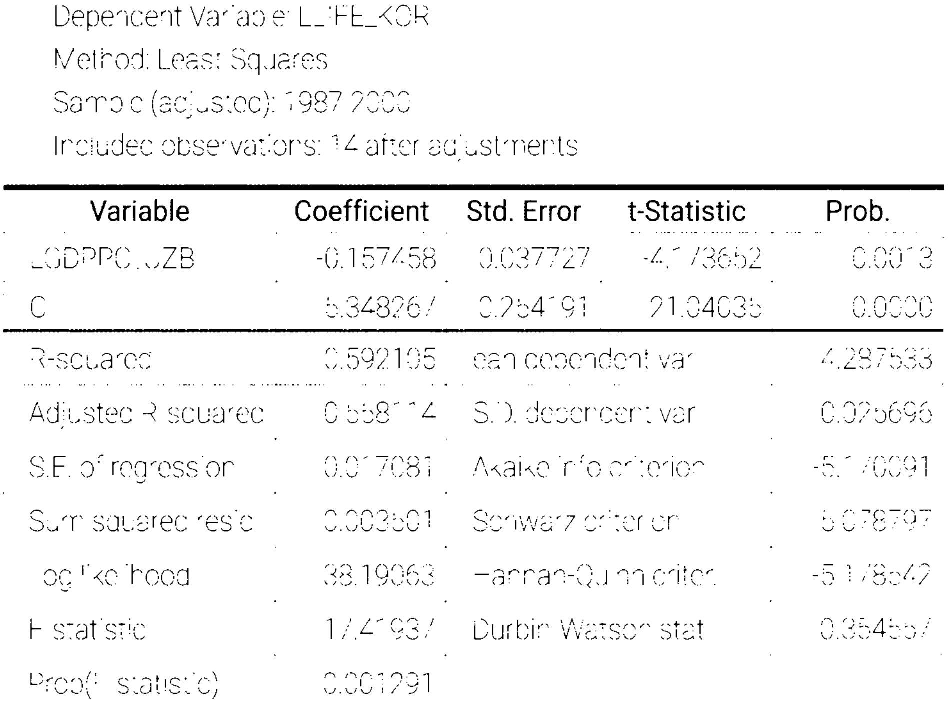


```
Dependent Variable: LOG(LIFE_KOR)
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 2000 2014
Included observations: 15 after adjustments

Variable            Coefficient   Std. Error   t-Statistic      Prob.
LOG(GDPPC_UZB)       0.097283     0.004307     22.58561        0.0000
C                    3.685505     0.030385     121.2951        0.0000

R-squared            0.975148   Mean dependent var          4.371325
Adjusted R-squared   0.973237   S.D. dependent var          0.025549
S.E. of regression   0.004180   Akaike info criterion      -7.993603
Sum squared resid    0.000227   Schwarz criterion          -7.899196
Log likelihood       61.95202   Hannan-Quinn criter.        7.994609
F-statistic          510.1052   Durbin-Watson stat          0.301281
Prob(F-statistic)    0.000000
```

Ҳисобланган регрессия параметрлари Ўзбекистон жон бошига ЯИМ 10% ўсиши Жанубий Корея аҳолисининг ўртача умр давомийлигини деярли 1% оширмоқда, *ceteris paribus*. Бу ҳисобланган параметрнинг статистик муҳимлиги 1% даражада, моделнинг R^2=0.98 ва F-статистикасининг p—қиймати 1% даражада. Бошқача қилиб айтганда, кўрилаётган икки динамик қаторлар орасидаги боғланиш кучли.

Албатта, моделларда бу каби кўрсаткичлар тадқиқотчи учун қувончли бўлса-да, регрессия кўрсатаётган натижалар “ёлғон”. Агар биз ушбу моделни 1987-2000 йиллар учун ҳисобласак, умуман бошқача натижалар чиқиши маълум булади.

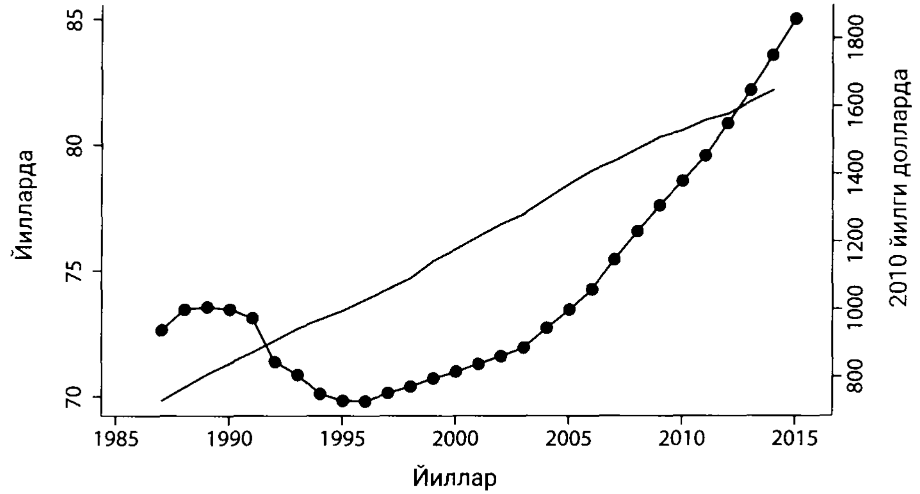
5.8-ЖАДВАЛ $\ln(life\_KOR_t) = \beta_0 + \beta_1 \ln(gdppc\_UZB) + u_t$ модели (ёлғон модел) параметрларини 1987-2000 муддати учун ҳисоблаш



```
Dependent Variable: LLIFE_KOR
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 1987 2000
Included observations: 14 after adjustments

        Variable          Coefficient   Std. Error   t-Statistic     Prob.

LGDPPC_UZB                 -0.157458     0.037727    -4.173652      0.0013
C                           5.348267     0.254191    21.04035       0.0000

R-squared                   0.592105    Mean dependent var         4.287533
Adjusted R-squared          0.558114    S.D. dependent var         0.025696
S.E. of regression          0.017081    Akaike info criterion     -5.170091
Sum squared resid           0.003501    Schwarz criterion         -5.078797
Log likelihood              38.19063    Hannan-Quinn criter.      -5.178542
F-statistic                 17.41937    Durbin-Watson stat         0.354557
Prob(F-statistic)           0.001291
```

Кўриниб турганидек, регрессия натижалари бу сафар шуни кўрсатадики, Ўзбекистон жон бошига ЯИМ 10% ошиши Жанубий Корея аҳолисининг ўртача умр давомийлигини 1.6% фоизга қисқартиради, ceteris paribus. Шу билан бирга, ҳисобланган параметр ва моделнинг статистик муҳимлиги 1% даражада. ЭКК усулида ҳисоблаганимизда кучли статистик боғланиш кўринмоқда. Албатта, моделларда бу каби кўрсаткичлар тадқиқотчи учун қувончли бўлса-да, регрессия кўрсатаётган натижалар "ёлғон". Бундай натижанинг сабаби кўрилаётган ўзгарувчилар бирлик илдизлари мавжудлигидандир.

5.11-РАСМ **Ўзбекистон Республикаси жон бошига ЯИМ ва Жанубий Корея ўртача умр давомийлиги**



Манба: World Development Indicators, 2016

Юқоридаги графикка эътибор беринг. Ушбу бўлимнинг 2000-2015 йиллар учун регрессия натижаларига мувофиқ Ўзбекистон жон бошига ЯИМ Жанубий Корея аҳолисининг ўртача умр давомийлигини оширган бўлса-да, нима учун ундан аввалги, айниқса 1991 йилда собиқ Совет Иттифоқи тугагандан кейинги даврда, жон бошига ЯИМ камайганида, Жанубий Кореянинг ўртача умр давомийлиги камаймади? Аксинча, у ошди, чунки уларнинг тушунтирадиган омиллари ҳар хил ва шу боис, “ёлғон” регрессиядир (5.11-график).

Бу каби регрессия моделларини Ўзбекистон Республикасига тегишли маълумотлар асосида ҳисоблаганда ҳам шу каби ҳолат юз бериши табиий. Бундай натижалар ёш иқтисодчиларни қувонтирса-да, регрессия моделида ишлатиладиган ўзгарувчилар бирлик илдизга эга ёки эмаслигига амин бўлишимиз керак. Масалан, инвестиция ҳажмини ЯИМга динамик қаторда регрессия қилганимизда, одатда, шу каби ҳолат юз беради, чунки иккала ўзгарувчи ҳам бир вақтда ошаётганлиги боис, статистик муҳим боғланиш ҳисобланади. Шу сабабли регрессия моделида ҳисоблашдан олдин бу ўзгарувчилар бирлик илдизга эга ёки эга эмаслигини текшириш амалиёти мавжуд.

Бирлик илдиз мавжуд ёки эмаслиги га текшириш

Бирлик илдиз мавжудлигини график усулда инспекция қилиш мумкин бўлса-да, бундай усулда уни аниқлаш қийин, айниқса, агар ўзгарувчи ўртачаси ва дисперсияси графикда аниқ кўринмаса. Бундан ташқари, динамик қаторнинг автокорреляция коэффициенти ўрганиш орқали ҳам амалга ошириш мумкин.

Ушбу бўлимда бирлик илдизга текширишни Дики-Фуллер тести орқали амалга оширамиз. Бирлик илдизга текширишни бир қанча формал тестлари бўлса-да, Дики-Фуллер амалиётда энг тарқалган.

AR(1) модели учун бирлик илдиз мавжудлигини аниқлаш, умумий ҳисобда авторегрессия моделини ЭКК усули ёрдамида ҳисоблашдан иборат. Аввал муҳокама этилганидек, AR(1) моделида $\beta_1 = 1$ бўлса, тасодифий таргардонлик моделига, ва $|\beta_1| < 1$ бўлса, стационар ўзгарувчиларга келамиз. Шу нуқтаи назардан бирлик илдиз мавжудлигига текшириш учун $Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + u_t$ моделида $H_0 : \beta_1 = 1$ ва $H_1 : \beta_1 < 1$ гипотезасини текширсак, етарли бўлади. Бунда $H_0 : \beta_1 = 1$ рад этилса, Y_t станционар ўзгарувчи бўлади, акс ҳолда унинг бирлик илдизи мавжуд бўлади.

AR(1) моделини трансформация қилиб, бирлик илдизга текшириш йўли ҳам мавжуд. Бунда AR(1) моделини $\Delta Y_t = \beta_0 + \delta Y_{t-1} + u_t, \delta = \beta_1 - 1$ кўринишида ифодалаб, $H_0 : \delta = 0$ ва $H_1 : \delta < 0$ гипотезаси текширилади. AR(1) моделини бундай трансформацияси моделни статистик ва эконометрик дастурларда ҳисоблаганда қулайлик туғдиради.

AR(p) модели учун кенгайтирилган Дики-Фуллер (КДФ) тести $\Delta Y_t = \beta_0 + \delta Y_{t-1} + \gamma_1 \Delta Y_{t-1} + \gamma_2 \Delta Y_{t-2} + ... + \gamma_p \Delta Y_{t-p} + u_t$ моделида $H_0 : \delta = 0$ ва $H_1 : \delta < 0$ ни текширишга олиб келади. Бунда нолинчи гипотезага мувофиқ Y_t ўзгарувчининг бирлик илдизи бор, муқобил гипотезага мувофиқ эса бу ўзгарувчи стационар бўлади. Шу боис, агар H_0 рад этилса, Y_t станционар ўзгарувчи бўлади, акс ҳолда унинг бирлик илдизи мавжуд бўлади.

Баъзи ҳолларда ўзгарувчи чизиқли тренд атрофида стационарликни намоён қилса, t регрессияга қўшилади ва бунда КДФ тести

$\Delta Y_t = \beta_0 + at + \delta Y_{t-1} + \gamma_1 \Delta Y_{t-1} + \gamma_2 \Delta Y_{t-2} + ... + \gamma_p \Delta Y_{t-p} + u_t$ моделида $H_0 : \delta = 0$ ва $H_1 : \delta < 0$ ни текширишга олиб келади.

КДФ статистикасининг танқидий қийматлари

КДФ статистикаси қиймати қурилган моделларда ҳисобланган t-статистикаси билан бир хил қиймат қабул қилса-да, у нормал ёки Стьюдент тақсимоти қонунига бўйсунмайди, танлама ҳажми оширилганда ҳам. Шунинг учун бирлик илдиз мавжудлигига текширишда стандарт ҳисобланган p-қийматлар фойдали бўлмайди. КДФ критик қийматлари алоҳида жадваллар ёки эконометрик дастур ёрдамида ҳисобланади.

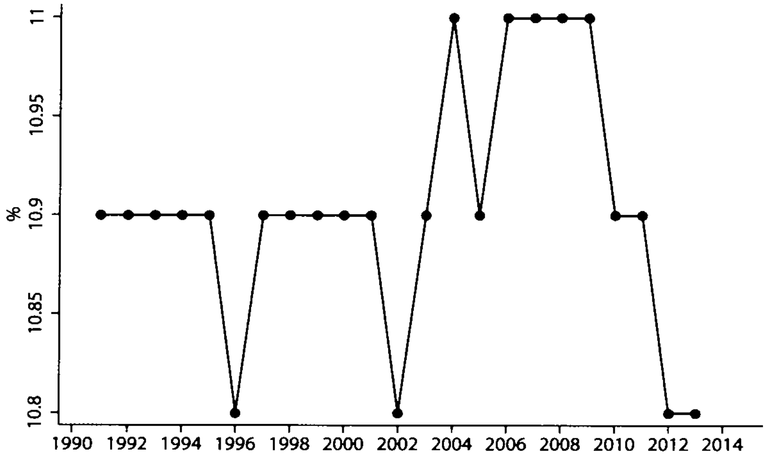
5.9-ЖАДВАЛ КДФ танқидий қийматлари

Детерминистик регрессорлар	10%	5%	1%
Озод ҳад	-2.57	2.86	3.43
Озод ҳад ва тренд	3.12	-3.41	-3.96

$H_1 : \delta < 0$ бўлгани учун бирлик илдиз мавжудлигига текшириш гипотезани бир томонлама текширишга олиб келади. Агар моделда, масалан, тренд киритилган бўлса, КДФ статистикаси ҳисобланганда -2.86 дан кичик бўлса, $H_0 : \delta = 0$ рад этилади ва динамик қатор стационар эканлиги келиб чиқади.

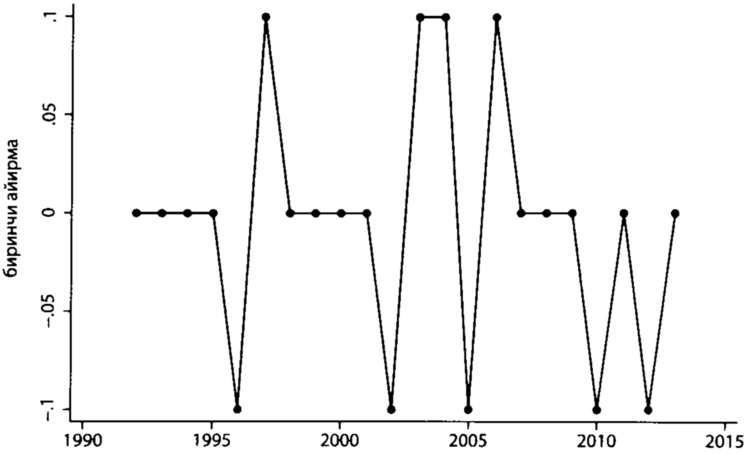
Мисол учун Ўзбекистонда ишсизлик даражасини кўрайлик. Ишсизлик даражаси абсолют қийматда кўп ўзгармаган бўлмаса-да, кўрилаётган 1991-2013 йиллар учун иқтисодий циклларга боғлиқ равишда ўзгариб келган. 2002 йилдан кескин ошиб, 2009 йилдан кескин камайиши қайд этилган (5.12 – график).

5.12-РАСМ Ўзбекистон Республикасида ишсизлик даражаси



Манба: World Development Indicators, 2016

5.13-РАСМ Ишсизлик даражасининг биринчи айирмаси



Манба: World Development Indicators, 2016

Бу каби ҳолат ўзгараётган ўртачани кўрсатгани туфайли бу ностационар қатор эканлигини англашимиз мумкин. Лекин бу формал тест бўлмагани учун стационарлик ёки ностационарлик тўғрисида қарор қабул қилишимиз нотўғри бўлиши мумкин. Шу боис КДФ тестини амалга оширишимиз мумкин. 5.10-жавдвалда кўриниб турганидек, КДФ статистика = 0.315 ни ташкил этмоқда. Бу статистика танланган 10% (-3.255), 5% (-3.633) ва 1% (-4.441) критик қийматлардан кам.

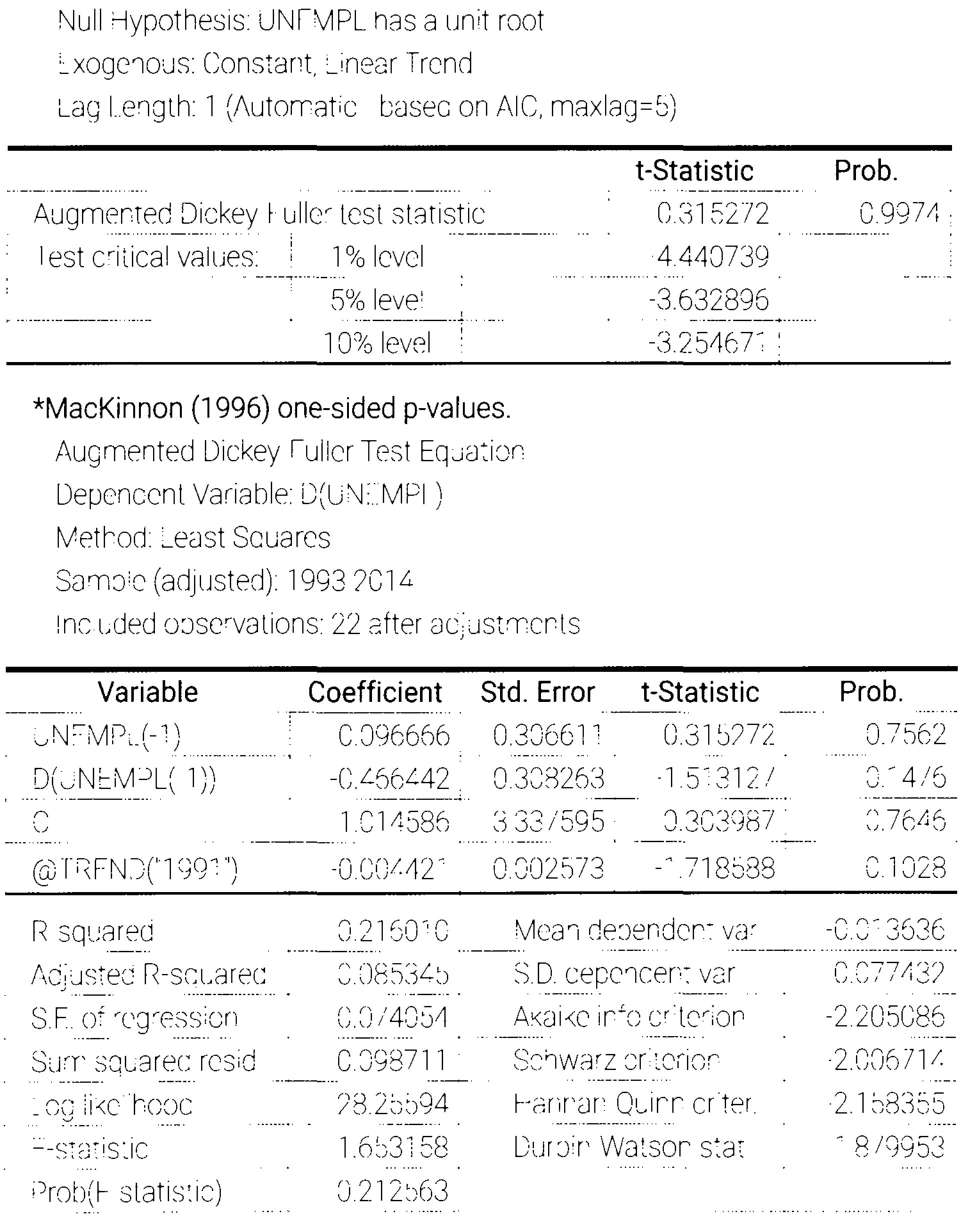
Шунинг учун ҳисобланган p—қийматлар “Бирлик илдиз мавжуд” ҳақидаги нолинчи гипотезани рад этиш учун етарли паст эмаслигини кўришимиз мумкин, яъни ишсизлик даражаси ўзгарувчиси бирлик илдизга эга, деб хулоса қиламиз.

КДФ статистикасини ҳисоблашда тренд ўзгарувчиси моделга қўшилди. 5.10-жадвалда кўриниб турганидек, тренд ўзгарувчиси (@TREND) статистик муҳим эмас. Шу боис, уни олиб ташлаб регрессия модели ҳисобланган ҳам бирлик илдизга эга натижаси чиқмоқда, яъни ишсизлик даражаси ностационар ўзгарувчиси. Бу дегани ишсизлик даражасини ЭКК усули билан ҳисобланадиган моделларда тўғридан-тўғри ишлатиш мақсадга мувофиқ бўлмайди[33]. Шуни ҳам ҳисобга олиш керакки, КДФ статистикасини ҳисоблаш учун регрессия моделида регрессорларни лагини танлаш автоматик тарзда Акаике маълумот мезони асосида амалга оширилган.

Бирлик илдизи мавжуд ўзгарувчиларни регрессия моделига тўғридан-тўғри киритолмасак-да, уларнинг биринчи айирмасини киритиш ҳақида мулоҳаза юритиш мақсадга мувофиқ. Агар ўзгарувчи ностационар эканлиги хулоса қилинса, унинг биринчи айирмаси аксарият ҳолларда стационар бўлади ва бундай ўзгарувчиларни биринчи тартибда интеграцияланган дейилади. Ўзбекистон Республикасида ишсизлик даражаси ўзгарувчиси бирлик илдизга эга бўлса-да, унинг биринчи айирмасини график ҳолда кўрилганда стационар чиқмоқда, яъни бу ўзгарувчи биринчи тартибда интеграцияланган дейилади. Ҳақиқатдан ҳам, унинг биринчи айирмасини бирлик илдиз мавжудлигини текширсак, бирлик илдиз ҳақидаги нолинчи гипотеза рад этилмоқда.

[illegible]

5.10-ЖАДВАЛ Ўзбекистон Республикаси ишсизлик даражаси ўзгарувчисини бирлик илдизга текшириш



Null Hypothesis: UNEMPL has a unit root

Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 1 (Automatic based on AIC, maxlag=5)

		t-Statistic	Prob.
Augmented Dickey Fuller test statistic		0.315272	0.9974
Test critical values:	1% level	-4.440739	
	5% level	-3.632896	
	10% level	-3.254671	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(UNEMPL)

Method: Least Squares

Sample (adjusted): 1993 2014

Included observations: 22 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
UNEMPL(-1)	0.096666	0.306611	0.315272	0.7562
D(UNEMPL(-1))	-0.466442	0.308263	-1.513127	0.1476
C	1.014586	3.337595	0.303987	0.7646
@TREND("1991")	-0.004421	0.002573	-1.718588	0.1028

R squared	0.216010	Mean dependent var	-0.013636
Adjusted R-squared	0.085345	S.D. dependent var	0.077432
S.E. of regression	0.074054	Akaike info criterion	-2.205086
Sum squared resid	0.098711	Schwarz criterion	-2.006714
Log likelihood	28.25594	Hannan Quinn criter.	-2.158355
F-statistic	1.653158	Durbin Watson stat	1.879953
Prob(F statistic)	0.212563		

ТЕКШИРИШ УЧУН САВОЛЛАР

САВОЛ 1. Ўзбекистон Республикаси ялпи ички маҳсулоти динамик қатори gdp_uz.xlsx файлида жойлаштирилган.

a. Ушбу динамик қаторни вақтга нисбатан график тасвирланг. Бу қаторнинг ўртачаси ва стандарт четланиши вақт бўйича ўзгармоқдами? Бундан қандай хулоса қилиш мумкин?

b. Ушбу динамик қаторнинг биринчи айирмасини ҳисобланг ва уни график тасвирланг. Бу қаторнинг ўртачаси ва стандарт четланиши вақт бўйича ўзгармоқдами? (a) да берилган жавобга боғлиқ ҳолда бундан қандай хулоса қилиш мумкин?

c. Ушбу динамик қаторнинг ўсиш суръатларини ҳисобланг. Бунда уни фоизли ўсиши $\% \Delta GDP = \frac{GDP_t - GDP_{t-1}}{GDP_{t-1}}$ ва логарифм айирмаси $\% \Delta \ln(GDP) = \ln(GDP_t) - \ln(GDP_{t-1})$ формулаларидан фойдаланган ҳолда ҳисобланг ва жавобларни солиштиринг. Бундан қандай хулоса қилиш мумкин?

d. Ўзбекистон Республикаси ЯИМ ўзгарувчи сифатида унда бирлик илдиз мавжудлигини КДФ тести ёрдамида аниқланг. Бунда лаг узунлигини танлиш учун AIC ёрдамида аниқланг.

САВОЛ 2. Қуйида ҳисобланган регрессия моделига эътибор беринг

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics	
Multiple R	0.997
R Square	0.994
Adjusted R Square	0.994
Standard Error	0.025
Observations	179

ANOVA

	df	*SS*	*MS*	*F*	*Significance F*
Regression	3	18.936	6.312	9829.828	0.000
Residual	175	0.112	0.001		
Total	178	19.048			

	Coefficients	*Standard Error*	*t Stat*	*P-value*	*Lower 95%*	*Upper 95%*	*Lower 99.0%*	*Upper 99.0%*
Intercept	0.529	0.012	42.780	0.000	0.504	0.553	0.497	0.561
LOG(GDP)	0.794	0.005	148.364	0.000	0.784	0.805	0.780	0.808
INFLATION	-0.012	0.004	-2.879	0.004	-0.020	-0.004	-0.023	-0.001
INTERESTRATE	-0.011	0.001	-10.573	0.000	-0.013	-0.009	-0.014	-0.008

Юқоридаги моделда эркли ўзгарувчи (Y) сифатида пул массасининг натурал логарифми - LOG(M1) олинган. LOG(M1) ва ЯИМ (GDP) миллиард шартли пул бирлигида, инфляция даражаси (INFLATION) ва фоиз ставкаси (INTEREST RATE) фоизда берилган.

a. Пул массаси моделини ҳисобланган коэффициентларни қўллаган ҳолда функция кўринишида ёзинг.

b. Ҳисобланган INTEREST RATE олдидаги коэффициентнинг p-қиймати (p-value) ҳақида мулоҳаза юритинг.

c. F-тест p-қиймати қандай гипотезани текшириш натижаси? Тушунтиринг.

АТАМАЛАР ИЗОҲИ

Akaike Information Criterion (AIC) – Акаике маълумот критерийси

autocorrelation – автокорреляция

average – ўртача

Central Limit Theory (CLT) – Марказий лимит теоремаси (МЛТ)

cross-sectional dataset – кросс-секцион маълумот

descriptive statistics – тасвирий статистика

deterministic trend – детерминистик тренд

dummy variable – бинар (Бернулли) ўзгарувчи

first difference – биринчи айирма

heteroskedasticity – хетероскедастиклик

hypothesistesting – гипотезаларни текшириш

integrated of order 1 – биринчи тартибда интеграцияланган

interval estimation – интервалли баҳолаш

joint distribution – қўшма тақсимот

lag – лаг

linear functions – чизиқли функциялар

multicollinearity – мультиколлинеарлик

nonstationarity – ностационарлик

omitted variable bias – тушириб қолдирилган ўзгарувчилар натижасида силжиш

probability density function (PDF)	–	эҳтимолий зичлик функцияси (ЭЗФ)
random error	–	тасодифий хатолик
regressand	–	регрессанд, боғлиқ ўзгарувчи
regression	–	регрессия
regressor	–	регрессор, мустақил ўзгарувчи
Schwarz Information Criterion (SIC)	–	Шварц маълумот критерийси
standard deviation	–	стандарт четланиш
standard error	–	стандарт хатолик
standard error of regression	–	регрессия стандарт хатолиги
stationarity	–	стационарлик
statistical inference	–	статистик хулоса
stochastic trend	–	тасодифий тренд
structural break	–	тизимли узилиш
trend	–	тренд
unit root	–	бирлик илдиз
variance	–	дисперсия
white noise	–	оқ шовқин

Иккинчи тенглама (-2) га қисқартириб, охирги тенгликни биринчи тенгламага қўйилса,

$$\sum(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)x_i = \sum(y_i - \bar{y} + \hat{\beta}_1(x_i - \bar{x})x_i) = 0$$

ёки

$$\sum(y_i - \bar{y})x_i = \hat{\beta}_1 \sum(x_i - \bar{x})x_i$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum(y_i - \bar{y})x_i}{\sum(x_i - \bar{x})x_i} = \frac{\sum(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \quad \text{(2.6 - тенглама)}$$

Бу ерда $\sum(y_i - \bar{y}) = \sum y_i - \sum \bar{y} = n\bar{y} - n\bar{y} = 0$ ва $\sum(x_i - \bar{x}) = n\bar{x} - n\bar{x} = 0$ бўлгани учун

$$\sum(y_i - \bar{y})x_i = \sum(y_i - \bar{y}) \; - x \sum(y_i - \bar{y})\bar{x} = \sum(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})$$

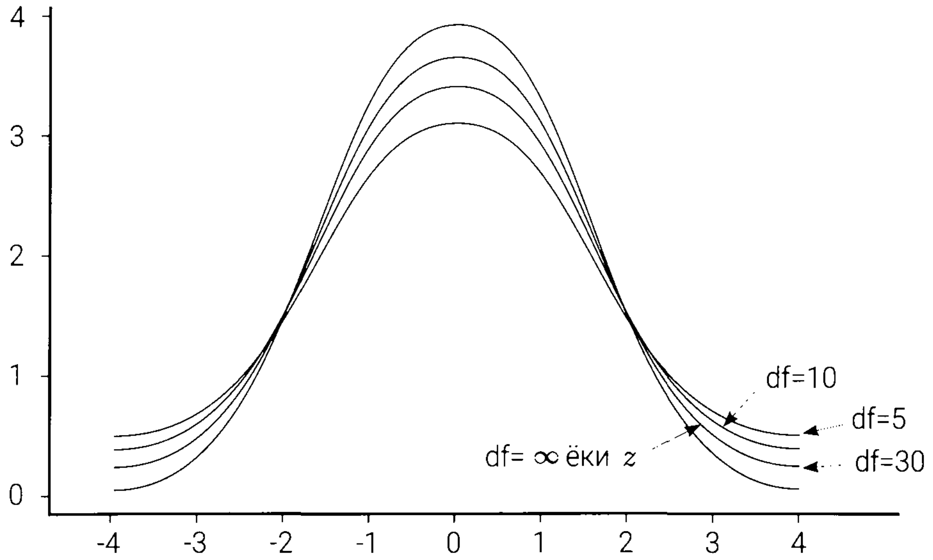
$$\sum(x_i - \bar{x})x_i = \sum(x_i - \bar{x})x_i - \sum(x_i - \bar{x})\bar{x} = \sum(x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})$$
$$= \sum(x_i - \bar{x})^2$$

тенгламадан $\hat{\beta}_1$ параметрини ҳисоблаб, уни $\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1\bar{x}$ тенгламасига қўйиб $\hat{\beta}_0$ ҳисобланади.

3-БОБГА ИЛОВА

Стандарт нормал Z—тақсимотни Стьюдентнинг t—тақсимотига ўзгартирилганда аппроксимация сифати эркинлик даражасига боғлиқ. Паст эркинлик даражасида бу икки тақсимот орасидаги тафовут катта бўлади. Эркинлик даражаси катталашган сари Стьюдентнинг t—тақсимоти стандарт нормал Z—тақсимотга интилади, яъни тафовут камаяди.

Чапдаги графикда турли эркинлик даражаси учун Стьюдентнинг t—тақсимоти тасвирланган. Эркинлик даражаси (*df*) 5 бўлганида стандарт нормал тақсимот (қора рангдаги эгри чизиқ) тафовут энг катта, 30 бўлганида аппроксимация сифати ошгани яққол сезилади.



Масъул муҳаррир: А.Ш.Бекмуродов
Муҳаррир: Д.Арипжанова
Дизайнер: Ж.Ходжаев

Нашриёт лицензияси AI№ 283, 11.01.16.
Босишга рухсат этилди 30.12.2017 й.
Бичими 70x100/16. «Roboto» гарнитураси.
Офсет босма усулида босилди.
Босма табоғи 9,75. Нашр табоғи 39.
Адади 300. Buyurtma № PO/0583/17

«ILMIY TEXNIKA AXBOROTI - PRESS NASHRIYOTI»
100017. Тошкент ш., М-5, 45/4

«PRINT MEDIA» босмахонасида чоп этилди.
Тошкент ш., Ўзбекистон овози кўчаси, 32

ISBN 978-9943-5066-4-0