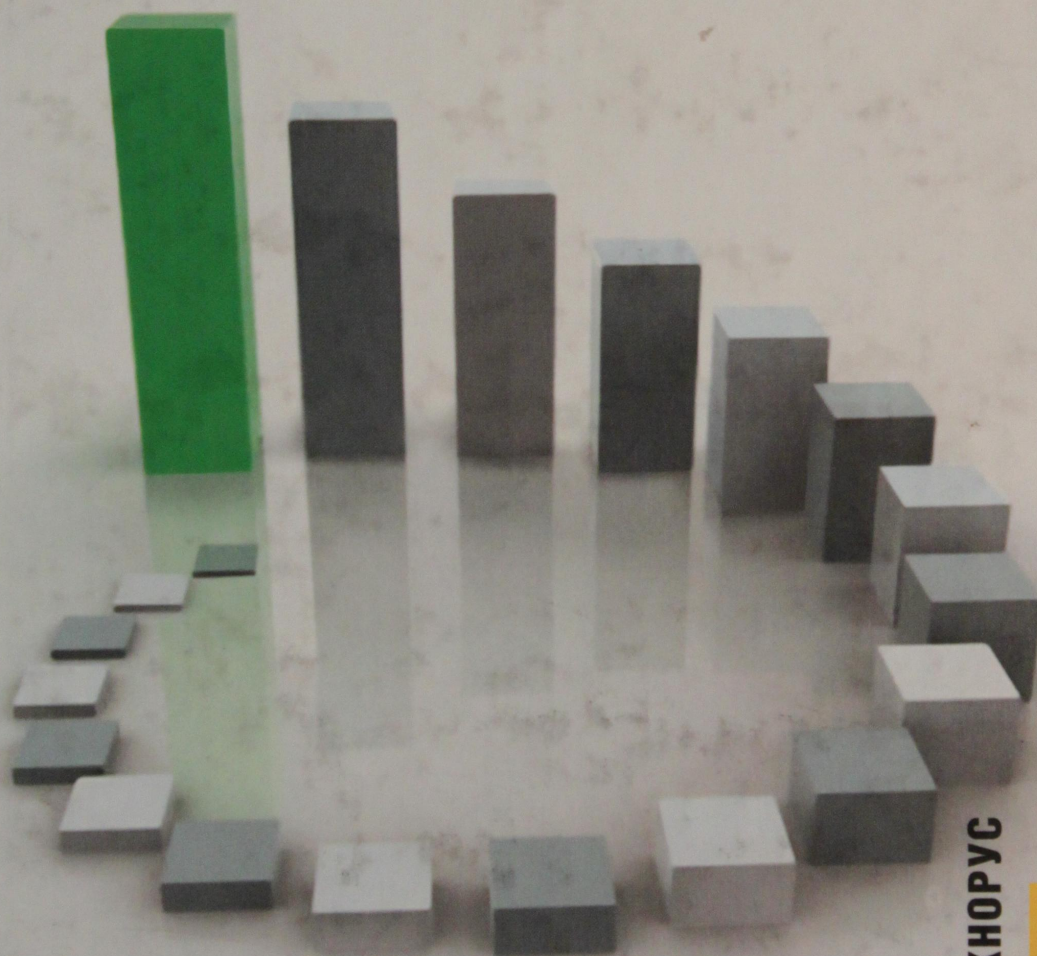


П Р А К Т И К У М

СТАТИСТИКА

для бакалавров экономики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
РЕШЕНИЕ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ
ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ
РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ НА КОМПЬЮТЕРЕ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MICROSOFT EXCEL



УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

КНОРУС

*К 90-летию Финансовой академии
при Правительстве Российской Федерации*

СТАТИСТИКА

П Р А К Т И К У М

Под редакцией профессора **В.Н. Салина**
и доцента **Е.Н. Шпаковской**

Рекомендовано УМО по образованию
в области финансов, учета и мировой экономики
в качестве **учебного пособия**


МОСКВА
2009

УДК 311(075.8)
ББК 60.6я75
С78

Рецензенты:

И.И. Елисеева, заведующая кафедрой «Статистика» Финансово-экономического университета им. Н. Вознесенского, чл.-корр. РАН, д-р экон. наук, проф.,
В.Г. Минашкин, заведующий кафедрой «Статистика» МЭСИ, д-р экон. наук, проф.

Авторы:

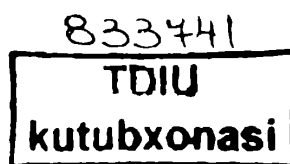
проф. **Салин В.Н.**, проф. **Левит Б.Ю.**, доц. **Шпаковская Е.П.**,
доц. **Архангельская Л.Ю.**, доц. **Вахрамеева М.В.**, доц. **Воробьева И.В.**,
доц. **Данилина Л.Е.**, доц. **Калашникова М.И.**, доц. **Кудряшова С.И.**,
доц. **Медведев В.Г.**, доц. **Попова А.А.**, доц. **Прасолов В.Н.**, доц. **Ситникова О.Ю.**,
доц. **Третьякова О.Г.**, доц. **Чурилова Э.Ю.**

С78 **Статистика. Практикум : учебное пособие / кол. авторов ; под ред.**
В.Н. Салина, Е.П. Шпаковской. — М. : КНОРУС, 2009. — 496 с.
ISBN 978-5-390-00007-6

Рассмотрены вопросы методологии сбора, обработки, анализа и представления статистической информации. Изложены методические указания и задачи по программе курса «Статистика». В каждой теме приведены примеры с подробными решениями, формирующие практические навыки и умение понять и оценить состояние и тенденции развития экономических процессов на микро- и макроуровне.

Для подготовки бакалавров экономики.

УДК 311(075.8)
ББК 60.6я73



ОНТИ

ISBN 978-5-390-00007-6

© Коллектив авторов, 2009
© ЗАО «МЦФЭР», 2009
© ЗАО «КноРус», 2009

ВВЕДЕНИЕ	7
ЧАСТЬ I. ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ	
Тема 1. Предмет, метод и основные понятия статистики	
1.1. Методические указания.....	9
1.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	11
Тема 2. Статистическое наблюдение	
2.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	12
2.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	14
Тема 3. Сводка и группировка статистических материалов	
3.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	16
3.2. Реализация типовых задач на компьютере с использованием Microsoft Excel	20
3.3. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	31
Тема 4. Статистические таблицы	
4.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	41
4.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	49
Тема 5. Графическое изображение статистических данных	
5.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	50
5.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	57
Тема 6. Абсолютные и относительные статистические величины	
6.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	64
6.2. Реализация типовых задач на компьютере с использованием Microsoft Excel	74
6.3. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	77
Тема 7. Средние величины	
7.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	86
7.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	95
Тема 8. Показатели вариации	
8.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	107
8.2. Вычисление показателей вариации средствами Excel	120
8.3. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	125
Тема 9. Выборочное наблюдение	
9.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	133
9.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	145

Тема 10. Корреляционный метод	
10.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	152
10.2. Реализация типовых задач на компьютере с использованием Microsoft Excel	191
10.3. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	218
Тема 11. Ряды динамики	
11.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	224
11.2. Реализация типовых задач на компьютере с использованием Microsoft Excel	241
11.3. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	271
Тема 12. Индексы	
12.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	287
12.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	302
Тема 13. Показатели дифференциации и концентрации	
13.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	313
13.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	324
ЧАСТЬ II. СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА	
Тема 14. Статистика населения	
14.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	327
14.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	333
Тема 15. Статистика трудовых ресурсов и занятости населения	
15.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	339
15.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	343
Тема 16. Макроэкономическая статистика	
16.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	347
16.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	354
Тема 17. Статистика рынка товаров и услуг	
17.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	373
17.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	377
Тема 18. Статистика численности и движения персонала организаций, использования рабочего времени	
18.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	385
18.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	388
Тема 19. Статистика производительности труда	
19.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	394
19.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	397
Тема 20. Статистика оплаты труда и затрат на рабочую силу	
20.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	405

20.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	408
Тема 21. Статистика основных фондов и материальных оборотных средств организации (предприятия)	
21.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	417
21.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	421
Тема 22. Статистика финансовых результатов деятельности организации (предприятия)	
22.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	432
22.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	435
Тема 23. Статистика финансов	
23.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	443
23.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	448
Тема 24. Статистика социального развития и уровня жизни населения	
24.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	459
24.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	462
ПРИЛОЖЕНИЯ	468
ЛИТЕРАТУРА	495

Авторский коллектив

В.Н. Салин,	профессор; введение; темы 1, 2, 3.1, 3.3, 4, 5, 6.1, 6.3, 7—9, 10.3, 11.1, 11.3, 12, 13.1.1, 13.1.2, 14—24
Б.Ю. Левит,	профессор; темы 3.2, 6.2, 8.2, 10, 11.2, 13.1.3
Е.П. Шпаковская,	доцент, темы 7, 8.1, 8.3, 9, 10.3, 11.1, 11.3, 12, 13.1.1, 13.1.2, 14—22
Л.Ю. Архангельская,	доцент; темы 13.1.1, 13.1.2, 13.2
М.В. Вахрамеева,	доцент; темы 12, 21
И.В. Воробьева,	доцент; темы 3.1, 3.3, 4, 9, 14—15, 20, 24
Л.Е. Данилина,	доцент; темы 6.1, 6.3, 17
М.И. Калашникова,	доцент; темы 5, 23
С.И. Кудряшова,	доцент; темы 11.1, 11.3, 16
В.Г. Медведев,	доцент; темы 8.1, 8.3
А.А. Попова,	доцент; темы 5, 9, 17
В.Н. Прасолов,	доцент; темы 8.1, 8.3
О.Ю. Ситникова,	доцент; темы 6.1, 6.3, 23
О.Г. Третьякова,	доцент; темы 10.1, 10.3, 22
Э.Ю. Чурилова,	доцент; темы 8.1, 8.3

ВВЕДЕНИЕ

Знание статистики помогает экономисту приобрести навыки работы со статистической информацией, ознакомиться с научной, методической, специальной и периодической литературой, зарубежным опытом финансово-статистического анализа и результатами экономических исследований.

Сегодня, когда в России ревизии подвергается весь пласт экономической науки, важно понять, правильно оценить и закрепить в образовательных программах наряду с достижениями отечественных ученых и зарубежный опыт в сфере развития статистики. Без статистической составляющей вряд ли возможна интеграция в европейское образовательное пространство.

Последовательность представления материала в учебном пособии, позволяющая приобрести обучающимся необходимые компетенции, такова: каждую тему открывают методические указания, затем даются контрольные вопросы и задания для самостоятельного решения.

Ряд разделов части I пособия заканчивается описанием инструментальных средств Excel, которые рекомендуется использовать для решения предложенных в разделе задач. Предполагается, что обучающиеся имеют навыки работы с Excel, полученные в рамках освоения курса «Информатика». В соответствии с этим при рассмотрении определенного инструментария в основном описывается лишь последовательность операций по его применению, обусловленная спецификой рассматриваемой задачи, а технология ее решения иллюстрируется на кратких примерах таблиц Excel. В тексте и в указанных таблицах используются приведенные ниже шрифтовое оформление и специальные обозначения.

Шрифтом **ARIAL** обозначаются любые элементы Excel — адреса и имена ячеек (G5 или СтНал), формулы ($= D7 * \text{СтНал}$), названия функций и их аргументы (ОКРУГЛ(B3;2) и т.д.

Шрифтом **COURIER NEW** набираются названия различных элементов управления работой Excel или Windows (элементов меню, команд, диалоговых окон, их вкладок и полей, файлов и др.). При этом последовательность команд основного и ниспадающих меню, название необходимой вкладки открывающегося диалогового окна записываются через слэш «/» шрифтом **COURIER NEW**, например в виде ФОРМАТ / Ячейки / Число .

Обозначения, скажем, $X[N7:N9]$; СТАВКА[A3] указывают на то, что имя X присвоено диапазону N7:N9, а имя Ставка — ячейке A3. В примерах таблиц Excel имена ячеек/диапазонов отражаются в ячейках, расположенных слева или над соответствующими ячейками/диапазонами, как это сделано в ячейках B6:E6 на рис. 3.1.

Напомним, что на имена, назначаемые в Excel ячейкам и диапазонам, налагаются существенные ограничения. В частности, в них не могут использоваться обозначения в виде нижних (подстрочных) или верхних индексов, а также символы с диакритическими знаками, типа \bar{x} , \bar{y} . Поэтому вместо, например, обозначений a_0 , a_1 , $t_{\text{баз}}$ и т.д. используются имена $a0$, $a1$, $t\text{баз}$, а вместо \bar{x} , \bar{y} — имена $X_{\text{ср}}$ и $Y_{\text{ср}}$. Представляется, что в соответствии со сказанным из контекста всегда будет понятно соответствие между обозначениями в математических формулах и именами Excel. Кроме того, в тексте и именах Excel прописными буквами, например X или Y , обозначаются массивы, элементами которых являются значения x и y (или x , и y).

В примерах таблиц Excel **двойным контуром** обведены ячейки, в которые непосредственно должны быть введены формулы или константы, подлежащие затем копированию. Данные, заносимые в такие ячейки, называются *образцами*. Ячейки, содержимое которых **формируется** в результате копирования образцов, обведены **пунктирным контуром**, а само содержимое представляет собой *копии*.

Символ \leftrightarrow , поставленный в конце формулы, означает, что формула продолжается на следующей строке книги или ячейки Excel. В Excel такую формулу следует вводить единой строкой без символа \leftrightarrow .

Большое количество средств статистической обработки сгруппировано в надстройке ПАКЕТ АНАЛИЗА. Напомним, что использование данной надстройки возможно при ее подключении к Excel командой СЕРВИС/НАДСТРОЙКА, в окне этой команды галочкой должна быть помечена опция ПАКЕТ АНАЛИЗА. Признаком того, что ПАКЕТ АНАЛИЗА подключен, служит наличие команды СЕРВИС/Анализ данных, посредством которой эта надстройка и вызывается.

Приведенные в учебном пособии цифровые данные условны. В случае использования данных статистических сборников даются соответствующие ссылки.

ЧАСТЬ I ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

ТЕМА 1. ПРЕДМЕТ, МЕТОД И ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ СТАТИСТИКИ

1.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Предмет изучения статистики как науки — *количественная сторона массовых* социально-экономических явлений и процессов в неразрывной связи с их *качественным содержанием*.

Особое значение для статистики имеет закон больших чисел. Его сущность состоит в том, что объективно существующие законы и закономерности развития социально-экономических процессов проявляются лишь в результате исследования *массы* фактов, путем организации *массового* статистического наблюдения. Индивидуальные отклонения, связанные с проявлением случайности в развитии социально-экономического процесса, погашаются в средней величине. В силу этого средняя величина отражает наиболее типичный уровень развития явления, складывающийся под воздействием наиболее существенных и постоянно действующих условий, в определенном месте и в определенное время. Закон больших чисел позволяет абстрагироваться от индивидуальных значений признаков и фиксировать общее в их развитии.

Статистике присущ специфический метод исследования, который предполагает следующую последовательность действий: разработку гипотезы исследования; организацию статистического наблюдения; сводку и группировку собранных данных; применение широкого арсенала методов анализа и экономическую интерпретацию полученных результатов.

Статистические показатели обладают определенной устойчивостью, что позволяет говорить о том, что, рассчитывая их и измеряя связи между ними, специалисты исследуют массовые социально-экономические явления и процессы в целях установления закономерностей их развития. Методы анализа, используемые статистикой,

определяются существом стоящих задач и зависят от характера исследуемой информации.

Статистика как наука имеет свою терминологию и специальные понятия.

Статистическая закономерность — объективная закономерность сложного массового процесса, проявляющаяся в итоге массового статистического наблюдения. Для статистической закономерности характерно то, что она проявляется с определенной вероятностью и описывается статистическими характеристиками.

Статистическая совокупность — множество единиц массового социально-экономического явления, однородных с точки зрения их качественной сути и объединенных на основе общих признаков, изучение которых и составляет цель статистического исследования.

Статистические признаки — свойства, которыми обладают единицы статистической совокупности. Признаки могут быть количественными, качественными и альтернативными.

Статистические показатели представляют собой количественную характеристику изучаемых признаков. Различают индивидуальные и общие статистические показатели. Соответственно индивидуальные показатели характеризуют значения признака у отдельно взятой единицы совокупности, а обобщающие — сумму значений признака или их среднюю величину по совокупности в целом.

Статистическое исследование включает следующие этапы:

- 1) разработку гипотезы статистического исследования;
- 2) статистическое наблюдение или сбор первичной статистической информации;
- 3) сводку и группировку первичной информации;
- 4) анализ статистической информации;
- 5) экономическую интерпретацию полученных результатов.

Это многоотраслевая наука, которая включает теорию статистики, социально-экономическую статистику, статистику финансов, национального счетоводства, отраслевые статистики. Она самым тесным образом связана с экономической теорией, математикой, маркетингом, философией, менеджментом, правом и другими науками.

Применение современной статистической методологии практически невозможно без использования новейших средств вычислительной техники.

1.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 1.1. Назовите предмет статистики как социально-экономической науки.
- 1.2. Метод статистической науки. Какова методологическая основа теории статистики?
- 1.3. Какова роль статистики в управлении экономическими процессами?
- 1.4. Что такое статистическая закономерность? Когда она обнаруживается?
- 1.5. Сформулируйте определение сущности и содержания закона больших чисел для статистического исследования.
- 1.6. Дайте определение основным категориям статистики: признак, совокупность, статистическая закономерность, показатель, система показателей.
- 1.7. Приведите примеры качественных, количественных и альтернативных признаков.
- 1.8. Приведите примеры однородной и разнородной совокупности.
- 1.9. По данным статистических справочников охарактеризуйте сводные, объемные, качественные показатели развития социально-экономических явлений.
- 1.10. Перечислите и охарактеризуйте основные стадии (этапы) статистического исследования.
- 1.11. Какова информационная база статистики?
- 1.12. Какие задачи стоят перед статистикой в современных условиях?
- 1.13. В чем состоит связь статистики с экономической теорией, математикой, философией, бухгалтерским учетом и анализом хозяйственной деятельности?
- 1.14. Каковы основные этапы развития статистики?
- 1.15. Какие международные статистические организации вы знаете?
- 1.16. Как организована статистика в России?

ТЕМА 2. СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

2.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Первый этап статистического исследования — статистическое наблюдение, которое представляет собой организованный по единой программе сбор данных о социально-экономических процессах. Оно проводится путем регистрации существенных признаков изучаемых явлений с целью получения первичной статистической информации.

Объект наблюдения — исследуемая статистическая совокупность, представляющая собой множество объектов или явлений, объединенных общими качественными признаками, о которых должны быть собраны сведения.

Единица наблюдения — отдельный элемент статистической совокупности, выступающий носителем признаков, подлежащих регистрации.

Отчетная единица — субъект, от которого получают данные о единице наблюдения.

Программа статистического наблюдения — перечень признаков, подлежащих регистрации. Она охватывает вопросы, на которые должны быть получены ответы в процессе исследования.

В статистической практике используются различные формы, виды и способы наблюдения.

Формы организации статистического наблюдения:

- отчетность;
- специально организованное наблюдение;
- регистр.

Виды статистического наблюдения:

- 1) по периодичности проведения:
 - единовременное,
 - текущее,
 - периодическое;
- 2) по степени охвата единиц совокупности:
 - сплошное,

- несплошное (в том числе выборочное, направленного долевого отбора (метод квот), анкетное, основного массива, монографическое).

Способы статистического наблюдения:

- непосредственное наблюдение;
- документальная запись;
- опрос (экспедиционный способ, способ саморегистрации, корреспондентский и явочный способы).

Точность наблюдения. Основная цель статистического наблюдения состоит в получении достоверной статистической информации. Но при любом сборе сведений могут возникнуть погрешности, которые приведут к снижению точности получаемой информации и даже ее искажению. Эти погрешности называются ошибками наблюдения. При проведении сплошного и несплошного наблюдения возникают ошибки регистрации, а при выборочном наблюдении — ошибки репрезентативности.

Ошибки регистрации могут возникнуть по различным причинам и соответственно иметь случайный или систематический характер.

Случайные ошибки наблюдения появляются в результате оплошностей, оговорок, незнания и т.п. Эти ошибки имеют разную направленность, и при большом числе наблюдений они взаимно погашаются, нейтрализуются.

Систематические ошибки возникают главным образом за счет округления количественных показателей (возраста, стажа работы, индивидуального дохода, дохода семьи и т.п.) и имеют тенденцию искажать данные в одном каком-либо направлении (в направлении повышения или занижения). Это приводит к тому, что в результативном показателе ошибка может накапливаться.

Ошибки репрезентативности возникают при выборочном наблюдении в связи с тем, что изучению подвергается лишь часть единиц совокупности. Отобранная и обследованная часть совокупности (выборочная) недостаточно точно воспроизводит всю совокупность (генеральную). Ошибки репрезентативности представляют собой отклонения величины показателя, рассчитанного по выборочной совокупности, от его значения в генеральной совокупности.

Ошибки репрезентативности, как и ошибки регистрации, могут быть случайными и систематическими. Более подробно этот вопрос будет рассмотрен в теме «Выборочное наблюдение».

2.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 2.1. Перечислите основные задачи статистического наблюдения.
- 2.2. Назовите и кратко охарактеризуйте основные организационные формы статистического наблюдения.
- 2.3. Объект и единица статистического наблюдения. Каково значение их правильного определения при проведении наблюдения?
- 2.4. Какие виды статистического наблюдения в зависимости от полноты охвата наблюдением изучаемого объекта вы знаете? Назовите основные виды несплошного наблюдения.
- 2.5. Что такое организационный план статистического наблюдения?
- 2.6. Что включает программа статистического наблюдения?
- 2.7. Назовите и охарактеризуйте способы статистического наблюдения.
- 2.8. Расскажите о типах и характеристиках ошибок наблюдения.
- 2.9. Охарактеризуйте формы организации статистического наблюдения:
 - а) перепись населения;
 - б) учет естественного движения населения;
 - в) бухгалтерская отчетность.
- 2.10. Укажите виды и способы организации следующих статистических наблюдений:
 - а) регистрация рождений и смертей;
 - б) учет детей, поступающих в первый класс средней школы;
 - в) учет выпускников школ, лицеев, колледжей, ПТУ, техникумов, вузов;
 - г) переоценка основных фондов;
 - д) сельскохозяйственная перепись;
 - е) перепись населения;
 - ж) опрос общественного мнения.
- 2.11. Какие признаки следует регистрировать при проведении:
 - а) обследования работы городского транспорта в целях изучения роли различных его видов в перевозках пассажиров;
 - б) обследования торговли для определения обеспеченности населения продовольственными магазинами;
 - в) обследования организации текучести рабочей силы;
 - г) выборочного обследования студентов для изучения бюджета времени.
- 2.12. Были проведены следующие статистические наблюдения:
 - а) перепись основных фондов России;
 - б) изучение спроса покупателей в супермаркете на продукты питания;
 - в) анкетирование (редакция газеты напечатала анкету и попросила читателей ответить на содержащиеся в ней вопросы);
 - г) обследование бюджета рабочего времени работников сельского хозяйства.

Определите, какие виды наблюдения по степени охвата объекта здесь перечислены.

- 2.13.** Сформулируйте определения объекта наблюдения:
- а) при переписи школ;
 - б) переписи больниц;
 - в) переписи научных учреждений;
 - г) единовременном учете специалистов с высшим образованием;
 - д) переписи жилищного фонда;
 - е) переписи скота;
 - ж) переписи плодовых насаждений;
 - з) переписи предприятий текстильной промышленности.
- 2.14.** Предполагается провести статистическое обследование выпускников вуза. Какой вид статистического наблюдения целесообразно выбрать? Сформулируйте вопросы для включения их в бланк наблюдения.
- 2.15.** Сформулируйте объект, цель и разработайте программы следующих видов наблюдения:
- а) обследование детских садов;
 - б) выборочное обследование зрительских предпочтений;
 - в) выборочное обследование выпускников средних школ по направлениям дальнейшего обучения.
- 2.16.** Для изучения зависимости успеваемости студентов, окончивших первый курс высшего учебного заведения, от пола, возраста, успеваемости учеников в средней школе и их оценок при поступлении в вуз решено провести специальное статистическое обследование. Сформулируйте вопросы программы наблюдения и составьте проект бланка первичного статистического обследования. Разработайте краткую инструкцию по его заполнению. Какой вид и способ наблюдения целесообразно применить?
- 2.17.** Разработайте опросный бланк для обследования недельного бюджета времени студента вуза. Постройте макет формуляра статистического наблюдения. Составьте инструкцию о порядке проведения обследования и заполнения формуляра наблюдения.
- 2.18.** Какие виды наблюдений и какими способами целесообразно проводить при изучении:
- а) уровня заработной платы работников, их состава по полу, возрасту, образованию и профессиональным группам;
 - б) бюджетов домашних хозяйств;
 - в) потребительских ожиданий;
 - г) пассажиропотоков на городском транспорте;
 - д) занятости населения и безработицы;
 - е) общественного мнения об актуальности публикаций в периодической печати;
 - ж) численности населения страны, его распределения по полу и возрасту;
 - з) жилищных условий студентов.

ТЕМА 3. СВОДКА И ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

3.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Один из этапов статистического исследования — сводка и группировка информации, полученной в результате проведенного статистического наблюдения.

Сводка — операция по обобщению полученных данных, относящихся к каждой единице исследуемого объекта, и представлению их в виде таблиц, содержание которых отражает типичные черты и закономерности изучаемых явлений и процессов.

Группировка — метод исследования, заключающийся в расчленении изучаемой статистической совокупности на однородные группы по существенным для них признакам. Это продолжение сводки и один из самых сложных в методологическом аспекте этапов статистического исследования.

При проведении группировки необходимо прежде всего решить две задачи: выбрать *группировочный признак*, или *основание группировки*, и установить число выделяемых групп.

Группировочные признаки подразделяются на *количественные и качественные* (или *атрибутивные*). Количественные признаки имеют числовое выражение, например: объем выпуска продукции, основных фондов, численность работников, курс доллара в рублях, возраст человека, урожайность зерновых культур, размер кредита, процентная ставка и т.п. Качественные признаки не имеют числового выражения, а отражают состояние единицы совокупности, например: пол, национальность человека, семейное положение, отраслевая принадлежность предприятия-резидента и т.п.

При группировке по количественному признаку возникает вопрос о числе групп: оно зависит от числа наблюдений и особенностей вариации признака. Каждая группа должна характеризовать типы явлений, а число единиц в группе должно быть достаточно большим, чтобы можно было делать обоснованные выводы об исследуемой со-

вокупности. Число групп можно определить с помощью различных формул. Часто рекомендуется использовать формулу Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \lg N, \quad (3.1)$$

где n — число групп;
 N — число единиц совокупности.

Очень важно при группировке по количественному признаку определиться с интервалами группировки. В зависимости от исследовательских целей можно использовать равные и неравные интервалы (в последнем случае — равномерно возрастающие или убывающие), открытые и закрытые.

Если применяются равные интервалы, то их величина может быть рассчитана по следующей формуле:

$$d = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}, \quad (3.2)$$

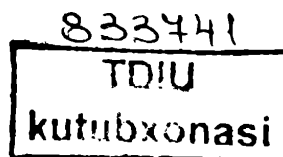
где x_{\max} — максимальное значение признака в совокупности;
 x_{\min} — минимальное значение признака в совокупности.

Основные задачи метода группировок сводятся к выделению основных типов явлений, определению структуры совокупности, изучению взаимосвязи признаков. Соответственно различают следующие виды группировок:

- *типологическая* (цель такой группировки — выделение из разнородной совокупности однородных групп единиц, классов, социально-экономических типов);
- *структурная* (с ее помощью производится разделение однородной совокупности на группы, характеризующие структуру данной совокупности по какому-либо изменяющемуся признаку);
- *аналитическая* (применяется для выявления связи между явлениями или различными признаками).

Статистическую группировку можно построить по одному признаку, и она будет называться *простой*. *Комбинационная* группировка строится по нескольким признакам.

В целях достижения сопоставимости данных или в иных аналитических целях производятся перегруппировка единиц наблюдения и *вторичная группировка*, т.е. образуются новые группы на основе ранее произведенной группировки без обращения к первичным данным.



Результаты сводки и группировки данных статистического наблюдения представляются в виде *рядов распределения*, которые характеризуют разбивку единиц совокупности на группы по одному признаку.

Ряды распределения, образованные по качественным признакам, называются *атрибутивными*.

Группировка единиц совокупности по количественному признаку позволяет построить *вариационный ряд*.

Вариационный ряд может строиться по дискретному и непрерывному признаку. Дискретный признак выражается определенным значением, как правило, в целых числах. Ряд распределения, построенный по такому признаку, называется *дискретным вариационным рядом*. Ряд распределения, построенный по непрерывно варьирующему признаку, называется *интервальным вариационным рядом* (как правило, вариация признака здесь указывается в виде интервалов от и до). Непрерывно варьирующий признак может принимать в определенных пределах любые значения.

Вариационные ряды состоят из двух элементов — *вариантов* и *частот*. Вариант — это конкретное значение варьирующего признака. Частота — численность отдельных вариантов. Сумма частот — это численность всей совокупности. Частоты, выраженные в долях единицы или в процентах к итогу, называются *частотами*.

Пример 1. Известны следующие данные о количественном составе 50 семей.

2	3	3	1	4	2	3	3	1	5
2	2	1	3	4	3	3	3	6	6
3	3	2	2	1	3	2	5	5	2
3	2	2	1	2	3	4	5	6	1
3	4	4	5	6	1	2	2	3	1

Для того чтобы получить представление о распределении семей по числу членов, следует построить вариационный ряд.

Признак, по которому будет строиться ряд распределения, — дискретный (число членов в семье). Построим дискретный вариационный ряд: для этого выпишем все значения признака (число членов в семье) в порядке возрастания и подсчитаем число семей по каждой группе. Число членов семьи — это вариант варьирующего признака (x_i), число семей — частота вариантов (f_i), частость (w_i).

Число членов семьи	Число семей	Число семей, %
(x_i)	(f_i)	(w_i)
1	8	16
2	13	26
3	15	3
4	5	1
5	5	1
6	4	8
Итого	50	100

Упорядоченные данные позволяют судить о распределении семей по числу членов.

Пример 2. Интервальные вариационные ряды строятся при непрерывной вариации признака.

В качестве примера рассмотрим построение такого ряда с равными интервалами. Известны данные о величине вкладов в отделении банка 50 физических лиц, руб.

250 3 900 1 000 2 000 10 000 800 3 000 500 1 100 2 600
350 3 550 1 100 3 000 5 000 2 500 2 200 3 800 800 900
650 700 1 500 1 200 1 500 1 225 1 340 1 400 2 000 4 000
600 900 1 550 6 250 9 000 8 000 300 350 1 000 4 200
4 390 5 250 2 600 1 800 7 250 6 300 950 2 050 3 000 5 000

Необходимо сгруппировать данные в пять групп с равными интервалами. Определим величину интервала по формуле (3.2)

$$d = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{10\,000 - 250}{5} = 1950 \text{ (руб.)}$$

Для упрощения расчета возьмем величину интервала 2000 руб. и подсчитаем число вкладов физических лиц в каждой группе.

Величина вклада, руб.	Число вкладов	Число вкладов, % к итогу	Накопленная частота
x	f_i	w_i	S_i
До 2000	27	54	27
2 000—4 000	12	24	39
4 000—6 000	5	10	44
6 000—8 000	4	8	48
8 000—10 000	2	4	50
Итого	50	100	

При записи непрерывного признака, когда одна и та же величина встречается дважды (как верхняя граница одного интервала и ниж-

няя граница следующего интервала), единица, обладающая этим значением, обычно относится к той интервальной группе, где эта величина выступает как верхняя граница.

При проведении анализа вариационных рядов с неравными интервалами необходимо использовать показатель *плотности распределения признака*. Он рассчитывается как отношение частоты или частости каждого интервала к его величине.

Для вариационного ряда можно рассчитать *накопленные частоты*, которые представляют собой нарастающий итог частот или частостей. По накопленным частотам можно судить о том, какое число единиц в совокупности имеет значение признака не выше того значения, которое соответствует выбранной величине накопленной частоты.

3.2. РЕАЛИЗАЦИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ НА КОМПЬЮТЕРЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MICROSOFT EXCEL

3.2.1. Общая схема построения сводных таблиц

Для выполнения группировок различного вида существует большое количество инструментов Excel. Так, *простая группировка* по признаку с *дискретными* значениями может быть выполнена с помощью функции СЧЕТЕСЛИ, а также посредством инструментов, вызываемых командами Данные/Консолидация и Данные/Итоги. *Интервальные вариационные ряды по одному признаку* могут быть построены с помощью функции ЧАСТОТА, а также по команде Анализ данных/Пакет анализа/Гистограмма. Однако самый мощный и универсальный инструмент построения группировок — Сводные таблицы (далее — СВТ), с помощью которого могут быть выполнены *любые*, в том числе разнообразные *комбинационные* группировки. Инструмент Сводные таблицы применяется и для решения широкого круга других задач, в том числе содержащихся в настоящем пособии (например, для анализа динамических рядов). Поэтому далее его возможности демонстрируются очень кратко и неполно на различных примерах, использующих в качестве исходных данные, приведенные на рис. 3.1 (по типографским ограничениям на рисунке скрыты строки 11—77 таблицы, что не мешает дальнейшему описанию рассматриваемых технологий). Технология построения СВТ и терминология, используемая при работе с СВТ, описываются на примере преобразования исходных данных рис. 3.1, в сводку, приведенную на рис. 3.2.

	В	С	Д	Е
3	Сведения о кредитах			
4	Статус заемщика	Кредит, ден.ед	Процентная ставка	Срок, дни
5				
6	СЗ	Кр	Пр	Ср
7	ОАО	3500	14,17%	51
8	ЗАО	4700	12,99%	140
9	ИЧП	1300	11,48%	85
10	ОАО	3400	14,23%	45
78	ОАО	3300	13,67%	49

Рис. 3.1. Вид исходных данных

Отметим, что в столбцах Н:Л на рис. 3.2 отражены частоты и частоты значений признака СЗ (статуса заемщика).

	Г	Н	И	Ж	К	Л
3		Данные ▼				
4	СЗ	Количество кредитов	Доля от общего числа кредитов	Общая сумма кредитов	Средняя сумма кредита	Максимальный срок кредита
5	ИЧП	33	45,83%	69200	2096,97	144
6	ОАО	26	36,11%	97200	3738,46	139
7	ЗАО	13	18,06%	62900	4838,46	143
8	Общий итог	72	100,00%	229300	3184,72	144

Рис. 3.2. Сводка, полученная по исходным данным на рис. 3.1

Требования к организации исходных данных. В терминах Excel исходные данные для построения сводных таблиц должны быть организованы в виде *списка*, что означает следующее.

1. Данные оформляются в виде таблицы, каждая строка которой содержит значения признаков отдельной статистической единицы (отдельного объекта). В рассматриваемом примере статистические единицы — это выданные кредиты, для каждого из которых заданы значения четырех признаков. Развернутые наименования и краткие обозначения признаков указаны на рис. 3.1 соответственно в диапазонах В4:Е4 и В6:Е6. Краткие обозначения признаков могут отсутствовать, но их использование очень удобно, так как развернутые наименования признаков не всегда полностью видны в различных окнах Excel, открывающихся при построении СВТ.

2. Полные наименования признаков или их краткие обозначения должны располагаться непосредственно над значениями признаков (над данными). Эти наименования/обозначения в терминах Excel называются *метками, названиями полей* или *заголовками*.

3. Список (т.е. метки + данные) должен быть со всех сторон окаймлен пустыми ячейками. Исключение могут составить лишь стороны списка, примыкающие к границе рабочего листа (например, в случае когда таблица начинается со столбца А или строки 1).

Внимание! Если в исходных данных присутствуют и полные и краткие обозначения признаков, для выполнения требования 3 их следует разделять пустыми ячейками, как это сделано на рис. 3.1 с помощью ячеек диапазона В5:Е5. В результате список будут образовывать только ячейки диапазона В6:Е78, по этим данным и будет строиться сводная таблица. При необходимости же распечатать список с полными названиями признаков и без их кратких обозначений достаточно перед печатью скрыть ненужные строки (на рисунке это строки 5—6).

Внимание! Традиционно в статистических таблицах процентные значения показателей приводятся в виде десятичного числа с нужным количеством знаков после запятой и *без знака %*. Так, значения процентных ставок в столбце D на рис. 3.1 изображаются в виде 14,17, 12,99 и т.д. Однако при таком способе представления показателей в процессе вычислений их значения в большинстве случаев необходимо делить на 100. Excel позволяет задавать процентные значения непосредственно в процентной форме со знаком %, что избавляет от необходимости деления на 100, а в ряде случаев способствует более наглядному представлению результатов. Поэтому далее в таблицах Excel все процентные значения приводятся в процентной форме со знаком %. Однако с помощью средств форматирования Excel такие показатели могут быть представлены любым необходимым образом.

Процесс построения сводной таблицы (см. рис. 3.2) включает задание:

- 1) одного или нескольких признаков, по которым выполняется группировка;
- 2) полей исходного списка, с помощью которых формируются данные столбцов и/или строк СВТ;
- 3) характера вычислений, посредством которых получают значения в клетках СВТ.

Построенная таблица затем может быть приведена к требуемому виду, отформатирована и отсортирована необходимым образом.

Создать СВТ можно многими способами, однако ниже описывается ее построение с помощью МАСТЕРА СВОДНЫХ ТАБЛИЦ (далее — МАСТЕРА). В этом случае СВТ строится по шагам, на каждом из кото-

рых открываются соответствующие окна МАСТЕРА, в которых и задается необходимая информация. Создание СВТ выполняется посредством следующих операций.

1. Начало создания СВТ. Активизируется (выделяется) любая ячейка внутри списка и затем выполняется команда ДАННЫЕ / Сводная ТАБЛИЦА. После этого и начинает «работать» МАСТЕР Сводных ТАБЛИЦ.

2. Формирование макета таблицы. Обычно принимают установленные в первых двух окнах МАСТЕРА параметры и последовательными щелчками на кнопке ДАЛЕЕ сразу переходят к окну третьего, основного шага. В нем щелкают на кнопке МАКЕТ, после чего открывается окно, центральная часть которого изображена на рис. 3.3.

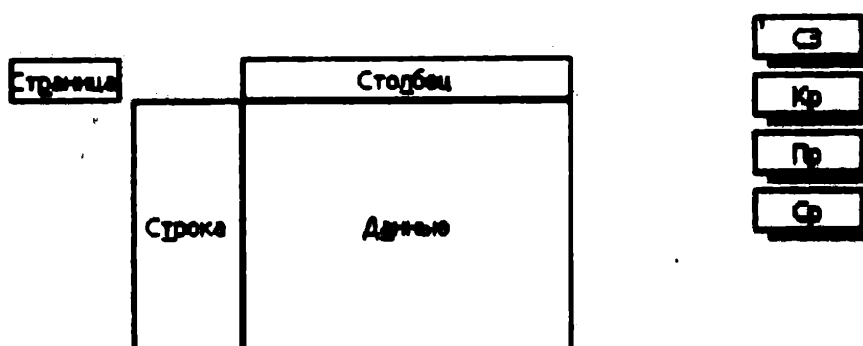


Рис. 3.3. Окно формирования макета сводной таблицы

В правой части окна располагаются кнопки с наименованиями полей исходного списка (или признаков), а в центральной части — макет СВТ, содержащий четыре области, называемые СТРАНИЦА, СТРОКА, СТОЛБЕЦ, ДАННЫЕ. Для создания макета СВТ кнопки необходимых признаков перетаскиваются мышью в соответствующие области макета, при этом в области СТРОКА или СТОЛБЕЦ помещаются признаки, по которым должна быть выполнена группировка. В область ДАННЫЕ заносятся признаки, с помощью которых формируются значения столбцов/строк таблицы. Признаки, помещенные в соответствующие области макета, будут называться их *элементами*.

Так, для создания СВТ, приведенной на рис. 3.2, в область СТРОКА была помещена кнопка СЗ, в область ДАННЫЕ — дважды помещена кнопка СЗ, дважды — кнопка КР, однократно — кнопка СР. Макет таблицы после этого принимал вид, схожий с приведенным на рис. 3.4, однако пока с другими надписями на элементах области ДАННЫЕ.

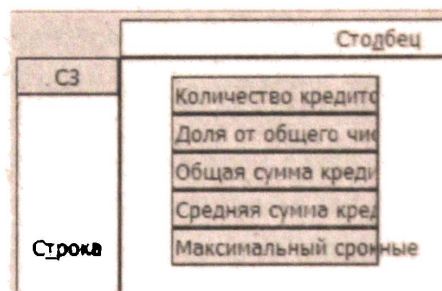


Рис. 3.4. Макет сводной таблицы на рис. 3.2

3. Задание характера вычислений в столбцах/строках СВТ. Для этого необходимо последовательно дважды щелкнуть мышью на каждом элементе области Данные и в открывающихся окнах Вычисление поля задать необходимые опции. Окна Вычисление поля имеют вид, аналогичный показанному на рис. 3.5, при этом часть окна, расположенная ниже слов **Дополнительные вычисления**, становится видна только после щелчка на кнопке **Дополнительно >>**.

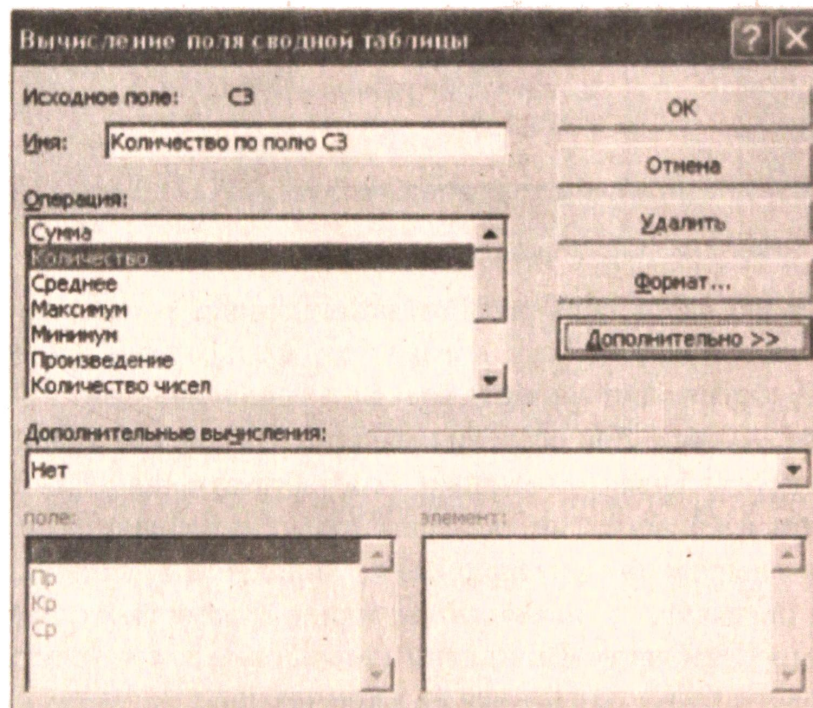


Рис. 3.5. Окно управления характером вычислений

Характер основных вычислений для каждого элемента в области Данные устанавливается щелчком на соответствующем названии в поле Операция. Для задания дополнительных вычислений щелкают на стрелке в поле **Дополнительные вычисления** и нужные вычисления вы-

бираются из раскрывающегося списка. В поле Имя можно ввести любой текст, который будет служить заголовком столбцов/строк СВТ, и такой же текст появится на элементах в области Данные. При построении СВТ на рис. 3.2 для элементов области Данные были заданы опции, приведенные в табл. 3.1.

Таблица 3.1

**Опции, заданные для элементов области «Данные»
при создании таблицы на рис. 3.2**

Элемент в области «Данные»	Основные вычисления	Дополнительные вычисления	Текст, заданный в поле «Имя»
СЗ (1)	Количество	—	Количество кредитов
СЗ (2)	Количество	Доля от суммы по столбцу	Доля от общего числа кредитов
Кр (1)	Сумма	—	Общая сумма кредитов
Кр (2)	Среднее	—	Средняя сумма кредита
Ср	Максимум	—	Максимальный срок кредита

4. Размещение таблицы. По окончании формирования макета таблицы возвращаются в окно третьего шага МАСТЕРА и в нем указывают место размещения создаваемой СВТ. При построении таблицы на рис. 3.2 был помечен переключатель *Существующий лист*, указан адрес G3, после чего щелчком на кнопке *Готово* был закончен первый этап создания СВТ.

5. Реструктуризация таблицы. Вид первоначально полученной СВТ может не соответствовать желаемому. Так, в результате описанных выше действий будет получена таблица, приведенная на рис. 3.6. Каждая СВТ имеет *управляющие элементы*, которые содержат справа треугольную стрелку и выделяются на экране бежевым, а в книге серым цветом (на рис. 3.6 — это элементы с надписями СЗ и Данные). Перемещая их мышью в соответствующие позиции СВТ, можно *реструктурировать* ее (т.е. существенно изменить вид таблицы). В процессе перемещения управляющего элемента внутри СВТ либо появляется горизонтальная или вертикальная штриховая черта, либо штриховым контуром окаймляются некоторые ее элементы. Таким способом показывается, куда и как (в виде строки или столбца) после освобождения кнопки мыши будут вставлены данные, связанные с перемещаемым элементом.

	G	H	I
3	СЗ	Данные	Итого
4	ИЧП	Количество кредитов	33
5		Доля от общего числа кредитов	45,83%
6		Общая сумма кредитов	69200
7		Средняя сумма кредита	2096,97
8		Максимальный срок кредита	144
9	ОАО	Количество кредитов	26
10		Доля от общего числа кредитов	36,11%
11		Общая сумма кредитов	97200
12		Средняя сумма кредита	3738,46
13		Максимальный срок кредита	139
14	ЗАО	Количество кредитов	13
15		Доля от общего числа кредитов	18,06%
16		Общая сумма кредитов	62900
17		Средняя сумма кредита	4838,46
18		Максимальный срок кредита	143
19	Итого	Количество кредитов	72
20	Итого	Доля от общего числа кредитов	100,00%
21	Итого	Общая сумма кредитов	229300
22	Итого	Средняя сумма кредита	3184,72
23	Итого	Максимальный срок кредита	144

Рис. 3.6. Первоначальный вид сводной таблицы

Чтобы таблицу, приведенную на рис. 3.6, преобразовать в показанную на рис. 3.2, необходимо управляющий элемент Данные переместить мышью на ячейку со словом ИТОГ и отпустить кнопку мыши после того, как эта ячейка станет окаймленной штриховым контуром. И уже затем можно менять ширину столбцов реструктурированной таблицы и форматировать ее ячейки необходимым образом.

6. Управление построенной сводной таблицей. Реструктуризация и форматирование СВТ также могут быть выполнены с помощью следующих средств, которые становятся доступными после однократного щелчка на какой-либо ячейке СВТ:

- кнопок панели инструментов Сводные таблицы, автоматически появляющейся на экране при щелчке на ячейке СВТ;
- окон, появляющихся после двойного щелчка мышью на элементах управления СВТ;

- команд контекстного меню, открывающихся после щелчка правой кнопкой мыши на любой ячейке или управляющем элементе СВТ;
- окна Параметры таблицы, открывающегося с помощью одноименной команды контекстного меню;
- прямого изменения текстов заголовков строк/столбцов СВТ и названий управляющих элементов, а также форматирования выделенных ячеек таблицы.

Использование перечисленных (а также многих других) средств управления СВТ предлагается освоить самостоятельно. Отметим только, что изменение исходных данных, по которым построена таблица, не приводит к немедленному соответствующему изменению значений в ячейках СВТ. Чтобы это произошло, необходимо или щелкнуть по инструментальной кнопке на панели инструментов СВОДНЫЕ ТАБЛИЦЫ, на которой изображен восклицательный знак, или из контекстного меню сводной таблицы выполнить команду ОБНОВИТЬ ДАННЫЕ.

3.2.2. Примеры выполнения группировок с помощью сводных таблиц

Вычисление частот и частостей вариантов дискретного признака. Речь идет о построении таблицы, изображенной на рис. 3.7, состоящей из первых трех столбцов таблицы на рис. 3.2. Поэтому СВТ на

	Данные ▾	
СЗ ▾	Частота, F	Частость, W
ЗАО	13	18,06%
ИЧП	33	45,83%
ОАО	26	36,11%
Общий итог	72	100,00%

Рис. 3.7. Частоты и частости

рис. 3.7 можно создать с помощью тех же действий, что и при построении таблицы на рис. 3.2, только при создании макета СВТ в область ДАННЫЕ необходимо дважды занести кнопку СЗ. Для этих элементов области ДАННЫЕ следует задать вычисления, указанные в первых двух строках табл. 3.1, а в поле Имя соответственно ввести тексты Частота F и Частость W.

Вычисление только частот вариантов дискретного признака (построение дискретного вариационного ряда). Искомая СВТ должна иметь вид, приведенный на рис. 3.8 в диапазоне H5:J10. Для ее построения в области СТРОКА и ДАННЫЕ помещается признак СЗ и элементу СЗ в области ДАННЫЕ назначаются операция КОЛИЧЕСТВО и имя F.

К сожалению, СВТ на рис. 3.8 не поддается никакой реструктуризации. В частности элемент с буквой F невозможно никуда переместить, а значение ячеек H6:I6 изменить. Решить указанную проблему можно, введя в строки, расположенные выше таблицы, необходимые названия столбцов, как это сделано на рисунке в диапазоне H3:I4. При необходимости же распечатки таблицы следует предварительно скрыть строки 5:6 и распечатать диапазон H3:I10. Этот прием может быть использован в отношении любых сводных таблиц.

	H	I
3	Статус	Частота
4	X	F
5	F	
6	Ст	Итог
7	АОЗТ	13
8	АООТ	26
9	ИЧП	33
10	Общий итог	72

Рис. 3.8. Дискретный вариационный ряд

Следует также отметить, что таблица с двумя столбцами, содержащими варианты и частоты дискретного вариационного ряда, может быть эффективно построена с помощью инструмента Консолидация.

Построение интервального вариационного ряда для одного признака. Две СВТ, содержащие такие ряды для признака Процентная ставка, приведены на рис. 3.9.

	R	S	T	U	V	W
3	Частота, F				Данные ▼	
4	Пределы процентной ставки ▼	Итог		Пределы процентной ставки ▼	Частота, F	Частость, W
5	0,0734-0,0934	19		0,0734-0,0934	19	26,39%
6	0,0934-0,1134	15		0,0934-0,1134	15	20,83%
7	0,1134-0,1334	21		0,1134-0,1334	21	29,17%
8	0,1334-0,1534	17		0,1334-0,1534	17	23,61%
9	Общий итог	72		Общий итог	72	100,00%

Рис. 3.9. Интервальные вариационные ряды для признака «Процентная ставка»

Указанные СВТ построены тем же способом, что и таблицы на рис. 3.7, 3.8. Отличие в том, что в область СТРОКА макета СВТ был занесен признак Пр. После создания таблиц в каждой из них необходимо выполнить следующие действия. Щелчком правой кнопкой мыши

на элементах Пр (ячейки R4 и U4 на рис. 3.9) вызвать контекстное меню и из него выполнить команду Группа и структура/Группировать. В открывшемся после этого окне Группирование принять предлагаемые Excel начальное и конечное значения признака (процентной ставки), а также шаг интервального ряда или задать эти значения самостоятельно. При построении таблиц на рис. 3.9 в окне Группирование был задан шаг, равный 0,02. Такая операция далее будет называться *группировкой элемента* с соответствующим шагом (в данном случае — группировка элемента Пр с шагом 0,02).

Группировка по значениям двух признаков. Соответствующая таблица приведена на рис. 3.10: группировка здесь выполнена как по значениям процентной ставки, так и по срокам кредитов (обозначения Пр и Ср). Для ее создания элемент Пр был помещен в область Строка макета таблицы, а элемент Ср — в области Столбец и Данные. Элементу в области Данные назначена операция Количество и присвоено имя F.

	К	L	M	N	O	P	Q
21	Количество статистических единиц в группах						
22	Пределы изменения срока кредита						
23	F	Ср ▼					
24	Пределы процентной ставки ▼	27-51	52-76	77-101	102-126	127-151	Итого
25	0,0734-0,0934	5	3	3	5	3	19
26	0,0934-0,1134	3	2	2	4	4	15
27	0,1134-0,1334	3	7	1	6	4	21
28	0,1334-0,1534	7		3	5	2	17
29	Итого	18	12	9	20	13	72

Рис. 3.10. Группировка по значениям признаков «Процентная ставка» и «Срок кредита»

После создания таблицы сначала была выполнена группировка элемента Пр с шагом 0,02, а во вторую очередь — элемента Ср с шагом 50. Затем в строках 21:22 были добавлены необходимые заголовки, а также изменено название элемента управления в ячейке K24.

При создании комбинационной таблицы (рис. 3.11) признак Пр был помещен в область Строка, а признак СЗ — в область Столбец и дважды — в область Данные. Для элементов области Данные были

заданы операции, указанные в первых двух строках табл. 3.1, и назначены им имена соответственно F и W.

	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
32		СЗ ▾	Данные ▾						
33		ЗАО		ИЧП		ОАО		Итого F	Итого W
34	Пределы процентной ставки ▾	F	W	F	W	F	W		
35	0,0734-0,0934	2	15,38%	13	39,39%	4	15,38%	19	26,39%
36	0,0934-0,1134		0,00%	9	27,27%	6	23,08%	15	20,83%
37	0,1134-0,1334	6	46,15%	7	21,21%	8	30,77%	21	29,17%
38	0,1334-0,1534	5	38,46%	4	12,12%	8	30,77%	17	23,61%
39	Общий итог	13	100,00%	33	100,00%	26	100,00%	72	100,00%

Рис. 3.11. Комбинационная таблица

После создания таблицы были выполнены следующие действия:

- задана группировка по признаку Пр с шагом 0,02;
- изменен вид таблицы, для чего элемент управления ДАННЫЕ был перемещен на нижнюю границу ячеек с текстами ЗАО, ИЧП, ОАО так, чтобы на ней появилась штриховая горизонтальная линия; затем кнопка мыши была отпущена;
- объединены пары ячеек над столбцами со значениями F и W, содержащие тексты ЗАО, ИЧП, ОАО; это было сделано щелчком правой кнопкой мыши на любой ячейке СВТ, выполнением команды ПАРАМЕТРЫ ТАБЛИЦЫ из контекстного меню и пометкой «галочка» в окне данной команды флажка Объединять ячейки заголовков;
- установлена минимально необходимая ширина столбцов и выполнено требуемое форматирование ячеек.

3.3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 3.1. Какова роль группировки в статистике?
- 3.2. Охарактеризуйте различные виды группировок: типологическую, структурную, аналитическую, комбинационную. Для чего используется вторичная группировка?
- 3.3. Что представляет собой ряд распределения?
- 3.4. Как называются ряды распределения, полученные в результате группировок по количественным и качественным признакам?
- 3.5. Как строятся вариационные ряды по дискретному и непрерывному признакам?
- 3.6. Что такое классификация и номенклатура? Приведите примеры.
- 3.7. Выделите из числа перечисленных дискретные и непрерывные вариационные признаки группировок:
- а) заработная плата;
 - б) численность работников фермерских хозяйств;
 - в) число вкладов населения в учреждениях Сбербанка;
 - г) добавленная стоимость;
 - д) число мест в кинотеатре;
 - е) численность населения страны;
 - ж) размер обуви;
 - з) разряд сложности работы.
- 3.8. К каким группировочным признакам — количественным или атрибутивным — относятся:
- а) прибыль предприятия;
 - б) пол человека;
 - в) национальность;
 - г) возраст человека;
 - д) посевная площадь сельскохозяйственной культуры;
 - е) заработная плата рабочего;
 - ж) образование (незаконченное среднее, среднее, высшее).
- 3.9. Представьте приведенные данные о тарифном разряде рабочих завода в виде ряда распределения и изобразите его графически.

4	6	5	2	3	5	5	5	5
4	5	2	3	2	3	2	3	4
3	2	1	2	4	4	5	4	6
4	3	3	6	2	6	4	3	4
5	2	5	1	4	5	5	1	6
1	6	3	1	5	4	5	6	3
4	3	5	2	5	4	3	1	6

3.10. При измерении диаметра деталей получены следующие размеры, мм.

40,4	40,1	40,8	40,6	40,4	40,5	40,7
40,3	40,4	40,5	40,7	40,6	40,6	40,1
40,2	40,8	40,6	40,5	40,5	40,4	40,2
40,4	40,7	40,2	40,6	40,6	40,5	40,2
40,4	40,5	40,8	40,1	40,3	40,4	40,1
40,5	40,3	40,5	40,6	40,7	40,1	40,0

Постройте ряд распределения результатов измерения диаметра изделий и изобразите его графически¹.

3.11. Численность персонала организаций города характеризуется следующими данными.

180	129	174	96	47	82	96	92
94	42	97	160	122	134	77	148
120	80	87	121	110	70	61	136
48	67	44	58	117	82	58	64
184	95	138	155	84	97	112	145
150	45	67	131	110	85	90	162
140	184	44	200	228	143	71	82

Постройте вариационный ряд, выделив шесть групп. Изобразите его графически. Объясните, какой вид графика следует использовать.

3.12. Известны следующие данные о научном стаже 80 сотрудников исследовательского центра (человек).

5, 1, 7, 2, 1, 5, 8, 10, 0, 7, 2, 3, 5, 1, 4, 8, 3, 1, 0, 6, 2, 10, 10, 4, 4, 12, 13, 8, 7, 2, 3, 3, 5, 6, 15, 20, 21, 6, 8, 10, 13, 7, 0, 9, 9, 12, 0, 24, 25, 17, 18, 11, 13, 5, 6, 8, 14, 15, 20, 22, 7, 8, 9, 10, 12, 25, 21, 19, 18, 26, 2, 4, 7, 6, 9, 10, 11, 22, 28, 20.

Постройте ряд распределения, выделив группы с равными интервалами в пять лет, сделайте выводы.

3.13. Имеем следующие данные о процентной ставке 20 коммерческих банков.

20,4	18,1	13,2	11,0	18,5
17,3	19,6	23,6	14,6	17,5
22,4	26,0	13,9	12,3	14,1
16,4	16,7	15,0	21,1	18,0

¹ Графическое изображение рядов распределения приведено на С. 50—54 пособия.

Представьте данные в виде интервального ряда, объединив их в три группы с равными интервалами. Постройте график по сгруппированным данным. Укажите тип графика.

- 3.14. Имеется ряд распределения организаций по численности персонала с интервалом, равным 20. Используя эти данные, постройте ряд распределения с интервалом, равным 45 (первая группа «до 50»).

Группа предприятий с численностью персонала, человек	Число организаций, % к итогу
До 50	2
51—70	3
71—90	10
91—110	10
111—130	16
131—150	18
151—170	12
171—190	8
191—210	6
211—230	4
231—250	4
251—270	3
271—290	2
291 и выше	2
Итого	100

- 3.15 Приведенные ниже данные характеризуют распределение работников организации по величине заработной платы.

Заработная плата, руб.	Численность рабочих, % к итогу	Заработная плата, руб.	Численность рабочих, % к итогу
90—160	4	510—580	21
160—230	6	580—650	10
230—300	8	650—720	6
300—370	10	720—790	6
370—440	11	790—860	2
440—510	15	860 и выше	1

Сделайте вторичную группировку, построив ряд распределения с интервалом, равным 100 руб. (первая группа «90—190»).

3.16. Имеются следующие данные о распределении организаций по объему реализованной продукции.

Группа предприятий по объему реализованной продукции, млн руб.	Число организаций, % к итогу	Объем реализованной продукции, % к итогу
До 10	60	17,9
10—30	30	42,4
Свыше 30	10	39,7
Итого	100	100

Используя приведенные данные, сделайте вторичную группировку. Образуйте группы предприятий по объему реализованной продукции (млн руб.): «до 5», «5—10», «10—15», «15—20», «20—30», «свыше 30». По каждой группе рассчитайте два показателя: число предприятий и объем реализованной продукции в процентах к итогу. Результаты представьте в виде таблицы.

3.17. Известны следующие данные по коммерческим банкам о процентных ставках и величине предоставленных кредитов.

№ п/п	Ставка, %	Кредит, млн руб.	№ п/п	Ставка, %	Кредит, млн руб.
1	20,4	13,6	9	14,6	25,5
2	18,1	22,3	10	17,5	12,2
3	13,2	27,5	11	22,4	12,1
4	11,0	13,5	12	26,0	26,6
5	18,5	11,6	13	13,9	26,3
6	17,3	8,6	14	12,3	5,2
7	19,6	2,5	15	12,2	24,0
8	23,6	7,6			

1. Проведите группировку банков по величине процентной ставки, образовав четыре группы. Подсчитайте по каждой группе число банков и объем кредитов.
2. Проведите группировку банков по объему кредитов, образовав четыре группы.
3. Составьте аналитическую группировку по приведенным данным.

3.18. По ряду организаций региона получены следующие данные.

Органи- зация	Средняя списочная чис- ленность рабочих, человек	Основные фонды, млн руб.	Объем произведенной продукции за год, млн руб.
1	100	369	5,6
2	140	473	7,6
3	94	251	4,4
4	83	280	5,2
5	157	590	8,0
6	195	1 200	9,6
7	54	160	3,1
8	120	480	5,7
9	180	970	8,2
10	125	400	4,4
11	43	120	1,0
12	256	900	9,9
13	182	670	8,7
14	124	500	4,1
15	110	379	3,1
16	102	256	4,1
17	96	220	3,7
18	98	240	3,3
19	84	106	2,1
20	76	180	1,6
21	96	250	3,0
22	85	230	2,4
23	110	370	2,4
24	112	350	2,3
25	67	125	1,5
26	63	140	1,3
27	250	1 150	9,2
28	212	790	6,5
29	184	290	3,4
30	137	275	3,2

Проведите группировку организаций по числу рабочих, образовав шесть групп. Подсчитайте по каждой группе:

- а) число организаций;
- б) число рабочих;
- в) объем произведенной продукции за год;
- г) среднюю фактическую выработку продукции в расчете на одного рабочего;
- д) объем основных фондов;
- е) средний размер основных фондов в расчете на одну организацию.

Результаты расчетов оформите в виде таблицы. Проведите экономический анализ полученных результатов.

3.19. Используя данные предыдущей задачи, объедините организации по размеру основных фондов в шесть групп. По каждой группе подсчитайте:

- а) число организаций;
- б) объем основных фондов;
- в) средний размер основных фондов в расчете на одну организацию;
- г) объем произведенной продукции;
- е) выпуск продукции на 1000 руб. основных фондов.

Результаты расчетов оформите в виде таблицы. Проведите экономический анализ полученных показателей.

3.20. Используя данные задачи 3.18, объедините организации по объему произведенной продукции в шесть групп. По каждой группе определите:

- а) число организаций;
- б) объем произведенной продукции;
- в) средний размер произведенной продукции в расчете на одну организацию;
- г) объем основных фондов;
- д) число рабочих;
- е) среднюю фактическую выработку продукции в расчете на одного рабочего.

Результаты расчетов оформите в виде таблицы. Проведите экономический анализ полученных показателей.

3.21. Известны следующие данные о деятельности 30 организаций региона.

Наименование организации	Объем произведенной продукции, тыс. руб.	Среднесписочная численность работников промышленно-производственного персонала, человек	Объем оборотных фондов, тыс. руб.	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, тыс. руб.
Леспромхоз № 1	1 560	430	272	1 578
Обувная фабрика № 1	4 724	900	236	522
Химико-фармацевтический завод	49 168	2 200	7 977	23 267
Текстильная фабрика	18 978	1 702	1 974	5 315

Продолжение

Наименование организации	Объем произведенной продукции, тыс. руб.	Среднесписочная численность работников промышленно-производственного персонала, человек	Объем оборотных фондов, тыс. руб.	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, тыс. руб.
Фабрика технических тканей	7 366	648	239	1 170
Завод анилиновых красителей	63 289	5 025	5 047	20 704
Машиностроительный завод	3 321	3 045	4 792	16 627
Птицефабрика	12 510	1 790	694	1 969
Швейная фабрика	11 738	536	1 037	2 635
Завод энергетического машиностроения	8 910	1 791	917	4 477
Кислородный завод	5 731	471	2 910	8 735
Завод керамических плиток	3 489	545	482	2 440
Фабрика игрушек	1 992	272	137	554
Фабрика кожевенных галантерейных изделий	1 782	204	319	744
Комвольная прядильная фабрика	7 569	506	917	2 576
Завод железобетонных изделий	274	104	70	296
Завод электробытовых машин	7 908	1 020	848	2 831
Кожевенная фабрика	3 702	329	306	1 001
Фосфоритный рудник	193 336	1 354	595	4 264
Хлопчатобумажная фабрика	8 207	1 405	652	2 860
Обувная фабрика № 2	634	260	214	518
Кондитерская фабрика	25 610	2 500	6 500	15 000

Продолжение

Наименование организации	Объем произведенной продукции, тыс. руб.	Среднесписочная численность работников промышленно-производственного персонала, человек	Объем оборотных фондов, тыс. руб.	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, тыс. руб.
Инструментальный завод	1 025	320	190	849
Литейно-механический завод	2 670	565		2 000
Каменный карьер	500	130	55	240
Леспромхоз № 2	26 750	230	105	1 500
Кабельный завод	2 700	650	280	1 410
Чулочная фабрика	29 008	3 590	3 301	13 719
Цементный завод	11 400	1 022	1 380	6 219
Коксогазовый завод	40 000	2 100	4 305	25 600

Проведите группировку организаций по среднесписочной численности промышленно-производственного персонала, выделив шесть групп с равными интервалами.

Рассчитайте по каждой группе средние показатели: стоимость произведенной продукции, численность промышленно-производственного персонала, стоимость основных производственных фондов.

Результаты представьте в виде таблицы и сформулируйте выводы.

- 3.22.** На базе данных задания 3.21 проведите группировку предприятий по объему произведенной продукции, выделив шесть групп предприятий. Рассчитайте по каждой группе численность промышленно-производственного персонала, стоимость основных производственных фондов, объем оборотных фондов.

Постройте итоговую таблицу, сделайте выводы.

- 3.23.** На основании данных задания 3.21 проведите группировку организаций по объему основных производственных фондов, образовав шесть групп. Рассчитайте по каждой группе численность промышленно-производственного персонала, объем оборотных фондов и произведенной продукции. Результаты представьте в виде таблицы. Сделайте выводы о взаимосвязи указанных показателей.

- 3.24.** По данным задания 3.21 рассчитайте показатель производительности труда по каждой организации. Проведите группировку организаций по данному показателю, образовав шесть групп.

Результаты представьте в виде таблицы и проанализируйте. Сделайте выводы.

3.25. Известны следующие данные о совокупном доходе семьи за месяц и составе семей.

Наблю- де- ние	Состав семьи, чело- век	Совокуп- ный доход семьи, руб. в месяц	Наблю- де- ние	Состав семьи, чело- век	Совокуп- ный доход семьи, руб. в месяц	Наблю- де- ние	Со- став се- мьи, чело- век	Совокуп- ный доход семьи, руб. в месяц
1	2	2 250	21	2	6 080	41	4	5 120
2	3	1 910	22	3	3 090	42	6	4 860
3	2	2 160	23	4	2 500	43	3	2 490
4	3	4 830	24	3	4 120	44	4	3 950
5	3	7 160	25	6	5 690	45	5	4 800
6	4	2 140	26	2	3 690	46	3	6 090
7	2	3 090	27	3	4 210	47	4	7 310
8	3	6 150	28	4	6 850	48	2	3 180
9	2	1 190	29	3	1 920	49	4	2 900
10	4	4 230	30	5	2 840	50	6	4 690
11	2	2 150	31	3	3 900	51	6	5 110
12	3	2 900	32	2	4 200	52	3	6 290
13	4	6 180	33	5	7 100	53	4	8 350
4	3	3 080	34	3	5 120	54	5	8 590
15	2	4 160	35	6	5 150	55	4	6 750
16	5	5 060	36	4	4 190	56	5	7 160
17	4	8 320	37	3	5 110	57	3	3 920
18	3	2 750	38	4	7 400	58	5	4 600
19	2	3 900	39	5	2 650	59	4	8 600
20	5	5 060	40	4	3 890	60	5	5 900

Постройте ряд распределения семей (длина интервала (d) — 100 руб.) по величине дохода на одну семью; размеру дохода на одного члена семьи (число групп — 7); по составу семьи. Проведите аналитическую группировку для выявления зависимости среднедушевого дохода от состава семьи.

3.26. Укажите, к каким видам по познавательным задачам относятся две приведенные ниже группировки (данные Российского статистического ежегодника. 2006 г. С. 226).

**Численность преподавателей и учащихся дневных
общеобразовательных учреждений в Российской Федерации
(на начало года), тыс. человек**

Показатель	1995/ 1996	2000/ 2001	2001/ 2002	2002/ 2003	2003/ 2004	2004/ 2005	2005/ 2006
Численность учащихся	21 567	20 074	19 429	18 440	17 323	16 168	15 185
Численность преподавателей	1 699	1 712	1 679	1 659	1 623	1 573	1 536

Число телефонных аппаратов телефонной сети на конец года

Показатель	1970	1980	1990	1995	2000	2003	2004	2005
Число телефонных аппаратов телефонной сети общего пользования, млн шт.	6,5	13,5	23,4	26,8	33,0	38,4	40,8	42,9
В том числе:								
городской сети	5,6	11,5	20,1	23,3	29,0	33,9	35,9	37,8
сельской сети	0,9	2,0	3,3	3,5	4,0	4,5	4,9	5,1

ТЕМА 4. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

4.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Результаты сводки и группировки материалов статистического наблюдения оформляются, как правило, в статистические таблицы, которые должны содержать сводную количественную характеристику изучаемой совокупности по одному или нескольким существенным признакам.

Статистическая таблица — разновидность наиболее краткого и рационального представления цифровых данных об изучаемой статистической совокупности. При построении таких таблиц необходимо исходить из целей исследования и содержания полученного материала.

На стадии сводки и группировки данных разрабатываются макеты. Макет — незаполненная цифрами статистическая таблица.

Каждая таблица состоит из *подлежащего* и *сказуемого*.

Подлежащее — это объекты, которые характеризуются приведенными в таблице статистическими данными.

Сказуемое — признаки, присущие подлежащему таблицы.

В зависимости от характера разработки подлежащего различают *простые, групповые и комбинационные* статистические таблицы.

Приведем несколько примеров.

В подлежащем *простой* таблицы дается перечень каких-либо объектов, показателей, территориальных единиц.

Здесь нет группировки единиц совокупности.

В качестве примера рассмотрим несколько вариантов простых таблиц.

В подлежащем табл. 4.1 приводится перечень основных показателей, характеризующих социально-экономическое развитие России, а в сказуемом представлены данные за 2005 и 2006 гг.

Таблица 4.1

**Социально-экономическое развитие Российской Федерации
в 2005—2006 гг.**

Показатель	2005	2006
Численность населения (на конец года), млн человек	142,8	142,2
Естественный прирост, убыль (-), тыс. человек	-846,5	-689,5
Миграционный прирост, убыль (-), тыс. человек	125,9	132,3
Среднегодовая численность занятых в экономике, тыс. человек	66 792	67 017
Численность безработных, тыс. человек	5 208	4 999
Численность безработных, зарегистрированных в органах государственной службы занятости (на конец года), тыс. человек	1 830	1742
Численность пенсионеров (на конец года), тыс. человек	38 313	38 325
Среднедушевые денежные доходы населения в месяц, руб.	8 023,2	9 947
Среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работающих в экономике, руб.	8 554,9	10 633,9
Средний размер назначенных месячных пенсий, тыс. руб.	2 364,0	2 726
Валовой внутренний продукт, млрд руб.	21 598	26 781
Валовой внутренний продукт на душу населения, руб.	150 915	187 954
Валовое накопление основного капитала, млрд руб.	4 349,9	5 415,8

Источник: Российский статистический ежегодник. 2006. С. 32—33;
Россия в цифрах. 2007. С. 28.

Аналогичным образом построена табл. 4.2, но в сказуемом приводится два показателя, характеризующих показатели подлежащего.

Таблица 4.2

**Реализация основных продуктов
сельскохозяйственными организациями
и уровень рентабельности в Российской Федерации в 2005 г.**

Наименование продукции	Реализация основных продуктов, тыс. т	Уровень рентабельности, %
Зерно (млн т)	39,6	16
Семена масличных культур	3758	47
Сахарная свекла	15334	16
Картофель	1206	32
Овощи	1537	31
Молоко	12,5	18
Скот и птица на убой	3,7	-19*
Яйца (млрд шт.)	25,3	20

* В живом весе *N*.

Источник: Российский статистический ежегодник. 2006. С. 443.

Ниже представлен другой пример простой таблицы (табл. 4.3).

Таблица 4.3

**Площадь жилых помещений, приходившаяся в среднем
на одного жителя, по регионам Российской Федерации
в 2005 г. на конец года, м²**

Регион	Весь жилищный фонд
Северо-Западный федеральный округ	22,8
Центральный федеральный округ	22,5
Приволжский федеральный округ	20,6
Южный федеральный округ	19,1
Уральский федеральный округ	20,1
Сибирский федеральный округ	19,6
Дальневосточный федеральный округ	20,1
Российская Федерация в целом	20,9

Источник: Российский статистический ежегодник. 2006. С. 212—213.

Простые таблицы могут также характеризовать динамику каких-либо показателей (табл. 4.4).

Таблица 4.4

**Динамика безработицы в Российской Федерации
в 2000—2006 гг. тыс. человек**

Показатель	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Общая численность безработных в среднем за год	7 959	6 288	6 155	5 683	5 775	5 208	4 999
в том числе зарегистрированных в органах государственной службы занятости (на конец года)	1 037	1 122	1 500	1 639	1 920	1 830	1 742

Источник: Россия в цифрах. 2007. С. 28.

Групповые и комбинационные таблицы позволяют охарактеризовать структуру социально-экономических явлений, показать их взаимосвязь.

Подлежащее групповой таблицы содержит группировку по одному атрибутивному или количественному признаку.

А сказуемое обычно представляет один или два показателя, характеризующих подлежащее. Вместе с тем оно может иметь и целый ряд показателей, дающих количественную и качественную характеристику подлежащего (табл. 4.5, 4.6).

Таблица 4.5

**Группировка крестьянских (фермерских) хозяйств
по размеру предоставленных им земельных участков
на конец 2005 г.**

Размер предоставленного земельного участка, га	Число хозяйств		Площадь предоставленных земельных участков	
	всего, тыс.	% от общего числа хозяйств	всего, тыс. га	% от площади всех хозяйств
До 3	50,1	19,5	92,2	0,5
4—5	23,5	9,1	106,8	0,6
6—10	34,4	13,4	269,6	1,4
11—20	36,0	14,0	548,9	2,8
21—50	44,1	17,1	1 497,5	7,8
51—70	14,6	5,7	888,6	4,6

Продолжение

Размер предоставленного земельного участка, га	Число хозяйств		Площадь предоставленных земельных участков	
	всего, тыс.	% от общего числа хозяйств	всего, тыс. га	% от площади всех хозяйств
71—100	13,5	5,2	1 165,0	6,0
101—200	17,0	6,6	2 497,8	13,0
Свыше 200	18,1	7,0	1 213,9	63,3
Хозяйства, которым земельный участок не предоставляется	6,1	2,5	—	—
Итого по всем хозяйствам	257,4	100	19 246,1	100

Примечание. Сумма по столбцам может не совпадать с общим итогом в связи с округлениями в расчетах.

Источник: Российский статистический ежегодник. 2006. С. 444.

Принадлежность к комбинационным статистическим таблицам определяется характером разработки подлежащего, представляющего собой комбинацию двух и более признаков, которые легли в основу группировки.

По характеру разработки различают простую разработку сказуемого (см. табл. 4.1—4.4) и сложную, когда показатели, характеризующие подлежащее, комбинируются (табл. 4.5—4.7).

Таблица 4.6

Группировка организаций в Российской Федерации по коэффициенту текущей ликвидности в 2000 и 2005 гг.

Показатель	Коэффициент текущей ликвидности, %		
	0—100	101—200	свыше 200
Число организаций во всех видах экономической деятельности, всего			
2000	88 894	41 174	26 212
2005	49 797	31 081	27 486
в процентах от общего числа			
2000	54,5	27,8	17,7
2005	45,9	28,7	25,4

Продолжение

Показатель	Коэффициент текущей ликвидности, %		
	0—100	101—200	свыше 200
Кредиторская задолженность, млн руб.			
2000	2 582 253	1 673 238	252 958
2005	3 809 990	3 031 728	1 111 989
в процентах от общей суммы задолженности			
2000	57,3	37,1	5,6
2005	47,9	38,1	14,0
Дебиторская задолженность, млн руб.			
2000	1 171 464	1 513 222	393 820
2005	1 846 654	2 788 797	2 222 352
в процентах от общей суммы задолженности			
2000	38,1	49,1	12,8
2005	26,9	40,7	32,4

Источник: Российский статистический ежегодник. 2006. С. 662.

В таблице 4.7 показано изменение структуры затрат организаций по отраслям экономики; единицы совокупности группируются здесь по двум признакам, и в подлежащем и в сказуемом.

Таблица 4.7

Структура затрат на производство продукции (работ, услуг) по видам экономической деятельности в 2005 г., % к итогу

Отрасль	Все затраты	В том числе							прочие затраты
		материальные затраты	из них			затраты на оплату труда	отчисления на социальные нужды	амортизация основных средств	
			сырье и материалы	топливо	энергия				
Обрабатывающие производства	100	68,7	55,8	2,8	3,6	11,3	2,8	2,4	14,8
Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	100	60,0	11,5	21,9	14,4	14,2	3,3	6,3	16,2
Строительство	100	57,4	47,0	5,0	1,4	21,1	5,0	2,4	14,1
Финансовая деятельность	100	16,2	9,0						
Государственное управление и обеспечение военной безопасности; обязательное обеспечение	100	32,9	27,3	2,0	2,1	43,5	9,5	2,4	11,7
Образование	100	16,8	8,0	1,1	2,0	44,0	9,1	2,4	27,7

Источник: Российский статистический ежегодник. 2006. С. 656.

Помимо перечисленных видов существуют также корреляционные и балансовые таблицы, о которых пойдет речь в следующих разделах.

При построении таблиц нужно соблюдать следующие требования:

- таблица должна быть компактной и содержать только необходимую информацию, ограниченную целью исследования;
- обязательно наличие четкого заголовка таблицы, лаконичных названий граф и строк, не вызывающих двойного толкования;
- необходимо указать единицы измерения показателей;
- целесообразно пронумеровать графы и строки, а приведенные в них цифры расположить в соответствии с порядностью;
- округление цифровых данных таблицы должно производиться с одинаковой точностью;
- при оформлении таблицы необходимо использовать следующие условные обозначения:
 - «-» — явление отсутствует,
 - «...» — данных нет (или указывается «нет сведений»),
 - «0,0» — величина явления меньше принятой единицы измерения;
 - «х» — клетка не подлежит заполнению (не имеет смысла);
- если данные имеют оценочный (прогнозный) характер, это должно быть отмечено;
- под таблицей можно представить дополнительную информацию (примечания, краткие пояснения по методологии расчета показателей, помещенных в таблице).

4.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 4.1. Что представляют собой статистические таблицы?
- 4.2. Охарактеризуйте подлежащее и сказуемое в статистических таблицах.
- 4.3. Какие известны виды таблиц по характеру подлежащего и сказуемого. Приведите примеры из официальных статистических публикаций.
- 4.4. Сформулируйте правила построения и оформления статистических таблиц.
- 4.5. Назовите виды таблиц в заданиях 3.16, 3.17, 3.21 по характеру разработки подлежащего и сказуемого.
- 4.6. Составьте макеты комбинационных таблиц, используя показатели задания 3.18. Представьте материалы по различному сочетанию признаков (например, распределение предприятий по среднесписочному числу рабочих и основным фондам и т.д.).
- 4.7. На основании данных задания 3.25 составьте следующие таблицы:
 - 1) простую с простой разработкой сказуемого;
 - 2) простую со сложной разработкой сказуемого;
 - 3) групповую с простой разработкой сказуемого;
 - 4) групповую со сложной разработкой сказуемого;
 - 5) комбинационную по размеру совокупного дохода семей, численности членов семей и количеству семей.

ТЕМА 5. ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

5.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Графики — средство выражения и способ анализа статистических данных, а также наглядная форма их представления.

Статистический график — изображение числовых величин, их соотношений и динамики линиями, геометрическими фигурами, рисунками или графическими картами с соблюдением масштаба.

Остановимся прежде всего на способах графического изображения вариационных рядов.

Графиком дискретного вариационного ряда служит *полигон распределения*. Для его построения в прямоугольной системе координат по оси абсцисс откладывают варианты признака, а по оси ординат — их частоты или частоты. Соединив последовательно точки, соответствующие каждой паре вариантов и частот, получим ломаную линию, называемую *полигоном распределения* (или эмпирической кривой распределения).

Пример 1. По страховым организациям региона известны следующие данные о числе договоров страхования гражданской ответственности, выплаты по которым превысили 100 тыс. руб.

Число договоров, по которым были произведены выплаты в размере более 100 тыс. руб.	Число страховых организаций
x	f
1	5
2	10
3	15
4	17
5	5
Итого	52

По данным ряда распределения график будет иметь следующий вид (рис. 5.1).

Число страховых организаций, ед.

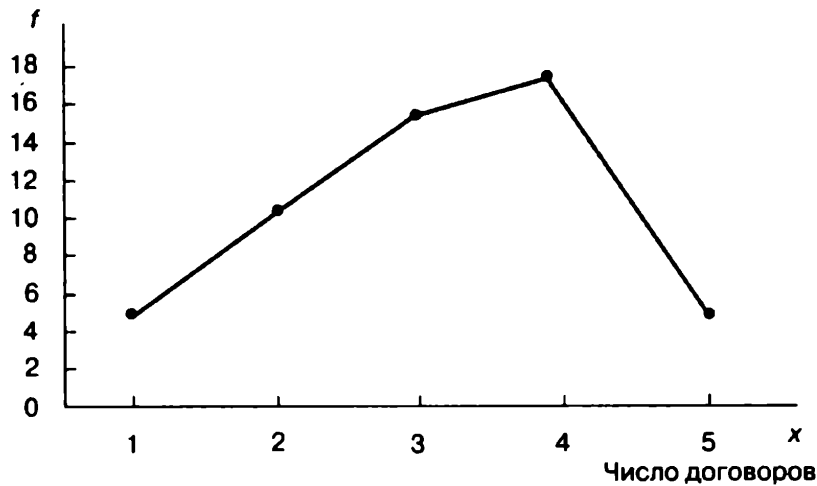


Рис. 5.1. Полигон распределения страховых организаций по числу договоров, выплаты по которым превысили 100 тыс. руб.

Интервальный вариационный ряд, в котором представляют непрерывный вариационный признак, графически изображают в виде *гистограммы распределения*.

Для построения гистограммы по оси абсцисс в соответствии с принятым масштабом откладывают границы выбранных интервалов варьирующего признака, а по оси ординат — частоты или частоты. Интервалы — основания прямоугольников, высота которых соответствует частоте (частоты).

Пример 2. Известны следующие данные о распределении прибыли в коммерческих банках.

Группы коммерческих банков по объему прибыли, млрд руб.	Число коммерческих банков, ед.
x	f
1,6—2,0	2
2,0—2,4	5
2,4—2,8	12
2,8—3,2	14
3,2—3,6	8
3,6—4,0	6
4,0—4,4	3
Итого	50

Построим гистограмму по данному ряду распределения (рис. 5.2).

Число коммерческих банков, ед.

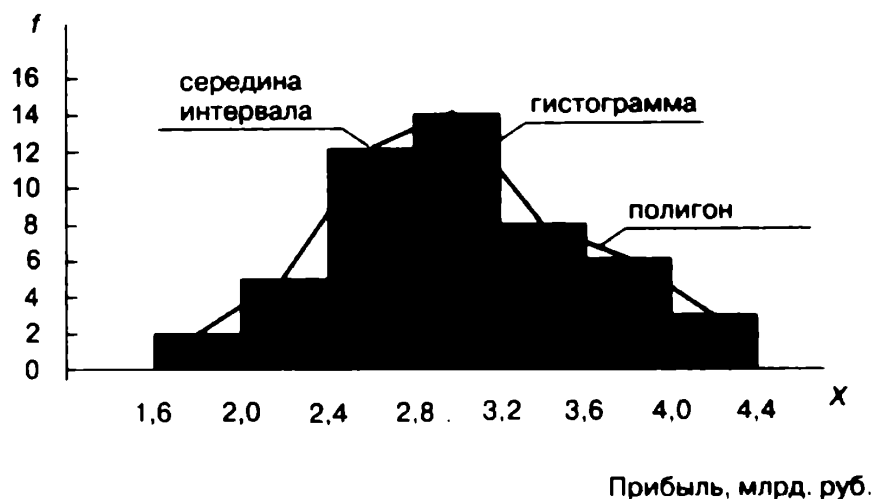


Рис. 5.2. Гистограмма и полигон распределения групп коммерческих банков по объему полученной прибыли

Гистограмма может быть преобразована в полигон распределения, если точки, соответствующие серединам верхних сторон прямоугольников, соединить прямыми отрезками (см. рис. 5.2).

Для изображения накопленных частот (или частостей) используется кривая, называемая *кумулятой распределения* (рис. 5.3).

Для построения кумуляты на оси абсцисс откладываются значения варьирующего признака. Накопленные частоты (или частости) откладываются на оси ординат. Приведем пример построения кумулятивной кривой.

Пример 3. Известны следующие данные о распределении страховых компаний по количеству договоров ОСАГО.

Группы компаний по количеству договоров, тыс.	Число компаний	Удельный вес компаний, % к итогу	Накопленные частоты, %
x	f		S
До 5,0	4	13,3	13,3
5,0—10,0	5	16,7	30,0
10,0—15,0	10	33,3	63,3
15,0—20,0	6	20,0	83,3
20,0 и более	5	16,7	100,0
Итого	30	100,0	

На основании приведенных данных построим кумуляту распределения. Для этого нанесем на графике точки, соответствующие верхним границам указанных интервалов по оси абсцисс и накопленным частотам по оси ординат. Затем последовательно соединим полученные точки линией, начиная с нуля (который соответствует нижней границе первого интервала) (рис. 5.3).

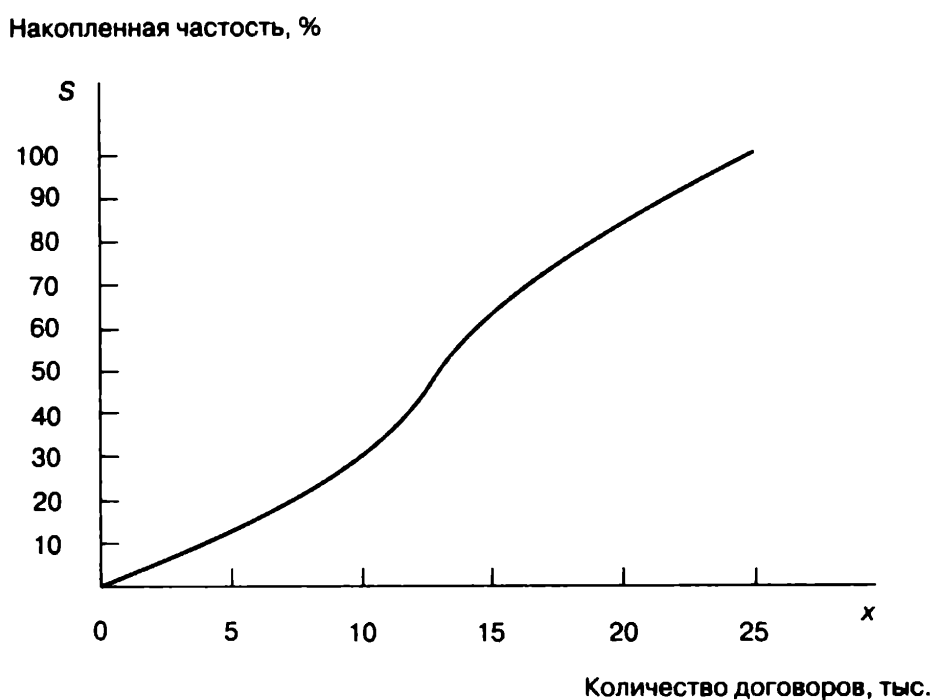


Рис. 5.3. Кумулята распределения страховых компаний по количеству договоров

Ордината каждой точки на кумулятивной кривой показывает, какая часть страховых компаний имеет количество договоров, не превосходящее абсциссы этой точки.

Если при графическом изображении вариационного ряда на оси абсцисс отложить накопленные частоты, а на оси ординат — варианты ряда, то получим график, который называется *огивой распределения* (рис. 5.4).

Количество договоров, тыс.

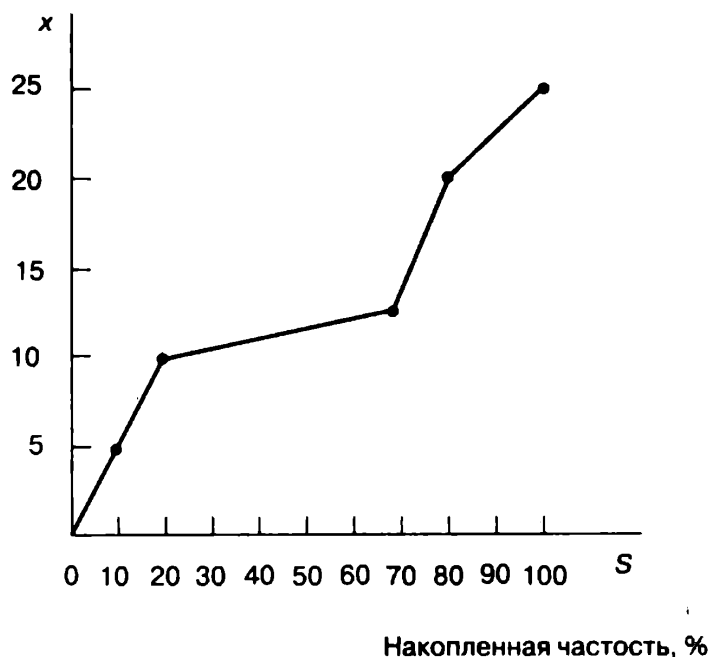


Рис. 5.4. Огиба распределения страховых компаний по количеству договоров

Для одновременного изображения связанных между собой трех величин, одна из которых — произведение двух других, применяется диаграмма, которая называется «знак Варзара» (по имени русского статистика В.Е. Варзара (1851—1940).

Знак Варзара представляет собой прямоугольник, изображенный на поле графика, у которого с учетом выбранного масштаба основание соответствует одному показателю, высота — второму, а площадь, равная их произведению, выражает величину третьего показателя. На рисунке 5.5 средний размер вклада (4612 руб.) — основание прямоугольника, число вкладов (265,7 млн) — высота, а общая сумма вкладов, равная 1 225 408,4 млн руб., соответствует площади прямоугольника.

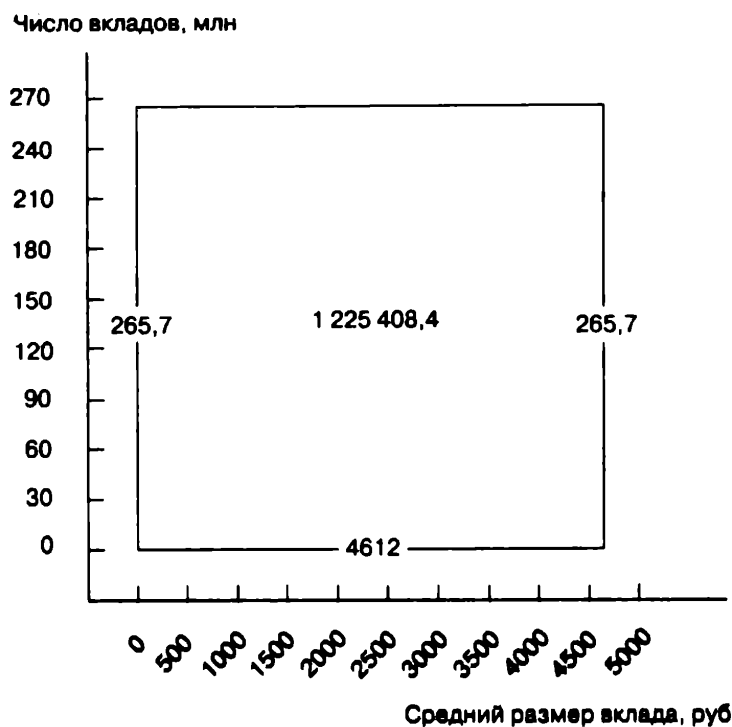


Рис. 5.5. Данные о вкладах населения России в учреждениях Сбербанка, начало 2006 г.

Секторная диаграмма применяется для изображения структуры совокупности. Она строится по следующему принципу: вся величина явления принимается за 100%, затем рассчитываются доли отдельных частей (в %). Круг разбивается на сектора пропорционально частям изображаемого целого, т.е. на 1% приходится 3,6 градуса. Чтобы получить центральные углы секторов, отображающие доли частей целого, следует их процентное выражение умножить на 3,6 градуса (рис. 5. 6).

Пример 4. Известны следующие данные о распределении коммерческих банков по вероятности банкротства в 2007 г.

Вероятность банкротства, %	Доля от общего числа банков,	
	%	угол сектора (°)
До 10	7,7	27,7
10—20	19,7	70,9
20—30	40,7	146,5
30—40	28,7	103,3
40 и более	3,2	11,6
Итого	100,0	360,0

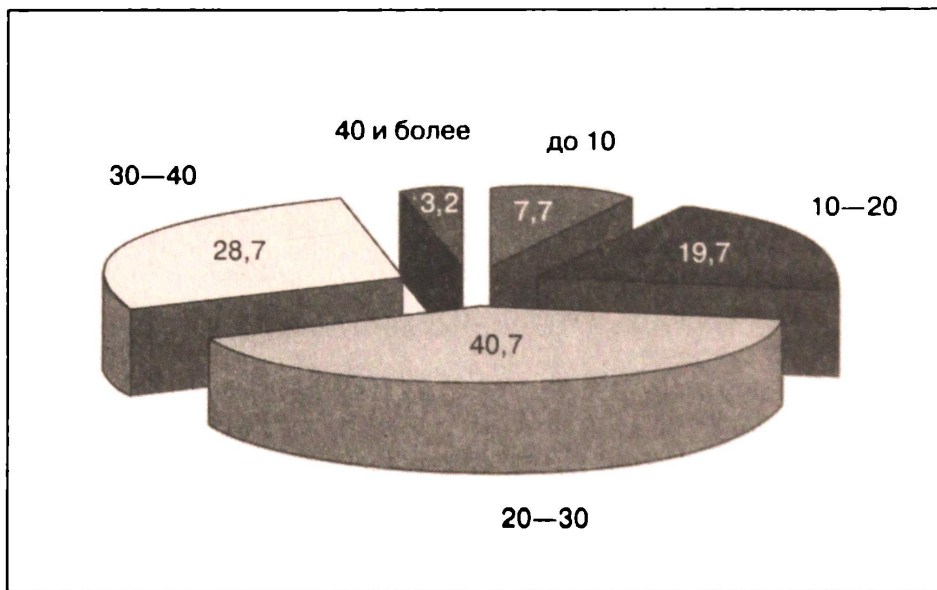


Рис. 5.6. Структура распределения коммерческих банков по вероятности банкротства в 2007 г., %

5.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 5.1.** Основные элементы статистического графика — это:
- 1) рисунок;
 - 2) поле графика;
 - 3) графический образ;
 - 4) экспликация графика;
 - 5) масштабные ориентиры;
 - 6) пространственные ориентиры.
- 5.2.** Пространственные ориентиры для построения графиков обычно задаются в виде:
- 1) контурной сетки;
 - 2) системы координатных сеток.
- 5.3.** Пространственные ориентиры на статистических картах-картограммах задаются:
- 1) в виде контурной сетки (контуры рек, береговая линия морей и океанов, границы государств);
 - 2) системой прямоугольных (декартовых) координат.
- 5.4.** Полярные координаты в практике графического изображения используются:
- 1) для сравнения величин;
 - 2) наглядного изображения циклического движения во времени;
 - 3) формирования структурных показателей.
- 5.5.** Масштаб графика — это:
- 1) числовые значения показателей;
 - 2) мера перевода числовой величины в графическую;
 - 3) числовые интервалы.
- 5.6.** Экспликация графика — это:
- 1) название графика;
 - 2) подписи вдоль масштабных шкал;
 - 3) пояснения к отдельным частям графика;
 - 4) словесное пояснение его содержания.
- 5.7.** По форме графического образа графики делятся:
- 1) на плоскостные;
 - 2) линейные;
 - 3) статистические карты;
 - 4) объемные.
- 5.8.** По способу построения графики делятся:
- 1) на диаграммы;
 - 2) плоскостные;
 - 3) статистические карты;
 - 4) линейные;
 - 5) диаграммы-радары.
- 5.9.** По задачам изображения социально-экономических явлений графики делятся:

- 1) на диаграммы сравнения;
 - 2) диаграммы динамики;
 - 3) диаграммы структуры;
 - 4) картограммы;
 - 5) картодиаграммы.
- 5.10.** Признаки классификации графиков — это:
- 1) способ построения;
 - 2) математическая зависимость;
 - 3) геометрические знаки;
 - 4) визуальные;
 - 5) задачи, решаемые с помощью графиков.
- 5.11.** Картограмма — это схематическая географическая карта, на которой показывается сравнительную интенсивность какого-либо показателя с помощью:
- 1) штриховки;
 - 2) полос;
 - 3) точек;
 - 4) фигур;
 - 5) окраски определенной степени насыщенности.
- 5.12.** Графическое изображение вариационных рядов — это:
- 1) спиральная диаграмма;
 - 2) гистограмма;
 - 3) полигон;
 - 4) огива;
 - 5) знак Варзара;
 - 6) кумулята.
- 5.13.** Какие из финансово-кредитных явлений можно изобразить с помощью спиральной, радиальной диаграммы:
- 1) ритмически повторяющиеся во времени;
 - 2) сезонные колебания;
 - 3) корреляционные связи;
 - 4) структурные сдвиги?
- 5.14.** Какие из видов диаграмм используются для отображения на графике взаимосвязи между факторным и результативным признаками:
- 1) столбиковые;
 - 2) линейные;
 - 3) полосовые;
 - 4) секторные?
- 5.15.** Какие виды картограмм используются для отражения финансово-экономических явлений:
- 1) знаки-символы;
 - 2) фоновые;
 - 3) точечные?

5.16. Какие графики служат для изображения структуры финансово-экономических явлений:

- 1) секторные диаграммы;
- 2) знаки Варзара;
- 3) ленточные (полосовые) диаграммы;
- 4) радиальные диаграммы?

5.17. Построить секторную диаграмму на основании следующих данных:

Банковские пассивы на 01.04.2008	%
Средства физических лиц	26,3
Средства юридических лиц	29,4
Фонды и прибыль	13,9
Средства банков	12,9
Долговые обязательства	6,4
Прочие пассивы	11,0
Итого	100,0

5.18. Изобразить графически структуру кредитного портфеля.

Кредитный портфель Нацпромбанка на 01.01.2008	%
Депозиты в ЦБ РФ	17,0
Кредиты банкам	4,0
Кредиты физическим лицам	11,0
Обрабатывающие производства	12,0
Оптовая и розничная торговля	26,0
Транспорт и связь	0,0
Прочие виды деятельности корпоративных клиентов	30,0
Итого	100,0

5.19. Построить секторные диаграммы по данным о характере деятельности акционерных предприятий России начала XX в. (на 1 января 1914 г.).

Русские предприятия	Число обществ	Сумма капиталов, млн руб.
Всего, в том числе:	1 895	3 273,9
торгово-промышленные	1 659	2 928,2
предприятия благоустройства	149	203,7
пароходные	46	72,0
страховые	19	48,5
разные и смешанные	22	21,5

5.20. На основании следующих данных постройте гистограмму, кумуляту и огиву по каждой группе доходов. Проанализируйте данные.

Распределение домашних хозяйств по площади жилищ, приходящейся в среднем на одного проживающего, м ²	Группа населения	
	с наименьшими доходами	с наибольшими доходами
	100	100
До 9	11,7	1,5
9,1—13,0	26,0	8,0

Продолжение

Распределение домашних хозяйств по площади жилищ, приходящейся в среднем на одного проживающего, м ²	Группа населения	
	с наименьшими доходами	с наибольшими доходами
13,1—15,0	14,4	8,1
15,1—20,0	21,1	15,8
20,1—25,0	12,2	19,7
25,1—30,0	5,5	10,7
30,1—40,0	5,2	15,4
40,1 и более	3,9	20,8

5.21. Изобразите следующие данные графически в виде гистограммы, кумуляты, огивы.

Зарплата работников фирмы за май, тыс. руб.	Количество работников, человек
300—350	20
350—400	30
400—450	50
450—500	80
500—550	60
550—600	40
600—650	30
650—700	10
Итого:	320

5.22. На основании следующих данных о вкладах населения Российской Федерации постройте графики с двумя осями и своим масштабом: на правой стороне — относительные величины (%), на левой — абсолютные (млрд руб.). Проанализируйте результаты.

Год	Прирост вкладов населения, млрд руб.	Прирост вкладов населения, %
2004	468	30
2005	790	39
2006	1 047	38,2
2007	1 200	32

5.23. Изобразите графически следующие данные и проанализируйте.

Год	Кредитование банками реального сектора экономики (на конец года, % ВВП)
1998	10,9
1999	9,3
2000	10,4

Продолжение

Год	Кредитование банками реального сектора экономики (на конец года, % ВВП)
2001	13,0
2002	15,3
2003	18,1
2004	19,5
2005	21,6
2006	23,7
2007*	25,9
2008*	28,0

* Прогноз Банка России (оптимистический вариант)

5.24. Постройте график на основании следующих данных.

Объем золотовалютных резервов в России	Млрд руб.
Март 2001 г.	29,7
Март 2002 г.	37,3
Март 2003 г.	55,4
Март 2004 г.	83,7
Март 2005 г.	137,4
Март 2006 г.	205,9

5.25. Рассчитайте численность москвичей в 2003 г., постройте секторные диаграммы по городу в целом и отдельным округам. Проанализируйте изменение численности москвичей в 2005 г. по сравнению с 2003 г. в целом и по округам.

**Численность населения города Москвы
(на начало 2005 г., тыс. человек)**

Округ	Численность населения на начало 2005 г.	
	тыс. человек	% к 2003 г.
Москва	10 406,6	100,2
ВАО	1 385,6	99,4
ЗАО	1 062,7	101,2
Зеленоградский	215,7	100,0
САО	1 106,7	99,5
СВАО	1 237,1	99,8
СЗАО	788,1	101,0
ЦАО	694,7	99,1
ЮВАО	1 131,7	101,1
ЮЗАО	1 199,6	101,5
ЮАО	1 584,7	99,5

5.26. Изобразите графически следующие данные о числе российских и иностранных акционерных обществ, действовавших в царской России, в % к 1900 г.

Показатель	На начало года								На конец года
	1861	1875	1881	1893	1900	1908	1914	1917	1917
Число обществ	8,6	27,3	38,9	40,5	100	98,1	151,7	181,0	205,0
Сумма капиталов	5,2	18,8	29,4	34,5	100	110,3	193,1	240,2	281,5

5.27 Постройте ленточную диаграмму и проанализируйте следующие данные.

Прирост уровня оплаты труда в Москве в 2006 г. по сравнению с 2005 г. по департаментам	%
Администрация	10,0
Финансы	14,0
Управление персоналом	18,0
Информационные технологии	23,0
Юридический департамент	9,0
Продажи	14,0

5.28. На основании следующих данных постройте график и проанализируйте динамику изменения потребительских цен в России за период с декабря 2005 г. по август 2007 г.

Индекс потребительских цен, %	Август 2007 г. к декабрю 2006 г.	Август 2006 г. к декабрю 2005 г.
Всего, в том числе:	106,7	107,1
на товары:	105,2	105,7
продовольственные	107,0	107,4
продовольственные без плодовоовощной продукции	105,8	106,0
непродовольственные	103,2	103,5
платные услуги населению	111,1	111,5

5.29. Постройте графики по следующим данным. Проанализируйте результаты.

Дата, с которой установлен показатель	Сумма минимального размера оплаты труда, руб.	Сумма прожиточного минимума, руб.	Отношение МРОТ к прожиточному минимуму, %
01.07.2000	132	1 350	9,8
01.01.2001	200	1 513	13,2
01.07.2001	300	1 658	18,1
01.10.2003	600	2 341	25,6
01.01.2005	720	2 451	29,4
01.09.2005	800	2 600	30,8
01.01.2007	1 100	3 500	31,4
01.09.2007	2 300	4 500	51,1

5.30. Постройте линейный график на основании следующих данных по ряду лет.

Показатель	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Активы банков России (млрд руб.)	1 586	2 357	3 160	4 143	5 601	7 137
Капитал банков России (млрд руб.)	168	286	454	581	815	947

5.31. Рассчитайте по годам число вкладов населения в учреждениях Сбербанка РФ (млн.) и построьте графики в виде знаков Варзара.

Показатель	1998	2002	2004	2005	2006
Средний размер вклада, руб.	512,2	1 535	3 029	3 728	4 612
Сумма вкладов (млн руб.)	115 248,7	375 634,0	750 283,3	953 249,6	1 225 408,4

5.32. По следующим данным постройте график и проанализируйте финансовую ситуацию.

Динамика курсов доллара и евро по отношению к рублю	USD	EUR
20.09.2007	25,19	35,21
21.09.2007	25,13	35,22
24.09.2007	25,05	35,32
25.09.2007	25,01	35,31
26.09.2007	25,03	35,32
27.09.2007	24,97	35,29

ТЕМА 6. АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

6.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Абсолютные и относительные величины — форма количественного выражения статистических показателей.

Абсолютные статистические величины характеризуют абсолютные размеры социально-экономических явлений, их признаков в натуральных единицах измерения (мера протяженности, площадь, масса (вес) и т.п.), в денежных (рубли, копейки), в трудовых единицах (человеко-дни, человеко-часы).

Выбор единиц измерения абсолютных статистических величин зависит от социально-экономической сущности изучаемого явления.

Различают *индивидуальные, групповые и общие* абсолютные величины.

Индивидуальные абсолютные величины характеризуют размер количественного признака у отдельных единиц совокупности.

Их получают в результате статистического наблюдения.

Групповые и общие абсолютные величины получают в процессе обработки материалов статистического наблюдения. В частности, в результате суммирования абсолютных размеров признака у единиц совокупности, входящих в отдельные группы или по всей совокупности в целом.

Относительные величины — мера количественного соотношения статистических показателей. Они отображают относительные размеры социально-экономических явлений. Относительные величины могут быть представлены в виде соотношений численностей разных совокупностей явлений, их отдельных признаков, размеров разных признаков одной и той же совокупности, соотношения показателей плановой и фактической величин или величины показателя текущего и предыдущего периода.

Они получаются в результате деления одной величины на другую (базу сравнения). Базисная величина нередко называется основанием относительной величины.

Это основание может приравняться к единице либо к числу, кратному 10 (100, 1000 и т.п.). Если основание равно 1, то относительная величина представлена в виде коэффициента и показывает, во сколько раз текущая величина больше базисной, или какую долю от базисной она составляет.

Если база сравнения равна 100, то относительная величина выражена в процентах (%), а если 1000 — то в промилле (‰).

Сопоставляемые величины могут быть как одноименными, так и разноименными. При сопоставлении разноименных величин название относительных величин образуется от сочетания наименований сравниваемых величин: человек/км², кг/на душу и т.д.

В зависимости от задач, решаемых с помощью относительных величин, различают несколько их видов.

1. Относительная величина планового задания (ОВПЗ) представляет соотношение уровня планируемого показателя и уровня показателя, достигнутого в базисном периоде:

$$\text{ОВПЗ} = \frac{\Pi}{\Phi_0} \cdot 100(\%), \quad (6.1)$$

где Π — планируемый (устанавливаемый) уровень показателя;
 Φ_0 — базисный уровень показателя (уровень показателя, достигнутый в предыдущем (базисном) периоде).

Пример 6.1. В базисном периоде обувная фабрика произвела 100 тыс. пар детской обуви. В текущем периоде планируется довести выпуск продукции до 120 тыс. пар. Определим относительную величину планового задания:

$$\text{ОВПЗ} = \frac{\Pi}{\Phi_0} \cdot 100\% = \frac{120}{100} \cdot 100\% = 120(\%).$$

Таким образом, увеличение объема производства детской обуви в текущем периоде должно составить 20%.

2. Относительная величина выполнения плана (ОВВП) есть соотношение фактической величины показателя в текущем периоде и величины этого показателя, установленной по плану. ОВВП характеризует степень выполнения плана:

$$\text{ОВВП} = \frac{\Phi_1}{\Pi} \cdot 100(\%), \quad (6.2)$$

где Φ_1 — фактический уровень показателя, достигнутый за отчетный период;
 Π — планируемый уровень показателя на данный период.

Пример 6.2. В отчетном периоде объем производства детской обуви на обувной фабрике составил 115 тыс. пар при плане в 120 тыс. пар. Определим степень выполнения плана:

$$\text{ОВВП} = \frac{\Phi_1}{\Pi} \cdot 100\% = \frac{115}{120} \cdot 100\% = 96(\%).$$

План по выпуску детской обуви фабрикой невыполнен на 4%.

3. Относительная величина динамики (ОВД) есть отношение фактической величины показателя за данный период к базисной величине показателя в предшествующем периоде. ОВД характеризует скорость изменения показателя во времени, темпы его роста.

$$\text{ОВД} = \frac{\Phi_1}{\Phi_0} \cdot 100(\%). \quad (6.3)$$

Относительные величины планового задания, выполнения плана и динамики связаны между собой соотношением:

$$\text{ОВД} = \text{ОВВП} \cdot \text{ОВПЗ}. \quad (6.4)$$

Пример 6.3. Обувная фабрика планировала увеличить объем производства детской обуви на 20% по сравнению с предыдущим периодом. Фактически объем выпуска продукции превысил показатель базисного периода на 15%. Определим степень выполнения плана по объему производства детской обуви:

$$\text{ОВВП} = \frac{\text{ОВД}}{\text{ОВПЗ}} = \frac{115}{120} = 0,96, \text{ или } 96(\%).$$

План по товарообороту невыполнен на 4%.

В ряду динамики абсолютных величин можно вычислять ОВД с постоянной и переменной базой сравнения — *базисные* и *цепные* ОВД.

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Уровень показателя	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7

В первом случае база сравнения постоянна:

$$\text{ОВД}_{\text{баз}} = \frac{y_i}{y_1} \cdot 100(\%), \quad (6.5)$$

где y_i — уровень показателя в i -м году;
 y_1 — уровень показателя в базисном году.

Во втором случае база сравнения меняется (обычно каждая последующая величина сравнивается с предыдущей):

$$\text{ОВД}_{\text{цеп}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100(\%), \quad (6.6)$$

где y_{i-1} — уровень показателя в предшествующем году.

Пример 6.4. Производство женских пальто на швейном объединении в 2003—2007 гг. характеризуется следующими показателями (тыс. шт.).

2003	2004	2005	2006	2007
85	87	90	100	115

Исчислим цепные и базисные относительные величины динамики:

а) цепные ОВД:

$$\text{ОВД}_1 = \frac{y_{04}}{y_{03}} \cdot 100\% = \frac{87}{85} \cdot 100\% = 102(\%),$$

$$\text{ОВД}_2 = \frac{y_{05}}{y_{04}} \cdot 100\% = \frac{90}{87} \cdot 100\% = 103(\%),$$

$$\text{ОВД}_3 = \frac{y_{06}}{y_{05}} \cdot 100\% = \frac{100}{90} \cdot 100\% = 111(\%),$$

$$\text{ОВД}_4 = \frac{y_{07}}{y_{06}} \cdot 100\% = \frac{115}{100} \cdot 100\% = 115(\%)$$

(наиболее интенсивный рост производства наблюдался в 2007 г. по сравнению с 2006 г. (+15%) и в 2006 г. по сравнению с 2005 г. (+11%));

б) базисные ОВД:

$$\text{ОВД}_1 = \frac{y_{04}}{y_{03}} \cdot 100\% = \frac{87}{85} \cdot 100\% = 102(\%),$$

$$\text{ОВД}_2 = \frac{y_{05}}{y_{03}} \cdot 100\% = \frac{90}{85} \cdot 100\% = 106(\%),$$

$$\text{ОВД}_3 = \frac{y_{06}}{y_{03}} \cdot 100\% = \frac{100}{85} \cdot 100\% = 118(\%),$$

$$\text{ОВД}_4 = \frac{y_{07}}{y_{03}} \cdot 100\% = \frac{115}{85} \cdot 100\% = 135(\%)$$

(прирост производства женских пальто швейного объединения был наиболее существенным в 2007 г. по сравнению с 2005 г. (+35%) и в 2006 г. по сравнению с 2003 г. (+18%)).

4. Относительная величина структуры (ОВС) выражает соотношение части и целого. ОВС характеризует структуру, состав изучаемой совокупности:

$$\text{ОВС} = \frac{\text{ЧАСТЬ}}{\text{ЦЕЛОЕ}} \cdot 100(\%). \quad (6.7)$$

Пример 6.5. Имеются данные о распределении занятых в экономике города по формам собственности в 2007 г.

Таблица 6.1

Форма собственности	Численность занятых, человек
Государственная, муниципальная	240 150
Частная	338 140
Собственность общественных и религиозных организаций (объединений)	4 900
Смешанная, российская	49 180
Иностранная совместная с российской и иностранная	20 230
Всего занято в экономике	652 600

Определим структуру занятых в экономике города по формам собственности:

$$OBC_1 = \frac{24\,015}{65\,260} \cdot 100\% = 36,8(\%);$$

$$OBC_2 = \frac{33\,814}{65\,260} \cdot 100\% = 51,8(\%);$$

$$OBC_3 = \frac{490}{65\,260} \cdot 100\% = 0,8(\%);$$

$$OBC_4 = \frac{4918}{65\,260} \cdot 100\% = 7,5(\%);$$

$$OBC_5 = \frac{2023}{65\,260} \cdot 100\% = 3,1(\%).$$

Результаты расчетов структуры занятых в экономике города по формам собственности представим в виде табл. 6.2.

Таблица 6.2

Форма собственности	Численность занятых, % к итогу
Государственная, муниципальная	36,8
Частная	51,8
Собственность общественных и религиозных организаций (объединений)	0,8
Смешанная, российская	7,5
Иностранная совместная с российской и иностранная	3,1
Всего занято в экономике	100,0

5. Относительная величина координации (ОВК) выражает отношение отдельных частей целого. Она показывает, сколько единиц одной части целого приходится на единицу другой его части, выбранную в качестве базы сравнения.

При расчете относительных величин координации за базу сравнения может приниматься либо большая часть целого, либо меньшая в зависимости от задач исследования.

Пример 6.6. На основании распределения занятых в экономике города по формам собственности (см. табл. 6.1) рассчитаем относительные величины координации. За базу сравнения примем численность занятых на предприятиях и в организациях частной формы собственности.

$$\text{ОВК}_1 = \frac{240\,150}{338\,140} \cdot 100\% = 71,01(\%);$$

$$\text{ОВК}_2 = \frac{4900}{338\,140} \cdot 100\% = 1,5(\%);$$

$$\text{ОВК}_3 = \frac{49\,180}{338\,140} \cdot 100\% = 14,5(\%);$$

$$\text{ОВК}_4 = \frac{20\,230}{338\,140} \cdot 100\% = 6,0(\%).$$

Доля занятых на предприятиях и в организациях государственной и муниципальной форм собственности составляет 71% от аналогичного показателя по частной форме собственности.

6. Относительная величина интенсивности (ОВИ) выражает соотношение размеров двух качественно различных явлений. ОВИ характеризует степень распространения явления в определенной среде. К ней относятся все демографические коэффициенты — рождаемости, смертности, естественного прироста, брачности и т.д., многие показатели социальной статистики (например, число врачей в расчете на 10 000 жителей, плотность населения и др.). Часто для удобства интерпретации полученных результатов ОВИ выражаются в промилле или продецимилле.

Пример 6.7. Средняя численность населения в 2005 г. составила 142,8 млн человек, а численность родившихся за год — 1485,12 тыс. человек.

Определим число родившихся на каждую 1000 человек среднегодовой численности населения:

$$\text{ОВИ} = \frac{1485,12}{142\,800} \cdot 1\,000 = 10,4 (\text{‰}).$$

На каждую 1000 человек среднегодовой численности населения в России приходилось 10,4 родившихся.

7. Относительная величина уровня экономического развития выражает производство или потребление различных видов продукции на душу населения (используется для международных сопоставлений). Этот показатель представляет собой разновидность относительных величин интенсивности.

Пример 6.8. Валовой сбор картофеля в России в 2006 г. составлял 38,6 млн т, а численность населения — 142,8 млн человек. Определим валовой сбор картофеля в нашей стране на душу населения (т.е. относительную величину уровня экономического развития):

$$\text{ОВУЭР} = 38,6 : 142,8 = 0,270 \text{ (т/человек)}$$

Итак, валовой сбор картофеля в России в 2006 г. составлял 270 кг на душу населения.

8. Относительная величина сравнения ($\text{ОВС}_{\text{равни}}$) выражает соотношение одноименных показателей, характеризующих разные объекты или разные территории (например, сопоставление объема производства холодильников в России и США).

Пример 6.9. Численность студентов в Российской Федерации в 2006 г. составляла 32 человека на 1000 человек населения, а в Китае — 5 человек. Определим относительную величину сравнения:

$$\text{ОВС}_{\text{равни}} = 32 : 5 = 6,4.$$

Численность студентов на 1000 человек населения в России в 6,4 раза выше, чем в Китае.

Разновидность относительной величины сравнения — процентные ставки, характеризующие доходность банковских и прочих инвестиционных операций.

Эта ОВПС (относительная величина процентной ставки) представляет собой соотношение прироста вложений за период и объема произведенных вложений в расчете на одно или 100 вложенных средств. ОВПС показывает, какая часть целого (ОВС) будет присоединена к целому по истечении определенного срока процентного периода:

$$\text{ОВПС} = \frac{\text{Прирост вложений за период}}{\text{Вложения}}. \quad (6.8)$$

Измеряется ОВПС в процентах или (реже) в виде простой дроби, например, 8% годовых, $\frac{1}{3}$ годовых и т.д.

Пример 6.10. По вкладу в 2000 руб. через год начислили абсолютную величину процентов в размере 100 руб. Величина процентной ставки составит:

$$\text{ОВПС} = 100 : 2000 = 0,05, \text{ или } 5\% \text{ годовых.}$$

Поскольку ОВПС, используемая в банковских и других инвестиционных операциях, показывает долю прироста от 100 руб. за год, а вложения могут отличаться от 100 руб., то при определении дохода эту ОВПС следует умножить на сумму произведенных вложений, а также на число лет. Таким образом, получим абсолютную величину прироста (абсолютную величину начисленных процентов):

$$\text{Прирост (в руб.)} = \text{Вложения} \cdot \text{ОВПС} \cdot \text{Число лет.} \quad (6.9)$$

Пример 6.11. По вложениям начисляют 7% годовых. Определим абсолютную сумму начисленных за год процентов, если сумма вклада составляет 10 000 руб.:

$$\text{Прирост (абсолютная сумма процентов)} = 10\,000 \cdot 0,07 \cdot 1 = 700 \text{ (руб.)}.$$

На основе полученных величин в дальнейшем рассчитывают сумму вложений с процентами путем прибавления к сумме произведенных вложений рассчитанного абсолютного размера процентов.

По данным примера 6.11:

$$\begin{aligned} \text{Сумма вложений с процентами} &= \\ &= \text{Вложения} + \text{Вложения} \cdot \text{ОВПС} \cdot \text{Число лет} = \\ &= \text{Вложения} + \text{Абсолютный размер процентов} = \\ &= 10\,000 + 10\,000 \cdot 0,07 \cdot 1 = 10\,000 + 700 = 10\,700 \text{ (руб.)} \end{aligned} \quad (6.10)$$

или

$$\begin{aligned} \text{Сумма вложений с процентами} &= \\ &= \text{Вложения} (1 + \text{ОВПС} \cdot \text{Число лет}) = \\ &= 10\,000 (1 + 0,07 \cdot 1) = 10\,700 \text{ (руб.)} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Соотношение величин вложений с процентами и суммы произведенных вложений представляет собой ОВД. Из записи следует:

$$\begin{aligned} \text{ОВД} &= \frac{\text{Сумма вложений с процентами}}{\text{Вложения}} = \\ &= (1 + \text{ОВПС} \cdot \text{Число лет}). \end{aligned} \quad (6.12)$$

Эта ОВД в финансовой практике носит название «множитель наращивания» и оценивает степень изменения вложений за весь срок.

Пример 6.12. Вычислим ОВД — МН (относительную величину динамики — множитель наращеня) по данным примера 6.11:

$$\text{ОВД} - \text{МН} = \frac{10\,700 \text{ руб.}}{10\,000 \text{ руб.}} = (1 + 0,07 \cdot 1) = 1,07.$$

Пример 6.13. По вложениям, составляющим 10 000 руб., начисляют 7% годовых. Вычислим абсолютную сумму начисленных за два года процентов, сумму вклада с процентами, а также степень изменения вложений в виде множителя наращеня.

$$\begin{aligned} & \text{Абсолютная сумма процентов (согласно (2))} = \\ & = \text{Вложения} \cdot \text{ОВПР} \cdot \text{Число лет} = 10\,000 \cdot 0,07 \cdot 2 = 1400 \text{ (руб.)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{Сумма вложений с процентами (согласно (3))} = \\ & = 10\,000 + 1400 = 11\,400 \text{ (руб.)} \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} & \text{(согласно (4))} = \text{Вложения} (1 + \text{ОВПС} \cdot \text{Число лет}) = \\ & = 10\,000 (1 + 0,07 \cdot 2) = 10\,000 \cdot 1,14 = 11\,400 \text{ (руб.)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ОВД} - \text{МН (согласно (5))} &= \frac{\text{Сумма вложений с процентами}}{\text{Вложения}} = \\ & = 1 + \text{ОВПС} \cdot \text{Число лет} = \frac{11\,400}{10\,000} = 1 + 0,07 \cdot 2 = 1,14 \text{ (руб.)}. \end{aligned}$$

Такая практика начисления процентов называется «начисление простых процентов». Если же абсолютная величина процентов присоединяется к вложениям и процент рассчитывается относительно новой, увеличенной, суммы, то говорят о начислении сложных процентов.

Тогда имеем:

$$\text{ОВД} - \text{МН} = (1 + \text{ОВПР}) \cdot (1 + \text{ОВПР}) \cdot \dots \cdot (1 + \text{ОВПР}) \text{ и т.д.}$$

Величина $(1 + \text{ОВПР})$ домножается столько раз, сколько имеем процентных периодов (число лет, n).

Тогда множитель наращенных вкладных операций выглядит так:

$$\text{ОВД} - \text{МН} = (1 + \text{ОВПР})^n = \frac{\text{Сумма вложений с процентами}}{\text{Вложения}}, \quad (6.13)$$

а размер вложений с процентами вычисляется следующим образом:

$$\text{Вложения} \cdot \text{ОВД} - \text{МН}.$$

Пример 6.14. По вкладу, составляющему 10 000 руб. начисляют 7% годовых (практика начисления сложных процентов). Вычислим степень изменения вложений и сумму вложений через три года:

$$1) \text{ ОВД} - \text{МН} = (1 + \text{ОВПР})^n = (1 + 0,07)^3 = 1,2250;$$

$$2) \text{ Вложения с процентами} = \text{Вложения} \cdot \text{ОВД} - \text{МН} = \\ = 10\,000 \cdot 1,2250 = 12\,250 \text{ (руб.)}.$$

6.2. РЕАЛИЗАЦИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ НА КОМПЬЮТЕРЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MICROSOFT EXCEL

Вычисление относительных показателей по паре значений заданных абсолютных показателей выполняется в Excel совершенно тривиальным способом. Чуть большую сложность представляет определение нескольких относительных показателей сразу для группы абсолютных показателей, заданных в виде таблицы. В этом случае «усложнение» состоит в необходимости фиксации с помощью знака доллара (\$) номера строки или названия столбца, содержащего некоторый абсолютный показатель. Если ячейки с исходными абсолютными и вычисляемыми относительными показателями расположены надлежащим образом, то зафиксировать необходимый номер строки или название столбца можно, присвоив имена этим строке/столбцу. Оба способа фиксации строк/столбцов демонстрируются ниже.

Показатели динамики. Порядок вычисления указанных относительных показателей продемонстрирован на рис. 6.1 в табл. 2 и 3 по значениям абсолютных показателей, заданных в табл. 1.

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	И	Ж
2	Табл.1. Объемы реализации продукции по годам, тыс.руб					Табл.3. Базисные ОВД (база 2001 г.)			
3	Продукция	2001	2002	2003	2004		2002	2003	2004
4	А	40,5	48,8	45,3	51,2		120,5%	111,9%	126,4%
5	Б	36,4	41,7	43,2	57,3		114,6%	118,7%	157,4%
6	В	9,7	11,3	15,4	18,5		116,5%	158,8%	190,7%
7							=D4/\$C4		
8	Табл.2. Цепные ОВД (цепные темпы роста)					Табл.4. Связь цепных и базисных ОВД			
9	А	-	120,5%	92,8%	113,0%		120,5%	111,9%	126,4%
10	Б	-	114,6%	103,6%	132,6%		114,6%	118,7%	157,4%
11	В	-	116,5%	136,3%	120,1%		116,5%	158,8%	190,7%
12			=D4/C4				=ПРОИЗВЕД(\$D9:D9)		

Рис. 6.1. Цепные и базисные относительные величины динамики объемов реализации продукции

Показатели структуры. Примеры их вычисления демонстрируются в таблицах на рис. 6.2, 6.3. Определение данных показателей всегда начинается с нахождения суммарных значений (итогов) по столбцам и строкам таблицы (на рис. 6.2 это значения соответственно в диапазонах С14:F14 и G11:G14).

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н
9	Табл.1. Площади посевных площадей под различные культуры в районах области, га (условные данные)						
10	Район	Пшеница	Рожь	Кукуруза	Бобовые	Всего по району	
11	А	46	18	47	23	134	
12	Б	40	16	43	20	119	
13	В	32	12	39	17	100	
14	Всего	118	46	129	60	353	
15		=СУММ(C11:C13)			=СУММ(C11:F11)		

Рис. 6.2. Исходные данные и итоговые значения для вычисления показателей структуры

Напомним, что если итоги требуется вычислить в пустых ячейках, расположенных непосредственно ниже или справа от данных (слагаемых), то сделать это проще всего, щелкнув на инструментальной кнопке Σ - АВТОСУММА, предварительно выделив диапазоны, указанные в следующей таблице:

Что вычислить	Где разместить итоги	Что выделить перед щелчком на кнопке АВТОСУММА
Итоги по столбцам	Под данными (С14:F14)	Данные (С11:F13)
Итоги по строкам	Справа от данных (G11:G14)	Диапазон для итогов (G11:G14)

После нахождения итогов показатели структуры вычисляются с помощью образцов формул, приведенных на рис. 6.3. Эти образцы копируются затем вправо и вниз.

	В	Ж	К	Л	М	Н	О	Р	Q	R	S	
9		Табл.2. Доля посевных площадей различных культур, в общей посевной площади каждого района области, в %						Табл.3. Доля площади каждой культуры в каждом районе в общей площади, выделяемой под данную культуру				
10	Район	Пшеница	Рожь	Кукуруза	Бобовые	Всего		Пшеница	Рожь	Кукуруза	Бобовые	
11	А	34,3	13,4	35,1	17,2	100		39,0	39,1	36,4	38,3	
12	Б	33,6	13,4	36,1	16,8	100		33,9	34,8	33,3	33,3	
13	В	32,0	12,0	39,0	17,0	100		27,1	26,1	30,2	28,3	
14						Всего		100	100	100	100	
15		=C11/\$G11*100						=C11/C\$14*100				

Рис. 6.3. Вычисление показателей структуры по данным таблицы на рис. 6.2

6.3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 6.1. Дайте понятие абсолютных величин и единиц их измерения.
- 6.2. Какие виды абсолютных величин существуют?
- 6.3. Дайте понятие относительных величин. Каковы формы их выражения? В каких единицах они измеряются?
- 6.4. Охарактеризуйте относительные величины динамики, выполнения плана, планового задания. Покажите их взаимосвязь.
- 6.5. Перечислите виды относительных величин. Приведите примеры их использования.
- 6.6. Дайте определение абсолютной величины процента, суммы вложений с процентами.
- 6.7. Что представляет собой ОВПС (относительная величина процентной ставки)?
- 6.8. Что включает понятие ОВД — множители наращивания (МН). Каковы виды последних?
- 6.9. Как производится вычисление ОВД – МН и суммы вложений с процентами при использовании практики начисления простых и сложных процентов?
- 6.10. В регионе в 2002 г. построено 720 тыс. м² жилых домов. Определите показатель ввода в действие жилых домов (млн м²) в 2006 г., если известно, что в 2004 г. по сравнению с 2002 г. этот показатель снизился на 2,6%, а в 2006 г. по сравнению с 2004 г. возрос на 14,8%.
- 6.11. Известны данные о динамике объема производства двигателей на предприятии за 2001—2006 гг., тыс. шт.

Год	ОВД, % к 2001 г.	ОВД, % к предыдущему году
2001	—	—
2002	...	103,1
2003	104,7	...
2004	106,9	...
2005	104,1
2006	...	102,9

Определите недостающие в таблице показатели.

- 6.12. Урожайность пшеницы в сельскохозяйственном объединении в 2004 г. составила 16 ц/га. Каким был этот показатель в 2007 г., если известно, что прирост урожайности в 2006 г. по сравнению с 2004 г. составил 11,2%, а в 2007 г. по сравнению с 2006 г. урожайность составила 98,9%?

- 6.13. Объединение выполнило план производства на 104%. По сравнению с прошлым годом прирост выпуска продукции по объединению составил 7%. Определите, какой прирост продукции по сравнению с прошлым годом был предусмотрен планом по объединению.
- 6.14. По цеху ширпотреба предприятия в текущем году планом предусматривалось увеличение выпуска изделий:
- детских велосипедов — на 9%;
 - санок — на 8%;
 - садового инвентаря — на 6%.
- Фактически в текущем году по сравнению с базисным годом было выпущено велосипедов в 2,1 раза больше, санок — на 5% меньше, а садового инвентаря — в 1,5 раза больше. Определите, какова степень выполнения плана в отчетном году по выпуску изделий каждого вида.
- 6.15. В отчетном периоде планировалось снизить себестоимость единицы изделия на 1020 руб. при уровне базисного в 6025 руб. Фактически в текущем году себестоимость единицы изделия составила 4900 руб. Определите процент выполнения плана по снижению себестоимости.
- 6.16. Плановый прирост выпуска продукции объединением в текущем году должен был составить 6,7%. Определите степень выполнения плана объединением по производству продукции в отчетном году, если фактический его прирост по сравнению с базисным составил 9,2%.
- 6.17. Затраты труда на производство единицы изделия планировалось снизить на 7% по трем цехам предприятия. Фактически снижение составило 5%. Определите степень выполнения плана по снижению трудоемкости единицы продукции.
- 6.18. Фактическое снижение себестоимости произведенной продукции по заводу в отчетном году составило 9,9%. Планом на данный период предусматривалось снижение себестоимости на 7,1%. Себестоимость всей выпущенной продукции по предприятию в базисном году составила 68 980 тыс. руб. Определите величину ее плановой и фактической себестоимости в базисном периоде и степень выполнения плана по снижению этого показателя.
- 6.19. По данным таблицы проанализируйте структуру и динамику ввода в действие зданий в Российской Федерации.

Здания, введенные в действия	Число зданий		Общий строительный объем зданий, млн м ³		Общая площадь зданий, млн м ²	
	2005 г.	2006 г.	2005 г.	2006 г.	2005 г.	2006 г.
Всего, в том числе:	146 190	159 033	265,4	304,2	66,3	75,6
жилого назначения	131 043	148 721	202,2	234,4	54,8	62,3

Продолжение

Здания, введенные в действия	Число зданий		Общий строительный объем зданий, млн м ³		Общая площадь зданий, млн м ²	
	2005 г.	2006 г.	2005 г.	2006 г.	2005 г.	2006 г.
нежилого назначения	10 576	10 312	63,2	69,8	11,5	13,3
из них:						
промышленные	2 211	1 951	20,5	20,4	2,5	2,5
сельскохозяйственные	666	1 094	2,9	6,3	0,8	1,5
коммерческие	3 801	3 701	19,2	18,7	3,5	3,9
учебные	447	544	6,0	7,0	1,3	1,4
системы здравоохранения	540	573	4,4	5,4	1,0	1,3
другие	2 911	2 449	10,2	12,0	2,4	2,7

Источник: http://gks.ru/free_doc/2007/b07_11/16-03.htm

6.20. По данным таблицы определите структуру численности лиц, занятых в экономике Российской Федерации по различным формам собственности. Проанализируйте динамику численности занятых лиц в 2000—2006 гг. в разрезе отдельных форм собственности. Найдите относительные величины координации для 2006 г. Объясните, чем вызваны структурные сдвиги в данном явлении.

Среднегодовая численность занятых в экономике, тыс. человек	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Всего, в том числе по формам собственности:	64 517	64 980	65 574	65 979	66 407	66 792	67 017
государственная, муниципальная	24 371	24 228	24 207	23 926	23 582	22 499	22 148
частная	29 776	30 986	32 546	33 142	34 414	36 178	34 145
собственность общественных и религиозных организаций (объединений)	526	523	505	464	441	382	352

Продолжение

Среднегодовая численность занятых в экономике, тыс. человек	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
смешанная российская	8 114	7 554	6 275	6 134	5 632	5 202	4 758
иностранная, совместная российская и иностранная	1 730	1 689	2 041	2 313	2 338	2 531	2 614

Источник: http://gks.ru/free_doc/2007/b07_11/06-02htm

6.21. С помощью относительных величин проанализируйте использование календарного фонда времени промышленными рабочими. Сделайте экономические выводы.

Показатель	Количество дней
Календарный фонд времени (явки + неявки)	365
Праздничные и выходные	107
Рабочие (отработанные)	205
Неявки на работу, в том числе:	44,3
отпуска	26,8
болезни	10,5
разрешенные законом	2,1
с разрешения администрации	4,5
прогулы	0,4
Целодневные простои	8,1

6.22. С помощью относительных величин проанализируйте данные об объеме иностранных инвестиций в экономику Российской Федерации. Какие виды относительных величин нужно применить для анализа?

Объем инвестиций, поступивших от иностранных инвесторов в экономику России в 2006 г.	Объем инвестиций, млн дол. США
Всего, в том числе:	55 109
из Кипра	9 851
Великобритании	7 022
Нидерландов	6 595

Продолжение

Объем инвестиций, поступивших от иностранных инвесторов в экономику России в 2006 г.	Объем инвестиций, млн дол. США
Люксембурга	5 908
Германии	5 002
Франции	3 039
Виргинских островов (Брит.)	2 054
Швейцарии	2 047
США	1 640
Казахстана	1 116

Источник: http://gks.ru/free_doc/2007/b07_11/15-08htm

6.23. Определите степень исполнения Федерального бюджета Российской Федерации в 2006 г. Проанализируйте полученные результаты.

Исполнение федерального бюджета Российской Федерации в 2006 г.*	Утвержденное Федеральным законом о Федеральном бюджете, млрд руб.	Фактическое исполнение, млрд руб.
Доходы, из них:	6 170,5	6 276,3
налог на прибыль организаций	485,7	509,9
единый социальный налог	310,4	315,8
налог на добавленную стоимость:		
на товары (работы, услуги), реализуемые на территории Российской Федерации	958,1	924,2
на товары, ввозимые на территорию Российской Федерации	576,4	586,7
акцизы по подакцизным товарам (продукции):		
производимым на территории Российской Федерации	90,9	93,2
ввозимым на территорию Российской Федерации	16,6	17,3
акцизы по подакцизным товарам (продукции):		
производимым на территории Российской Федерации	90,9	93,2

Продолжение

Исполнение Федерального бюджета Российской Федерации в 2006 г. *	Утвержденное Федеральным законом о Федеральном бюджете, млрд руб.	Фактическое исполнение, млрд руб.
ввозимым на территорию Российской Федерации	16,6	17,3
налоги, сборы и регулярные платежи за пользование природными ресурсами	1104,2	1 116,7
доходы от внешнеэкономической деятельности	2 301,2	2 306,3
доходы от использования имущества, находящегося в государственной и муниципальной собственности	113,3	146,4
платежи при пользовании природными ресурсами	53,5	77,4
Расходы, из них:	4 431,1	4 281,3
на общегосударственные вопросы:	623,2	529,7
на обслуживание государственного и муниципального долга	171,5	169,0
на национальную оборону	686,1	681,8
на национальную безопасность и правоохранительную деятельность	556,3	550,2
на национальную экономику:	358,6	345,0
на топливо и энергетику	8,1	7,5
на сельское хозяйство и рыболовство	26,1	26,1
на транспорт	136,2	132,2
на связь и информатику	13,6	6,1
на прикладные научные исследования в области национальной экономики	45,6	45,4
на другие вопросы в области национальной экономики	67,6	66,5
на социально-культурные мероприятия	644,7	616,4
на межбюджетные трансферты	1 500,9	1 498,9
Профицит	1 739,4	1 995,0

* По оперативным данным Федерального казначейства.

Источник: http://gks.ru/free_doc/2007/b07_11/22-04.htm

6.24. Проанализируйте с помощью цепных и базисных относительных величин динамику изменения объема иностранных инвестиций Российской Федерации в экономику стран СНГ за ряд лет.

Объем инвестиций России в экономику стран СНГ, тыс. дол. США	2000	2004	2005	2006
Всего, в том числе:	13 0981	713 016	620 522	4 127 757
Азербайджана	26	2 379	6 734	6 661
Армении	5	1 032	138 185	3 168
Белоруссии	77 238	280 193	102 438	572 329
Грузии	133	285	60	328
Казахстана	3 453	84 104	204 314	189 231
Киргизии	7	628	1 247	112 094
Молдавии	31 224	6 600	4 904	44 131
Таджикистана	—	3 067	496	22 315
Туркмении	2 934	1 865	—	—
Узбекистана	929	138 547	6 968	176 174
Украины	15 032	194 316	155 176	3 001 326

Источник: http://gks.ru/free_doc/2007/b07_11/23-13.htm

6.25. По данным о структуре денежных доходов населения за 2000—2005 гг. проанализируйте структурные сдвиги, происшедшие за рассматриваемый период, проанализируйте динамику отдельных статей доходов населения. Укажите факторы, которые повлияли на изменение структуры денежных доходов населения.

Денежные доходы, %	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Всего, в том числе:	100	100	100	, 100	100	100
доходы от предпринимательской деятельности	15,4	12,6	11,9	12,0	11,7	11,6
оплата труда	62,8	64,6	65,8	63,9	65,0	63,4
социальные выплаты	13,8	15,2	15,3	14,1	12,8	12,8
доходы от собственности	6,8	5,7	5,2	7,8	8,3	10,3
другие доходы	1,2	1,9	1,9	2,2	2,2	1,9

6.26. С помощью относительных величин проанализируйте динамику численности врачей, среднего медицинского персонала, больничных коек и численности населения. Покажите взаимосвязь учетных и базисных величин динамики.

Показатель	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Численность врачей, тыс. человек	680	683	680	678	682,4	686	688,2	690,3
Численность среднего медицинского персонала тыс. человек	1 621	1 612	1 564	1 544	1 557	1 551,5	1 545,5	1 529,8
Число больничных коек, тыс. шт.	1 717	1 672	1 672	1 653	1 620	1 596,6	1 600,7	1 575,4
Численность населения, млн человек	146,7	146,3	145,3	144,4	145,0	144,2	143,5	142,8

Источник: Российский статистический ежегодник. М., 2006, С. 33, 263, 266, 269.

Определите численность врачей, среднего медицинского персонала и больничных коек на каждые 10 000 человек за каждый год. К какому виду относительных величин относятся рассчитанные показатели? Какие социально-экономические факторы обусловили такую динамику показателей?

6.27. По данным за 1987—2005 гг. проанализируйте динамику рождаемости в Российской Федерации, используя цепные и базисные величины динамики.

Год	Тыс. человек	Год	Тыс. человек
1987	2 500,0	1997	1 259,9
1988	2 348,5	1998	1 283,3
1989	2 160,6	1999	1 214,7
1990	1 988,8	2000	1 266,8
1991	1 794,6	2001	1 311,6
1992	1 587,6	2002	1 397,0
1993	1 379,0	2003	1 477,3
1994	1 408,2	2004	1 502,5
1995	1 363,8	2005	1 457,4
1996	1 304,6		

Источник: Россия в цифрах. Краткий статистический сборник. М., 2004. С. 71.

Какова тенденция рождаемости в период с 1987 по 1999 гг., с 1999 по 2005 гг.? Назовите социально-экономические факторы, влияющие на динамику рождаемости.

6.28. С помощью относительных величин проанализируйте объемы производства хлеба, зерна, мяса скота и птицы, яиц в Российской Федерации на душу населения за ряд лет.

Показатель	2001	2002	2003	2004	2005
Численность населения, млн человек	144,4	145,0	144,2	143,5	142,8
Производство хлеба и хлебобулочных изделий, млн тонн	8,6	8,4	8,4	8,2	8,0
Производство зерна (в весе после доработки), млн т	85,1	86,6	67,2	78,1	78,2
Производство мяса скота и птицы на убой (в убойном весе), тыс. т	4 451	4 694	4 936	4 994	4 914
Производство яиц, млрд шт.	35,2	36,3	36,6	35,8	37,1

Источник: Российский статистический ежегодник. М., 2006, С. 33, 395, 447, 456

Какие виды относительных величин можно применить для анализа данных таблицы?

- 6.29.** По кредиту размером 100 000 руб. необходимо выплатить за год 5000 руб. процентов. Определите процентную ставку по кредиту.
- 6.30.** По вкладу размером 300 000 руб., внесенному на два года, начисляют 2% годовых, используя практику начисления простых процентов. Рассчитайте абсолютную сумму начисленных процентов, сумму вклада с процентами, множитель наращенного.
- 6.31.** По вкладу, составляющему 300 000 руб., начисляют 1% годовых (практика начисления сложных процентов). Вычислите степень изменения вложений и их сумму через четыре года.

ТЕМА 7. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

7.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Средняя величина — статистический показатель, с помощью которого дается обобщающая характеристика совокупности однотипных явлений по одному из варьирующих признаков. Она показывает типичный уровень признака в расчете на единицу совокупности. С помощью средних величин проводится сравнение различных совокупностей по характерным для них количественным признакам, изучаются закономерности развития явлений и процессов общественной жизни.

В статистике применяются два класса средних величин: *степенные (аналитические)* и *структурные*.

Общая формула *степенной (аналитической)* средней величины имеет следующий вид:

$$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^m f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}}, \quad (7.1)$$

где \bar{X} — средняя величина;

$x_i = \{x_1; x_2; \dots; x_n\}$ — варианты (числовые значения признака у единиц совокупности);

f_i — частоты, показывающие, сколько раз встречается соответствующее значение признака в данной совокупности;

m — показатель степени средней.

Наиболее часто в статистическом анализе применяются следующие виды степенных средних: *средняя арифметическая* ($m = 1$), *средняя гармоническая* ($m = -1$), *средняя геометрическая* ($m = 0$) и *средняя квадратическая* ($m = 2$).

Наряду с аналитическими в статистике применяются структурные средние, значение которых определяется особенностями распределения. К классу *структурных* средних относятся *медиана* (варианта,

делящая совокупность на две равные части), *квартили* (варианты, делящие совокупность на четыре равные части) и *децили* (варианты, делящие совокупность на десять равных частей), а также *мода* (наиболее часто встречающееся значение признака).

Выбор вида средней в каждом конкретном случае определяется целью исследования и характером исходных данных.

Рассмотрим методику исчисления средних величин.

В таблице 7.1 представлены данные о заработной плате за месяц 16 служащих одного из отделов страховой компании.

Таблица 7.1

Заработная плата служащих отдела

№ служащего по списку	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Итого
Заработная плата, тыс. руб., x_i	15	15	18	18	18	25	25	25	25	25	29	29	29	36	36	40	408

Рассчитаем среднюю заработную плату служащих данного отдела. Для этого необходимо заработную плату, начисленную всему персоналу отдела, т.е. фонд заработной платы, разделить на число служащих. Фонд заработной платы по отделу представляет собой сумму индивидуальных уровней заработной платы (x_i). Таким образом, для решения поставленной задачи по известным нам данным необходимо воспользоваться формулой средней арифметической простой¹ (тыс. руб.):

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n}; \tag{7.2}$$

$$\bar{x} = \frac{408}{16} = 25,5.$$

Обратим внимание на тот факт, что исходные данные можно предварительно сгруппировать и построить дискретный вариационный ряд (табл. 7.2).

¹ Здесь и далее для облегчения восприятия материала обучающимися в приводимых формулах опускаются пределы суммирования: вместо $\sum_{i=1}^n$ показано \sum .

Таблица 7.2

Расчет средней арифметической в дискретном вариационном ряду

Исходные данные		Расчетные показатели	
Уровень заработной платы, тыс. руб.	Численность служащих, человек	Фонд заработной платы, тыс. руб.	Накопленные частоты
x_i	f_i	$x_i f_i$	S_i
15	2	30	2
18	3	54	5
25	5	125	10
29	3	87	13
36	2	72	15
40	1	40	16
Итого	$\Sigma f_i = 16$	$\Sigma x_i f_i = 408$	

В этом ряду каждому значению признака (варианте x_i) соответствует частота (f_i), показывающая, сколько служащих имеет тот или иной уровень заработной платы. Тогда для определения фонда заработной платы достаточно просуммировать произведения уровней заработной платы на соответствующие им частоты. Средний уровень заработной платы по сгруппированным данным исчисляется, таким образом, по формуле средней арифметической взвешенной (тыс. руб.):

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} \quad (7.3)$$

$$\bar{x} = \frac{408}{16} = 25,5.$$

Если исходные данные таковы, что для каждой варианты известна не частота, а показатель (статистический вес), являющийся произведением варианты на соответствующую частоту, то средняя величина исчисляется по формуле средней гармонической взвешенной.

Вернемся к нашему примеру. Пусть в качестве исходных данных нам известны уровень оплаты труда для каждой группы служащих и начисленный им фонд заработной платы (табл. 7.3). Для определения средней заработной платы в этом случае следует рассчитать численность служащих в каждой группе.

Таблица 7.3

Расчет средней гармонической в дискретном вариационном ряду

Исходные данные		Расчетный показатель
Уровень заработной платы, тыс. руб.	Фонд заработной платы, тыс. руб.	Численность служащих, человек
x_i	F_i	F_i/x_i
15	30	2
18	54	3
25	125	5
29	87	3
36	72	2
40	40	1
Итого	$\sum F_i = 408$	$\sum F_i/x_i = 16$

При наличии таких исходных данных для расчета среднего уровня заработной платы необходимо воспользоваться формулой средней гармонической взвешенной (тыс. руб.):

$$\bar{x} = \frac{\sum F_i}{\sum \frac{F_i}{x_i}}; \quad (7.4)$$

$$\bar{x} = 408 : 16 = 25,5.$$

Исходные данные могут быть представлены в виде интервального вариационного ряда. Покажем расчет средней арифметической взвешенной на следующем условном примере (табл. 7.4).

Таблица 7.4

Расчет средней арифметической в интервальном вариационном ряду

Исходные данные		Расчетные показатели		
Группы организаций по объему товарооборота, тыс. руб.	Число организаций	Середина интервала	Произведение вариантов на частоты	Накопленные частоты
	f_i	x_i	$x_i f_i$	S_i
1 200—1 225	20	1 212,5	24 250	20
1 225—1 250	45	1 237,5	49 500	60
1 250—1 275	50	1 262,5	63 125	110
1 275—1 300	30	1 287,5	38 625	140
	$\sum f_i = 140$		$\sum x_i f_i = 175 500$	

В интервальном ряду необходимо прежде всего определить середину каждого интервала (x_i), которая рассматривается как среднее значение признака у единиц совокупности, попавших в данный интервал. Затем расчет средней величины проводится по формуле средней арифметической или средней гармонической в зависимости от содержания исходной информации. В нашем примере необходимо найти произведение полученных вариантов (x_i) и соответствующих им частот (т.е. общий объем товарооборота по каждой группе организаций), просуммировать полученные результаты и исчислить средний объем товарооборота в расчете на одну организацию по формуле средней арифметической взвешенной (тыс. руб.):

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{175\,500}{140} \approx 1\,253,6.$$

Среднюю арифметическую взвешенную в вариационных рядах с равными интервалами можно рассчитать способом моментов (способом расчета от условного нуля), который основан на использовании ее математических свойств:

$$\bar{X} = \bar{X}' \cdot d + A, \quad (7.5)$$

где \bar{X}' — момент первого порядка, который исчисляется по формуле

$$\bar{X}' = m_1 = \frac{\sum \left(\frac{x_i - A}{d} \right) f_i}{\sum f_i}; \quad (7.6)$$

d — наибольший общий делитель для разностей $x_i - A$ (в рядах с одинаковыми интервалами он равен величине интервала);

A — произвольное число (удобнее в качестве A выбрать варианту, находящуюся в середине ряда и имеющую наибольшую частоту).

Проведем расчет среднего объема товарооборота на основании данных табл. 7.4 способом моментов (табл. 7.5).

Таблица 7.5.

**Расчет средней арифметической
в интервальном вариационном ряду**

Исходные данные		Расчетные показатели			
Группа организа- ций по объему товарооборота, тыс. руб.	Число ор- ганизаций f_i	Середина интервала x_i	$A = 1\,262,5$ $x_i - A$	$d = 25$ $\frac{x_i - A}{d}$	$\left(\frac{x_i - A}{d}\right) f_i$
1 200—1 225	20	1 212,5	-50	-2	-40
1 225—1 250	40	1 237,5	-25	-1	-45
1 250—1 275	50	1 262,5	0	0	0
1 275—1 300	30	1 287,5	+25	+1	+35
Итого	140				-50

$$\bar{X}' = m_1 = \frac{\sum \left(\frac{x_i - A}{d} \right) f_i}{\sum f_i} = \frac{-50}{140} = -0,357.$$

$$\bar{X} = \bar{X}' \cdot d + A = m_1 d + A = (-0,357) \cdot 25 + 1262,5 = 1\,253,6 \text{ (тыс. руб.)}.$$

Мода (M_o) для дискретного вариационного ряда определяется как варианта, имеющая наибольшую частоту. Используя исходные данные в табл. 7.2, можем записать, что $M_o = 25$ тыс. руб., т.е. заработная плата у наибольшего числа служащих данного отдела страховой компании составляет 25 тыс. руб.

В интервальном вариационном ряду с равными интервалами мода исчисляется по формуле

$$M_o = x_{M_o} + d \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})}, \quad (7.7)$$

где x_{M_o} — нижняя граница модального интервала;
 d — величина интервала;
 f_{M_o-1} — частота интервала, предшествующего модальному;
 f_{M_o} — частота модального интервала;
 f_{M_o+1} — частота интервала, следующего за модальным.

По данным табл. 7.4 рассчитаем моду ряда распределения (тыс. руб.):

$$M_o = 1250 + 25 \cdot \frac{50 - 40}{(50 - 40) + (50 - 30)} = 1258,3.$$

В данной совокупности больше всего организаций с объемом товарооборота 1258,3 тыс. руб.

Для определения медианы (Me) прежде всего исчисляют ее порядковый номер по формуле $N_{Me} = \frac{\sum f_i}{2}$ и строят ряд накопленных частот. Накопленной частоте, которая равна порядковому номеру медианы или превышает его, в дискретном вариационном ряду соответствует варианта, являющаяся медианой, а в интервальном вариационном ряду — медианный интервал. Расчет медианы в интервальном вариационном ряду проводится по следующей формуле:

$$Me = x_{Me} + d_{Me} \frac{\frac{\sum f_i}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}}, \quad (7.8)$$

где x_{Me} — нижняя граница медианного интервала;
 d_{Me} — величина медианного интервала;
 S_{Me-1} — накопленная частота интервала, предшествующего медианному;
 f_{Me} — частота медианного интервала.

По данным табл. 7.2, порядковый номер медианы — 8 ($N_{Me} = \frac{16}{2} = 8$).

Следовательно, первая накопленная частота, превышающая порядковый номер медианы, равна 10. Соответствующая ей варианта «25 тыс. руб.» — медиана. Это означает, что половина служащих отдела страховой компании имеет заработную плату, не превышающую 25 тыс. руб.

По данным табл. 7.4 имеем: $N_{Me} = \frac{140}{2} = 70$. Следовательно, медианный интервал — «1250—1275». Рассчитаем медиану по приведенной выше формуле (тыс. руб.)

$$Me = 1250 + 25 \cdot \frac{70 - 60}{50} = 1255.$$

Таким образом, среди данной совокупности организаций половина имеет товарооборот не более чем на 1255 тыс. руб.

Методика определения квартилей (Q) и децилей (D) аналогична методике исчисления медианы. Покажем расчет третьего квартиля и восьмого дециля по данным табл. 7.4.

Формула для расчета третьего квартиля Q_3 имеет вид

$$Q_3 = x_{Q_3} + d_{Q_3} \frac{3 \cdot \sum f_i - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}}. \quad (7.9)$$

Порядковый номер третьего квартиля равен 105 ($N_{Q_3} = \frac{3 \cdot \sum f_i}{4} = \frac{3 \cdot 100}{4} = 105$), тогда получим (тыс. руб.):

$$Q_3 = 1250 + 25 \cdot \frac{105 - 60}{50} = 1272,5.$$

Следовательно, три четверти организации имеют товарооборот на сумму не выше 1272,5 тыс. руб.

Для расчета восьмого дециля D_8 используют следующую формулу:

$$D_8 = x_{D_8} + d_{D_8} \frac{8 \cdot \sum f_i - S_{D_8-1}}{f_{D_8}}. \quad (7.10)$$

Порядковый номер восьмого дециля составляет:

$$112 \left(N_{D_8} = \frac{8 \cdot \sum f_i}{10} = \frac{140}{10} = 112 \right),$$

тогда величина D_8 равна (тыс. руб.):

$$D_8 = 1275 + 25 \cdot \frac{112 - 110}{30} = 1276,7,$$

т.е. товарооборот 80% организаций не превышает 1276,7 тыс. руб.

Одни единицы совокупности могут обладать некоторым качественным признаком, а другие не обладать. Такие признаки называются альтернативными. Как правило, речь идет о наличии или об отсутствии некоторого свойства у единиц совокупности. Обозначим альтернативный признак через ω и придадим ему следующие два значения:

$\omega_1 = 1$, если единица совокупности обладает данным свойством;
 $\omega_2 = 0$, если она не обладает этим свойством.

Пусть p — это доля единиц совокупности, обладающих рассматриваемым свойством, а q — соответственно, доля единиц совокупности, не обладающих этим свойством. Среднее значение альтернативного признака равно p :

$$\bar{\omega} = \frac{1 \cdot p + 0 \cdot q}{p + q} = p. \quad (7.11)$$

Рассчитаем средний уровень посещаемости занятий на потоке на основании следующих данных о посещаемости в отдельных группах на начало октября (табл. 7.6).

Таблица 7.6

Расчет среднего значения альтернативного признака

№ группы	Численность студентов		Уровень посещаемости в группе, %
	в группе	присутствующих на занятиях	
1	25	20	80
2	26	24	92
3	23	23	100
4	26	23	89
Итого	100	90	90

В целом по совокупности из 100 человек на занятиях присутствовало 90 человек. Средний уровень посещаемости на потоке по четырем группам определяется как доля лиц, посетивших занятия в этот день:

$$\bar{\omega} = p = \frac{90}{100} = \frac{0,8 \cdot 25 + 0,92 \cdot 26 + 1 \cdot 23 + 0,89 \cdot 26}{100} = 0,9, \text{ или } 90 (\%).$$

7.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 7.1. Дайте определение средней величины.
- 7.2. Охарактеризуйте особенности и значение средних величин в анализе социально-экономических явлений.
- 7.3. Какие виды средних величин вы знаете?
- 7.4. Какими математическими свойствами обладает средняя арифметическая?
- 7.5. Что показывают структурные средние? Поясните методику определения структурных средних в дискретных и интервальных рядах распределения.
- 7.6. Известны следующие данные о числе заключенных договоров страхования страховыми агентами фирмы за отчетный период.

Порядковый номер страхового агента	Число заключенных договоров	Порядковый номер страхового агента	Число заключенных договоров
1	23	11	24
2	21	12	25
3	24	13	25
4	25	14	25
5	22	15	25
6	25	16	24
7	24	17	25
8	23	18	22
9	21	19	23
10	24	20	22

Определите среднее число заключенных договоров одним страховым агентом:

- а) по несгруппированным данным;
- б) по сгруппированным данным (для этого постройте дискретный вариационный ряд распределения).
- 7.7. По непрерывному стажу работы работники фирмы распределяются следующим образом.

Стаж работы, лет	Численность работников	
	мужчины	женщины
1	12	5
2	15	6

Продолжение

Стаж работы, лет	Численность работников	
	мужчины	женщины
3	28	7
4	20	9
5	20	13
6	12	18
7	8	14
8	5	8
Итого	120	80

Определите для мужчин, женщин и в целом для всех работников предприятия:

- а) средний стаж работы;
- б) модальный стаж;
- в) медианный стаж.

7.8. Известны следующие данные о продолжительности оплачиваемых отпусков работников, занятых в организациях региона.

Фактическая продолжительность отпуска, рабочих дней	Численность работников, % к итогу
15	5
17	12
18	18
20	19
21	25
23	11
24	10
Итого	100

Определите среднюю фактическую продолжительность отпуска по организациям региона.

7.9. Имеются следующие данные о распределении вкладов по их размеру.

Размер вклада, руб.	Число вкладов, % к итогу
До 4 000	2
4 000—6 000	3
6 000—8 000	8
8 000—10 000	10
10 000—12 000	15
12 000—14 000	32
14 000 и более	30
Итого	100

Определите средний размер вклада.

7.10. Известны следующие данные о распределении численности занятых в экономике региона, по возрастным группам.

Возраст, лет	Численность занятых в экономике региона, % к итогу
До 20	2,2
20—24	9,5
25—29	12,6
30—34	11,8
35—39	13,4
40—44	16,0
45—49	14,6
50—54	11,5
55—59	4,1
60 и более	4,4
Итого	100,0

Определите для занятых в экономике: средний возраст, модальный возраст, медианный возраст.

7.11. Известны следующие данные о распределении работников организации по размеру заработной платы за месяц.

Группа работников по размеру заработной платы, руб.	Численность работников организации	
	филиал № 1	филиал № 2
до 4 500	30	10
4 500—6 000	35	20
6 000—7 500	55	30
7 500—9 000	80	70
9 000—10 500	120	85
10 500—12 000	80	130
12 000—13 500	60	100
13 500 и более	40	55
Итого	500	500

Определите для каждого филиала:

- среднюю заработную плату работников, применяя способ моментов;
- модальный уровень заработной платы;
- медианный уровень заработной платы.

7.12. Имеются следующие данные о выпуске продукции организациями региона.

Группа предприятий по объему выпуска продукции, млрд руб.	Число организаций
1,6—2,0	12
2,0—2,4	15

Продолжение

Группа предприятий по объему выпуска продукции, млрд руб.	Число организаций
2,4—2,8	22
2,8—3,2	24
3,2—3,6	18
3,6—4,0	16
4,0—4,4	13
Итого	120

Определите среднегодовой объем производства в расчете на одну организацию (применяя способ моментов), моду, медиану.

7.13. Возрастная структура сотрудников двух отделов фирмы следующая.

Возраст, лет	Численность сотрудников отдела, % к итогу	
	отдел № 1	отдел № 2
До 25	12,2	4,0
25—30	18,7	10,6
30—35	30,3	20,4
35—40	11,5	21,3
40—45	10,6	22,3
45—50	8,8	10,9
50—55	5,8	6,2
55 и более	2,1	4,3
Итого	100,0	100,0

Проанализируйте возрастной состав сотрудников фирмы. Для этих целей определите для каждого отдела:

- средний возраст сотрудников, применяя способ моментов;
- модальный возраст сотрудников;
- медианный возраст сотрудников;
- квартили и децили.

7.14. Имеются следующие данные, характеризующие распределение численности безработных по полу и возрасту.

Возраст, лет	Число безработных, % к итогу	В том числе	
		мужчин	женщин
До 20	8,9	8,0	9,9
20—24	17,0	16,4	17,8
25—29	13,2	13,5	13,0
30—34	11,9	13,0	10,7
35—39	11,6	11,1	12,1

Продолжение

Возраст, лет	Число безработных, % к итогу	В том числе	
		мужчин	женщин
40—44	13,1	13,6	12,4
45—49	10,7	10,0	11,4
50—54	8,3	8,4	8,1
55—59	2,5	2,8	2,2
60—72	2,9	3,2	2,4
Итого	100,0	100,0	100,0

Определите средний и медианный возраст:

- всех безработных;
- безработных мужчин;
- безработных женщин.

7.15. Известны следующие данные о размерах затрат на один рубль произведенной продукции на предприятиях корпорации.

Затраты на 1 руб. произведенной продукции, коп.	Число предприятий	Произведенная продукция по группе предприятий, млн руб.	Объем продукции в расчете на одного работника, тыс. руб.
До 60	2	70	70
60—65	3	99	69
65—70	5	162	68
70—75	3	78	65
75 и выше	2	34	50
Итого	15	443	322

Определите по корпорации в целом:

- средний уровень затрат в расчете на один рубль произведенной продукции;
- средний размер произведенной продукции в расчете на одно предприятие;
- средний объем продукции в расчете на одного работника.

7.16. Имеются следующие данные о товарообороте и издержках обращения предприятий торговой компании.

Издержки обращения на 100 руб. товарооборота, руб.	Число предприятий	Товарооборот в среднем на одно предприятие, млн руб.	Товарооборот в расчете на одного работника, тыс. руб.
До 3	4	25	1 000
3—4	6	24	923
4—5	10	23	821
5—6	12	20	690

Продолжение

Издержки обращения на 100 руб. товарооборота, руб.	Число предприятий	Товарооборот в среднем на одно предприятие, млн руб.	Товарооборот в расчете на одного работника, тыс. руб.
6 и выше	8	18	600
Итого	40	110	4034

Определите по компании в целом:

- средний уровень издержек обращения на 100 руб. товарооборота;
- средний размер товарооборота в расчете на одно предприятие;
- средний размер товарооборота в расчете на одного работника.

7.17. Известны следующие данные о заработной плате и численности рабочих по двум филиалам организации.

Номер филиала	Базисный период		Отчетный период	
	средняя списочная численность рабочих, человек	средняя месячная заработная плата, руб.	фонд заработной платы, тыс. руб.	средняя месячная заработная плата, руб.
1	210	8 680	2 109,8	9 590
2	300	7 820	2 496,2	8 915

Определите среднюю заработную плату рабочих по организации в целом:

- в базисном периоде;
- в отчетном периоде.

Укажите, какие виды средних величин необходимо применить в каждом случае. Сравните полученные показатели. Объясните, какие факторы оказали влияние на изменение средней заработной платы рабочих организации в отчетном периоде по сравнению с базисным.

7.18. Имеются следующие данные по трем филиалам организации, выпускающим одноименную продукцию:

Номер филиала	Базисный период		Отчетный период	
	себестоимость единицы продукции, руб.	затраты на выпуск продукции, тыс. руб.	себестоимость единицы продукции, руб.	выработано продукции, тыс. шт.
1	220,0	10 560	19,8	50
2	218,0	19 620	18,0	95
3	222,0	12 210	21,6	54

Определите среднюю себестоимость единицы продукции по организации в целом:

- в базисном периоде;
- в отчетном периоде.

Укажите, какие виды средних величин необходимо применить в каждом случае. Сравните полученные показатели. Объясните, какие факторы оказали влияние на изменение средней себестоимости единицы продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным.

7.19. Известны следующие данные по трем филиалам организации.

Номер филиала	Март		Апрель	
	численность рабочих, человек	средняя выработка продукции одним рабочим за месяц, руб.	выработано продукции всего, тыс. руб.	средняя выработка продукции одним рабочим за месяц, руб.
1	190	19 560	3 970,0	19 850
2	225	18 800	4 266,8	19 390
3	215	18 144	3 937,5	18 750

Определите по организации в целом среднюю выработку продукции за месяц в расчете на одного рабочего:

- а) в марте;
- б) в апреле.

Укажите, какие виды средних необходимо применять в каждом случае. Объясните, какие факторы повлияли на изменение средней выработки продукции.

7.20. Известны следующие данные о затратах времени на обслуживание одного клиента служащими операционных отделов банка.

Время, требуемое для обслуживания клиента, мин.	Число служащих
10	4
12	7
15	10
18	6
20	3
Итого	30

Определите среднее количество времени, которое служащий затрачивает на обслуживание одного клиента.

7.21. Имеются следующие данные по трем филиалам организации.

Номер филиала	Фактический выпуск продукции в отчетном периоде, тыс. руб.	Изменение выпуска продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным, %	Удельный вес экспортируемой продукции в выпуске отчетного периода, %
1	2 440	-4,5	25
2	2 520	+3,6	12
3	2 610	+5,2	15

Определите по организации в целом:

- средний процент изменения выпуска продукции по сравнению с базисным периодом;
- средний удельный вес экспортируемой продукции в фактическом выпуске отчетного периода.

7.22. Данные о распределении студентов по росту следующие.

Рост, см	Численность студентов
До 162	30
162—166	40
166—170	45
170—174	55
174—178	40
178—182	30
182 и более	20
Итого	260

Определите моду и медиану роста студентов.

7.23. Известны следующие данные о распределении магазинов по размеру товарооборота.

Группа магазинов по размеру товарооборота, тыс. руб.	Число магазинов
До 1000	15
1 000—2 000	18
2 000—4 000	20
4 000—8 000	25
8 000—16 000	14
Свыше 16 000	8
Итого	100

Определите в данном ряду распределения:

- медиану;
- квартили;
- децили.

Проанализируйте полученные результаты.

7.24. Известны следующие данные по филиалам организации за год.

Уровень фондоотдачи, руб.	Число филиалов	Среднегодовая стоимость основных фондов (в расчете на один филиал), млн руб.	Фондовооруженность, тыс. руб. на человека	Доля продукции, реализованной за пределами региона, %
До 2	2	80	1 300	2,4
2—4	3	96	1 420	2,8
4—6	4	100	1 500	2,7
6 и выше	2	110	1 680	2,9

Определите:

- а) средний уровень фондоотдачи;
- б) среднюю стоимость основных фондов в расчете на один филиал;
- в) средний уровень фондовооруженности труда;
- г) средний удельный вес продукции, реализуемой за пределами региона.

7.25. Известны следующие данные по филиалам организации за месяц:

Средняя часовая выработка продукции одним рабочим, руб.	Число филиалов	Средняя численность рабочих одного филиала, человек	Средняя фактическая продолжительность рабочего дня, час.	Среднее число дней, отработанных одним рабочим за месяц, дн.
До 128	2	70	7,65	19
128—140	3	90	7,51	18
140—152	4	180	7,82	20
152—164	3	200	7,73	21
164 и более	2	320	7,54	21

Определите:

- а) среднее число рабочих одного филиала;
- б) среднюю часовую выработку продукции в расчете на одного рабочего;
- в) среднюю дневную выработку продукции в расчете на одного рабочего;
- г) среднюю месячную выработку продукции в расчете на одного рабочего;
- д) средний объем продукции в расчете на один филиал.

7.26. Имеются следующие данные по региону:

Уровень среднедушевого денежного дохода в месяц, руб.	Число городов	Потребление мяса на душу населения в месяц, кг	Удельный вес мяса, полученного из личного подсобного хозяйства, в общем объеме потребления, %	Средний размер семьи, человек	Среднее число семей в городе, тыс.
до 7 000	5	2	12	2,9	20
7 000—9 800	4	2,2	10	2,1	30
9 800—12 600	6	2,8	8	2,8	35
12 600 и выше	3	3,3	5	2,5	40

Определите по региону в целом:

- а) среднедушевой доход;
- б) среднее потребление мяса на душу населения;

- в) средний удельный вес мяса, полученного из личного подсобного хозяйства, в общем объеме потребления;
- г) средний размер семьи;
- д) среднее число семей в городе.

7.27. Распределение населения по величине среднедушевых денежных доходов характеризуют следующие данные.

Среднедушевые денежные доходы, руб. в месяц	Численность населения, в % к итогу
До 1 000	0,8
1 000—1 500	2,4
1 500—2 000	3,9
2 000—3 000	10,6
3 000—4 000	11,7
4 000—5 000	11,0
5 000—7 000	17,8
7 000—12 000	24,1
Свыше 12 000	17,7
Итого	100,0

Определите:

- а) среднедушевые денежные доходы;
- б) медиану, квартили, децили для данного ряда распределения;
- в) долю населения, имевшего доходы ниже прожиточного минимума, если последний составлял в среднем 2490 руб. на душу населения;
- г) уровень, который не превышает среднедушевые денежные доходы 20% граждан, имеющих наименьшие доходы.

7.28. Страховая компания располагает следующими данными о распределении страхователей автотранспортных средств по возрасту и стажу вождения.

Возраст, лет	Стаж вождения, лет			Итого
	до 1,5	1,5—3,5	3,5 и более	
До 20	12	3	2	17
20—30	21	15	14	47
30 и более	15	11	10	36
Итого	48	29	23	100

Определите:

- а) средний стаж вождения всех страхователей, в том числе для страхователей в возрасте до 20 лет, от 20 до 30 лет, 30 лет и более;
- б) средний возраст всех страхователей, в том числе имеющих стаж вождения до 1,5 лет, от 1,5 до 3,5 лет, 3,5 года и более.

7.29. Известны следующие данные о распределении 200 застрахованных объектов по размеру страховой суммы:

Группы застрахованных объектов по страховой сумме, тыс. руб.	Число объектов	Средний размер страховых премий (взносов) в расчете на один объект, тыс. руб.	Средний размер выплаченного страхового возмещения на один пострадавший объект, тыс. руб.	Доля пострадавших объектов в общем числе застрахованных объектов, %	Убыточность страховой суммы, %
До 250	50	18	220	22,3	20
250—260	60	23	258	25,4	25
260—270	48	25	272	23,9	24
270 и выше	42	28	280	28,4	30

Определите в целом по всем застрахованным объектам:

- среднюю страховую сумму застрахованных объектов;
- средний размер страховой премии (страховых взносов) в расчете на один застрахованный объект;
- средний размер выплаченного страхового возмещения в расчете на один пострадавший объект;
- средний уровень убыточности страховой суммы.

7.30. Имеются следующие данные о распределении инвестиционных компаний по объему операций с ценными бумагами и величине чистой прибыли.

Оборот по ценным бумагам, млн руб.	Чистая прибыль, млн руб.			Итого
	до 3	3—30	30 и более	
До 2 000	6	3	1	10
2 000—3 000	7	7	2	16
3 000 и более	14	8	2	24
Итого	27	18	5	50

Определите:

- средний оборот по ценным бумагам в расчете на одну инвестиционную компанию, в том числе для компаний, получивших чистую прибыль в объеме до 3 руб., от 3 млн до 30 млн руб., 30 млн руб. и более;
- среднюю величину чистой прибыли в расчете на одну инвестиционную компанию, в том числе для компаний с объемом операций с ценными бумагами до 2 млрд руб., от 2 до 3 млрд руб., 3 млрд руб. и более.

7.31. Опрос населения показал следующие результаты.

Показатель	Район		
	А	Б	В
Число опрошенных, человек	200	250	270
Доля жителей, изъявивших желание принять участие в телевизионной передаче, %	40	36	24

Определите средний уровень активности населения среди опрошенных граждан (среднюю долю жителей, изъявивших желание принять участие в телевизионной передаче).

ТЕМА 8. ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

8.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Для анализа статистического распределения наряду с вычислением средней величины необходимо оценить вариацию значений признака в исследуемой совокупности. Средняя величина представляет собой типичный уровень признака, которым обладают единицы изучаемой совокупности. Однако одного этого показателя недостаточно для того, чтобы описать все черты статистического распределения.

Например, на сравниваемых предприятиях, схожих по условиям труда, производительность в среднем для всех работников может быть приблизительно одинаковой, но на одном предприятии есть передовые работники с высокой производительностью и отстающие — с низкой, а на другом производительность труда почти всех работников близка к средней величине. В средней, как обобщающем показателе, эти расхождения в распределении работников по уровню производительности труда погашаются.

Вариация — различие значений признака у отдельных единиц однородной совокупности, которое возникает под влиянием тех или иных факторов.

Для оценки вариации применяются *абсолютные и относительные показатели*.

Рассмотрим **показатели вариации количественных признаков**.

Размах вариации R определяется как разность между наибольшим и наименьшим значением признака:

$$R = x_{\max} - x_{\min}. \quad (8.1)$$

На основании абсолютного значения размаха вариации рассчитывается относительный показатель вариации — *коэффициент осцилляции*:

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%, \quad (8.2)$$

где \bar{x} — средняя арифметическая.

Величина размаха вариации R зависит исключительно от крайних значений признака. Этот показатель не отражает степень колебаний признака основной массы единиц совокупности.

Указанного выше недостатка лишены такие показатели вариации, как среднее линейное отклонение \bar{L} , дисперсия σ^2 и среднее квадратическое отклонение σ , которые представляют собой средние величины, полученные из отклонений индивидуальных значений признака от их средней арифметической \bar{x} .

Среднее линейное отклонение \bar{L} — средняя арифметическая из абсолютных значений отклонений отдельных вариантов признака от средней арифметической, оно рассчитывается по формулам:

— простое среднее линейное отклонение:

$$\bar{L} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}, \quad (8.3)$$

— взвешенное среднее линейное отклонение:

$$\bar{L} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i}. \quad (8.4)$$

На основании среднего линейного отклонения рассчитывается относительный показатель вариации — *относительное линейное отклонение*:

$$V_L = \frac{\bar{L}}{\bar{x}} \cdot 100\%. \quad (8.5)$$

Дисперсия σ^2 — средняя арифметическая из квадратов отклонений конкретных значений варьирующего признака от его средней арифметической.

Дисперсия σ^2 исчисляется по формулам:

— простая дисперсия:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}, \quad (8.6)$$

— взвешенная дисперсия:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}. \quad (8.7)$$

В практических вычислениях удобно рассчитывать дисперсию по следующей формуле:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2, \quad (8.8)$$

где \bar{x} — средняя арифметическая,
 $\overline{x^2}$ — средняя из квадратов индивидуальных значений признака;

$$\overline{x^2} = \frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}. \quad (8.9)$$

В ряде случаев для обеспечения более удобного и простого расчета (без дробных частей чисел) и исключения погрешностей вычислений из-за ошибок округления применяется способ моментов:

$$\sigma^2 = (m_2 - m_1^2) \cdot d^2, \quad (8.10)$$

где m_1 и m_2 — момент, соответственно первого и второго порядка, первый исчисляется по формуле (7.6), а последний — по формуле (8.11):

$$m_2 = \frac{\sum \left(\frac{x_i - A}{d} \right)^2 f_i}{\sum f_i}. \quad (8.11)$$

Если принять $d = 1$, то формула 8.8 для расчета дисперсии примет следующий вид:

$$\sigma^2 = \sigma_A^2 - (\bar{x} - A)^2, \quad (8.12)$$

где σ_A^2 — средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от произвольного числа A :

$$\sigma_A^2 = \frac{\sum (x_i - A)^2 f_i}{\sum f_i}. \quad (8.13)$$

Среднее квадратическое отклонение σ — это корень квадратный из дисперсии. Расчет среднего квадратического отклонения осуществляется по формулам:

— простое:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}, \quad (8.14)$$

— взвешенное:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}}. \quad (8.15)$$

На основе этого показателя исчисляется относительный показатель вариации — *коэффициент вариации*

$$V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%. \quad (8.16)$$

Величина среднего квадратического отклонения σ всегда больше среднего линейного отклонения \bar{L} (по правилу мажорантности средних). Между ними в случае достаточно большого числа наблюдений, существует соотношение, близкое к 1,25, т.е.

$$\sigma \approx 1,25\bar{L}.$$

Квартильное отклонение Q применяется при оценке вариации значений признака на основании исчисленных структурных средних, а именно первого Q_1 и третьего Q_3 квартилей:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}. \quad (8.17)$$

Квартильный показатель вариации:

$$V_Q = \frac{Q}{Q_2} = \frac{Q_3 - Q_1}{2Me}. \quad (8.18)$$

Абсолютные показатели вариации выражаются в единицах измерения изучаемого признака, относительные — как правило, в процентах.

Пример 1. По результатам выборочного обследования 32 организаций розничной торговли получены данные о цене на товар «Б». Исходные данные о стоимости указанного товара представлены в следующей таблице.

50	58	61	61	62	64	66	68
68	69	72	72	74	75	75	75
77	77	78	78	79	79	81	82
84	86	87	87	89	98	99	100

Определим:

- 1) среднюю цену товара \bar{x} ;

- 2) вариационный размах R и коэффициент осцилляции V_R цены;
- 3) среднее линейное отклонение \bar{L} и коэффициент линейного отклонения V_L ;
- 4) среднее квадратическое отклонение σ и коэффициент вариации $V\sigma$;
- 5) дисперсию σ^2 ;
- 6) квартильный показатель вариации V_Q .

Для проведения вычислений построим вариационный интервальный ряд, выделив пять групп с равными интервалами.

Уровень цены, руб.	50—60	60—70	70—80	80—90	90—100	Всего
Частоты, f_i	2	8	12	7	3	32
Частоты, w_i	0,062	0,250	0,375	0,219	0,094	1,000
Середина интервала, x_i	55	65	75	85	95	
Накопленные частоты, S_i	2	10	22	29	32	—
$x_i w_i$	55 · 0,062	65 · 0,250	75 · 0,375	85 · 0,219	95 · 0,094	75,33

Вычислим среднюю цену товара:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \sum x_i w_i = 75,33 \text{ (руб.)}$$

Для того, чтобы в последующих вычислениях избежать погрешностей и расхождений в показателях из-за ошибок округлений, сохраним в полученной средней как минимум два знака после запятой.

Размах вариации $R = x_{max} - x_{min} = 100 - 50 = 50$ (руб.).

Коэффициент осцилляции равен:

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{50}{75,33} = 0,664, \text{ или } 66,4 (\%).$$

Среднее линейное отклонение:

$$\begin{aligned} \bar{L} &= \frac{\sum |x'_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i} = \sum |x'_i - \bar{x}| w_i = |55,0 - 75,3| \cdot 0,062 + |65,0 - 75,3| \cdot 0,250 + \\ &+ |85,0 - 75,3| \cdot 0,219 + |95,0 - 75,3| \cdot 0,094 = 7,81 \text{ (руб.)} \end{aligned}$$

Относительное линейное отклонение:

$$V_L = \frac{7,81}{75,33} = 0,104 \text{ или } 10,4(\%).$$

Дисперсия признака равна:

$$\begin{aligned} \sigma^2 = \mu_2 &= \frac{\sum (x'_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \sum (x'_i - \bar{x})^2 w_i = \\ &= (55,0 - 75,33)^2 \cdot 0,062 + (65,0 - 75,33)^2 \cdot 0,250 + (75,0 - 75,33)^2 \cdot \\ &\cdot 0,375 + (85,0 - 75,33)^2 \cdot 0,219 + (95,0 - 75,33)^2 \cdot 0,094 = 109,22. \end{aligned}$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x'_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}} = \sqrt{(x'_i - \bar{x})^2 w_i} = \sqrt{109,22} = 10,45 \text{ (руб.)}.$$

Коэффициент вариации составляет:

$$V_\sigma = \frac{10,45}{75,33} = 0,139 \text{ или } 13,9(\%).$$

Значения первого, второго и третьего квартилей (см. формулы (7.8) и (7.9)):

$$Q_1 = 60,00 + 10,00 \cdot \frac{8-2}{8} = 67,50 \text{ (руб.)};$$

$$Q_2 = Me = 70,00 + 10,00 \cdot \frac{16-10}{12} = 75,0 \text{ (руб.)};$$

$$Q_3 = 80,00 + 10,00 \cdot \frac{24-22}{7} = 82,86 \text{ (руб.)}.$$

Квартильное отклонение будет равно:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{82,86 - 67,50}{2} = 7,68 \text{ (руб.)}.$$

Квартильный показатель вариации:

$$V_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2Me} = \frac{82,86 - 67,50}{2 \cdot 75,00} = 0,102 \text{ или } 10,2 (\%).$$

Рассмотрим показатели вариации качественных (альтернативных) признаков. Как уже отмечалось в теме 7, статистика наряду с количественными изучает и качественные альтернативные признаки, которыми одни единицы совокупности обладают, а другие нет (например, наличие или отсутствие высшего образования либо ученой степени, согласие или несогласие с предлагаемым решением, получение дохода выше или ниже определенной величины и т.д.).

Дисперсия альтернативного признака будет равна:

$$\sigma_p^2 = pq. \quad (8.19)$$

Среднее квадратическое отклонение альтернативного признака исчисляется по формуле

$$\sigma_p = \sqrt{pq}. \quad (8.20)$$

Коэффициент вариации альтернативного признака:

$$V_p = \sqrt{\frac{q}{p}}. \quad (8.21)$$

Правило сложения дисперсий (общая, внутригрупповая и межгрупповая дисперсии). Одно из направлений статистического анализа — оценка степени влияния какого-либо фактора на вариацию изучаемого признака. Такая оценка предполагает группировку исследуемой статистической совокупности по факторному признаку. По правилу сложения дисперсий общая дисперсия изучаемого результативного признака $\sigma_{\text{общ}}^2$ может быть разложена на две составляющие:

$$\sigma_{\text{общ}}^2 = \overline{\sigma_j^2} + \delta^2, \quad (8.22)$$

где $\overline{\sigma_j^2}$ — средняя из внутригрупповых дисперсий;
 δ^2 — межгрупповая дисперсия.

Средняя из внутригрупповых дисперсий $\overline{\sigma_j^2}$ определяется как средняя взвешенная из внутригрупповых дисперсий σ_j^2 результативного признака.

$$\overline{\sigma_j^2} = \frac{\sum \sigma_j^2 \cdot n_j}{\sum n_j} \quad (8.23)$$

где $n_j = \sum f_{ij}$ — число единиц совокупности в j -й группе,
 f_{ij} — число единиц совокупности в j -й группе, обладающих i -м значением признака,
 x_{ij} — i -е значение признака в j -й группе.

При этом внутригрупповая дисперсия результативного признака в j -й группе вычисляется по формуле

$$\sigma_j^2 = \frac{\sum (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \cdot f_{ij}}{\sum f_{ij}}$$

Межгрупповая дисперсия результативного признака δ^2 представляет собой дисперсию групповых средних:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_j - \bar{x}_{\text{общ}})^2 n_j}{\sum n_j} \quad (8.24)$$

где $\bar{x}_j = \frac{\sum x_{ij} f_{ij}}{\sum f_{ij}}$ — среднее значение результативного признака в j -ой группе;
 $\bar{x}_{\text{общ}}$ — среднее значение результативного признака по совокупности в целом.

Она может быть исчислена как средняя из внутригрупповых средних

$$\bar{x}_{\text{общ}} = \frac{\sum \bar{x}_j n_j}{\sum n_j} \quad (8.25)$$

Зная общую дисперсию $\sigma_{\text{общ}}^2$, межгрупповую σ^2 и среднюю из внутригрупповых дисперсий $\overline{\sigma_j^2}$, можно измерить влияние факторного признака, положенного в основу группировки, на результативный признак. Для этого предназначены эмпирический коэффициент де-

терминации η^2 и коэффициент эмпирического корреляционного отношения:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2}; \quad (8.26)$$

$$\eta = \sqrt{\eta^2} = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}. \quad (8.27)$$

Пример 2. Проведем оценку влияния размера торговых предприятий на вариацию цены товара «Б». Данные о цене указанного товара представим по двум группам предприятий торговли — крупным и средним.

Группа предприятий	Цена на товар «Б»								$\sum x_i$	$\sum x_i^2$
	x_i									
Крупные	50	58	61	61	62	64	66	68	490	30 266
Средние	68	69	72	72	74	75	75	75	1 941	158 813
	77	77	78	78	79	79	81	82		
	84	86	87	87	89	98	99	100		

Ниже представлен расчет ряда показателей.

- Средняя цена для каждой группы торговых предприятий:
— для крупных:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_{i1}}{n_1} = \frac{490}{8} = 61,25 \text{ (руб.)},$$

— для средних:

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_{i2}}{n_2} = \frac{1941}{24} = 80,88 \text{ (руб.)}.$$

- Общая средняя цена для всех торговых предприятий:

$$\bar{x}_{\text{общ}} = \frac{\sum \bar{x}_j n_j}{\sum n_j} = \frac{61,25 \cdot 8 + 80,88 \cdot 24}{32} = \frac{490 + 1941}{32} = 75,97 \text{ (руб.)}$$

$$\text{или } \bar{x} = \frac{\sum x_{ij}}{n} = \frac{490,0 + 1941,0}{32} = \frac{2431,0}{32} = 75,97 \text{ (руб.)}.$$

- Средние квадраты значений признака, необходимые для вычисления внутригрупповых дисперсий по формуле (8.8):

— для крупных предприятий:

$$\overline{x_1^2} = \frac{\sum x_{i1}^2}{n_1} = \frac{30\,266}{8} = 3778,25,$$

— для средних предприятий:

$$\overline{x_{22}^2} = \frac{\sum x_{i2}^2}{n_{21}} = \frac{158\,813}{24} = 6617,21.$$

4. Внутригрупповые дисперсии:

— для крупных предприятий:

$$\sigma_1^2 = \overline{x_1^2} - \bar{x}_1^2 = 3778,25 - 61,25^2 = 26,69,$$

— для средних предприятий:

$$\sigma_2^2 = \overline{x_2^2} - \bar{x}_2^2 = 6617,21 - 80,88^2 = 76,44.$$

5. Средняя из внутригрупповых дисперсий:

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\sum \sigma_j^2 n_j}{\sum n_j} = \frac{26,69 \cdot 8 + 76,44 \cdot 24}{32} = 64,0.$$

6. Межгрупповая дисперсия:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_j - \bar{x}_{\text{общ}})^2 n_j}{\sum n_j} = \frac{(61,25 - 75,97)^2 \cdot 8 + (80,88 - 75,97)^2 \cdot 24}{32} = 72,25.$$

7. Общая дисперсия (по правилу сложения дисперсий):

$$\sigma^2 = \overline{\sigma^2} + \delta^2 = 64,0 + 72,25 = 136,25.$$

Для оценки влияния изучаемого признака-фактора рассчитаем эмпирический коэффициент детерминации η^2 и эмпирическое корреляционное отношение η .

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2} = \frac{72,25}{136,25} = 0,53, \text{ или } 53 (\%),$$

$$\eta = \sqrt{\eta^2} = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{72,25}{136,25}} = \sqrt{0,53} = 0,728, \text{ или } 72,8 (\%).$$

Эмпирический коэффициент детерминации показывает, что удельный вес факторного признака в дисперсии цены товара «Б» весьма высок и составляет 53%, степень влияния этого фактора на дисперсию также значительна — 72,8%. То есть общий уровень цен и средние цены на данный товар во многом зависят от размера торгового предприятия.

Проверка данных на соответствие нормальному закону распределения. Для большинства методов статистики необходимо соответствие исходных данных нормальному закону распределения. Для этих целей используются различные критерии (критерий согласия Пирсона, критерий согласия Романовского, критерий согласия Колмогорова и др.), в основе которых лежит проверка данных на несущественность расхождений их эмпирических и теоретических частот. Если расхождение признается несущественным, то считается, что исходные данные не противоречат нормальному закону распределения.

Теоретические частоты нормального распределения вычисляются следующим образом:

1) по исходным (эмпирическим) данным находят среднее значение и среднеквадратическое отклонение;

2) для каждой варианты вычисляют величину t_i :

$$t_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}, \quad (8.28)$$

называемую нормированным отклонением от средней;

3) для каждого t_i находят значение функции $\varphi(t)$:

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}, \quad (8.29)$$

где $\pi = 3,1415$;

$e = 2,7182$;

можно воспользоваться табулированными значениями $\varphi(t)$ для нормированного нормального закона распределения (см. приложение 1);

4) определяют теоретические частоты по формуле

$$f_m = \varphi(t) \frac{Nd}{\sigma}, \quad (8.30)$$

где N — объем совокупности (сумма всех эмпирических частот);

d — длина интервала (если вариационный ряд построен с неравными интервалами, то d будет меняться при переходе от одного интервала к другому).

Пример 3. Рассчитаем теоретические частоты вариационного ряда по следующим данным

Таблица 8.1

Расчет теоретических частот для нормального распределения

Сумма затрат предприятий на производство, тыс. руб.	Количество предприятий f_i	Середина интервала x_i	$t_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$	$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$	$f_m = \varphi(t) \frac{Nd}{\sigma}$
А	1	2	3	4	5
30—40	2	35	-2,10	0,0440	2
40—50	4	45	-1,76	0,0848	3
50—60	6	55	-1,42	0,1456	5
60—70	8	65	-1,09	0,2203	8
70—80	11	75	-0,75	0,3011	11
80—90	14	85	-0,41	0,3668	13
90—100	15	95	-0,07	0,3980	14
100—110	13	105	0,26	0,3857	14
110—120	11	115	0,60	0,3332	12
120—130	8	125	0,94	0,2565	9
130—140	6	135	1,27	0,1781	6
140—150	5	145	1,61	0,1092	4
150—160	3	155	1,95	0,0596	2
160—170	2	165	2,29	0,0290	1
Итого	108	—	—	—	104

Среднее значение \bar{x} , определяемое по формуле средней арифметической взвешенной (7.3), получится равным 97,222.

Для вычисления среднего квадратического отклонения также используем взвешенную формулу (8.15). На ее основе получаем $\sigma = 29,637$. Проведем расчеты в графе 3 по формуле (8.28) и на основании полученных результатов с использованием таблицы приложения 1 запишем в графе 4 значения функции $\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$.

Так как интервалы вариационного ряда равны между собой, определяем величину $\frac{Nd}{\sigma} = \frac{108 \cdot 10}{29,6377} = 36,44$, которая для всех вариантов ряда будет одинаковой. В графе 5 рассчитаем теоретические частоты по формуле (8.30).

Как видим, исчисленные теоретические частоты достаточно близки к эмпирическим. Но близки ли они настолько, чтобы можно было считать наши данные распределенными по нормальному закону? Для ответа на этот вопрос применим критерий Колмогорова. Порядок вычислений представлен ниже.

1. Определим максимальное расхождение между накопленными эмпирическими и теоретическими частотами (D_{\max}). Так, для данных нашего примера эта величина будет равна 4.

Таблица 8.2

Применение критерия Колмогорова

Сумма затрат предприятий на производство, тыс. руб.	Количество предприятий (эмпирические частоты)	Теоретические частоты	Накопленные эмпирические частоты	Накопленные теоретические частоты	$D_i = F_i - F_m $
	f_i	f_m	F_i	F_m	
30—40	2	2	2	2	0
40—50	4	3	6	5	1
50—60	6	5	12	10	2
60—70	8	8	20	18	2
70—80	11	11	31	29	2
80—90	14	13	45	42	3
90—100	15	14	60	56	4
100—110	13	14	73	70	3
110—120	11	12	84	82	2
120—130	8	9	92	91	1
130—140	6	6	98	97	1
140—150	5	4	103	101	2
150—160	3	2	106	103	3
160—170	2	1	108	104	4
Итого	108	104	—	—	

2. Рассчитаем величину λ по формуле

$$\lambda = \frac{D_{\max}}{\sqrt{N}}, \quad (8.31)$$

где N — объем совокупности.

Для данных нашего примера получим: $\lambda = \frac{D_{\max}}{\sqrt{N}} = \frac{4}{\sqrt{108}} = 0,38$.

3. По таблице Приложения 2 находим вероятность $P(\lambda)$ того, что исследуемые данные имеют нормальный закон распределения. Вероятность изменяется от 0 до 1. Значение «0» говорит о полном несовпадении эмпирических и теоретических частот, значение «1» — о совпадении. Для данных нашего примера она равна 0,99. Таким образом, можем сделать вывод о том, что распределение исследуемых данных достаточно близко к нормальному закону.

8.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ВАРИАЦИИ СРЕДСТВАМИ EXCEL

Excel содержит большой набор функций для вычисления показателей вариации в случае, если исходные данные заданы в виде неупорядоченных выборочных значений. Таковы данные, взятые из примера 8.1 и представленные на рис. 8.1 в диапазоне $Xв$ [B4:I7]. В строках 10—22 рисунка приведены значения соответствующих показателей, а также функции или формулы, по которым они вычислены.

	В	С	Д	Е	Р	О	Н	І	Ј	К	Љ	М	
2	Данные о цене на некий товар												
3	$Xв$												
4	50	58	61	61	62	64	66	68					
5	68	69	72	72	74	75	75	75					
6	77	77	78	78	79	79	81	82					
7	84	86	87	87	89	98	99	100					
8	Показатели, вычисляемые с помощью стандартных функций												
9	Среднее арифметическое										$X_{ср}$	75,97	= СРЗНАЧ($Xв$)
10	Среднее линейное отклонение										$L_{ср}$	9,09	= СРОТКЛ($Xв$)
11	Дисперсия										D	136,22	= ДИСПР($Xв$)
12	Среднее квадратичное отклонение										σ	11,67	= СТАНДОТКЛОН($Xв$)
13	Первый квартиль										Q1	68	= КВАРТИЛЬ($Xв$,1)
14	Второй квартиль (медiana)										Me	76	= МЕДИАНА($Xв$)
15	Третий квартиль										Q3	82,5	= КВАРТИЛЬ($Xв$,3)
16	Мода										Mo	75	= МОДА($Xв$)
17	Показатели, вычисляемые по формулам												
18	Размах вариации										R	50	= МАКС($Xв$) - МИН($Xв$)
19	Коэффициент осцилляции										VR	65,82%	= R / $X_{ср}$
20	Относительное линейное отклонение										VL	11,97%	= $L_{ср} / X_{ср}$
21	Коэффициент вариации										V σ	15,36%	= $\sigma / X_{ср}$
22	Квартильный показатель вариации										VQ	19,08%	= (Q3 - Q1) / Me

Рис. 8.1. Средства вычисления показателей вариации для выборки

Отметим также, что в Excel есть функция = ПЕРСЕНТИЛЬ($Xв$;к), где $Xв$ — массив с выборочными значениями показателя, а к — процент-

ное значение, для которого требуется найти структурный показатель. Так, при $k = 25\%$ будет найден первый квартиль Q_1 , при $k = 50\%$ — медиана, при $k = 30\%$ — третий дециль, а при $k = 65\%$ — 65%-й перцентиль.

Для исчисления показателей вариации вариационного ряда специальные функции в Excel отсутствуют, однако большинство показателей легко вычисляется с помощью функции СУМПРОИЗВ, как это показано на рис. 8.2.

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І	Ј
2	Интервальные значения цены		50-60	60-70	70-80	80-90	90-100		
3	Границы интервалов	G	50	60	70	80	90	100	
4	Средняя интервальная цена	x	55	65	75	85	95	n	
5	Частота	f	2	8	12	7	3	32	
6	Частость	w	0,06	0,25	0,38	0,2188	0,094		
7	Кумулята частоты	Sf	2	10	22	29	32		
8	Кумулята частости	Sw	0,06	0,31	0,69	0,9063	1		
9	Показатели вариации, исчисленные по вариационному ряду								
10	Среднее арифметическое			Xcp	75,31	=СУММПРОИЗВ(x;f)/n			
11	Среднее линейное отклонение			Lcp	7,93	=СУММПРОИЗВ(ABS(x-Xcp);f)/n			
12	Дисперсия			D	109,28	=СУММПРОИЗВ((x-Xcp)^2;f)/n			
13			109,28		=СУММПРОИЗВ(x^2;f)/n-Xcp^2				
14	Среднее квадратичное отклонение			σ	10,45	=(СУММПРОИЗВ((x-Xcp)^2;f)/n)^0,5			
15	Размах вариации			R	50,00	=МАКС(G)МИН(G)			
16	Коэффициент осцилляции			VR	66,39%	=R/Xcp			
17	Относительное линейное отклонение			VL	10,53%	=Lcp/Xcp			

Рис. 8.2. Вычисление показателей вариации для вариационного ряда

В таблице на рисунке созданы имена G[D3:I3], x[D4:I4], f[D5:I5], w[D6:I6], n[I5]. Кроме того, каждой ячейке диапазона G10:G17 назначено имя, указанное в ячейке, расположенной слева от нее. Так созданы имена Xcp[G10], Lcp[G11] и т.д.

При работе с интервальным вариационным рядом в Excel полезно задавать границы интервалов, как это сделано в диапазоне G[D3:I3]. В этом случае исходными значениями для интервального ряда будут только границы G и частоты f. Значения же x, w, Sf, Sw вычисляются по формулам, указанным в выносках на рисунке. Приведенные на рисунке формулы вводятся в ячейки, окаймленные двойной линией, и затем копируются в ячейки, обведенные пунктиром.

Различия между значениями показателей, исчисленных по выборке и вариационному ряду на рис. 8.1, 8.2, объясняются тем, что при построении вариационного ряда информация огрубляется, поскольку все значения каждого интервала заменяются их средним в интервале значением.

Дисперсионный анализ — метод, позволяющий установить, влияет ли анализируемый фактор на величину исследуемого показателя. Этот метод базируется на вычислении групповых дисперсий σ_i^2 , межгрупповой дисперсии δ^2 и эмпирического корреляционного отношения η . Продемонстрируем способ вычисления указанных показателей на данных примера 2.

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	И	Ј	К	Л	М	Н
2	Группы предприятий	Цены на товар X										Имя	Диапазон, который обозначает имя
3	Крупные	Xк	50	58	61	61	62	64	66	68		Xк	D3:K3
4			68	69	72	72	74	75	75	75		Xс	D4:K6
5	Средние	Xс	77	77	78	78	79	79	81	82		X	D3:K6
6			84	86	87	87	89	98	99	100			
7	Дисперсионный анализ											Формулы	
8	Количество крупных предприятий										пк	8	=СЧЁТ(Xк)
9	Количество средних предприятий										пс	24	=СЧЁТ(Xс)
10	Количество предприятий всего										п	32	=СЧЁТ(X)
11	Средняя цена в крупных предприятиях										Xсрк	61,25	=СРЗНАЧ(Xк)
12	Средняя цена в средних предприятиях										Xсрс	80,88	=СРЗНАЧ(Xс)
13	Средняя цена по всем предприятиям										Xср	75,97	=СРЗНАЧ(X)
14	Дисперсия цены в крупных предприятиях										σ^2_k	26,69	=ДИСПР(Xк)
15	Дисперсия цены в средних предприятиях										σ^2_c	76,44	=ДИСПР(Xс)
	Средняя из дисперсий предприятий										$\sigma^2_{ср}$	64,00	=СУММПРОИЗВ (пк:пс; σ^2_k : σ^2_c)/п
17	Дисперсия цены по всем предприятиям										σ^2	136,22	=ДИСПР(Xс)
18	Межгрупповая дисперсия										δ^2	72,21	=СУММПРОИЗВ ((Xсрк:Xсрс-Xср)^2; пк:пс)/п
19	Проверка правила разложения общей дисперсии											136,22	= $\delta^2 + \sigma^2_{ср}$
20	Эмпирический коэффициент детерминации										η^2	53,01%	= δ^2 / σ^2
21	Эмпирическое корреляционное отношение										η	72,81%	= $\eta^2 \wedge 0,5$

Рис 8.3. Дисперсионный анализ

Проверка на нормальность распределения. Необходимые для этого вычисления, приведенные выше в двух таблицах, при расчетах в Excel можно выполнить в одной таблице, представленной на рис. 8.4.

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І	Ј	К
2	Затраты	x	f	ft	Sf	Sft		Ячейка		Формулы в столбцах Е:Г
3	30-40	35	2	2	2	2				Вычисление ft
4	40-50	45	4	3	6	5		Е3		=ОКРУГЛ(НОРМРАСП(x;Xср;σ;0)*N*h;0)
5	50-60	55	6	5	12	10				Вычисление накопленных частот Sf
6	60-70	65	8	8	20	18		F2		=f
7	70-80	75	11	11	31	29		F3		=F3+f
8	80-90	85	14	13	45	42				Вычисление накопленных теоретических частот Sft
9	90-100	95	15	14	60	56		G2		=ft
10	100-110	105	13	14	73	70		G3		=G3+ft
11	110-120	115	11	12	84	82				Сводные показатели
12	120-130	125	8	9	92	91		h	10	шаг интервального ряда
13	130-140	135	6	6	98	97		N	108	=СУММ(f)
14	140-150	145	5	4	103	101		Xср	97,222	=СУММПРОИЗВ(x;f)/N
15	150-160	155	3	2	106	103		σ	29,638	=(СУММПРОИЗВ((x-Xср)^2;f)/N)^0,5
16	160-170	165	2	1	108	104		Dmax	4	{=МАХ(ABS(Sf-Sft))}
17	Итого	-	108	104				λ	0,385	=Dmax/N^0,5

Рис. 8.4. Проверка гипотезы о распределении значений показателя x по нормальному закону

В таблице задействованы имена x [C3:C16], f [D3:D16], ft [E3:E16], Sf [F3:F16], Sft [G3:G16]. Кроме того, ячейкам диапазона J12:J17 присвоены имена, указанные слева от них. В ft рассчитаны теоретические частоты, а в Sf и Sft — накопленные соответственно эмпирические и теоретические частоты. Ячейки таблицы, в которые введены формулы вычисления f , ft , Sf , Sft , обведены двойным контуром, а сами формулы приведены в правой части таблицы. Ячейки, в которые эти формулы были скопированы, обведены пунктиром.

Обратите внимание на то, что вычисление D_{max} выполнено с помощью формулы массива.

На рисунке 8.5 приводятся эмпирический и теоретический графики распределения частот. Близость графиков позволяет считать, что величины затрат распределены по нормальному закону (это подтверждается и критерием Колмогорова).

Эмпирическое f и теоретическое f_t
распределения

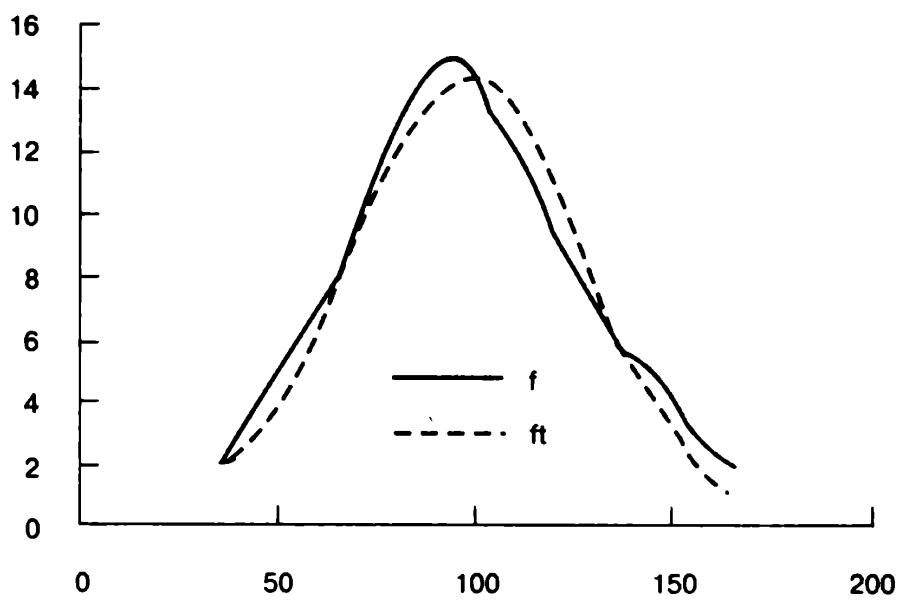


Рис. 8.5. Графики эмпирического и теоретического распределений

8.3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 8.1. Что такое вариация признака и чем объясняется необходимость ее изучения?
- 8.2. Расскажите об абсолютных показателях вариации.
- 8.3. Укажите способы расчета дисперсии и приведите соответствующие формулы.
- 8.4. В чем состоит недостаток показателя размаха вариации R по сравнению с другими показателями вариации?
- 8.5. Чем различаются общая и межгрупповая дисперсии? Как они связаны между собой?
- 8.6. Как определяется дисперсия альтернативного признака?
- 8.7. Что характеризуют эмпирический коэффициент детерминации η^2 и эмпирическое корреляционное отношение η ?
- 8.8. Какие показатели вариации используются для оценки степени однородности совокупности?
- 8.9. Проанализируйте, как изменится дисперсия, если все значения признака будут увеличены или уменьшены в n раз.
- 8.10. Расскажите об относительных показателях вариации.
- 8.11. Как проверить данные на их соответствие нормальному закону распределения?
- 8.12. Определите предельные значения дисперсии альтернативного признака.
- 8.13. Результаты выполнения сменной нормы выработки членами бригады следующие (в %): 121, 126, 123, 118, 120, 124, 127, 125, 140, 128, 110, 115, 118, 120, 150, 130, 132, 116, 127, 130.
Используя приведенные данные, вычислите размах вариации, среднее линейное отклонение, среднее квадратическое отклонение.
- 8.14. На основании выписки из ведомости, по которой выплачена заработная плата рабочим цеха готового платья в июне, рассчитайте: размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

Выписка из платежной ведомости

ФИО	Зарботная плата, тыс. руб.	ФИО	Зарботная плата, тыс. руб.
Абрамов Ю.П.	20	Дронова Т.И.	23
Ананьева Л.И.	13	Дьяков В.А.	30
Бирюков В.И.	14	Евдокимов Е.И.	17
Боброва Т.С.	25	Кадырзанова Р.С.	35
Бровкин Н.А.	23	Мартынюк Г.И.	19
Викулов В.И.	20	Мошкина А.А.	14
Ворошилов Н.А.	28	Нефедов В.К.	20
Гиршин У.К.	13	Прохина В.П.	14
Гудков И.Г.	22	Внукова О.В.	10

8.15. Персонал по стажу работы распределяется следующим образом.

Стаж работы, лет	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Число рабочих	40	25	20	20	25	30	35	40	45	50	55	50	45	40	35	35

Вычислите размах вариации, среднее линейной отклонение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

8.16. Результаты группировки студентов по затратам на обед приведены в следующей таблице.

Затраты на обед, руб.	Число студентов
96—110	1
110—124	2
124—138	50
138—152	100
152—166	39
166—180	4
180—194	3
194—208	1

Определите среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

8.17. Для определения нормы затрат времени на выполнение одной банковской операции было проведено обследование, результаты которого представлены ниже.

Время, затрачиваемое на одну банковскую операцию, мин.	Число операций
До 22	6
22—24	13
24—26	22
26—28	36
28—30	10
30—32	7
32 и выше	6

Вычислите абсолютные и относительные показатели вариации.

8.18. При анализе доходности акций получено следующее распределение.

Процент дивиденда	Число акций
9—11	2
11—13	3
13—15	10
15—17	20
17—19	26
19—21	11
21—23	5
23—25	2

Вычислите относительные показатели вариации.

8.19. Распределение рабочих сборочного цеха по норме выработки продукции за смену следующее.

Процент выполнения норм выработки	Число рабочих
85—90	2
90—95	6
95—100	8
100—105	18
105—110	5
110—115	4
115—120	3
120—125	2
125—130	2

Определите дисперсию способом моментов.

8.20. Получены следующие данные об урожайности нового сорта пшеницы:

Урожайность, ц/га	Посевная площадь, га
12—14	15
14—16	20
16—18	50
18—20	10
20—22	5

Вычислите средний квадрат отклонений значений признака от средней величины способом моментов, коэффициент вариации.

- 8.21.** В результате группировки домохозяйств Одинцовского района Московской области по среднедушевым затратам на продукты питания получены следующие данные.

Затраты на продукты питания, тыс. руб. в месяц	Число домохозяйств
12	10
14	15
16	45
18	50
20	30

Вычислите абсолютные и относительные показатели вариации.

- 8.22.** Исчислите дисперсию, если известно, что средняя величина признака составляет 150 руб., а коэффициент вариации — 15%.
- 8.23.** Средний квадрат индивидуальных значений признака — 625, а его дисперсия — 400. Определите величину средней.
- 8.24.** Определите среднюю величину, если известно, что коэффициент вариации составляет 30%, а дисперсия признака — 800.
- 8.25.** Среднее квадратичное отклонение равно 25, а средняя величина в совокупности — 15. Определите средний квадрат индивидуальных значений этого признака.
- 8.26.** Известны следующие данные.

Организация	Заработная плата служащих, тыс. руб.	Число служащих
Банк «Патриот»	До 9	3
	9—13	4
	13—17	6
	17—21	10
	21—25	15
	25—29	22
	29—33	30
	33—37	25
	37—41	12
	41—45	10
	45—49	9
	49—53	8
53 и более	7	
Страховая компания «Защитник»	8—15	30
	15—22	50
	22—29	45
	29—36	20
	36—43	3
43 и более	2	

По каждой организации определите абсолютные и относительные показатели вариации. Сравните результаты и сделайте выводы.

8.27. Имеем следующие данные по трем группам торговых организаций.

Группа торговых организаций	Издержки обращения на 100 руб. товарооборота	Число торговых организаций
Мелкие	Свыше 20	2
	20—19	5
	19—18	15
	18—17	14
	17—16	20
	16—15	15
Средние	15—14	21
	14—13	23
	13—12	50
	12—11	40
	11—10	30
	10—9	50
Крупные	9—8	28
	8—7	30
	7—6	19
	6—5	13
	5—4	9
	4—3	2
	3 и менее	1

Определите среднюю из внутригрупповых, межгрупповую и общую дисперсии. Рассчитайте коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение. Проанализируйте результаты расчетов.

8.28. В результате обследования работы банков получено следующее распределение по доходности активов.

Группа банков	Доходность, %	Число банков
С низким уровнем информационных технологий (IT)	10—15	10
	15—20	15
	20—25	20
С высоким уровнем информационных технологий (IT)	25—30	40
	30—35	10
	35—40	5

Рассчитайте дисперсии:

- внутригрупповые;
- среднюю из внутригрупповых;
- межгрупповую;
- общую, используя правило сложения дисперсий.

Определите эмпирическое корреляционное отношение. Сделайте выводы.

8.29. По данным статистических органов за год в регионе обанкротилось 2% малых предприятий. Вычислите дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

- 8.30.** В результате экзамена по статистике 96% студентов получили положительные оценки. Вычислите дисперсию и среднее квадратическое отклонение.
- 8.31.** На складе готового платья при разбраковке полученной партии товара обнаружено десять бракованных изделий. Определите дисперсию и среднее квадратическое отклонение, если в полученной партии было 200 изделий.
- 8.32.** Эмпирическое распределение организаций региона по уровню рентабельности производства следующее.

Уровень рентабельности, %	Число организаций
До 4	76
4—6	85
6—8	140
8—10	195
10—12	220
12—14	214
14—16	185
16—18	99
18—20	63
20 и более	15
Итого	1300

Определите:

- среднее значение признака;
 - среднее квадратическое отклонение;
 - теоретические частоты нормального закона распределения;
 - накопленные эмпирические и теоретические частоты;
 - величину максимального расхождения между накопленными эмпирическими и теоретическими частотами;
 - величину критерия Колмогорова (λ);
 - вероятность того, что показатель имеет нормальное распределение.
- 8.33.** Известны следующие данные о размере месячной прибыли малых предприятий региона.

Группа малых предприятий по размеру месячной прибыли, тыс. руб.	Количество предприятий
До 50	60
50—70	78
70—90	65
90—110	102
110—130	125
130—150	137
150—170	95
170—190	100
190 и выше	84
Итого	846

Определите:

- а) среднее значение признака;
- б) среднее квадратическое отклонение;
- в) теоретические частоты нормального закона распределения;
- г) накопленные эмпирические и теоретические частоты;
- д) величину максимального расхождения между накопленными эмпирическими и теоретическими частотами;
- е) величину критерия Колмогорова (λ);
- ж) вероятность того, что показатель имеет нормальное распределение.

8.34. Используя критерий Колмогорова, определите близость к нормальному распределению эмпирического распределения коммерческих банков региона по проценту высоколиквидных активов в сумме текущих активов.

Уровень высоколиквидных активов на начало года, %	Количество банков
До 10	5
10—15	7
15—20	12
20—25	15
25—30	18
30—35	9
35—40	8
40 и выше	6
Итого	80

8.35. Можно ли считать, что показатель себестоимости продукции имеет нормальный закон распределения при наличии следующих данных по предприятиям, выпускающим однотипную продукцию.

Себестоимость единицы продукции, руб.	Количество предприятий
100—102	10
102—104	21
104—106	43
106—108	65
108—110	84
110—112	66
112—114	45
114—116	19
116—118	12
Итого	365

8.36. Проверьте близость эмпирического и нормального распределений показателя среднемесячной заработной платы по следующим данным.

Группа работников по размеру месячной заработной платы, тыс. руб.	Количество человек
До 5	118
5—8	184
8—11	411
11—14	530
14—17	405
17—20	142
20 и более	120
Итого	1 910

ТЕМА 9. ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

9.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

В случае невозможности или нецелесообразности сплошного наблюдения статистические закономерности социально-экономических явлений могут быть с достаточной достоверностью выявлены в результате обследования лишь части их единиц, т.е. путем проведения несплошного наблюдения, в частности выборочным методом.

Выборочный метод наблюдения (выборка) — такая форма несплошного наблюдения, при которой отбор единиц для обследования осуществляется случайным образом. Это означает, что для всех единиц генеральной совокупности обеспечивается равная возможность оказаться в числе выборочной совокупности.

Теоретическая основа выборочного метода — теория вероятностей и закон больших чисел. Ей посвящены работы П.Л. Чебышева, А.М. Ляпунова, Я. Бернулли, П. Лапласа, А.А. Маркова, в которых доказывается, что при случайном отборе единиц совокупности среднее значение изучаемого признака (доли) в этой совокупности стремится к характеристикам генеральной совокупности, т.е. по величине среднего значения признака (доли) в выборочной совокупности можно судить о среднем значении данного признака (доли) в генеральной совокупности. Поскольку значения генеральной и выборочной средней (доли) различаются на величину ошибки выборки, то задача метода состоит в изучении и измерении случайных ошибок репрезентативности.

Существует несколько способов случайного отбора, различающихся схемой отбора единиц из генеральной совокупности и видом указанного метода. В каждом конкретном случае выбор того или иного способа зависит от сущности изучаемого явления, объема совокупности, вариации ее признаков, финансовых возможностей исследователей и т.д.

Возможны две схемы отбора: повторный и бесповторный отбор. По способу организации возможны следующие виды выборочного метода: собственно-случайный, механический, типический, серийный

и комбинированный. Каждый из указанных видов может осуществляться с применением различных схем отбора.

Важнейшие параметры генеральной и выборочной совокупности:

- ◆ генеральная совокупность (N) — совокупность единиц социально-экономического явления, обладающих изучаемым признаком;
- ◆ генеральная средняя — среднее значение признака в генеральной совокупности (\bar{x}), а в случае наблюдения альтернативных признаков — генеральная доля (p);
- ◆ генеральная дисперсия — $\sigma_{\text{ген}}^2$;
- ◆ выборочная совокупность (n) — число отобранных для наблюдения единиц генеральной совокупности; по числу наблюдений различают большие и малые выборки;
- ◆ выборочная средняя — среднее значение признака в выборочной совокупности (\tilde{x}), а в случае наблюдения альтернативных признаков — выборочная доля (ω);
- ◆ выборочная дисперсия — $\sigma_{\text{выб}}^2$.

Ошибка выборки — абсолютная величина разности между величиной параметра в выборочной и генеральной совокупности:

$$\begin{aligned} & \text{— для средней: } |\tilde{x} - \bar{x}|, \\ & \text{— для доли: } |\omega - p|. \end{aligned} \tag{9.1}$$

В теории выборочного метода доказывается, что при достаточно большом объеме выборки (n) и ограниченной дисперсии генеральной совокупности ($\sigma_{\text{ген}}^2$) вероятность (P) того, что разность между выборочной средней (\tilde{x}) и генеральной средней (\bar{x}) будет находиться в пределах: $\pm\Delta = F(t)$

$$P\{|\tilde{x} - \bar{x}| < \Delta\} = F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \tag{9.2}$$

где Δ — предельная ошибка выборки:

$$\Delta = t\mu, \tag{9.3}$$

μ — средняя (стандартная) ошибка выборки;

t — коэффициент доверия, стандартизированное и нормированное отклонение;

$F(t)$ — интеграл вероятностей.

Если Δ представляет собой предел, величину которого не превосходит абсолютная величина ошибки выборки, то величина генеральной средней с вероятностью, равной $F(t)$, находится внутри интервала:

$$\begin{aligned} & \text{— для средней: } \bar{x} - \Delta \leq \bar{x} \leq \bar{x} + \Delta, \\ & \text{— для доли: } \omega - \Delta \leq p \leq \omega + \Delta. \end{aligned} \quad (9.4)$$

При практическом использовании данной теоремы генеральную дисперсию, которая неизвестна, заменяют выборочной дисперсией. Величина t связана с вероятностью P . Значения функции $F(t)$ табулированы (см. Приложение 3).

Значения вероятности, наиболее часто используемые в экономических исследованиях:

t	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
$F(t)$	0,683	0,866	0,954	0,988	0,997	0,999

Средняя (стандартная) ошибка выборки (μ) представляет собой среднеквадратическое отклонение возможных значений генеральной средней (доли) от выборочной средней (доли) и зависит от численности выборки, вариации признака в генеральной совокупности (генеральной дисперсии) и способа отбора. Наиболее часто используемые формулы расчета μ для большой выборки представлены в табл. 9.1.

Таблица 9.1

Формулы расчета μ

Способ отбора	Для средней	Для доли
Собственно случайный повторный	$\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}}$
Случайный и механический бесповторный	$\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$	$\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Типический бесповторный	$\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$	$\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Серийный бесповторный равновеликими сериями	$\sqrt{\frac{\delta_x^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)}$	$\sqrt{\frac{\delta_p^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)}$

Приведенные формулы содержат следующие обозначения: σ^2 — дисперсия средней в выборочной совокупности; ω — доля признака в выборочной совокупности; n — число единиц в выборочной совокупности; N — число единиц в генеральной совокупности; $\bar{\sigma}^2$ — средняя из выборочных дисперсий типических групп; $\overline{\omega(1-\omega)}$ — средняя из выборочных дисперсий типических групп для доли; R — число серий в генеральной совокупности; r — число серий в выборочной совокупности; δ_x^2 — межсерийная (межгрупповая) дисперсия средних; δ_p^2 — межсерийная (межгрупповая) дисперсия доли.

Если численность выборочной совокупности меньше 30 единиц, то такая выборка называется малой. Средняя (стандартная) ошибка для нее определяется по формуле

$$\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}. \quad (9.5)$$

Расхождение между выборочной средней и генеральной средней имеет особый закон распределения (распределение Стьюдента), согласно которому вероятность ошибки выборки зависит как от величины t , так и от объема выборки n . Уровни вероятности в малых выборках в зависимости от величины выборки и коэффициента доверия, наиболее часто используемые в экономике:

t	N		
	5	15	30
1,0	0,626	0,666	0,683
2,0	0,884	0,936	0,954
3,0	0,960	0,992	0,997

В теории выборочного метода рассматриваются во взаимосвязи три характеристики: предельная ошибка выборки, вероятность возникновения этой ошибки и численность выборки. Зная две из вышеназванных величин, всегда можно определить третью. Это позволяет решать задачу выборочного метода в трех вариантах или говорить о существовании трех задач выборочного метода, позволяющих осуществлять корректировку и контроль точности результатов наблюдения.

Задачи выборочного метода

1. Определение предельной ошибки выборки (или границ, в которых находится генеральная средняя (доля), на основе данных о численности и вероятности ошибки выборки.

2. Определение объема (численности) выборки, при котором пределы возможной ошибки не превысят некоторой наперед заданной величины с заданной вероятностью.

3. Определение вероятности того, что при наблюдении заданного числа единиц выборочной совокупности ошибка будет иметь заданный предел.

Алгоритмы решения задач выборочного метода

1. Определение величины предельной ошибки выборки.

Дано:

- способ отбора;
- численность выборки (n);
- вероятность ошибки выборки (P);
- результаты выборочного наблюдения (распределение выборочной совокупности по изучаемому признаку).

Определить: предельную ошибку выборки для средней величины.

Решение:

1) по результатам выборочного наблюдения производится расчет среднего значения (доли) признака в выборочной совокупности — $\bar{x}(\omega)$;

2) определяется дисперсия признака в выборочной совокупности. Расчет удобнее производить по формулам:

— для средней: $\sigma^2 = \bar{x}^2 - \bar{x}^2$,

— для доли: $\sigma^2 = \omega(1 - \omega)$;

3) в соответствии с использованным способом отбора по формулам табл. 9.1 исчисляется величина средней ошибки выборки μ ;

4) по таблице значений интеграла вероятностей нормального закона распределения (приложение 3) в соответствии с заданной величиной вероятности ошибки выборки определяется величина коэффициента доверия t ;

5) по формуле (9.3) исчисляется величина предельной ошибки выборки — Δ_x (или Δ_ω);

б) по формулам (9.4) для средней (или для доли) исчисляются границы, в которых находится величина генеральной средней (или генеральной доли).

Пример 1. На предприятиях города работает 15 000 рабочих определенной профессии. Необходимо провести обследование их месячной заработной платы и определить среднюю ее величину у одного рабочего данной профессии. Провести обследование всех рабочих не представляется возможным. По схеме случайного бесповторного отбора были получены данные о размере заработной платы 150 человек (табл. 9.2). Необходимо при заданном уровне доверия (вероятности) определить границы, в которых находится средний уровень заработной платы в генеральной совокупности.

По условию задачи известно, что отбор — случайный бесповторный; $N = 15\,000$; $n = 150$. Рассмотрим два варианта допустимой вероятности ошибки выборочного наблюдения — 0,683 и 0,997.

Таблица 9.2

Результаты выборочного наблюдения уровня заработной платы

Результат наблюдения		Расчет показателей			
уровень заработной платы, тыс. руб.	численность работников	средний уровень заработной платы в группе	$\bar{x}f$	\bar{x}^2	\bar{x}^2f
	f	\bar{x}			
До 9,0	8	8,5	68,0	72,25	578,00
9,0—10,0	22	9,5	209,0	90,25	1 985,50
10,0—10,5	65	10,25	666,25	105,06	6 829,06
10,5—11,0	40	10,75	430,0	115,56	4 622,50
Свыше 11,0	15	11,25	168,75	126,56	1 898,44
Итого	150		1 542,0		15 913,50

Для нахождения границ доверительного интервала необходимо определить предельную ошибку величины среднего уровня заработной платы в выборочной совокупности.

Решение:

1) на основе выборочных данных определяем среднюю заработную плату обследованной совокупности рабочих (тыс. руб.):

$$\bar{x} = \frac{\sum \tilde{x}f}{\sum f} = \frac{1542}{150} = 10,28;$$

2) определяем дисперсию признака в выборочной совокупности:

$$\sigma^2 = \frac{\sum \tilde{x}^2 f}{\sum f} - \bar{x}^2 = \frac{15913,5}{150} - 105,678 = 0,41;$$

3) в соответствии с формулами табл. 9.1 определяем величину средней ошибки m (тыс. руб.):

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0,41}{150} \left(1 - \frac{150}{15000}\right)} = 0,052;$$

4) коэффициент доверия находим по таблице приложения 3, исходя из величины вероятности:

— в случае если $P = 0,683$, $t = 1$,

— в случае если $P = 0,997$, $t = 3$;

5) определяем величину предельной ошибки (тыс. руб.):

— в случае если $t = 1$, $\Delta = t\mu = 1 \cdot 0,052 = 0,052$

(т.е. с вероятностью 0,683 величина генеральной средней не более чем на ± 52 руб. будет отклоняться от выборочной средней),

— в случае если $t = 3$, $\Delta = t\mu = 3 \cdot 0,052 = 0,156$;

(т.е. с вероятностью 0,997 величина генеральной средней не более чем на ± 156 руб. будет отклоняться от выборочной средней);

б) доверительные границы для среднего уровня заработной платы в генеральной совокупности составляют (тыс. руб.)

— с вероятностью 0,683: $10,28 - 0,052 \leq \bar{x} \leq 10,28 + 0,052$,

или $10,23 \leq \bar{x} \leq 10,33$

(в 683 случаях из 1000 средний уровень заработной платы рабочих будет не ниже 10,23 тыс. руб. и не выше 10,33 тыс. руб.),

— с вероятностью 0,997: $10,28 - 0,156 \leq \bar{x} \leq 10,28 + 0,156$,

или $10,12 \leq \bar{x} \leq 10,44$

(в 997 случаях из 1000 средний уровень заработной платы рабочих будет не ниже 10,12 тыс. руб. и не выше 10,44 тыс. руб.).

Таким образом, при заданной численности выборки повышение точности оценки генеральной средней (уменьшение границ доверительного интервала) приводит к уменьшению вероятности получения неточного результата, и наоборот, увеличение границ доверительного интервала, в котором находится генеральная средняя, — к повышению вероятности получения менее точного результата.

Пример 2. В отобранной методом случайной повторной выборки партии товаров 97% соответствовали требованиям ГОСТа. С вероятностью 0,997 необходимо определить границы, в которых заключена доля стандартной продукции, если контролю было подвергнуто 200 единиц товара.

Решение:

(при определении границ доверительного интервала для доли необходимо учесть, что метод отбора — случайный, повторный; численность выборки $n = 200$; выборочная доля $\omega = 0,97$, или 97%; заданная вероятность — 0,997)

1) средняя ошибка выборочной доли равна:

$$\mu = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}} = \frac{0,97(1-0,97)}{200} = 0,0121, \text{ или } 1,21(\%);$$

2) при заданной вероятности 0,997 коэффициент доверия $t = 3$;

3) предельная ошибка выборки составляет:

$$\Delta = t\mu = 3,63(\%);$$

4) нижняя граница доли стандартной продукции в генеральной совокупности:

$$97 - 3,63 = 93,37(\%).$$

Верхняя граница доли стандартной продукции в генеральной совокупности:

$$97 + 3,63 = 100,63 \approx 100(\%).$$

Если судить по результатам выборки, то не менее 93,4% всей партии товаров соответствует стандарту.

Пример 3. В таблице 9.3 отражены данные о вкладах в филиалах Сбербанка России по результатам 5%-ного выборочного обследования. Типическая выборка осуществлялась по видам вкладов случай-

ным бесповторным методом пропорционально численности типических групп. Определить с вероятностью 0,683 границы, в которых находится средний размер вклада в генеральной совокупности.

Таблица 9.3

Результаты выборочного наблюдения размера вкладов

Вид вклада	Число вкладов	Средний размер вклада руб.	Численность выборки	Выборочная дисперсия	x_n	$\sigma^2 n$
	N	x	n	σ^2		
До востребования	11 200	1 360	560	7 225	761 600	4 046 000
Срочные	6 300	2 250	315	52 900	708 750	16 663 500
Итого	17 500	—	875	—	1 470 350	20 709 500

Решение:

- 1) средний размер вклада в выборочной совокупности:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{1\,470\,350}{875} = 1680,4 \text{ (руб.)};$$

- 2) средняя из внутригрупповых дисперсий:

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i} = 23\,668;$$

- 3) средняя ошибка выборочной средней при типической выборке:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{23\,668}{875} (1 - 0,05)} = 5,08 \text{ (руб.)};$$

- 4) предельная ошибка выборки с вероятностью 0,683 ($t = 1$):

$$\Delta = t\mu = 1 \cdot 5,08 \text{ (руб.)};$$

- 5) доверительные границы для среднего размера вклада в генеральной совокупности:

$$\bar{x} = 1680,4 \pm 5,08.$$

2. Определение численности выборки.

Дано:

- способ отбора;
- границы изменения генеральной средней (доли) — величина предельной ошибки выборки (Δ);
- вероятность ошибки выборки (P);
- дисперсия признака в генеральной (выборочной) совокупности.

Определить: необходимую численность выборки.

Необходимая численность выборки при заданной величине допустимой ошибки выборки и ее вероятности определяется на основании формулы (9.3) и формул определения μ (см. табл. 9.1). Например, для собственно случайного повторного отбора имеем: $\Delta = t\mu$, или

$$\Delta = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}, \text{ откуда } n = \frac{t^2\sigma^2}{\Delta^2}.$$

Для иных способов формирования выборочной совокупности формулы расчета численности выборки (доли) представлены в табл. 9.4.

Таблица 9.4

Формулы расчета численности выборки (n) при собственно случайном способе отбора

Схема отбора	Для средней	Для доли	Если выборочная доля неизвестна, то $\omega(1-\omega)$ принимается равным 0,25
Повторный	$\frac{t^2\sigma^2}{\Delta^2}$	$\frac{t^2\omega(1-\omega)}{\Delta^2}$	
Бесповторный	$\frac{t^2\sigma^2 N}{N\Delta^2 + t^2\sigma^2}$	$\frac{t^2 N\omega(1-\omega)}{N\Delta^2 + t^2\omega(1-\omega)}$	

Решение:

1) по таблице закона нормального распределения определяем коэффициент доверия t , соответствующий заданной вероятности;

2) по формулам табл. 9.4 определяем численность выборочной совокупности, обеспечивающую получение заданной точности определения генеральной средней (доли) с заданной вероятностью.

Пример 4. Необходимо провести обследование уровня заработной платы 15 000 рабочих, занятых на территории области, выборочным методом. Отбор производится случайным бесповторным способом. Величина ошибки среднего уровня заработной платы в генеральной совокупности не должна превышать 100 руб. с вероятностью 0,954. Определить

необходимую численность выборки, если по результатам предшествующих аналогичных расчетов выборочная дисперсия была равна 0,41.

Решение:

По условию задачи отбор должен осуществляться случайным бесповторным способом; численность генеральной совокупности N — 15 000 человек; предельная ошибка (Δ) — 0,100 тыс. руб.; вероятность, гарантирующая заданный результат P , — 0,954:

1) по таблице приложения 3 определяем коэффициент доверия, соответствующий заданной вероятности, (0,954): $t = 2$;

2) по формуле $\Delta = t\mu$ определяем величину средней ошибки: $0,1 = 2\mu$, откуда $\mu = 0,1 : 2 = 0,05$ (тыс. руб.);

3) определяем величину дисперсии: $\sigma^2 = 0,41$;

4) численность выборки при заданных условиях должна составить не менее 164 человек:

$$n = \sqrt{\frac{\sigma^2 N}{N\mu^2 + \sigma^2}} = \sqrt{\frac{0,41 \cdot 15\,000}{15\,000 \cdot 0,0025 + 0,41}} = 164 \text{ (человека).}$$

Таким образом, средняя величина заработной платы, рассчитанная по результатам обследования 164 рабочих, будет отклоняться от средней величины заработной платы в генеральной совокупности не больше чем на 100 руб.

Пример 5. Городское управление государственной статистики планирует провести обследование рентабельности работы предприятий питания методом случайного бесповторного отбора. Какой должна быть численность выборочной совокупности, если на момент обследования в республике насчитывается 1230 предприятий питания, а предельная ошибка выборки не должна превышать 1% с вероятностью 0,954 при среднем квадратическом отклонении в 2,5%?

$$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{N\Delta^2 + t^2 \sigma^2} = \frac{4 \cdot 6,25 \cdot 1230}{1230 \cdot 1 + 4 \cdot 6,25} = 24,5.$$

Следовательно, для решения поставленной задачи необходимо обследовать не менее 25 предприятий.

3. Определение вероятности ошибки выборки.

Дано:

- способ отбора;
- величина предельной ошибки выборки;
- численность выборки;
- дисперсия признака (или выборочная доля).

Определить: вероятность ошибки выборки.

Решение:

1) на основании данных о способе отбора, численности выборки и дисперсии признака определяем величину стандартной ошибки выборки μ ;

2) на основании данных о величине предельной и стандартной ошибки выборки исчисляем коэффициент доверия по формуле $t = \frac{\Delta}{\mu}$;

3) по величине коэффициента доверия в таблице приложения 3 определяем соответствующее значение вероятности (P).

Пример 6. Необходимо провести обследование уровня заработной платы 15 000 рабочих выборочным методом. Отбор производится случайным бесповторным способом. По результатам предшествующих наблюдений дисперсия равна 0,41. Предполагаемая численность выборки — 100 человек. С какой вероятностью можно ожидать, что ошибка выборки не превысит 100 руб.?

Решение:

(по условию задачи предельная ошибка — Δ — 100 руб.; $n = 100$ человек; $N = 15\,000$ человек; отбор случайный бесповторный, $\sigma^2 = 0,41$):

1) определяем величину стандартной ошибки выборки (тыс. руб.):

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0,41}{100} \left(1 - \frac{100}{15\,000}\right)} = 0,06371 \text{ (тыс. руб.)};$$

2) из формулы предельной ошибки ($0,1 = t \cdot 0,06371$), коэффициент доверия $t = 1,57$. По таблице Приложения 3 этому значению коэффициента t соответствует вероятность 0,8836.

Отклонение величины средней заработной платы на 100 руб. от ее среднего уровня в выборочной совокупности выполнится только в 88 случаях из 100 при численности выборки в 100 человек. Если эта вероятность не устраивает организаторов наблюдения, то необходимо увеличить численность выборки либо повысить точность измерения генеральной средней.

Если увеличим численность до 150 человек, при предельной ошибке в 100 руб. получим: $\mu = 0,052$ тыс. руб.; $0,1 = t \cdot 0,052$; $t = 1,923$; вероятность возрастет до 0,945.

Если увеличим предельную ошибку до 150 руб., при численности в 100 человек $\Delta = 0,15$, коэффициент доверия $t = 2,35$ ($0,15 = t \cdot 0,06371$), вероятность возрастет до 0,9812.

9.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 9.1. Дайте определение генеральной и выборочной совокупности.
- 9.2. В каких случаях проводится несплошное наблюдение?
- 9.3. В чем особенность выборки как метода несплошного наблюдения?
- 9.4. Сформулируйте теоретические основы выборочного метода.
- 9.5. Какая выборка называется репрезентативной?
- 9.6. Какие существуют виды ошибок выборки и каковы их причины?
- 9.7. Каковы характерные особенности собственно-случайного способа отбора?
- 9.8. Каковы характерные особенности механического способа отбора?
- 9.9. Каковы характерные особенности типического способа отбора?
- 9.10. Каковы характерные особенности серийного способа отбора?
- 9.11. Чем отличаются повторная и бесповторная выборка?
- 9.12. Опишите процедуру определения предельной ошибки выборки.
- 9.13. Опишите процедуру определения вероятности ошибки выборки.
- 9.14. Опишите процедуру определения численности выборки.
- 9.15. От каких факторов зависят границы доверительного интервала для генеральной средней величины (генеральной доли)?
- 9.16. С целью исследования показателя убыточности страховых компаний необходимо отобрать 20 из 250 страховых компаний, функционирующих в регионе. Проведите отбор методом механической выборки, используя таблицу случайных чисел и номера компаний из списка.
- 9.17. Для изучения рыночной стоимости 1 м² помещений, сдаваемых внаем, риелторская фирма приняла решение провести 10%-ную выборку из 350 нежилых помещений, принадлежащих муниципальному образованию. Проведите отбор методом случайной бесповторной выборки номера помещения из списка.
- 9.18. Проведено 3%-ное выборочное наблюдение заработной платы рабочих определенной специальности на разных предприятиях. В порядке случайной бесповторной выборки обследовано 810 рабочих. В результате установлено, что их средняя месячная заработная плата составляет 3920 руб.; среднее квадратическое отклонение — 500 руб.
Определите:
 - 1) среднюю ошибку репрезентативности;
 - 2) возможные пределы средней заработной платы рабочих этой специальности при значении вероятности:
 - а) 0,683;
 - б) 0,954;
 - в) 0,997.
- 9.19. Решите предыдущую задачу методом повторного отбора. Сравните результаты.

9.20. По результатам 5%-ного выборочного обследования жилищных условий 200 семей города обеспеченность населения жилой площадью характеризуется следующими данными (способ отбора — случайный бесповторный).

Размер жилой площади на одного члена семьи, м ²	Число семей
До 5,0	5
5,0—7,0	26
7,0—9,0	44
9,0—11,0	50
11,0—13,0	16
13,0—15,0	27
15,0—17,0	13
17,0—19,0	10
Более 19,0	9

Определите:

- а) средний размер жилой площади на одного члена семьи;
- б) средний квадрат отклонений среднего размера жилой площади;
- в) среднюю ошибку выборки при установлении среднего размера жилой площади;
- г) предельную ошибку выборки при значении вероятности 0,954;
- д) с той же вероятностью — пределы, в которых находится доля семей, имеющих размер жилой площади не более 9 м² на человека.

9.21. Методом случайной бесповторной выборки обследовали производительность труда 120 рабочих, что составляет 5% численности персонала предприятия. Получены следующие данные.

Дневная выработка одного рабочего, тыс. руб.	4—6	6—8	8—10	10—12	12—14	14—16
Количество рабочих	5	25	40	30	15	5

Определите:

- а) среднюю дневную выработку одного рабочего;
- б) среднюю ошибку выборки при определении производительности труда;
- в) предельную ошибку выборки при вероятности 0,954.

9.22. На предприятии 4000 рабочих. В порядке случайной бесповторной выборки обследовано 850 человек и установлено, что 800 из них выполняют и перевыполняют дневную норму выработки. На основании этих данных определите:

- а) удельный вес рабочих, выполняющих и перевыполняющих дневную норму выработки;
- б) среднюю ошибку репрезентативности при установлении удельного веса рабочих, выполняющих и перевыполняющих дневную норму выработки;
- в) предельную ошибку репрезентативности при значении вероятности 0,954.

9.23. Для проверки качества продукции из партии в 500 штук деталей методом случайной бесповторной выборки было отобрано 10% деталей, из них 4,2% оказались бракованными. С вероятностью 0,866 определите, в каких пределах находится доля годных деталей в партии.

9.24. Для изучения распределения рабочих по размеру тарифной ставки проведено 20%-ное обследование методом случайной бесповторной выборки, в результате которого получены следующие данные.

Часовая тарифная ставка, руб.	1,6—3,6	3,6—5,6	5,6—7,6	7,6—9,6	9,6—11,6	11,6 и более
Число рабочих	18	32	86	38	12	14

Определите с вероятностью 0,9 пределы, в которых находится средний размер тарифной ставки в генеральной совокупности.

9.25. При исследовании форм выплаты заработной платы получены следующие данные о ее доле, начисленной в форме наличных выплат в кредитных организациях. Данные получены методом 10%-ного механического бесповторного отбора.

Номер организации	Доля наличных выплат, %	Номер организации	Доля наличных выплат, %
1	34,8	10	26,0
2	30,5	11	37,2
3	30,0	12	33,2
4	49,9	13	50,3
5	22,3	14	32,0
6	24,1	15	26,0
7	18,7	16	26,0
8	35,5	17	40,9
9	34,8	18	65,3

С вероятностью 0,954 определите пределы, в которых находится значение доли наличных выплат во всей совокупности кредитных организаций.

- 9.26. Известны данные о результатах проверки исполнения местных бюджетов населенных пунктов на конец III квартала в трех регионах. В случайном бесповторном порядке в каждом из регионов было отобрано 10% населенных пунктов (серийный отбор).

Процент исполнения бюджета (%)		
регион № 1	регион № 2	регион № 3
62	55	65
53	59	52
51	67	63
68	53	64
63	65	56
49	64	51
58	53	59
55	54	60
64	65	—
60	—	—

Каковы пределы, в которых находится среднее значение процента исполнения бюджета, при значении вероятности 0,954?

- 9.27. Известны следующие данные опроса специалистов банковской сферы о состоянии условий труда, отобранных методом типической 10%-ной бесповторной выборки.

Номер специалиста	Число опрошенных служащих, человек	Число удовлетворенных состоянием условий труда, человек
1	15	9
2	32	21
3	23	13
4	45	33
5	12	5

С вероятностью 0,954 определите границы, в которых находится средняя доля служащих, удовлетворенных условиями труда, по банковской сфере в целом. Расчет следует сделать пропорционально численности специалистов в типических группах.

- 9.28. Имеем следующие данные о численности рабочих трех специализированных строительных организаций, а также результаты проведенного ранее выборочного обследования выполнения норм выработки рабочими этих организаций.

Строительные организации	Численность рабочих, человек	Данные предыдущего выборочного обследования	
		дисперсия выполнения норм выработки	средний уровень выполнения норм выработки, %
1	560	25,0	106,3
2	480	27,5	103,5
3	720	16,5	108,5

Предлагается проверить выполнение норм выработки у 100 человек, отобранных пропорционально дифференциации выполнения норм выработки в организации.

Определите:

- а) какое количество рабочих надо отобрать в каждой из организаций для измерения уровня выполнения норм выработки;
- б) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборки для среднего уровня выполнения норм выработки в целом по всем организациям, если выборка проводится методом бесповторного типичского отбора.

9.29. Какое количество деталей из партии в 2000 штук необходимо обследовать в случае бесповторного отбора для определения их качества при условии, что предельная ошибка в оценке доли деталей, не соответствующих стандарту, не превышает 0,5% ($P = 0,683$), а доля такой продукции, по данным предыдущей проверки, составляет 1,5%?

9.30. По данным выборочного наблюдения, средняя продолжительность одного телефонного разговора составляет 5 мин при среднем квадратичном отклонении в 2 мин, а предельная ошибка репрезентативности — 0,3 мин.

Определите:

- а) сколько наблюдений необходимо произвести для определения продолжительности телефонного разговора, если вероятность составляет 0,954, при случайном и повторном отборе;
- б) какова вероятность того, что ошибка репрезентативности при определении продолжительности телефонного разговора не превысит 24 с (по результатам решения предыдущего пункта).

9.31. Ректорат ФА периодически проводит обследование затрат времени студентов на самостоятельную подготовку. В десяти институтах академии обучается 10 000 студентов.

Какой должна быть численность типической выборки, осуществленной методом случайного бесповторного отбора, пропорционально численности студентов в типических группах, чтобы предельная ошибка не превышала 0,08 часа при значении вероятности 0,997? По данным предыдущего обследования средняя из внутригрупповых дисперсий ($\bar{\sigma}^2$) равняется 0,09.

- 9.32.** Каким должен быть объем собственно-случайной повторной выборки при определении генеральной доли с предельной ошибкой, не превышающей 0,02, если дисперсия доли неизвестна, а вероятность составляет 0,954?
- 9.33.** Для оценки состояния экологической ситуации в городе проведена проверка содержания токсичных веществ в выхлопных газах автотранспорта. Всего по методу случайного повторного отбора проверено 500 автомобилей. У 180 из них содержание токсинов в выхлопе превышало установленную норму. С вероятностью 0,954 определите, в каких пределах находится доля автомобилей, особенно интенсивно загрязняющих окружающую среду.
- 9.34.** Для определения средней цены услуги риелторской фирмы на рынке проводилось 10%-ное случайное выборочное наблюдение. Средняя цена, по данным наблюдения, составила 15 тыс. руб. при среднем квадратичном отклонении в 1,2 тыс. руб. Цены были зарегистрированы у 15 фирм. Какова вероятность того, что допущенная предельная ошибка выборки не превышает 962 руб.?
- 9.35.** Какой должна быть численность собственно-случайной выборки, проводимой с целью определения доли единиц в генеральной совокупности, обладающих тем или иным признаком, чтобы с вероятностью 0,8664 можно было гарантировать ошибку доли не более 2,5%? Дисперсия выборки не известна. Предположим, что объем генеральной совокупности содержит:
- а) 500 единиц;
 - б) 10 000 единиц;
 - в) численность не установлена.
- 9.36.** Финансовые органы по способу механического бесповторного отбора предполагают обследовать на предмет правильности уплаты подоходного налога 100 малых предприятий. Предельная ошибка выборки не должна превышать 0,5% при среднем квадратичном отклонении в 2%. Является ли достаточной планируемая численность выборки, если на данной территории действует 1050 кооперативов, а вероятность расхождений между выборочной и генеральной долями кооперативов, нарушающих налоговое законодательство, составляет 0,997?
- 9.37.** При изучении мнений населения об эффективности деятельности правительства города позитивную оценку его работе дали 415 из 800 опрошенных в случайном порядке избирателей. Можно ли с вероятностью 0,997 утверждать, что результаты данного опроса целесообразно распространить на всю совокупность избирателей, проживающих в данном районе (критерий репрезентативности — 5%).

- 9.38.** Возьмем две выборки, проведенные одинаковым способом. Дисперсия у первой вдвое больше, чем у второй. При каких условиях средние и предельные ошибки данных выборок будут равны?
- 9.39.** Во сколько раз изменится объем выборки, если ее средняя ошибка (случайный повторный отбор) при определении доли уменьшилась с 7 до 4%?
- 9.40.** В порядке случайной повторной выборки обследовано 10% численности единиц генеральной совокупности. В какой мере изменилась бы средняя ошибка отбора, если бы он был случайным бесповторным?
- 9.41.** Коэффициенты вариации равночисленных выборок, полученных методом случайного повторного отбора, равны соответственно 16,5 и 20%. Определите:
- а) величина средней ошибки какой из выборок будет больше;
 - б) во сколько раз средняя ошибка первой выборки будет отличаться от второй, если выборочные средние у них равны;
 - в) каким будет соотношение между средними ошибками выборок, если средняя величина ошибки в первой вдвое больше, чем во второй.
- 9.42.** Даны две случайные повторные выборки, средние величины и коэффициенты вариации у которых равны между собой. Определите, при каких условиях:
- а) величина средней ошибки одной из выборок будет в 1,5 раза больше;
 - б) предельные ошибки выборок будут равны.
- 9.43.** Численность одной из двух случайных повторных выборок втрое, а дисперсия в 1,4 раза меньше, чем другой. Определите, в каком соотношении находятся средние ошибки выборок.

ТЕМА 10. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД

10.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

10.1.1. Основные определения и решаемые задачи

Социально-экономические явления формируются в результате взаимодействия большого числа факторов и описываются посредством набора показателей $\{y, x_1, \dots, x_m\}$, характеризующих каждый из этих факторов. Пока будем считать, что все показатели y, x_1, \dots, x_m количественные. При анализе рассматриваемого явления обычно предполагается, что значение одного из показателей, обозначаемого y , до некоторой степени определяется значением остальных показателей x_1, \dots, x_m . В таком случае говорят, что значение y статистически зависит от значений x_1, \dots, x_m , при этом m называют количеством факторов. Отметим, что при функциональной зависимости $y = y(x_1, \dots, x_m)$ значение y однозначно определяется значением аргументов x_1, \dots, x_m . Если же одному и тому же набору значений x_1, \dots, x_m в статистических наблюдениях могут соответствовать различные значения y , то говорят о статистической (или стохастической) зависимости. Статистическая зависимость называется сильной, если существует такая функция $\hat{y} = \hat{y}(x_1, \dots, x_m)$, что вычисленные с ее помощью значения $\hat{y}(x_1, \dots, x_m)$ незначительно отличаются от эмпирических значений $y(x_1, \dots, x_m)$. Иначе говоря, разность $e = |\hat{y} - y|$ в большинстве случаев мала. Показатель y называют независимой (или результативной) переменной, x_1, \dots, x_m — зависимыми (или факторными) переменными (факторами, регрессорами), функция $\hat{y} = \hat{y}(x_1, \dots, x_m)$ — уравнением регрессии, а \hat{y} — теоретическим значением для эмпирических y . Если $\hat{y}(x_1, \dots, x_m)$ имеет вид

$$\hat{y}(x_1, \dots, x_m) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m, \quad (10.1)$$

то это линейная регрессия. В дальнейшем функция $\hat{y}(x_1, \dots, x_m)$ будет для краткости обозначаться \hat{y}_x .

Зависимость, при которой результативная переменная y зависит только от одной факторной переменной x , называется однофакторной (или парной), а в противном случае — множественной (или много-

факторной). Соответственно будут различаться *однофакторное* и *множественное* уравнения регрессии.

Методы корреляционного анализа позволяют решать следующие задачи.

1. С помощью *парного коэффициента корреляции* r_{x_i, x_k} (или просто *коэффициента корреляции*) — определять *силу* или *тесноту* *линейной* связи между факторами x_i и x_k . В краткой форме коэффициент корреляции обозначается r_{xy} (подразумевается, что вместо x и y могут указываться любые факторы, как это сделано в обозначении r_{x_i, x_k}).

2. Для многофакторной зависимости с помощью *множественного коэффициента корреляции* $R_{y(x_1, \dots, x_m)}$ — определять *силу* *линейной* связи между результативной переменной y и *всеми* факторными переменными x_1, \dots, x_m одновременно. С помощью *частного коэффициента корреляции* охарактеризовать тесноту «чистой» связи между y и любой *одной* факторной переменной, исключив влияние на связь всех остальных факторов. При наличии только двух факторов x_1 и x_2 *частный коэффициент корреляции*, например между y и x_1 , обозначается $r_{x_1|(x_2)}$.

3. Построить линейное уравнение регрессии, т.е. определить коэффициенты a_i уравнения (10.1) и с помощью *множественного коэффициента корреляции* $R_{y(x_1, \dots, x_m)}$ оценить качество построенного уравнения (найденной регрессии).

4. В ряде случаев — найти аналитическое выражение для *нелинейной* функции $\hat{y}(x_1, \dots, x_m)$ и оценить его качество с помощью *корреляционного отношения*.

5. Методами *непараметрического корреляционного анализа* — установить степень связи (взаимозависимости) значений показателей, среди которых имеются *качественные*, и в том числе *альтернативные*, *признаки*.

Все это позволяет определить факторы, в наибольшей степени влияющие на исследуемую зависимую переменную, исключить из рассмотрения малозначимые факторы, использовать уравнение регрессии для прогнозирования.

10.1.2. Проверка гипотез и определение значимости вычисляемых значений

Поскольку объекты, попавшие в выборку, отобраны случайно, то и *любые значения*, вычисленные по данным выборки, в том числе различные коэффициенты корреляции, представляют собой конкрет-

ную реализацию некоторой случайной величины (напомним, что случайность отбора объектов из генеральной совокупности — непременное условие правильного формирования выборки). Это означает, что при другой выборке в нее могли попасть другие объекты с другими значениями показателей и вычисленные по ним величины (например, коэффициенты корреляции) имели бы другое значение. Поэтому для того, чтобы на основании вычисленного по выборке значения (условно обозначим его r) можно было делать обоснованные выводы, необходимо проверить значимость r . Использование вычисленных по выборке значений без проверки их значимости недопустимо, поскольку может привести к неверным выводам.

Методы проверки значимости вычисленной по выборке величины составляют часть большого и важного раздела математической статистики, называемого «Проверка гипотез». Речь здесь идет о статистических гипотезах, т.е. проверке справедливости некоторого утверждения путем обработки данных выборки. Проверка любой статистической гипотезы (в том числе значимости коэффициентов корреляции) выполняется с помощью следующей последовательности действий.

1. *Формирование основной и альтернативной гипотез.* Высказывается подлежащая проверке гипотеза, которая называется *основной*, обозначается H_0 и всегда должна формулироваться в виде утверждения о равенстве значений двух или нескольких величин, среди которых обязательно присутствуют и значения, вычисленные по выборке. Далее проверяется значимость всех рассматриваемых коэффициентов, при этом гипотеза H_0 состоит в утверждении, что $r = 0$ (в соответствии с предположением, что коэффициент незначим).

Помимо основной формируется *альтернативная гипотеза* H_1 , которая всегда формулируется в виде неравенства. В частности, при определении значимости коэффициентов гипотеза H_1 имеет вид $r \neq 0$ (это означает, что r значимо).

Таким образом, при проверке гипотез всегда должна рассматриваться пара гипотез — основная H_0 и альтернативная H_1 .

2. *Вычисление фактического значения статистического критерия $K_{\text{факт}}$.* По проверяемому значению r вычисляется некоторая величина $K_{\text{факт}} = K(r)$ ¹. Вид функции $K(r)$, т.е. формула, по которой вычисляется $K_{\text{факт}}$, определена в математической статистике для каждого

¹ Иногда $K_{\text{факт}}$ вычисляется непосредственно по выборке.

вида проверяемой величины r и называется *статистическим критерием*, а само значение $K_{\text{факт}}$ — *фактическим значением статистического критерия*. Поскольку анализируемое значение r рассматривается как случайное, то и $K_{\text{факт}}$ — тоже случайное число. При этом статистический критерий $K(r)$ подобран таким образом, что в случае справедливости гипотезы H_0 известна функция распределения вероятностей для значений $K(r)$. С помощью этого распределения может быть вычислена вероятность $p(K_{\text{факт}})$, с которой $K_{\text{факт}}$ не находится в так называемой «критической области». Вероятность $p(K_{\text{факт}})$ в статистической литературе называется P -значением. Возможный вид функции распределения вероятностей для $K(r)$ и способ вычисления $p(K_{\text{факт}})$ описываются ниже.

3. Задание уровня значимости α . Поскольку гипотезы высказываются в результате наблюдений за значениями *случайных чисел*, то невозможно со 100%-ной уверенностью утверждать, какая из гипотез — H_0 или H_1 — верна. Поэтому экспертом задается некая, достаточно малая, вероятность α , которая называется *уровнем значимости*. Обычно принимаются значения $\alpha = 0,1$; $\alpha = 0,05$; $\alpha = 0,025$; $\alpha = 0,01$, из которых наибольшее распространение имеет $\alpha = 0,05$. Если вероятность $p(K_{\text{факт}}) < \alpha$, то гипотеза H_0 отвергается и принимается гипотеза H_1 . Конечно, возможна ситуация, при которой гипотеза H_0 верна, но $p(K_{\text{факт}}) < \alpha$. В таком случае отказ от гипотезы H_0 ошибочен, однако вероятность такой ошибки мала и равна α .

4. Выбор гипотезы. Это может быть сделано следующими двумя совершенно эквивалентными способами:

а) непосредственным нахождением P -значения $p(K_{\text{факт}})$ с помощью специальных таблиц, приведенных в Приложениях 6 и 8, или вычислением P -значения с помощью Excel (табл. 10.17). Гипотеза H_0 отклоняется, если $p(K_{\text{факт}}) < \alpha$;

б) вычислением *критических значений* статистического значения, или просто *критических значений* (*критических точек*), при этом различают лево-, право- и двустороннюю критические точки, которые обозначаются соответственно $K_{\text{кр.л}}$, $K_{\text{кр.п}}$, $K_{\text{кр.д}}$; тип используемой критической точки зависит от смысла анализируемого показателя r и обязательно указывается при описании способа проверки его значимости.

Гипотеза H_0 отклоняется, если выполняются условия, диктуемые типом критической точки (табл. 10.1).

Таблица 10.1

Взаимосвязь гипотезы H_0 и типа критической точки

Тип критической точки	Условие отклонения гипотезы H_0
Левосторонняя	$K_{\text{факт}} < K_{\text{кр.л}}$
Правосторонняя	$K_{\text{факт}} > K_{\text{кр.п}}$
Двусторонняя	$ K_{\text{факт}} > K_{\text{кр.д}}$

Выполнение любого условия, приведенного в правом столбце таблицы, эквивалентно выполнению неравенства $p(K_{\text{факт}}) < \alpha$.

В некоторых случаях гипотеза H_0 отклоняется, если выполняется любое из условий, указанных в первых двух строках таблицы, однако в данном руководстве этот случай не рассматривается.

Критические точки $K_{\text{кр}}$ любого типа находятся с помощью специальных таблиц, в том числе приведенных в приложениях 5, 7, 9—13. Они также легко могут быть вычислены с помощью Excel (табл. 10.16).

Иллюстрация технологии проверки гипотез. Допустим, решение принимается в зависимости от того, выпадает подброшенная монета орлом или решкой. Поэтому требуется убедиться, что она симметрична, т.е. что ее центр тяжести не смещен ни к одной из сторон. В качестве H_0 и H_1 примем гипотезы, согласно которым монета соответственно либо симметрична, либо нет (чуть ниже формулировка гипотез будет уточнена). В случае справедливости H_0 вероятности p выпадения орла и решки должны быть одинаковы и составлять 0,5. Тогда при большом количестве N подбрасываний монеты (испытаний) числа a и b выпадений соответственно орла и решки будут приблизительно равны, хотя в силу случайности процесса точного их равенства может и не быть. Согласно описанной выше методике введем *статистический критерий* $K = |a - b|$, характеризующий различие между количеством выпадений орла и решки. В результате испытания получим для критерия K некоторое его фактическое значение $K_{\text{факт}}$. Очевидно, что если $K_{\text{факт}}$ невелико, то у нас не будет оснований считать монету несимметричной, но большие значения $K_{\text{факт}}$, т.е. сильное различие между количеством выпадений орла и решки, позволит нам подозревать, что она несимметрична. Как найти грань между «небольшим» и «большим» значением $K_{\text{факт}}$? Для этого отметим, что если признать справедливой гипотезу H_0 , то методы теории вероятностей для каждого возможного значения $K_{\text{факт}}$ позволяют подсчитать вероятность $p(K_{\text{факт}})$ того, что разность $|a - b|$ равна $K_{\text{факт}}$, при этом для больших $K_{\text{факт}}$ вероятность $p(K_{\text{факт}})$ уменьшается с ростом $K_{\text{факт}}$. Зададимся уровнем значимости, например, $\alpha = 0,05$, и если $p(K_{\text{факт}}) < \alpha$, то будем считать, что

вероятность симметричности монеты очень мала и потому гипотеза H_0 отвергается, а монета признается несимметричной.

Примечание 1. Очевидно, что большое значение $K_{\text{факт}}$ в принципе может возникнуть как «чудо» и при симметричности монеты. В таком случае, отвергая гипотезу H_0 , мы совершаем ошибку, вероятность которой равна α . Если мы хотим уменьшить вероятность подобной ошибки, то следует уменьшить α , задав, например $\alpha = 0,01$. Однако злоупотреблять этим нельзя, поскольку провести проверку существенности значения для малых α обычно возможно лишь при большом количестве испытаний (большом объеме выборки).

Примечание 2. Выше отмечалось, что гипотеза H_0 всегда формулируется в виде равенства, мы же пока формулировали ее словесно как «монета симметрична». Однако с помощью статистического критерия мы можем придать гипотезе H_0 виде $K = |a - b| = 0$, а H_1 — $K = |a - b| > 0$, что и соответствует описанным правилам формирования гипотез.

Виды функции распределения вероятностей для статистических критериев. Выше указывалось, что статистический критерий $K(r)$, используемый при проверке гипотез, всегда конструируется так, что функция распределения вероятностей его значений описывается одним из хорошо изученных в теории вероятностей законов распределения. Эти законы перечислены в табл. 10.2, где ξ обозначает случайное число, подчиняющееся соответствующему закону распределения вероятностей.

Таблица 10.2

**Законы распределения вероятностей,
используемые при установлении существенности значения**

Название функции распределения	Обозначение функции распределения	Что показывает функция распределения
Стандартное нормальное	$N(x)$	$N(x) = P\{\xi < x\}$
Стьюдента	$t(x; df)$	$t(x; df) = P\{\xi > x\}$
Фишера	$F(x; df_1, df_2)$	$F(x; df_1, df_2) = P\{\xi > x\}$
χ -квадрат	$\chi^2(x; df)$	$\chi^2(x; df) = P\{\xi > x\}$

Напомним, что выражение, например, $t(x; df) = P\{\xi > x\}$ означает, что $t(x; df)$ — это вероятность того, что случайное число ξ , подчиняющееся закону распределения Стьюдента, примет значение, *большее* заданного x . Запись же вида $N(x) = p = P\{\xi < x\}$ означает, что $N(x)$ возвращает вероятность того, что случайное число ξ , подчиняющееся стандартному нормальному закону распределения, примет значение, *меньшее* заданного x .

В соответствии с тем, какое распределение имеет статистический критерий, говорят, что проверка значимости выполняется по «нормальному критерию», «критерию Стьюдента», «критерию Фишера» или «критерию χ^2 ». Кроме того, обозначения всех используемых при проверке гипотез значений принято начинать с символа соответствующего распределения. Например, вместо $K_{\text{факт}}$ используются соответственно обозначения $N_{\text{факт}}$, $t_{\text{факт}}$, $F_{\text{факт}}$, $\chi^2_{\text{факт}}$. Параметры df , df_1 , df_2 в табл. 10.2 называются *степенями свободы*, и их значения зависят от объема выборки n и количества факторов m . В соответствии с этим для описания критических точек могут использоваться, например, следующие выражения

$$N_{\text{кр.д}}(\alpha), t_{\text{кр.д}}(\alpha; n - 2), F_{\text{кр.п}}(\alpha; n - 1; n - m - 1), \chi^2_{\text{кр.п}}(\alpha; n - m). \quad (10.2)$$

Конкретные значения степеней свободы df определяются существом решаемой задачи и указываются при описании метода ее решения, однако в большинстве случаев $df = n - m - 1$, $df_1 = n - 1$, $df_2 = n - m$, где n и m — это соответственно объем выборки и количество факторов, причем в случае двух переменных $m = 1$.

Выше указывалось, что вид распределения статистического критерия и тип критических точек указываются при описании метода проверки значимости конкретного коэффициента r . Однако можно отметить и дополнительные закономерности.

1. Если знак коэффициента r может быть любым, то статистический критерий обычно имеет стандартное нормальное распределение $N(x)$ или распределение Стьюдента $t(x; df)$. В этом случае для проверки значимости коэффициента находятся критические точки $K_{\text{кр.д}}$. Рассчитанное значение коэффициента r существенно, если вычисленное для него значение статистического критерия $K_{\text{факт}}$ удовлетворяет условию

$$|K_{\text{факт}}| > K_{\text{кр.д}}. \quad (10.3)$$

2. Если коэффициент r может быть только положительным, то применяется F -критерий или критерий χ^2 , при этом ищется *правосторонняя критическая область*, а в расчетах используется заданное значение α . В таком случае значение коэффициента существенно, если

$$K_{\text{факт}} > K_{\text{кр.п}}. \quad (10.4)$$

Если анализ показывает, что найденное значение показателя не существенно, никакие выводы на основании данного показателя делать недопустимо. Одно из средств обеспечения значимости показателя — увеличение объема выборки. Однако, если и при большом

объеме выборки показатель остается несущественным, это означает, что он никак не связан с остальными исследуемыми показателями.

В общем случае величина критического значения $K_{кр}$ зависит от следующих пяти факторов:

- а) заданного уровня значимости α ;
- б) размера выборки n ;
- в) количества факторов m ;
- г) вида распределения статистического критерия;
- д) вида критической точки (право-, лево-, двусторонняя).

Для каждого вида функции распределения статистического критерия значения критических точек $K_{кр}$ всех типов находятся из соответствующих таблиц, приведенных в приложениях 5, 7, 9—13, в которых также содержатся инструкции и примеры их использования.

10.1.3. Определение тесноты связи между количественными признаками

Вычисление коэффициента корреляции (парного коэффициента корреляции) r_{xy} . Как уже говорилось, этот коэффициент характеризует тесноту *линейной* связи между количественными признаками x и y . Термин *линейная связь* указывает на то, что между значениями показателей y и x существует *стохастическая зависимость* вида

$$y \approx kx + b. \quad (10.5)$$

Коэффициент корреляции r_{xy} рассчитывается по любой из следующих формул:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot \sum (y - \bar{y})^2}}; \quad (10.6)$$

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sigma_y \sigma_x}, \quad (10.7)$$

где \bar{x}, \bar{y} — средние значения соответствующих признаков;

$\overline{xy} = \frac{\sum xy}{n}$ — среднее значение произведения признаков;

σ_x, σ_y — средние квадратические отклонения значений соответственно признаков x и y .

Величина r_{xy} изменяется от -1 до $+1$. При $r_{xy} > 0$ связь между показателями *прямая*, т.е. в соотношении (10.5) $k > 0$ и увеличение x статистически влечет и рост y . При $r_{xy} < 0$ — *связь обратная*, т.е. с увеличением x значение y статистически уменьшается. Чем $|r_{xy}|$ ближе

к единице, тем точнее соотношение (10.5), т.е. тем *сильнее линейная связь*.

Значимость найденного значения r_{xy} проверяется с помощью t -критерия Стьюдента по таблице приложения 7 с количеством степеней свободы df (см. табл. 10.2), которое исчисляется по формуле

$$df = n - m - 1, \quad (10.8)$$

где n — объем выборки;
 m — количество факторов.

В данном случае $m = 1$ и соответственно $df = n - 2$.

Фактическое значение $t_{\text{факт}}$ вычисляется по формуле

$$t_{\text{факт}} = r_{xy} \sqrt{\frac{df}{1 - r_{xy}^2}}. \quad (10.9)$$

Найденное значение r_{xy} значимо с заданным уровнем значимости α , если выполняется условие

$$|t_{\text{факт}}| > t_{\text{кр.д}}(\alpha; df). \quad (10.10)$$

В случае значимости r_{xy} качественная оценка силы связи в зависимости от $|r_{xy}|$ будет следующей (табл. 10.3).

Таблица 10.3

Качественная характеристика силы связи между факторами

Значение $ r_{xy} $	Характеристика связи
Меньше 0,3	Отсутствует
0,3—0,7	Средняя
0,7—0,9	Высокая
0,9—0,99	Весьма высокая
1	Связь не статистическая, а функциональная

Вычисление коэффициента корреляции и проверку его значимости проиллюстрируем на следующем примере.

Пример 1. Анализ связи между объемом привлеченных банком средств и его активами с помощью коэффициента корреляции. В первых трех столбцах табл. 10.4 приведены условные данные по банковскому сектору экономики для десяти регионов страны. В остальных столбцах и последних трех строках таблицы содержатся расчетные показатели, необходимые при решении рассматриваемых далее задач.

Таблица 10.4

Расчет тесноты связи между объемом привлеченных банком средств и его активами

Относительный показатель банковского сектора региона (исходные данные)		Расчетный показатель						
		$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$	$(x - \bar{x}) \cdot (y - \bar{y})$	xy	
регион	активы бан- ковского сектора, % к ВВП							
	средства юридических лиц, % к ВВП							
	x							
	y							
1	7,4	24,8	-4,32	18,66	-8,42	70,90	36,37	183,52
2	7,8	30,0	-3,92	15,37	-3,22	10,37	12,62	234,00
3	8,9	30,3	-2,82	7,95	-2,92	8,53	8,23	269,67
4	9,9	31,5	-1,82	3,31	-1,72	2,96	3,13	311,85
5	10,8	30,2	-0,92	0,85	-3,02	9,12	2,78	326,16
6	12,4	30,7	0,68	0,46	-2,52	6,35	-1,71	380,68
7	12,8	35,3	1,08	1,17	2,08	4,33	2,25	451,84
8	14,5	35,3	2,78	7,73	2,08	4,33	5,78	511,85
9	15,5	42,8	3,78	14,29	9,58	91,78	36,21	663,40
10	17,2	41,3	5,48	30,03	8,08	65,29	44,28	710,36
Итого	117,2	332,2	105,48	99,82	298,98	273,96	149,94	4 043,33
n	\bar{x}	\bar{y}		σ_x		σ_y		\overline{xy}
10,0	11,72	33,22		3,16		5,23		404,33

В последней строке таблицы по известным формулам рассчитаны простые средние значения и средние квадратические отклонения соответствующих показателей.

$$\text{Так, } \bar{x} = \frac{117,2}{10} = 11,72, \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{99,82}{10}} = 3,16.$$

В соответствии с данными таблицы коэффициент корреляции, вычисленный по формулам 10.16, 10.17, равен:

$$r_{xy} = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x - \bar{x})^2 \cdot \sum(y - \bar{y})^2}} = \frac{149,94}{\sqrt{99,82 \cdot 298,98}} = \frac{149,94}{165,37} = 0,907;$$

$$r_{xy} = \frac{\overline{x \cdot y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_y \cdot \sigma_x} = \frac{404,33 - 11,72 \cdot 33,22}{5,23 \cdot 3,16} = 0,907. \quad (10.11)$$

Как и следовало ожидать, в обоих случаях получено одинаковое значение r_{xy} . Из формул вычисления коэффициента корреляции видно, что r_{xy} и r_{yx} равны и имеют одинаковый смысл.

В соответствии с формулами (10.8), (10.9) находим следующие значения: $df = 10 - 2 = 8$, $t_{\text{факт}} = 6,084$. При уровне значимости $\alpha = 0,05$ и $df = 8$ из таблицы в Приложение 7 следует, что $t_{\text{кр.д}} = 2,306$. Поскольку $|t_{\text{факт}}| > t_{\text{кр.д}}$, то согласно формуле (10.10) найденное значение $r_{xy} = 0,907$ существенно и указывает на тесную связь между привлеченными средствами юридических лиц (x) и активами банковского сектора (y).

Множественный и частные коэффициенты корреляции. Эти коэффициенты используются для определения тесноты *линейной* связи при наличии нескольких факторных переменных, однако далее рассматривается случай лишь с двумя факторными переменными x_1 и x_2 . Проиллюстрируем вычисление названных выше коэффициентов на следующем примере.

Пример 2. Анализ взаимосвязи показателей денежного обращения по данным табл. 10.5, заданных для 12 регионов ($n = 12$).

Таблица 10.5

Показатели денежного обращения

регион	Исходные данные		Расчетные значения								
	денежная масса (агрегат M2), млрд д. ед. на конец года	денежная масса оборачиваемость денежной массы, количество оборотов	денежная масса (агрегат M2), млрд д. ед. на конец года	общая кредиторская задолженность, млрд д. ед., на конец года	x_1	y	x_2	$x_1 x_2$	$(y - \bar{y})^2$	$(x_1 - \bar{x}_1)^2$	$(x_2 - \bar{x}_2)^2$
	y	x_1	x_2		x_1	y	x_2	$x_1 x_2$	$(y - \bar{y})^2$	$(x_1 - \bar{x}_1)^2$	$(x_2 - \bar{x}_2)^2$
1	38,70	0,99	85,70		38,39	3 316,59	85,01	85,01	277,50	0,001	438,065
2	39,40	1,01	77,00		39,75	3 033,80	77,69	77,69	254,67	0,002	877,937
3	41,40	1,03	97,30		42,48	4 028,22	99,83	99,83	194,84	0,004	87,049
4	44,00	1,00	68,80		43,78	3 027,20	68,46	68,46	129,01	0,001	1 431,109
5	46,20	0,98	53,58		45,41	2 475,40	52,67	52,67	83,88	0,000	2 814,303
6	51,70	0,94	108,30		48,70	5 599,11	102,02	102,02	13,38	0,000	2,789
7	58,90	0,94	93,70		55,37	5 518,93	88,08	88,08	12,54	0,000	167,185
8	59,70	0,91	130,40		54,33	7 784,88	118,66	118,66	18,85	0,003	565,013
9	64,60	0,96	153,58		61,69	9 921,27	146,67	146,67	85,41	0,000	2 204,303
10	68,30	0,97	113,70		66,05	7 765,71	109,95	109,95	167,49	0,000	49,985
11	75,40	0,89	140,18		66,96	10 569,57	124,48	124,48	401,67	0,005	1 125,603
12	76,00	0,93	157,32		70,91	11 956,32	146,78	146,78	426,08	0,001	2 569,476
Итого	664,30	11,54	1 279,56		633,81	74 997,00	1 220,30	1 220,30	2 065,31	0,019	12 332,81
n	y_{cp}	x_{1cp}	x_{2cp}		y_{1cp}	y_{2cp}	$x_1 x_{2cp}$	$x_1 x_{2cp}$	σy	σx_1	σx_2
12	55,36	0,96	106,63		52,82	6 249,75	101,69	101,69	13,12	0,039	32,06

Сначала с помощью коэффициента множественной корреляции $R_{y(x_1, x_2)}$ оценим, насколько сильно оборачиваемость (x_1) и кредиторская задолженность (x_2) совместно влияют на объем денежной массы (y), т.е. определим тесноту линейной связи между y и парой показателей (x_1, x_2). В случае двух факторных переменных $R_{y(x_1, x_2)}$ вычисляется по формуле

$$R_{y(x_1, x_2)} = \sqrt{\frac{r_{x_1 y}^2 + r_{x_2 y}^2 - 2r_{x_1 y} \cdot r_{x_2 y} \cdot r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2}}, \quad (10.12)$$

где $r_{x_1 y}$, $r_{x_2 y}$, $r_{x_1 x_2}$ — парные коэффициенты корреляции между соответствующими переменными, вычисляемые по любой из формул (10.6), (10.7).

Величина $R_{y(x_1, x_2)}$ может изменяться в пределах от 0 до 1 и чем она больше, тем сильнее линейная зависимость значения результативной переменной y от факторных переменных (x_1, x_2).

Расчетные значения, необходимые для вычисления $r_{x_1 y}$, $r_{x_2 y}$, $r_{x_1 x_2}$, а затем и $R_{y(x_1, x_2)}$, приведены в последней строке табл. 10.5. В соответствии с данными этой таблицы значения парных коэффициентов корреляции $r_{x_1 y}$, $r_{x_2 y}$, $r_{x_1 x_2}$, исчисленных по формуле (10.7), равны:

$$r_{x_1 y} = \frac{\overline{x_1 y} - \bar{x}_1 \bar{y}}{\sigma_{x_1} \sigma_y} = \frac{52,82 - 0,96 \cdot 55,36}{0,039 \cdot 13,12} = -0,808; \quad (10.13)$$

$$r_{x_2 y} = \frac{\overline{x_2 y} - \bar{x}_2 \bar{y}}{\sigma_{x_2} \sigma_y} = \frac{6249,75 - 106,63 \cdot 55,36}{32,06 \cdot 13,12} = 0,825; \quad (10.14)$$

$$r_{x_1 x_2} = \frac{\overline{x_1 x_2} - \bar{x}_1 \bar{x}_2}{\sigma_{x_1} \sigma_{x_2}} = \frac{101,69 - 0,96 \cdot 106,63}{0,039 \cdot 32,06} = -0,672. \quad (10.15)$$

Подставляя найденные значения $r_{x_1 x_2}$, $r_{x_1 y}$, $r_{x_2 y}$ в формулу (10.12), получим:

$$r_{x_1 x_2} = \sqrt{\frac{(-0,88)^2 + 0,825^2 - 2(-0,88) \cdot 0,825(-0,625)}{1 - (-0,625)^2}} = 0,8930. \quad (10.16)$$

Квадрат коэффициента множественной корреляции называется *коэффициентом детерминации* и обозначается R^2 . В соответствии с формулой (10.16):

$$R^2 = R_{y(x_1, x_2)}^2 = 0,8930^2 = 0,7975. \quad (10.17)$$

Коэффициент детерминации R^2 показывает, в какой степени изменения зависимого признака y объясняются изменениями факторных переменных. Иными словами, R^2 — это доля дисперсии результативной переменной, объясняемая факторными переменными. В данном случае дисперсия значения y на 79,75% обусловлена дисперсией факторных переменных.

При небольшом количестве наблюдений n , а точнее, в случае $n:m < 20$, вместо $R_{y(x_1, x_2)}$ используют показатель $R_{y(x_1, x_2)}^{\text{скор}}$, называемый *скорректированный коэффициент множественной корреляции* вычисляемый по формуле

$$\begin{aligned} R_{y(x_1, x_2)}^{\text{скор}} &= \sqrt{1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - m - 1}} = \\ &= \sqrt{1 - (1 - 0,7975) \frac{12 - 1}{12 - 2 - 1}} = 0,8675. \end{aligned} \quad (10.18)$$

Квадрат коэффициента $R_{y(x_1, x_2)}^{\text{скор}}$ называется в Excel нормированным R^2 , обозначается R_n^2 , и в нашем примере $R_n^2 = 0,8675^2 = 0,7525$.

Значимость $R_{y(x_1, x_2)}$ устанавливается посредством F -критерия Фишера с $df_1 = m - 1$, $df_2 = n - m$, при этом:

$$F_{\text{факт}} = \frac{(n - m - 1) R_{y(x_1, x_2)}^2}{m(1 - R_{y(x_1, x_2)}^2)}. \quad (10.19)$$

Подставляя $R_{y(x_1, x_2)} = 0,936$, $n = 12$, $m = 2$, получим:

$$F_{\text{факт}} = \frac{(12 - 2 - 1) 0,893^2}{2 \cdot (1 - 0,893^2)} = 17,72. \quad (10.20)$$

Коэффициент $R_{y(x_1, x_2)}$ значим, если:

$$F_{\text{факт}} > F_{\text{кр.п}}(\alpha; m; n - m - 1). \quad (10.21)$$

При $\alpha = 0,05$, $df_1 = 2$, $df_2 = 9$ в соответствии с таблицей Приложения 10 имеем:

$$F_{\text{кр.п.}}(\alpha; 2; 9) = 4,26. \quad (10.22)$$

Поскольку $F_{\text{факт}} > F_{\text{кр.п.}}$, то коэффициент $R_{y(x_1x_2)}$, а также коэффициенты R^2 и $R_{\text{н}}^2$ значимы, а их близкие к единице значения указывают на наличие сильной линейной связи между y и (x_1, x_2) .

Вычисление частных коэффициентов корреляции. Отметим, что в случае нескольких факторных переменных *парный* коэффициент корреляции, например r_{x_1y} , показывает тесноту линейной связи между x_1 и y так, будто фактора x_2 не существует. Однако на самом деле x_2 опосредованно (неявно) влияет на величину r_{x_1y} , поскольку с учетом связи между x_2 и x_1 значение x_2 влияет на x_1 , а следовательно, и на y . Поэтому, в случае нескольких факторных переменных, степень «чистой» связи между независимой переменной y и каким-либо одним фактором, например x_1 , при полном исключении влияния других факторов (x_2), определяется с помощью *частных коэффициентов корреляции*. При двух факторных переменных частные коэффициенты корреляции между x_1 и y , а также между x_2 и y обозначаются соответственно $r_{x_1y(x_2)}$ и $r_{x_2y(x_1)}$ и вычисляются по формулам:

$$r_{x_1y(x_2)} = \frac{r_{x_1y} - r_{x_2y} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{x_2y}^2)(1 - r_{x_1x_2}^2)}};$$

$$r_{x_2y(x_1)} = \frac{r_{x_2y} - r_{x_1y} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{x_1y}^2)(1 - r_{x_1x_2}^2)}}. \quad (10.23)$$

Частный коэффициент корреляции изменяется в пределах от -1 до $+1$, а его знак и величина имеют тот же смысл, что и у парного коэффициента корреляции.

Подставляя в формулы (10.23) вычисленные выше значения парных коэффициентов корреляции (10.13—10.15), получим:

$$r_{x_1y(x_2)} = \frac{-0,808 - 0,825 \cdot (-0,672)}{\sqrt{(1 - 0,825^2) \cdot (1 - (-0,672)^2)}} = -0,606;$$

$$r_{x_2 y(x_1)} = \frac{0,825 - (-0,808) \cdot (-0,672)}{\sqrt{(1 - (-0,808)^2) \cdot (1 - (-0,672)^2)}} = 0,646.$$

Отметим, что частные коэффициенты корреляции по абсолютному значению оказались меньше, чем парные коэффициенты, а их знаки отражают тот известный факт экономической теории, что ускорение оборачиваемости денежных средств (x_1) ведет к уменьшению денежной массы (y), а рост задолженности (x_2) увеличивает денежную массу.

Вывод. При наличии нескольких факторных переменных для определения направления и тесноты линейной связи между независимой и какой-либо одной факторной переменной необходимо использовать *только частный* коэффициент корреляции.

Проверка значимости частных коэффициентов корреляции выполняется так же, как и проверка парных коэффициентов корреляции — по формулам (10.8—10.10), но при $m = 2$, т.е. при $df = n - 3$. Значения, необходимые для проверки значимости всех вычисленных в этом примере парных и частных коэффициентов корреляции, рассчитанные с помощью таблицы Приложения 7 при $\alpha = 0,05$, приведены в табл. 10.6.

Таблица 10.6

Оценка значимости парных и частных коэффициентов корреляции

Показатель	Парный коэффициент корреляции			Частный коэффициент корреляции	
	r_{yx_1}	r_{yx_2}	$r_{x_1 x_2}$	$r_{x_1, y(x_2)}$	$r_{x_2, y(x_1)}$
Значение	-0,808	0,825	-0,672	-0,606	0,646
$t_{\text{крит}}$	-4,335	4,6138	-2,871	-2,283	2,537
$t_{\text{обл}}$		2,228			2,262

Анализ приведенной таблицы показывает, что все коэффициенты значимы.

Для качественной оценки силы связи с помощью множественного или частных коэффициентов корреляции можно использовать табл. 10.3.

Коэффициент корреляции знаков Фехнера. С помощью этого коэффициента (i) устанавливается наличие связи между двумя переменными при небольшом количестве исходных данных. Он рассчитывается по формуле

$$i = \frac{u-v}{u+v}, \quad (10.24)$$

где u — число пар (x, y) , в которых x и y отклоняются от своих средних значений \bar{x} , \bar{y} в одну и ту же сторону, т.е. разности $(x - \bar{x})$ и $(y - \bar{y})$ имеют одинаковые знаки;

v — число пар (x, y) , в которых разности $(x - \bar{x})$ и $(y - \bar{y})$ имеют разные знаки.

Коэффициент i изменяется от -1 до $+1$, а его знак показывает направление связи. Однако поскольку этот коэффициент никак не учитывает величину отклонений $(x - \bar{x})$ и $(y - \bar{y})$, то он дает лишь приблизительную качественную оценку существования и направления связи между переменными.

Порядок вычисления коэффициента Фехнера демонстрируется в следующем примере.

Пример 3. Вычисление коэффициента Фехнера. Рассчитаем коэффициент Фехнера по данным табл. 10.4. Необходимые для этого вычисления приведены в табл. 10.7, в столбцах, обозначенных $\Delta+$, $\Delta-$ (содержимое правых столбцов таблицы для вычисления коэффициента Фехнера не требуется, оно будет использовано в других примерах). Единицы в столбце $\Delta+$ указывают на то, что соответствующие значения x и y отклоняются от своих средних значений в одну сторону. Наличие же единицы в столбце $\Delta-$ означает, что значения x и y отклоняются от своих средних в разные стороны. Суммируя значения в каждом из столбцов $\Delta+$, $\Delta-$, получим соответственно значения $u = 9$ и $v = 1$, отраженные в последней строке таблицы.

Таблица 10.7

Вычисление коэффициента Фехнера

регион	Относительный показатель банковского сектора региона (исходные данные)		Рассчет коэффициента Фехнера		Показатель, необходимый для построения уравнения регрессии			
	привлеченные средства юридических лиц, % к ВВП	активы банковского сектора % к ВВП,	$\Delta+$	$\Delta-$	xy	x^2	\bar{y}_x	$\varepsilon(x)^*$
1	7,4	24,8	1	0	183,52	54,76	26,73	44,82%
2	7,8	30,0	1	0	234,00	60,84	27,33	39,06%
3	8,9	30,3	1	0	269,67	79,21	28,98	44,12%
4	9,9	31,5	1	0	311,85	98,01	30,49	47,21%
5	10,8	30,2	1	0	326,16	116,64	31,84	53,72%
6	12,4	30,7	0	1	380,68	153,76	34,24	60,68%
7	12,8	35,3	1	0	451,84	163,84	34,84	54,47%
8	14,5	35,3	1	0	511,85	210,25	37,40	61,71%
9	15,5	42,8	1	0	663,40	240,25	38,90	54,40%
10	17,2	41,3	1	0	710,36	295,84	41,45	
Всего	117,2	332,2			4 043,33	1 473,40		
n	\bar{x}	\bar{y}	u	v	xy			
10,0	11,72	33,22	9	1	404,33			

* $\varepsilon(x)$ — эластичность (стр. 196).

Подставляя вычисленные в последней строке таблицы значения u и v в формулу (10.24), получим:

$$i = \frac{u - v}{u + v} = \frac{9 - 1}{9 + 1} = 0,8.$$

Это значение i указывает, что связь между стоимостью основных фондов и выпуском продукции прямая и высокая.

10.1.4. Построение уравнений регрессии

Однофакторное (парное) линейное уравнение регрессии. Если значение $|r_{xy}|$ значимого коэффициента корреляции r_{xy} достаточно велико (см. табл. 10.3), значит, существует линейное уравнение регрессии:

$$\hat{y}_x = a_0 + a_1x, \quad (10.25)$$

хорошо описывающее статическую зависимость y от x . Способ нахождения коэффициентов a_0, a_1 этого уравнения демонстрируется в следующем примере.

Пример 4. Построение однофакторного линейного уравнения регрессии, описывающего связь между объемом привлеченных средств и активами банка. Высокое значение $r_{xy} = 0,907$, полученное по данным табл. 10.4 из примера 1, позволяет считать, что зависимость $y(x)$ величины активов банковского сектора (y) от размера привлеченных средств (x) хорошо описывается однофакторным линейным уравнением регрессии (10.25). Другое основание для построения уравнения регрессии того или иного вида — анализ *корреляционного поля*.

Корреляционное поле представляет собой диаграмму, на которой в виде точек с координатами (x_i, y_i) представлены все пары значений (x, y) , содержащиеся в исходных данных. Пример построения приведен на рис. 10.1.

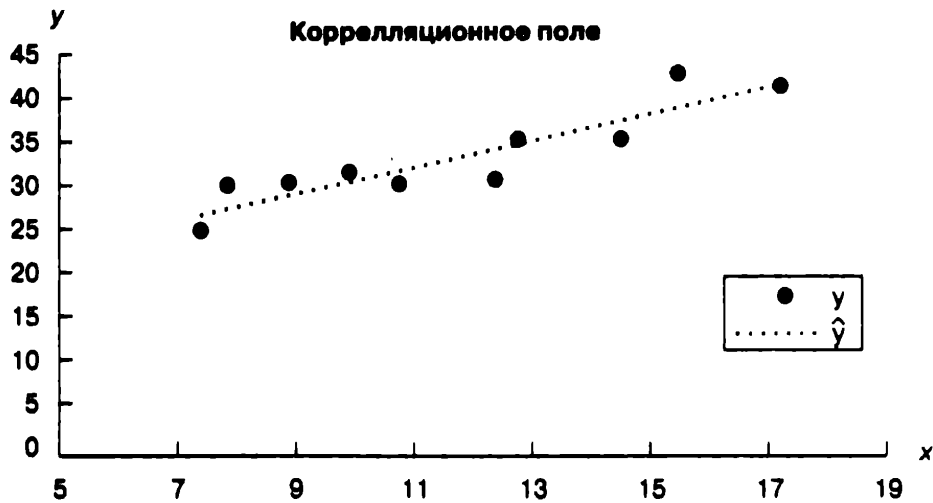


Рис. 10.1. Корреляционное поле для данных табл. 10.7

Визуальный анализ этого корреляционного поля показывает, что все точки $(x_i; y_i)$ расположены вдоль некоторой прямой, показанной на рисунке пунктирной линией, незначительно отклоняясь от нее. Прямая, от которой точки отклоняются в наименьшей степени, и будет графиком линейного уравнения регрессии (10.25). Коэффициенты a_0, a_1 этого уравнения находятся *методом наименьших квадратов*, т.е. таким образом, чтобы сумма квадратов разностей между теоретическими и эмпирическими значениями $\sum(y(x) - \hat{y}_x)^2$ была минимальна. Коэффициенты a_0, a_1 , удовлетворяющие этому условию, получают в результате решения следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum yx, \end{cases}$$

где n — количество наблюдений (в нашем примере $n = 10$).

Подставив сюда значения $\sum x = 117,1$; $\sum y = 332,2$; $\sum x^2 = 1469,75$; $\sum yx = 4038,55$, вычисленные в табл. 10.4, получим:

$$\begin{cases} 10a_0 + 117,2a_1 = 332,20, \\ 117,2a_0 + 1473,40a_1 = 4043,33. \end{cases} \quad (10.26)$$

Решив эту систему, найдем: $a_0 = 15,61$, $a_1 = 1,50$, и потому иско-
мое уравнение (10.25) примет вид:

$$\hat{y}_x = 15,61 + 1,50x. \quad (10.27)$$

Коэффициент уравнения a_1 показывает, что с увеличением привлеченных средств на 1% активы банков увеличиваются в среднем на 1,50%. Коэффициент a_0 — свободный член уравнения, и при $x = 0$ $\hat{y}_x = 15,61$, что может трактоваться как минимально возможная величина активов.

Отметим, что если известны значения r_{xy} , σ_x , σ_y , то коэффициент a_1 можно сразу вычислить по формуле

$$a_1 = \frac{r_{xy} \sigma_y}{\sigma_x} = \frac{0,907 \cdot 5,23}{3,16} = 1,50. \quad (10.28)$$

В эту формулу подставлено значение r_{xy} , вычисленное в примере 10.1 по формуле (10.11), а значения σ_x и σ_y взяты из последней строки табл. 10.4. Подставив найденное значение a_1 в первое уравнение системы (10.26), можно легко определить a_0 .

В свою очередь из формулы (10.28) следует, что

$$r_{xy} = a_1 \sigma_x : \sigma_y. \quad (10.29)$$

После построения уравнения регрессии необходимо удостовериться в его значимости и оценить его качество. Оба эти вопроса следующим образом решаются с помощью коэффициента r_{xy} : уравнение регрессии значимо, если значимо значение r_{xy} , а качество регрессии оценивается так же, как и сила связи по табл. 10.3. Поэтому, если коэффициент r_{xy} не был вычислен до построения уравнения регрессии, его следует найти по формуле (10.29) и определить его значимость рассмотренным выше способом с помощью формул (10.9), (10.10).

В предпоследнем столбце табл. 10.7 приведены *теоретические значения* \hat{y}_x , вычисленные для каждого x с помощью уравнения регрессии (10.27).

Величина, показывающая, на сколько процентов изменится теоретическое значение $\hat{y}(x)$, если x изменится на 1%, называется эластичностью, обозначается $\mathcal{E}(x)$ и вычисляется по следующей формуле

$$\mathcal{E}(x) = a_1 x : \hat{y}_x. \quad (10.30)$$

Так, при $x = 6$ имеем:

$$\mathcal{E}(6) = 1,50 \frac{6}{15,61 + 1,50 \cdot 6} = \frac{1,50 \cdot 6}{26,41} = 27,57 (\%).$$

Из формулы (10.30) видно, что эластичность $\mathcal{E}(x)$ может изменяться при изменении x . В последнем столбце табл. 10.7 приведены значения $\mathcal{E}(x)$, рассчитанные для всех x .

Наряду с эластичностью, определяемой по формуле (10.30), часто рассчитывают *среднюю эластичность* \mathcal{E} , которая для нашего примера равна:

$$\mathcal{E} = a_1 \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = \frac{1,50 \cdot 11,72}{33,22} = 53 (\%). \quad (10.31)$$

В этой формуле \bar{x} и \bar{y} — средние значения x и y , вычисленные в последней строке табл. 10.4.

Множественное линейное уравнение регрессии. Это уравнение вида (10.1), обычно используемое для описания зависимости результативной переменной y от нескольких факторов в случае, когда коэффициент множественной корреляции $R_{y(x_1, \dots, x_n)}$ достаточно велик (больше 0,75—0,80). Нахождение коэффициентов такого уравнения регрессии иллюстрируется в следующем примере.

Пример 5. Построение множественного линейного уравнения регрессии. Поскольку в примере (10.2) коэффициент множественной корреляции $R_{y(x_1, x_2)}$ имеет достаточно большое значение (0,8930), то для описания зависимости объема денежной массы (y) от ее оборачиваемости (x_1) и величины кредиторской задолженности (x_2) можно использовать линейное уравнение регрессии:

$$\hat{y}(x_1; x_2) = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2. \quad (10.32)$$

Коэффициенты этого уравнения находятся методом наименьших квадратов с помощью решения следующего нормального уравнения:

$$\begin{aligned} a_0 n + a_1 \sum x_1 + a_2 \sum x_2 &= \sum y; \\ a_0 \sum x_1 + a_1 \sum x_1^2 + a_2 \sum x_1 x_2 &= \sum y x_1; \\ a_0 \sum x_2 + a_1 \sum x_1 x_2 + a_2 \sum x_2^2 &= \sum y x_2. \end{aligned} \quad (10.33)$$

Исходные данные и расчетные показатели, необходимые для составления и решения этой системы уравнения, содержатся в табл. 10.8.

Таблица 10.8.

**Расчетные значения, необходимые для построения множественного линейного уравнения регрессии
для показателей денежной массы**

регион	Исходные данные		Расчетные показатели									
	денежная масса (агрегат M2) млрд ден. ед. на конец года	оборот денежной массы, количество оборотов	общая кредитная задолженность, млрд ден. ед. на конец года	x_1	x_2	yx_1	yx_2	x_1x_2	x_1^2	x_2^2	\bar{y}_i	$(y - \bar{y}_i)^2$
	y	x_1	x_2									
1	38,70	0,99	85,70	38,39	3 316,59	85,01	0,98	7 344,49	46,30	57,70		
2	39,40	1,01	77,00	39,75	3 033,80	77,69	1,02	5 929,00	41,85	6,02		
3	41,40	1,03	97,30	42,48	4 028,22	99,83	1,05	9 467,29	43,51	4,46		
4	44,00	1,00	68,80	43,78	3 027,20	68,46	0,99	4 733,44	42,28	2,96		
5	46,20	0,98	53,58	45,41	2 475,40	52,67	0,97	2 870,82	40,92	27,85		
6	51,70	0,94	108,30	48,70	5 599,11	102,02	0,89	11 728,89	58,73	49,43		
7	58,90	0,94	93,70	55,37	5 518,93	88,08	0,88	8 779,69	55,97	8,60		
8	59,70	0,91	130,40	54,33	7 784,88	118,66	0,83	17 004,16	68,30	73,88		
9	64,60	0,96	153,58	61,69	9 921,27	146,67	0,91	23 586,82	66,26	2,75		
10	68,30	0,97	113,70	66,05	7 765,71	109,95	0,94	12 927,69	56,03	150,65		
11	75,40	0,89	140,18	66,96	10 569,57	124,48	0,79	19 650,43	73,73	2,78		
12	76,00	0,93	157,32	70,91	11 956,32	146,78	0,87	24 749,58	70,42	31,09		
Всего	664,30	11,54	1 279,56	633,81	74 997,00	1 220,30	11,12	148 772,30		418,18		

После подстановки в систему уравнений (10.33) необходимых значений из последней строки табл. 10.8 система примет вид:

$$\begin{aligned} 12a_0 + 11,54a_1 + 1279,56a_2 &= 664,30; \\ 11,54 a_0 + 11,12a_1 + 1220,30a_2 &= 633,81; \\ 1279,56a_0 + 1220,30a_1 + 148\,772,30a_2 &= 74\,997,00. \end{aligned} \quad (10.34)$$

Решая эту систему, получим: $a_0 = 55,11$, $a_1 = -44,80$, $a_2 = 0,44$, уравнение регрессии примет вид

$$\hat{y}(x_1, x_2) = 180,67 - 153,62x_1 + 0,21x_2. \quad (10.35)$$

Коэффициент a_1 показывает, что с ускорением количества оборотов на единицу денежная масса на конец года *уменьшается* на 153,62 млрд ден. ед., коэффициент a_2 — что с увеличением задолженности на 1 млрд ден. ед. денежная масса на конец года увеличивается на 0,21 млрд ден. ед.

Отметим, что знаки a_1 и a_2 совпадают со знаками ранее найденных частных коэффициентов корреляции $r_{x_1, y(x_2)}$ и $r_{x_2, y(x_1)}$. Такое совпадение всегда имеет место и в данном случае полностью согласуется с экономическим содержанием взаимосвязи показателей денежной массы (y), ее оборачиваемостью (x_1) и кредиторской задолженностью (x_2), которое было подробно рассмотрено при вычислении частных коэффициентов корреляции.

Построение множественного уравнения регрессии должно заканчиваться установлением его значимости и качества. И то, и другое делается на основании множественного коэффициента корреляции $R_{y(x_1, x_2)}$ или с помощью R^2 . Методы вычисления этих коэффициентов и оценка их значимости были подробно рассмотрены выше. Однако отметим, что, если данный коэффициент не был вычислен до построения уравнения регрессии, значимость и качество уравнения регрессии могут быть определены следующим образом.

Введем в рассмотрение дополнительные величины:

- полная сумма квадратов — $SST = \sum(y - \bar{y})^2 = n\sigma_y$;
- регрессионная сумма квадратов — $SSR = \sum(\hat{y}_x - \bar{y})^2$;
- сумма квадратов ошибок,
или сумма квадратов остатков — $SSE = \sum(\hat{y}_x - y)^2$.

Доказано, что для линейной регрессии имеет место равенство:

$$SST = SSR + SSE. \quad (10.36)$$

Очевидно, что $SST = n\sigma_y$ и характеризует вариацию исходных значений y , SSR — вариацию теоретических значений \hat{y}_i , показатель же SSE — степень отклонения исходных и теоретических значений.

Значение $SST = 2065,31$ вычислено в табл. 10.5, а $SSR = 418,18$ — в последней строке табл. 10.8. Из формулы 10.36 получаем:

$$SSR = SST - SSE = 2065,31 - 418,18 = 1647,12. \quad (10.37)$$

С помощью этих величин легко вычисляются R^2 и $F_{\text{факт}}$:

$$R^2 = SSR : SST = 1647,12 : 2065,31 = 0,7975. \quad (10.38)$$

$$F_{\text{факт}} = \frac{SSR}{SSE} \cdot \frac{n - m - 1}{m} = 17,72. \quad (10.39)$$

В итоге получены те же значения R^2 и $F_{\text{факт}}$, что и ранее при вычислении множественного коэффициента корреляции. Значимость R^2 устанавливается описанным там же способом.

Оценка значимости коэффициентов уравнения. Помимо оценки значимости всего уравнения регрессии в целом необходимо оценивать и значимость каждого его коэффициента a_i . Если при этом обнаруживаются незначимые коэффициенты, то факторная переменная, коэффициент которой наиболее незначим, исключается из рассмотрения и уравнение регрессии строится заново. Так продолжается до тех пор, пока в уравнении не останутся только значимые коэффициенты. Вычисление значимости коэффициентов «вручную» очень трудоемко и потому здесь не рассматривается. Однако средствами Excel такая оценка выполняется очень просто, и технология ее проведения рассматривается далее в настоящем разделе.

Нелинейная регрессия. Нелинейное уравнение регрессии строят после комплексного анализа взаимосвязи всех показателей, включая:

- анализ значения коэффициента корреляции r_{xy} в случае однофакторной зависимости и коэффициента множественной корреляции $R_{y(x_1, \dots, x_n)}$ при многофакторной зависимости;
- анализ корреляционного поля при однофакторной зависимости;

- учет содержательных экономических предпосылок.

Способ построения нелинейного (*степенного*) уравнения регрессии демонстрируется в следующем примере.

Пример 6. Анализ зависимости расходов на питание от размера семейных доходов. В первых двух столбцах табл. 10.9 приведены результаты наблюдения за шестью группами ($n = 6$), содержащие сведения о среднедушевых доходах и расходах на продукты питания по региону. Смысл последующих столбцов с расчетными значениями поясняется ниже.

Таблица 10.9

Распределение семей по величине среднедушевого дохода

Группы семей в зависимости от среднедушевого дохода в месяц, тыс. ден.ед.	Расходы на питание, тыс. ден.ед. на чел.		$\ln(x)$	$\ln(y)$	$\ln(x) \cdot \ln(y)$	$\ln^2(x)$	\hat{y}_x	$(y - \hat{y}_x)^2$	$(y - \bar{y})^2$
	x	y							
10-12	11	1,5	2,40	0,41	0,97	5,75	1,24	0,07	28,80
12-14	13	2,0	2,56	0,69	1,78	6,58	2,38	0,14	23,68
14-16	15	3,8	2,71	1,34	3,62	7,33	4,14	0,12	9,40
16-18	17	6,2	2,83	1,82	5,17	8,03	6,73	0,28	0,44
18-20	19	11,2	2,94	2,42	7,11	8,67	10,37	0,69	18,78
20-22	21	16,5	3,04	2,80	8,53	9,27	15,29	1,47	92,80
Всего	96	41,2	16,49	9,48	27,18	45,63		2,77	173,91
	\bar{y}	6,87						η^2	0,98

Расходы на питание будем считать результативным признаком y , а уровень среднедушевого совокупного дохода x — факторной переменной, влияющей на величину y . Как видно из таблицы, в качестве значений x принимаются середины группировочных интервалов.

Хотя коэффициент линейной корреляции $r_{xy} = 0,950$ достаточно высок (его вычисление опущено) и это позволяет предположить, что зависимость $\hat{y}(x)$ линейная, тем не менее проанализируем вид $\hat{y}(x)$, построив корреляционное поле (рис. 10.2).

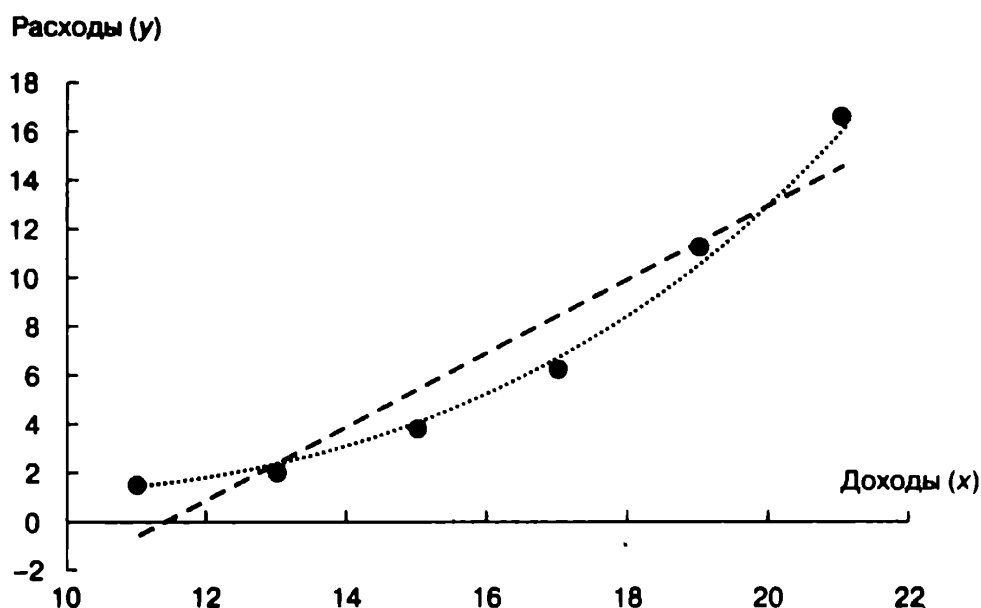


Рис. 10.2. Корреляционное поле и график уравнения регрессии, построенные по данным о доходах и расходах на питание

Из рисунка видно, что дуга гораздо лучше описывает зависимость расходов от доходов, чем прямая линия (на рисунке показана прямая, наиболее тесно примыкающая к точкам корреляционного поля).

Допустим, $\hat{y}(x)$ — степенная функция, т.е. имеет вид:

$$\hat{y}(x) = a_0 x^{a_1}. \quad (10.40)$$

Коэффициенты a_0 и a_1 этой функции вычислим методом наименьших квадратов, для чего применим широко используемый прием, называемый *линеаризацией уравнения регрессии*. Суть метода линеаризации состоит в том, чтобы с помощью различных преобразований заменить $\hat{y}(x)$ на эквивалентную ей линейную функцию. Так, если прологарифмировать обе части уравнения (10.40), например по натуральному основанию, получим:

$$\ln(\hat{y}(x)) = \ln a_0 + a_1 \ln x = \tilde{a}_0 + a_1 \ln x, \quad (10.41)$$

где $\tilde{a}_0 = \ln a_0$;

$a_0 = e^{\tilde{a}_0}$;

$e = 2,7183$ — основание натурального логарифма.

Нетрудно видеть, что выражение (10.41) — не что иное, как линейное уравнение регрессии для пары переменных $\ln(y)$ и $\ln(x)$. Коэф-

коэффициенты \tilde{a}_0 и a_1 этого уравнения находятся решением следующей системы нормальных уравнений:

$$\begin{cases} \tilde{a}_0 n + a_1 \sum \ln x = \sum \ln y, \\ \tilde{a}_0 \sum \ln x + a_1 \sum \ln^2 x = \sum (\ln x \cdot \ln y). \end{cases} \quad (10.42)$$

После подстановки в нее значений $\sum \ln x$, $\sum \ln y$, $\sum \ln^2 x$, $\sum (\ln x \cdot \ln y)$, вычисленных в табл. 10.9, система принимает вид:

$$\begin{aligned} 6\tilde{a}_0 + 16,49a_1 &= 9,48; \\ 16,49\tilde{a}_0 + 45,63a_1 &= 27,18. \end{aligned}$$

Результаты решения системы: $\tilde{a}_0 = -9,089$, $a_1 = 3,881$, откуда $a_0 = e^{\tilde{a}_0} = 2,7183^{-9,089} = 0,0001$. Таким образом, получаем следующее степенное уравнение регрессии:

$$\hat{y}(x) = 0,0001x^{3,881} \quad (10.43)$$

Теоретические значения \hat{y}_x , рассчитанные по этой формуле, для всех значений x , приведены в табл. 10.9.

Качество *нелинейного* уравнения регрессии определяется с помощью показателя η^2 , который называется *теоретическим коэффициентом детерминации* и исчисляется по формуле

$$\eta^2 = 1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2} \quad (10.44)$$

Теоретический коэффициент детерминации изменяется в пределах от 0 до 1 и уравнение регрессии считается качественным при $\eta^2 > 0,75 - 0,8$. Подставляя в (10.44) значения $\sum (y - \hat{y}_x)^2$ и $\sum (y - \bar{y})^2$, вычисленные в табл. 10.9, получим $\eta^2 = 0,98$, что свидетельствует о высоком качестве построенного степенного уравнения регрессии.

Значимость нелинейного уравнения регрессии определяется значимостью линеаризованного уравнения (10.41), описанным в примере 4 способом.

10.1.5. Непараметрические методы корреляционного анализа

Непараметрическими называются методы оценки силы связи между показателями, не выполняющие с показателями никаких арифметических действий (сложения, вычитания и т.д.) и в том числе не использующие в вычислениях средние значения показателей. Такие методы чаще всего применяются для определения тесноты связи меж-

ду признаками, из которых *один или все* — *качественные*. Ряд непараметрических методов используется лишь в отношении *ранжируемых (порядковых)* качественных признаков.

Ранжируемым называется признак, значения которого могут быть *содержательно упорядочены* по возрастанию/убыванию в соответствии с такими качествами, как «больше-меньше», «лучше-хуже», «выше-ниже» и т.д. Например, виды учебных заведений, т.е. значения признака, характеризующего уровень образования, могут быть содержательно упорядочены по возрастанию следующим образом:

- 1) средняя школа (Сш);
- 2) колледж (Кл);
- 3) вуз (Вз);
- 4) аспирантура (Ас).

В этом списке в скобках указаны краткие обозначения каждого уровня образования, используемые в дальнейшем. Очевидно, что количественные признаки — ранжируемые.

Неранжируемыми называются качественные признаки, не поддающиеся никакому содержательному упорядочиванию (упорядочивание в алфавитном порядке содержательным не является). Примером таких признаков может служить вероисповедание, национальность, профессия и др.

Назначение рангов. Значениям ранжируемого признака могут соответствовать специальные числа, называемые *рангами*. Способ распределения рангов между значениями количественного и качественного признаков демонстрируется в табл. 10.10.

Таблица 10.10

Назначение простых и связанных рангов

№ строки	Количественный признак X									
	1	Порядковый номер N	1	2	3	4	5	6	7	8
2	Значения X	4	7	8	7	4	2	7	5	6
3	Упорядоченные X	2	4	4	5	6	7	7	7	8
4	Связанные ранги $R_s(X)$	1	2,5	2,5	4	5	7	7	7	9
5	Мощности связок $k(X)$	1	2		1	1	3		1	
Качественный признак Y										
6	Значения Y	Сш	Ас	Кл	Вз	Сш	Сш	Сш	Вз	Ас
7	Упорядоченные Y	Сш	Сш	Сш	Сш	Кл	Вз	Вз	Ас	Ас
8	Связанные ранги $R_s(Y)$	2,5	2,5	2,5	2,5	5	6,5	6,5	8,5	8,5
9	Мощности связок $k(Y)$	4				1	2		2	

В строках 2 и 6 таблицы приведены значения некоторого количественного и качественного признаков, полученных в результате статистического наблюдения, причем значения качественного признака — это рассмотренные выше уровни образования. Для установления рангов указанные значения необходимо упорядочить (мысленно или явно) по возрастанию, что и сделано соответственно в стр. 3 и 7. Далее ранги распределяются согласно следующим правилам:

1) ранг значения, наблюдаемого однократно, равен указанному в строке 1 порядковому номеру этого значения в упорядоченном списке в строках 2 или 6. Например, значения $X = 5$ и $Y = \text{Кл}$ встречаются лишь один раз, и поэтому ранг $X = 5$ равен 4, а ранг $Y = \text{Кл} = 5$; ранг, присвоенный соответствующему значению, будем кратко записывать в виде $R_s(X = 5) = 4$, $R_s(Y = \text{Кл}) = 5$. Ранг единственного значения называется *простым*;

2) если значение признака встречается несколько раз (как, скажем, в случае с $X = 7$ и $Y = \text{Сш}$), то его ранг равен среднему арифметическому значению порядковых номеров таких повторов; к примеру, ранги значений $X = 7$ и $Y = \text{Сш}$ равны соответственно $R_s(X = 7) = (6 + 7 + 8) : 3 = 7$, $R_s(Y = \text{Сш}) = (1 + 2 + 3 + 4) : 4 = 2,5$. Вычисленные таким образом ранги называются *связанными*, а использованные для их расчета ячейки обведены в табл. 10.10 жирным контуром. Как видно из таблицы, связанные ранги могут быть дробными числами, некоторые значения рангов при этом вовсе отсутствуют.

Связки и их мощность. Каждая группа значений с одинаковыми рангами называется *связкой*, а количество значений в каждой такой группе — *мощностью связки* и обозначается символом k . В таблице для значений X , Y имеется соответственно две и три связки. Мощности каждой из этих связок приведены в строках 6 и 9 таблицы.

В ряде случаев единственными значениями признака служат непосредственно ранги. Например, значением такого признака, как *приоритетность* сложного социально-экономического проекта, выступает его порядковый номер (ранг) в экспертно упорядоченном списке аналогичных проектов. С помощью рейтингов (синоним рангов) задаются значения разных признаков, вроде популярности различных политиков, социальных программ и т.д.

Показатели тесноты связи между признаками, вычисленные с использованием *только рангов* признаков, называются *ранговыми коэффициентами корреляции*.

В таблице 10.11 приводятся названия рассматриваемых далее коэффициентов корреляции, посредством которых определяется теснота связи между парой признаков различного типа.

Таблица 10.11

Коэффициенты, применяемые для характеристики тесноты связи между признаками разных типов

Тип признака X	Тип признака Y	Коэффициент
Ранжируемый	Ранжируемый	Спирмена, Кендэла
Качественный неранжируемый	Качественный неранжируемый	Взаимной сопряженности Пирсона, Чупрова
Альтернативный	Альтернативный	Ассоциации, Контингенции
Альтернативный	Количественный	Бисериальный
Несколько ранжируемых		Конкордации

Коэффициент корреляции рангов Спирмена (ρ) вычисляется по формуле¹

$$\rho = \frac{n^3 - n - 6 \sum d^2 - 0,5(A + B)}{\sqrt{(n^3 - n - A)(n^3 - n - B)}}, \quad (10.45)$$

где n — количество наблюдений;

$$\sum d^2 = \sum (R_i(X) - R_i(Y))^2, \quad (10.46)$$

$R_i(X)$ и $R_i(Y)$ — связанные ранги соответственно для значений X и Y ;

$$A = \sum (k_j(X)^3 - k_j(X)), \quad B = \sum (k_j(Y)^3 - k_j(Y)), \quad (10.47)$$

$k_j(X), k_j(Y)$ — мощности j -й связки у X и Y .

Коэффициент Спирмена изменяется в пределах $-1 \leq \rho \leq 1$.

¹ Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Исследование зависимостей. М.: Финансы и статистика, 1995. С. 107, формулы 2.4, 2.5. Указанные формулы эквивалентными преобразованиями приведены авторами задачника к представленному здесь более простому виду.

Если у X и Y отсутствуют связанные ранги, то $A = B = 0$ и формула (10.45) вычисления коэффициента Спирмена приобретает следующий более простой вид:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}. \quad (10.48)$$

Примечание. При назначении рангов *непрерывному* количественному признаку его значения при необходимости следует незначительно скорректировать (изменить) таким образом, чтобы все они стали различными. Тогда вычисление коэффициента Спирмена для пары непрерывных количественных признаков можно выполнять по более простой формуле (10.48) без существенной потери точности. Значения же качественного или дискретного количественного признака скорректировать невозможно, и поэтому при наличии связей вычислять ρ необходимо по формуле (10.45).

Проверка значимости найденного значения ρ выполняется так же, как и для коэффициента корреляции r_{xy} по формулам (10.9), (10.10) при $df = n - 2$ по таблице Приложения 7.

Коэффициент корреляции рангов Кендэла (τ). Коэффициент вычисляется с помощью связанных рангов $R_s(X)$ и $R_s(Y)$, но *предварительно пары ($x; y$) исходных значений признаков должны быть упорядочены по возрастанию x* , при этом y , соответствующие одинаковым x , также должны быть расположены по возрастанию. После этого значение τ вычисляется по формуле¹

$$\tau = \frac{n(n-1) - 4Q - U_x - U_y}{\sqrt{(n(n-1) - U_x)(n(n-1) - U_y)}}, \quad (10.49)$$

в которой
$$Q = \sum_{i=1}^n q_i^M, \quad (10.50)$$

где q_i^M — это количество случаев, в которых при $j > i$ ранг $R_s(y_j)$ меньше, чем ранг $R_s(y_i)$.

¹ Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Указ. соч. С. 111. Формулы (2.6'), (2.8). Указанные формулы эквивалентными преобразованиями приведены авторами задачника к представленному здесь более простому виду.

Далее:

$$\begin{aligned}U_x &= \sum k_j(x)(k_j(x) - 1); \\U_y &= \sum k_j(y)(k_j(y) - 1).\end{aligned}\tag{10.51}$$

Если у X и Y отсутствуют связанные ранги, то $U_x = U_y = 0$ и формула 10.49 вычисления коэффициента Кендэла приобретает следующий более простой вид:

$$\tau = \frac{1-4Q}{n(n-1)}.\tag{10.52}$$

Коэффициент Кендэла изменяется в пределах $-1 \leq \tau \leq 1$.

При вычислении коэффициента Кендэла справедливо примечание, сделанное к способу вычисления коэффициента Спирмена.

Значимость коэффициента τ для заданного уровня значимости α при $n < 10$ определяется по специальным таблицам¹, а при $n \geq 10$ значимость τ можно проверить с помощью нормального N -критерия. Для этого необходимо вычислить $N_{\text{факт}}$ по формуле

$$N_{\text{факт}} = \tau \sqrt{\frac{9n(n-1)}{2(2n+5)}}.\tag{10.53}$$

Величина τ значима, если выполняется условие

$$|N_{\text{факт}}| > N_{\text{кр.д}}.\tag{10.54}$$

В этой формуле $N_{\text{кр.д}}$ — граница двусторонней критической области, которая может быть определена с помощью таблиц Приложения 5.

Примечание. Ранговые методы обычно применяют к числовым признакам в тех случаях, когда количество наблюдений невелико или когда значения переменных распределены не по нормальному закону.

Пример 7. Вычисление коэффициентов Спирмена и Кендэла для пары количественных признаков — стоимости основных фондов (x) и объема выпуска продукции (y), приведенных в табл. 10.12.

¹ Owen D.B. Handbook of Statistical Tables. Pergamon Press and Addison-Wesley. 1962.

Таблица 10.12

**Расчет коэффициентов корреляции рангов Спирмена и Кендэла
для пары числовых признаков**

Исходные данные			Связанные ранги		Мощность связок k_x и k_y		Для коэф. Спирмена	Для коэф. Кендэла
№ предприятия	стоимость основных фондов, млн руб.,	выпуск продукции, млн руб.,	R_{sX}	R_{sY}	k_x	k_y	$d^2 = (R_{sX} - R_{sY})^2$	количество q_i^+ -наблюдений, лежащих ниже текущего и имеющих ранг R_{sY} меньший, чем у текущего наблюдения
	x	y						
1	6	2,4	1	1	1	1	0	0
2	8	4,1	2	3,5	1	2	2,25	1
3	9	3,6	3	2	1	1	1	0
4	10	4,1	4,5	3,5	2	2	1	0
5	10	4,5	4,5	5	2	1	0,25	0
6	11	5,6	6	8	1	3	4	1
7	12	5,6	7	8	1	3	1	1
8	13	5,6	8	8	1	3	0	1
9	14	7	9	10	1	1	1	1
10	15	5	10	6	1	1	16	0
	ΣX	ΣY					Σd^2	Q
Всего	108	47,5					26,5	5

Количество наблюдений (n) в данном примере равно 10.

Пояснения к вычислению коэффициента Спирмена. В соответствии с данными таблицы $\Sigma d^2 = 26,5$. У значений X мощность одной связки — 2, а именно: $k(X=10) = 2$. У значений Y — две связки с мощностями 2 и 3, а именно: $k(Y=4,1) = 2$, $k(Y=5,6) = 3$. Поэтому согласно формуле (10.47) имеем: $A = (2^3 - 2) = 6$; $B = (2^3 - 2) + (3^3 - 3) = 30$. Подставляя эти значения в (10.45), получим:

$$\rho = \frac{10^3 - 10 - 6 \cdot 26,5 - 0,5(6 + 30)}{\sqrt{(10^3 - 10 - 6)(10^3 - 0 - 30)}} = 0,836.$$

Показатели, необходимые для проверки значимости ρ при уровне значимости $\alpha = 0,05$, имеют следующие значения:

$$t_{\text{факт}} = \rho \sqrt{\frac{n-2}{1-\rho^2}} = 0,836,$$

$$\sqrt{\frac{10-2}{1-0,836^2}} = 4,317;$$

$t_{\text{крит.д}} = t(0,05; df = 10 - 2) = 2,752$ (соответствующие данные — в таблице приложения 7).

Так как $|t_{\text{факт}}| > t_{\text{крит.д}}$, то при уровне значимости $\alpha = 0,05$ полученное значение $\rho = 0,836$ значимо и указывает на наличие сильной связи между x и y .

Пояснения к вычислению коэффициента Кендэла. Значения последнего столбца табл. 10.12 q_i^* получены следующим образом. В первой строке ($i = 1$) столбца RsY стоит единица, т.е. $RsY_1 = 1$. В столбце RsY ниже первой строки рангов менее $RsY_1 = 1$ нет, и потому $q_1^* = 0$. Во второй строке $RsY_2 = 3,5$, и ниже этой строки только $RsY_3 = 2$ меньше, чем $RsY_2 = 3,5$, поэтому $q_2^* = 1$. В третьей строке $RsY_3 = 2$, и ниже данной строки рангов меньше этого нет, а потому $q_3^* = 0$. Аналогичным образом вычисляются другие значения q_i^* , а затем и $\sum q_i^* = Q = 5$.

Поскольку для X есть только одна связка $k(X = 10) = 2$, а для Y — две связки $k(Y = 4,1) = 2$ и $k(Y = 5,6) = 3$, то согласно (10.51) имеем:

$$U_x = 2(2 - 1) = 2; U_y = (2(2 - 1) + 3(3 - 1)) = (2 + 6) = 8.$$

Подставляя найденные значения n , Q , U_x , U_y в (10.49), получим:

$$\tau = \frac{10(10 - 4) - 4 \cdot 5 - 2 - 8}{\sqrt{(10(10 - 1) - 2)(10(10 - 1) - 8)}} = 0,706.$$

Сравнение найденных ρ и τ показывает, что $\tau < \rho$ и такое соотношение между коэффициентами имеет место всегда, поскольку метод Кендэла вычисляет тесноту связи более строго, чем способ Спирмена. В данном случае оба коэффициента показывают наличие тесной связи между рассматриваемыми переменными.

Значения $N_{\text{факт}}$ и $N_{\text{кр.д}}$, необходимые для проверки значимости коэффициента τ с уровнем значимости $\alpha = 0,05$, соответственно равны:

$$N_{\text{факт}} = 0,706 \sqrt{\frac{9 \cdot 10(10-1)}{2(2 \cdot 10 + 5)}} = 2,843;$$

$N_{\text{кр.д}} = 1,960$ (соответствующие данные — в таблице приложения 5).

Поскольку $N_{\text{факт}} > N_{\text{кр.д}}$, то найденное значение $\tau = 0,706$ значимо с уровнем значимости $\alpha = 0,05$.

Пример 8. Вычисление коэффициентов Спирмена и Кендэла для установления тесноты связи между качественным и количественным признаками. В столбце «Образование» табл. 10.13 соответствующие показатели упорядочены в порядке старшинства, указанном выше при обсуждении ранжируемых признаков.

Таблица 10.13

Корреляция между уровнем образования и доходом

Исходные данные			Связанный ранг		Мощность связок		Для коэф. Спирмена	Для коэф. Кендэла
№ наблюдения	образование, x	месячный доход, руб., y	R_sX	R_sY	k_x	k_y	$d^2 = (R_sX - R_sY)^2$	количество q_i^* -наблюдений, лежащих ниже текущего и имеющих ранг R_sY , меньший, чем у текущего наблюдения
1	Ср. школа	12 000	2	1	3	1	1	0
2	Ср. школа	17 000	2	2	3	1	0	0
3	Ср. школа	18 000	2	3	3	1	1	0
4	Колледж	25 000	5	5	3	1	0	1
5	Колледж	27 000	5	6	3	1	1	1
6	Колледж	28 000	5	7	3	1	4	1
7	Вуз	22 000	7,5	4	2	1	12,25	0
8	Вуз	31 000	7,5	11	2	1	12,25	3
9	Аспирантура	29 000	10,5	8	4	1	6,25	0
10	Аспирантура	30 000	10,5	9,5	4	2	1	0
11	Аспирантура	30 000	10,5	9,5	4	2	1	0
12	Аспирантура	35 000	10,5	12	4	1	2,25	0
	ΣX	ΣY					Σd^2	Q
Всего	0	304 000				Всего	42	6

Значения x имеют четыре связки с мощностями соответственно $k(\text{Ср. школа}) = k(\text{Колледж}) = 3$, $k(\text{Вуз}) = 2$, $k(\text{Аспирантура}) = 4$; показатель y имеет одну связку $k(30\ 000) = 2$. В соответствии с этим и формулами (10.47), (10.52) имеем:

$$A = (3^3 - 3) + (3^3 - 3) + (2^3 - 2) + (4^3 - 4) = 144;$$

$$B = (3^3 - 3) = 6;$$

$$U_x = (3(3 - 1) + 3(3 - 1) + 4(4 - 1) + 2(2 - 1)) = 26;$$

$$U_y = 2(2 - 1) = 2.$$

Из таблицы также следует, что $n = 12$, $\sum d^2 = 42$, $Q = 6$. В соответствии с этим в табл. 10.14 представлены значения коэффициентов Спирмена и Кендэла, вычисленные по формулам (10.45), (10.49), а также фактические и критические значения, необходимые для проверки значимости при $\alpha = 0,05$.

Таблица 10.14

**Коэффициенты ρ и τ ,
фактические и критические значения
критериев их значимости**

Коэффициент	Спирмена	Кендэла
Значение	0,848	0,681
$K_{\text{факт}}$	5,066	3,084
$K_{\text{крит}}$	2,634	1,960

Критические значения для коэффициента Спирмена и Кендэла вычислены по таблице Приложения 7.

Из этой таблицы видно, что оба коэффициента значимы и указывают на наличие связи средней степени между уровнем образования и доходом, при этом, как обычно, коэффициент Кендэла дает более осторожную оценку.

Определение силы связи между двумя признаками с помощью коэффициентов сопряженности Пирсона и Чупрова. Исходной информацией для их вычисления служит прямоугольная *таблица сопряженности*, которая имеет следующий вид (табл. 10.15).

Таблица 10.15

Пример построения таблицы сопряженности

Значения признака X	Значения признака Y					Всего
	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	
x_1	$f_{1,1}$	$f_{1,2}$	$f_{1,3}$	$f_{1,4}$	$f_{1,5}$	m_1
x_2	$f_{2,1}$	$f_{2,2}$	$f_{2,3}$	$f_{2,4}$	$f_{2,5}$	m_2
x_3	$f_{3,1}$	$f_{3,2}$	$f_{3,3}$	$f_{3,4}$	$f_{3,5}$	m_3
Всего	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	nm

Верхняя строка таблицы содержит значения $y_j, j = 1 \dots M$ одного признака Y, а первый столбец — значения $x_i, i = 1 \dots N$ — второго признака X. Оба признака — X и Y — обычно качественные. В клетках таблицы указываются частоты f_{ij} , с которыми сочетание значений признаков $(x_i; y_j)$ наблюдалось в статистическом обследовании. В последних строках и столбцах содержатся суммы частот $m_i = \sum_j f_{ij}$ и $n_j = \sum_i f_{ij}$ соответственно по строкам и столбцам.

Степень связи между качественными признаками X, Y может быть охарактеризована с помощью коэффициентов Пирсона или Чупрова, которые вычисляются по следующим формулам

$$\varphi^2 = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \frac{f_{ij}^2}{m_i n_j} \right) - 1, \quad (10.55)$$

где N и M — количество различных значений соответственно у признаков X и Y.

$$K_{\text{Пирсона}} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}}; \quad (10.56)$$

$$K_{\text{Чупрова}} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\sqrt{(N-1)(M-1)}}}. \quad (10.57)$$

Пример 9. Анализ влияния размера предприятия на рентабельность его функционирования с помощью коэффициентов Пирсона и Чупрова. Исходной информацией для проведения указанного анализа служит следующая таблица сопряженности, сформированная по результатам статистического обследования различных предприятий

Тип предприятия	Уровень рентабельности				Итого
	высокий	средний	низкий	предприятие убыточно	
Крупное	20	24	15	3	62
Среднее	24	32	18	7	81
Малое	41	45	38	20	144
Итого	85	101	71	30	

В соответствии с данными таблицы и формулами (10.55) — (10.57) получим:

$$\varphi^2 = \frac{20^2}{85 \cdot 62} + \frac{24^2}{101 \cdot 62} + \frac{15^2}{71 \cdot 62} + \frac{3^2}{30 \cdot 62} + \frac{24^2}{85 \cdot 81} + \frac{32^2}{101 \cdot 81} +$$

$$+ \frac{18^2}{71 \cdot 81} + \frac{7^2}{30 \cdot 81} + \frac{41^2}{85 \cdot 144} + \frac{45^2}{101 \cdot 144} + \frac{38^2}{71 \cdot 144} + \frac{20^2}{30 \cdot 144} - 1 = 0,0196.$$

Отсюда:

$$K_{\text{Пирсона}} = \sqrt{\frac{0,0196}{1 - 0,0196}} = 0,139;$$

$$K_{\text{Чупрова}} = \sqrt{\frac{0,0196}{\sqrt{(3-1)(4-1)}}} = 0,089.$$

Таким образом, оба коэффициента указывают на слабую связь между размером предприятия и его рентабельностью.

Анализ зависимости между двумя альтернативными признаками с помощью коэффициентов контингенции и ассоциации. Исходной информацией для вычисления обоих коэффициентов служит сокращенная таблица сопряженности следующего вида

Значение признака X	Значение признака Y		Всего
	y ₁	y ₂	
x ₁	a	b	a + b
x ₂	c	d	c + d
Всего	a + c	b + d	

Значения a, b, c, d — это частоты появления в выборке соответствующих пар значений $(x_i; y_i)$. По данным такой таблицы коэффициенты контингенции $K_{\text{конт}}$ и ассоциации $K_{\text{ас}}$ вычисляются следующим образом:

$$K_{\text{конт}} = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+c)(b+d)(a+b)(c+d)}};$$

$$K_{\text{ас}} = \frac{ad - bc}{ad + bc}.$$
(10.58)

Значения обоих коэффициентов могут изменяться от -1 до $+1$. Связь считается существующей, если коэффициент ассоциации по модулю больше $0,5$, а коэффициент контингенции больше $0,3$.

Проиллюстрируем применение указанных коэффициентов для анализа зависимости между семейным положением и наличием отдельной квартиры. Сокращенная таблица сопряженности в этом случае может иметь следующий вид

Семейное положение	Наличие отдельной квартиры		Всего
	есть	нет	
Семейные	156	75	231
Одинокие	50	93	143
Всего	206	168	374

Подставляя данные таблицы в формулы (10.58), получим $K_{\text{конт}} = 0,540$, $K_{\text{ас}} = 0,589$, что подтверждает наличие связи средней силы между семейным положением и наличием отдельной квартиры.

10.2. РЕАЛИЗАЦИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ НА КОМПЬЮТЕРЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MICROSOFT EXCEL

10.2.1. Вычисление критических точек и P -значений

Способ вычисления критических точек для различных статистических критериев и заданных параметров α , df , $df1$, $df2$ приведен в табл. 10.16.

Таблица 10.16

Вычисление критических точек

Вид критической области	Вид распределения статистического критерия и формулы вычисления критической (критических) точек	Условие принятия гипотезы H_0
Стандартное нормальное распределение (N-распределение)		
Правосторонняя	$K_{кр.пр} = -НОРМСТОБР(\alpha)$	$K_{факт} < K_{кр.пр}$
Левосторонняя	$K_{кр.л} = НОРМСТОБР(\alpha)$	$K_{факт} > K_{кр.л}$
Двусторонняя	$K_{кр.д} = -НОРМСТОБР(\alpha/2)$	$ K_{факт} > K_{кр.д}$
Распределение Стьюдента (t-распределение)		
Правосторонняя	$K_{кр.пр} = \text{ЕСЛИ}(\alpha < 0,5; \text{СТЮДРАСПОБР}(2*\alpha; df); -\text{СТЮДРАСПОБР}(2*(1-\alpha); df))$	$K_{факт} < K_{кр.пр}$
Левосторонняя	$K_{кр.л} = \text{ЕСЛИ}(\alpha > 0,5; \text{СТЮДРАСПОБР}(2*(1-\alpha); df); -\text{СТЮДРАСПОБР}(2*\alpha; df))$	$K_{факт} > K_{кр.л}$
Двусторонняя	$K_{кр.д} = \text{СТЮДРАСПОБР}(\alpha; df)$	$ K_{факт} < K_{кр.д}$
Распределение Фишера (F-распределение)		
Правосторонняя	$K_{кр.пр} = \text{ФРАСПОБР}(\alpha; df1; df2)$	$K_{факт} < K_{кр.пр}$
Левосторонняя	$K_{кр.л} = \text{ФРАСПОБР}(1-\alpha; df1; df2)$	$K_{факт} > K_{кр.л}$
Двусторонняя	$K_{кр.д} = \text{ФРАСПОБР}(\alpha/2; df1; df2)$	$K_{факт} < K_{кр.д}$
Распределение χ^2		
Правосторонняя	$K_{кр.пр} = \text{ХИ2ОБР}(\alpha; df)$	$K_{факт} < K_{кр.пр}$
Левосторонняя	$K_{кр.л} = \text{ХИ2ОБР}(1-\alpha; df)$	$K_{факт} > K_{кр.л}$
Двусторонняя	$K_{кр.л} = \text{ХИ2ОБР}(\alpha/2; df)$	$K_{кр.л} < K_{факт} < K_{кр.п}$
	$K_{кр.п} = \text{ХИ2ОБР}(1-\alpha/2; df)$	

В таблице в скобках после названий распределений указаны символы (N , t , F , χ^2), которые применяются для краткого указания вида используемого распределения.

Формулы вычисления P -значений ($P_{зн}$) показаны в табл. 10.17, в которой символом ξ обозначено случайное число, имеющее соответствующее распределение вероятностей.

Вычисление P -значений

Вид критической области	Смысл P -зн	Формулы вычисления P -значения для соответствующей функции распределения вероятностей
Нормальное стандартное распределение		
Правосторонняя	$P\{\xi > K_{\text{факт}}\}$	=1-НОРМСТРАСП($K_{\text{факт}}$)
Левосторонняя	$P\{\xi < K_{\text{факт}}\}$	=НОРМСТРАСП($K_{\text{факт}}$);
Двусторонняя	$P\{ \xi > K_{\text{факт}} \}$	=2*НОРМСТРАСП(-ABS($K_{\text{факт}}$))
Распределение Стьюдента		
Правосторонняя	$P\{\xi > K_{\text{факт}}\}$	=ЕСЛИ($K_{\text{факт}} > 0$; СТЬЮДРАСП($K_{\text{факт}}; N; 1$); 1-СТЬЮДРАСП(- $K_{\text{факт}}; N; 1$))
Левосторонняя	$P\{\xi < K_{\text{факт}}\}$	=ЕСЛИ($K_{\text{факт}} > 0$; 1-СТЬЮДРАСП($K_{\text{факт}}; N; 1$); СТЬЮДРАСП(- $K_{\text{факт}}; N; 1$))
Двусторонняя	$P\{ \xi > K_{\text{факт}} \}$	=СТЬЮДРАСП(ABS($K_{\text{факт}}$); $N; 2$)
Распределение Фишера-Снедекора		
Правосторонняя	$P\{\xi > K_{\text{факт}}\}$	=ФРАСП($K_{\text{факт}}; N1_; N2_$)
Левосторонняя	$P\{\xi < K_{\text{факт}}\}$	=1-ФРАСП($K_{\text{факт}}; N1_; N2_$)
Распределение Хи-квадрат		
Правосторонняя	$P\{\xi > K_{\text{факт}}\}$	=ХИ2РАСП($K_{\text{факт}}; N-1$)
Левосторонняя	$P\{\xi < K_{\text{факт}}\}$	=1-ХИ2РАСП($K_{\text{факт}}; N-1$)

10.2.2. Вычисление различных характеристик переменных и коэффициентов корреляции

На рисунке 10.3 на примере данных табл. 10.5 показан способ вычисления средних значений переменных, их среднеквадратических отклонений, коэффициентов парной корреляции и коэффициента детерминации с помощью функций Excel. Представляется, что смысл переменных ясен из их обозначений и подписей к ним.

	В	С	Д	Е	Г	Н	И
2	Регион			Общая кредиторская задолженность на конец года, млрд ден.ед.	α	0,05	Уровень значимости
3							Средние значения
4					уср	55,36	=СРЗНАЧ(у)
5					х1ср	0,96	=СРЗНАЧ(х1)
6					х2ср	106,63	=СРЗНАЧ(х2)
7		у	х1	х2			Среднеквадратические отклонения
8	1	38,70	0,99	85,70	су	13,12	=СТАНДОТКЛЮНП(у)
9	2	39,40	1,01	77,00	сх1	0,04	=СТАНДОТКЛЮНП(х1)
10	3	41,40	1,03	97,30	сх2	32,06	=СТАНДОТКЛЮНП(х2)
11	4	44,00	1,00	68,80			Парные коэффициенты корреляции
12	5	46,20	0,98	53,58	гyx1	-0,808	=КОРРЕЛ(у;х1)
13	6	51,70	0,94	108,30	гyx2	0,825	=КОРРЕЛ(у;х2)
14	7	58,90	0,94	93,70	гх1х2	-0,672	=КОРРЕЛ(х2;х1)
15	8	59,70	0,91	130,40			Фактические значения t-критерия для гyx
16	9	64,60	0,96	153,58	тф гyx1	-4,335	=гyx1*((n-2)/(1-гyx1^2))^0,5
17	10	68,30	0,97	113,70	тф гyx2	4,613	=гyx2*((n-2)/(1-гyx2^2))^0,5
18	11	75,40	0,89	140,18	тф гх1х2	-2,871	=гх1х2*((n-2)/(1-гх1х2^2))^0,5
19	12	76,00	0,93	157,32			Критическое значения t-кр.дв. для гyx
20	n	12	m	2	ткр	2,228	=СТЮДРАСПОБР(α;n-2)
21				Коэффициент детерминации R ² .			
				t-факт, t-кр.дв.			
22		R ²	0,7975	=(гyx1^2+гyx2^2-2*гyx1*гyx2*гх1х2)/(1-гх1х2^2)			
23		F-факт	17,725	=R^2/(m)*(n-m-1)/(1-R^2)			
24		F-кр.п	4,256	=ФРАСПОБР(α;m;n-m-1)			

Рис. 10.3. Вычисление различных характеристик переменных и коэффициентов корреляции по данным табл. 10.5

Формулы Excel, по которым рассчитываются соответствующие значения, приведены справа от них и созданы с применением имен. Использованные при этом метки выделены полужирным шрифтом. В таблице присутствуют следующие имена: y [C8:C19], $x1$ [D8:D19], $x2$ [E8:E19], n [C20], m [D20], α [H2], γ_{x1} [H12], γ_{x2} [H13], γ_{x1x2} [H14], R^2 [D22]. В квадратных скобках после имени указаны ячейки, которым эти имена соответствуют. Все вычисленные в таблице на рис. 10.3 значения совпадают со значениями, полученными ранее в разд. 10.1.3 по формулам (10.12)—(10.22), а также в графе «Парные коэффициенты корреляции» табл. 10.6. Вычисление частных коэффициентов корреляции на рис. 10.3 не показано, поскольку специальные функции, необходимые для их расчета, отсутствуют, а их значение определяется по (10.23) с помощью элементарных формул Excel.

Отметим, что ПАКЕТ АНАЛИЗА позволяет сразу построить корреляционную матрицу, содержащую коэффициенты парной корреляции между всевозможными парами заданных переменных. Такая матрица, созданная по данным диапазона C7:E19 рис. 10.3, приведена на рис. 10.4 (диапазон K2:N5). Она получена по команде СЕРВИС/Анализ данных/Корреляция. На рисунке показан способ заполнения полей в окне этой команды.

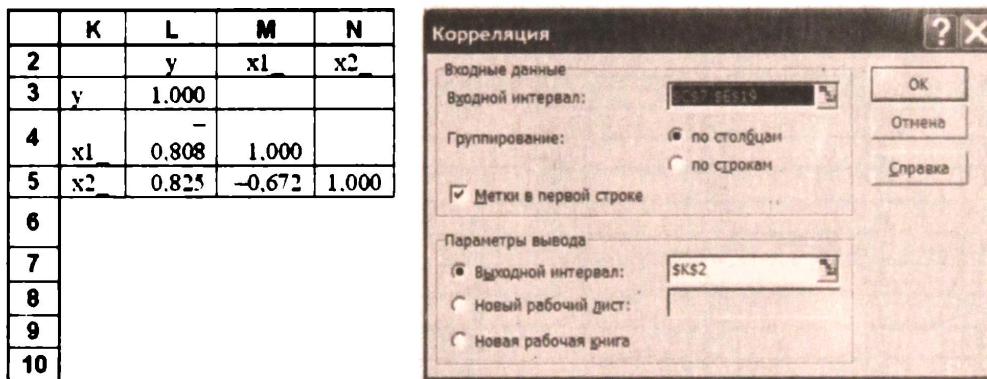


Рис. 10.4. Корреляционная матрица, построенная с помощью «Пакета анализа»

Из рисунка следует, что значения переменных должны располагаться в смежных строках или столбцах диапазона. В поле ВХОДНОЙ ИНТЕРВАЛ лучше всего выделять диапазон, содержащий как значения переменных, так и их названия (метки), как это показано на рис. 10.4.

При выделении меток необходимо пометить флажок **МЕТКИ**. В этом случае метки переменных будут выводиться сверху и слева от корреляционной матрицы, что облегчает ее анализ. На рисунке эти метки выведены в ячейках K3:K5 и L2:N2.

Необходимо иметь в виду, что *все выдачи ПАКЕТА АНАЛИЗА — статические*. Это означает, что при изменении исходных данных результат работы пакета *автоматически не изменяется* и для его обновления ПАКЕТ АНАЛИЗА необходимо вызвать повторно. Этим ПАКЕТ АНАЛИЗА отличается от формул и функций Excel, результаты вычислений по которым *динамические*, т.е. *автоматически изменяются* при изменении исходных данных.

10.2.3. Построение парного уравнения регрессии

На рисунке 10.5 на примере данных табл. 10.4 демонстрируется способ нахождения коэффициентов a_0 и a_1 линейного уравнения регрессии $\hat{y}_x = a_0 + a_1x$ и дается оценка значимости этого уравнения.

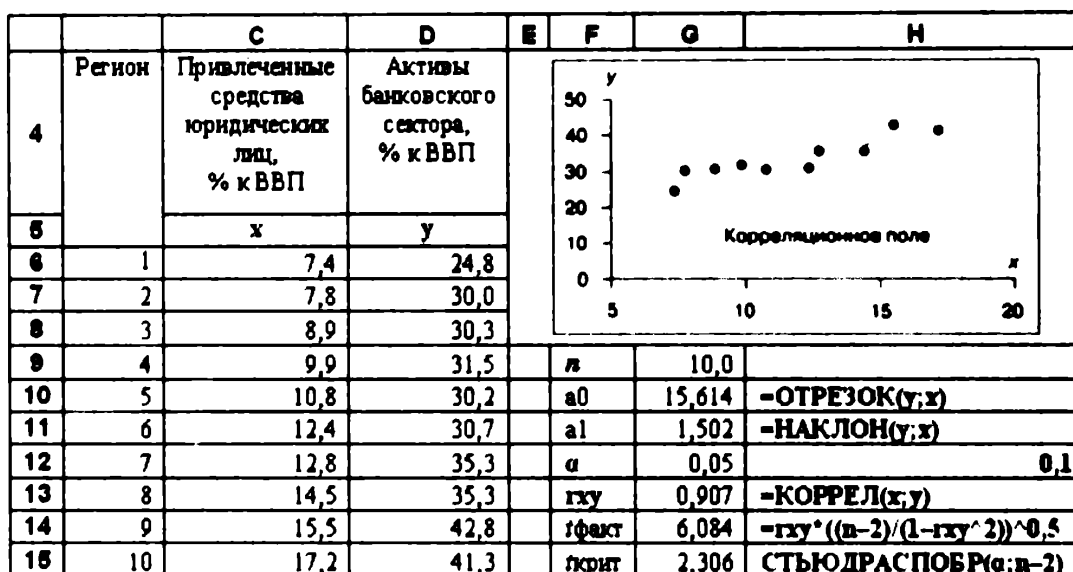


Рис. 10.5. Построение парного линейного уравнения регрессии

В таблице рис. 10.5 присутствуют следующие имена: x[C6:C10], y[C6:C10], n[G9], α[G12], гху[G13]. Для построения корреляционного ряда следует выделить диапазон C5:D15, затем командой **ВСТАВКА/ДИАГРАММА** или щелчком на инструментальной кнопке **ДОБАВИТЬ**

диаграмму, вызвать МАСТЕРА ПОСТРОЕНИЯ ДИАГРАММ и в его окне выбрать диаграмму типа Точечная с одними маркерами. Затем дважды щелкнуть на построенной диаграмме, активизировать ее ось X и в окне форматирования оси, во вкладке ШКАЛА, в поле МИНИМАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ задать 5.

Как видно из рисунка, коэффициенты a_0 и a_1 вычисляются с помощью функций ОТРЕЗОК($y;x$) и НАКЛОН($y;x$) категории СТАТИСТИЧЕСКИЕ. Естественно, что полученные значения совпадают с результатами решения системы (10.26). Значимость парного уравнения определяется значимостью коэффициента корреляции r_{xy} . Способы его расчета и проверки на значимость показаны в ячейках G13:H15.

Вычисление коэффициентов парного линейного уравнения и проверка его значимости могут быть также выполнены с помощью рассмотренных в следующем разделе мощных средств построения множественного линейного уравнения регрессии.

10.2.4. Инструменты построения множественного линейного уравнения регрессии

Применение инструментов Excel для построения такого уравнения регрессии продемонстрируем на примере табл. 10.5, исходные данные которой представлены на рис. 10.3 в диапазоне B2:E19. Все приводимые ниже фрагменты таблиц Excel — продолжение таблицы рис. 10.3.

В Excel существует два способа построения множественного линейного уравнения регрессии:

- с помощью ПАКЕТА АНАЛИЗА по команде СЕРВИС/Анализ данных/РЕГРЕССИЯ (далее для краткости — просто РЕГРЕССИЯ);
- с помощью функции ЛИНЕЙН.

Решение задачи, полученное с помощью команды РЕГРЕССИЯ, статическое, однако оно содержит больше данных для анализа уравнения регрессии, нежели функция ЛИНЕЙН.

На рисунке 10.6 в диапазоне G25:I29 представлены значения, возвращаемые функцией ЛИНЕЙН, а в J25:L29 — пояснения к этим значениям. Все остальные величины на рис. 10.6 получены по команде СЕРВИС/Анализ данных/РЕГРЕССИЯ. Поскольку результаты, выдавае-

мые обоими инструментами, во многом пересекаются, размещение на одном рисунке позволит лучше их осмыслить и сопоставить.

	D	E	F	G	H	I	J	K	L
24	Регрессионная статистика		Результаты ЛИНЕЙН			Комментарий			
25	Множественный R	0,893		0,210	-153,625	180,666	Коеф. ур.: a2, a1, a0		
26	R-квадрат	0,7975		0,083	67,301	70,992	Ст. ош. коэффиц.		
27	Нормированный R-квадрат	0,7525		0,798	6,816	#Н/Д	R кв., Ст.ошибка ур.		
28	Стандартная ошибка	6,8165		17,725	9	#Н/Д	Fфакт, n-m-1		
29	Наблюдения	12		1647,13	418,178	#Н/Д	SSR, SSE		
30									
31	Дисперсионный анализ								
32		df	SS	MS	F	Значимость F			
33	Регрессия	2	1647,13	823,57	17,72	0,000756			
34	Остаток	9	418,178	46,464					
35	Итого	11	2065,31						
36									
37		Коеффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%	Нижние 95,0%	Верхние 95,0%
38	Y-пересечение	180,67	70,9924	2,545	0,031	20,07	341	20,07	341,26
39	x1	-153,6	67,3009	-2,283	0,048	-305,87	-1,38	-305,87	-1,38
40	x2	0,2103	0,0829	2,537	0,032	0,02	0,4	0,023	0,40

Рис. 10.6. Построение и анализ множественного уравнения регрессии с помощью команды СЕРВИС/АНАЛИЗ ДАННЫХ/РЕГРЕССИЯ и функции ЛИНЕЙН

Использование функции ЛИНЕЙН. Эта функция из категории СТАТИСТИЧЕСКИЕ является *функцией формулы массива*, т.е. для ее применения необходимо выполнить следующий ряд последовательных действий.

1. В самом общем случае следует выделить диапазон ячеек, состоящий из пяти строк и $(m + 1)$ столбцов, где m — количество факторных переменных. В соответствии с этим на рис. 10.6 был выделен диапазон G25:J29 из пяти ячеек и трех столбцов.

2. Вызвать функцию ЛИНЕЙН и задать ее необходимые параметры. Так, для нашего случая были заданы параметры, показанные на рис. 10.7.

ИЗВЕСТНЫЕ_ЗНАЧЕНИЯ_У	C9:C20	= {44,5;46,25;46,79;...
ИЗВЕСТНЫЕ_ЗНАЧЕНИЯ_Х	D9:E20	= {0,8;53,58;0,97;79,
Конст	1	= ИСТИНА
Статистика	1	= ИСТИНА

Рис. 10.7. Параметры, заданные для функции ЛИНЕЙН

Заметим, что зависимая переменная может находиться отдельно от факторных, а факторные должны *обязательно* располагаться в смежных столбцах.

Если в поле **Конст** задать ноль, то будет построено уравнение регрессии с $a_0 = 0$. Если поле **Статистика** оставить пустым, то будут вычислены только коэффициенты уравнения регрессии (лишь значения диапазона G25:I25). В этом случае для работы **ЛИНЕЙН** достаточно выделить диапазон из одной строки и $(m + 1)$ столбца.

3. Ввод параметров **ЛИНЕЙН** необходимо закончить любым из следующих способов:

- одновременно нажать клавиши Ctrl + Shift + Enter;
- держа нажатыми клавиши Ctrl + Shift, щелкнуть мышью по кнопке ОК в окне **МАСТЕРА ФУНКЦИЙ** или по зеленой галочке в строке формул.

Независимо от значения, заданного в поле **Статистика**, в первой строке выделенного диапазона *в обратном порядке* представляются коэффициенты уравнения, т.е. коэффициент a_0 окажется крайним справа, ему будет предшествовать a_1 и т.д. Так, на рис. 10.7 коэффициент a_0 выдан в ячейке I15, a_1 — в H25, a_2 — в G25. Смысл остальных значений диапазона G26:I29 кратко поясняется в строках диапазона J25:L29, а их подробное описание будет приведено при рассмотрении выдачи команды **РЕГРЕССИЯ**.

Использование команды СЕРВИС/АНАЛИЗ ДАННЫХ/РЕГРЕССИЯ. Диалоговое окно этой команды с уже установленными параметрами задачи показано на рис. 10.8.

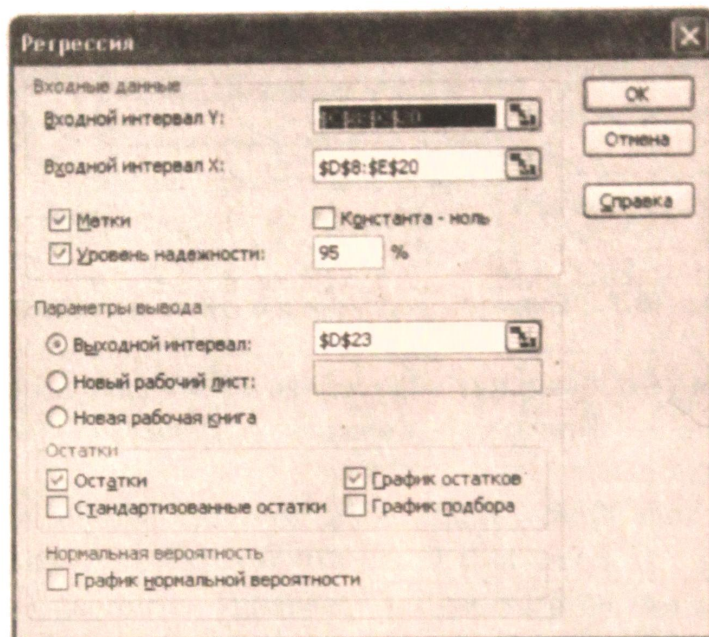


Рис. 10.8. Диалоговое окно команды РЕГРЕССИЯ

Напомним, что адреса исходных данных на приведенном рисунке соответствуют их расположению в таблице на рис. 10.3. В полях диалогового окна задается следующая информация.

Имя поля	Смысл задаваемого значения
ВХОДНОЙ ИНТЕРВАЛ Y	Диапазон ячеек, содержащий значения y. В идеале этот диапазон помимо значений y должен также включать метку y (ячейку C7 в таблице на рис. 10.3)
ВХОДНОЙ ИНТЕРВАЛ X	Диапазон, содержащий метки и значения всех факторных переменных
ФЛАЖОК МЕТКИ	Если диапазоны, указанные в двух предыдущих полях, содержат метки переменных, то этот флажок должен быть помечен
ФЛАЖОК КОНСТАНТА-НУЛЬ	Если пометить флажок, то будет построено уравнение с нулевым свободным членом, т.е. с $a_0 = 0$
ПОЛЕ УРОВЕНЬ НАДЕЖНОСТИ	Задается значение, равное $(1 - \alpha)$, где α — уровень значимости. Таким образом, заданный на рисунке уровень надежности 0,95 означает, что $\alpha = 0,05$
ВЫХОДНОЙ ИНТЕРВАЛ	Адрес ячейки, начиная с которой будет размещаться информация, выдаваемая командой РЕГРЕССИЯ
НОВЫЙ РАБОЧИЙ ЛИСТ, НОВАЯ РАБОЧАЯ КНИГА	Информация, выдаваемая командой РЕГРЕССИЯ, будет размещаться начиная с ячейки A1 соответственно на новом созданном листе или книге

Смысл остальных полей этого диалогового окна будет пояснен ниже, в этом же разделе. Перейдем к рассмотрению результатов работы команды РЕГРЕССИЯ, приведенных на рис. 10.6.

Группа значений «Регрессионная статистика». В ячейках E25:E27 выдаются значения множественного коэффициента корреляции $R_{y(x_1; x_2)} = 0,8930$, коэффициента детерминации $R^2 = 0,7975$ и нормированного коэффициента детерминации $R_n^2 = 0,7525$, исчисленные соответственно по формулам (10.12), (10.16), (10.17), (10.8) и имеющие те же значения, что и ранее рассчитанные по этим формулам в разд. 10.1.3. Функция ЛИНЕЙН позволяет определить R^2 , значение которого отображается в первом столбце третьей строки результатов (ячейка G27 на рис. 10.6).

В ячейке E28 вычисляется так называемая *стандартная ошибка уравнения регрессии*, ее величина в статистической литературе обозначается S_y и используется при прогнозировании. Однако мы не станем описывать способы применения данной величины, отметим только, что она также рассчитывается функцией ЛИНЕЙН справа от R^2 в ячейке H27.

В ячейке E29 приводится значение $n = 12$, а в ячейке H28 функцией ЛИНЕЙН вычисляется $n - m - 1 = 9$.

Группа значений «Дисперсионный анализ» (строки 32—35). Из показателей этой группы отметим следующие.

В графе *df* сверху вниз указаны значения $m = 2$, $n - m - 1 = 9$, $n - 1 = 11$.

В графе *SS* выводятся соответственно значения *SSR*, *SSE* и *SST* (см. формулу (10.36) и предшествующее ей описание *SSR*, *SSE* и *SST*). *SSR* и *SSE* отражаются в G29:H29.

В ячейках H33 и G28 приведено значение $F_{\text{факт}} = 17,725$, рассчитанное по формуле (10.39) и необходимое для оценки значимости коэффициента детерминации R^2 (как, впрочем, и всего построенного уравнения). В ячейке I34 выдается *P*-значение для $F_{\text{факт}}$. *Если значимость F меньше α (как в нашем случае), то коэффициент R^2 и все уравнение в целом значимы.*

Из значений, отражаемых в строках 38:40, рассмотрим следующие.

В E38:E40 приводятся коэффициенты уравнения регрессии в последовательности a_0, a_1, a_2 . Если величина коэффициента в графе

P-значения больше, чем α , то этот коэффициент незначим. Это говорит о том, что соответствующая факторная переменная никак не влияет на значение y . В таком случае переменную с наибольшим *P*-значением следует исключить из рассмотрения и заново выполнить команду РЕГРЕССИЯ без нее. Для этого, возможно, придется несколько реорганизовать расположение исходных данных на листе так, чтобы оставшиеся факторные переменные располагались в смежных столбцах. Описанный процесс исключения незначимых переменных необходимо повторять до тех пор, пока уравнение регрессии не будет состоять из одних значимых переменных. В нашем примере все *P*-значения меньше $\alpha = 0,05$, и потому все рассматриваемые факторные переменные значимы. Все вышесказанное относится и к коэффициенту a_0 . Если он оказывается незначимым, то следует повторить расчеты, пометив флажок КОНСТАНТА—НУЛЬ в диалоговом окне на рис. 10.8.

Выводы. В соответствии со сказанным оценка результатов, выдаваемых командой РЕГРЕССИЯ, должна производиться в следующей последовательности.

1. Проверить значимость F . Если это значение больше α , то необходимо или увеличить количество наблюдений, или увеличить α , если последнее возможно.

2. По величине *P*-значения проверить значимость каждого коэффициента (переменной). Последовательно исключать переменную с наибольшим *P*-значением, превышающим α , и повторять расчеты до тех пор, пока все коэффициенты (переменные) не станут значимыми.

3. По значению R^2 оценить, насколько хорошо уравнение регрессии описывает зависимость результативной переменной y от факторных. Если $R^2 > 0,7$, то уравнение регрессии можно использовать в дальнейших расчетах, например для прогнозирования значения y для заданных значений факторных переменных.

4. *Дополнительные возможности команды «Регрессия».* Если в диалоговом окне рис. 10.8 пометить флажок ОСТАТКИ, то помимо уже рассмотренных на рис. 10.6 величин для всех наблюдавшихся пар факторов $(x_1; x_2)$ будут выданы теоретические значения $\hat{y}_x(x_1; x_2)$, рассчитанные с помощью найденного уравнения регрессии, а также разности $y(x_1; x_2) - \hat{y}_x(x_1; x_2)$ между эмпирическими и теоретическими значениями y .

5. При пометке флажка ГРАФИК ОСТАТКОВ будут выданы графики, которые для рассматриваемого примера имеют следующий вид (рис. 10.9).

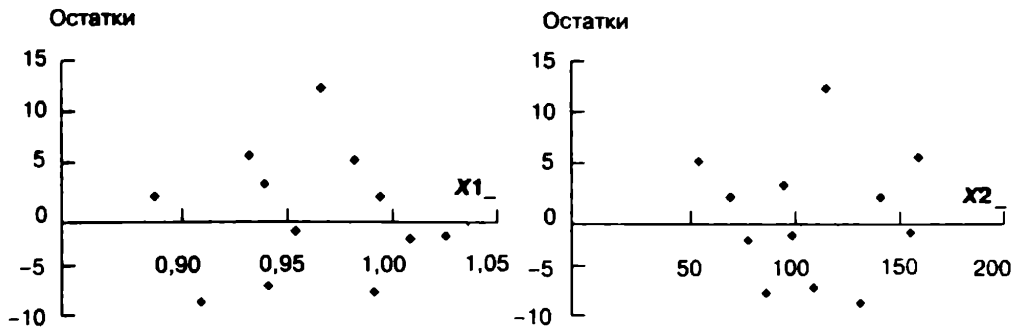


Рис. 10.9. Графики остатков

На этих диаграммах по оси X отложены значения соответствующей факторной переменной, а по оси Y — остатки $y - \hat{y}_x$. Точки на указанных диаграммах должны хаотически располагаться вокруг оси X , незначительно отклоняясь от нее. При нарушении данного условия уравнению регрессии доверять нельзя, несмотря ни на высокое значение R^2 , ни на его значимость. Для нашего примера можно считать, что это требование выполнено.

6. Если в окне команды РЕГРЕССИЯ пометить флажок ГРАФИК ПОДБОРА, то для каждой факторной переменной будет выдана диаграмма, типа приведенной на рис. 10.10.

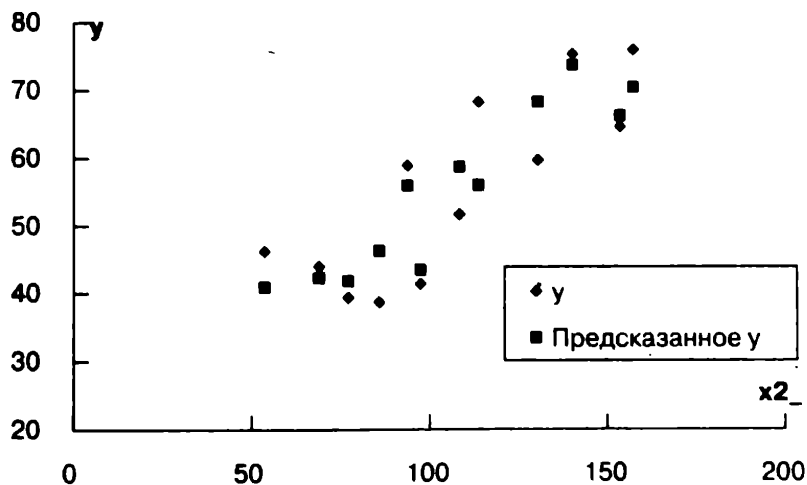


Рис. 10.10. График подбора для фактора x_2

По оси X на диаграмме откладываются значения фактора, а по оси Y — эмпирические и теоретические (предсказанные) значения y и \hat{y}_x . Диаграмма позволяет визуально оценить, насколько совпадают эмпирические и теоретические значения. Необходимо отметить, что вид диаграммы, создаваемой командой РЕГРЕССИИ, не очень удобен для обозрения. Однако построенные диаграммы можно отформатировать стандартными средствами Excel и привести их к желаемому виду, что и было сделано с диаграммой на рис. 10.10.

10.2.5. Выбор вида нелинейного уравнения регрессии и его построение

Применение рассматриваемых в разделе методов продемонстрируем на решении примера 6 средствами Excel. С этой целью разместим исходные и расчетные значения табл. 10.9 на рабочем листе программы (рис. 10.11) и создадим следующие имена: x [C5:C10], y [D5:D10], ux [G5:G10], $уср$ [D11], где $уср$ обозначает среднее значение \bar{y} , a_0 [E14], a_1 [E15], a_0 [H5]. На рисунке также приводятся формулы Excel, по которым вычислены соответствующие значения.

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	И
2	Исходные данные			Расчетные значения				
3	Группы семей со среднедушевым совокупным доходом в месяцц, тыс. ден.ед.		Расходы на питание, тыс. ден.ед. на человека	$\ln(x)$	$\ln(y)$	Теоретические значения y_x	Вычисление коэффициента a_0 и теоретического коэффициента детерминации η^2	
4		x	y	v	u	yx	a0	
5	10-12	11	1,5	2,40	0,41	1,24	0,0001	=EXP(\tilde{a}_0)
6	12-14	13	2,0	2,56	0,69	2,38	$\Sigma(y_x - y)^2$	
7	14-16	15	3,8	2,71	1,34	4,14	2,77	=СУММПРОИЗВ $(y_x - y)^2$
8	16-18	17	6,2	2,83	1,82	6,73	$\Sigma(y - y_{\text{ср}})^2$	
9	18-20	19	11,2	2,94	2,42	10,37	173,91	=КВАДРОТКЛ(y)
10	20-22	21	16,5	3,04	2,80	15,29	η^2	
11		Уср	6,87				0,98	=1-Н7/Н9
12	Фрагменты выдачи команды Регрессия							
13	Значимость F		Коэффициенты ур.		P-значения коэф.			
14	0,000156287		\tilde{a}_0		-9,089			
15	R-квадрат		a1		3,8811			
					0,000156			

Рис. 10.11. Построение нелинейного уравнения регрессии

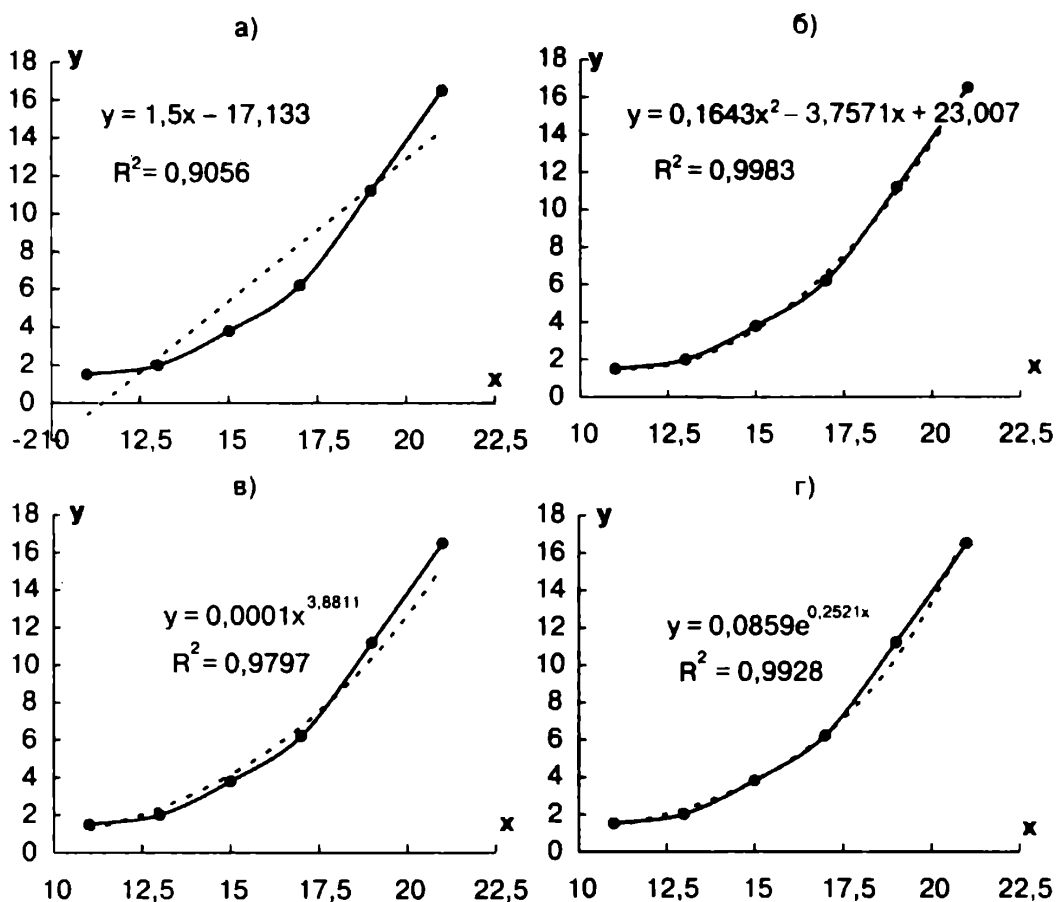



Рис. 10.12. Уравнения регрессии различного вида:
а) линейное; б) полиномиальное; в) степенное; г) экспоненциальное

Корреляционное поле этих данных, приведенное на рис. 10.2, свидетельствует о том, что зависимость $y(x)$ нелинейная. Точное определение вида зависимости — сложная математическая задача. Однако в случае единственной факторной переменной в Excel можно легко построить графики уравнений регрессии различного вида и выбрать из них подходящие. Такие графики, построенные по данным рис. 10.11, приведены на рис. 10.12.

Сплошная линия на рисунке указывает на эмпирическую зависимость $y(x)$, а пунктирная — на теоретическую $\hat{y}(x)$, т.е. график уравнения регрессии соответствующего вида. Для построения приведенных диаграмм необходимо выполнить следующий ряд действий.

1. В таблице на рис. 10.11. выделить диапазон ячеек C4:D10, содержащий и метки и переменные x , y .

2. Командой Вставка/Диаграмма или щелчком на инструментальной кнопке ДОБАВИТЬ ДИАГРАММУ вызвать МАСТЕР ПОСТРОЕНИЯ ДИАГРАММ, в окне которого выбрать тип диаграммы  Точечная, с маркерами и сглаженной линией графика, как показано на рисунке справа.

3. Закончить построение диаграммы, на которой пока будет присутствовать только ряд y , изображающий эмпирическую зависимость $y(x)$.

4. Щелчком правой кнопкой мыши на ряде y открыть контекстное меню, в котором выбрать команду ДОБАВИТЬ ЛИНИЮ ТRENDA. Во вкладке Тип окна этой команды, фрагмент которого показан на рис. 10.13, указать требуемый вид регрессии.

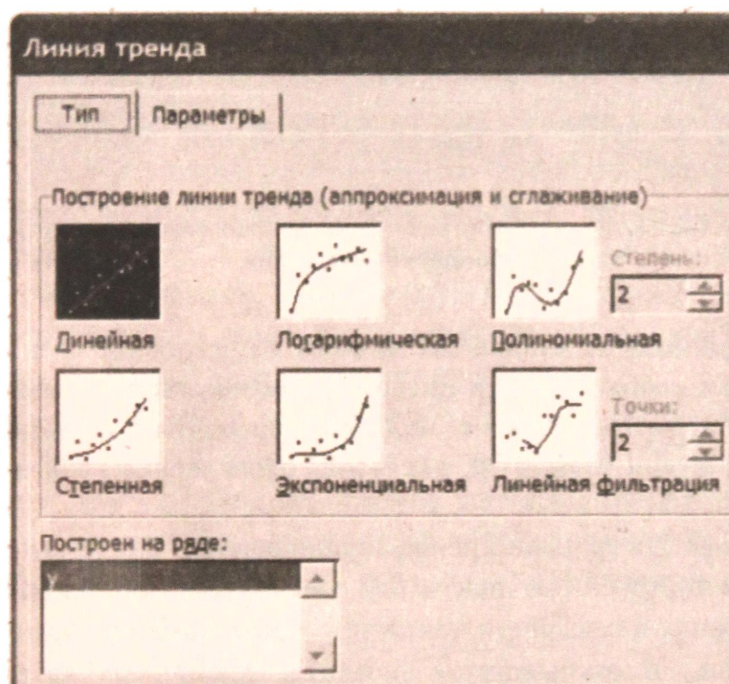


Рис. 10.13. Вкладка «Тип» команды построения тренда

5. Чтобы вывести на диаграмме коэффициенты уравнения регрессии и значение R^2 , необходимо перейти во вкладку ПАРАМЕТРЫ и в ней пометить флажки, показанные на рис. 10.14.

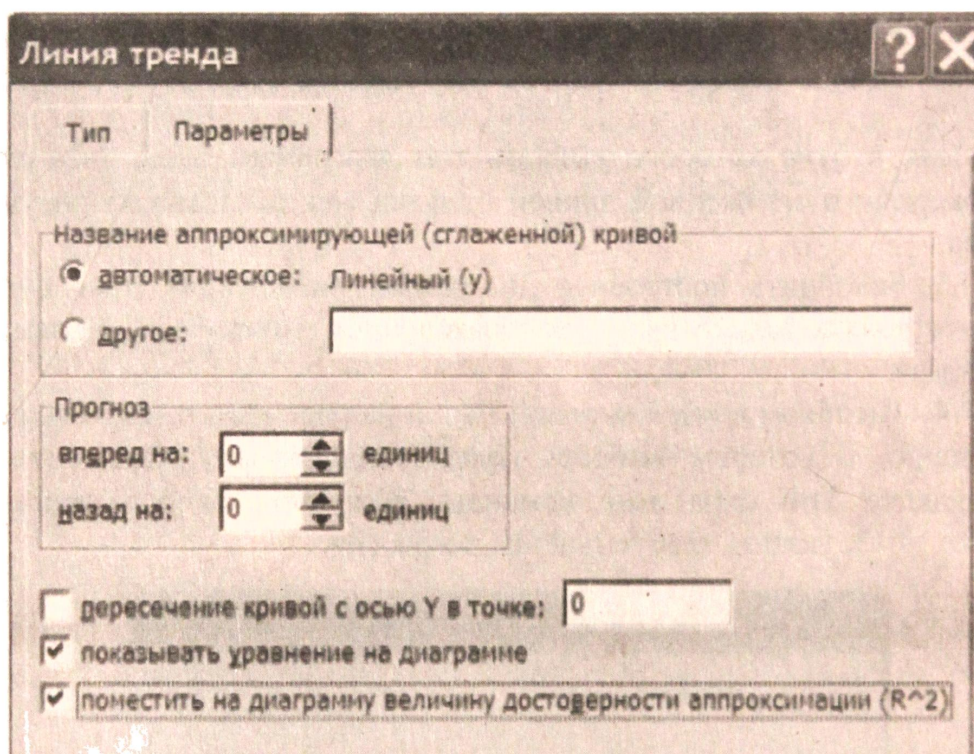


Рис. 10.14. Задание параметров представления уравнения регрессии (тренда) на диаграмме

6. Щелчком на кнопке ОК закончить построение тренда.

7. При необходимости щелкнуть *правой* кнопкой мыши на построенной линии тренда и в окне форматирования тренда задать толщину и вид линии тренда (на рис. 10.12 была задана тонкая пунктирная линия).

На этом построение тренда заканчивается. После этого можно скопировать построенную диаграмму, щелкнуть правой кнопкой мыши на линии тренда в созданной копии и выбрать команду **ФОРМАТИРОВАТЬ ЛИНИЮ ТРЕНДА**. В открывшихся вкладках, показанных на рис. 10.13, 10.14, можно задать другой тип тренда, т.е. построить другое уравнение регрессии. Именно таким способом и были построены диаграммы, приведенные на рис. 10.12.

Обратите внимание, что с помощью вкладки **ПАРАМЕТРЫ** на рис. 10.14 можно продолжить тренд на заданное количество точек вперед или назад, задав требуемую глубину прогноза (количество точек) в полях группы **ПРОГНОЗ**. Пометив флажок **ПЕРЕСЕЧЕНИЕ С ОСЬЮ Y В ТОЧКЕ** и задав координату точки, можно управлять видом уравнения.

В частности, таким способом можно обеспечить прохождение графика уравнения регрессии через начало координат.

При выборе вида нелинейной зависимости полезно иметь в виду следующее. Вид зависимости в значительной степени должен определяться качественными соображениями и содержанием задачи. Не стоит увлекаться применением полиномиальных уравнений регрессии высоких степеней. Дело в том, что чем выше степень полинома, тем выше у него будет R^2 . В частности, парабола второго порядка всегда будет лучше линейного уравнения регрессии, так как линейное уравнение — частный случай параболы с нулевым коэффициентом при x^2 . Поэтому эксперт должен определить, насколько введение дополнительных степеней x отражает существо задачи и будет оправданным.

Следует также иметь в виду, что выдаваемое на диаграмме значение R^2 лишь косвенно характеризует качество уравнения регрессии, поскольку этот показатель вычисляется *не для нелинейного уравнения*, а для его линеаризированной формы (способ линеаризации степенного уравнения регрессии рассмотрен в примере б). Поэтому для правильной оценки качества соответствующего регрессионного уравнения необходимо по формуле (10.44) вычислить *теоретический коэффициент детерминации* η^2 . Автоматически η^2 в Excel не вычисляется, однако его можно вычислить, а заодно установить значимость уравнения и его коэффициентов, с помощью команды РЕГРЕССИЯ, как это сделано на рис. 10.11. Поясним данные вычисления.

Как указывалось, с помощью команды РЕГРЕССИЯ может быть построено только линейное уравнение регрессии. Поэтому для использования этой команды нелинейное уравнение различными преобразованиями должно быть приведено к эквивалентному линейному уравнению (линеаризовано). Так, если нелинейное уравнение

$$y_x = a_0 x^{a_1} \quad (10.59)$$

прологарифмировать, например, по натуральному основанию, то получим:

$$\ln y = \ln a_0 + a_1 \ln x. \quad (10.60)$$

Обозначив $u = \ln y$, $v = \ln x$, $\tilde{a}_0 = a_0$, получим следующее линейное уравнение вида

$$u = \tilde{a}_0 + a_1 v. \quad (10.61)$$

Оценить значимость данного уравнения, а также найти его коэффициенты \tilde{a}_0, a_1 можно с помощью команды РЕГРЕССИЯ. Для этого необходимо вычислить значения $u = \ln y, v = \ln x$ и команду РЕГРЕССИЯ применять уже к u и v . Вычисленные значения u и v и фрагменты выдачи примененной к значениям u и v команды РЕГРЕССИЯ приведены на рис. 10.11. Поскольку значимость F , и P -значения коэффициентов меньше $\alpha = 0,05$, то и уравнение 10.61 в целом и все его коэффициенты значимы с указанным уровнем значимости. Коэффициент $a_0 = e^{\tilde{a}_0}$, где e — основание натурального логарифма, а значение $a_0 = 0,00011$ вычислено в ячейке Н5 по формуле = EXP(\tilde{a}_0).

Для определения теоретического коэффициента детерминации η^2 в диапазоне $yx[G5:G10]$ на рис. 10.11 по формуле 10.59 с найденными значениями коэффициентов $a_0 = 0,00011, a_1 = -9,089$ рассчитаны теоретические значения y_x . Сумма квадратов отклонений $\sum (y_x - y)^2 = 2,77$ и $\sum (y - \text{уср})^2 = 173,91$, необходимых для определения η^2 , вычислена соответственно в ячейках Н7 и Н9 по формулам, приведенным в 17 и 19. Окончательно, согласно (10.14), получаем следующее значение η^2 в ячейке Н11:

$$\eta^2 = 1 - \frac{\sum (y_x - y)^2}{\sum (y - \bar{y})^2} = 0,98. \quad (10.62)$$

Как можно видеть, значение η^2 практически равно R^2 и тоже подтверждает сильную связь между денежными доходами населения (x) и расходами на питание (y).

Заметим, что сумму $\sum (y_x - y)^2 = 2,77$ в ячейке Н7 можно определить, не вычисляя теоретические значения y_x в диапазоне G5:G10. Для этого в Н7 вместо формулы = СУММПРОИЗВ(($yx - Y$)^2) следует применить формулу = СУММПРОИЗВ(($a_0 * x^{a_1} - Y$)^2), возвращающую то же значение. Применение такой формулы сокращает размер таблицы и уменьшает количество вычислений.

Внимание! В качестве аргумента функции СУММПРОИЗВ может выступать массив, элементы которого формируются в результате различных арифметических вычислений, выполненных с использованием значений элементов одного или нескольких массивов непосредственно в процессе работы данной функции. Примером этого служит рассмотренная выше формула =СУММПРОИЗВ(($a_0 * x^{a_1} - Y$)^2): аргумент СУММПРОИЗВ здесь — мас-

сив из шести элементов, полученный применением формулы $(a0*x^a1 - Y)^2$ к каждому значению x из диапазона C5:C10. Отметим также, что элементы такого массива создаются временно и нигде не сохраняются. Описанное свойство функции СУММПРОИЗВ позволяет значительно сократить объем вычислений, упростить вид таблиц и будет широко использоваться далее.

10.2.6. Вычисление коэффициента Фехнера

Вернемся к вычислениям примера 3 и продемонстрируем порядок расчета коэффициента Фехнера. Для этого исходные данные, взятые из табл. 10.7, разместим в диапазоне C5:D14 указанным на рис. 10.15 способом и создадим имена X[C5:C14] и Y[D5:D14], X_{ср}[F5], Y_{ср}[F6], u[F8], v[F9].

	B	C	D	E	F	G
2	Исходные данные			Расчетные значения и формулы Excel		
3	Регион	Привлеченные средства юридических лиц, в % к ВВП	Активы банковского сектора в % к ВВП			
		X	Y			
5	1	7,4	24,8			
6	2	7,8	30,0	Y_{ср}	33,2	=СРЗНАЧ(X)
7	3	8,9	30,3			
8	4	9,9	31,5	u	9,0	{=СУММ(ЕСЛИ((X-X _{ср})*(Y-Y _{ср})>0;1;0))}
9	5	10,8	30,2	v	1,0	{=СУММ(ЕСЛИ((X-X _{ср})*(Y-Y _{ср})<0;1;0))}
10	6	12,4	30,7			
11	7	12,8	35,3	i	0,8	=(U-V)/(U+V)
12	8	14,5	35,3			
13	9	15,5	42,8			
14	10	17,2	41,3			

Рис. 10.15. Вычисление коэффициента Фехнера

Значения u и v , необходимые для определения коэффициента Фехнера i по формуле (10.24), вычислены соответственно в ячейках F8 и F9 с помощью *формул массива*, показанных в ячейках G8 и G9. На применение формул массива указывают фигурные скобки, окаймляющие формулы в ячейках G8 и G9. Напомним, что формула массива служит для выполнения операций с *массивами значений*; она создается, если ввод формулы заканчивается одновременным нажатием клавиш Ctrl + Shift + Enter или щелчком мышью на кнопке ОК при нажатых клавишах Ctrl + Shift.

Поясним смысл формул, вычисляющих u и v . Очевидно, что X и Y одновременно отклоняются от своих средних значений $X_{\text{ср}}$, $Y_{\text{ср}}$ в одну сторону, если выполняется условие

$$(X - X_{\text{ср}}) \cdot (Y - Y_{\text{ср}}) > 0. \quad (10.63)$$

Функция ЕСЛИ, введенная как формула массива, проверяет выполнение этого условия для каждой пары значений из диапазона C5:D14. Парам $(x; y)$, для которых выполняется условие (10.63), функция ЕСЛИ возвращает единицу, а в противном случае — ноль. Внешняя к ЕСЛИ функция СУММ суммирует сформированные единицы, вычисляя таким образом значение u . Величина v рассчитывается аналогичным образом, но для нее единицы формируются в случае, когда $(X - X_{\text{ср}}) \cdot (Y - Y_{\text{ср}}) < 0$. После этого коэффициент i вычисляется по формуле (10.24) в ячейке F11.

10.2.7. Вычисление коэффициентов Спирмена и Кендэла

Продемонстрируем вычисление указанных коэффициентов, используя данные табл. 10.13 (пример 8). Исходные данные таблицы располагаются на рис. 10.16 в диапазоне C5:D16. Данным столбцов C:K, размещенным в строках 5:16, присвоены имена, отраженные в строке 4. Так, в таблице назначены имена X[C5:C16], Y[D5:D16] и т.д. Кроме того, каждой ячейке диапазона B18:K18 присвоено имя, расположенное над ней в строке 7. В ячейки строки 5 были введены формулы, показанные на рисунке в выносках, затем эти формулы были скопированы вниз вплоть до стр. 16.

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І	Ј	К	
2	Исходные данные			Простые ранги		Связанные ранги		Мощности связок		Количество наблюдений ниже текущего с меньшим значением $R_s Y$, чем текущий $R_s Y$	
3	Номер наблюдения	Образование	Месячный доход, руб.	R_X	R_Y	R_{sX}	R_{sY}	k_x	k_y		
4	N_{np}	X	Y	R_X	R_Y	R_{sX}	R_{sY}	k_x	k_y		qM
5											
				$=(2 \cdot R_X + \text{СЧЁТЕСЛИ}(R_X; R_X) - 1) / 2$				$\{=\text{ЧАСТОТА}(\$H6:\$H16; H5 - 0,1)\}$			
				$=\text{ЕСЛИ}(C5=C4; E4; B5)$				$=\text{СЧЁТЕСЛИ}(R_{sX}; R_{sX})$			
	1	Ср. школа	12000	1	1	2		1	3	1	0
6				$=\text{РАНГ}(Y; Y; 1)$				$=\text{СЧЁТЕСЛИ}(R_{sY}; R_{sY})$			
				$=(2 \cdot R_Y + \text{СЧЁТЕСЛИ}(R_Y; R_Y) - 1) / 2$							
	2	Ср. школа	17000	1	2	2		2	3	1	0
7	3	Ср. школа	18000	1	3	2		3	3	1	0
8	4	Колледж	25000	4	5	5		5	3	1	1
9	5	Колледж	27000	4	6	5		6	3	1	1
10	6	Колледж	28000	4	7	5		7	3	1	1
11	7	Вуз	22000	7	4	7,5		4	2	1	0
12	8	Вуз	31000	7	11	7,5		11	2	1	3
13	9	Аспирантура	29000	9	8	10,5		8	4	1	0
14	10	Аспирантура	30000	9	9	10,5		9,5	4	2	0
15	11	Аспирантура	30000	9	9	10,5		9,5	4	2	0
16	12	Аспирантура	35000	9	12	10,5		12	4	1	0
17	Σd^2	A	B	U_x	U_y	n	m	α		Q	
18	42	114	6	26	2	12	1	0,05		6	

Рис. 10.16. Вычисление коэффициентов Спирмена и Кендзла

Поясним кратко некоторые из приведенных на рисунке вычислений. Прежде всего напомним, что при расчете коэффициента Кендзла значения (X ; Y) должны быть упорядочены по возрастанию X . Для того чтобы данные можно было упорядочить по *качественному ранжируемому* признаку, необходимо указать в Excel порядок старшинства его значений. Это делается по команде СЕРВИС/ПАРАМЕТРЫ (и в появившемся окне открывается вкладка Списки, приведенная на рис. 10.17.

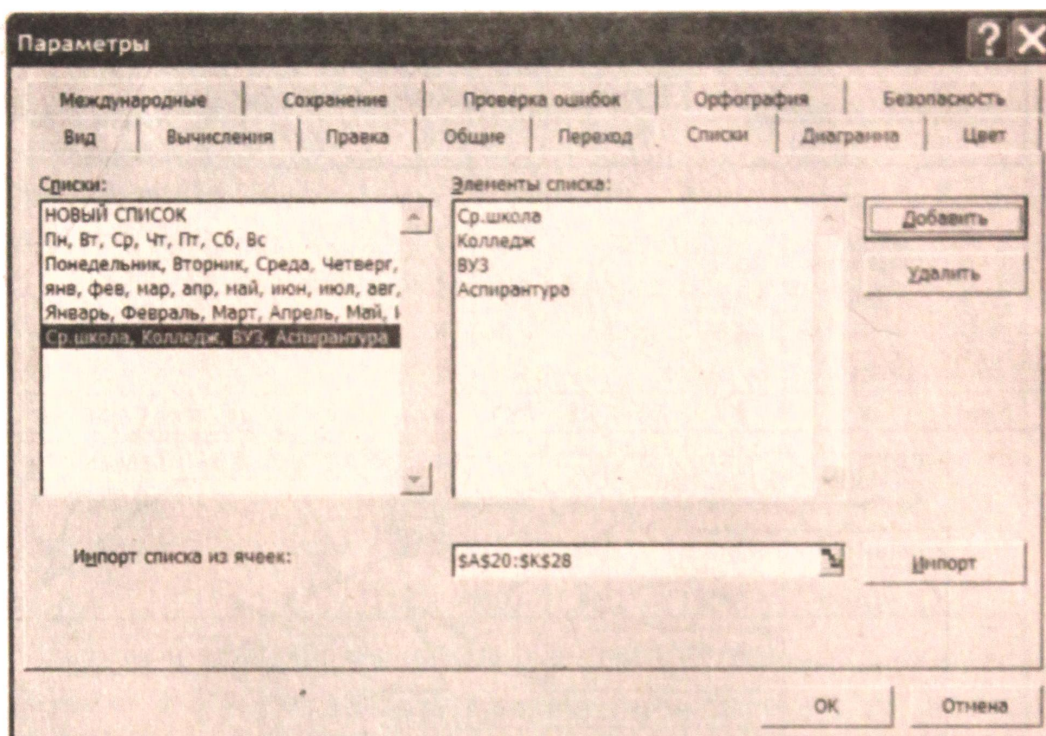


Рис. 10.17. Вид вкладки СЕРВИС / ПАРАМЕТРЫ - СПИСКИ

В поле ЭЛЕМЕНТЫ СПИСКА задаются в порядке старшинства значения ранжируемого признака, в том виде, как это показано на рисунке. После щелчка на кнопке ДОБАВИТЬ созданный список появляется в поле СПИСКИ, и его можно будет использовать до тех пор, пока его не удалит сам пользователь. Если элементы списка уже содержатся в возрастающем порядке в некоторых ячейках, то адрес этих ячеек можно указать в поле ИМПОРТ СПИСКА ИЗ ЯЧЕЕК, и после щелчка на кнопке ИМПОРТ список будет создан.

Для сортировки данных на основании созданного списка необходимо выполнить следующий ряд операций.

1. Выделить сортируемый диапазон данных вместе с метками. В нашем случае это диапазон C2:D16.

2. Выполнить команду ДАННЫЕ / СОРТИРОВКА, после чего откроется диалоговое окно, показанное на рис. 10.18, и обеспечить приведенное на рисунке состояние полей в окне.

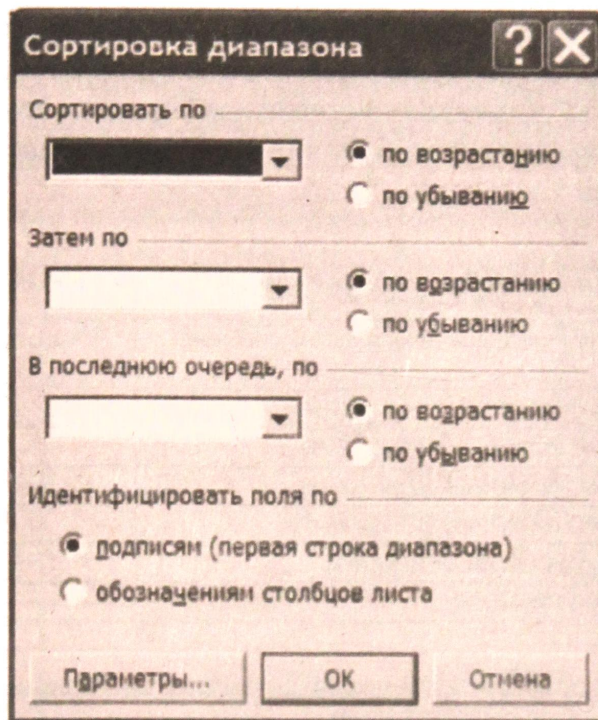


Рис. 10.18. Окно команды ДАННЫЕ / СОРТИРОВКА

3. Щелкнуть на кнопке ПАРАМЕТРЫ и в открывшемся окне, показанном на рис. 10.19, раскрыть список в поле СОРТИРОВКА по ПЕРВОМУ ключу. В этом списке выбрать требуемый, после чего закрыть окна рис. 10.18 и 10.19 щелчками на кнопке ОК. Диапазон будет отсортирован требуемым образом.

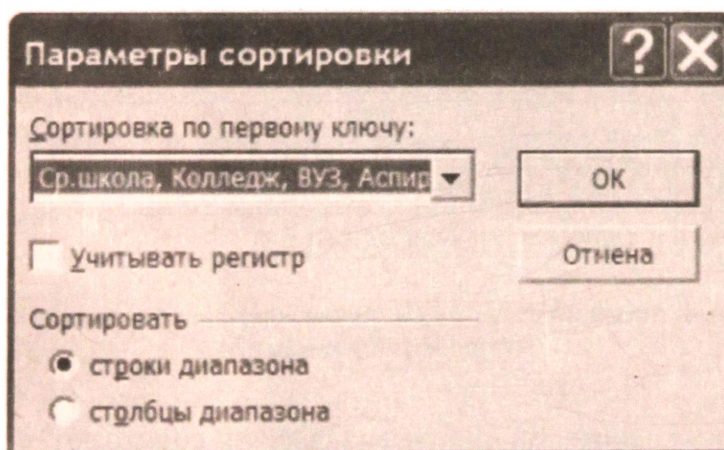


Рис. 10.19. Окно выбора списка для сортировки

И только после указанной сортировки формулы рис. 10.16 будут правильно работать. Формулы вычисления значений в строке 8 приведены в табл. 10.18; в последнем столбце таблицы показан номер математической формулы в пособии, по которой вычислено соответствующее значение.

Таблица 10.18

Формулы вычисления значений в стр. 8 рис. 10.16

Обозначение, величина, расчетная формула Excel			Номер математической формулы
Σd^k	42	=СУММКВРАЗН(RSX;RSY)	10.46
A	114	=СУММПРОИЗВ(kx^2-1)	10.47
B	6	=СУММПРОИЗВ(ky^2-1)	10.47
Ux	26	=СУММПРОИЗВ(kx-1)	10.51
Uy	2	=СУММПРОИЗВ(ky-1)	10.51
Q	6	=СУММ(qM)	10.50

На рисунке 10.20 приведены формулы собственно вычисления коэффициентов Спирмена (ρ) и Кендэла (τ), фактических и критических значений критерия, проверяющего значимость коэффициентов.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
21	Для коэффициента Спирмена, ρ										Номер формулы
22	ρ	0,848	=(n^3-n-6* σd^2 -0,5*(A+B))/((n^3-n-A)*(n^3-n-B))^0,5								10.45
23	$\rho_{\text{факт}}$	5,066	= $\rho * ((n-2)/(1-\rho^2))^0,5$								10.9
24	$\rho_{\text{крит}}$	2,634	=СТЮДРАСПОБР($\alpha/2$;n-2)								
25	Для коэффициента Кендэла τ										
26	τ	0,681	=(n*(n-1)-4*Q-Ux-Uy)/((n*(n-1)-Ux)*(n*(n-1)-Uy))^0,5								10.49
27	$\tau_{\text{факт}}$	3,084	= $\tau / (2 * (2 * n + 5) / 9 / n / (n - 1))^0,5$								10.53
28	$\tau_{\text{крит}}$	1,960	=-НОРМСТОБР($\alpha/2$)								

Рис. 10.20. Формулы вычисления коэффициентов ρ и τ и проверки их значимости

Все показанные на рисунке значения совпадают с данными табл. 10.14, полученными при расчете показателей примера 8.

10.2.8. Вычисление коэффициентов Пирсона и Чупрова

Обратимся к примеру 9 и продемонстрируем порядок вычисления указанных коэффициентов, для чего представим данные следующим образом (рис. 10.21).

	В	С	Д	Е	Ф	Г
2	Тип предприя тия	Уровень рентабельности				Итого
3		Высо- кий	Сред- ний	Низ- кий	Предприятие убыточно	
4		F _{ij}				M _i
5	Крупное	20	24	15	3	62
6	Среднее	24	32	18	7	81
7	Малое	41	45	38	20	144
8		N _j				
9	Итого	85	101	71	30	
10	N	4	=СЧЁТ(Nj)			
11	M	3	=СЧЁТ(Mi)			Форму- ла
12	φ	0,0196	=СУММПРОИЗВ(Fij^2/Nj/Mi)-1			10.55
13	KПирсона	0,139	=(φ/(1+φ))^0,5			10.56
14	KЧупрова	0,089	=(φ/((N-1)*(M-1))^0,5)^0,5			10.57

Рис. 10.21. Вычисление коэффициентов Пирсона и Чупрова

Собственно исходные данные содержатся в диапазоне FIJ[C5:F7]. В диапазонах Nj[C9:F9] и Mi[G5:G7] вычислены суммы значений F_{ij} соответственно по столбцам и строкам. В строках 12—14 рассчитаны все необходимые значения, показаны соответствующие формулы Excel и номера математических формул в пособии, определяющих значение каждого показателя.

10.3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 10.1. Дайте определение функциональной, стохастической и корреляционной связи.
- 10.2. Дайте определение факторного и результативного признаков.
- 10.3. Что означает прямая и обратная связь между признаками?
- 10.4. Какие задачи решаются с помощью корреляционно-регрессионного анализа?
- 10.5. В чем сущность метода наименьших квадратов?
- 10.6. В каких пределах изменяется парный (линейный) коэффициент корреляции? Что он показывает?
- 10.7. В каких пределах изменяется частный коэффициент регрессии? Что он показывает?
- 10.8. Какой экономический смысл несут свободный член уравнения регрессии и коэффициенты линейного регрессионного уравнения?
- 10.9. Что показывает коэффициент эластичности?
- 10.10. Какие коэффициенты используются для изучения связи качественных признаков?
- 10.11. Исследуйте графически с помощью поля корреляции связь фондовооруженности и производительности труда.

Показатель	Номер предприятия									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность труда работающих, руб.	7 560	8 100	6 110	7 900	6 610	7 830	8 400	7 820	8 560	7 010
Фондовооруженность, руб.	3 930	4 200	2 800	4 100	3 500	4 010	4 600	4 030	4 730	3 110

- 10.12. В результате выборочного обследования 25 служащих компании получены следующие данные о размере заработной платы и стаже работы.

№ п/п	Общий стаж работы, лет	Заработная плата, руб.	№ п/п	Общий стаж работы, лет	Заработная плата, руб.
1	20	19 000	13	1	11 000
2	21	18 000	14	15	20 000
3	2	13 000	15	25	21 000
4	18	16 000	16	7	17 000
5	1	9 000	17	21	18 000
6	3	11 000	18	12	18 000
7	1	10 000	19	14	12 000
8	2	10 000	20	3	14 000

Продолжение

№ п/п	Общий стаж работы, лет	Зарботная плата, руб.	№ п/п	Общий стаж работы, лет	Зарботная плата, руб.
9	18	15 000	21	13	13 000
10	28	22 000	22	15	16 000
11	4	12 000	23	19	20 000
12	6	11 000	24	23	18 000
			25	10	12 000

Постройте поле корреляции средствами Excel. Определите визуально, с помощью какой функции (линейной, параболической, гиперболической или иной) можно описать зависимость изучаемых факторов? Определите параметры выбранного уравнения регрессии. Проанализируйте полученные результаты.

10.13. При исследовании стоимости земельных участков в зависимости от их удаленности от Москвы получены следующие данные.

Показатель	Участок									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Удаленность от Москвы, км	145	140	132	125	130	110	90	70	60	30
Стоимость одной сотки, ден. ед.	400	600	800	900	1 000	1 100	1 200	1 350	1 450	1 500

Определите визуально, с помощью какой функции (линейной, параболической, гиперболической или иной) можно описать зависимость изучаемых факторов? Каковы параметры выбранного уравнения регрессии? Средствами Excel рассчитайте коэффициент корреляции, корреляционное отношение, коэффициент корреляции знаков, коэффициент корреляции рангов.

10.14. Данные по организациям региона следующие.

Показатель	Номер организации									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Основные фонды, млн руб.	10	13	15	19	22	26	27	30	34	35
Прибыль, млн руб.	4	5	6	8	9	12	13	15	16	17

Найдите параметры уравнения регрессии, выражающего зависимость прибыли предприятий от объема основных фондов. Объясните экономический смысл параметра α_1 . Определите коэффициент корреляции. Постройте график, выражающий зависимость прибыли от объема основных фондов по эмпирическим и теоретическим данным.

10.15. По предприятиям, осуществляющим однородный вид деятельности, представлены следующие данные.

Показатель	Номер предприятия									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Материальные затраты, млн руб.	2 050	2 300	2 440	2 700	2 950	2 980	3 000	3 010	3 200	3 210
Прибыль, млн руб.	150	200	230	340	400	420	500	540	600	620

Определите параметры уравнения регрессии. Дайте экономическую интерпретацию параметра α_1 . Исчислите корреляционное отношение.

10.16. При изучении зависимости среднего размера вклада в учреждениях банка от среднемесячной заработной платы получены следующие данные по населенным пунктам региона.

Показатель	Населенный пункт								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Среднемесячная заработная плата, руб.	8 060	12 200	16 890	19 010	1 956	20 290	21 050	21 870	22 060
Средний размер вклада, тыс. руб.	90,9	108,0	110,2	136,1	129,3	142,4	154,0	171,0	160,0

Средствами Excel установите, с помощью какой функции (линейной, параболической, гиперболической) можно описать данную зависимость. Определите параметры выбранного уравнения регрессии, проанализируйте их.

10.17. При изучении зависимости расходов на товары длительного пользования и уровня среднедушевого дохода получены следующие данные.

Показатель	Номер группы по доходу									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Среднедушевой доход, тыс. руб.	8,9	10,0	11,0	12,0	12,5	13,5	14,0	15,0	15,5	16,0
Доля расходов на товары длительного пользования в совокупном доходе семьи, %	13,2	14,0	15,3	14,8	15,6	16,4	17,1	18,0	19,0	19,7

Определите параметры выбранного уравнения регрессии. Какой будет доля расходов на товары длительного пользования, если среднедушевой доход семьи составит 25 тыс. руб.?

10.18. При изучении зависимости текучести кадров от уровня оплаты труда получены следующие данные.

Показатель	Номер предприятия									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Оплата труда, тыс. руб.	20	18	21	21	22	19	10,5	10,2	11,0	9,7
Коэффициент текучести кадров, %	1,54	1,42	1,51	1,50	1,56	1,37	1,28	1,26	1,30	1,20

Определите:

- 1) линейный коэффициент корреляции;
- 2) коэффициент корреляции рангов Спирмена;
- 3) коэффициент корреляции знаков Фехнера;
- 4) корреляционное отношение.

10.19. В результате обследования организаций получены следующие данные.

Показатель	Распределение организаций по группам в зависимости от установленной мощности, тыс. шт.						
	до 1 000	1 000—2 000	2 000—3 000	3 000—4 000	4 000—5 000	5 000—6 000	6 000 и более
Число предприятий	30	20	15	11	10	8	6
Производительность труда, тыс. шт. в год	3,0	5,0	4,8	6,2	7,0	8,5	9,0

Определите параметры уравнения линейной регрессии. Дайте экономическую интерпретацию параметров уравнения. Рассчитайте коэффициент корреляции. По уравнению регрессии исчислите теоретические значения результативного признака по каждой группе организаций.

10.20. Распределение предприятий по годовому уровню капитальных вложений (млн руб., x) и годовому объему продукции (млн руб., y) следующее.

$x \backslash y$	10	12	13	14	15	17	19	Итого
7	2	3	5	6	4	—	—	20
12	—	2	8	10	7	3	—	30
17	—	—	4	6	10	7	3	30
22	—	—	—	—	2	8	10	20
Итого	2	5	17	22	23	18	13	100

С помощью Excel найдите параметры уравнения регрессии, выражающего зависимость объема продукции предприятия от объема капитальных вложений. Вычислите линейный коэффициент корреляции. Изобразите графически эмпирическую и теоретическую зависимость объема продукции от объема капитальных вложений.

10.21. По десяти организациям известны следующие данные за год.

Показатель	Номер организации									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность труда, шт.	14	15	18	16	14	15	17	20	19	22
Энерговооруженность труда, кВт.-ч.	1,6	12,3	12,4	12,6	12,8	13,2	13,7	14,0	14,3	14,7
Фондовооруженность, тыс. руб.	800	820	810	850	830	880	870	910	950	930

Используя Excel, выполните следующее задание:

- 1) найдите параметры уравнения парной линейной корреляционной зависимости между производительностью труда и одним из факторов:
 - а) энерговооруженностью труда,
 - б) фондовооруженностью труда;
- 2) определите параметры множественного линейного уравнения регрессии;
- 3) вычислите:
 - а) парные коэффициенты корреляции между производительностью труда и одним из указанных выше факторов (энерговооруженностью, фондовооруженностью труда),
 - б) множественный коэффициент корреляции между производительностью труда и приведенными факторами,
 - в) частные коэффициенты корреляции между производительностью труда и каждым из двух факторов,
 - г) множественный коэффициент детерминации.

Проанализируйте полученные результаты и сформулируйте выводы.

10.22. При исследовании влияния фондоотдачи и уровня материальных затрат на прибыль организаций получены следующие данные.

Показатель	Номер организации									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Прибыль от реализации, млн руб.	15	20	24	27	29	40	45	60	73	80
Фондоотдача, руб.	0,80	0,82	0,85	0,90	0,91	0,95	0,98	1,05	1,08	1,12
Материальные затраты, млн руб.	200	215	230	340	400	510	540	590	598	505

Постройте уравнение множественной линейной регрессии. Рассчитайте множественный и частные коэффициенты корреляции, коэффициенты эластичности. Проанализируйте полученные результаты.

10.23. Линейные коэффициенты корреляции между результативным признаком y и факторами x_1, x_2 следующие: $r_{yx_1} = -0,78$; $r_{yx_2} = 0,81$, $r_{x_1x_2} = 0,60$.

Определите:

- а) множественный коэффициент корреляции между y и двумя определяющими его факторами;
- б) частные коэффициенты корреляции между y и определяющими его факторами;
- в) множественный коэффициент детерминации.

Сделайте выводы.

ТЕМА 11. РЯДЫ ДИНАМИКИ

11.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

11.1.1. Характеристики динамического ряда

Ряд динамики характеризует изменение значения статистического показателя во времени. В зависимости от качественных особенностей изучаемого показателя ряды динамики подразделяют на ряды абсолютных, относительных и средних величин. По признаку времени различают моментные и интервальные ряды динамики.

В *моментном* ряду динамики представлены значения статистического показателя по состоянию на определенные последовательные моменты времени (например, на начало каждого рассматриваемого года, квартала, месяца). *Интервальный* ряд динамики — значения статистического показателя, относящиеся к последовательным периодам времени (к ряду лет, кварталов, месяцев).

Конкретное числовое значение статистического показателя, относящееся к моменту или периоду времени, называется *уровнем ряда динамики*. Уровни ряда динамики должны быть сопоставимы с точки зрения единиц измерения, объекта и единицы наблюдения, методологии расчета изучаемого показателя, территории, к которой относится показатель, продолжительности периодов, которые характеризуют уровни ряда.

Анализ ряда динамики начинается с расчета среднего уровня и показателей изменения его уровней.

Проанализируем следующий ряд динамики, отражающий объем платных услуг населению города за четыре года (табл. 11.1).

Таблица 11.1

Динамика объема платных услуг населению

Показатель	Год			
	2003	2004	2005	2006
Объем платных услуг, млн руб.	294,5	391,0	463,5	562,3

Средний уровень данного интервального ряда динамики вычисляется по формуле

$$\bar{y} = \frac{\sum y_n}{n}, \quad (11.1)$$

где y_1, y_2, \dots, y_n — уровни ряда;
 n — число уровней ряда.

В нашем примере этот показатель составит (млрд руб.):

$$\bar{y} = \frac{294,5 + 391,0 + 463,5 + 562,3}{4} = \frac{1711,3}{4} = 427,8.$$

В моментных рядах динамики средний уровень ряда рассчитывается иначе. Допустим, известны следующие данные о числе вкладчиков в отделениях банка на начало каждого квартала.

Дата	Численность, человек
01.01.2007	500 000
01.04.2007	500 100
01.07.2007	500 300
01.09.2007	500 600
01.01.2008	500 800

Приближенную оценку среднего числа вкладчиков в отделениях банка в 2007 г. можно получить, используя только данные на начало и конец года:

$$\bar{y} = \frac{500\,000 + 500\,800}{2} = 500\,400 \text{ (человек).}$$

Более точную оценку этого показателя дает обращение ко всей представленной информации. Поскольку промежутки времени между соседними датами равны, необходимо воспользоваться формулой *средней хронологической простой*:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1}. \quad (11.2)$$

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot 500\,000 + 500\,100 + 500\,300 + 500\,600 + \frac{1}{2} \cdot 500\,800}{4} = \\ &= 500\,350 \text{ (человек).} \end{aligned}$$

В моментных рядах динамики с неравными интервалами средний уровень исчисляется по формуле *средней хронологической взвешенной*:

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + \dots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2\sum t_i}, \quad (11.3)$$

где t_i — длина периода между двумя соседними датами, к которым относятся уровни y_i и y_{i+1} .

Основные показатели, характеризующие изменение уровней ряда динамики, — абсолютные приросты, темпы роста и прироста. При этом различают цепные, базисные и средние показатели. Если цепные и базисные показатели отражают изменение уровней между двумя сравниваемыми периодами (моментами), то средние дают обобщающее представление о характере изменений за весь период при переходе от одного периода (момента) времени к другому (т.е. о том, как изменялось изучаемое явление в среднем ежегодно, ежеквартально или ежемесячно и т.д.). Проведем расчет цепных и базисных показателей в табл. 11.2 по данным об объеме платных услуг населению города за четыре года (табл. 11.1) на основе следующих формул:

1) цепные абсолютные приросты ($\Delta_{i \text{ ц}}$):

$$\Delta_{i \text{ ц}} = y_i - y_{i-1}; \quad (11.4)$$

2) базисные абсолютные приросты ($\Delta_{i \text{ б}}$)

$$\Delta_{i \text{ б}} = y_i - y_1 \quad (11.5)$$

(если первый уровень ряда принят в качестве базисного);

3) цепные темпы роста:

$$T_{i \text{ ц}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\%; \quad (11.6)$$

4) базисные темпы роста:

$$T_{i \text{ б}} = \frac{y_i}{y_1} \cdot 100\% \quad (11.7)$$

(если первый уровень ряда принят в качестве базисного);

5) цепные темпы прироста:

$$T_{\text{пр } i \text{ ц}} = T_{i \text{ ц}} - 100\%, \quad (11.8)$$

6) базисные темпы прироста:

$$T_{\text{пр } i 6} = T_{i 6} - 100\%; \quad (11.9)$$

7) абсолютное значение одного процента прироста:

$$|1\%| = \frac{y_{i-1}}{100}. \quad (11.10)$$

Таблица 11.2

Характеристика изменений уровня ряда динамики

Показатель	Год		
	2004	2005	2006
Цепные абсолютные приросты, млн руб.	391,0 – 294,5 = = 96,5	463,5 – 391,0 = = 72,5	562,3 – 463,5 = = 98,8
Базисные абсолютные приросты, млн руб.	391,0 – 294,5 = = 96,5	463,5 – 294,5 = = 169,0	562,3 – 294,5 = = 267,8
Цепные темпы роста	391,0 : 294,5 = = 1,328 или 132,8%	463,5 : 391,0 = = 1,185 или 118,5%	562,3 : 463,5 = = 1,213 или 121,3%
Базисные темпы роста	391,0 : 294,5 = = 1,328 или 132,8%	463,5 : 294,5 = = 1,574 или 157,4%	562,3 : 294,5 = = 1,909 или 190,9%
Цепные темпы прироста, %	132,8% – 100% = = 32,8%	118,5% – 100% = = 18,5%	121,3% – 100% = = 21,3%
Базисные темпы прироста, %	132,8% – 100% = = 32,8%	157,4% – 100% = = 57,4%	190,9% – 100% = = 90,9%
Абсолютное значение одного процента прироста, млн руб.	294,5 : 100 = = 2,945	391,0 : 100 = = 3,910	463,5 : 100 = = 4,635

Рассчитаем средние показатели изменения уровней ряда динамики.

1. Средний абсолютный прирост ($\bar{\Delta}$) (млн руб.):

$$a) \quad \bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n - 1}, \quad (11.11)$$

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n - 1} = \frac{562,3 - 294,5}{4 - 1} = 89,3;$$

$$b) \quad \bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{i,u}}{m}, \quad (11.12)$$

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{i,u}}{m} = \frac{96,5 + 72,5 + 98,8}{3} = 89,3,$$

где m — число цепных абсолютных приростов ($m = n - 1$).

Таким образом, ежегодно объем платных услуг населению города в среднем увеличивался на 89,3 млн руб.

2. Средний темп роста (\bar{T}):

$$\text{а) } \bar{T} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100\%, \quad (11.13)$$

$$\bar{T} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100\% = \sqrt[3]{\frac{562,3}{294,5}} \cdot 100\% = 124,1(\%);$$

$$\text{б) } \bar{T} = \sqrt[m]{T_1 \cdot T_2 \cdot \dots \cdot T_m} \cdot 100\%, \quad (11.14)$$

$$\bar{T} = \sqrt[m]{T_1 \cdot T_2 \cdot \dots \cdot T_m} \cdot 100\% = \sqrt[3]{1,328 \cdot 1,185 \cdot 1,213} \cdot 100\% = 124,1(\%),$$

где m — число цепных темпов (или коэффициентов) ростов ($m = n - 1$).

3. Средний темп прироста ($\bar{T}_{\text{пр}}$):

$$\bar{T}_{\text{пр}} = \bar{T} - 100\%, \quad (11.15)$$

$$\bar{T}_{\text{пр}} = \bar{T} - 100\% = 124,1\% - 100\% = 24,1(\%).$$

Согласно расчетам объем платных услуг населению города в среднем ежегодно увеличивался в 1,241 раза, или на 24,1%.

11.1.2. Анализ закономерностей изменения уровней ряда

Одно из направлений анализа ряда динамики — изучение закономерности изменения его уровней во времени. Для описания ряда динамики применяют следующую модель:

$$\tilde{y}_t = f(T_t, S_t, \varepsilon_t), \quad (11.16)$$

где T_t — основная тенденция ряда (тренд);

S_t — циклические (в частности, сезонные) колебания;

ε_t — случайные колебания.

В аддитивной модели ряд динамики представлен как сумма перчисленных компонент:

$$y_t = T_t + S_t + \varepsilon_t, \quad (11.17)$$

а в мультипликативной модели — как их произведение:

$$y_t = T_t \cdot S_t \cdot \varepsilon_t. \quad (11.18)$$

В дальнейшем будем исходить из предположения мультипликативной формы связи между компонентами ряда динамики. Последние могут определяться различными способами.

Для выявления *основной тенденции развития* (T_t) изучаемого явления во времени применяются следующие методы преобразования динамических рядов:

- механическое сглаживание по скользящим средним (\hat{y}_t);
- аналитическое выравнивание (\bar{y}_t).

Сглаживание уровней ряда методом скользящей средней. Пусть известно распределение объема транспортных услуг населению города за рассматриваемый период по месяцам каждого года. Проведем *механическое сглаживание способом скользящей средней* по трем членам следующего ряда динамики, отражающего изменение объема транспортных услуг населению одного из городов региона по месяцам года (табл. 11.3).

Таблица 11.3

Механическое сглаживание ряда динамики (по трем членам)

Исходные данные		Расчетные данные	
месяц	объем транспортных услуг населению города, млн руб.	скользящая сумма трех членов	скользящая средняя по трем членам (расчетные уровни ряда), \hat{y}_t
1	2	3	4
Январь	18,4	—	—
Февраль	15,2	18,4 + 15,2 + 17,2 = 50,8	50,8 : 3 = 16,9
Март	17,2	15,2 + 17,2 + 14,9 = 47,3	47,3 : 3 = 15,8
Апрель	14,9	17,2 + 14,9 + 16,8 = 48,9	48,9 : 3 = 16,3
Май	16,8	14,9 + 16,8 + 18,5 = 50,2	50,2 : 3 = 16,7
Июнь	18,5	16,8 + 18,5 + 17,7 = 53,0	53,0 : 3 = 17,7
Июль	17,7	18,5 + 17,7 + 17,9 = 54,1	54,1 : 3 = 18,0
Август	17,9	17,7 + 17,9 + 16,9 = 53,5	53,5 : 3 = 17,8
Сентябрь	16,9	17,9 + 16,9 + 16,3 = 52,5	52,5 : 3 = 17,5
Октябрь	16,3	16,9 + 16,3 + 17,9 = 51,1	51,1 : 3 = 17,0
Ноябрь	17,9	16,3 + 17,9 + 19,1 = 53,3	53,3 : 3 = 17,8
Декабрь	19,1	—	—

В тех случаях, когда механическое сглаживание проводится по четному числу уровней ряда динамики, возникает необходимость центрирования полученных результатов для отнесения сглаженных значений показателя к соответствующим периодам или моментам времени. Расчет центрированных скользящих средних может проводиться в два этапа:

- определение скользящих сумм и нецентрированных скользящих средних по четному числу уровней ряда динамики;
- исчисление центрированных скользящих средних из двух смежных ранее исчисленных нецентрированных скользящих средних и отнесение их к соответствующим периодам или моментам времени.

Методика расчета центрированных скользящих средних показана ниже (табл. 11.4).

Таблица 11.4

Механическое сглаживание ряда динамики (по четырем членам)

Месяц	Объем транспортных услуг населению города, млн руб.	Нецентрированные скользящие средние по четырем членам, млн руб.	Центрированные скользящие средние по четырем членам, млн руб.
1	2	3	4
Январь	18,4	—	—
Февраль	15,2	—	—
Март	17,2	—	$\frac{16,4+16,0}{2} = 16,2$
Апрель	14,9	$\frac{18,4+15,2+17,2+14,9}{4} = 16,4$	$\frac{16,0+16,9}{2} = 16,5$
Май	16,8	$\frac{15,2+17,2+14,9+16,8}{4} = 16,0$	$\frac{16,9+17,0}{2} = 17,0$
Июнь	18,5	$\frac{17,2+14,9+16,8+18,5}{4} = 16,9$	$\frac{17,0+17,7}{2} = 17,4$
Июль	17,7	$\frac{14,9+16,8+18,5+17,7}{4} = 17,0$	$\frac{17,7+17,8}{2} = 17,8$
Август	17,9	$\frac{16,8+18,5+17,7+17,9}{4} = 17,7$	$\frac{17,8+17,2}{2} = 17,5$
Сентябрь	16,9	$\frac{18,5+17,7+17,9+16,9}{4} = 17,8$	$\frac{17,2+17,3}{2} = 17,3$
Октябрь	16,3	$\frac{17,7+17,9+16,9+16,3}{4} = 17,2$	$\frac{17,3+17,6}{2} = 17,5$

Продолжение

Месяц	Объем транспортных услуг населению города, млн руб.	Нецентрированные скользящие средние по четырем членам, млн руб.	Центрированные скользящие средние по четырем членам, млн руб.
Ноябрь	17,9	$\frac{17,9+16,9+16,3+17,9}{4} = 17,3$	—
Декабрь	19,1	$\frac{16,9+16,3+17,9+19,1}{4} = 17,6$	—

Аналитическое выравнивание рядов динамики. Рассмотрим теперь метод аналитического выравнивания по прямой для выявления тенденции изменения объема транспортных услуг населению города. В отличие от предыдущего способа изучения тренда метод аналитического выравнивания позволяет получить математическое выражение закономерности развития явления во времени. Для выравнивания ряда по прямой используют уравнение

$$\bar{y}_i = a_0 + a_1 t, \quad (11.19)$$

параметры которого a_0 и a_1 находятся на основании метода наименьших квадратов путем решения системы нормальных линейных уравнений

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t = \sum y, \\ a_0 \sum t + \sum t^2 = \sum yt \end{cases} \quad (11.20)$$

Для упрощения расчетов показателям времени t придают такие значения, чтобы их сумма была равна нулю ($\sum t = 0$). В этом случае система уравнений примет вид

$$\begin{cases} na_0 = \sum y, \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt. \end{cases} \quad (11.21)$$

Отсюда:

$$a_0 = \frac{\sum y}{n},$$

$$a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2}.$$

Проведем расчет необходимых промежуточных показателей (Σy , Σt^2 , Σty) для нашего примера (табл. 11.5).

Таблица 11.5

Аналитическое выравнивание ряда динамики

Месяц	Условное обозначение времени	Объем транспортных услуг населению города, млн руб.	t^2	yt	$\bar{y}_t = 17,2 + 0,067t$
	t	y			
Январь	-11	18,4	121	-202,4	16,5
Февраль	-9	15,2	81	-136,8	16,6
Март	-7	17,2	49	-120,4	16,7
Апрель	-5	14,9	25	-74,5	16,9
Май	-3	16,8	9	-50,4	17,0
Июнь	-1	18,5	1	-18,5	17,1
Июль	+1	17,7	1	+17,7	17,3
Август	+3	17,9	9	+53,7	17,4
Сентябрь	+5	16,9	25	+84,5	17,5
Октябрь	+7	16,3	49	+114,1	17,7
Ноябрь	+9	17,9	81	+161,1	17,8
Декабрь	+11	19,1	121	+210,1	17,9
Итого	$\Sigma t = 0$	$\Sigma y = 206,8$	$\Sigma t^2 = 572$	$\Sigma yt = 38,2$	

Определим параметры уравнения:

$$a_0 = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{206,8}{12} = 17,2,$$

$$a_1 = \frac{\Sigma yt}{\Sigma t^2} = \frac{38,2}{572} = 0,067.$$

Таким образом, получаем следующее математическое выражение общей тенденции ряда динамики:

$$\bar{y}_t = 17,2 + 0,067t.$$

Подставляя в это уравнение принятые обозначения времени t , определим выравненные уровни ряда динамики (последняя графа табл. 11.5).

Используя это уравнение, можно провести экстраполяцию ряда динамики (установить значения, соответствующие основной тенденции развития явления в последующие периоды или моменты времени). Так, например, определим прогнозное значение объема транспортных услуг населению города в январе следующего года (млн руб.):

$$\bar{y}_{t=13} = 17,2 + 0,067 \cdot 13 = 18,07.$$

Учет сезонных колебаний при аналитическом выравнивании. Одна из важнейших задач при анализе рядов внутригодовой динамики — измерение «сезонной волны». Для количественной оценки сезонных колебаний тех или иных показателей обычно используются индексы сезонности. Простейший метод их построения — метод постоянной средней. Дополним наш пример месячными данными за предыдущие три года. Прежде всего для каждого месяца i исчисляется средний уровень \bar{y}_i по данным за несколько лет. Индексы сезонности для i -го месяца (S_i) определяются как процентное отношение этих среднемесячных уровней к общему среднему уровню \bar{y} , исчисленному для всего ряда динамики в целом:

$$S_i = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100\%. \quad (11.22)$$

Исходные данные и результаты расчетов приведены в табл. 11.6.

Таблица 11.6

Расчет индексов сезонности

Месяц	Объем транспортных услуг населению города, млн руб.					Индекс сезонности $S_i = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100\%$
	I год	II год	III год	IV год	в среднем за четыре года \bar{y}_i	
Январь	17,2	17,5	17,3	18,4	17,6	106,0
Февраль	16,1	16,6	16,2	15,2	16,0	96,4
Март	16,4	16,7	16,3	17,2	16,6	100,0
Апрель	15,6	16,0	16,8	14,9	15,8	95,2
Май	15,8	16,0	16,0	16,8	16,1	97,0
Июнь	15,5	15,6	18,3	18,5	17,0	102,4
Июль	15,1	15,6	17,1	17,7	16,4	98,8
Август	15,8	16,0	16,6	17,9	16,6	100,0
Сентябрь	15,0	15,3	15,5	16,9	15,7	94,6
Октябрь	15,5	15,8	16,4	16,3	16,0	96,4
Ноябрь	16,8	17,0	17,9	17,9	17,4	104,8
Декабрь	18,0	18,4	18,7	19,1	19,5	111,4
Средний уровень ряда	16,1	16,4	16,9	17,2	16,6	

В тех случаях, когда в ряду динамики наблюдается достаточно ярко выраженная тенденция роста его уровней (т.е. ряд содержит тренд), более правильно рассчитывать индексы сезонности методом переменной средней по следующей формуле:

$$\bar{S}_i = \frac{\sum S_{ii}}{n} = \frac{\sum \frac{y_{ii}}{y'_{ii}} \cdot 100\%}{n}, \quad (11.23)$$

где y_{ii} — фактическое значение показателя для i -го периода t -го года;
 y'_{ii} — значение показателя для i -го периода внутри t -го года, определенное методом скользящей средней (\hat{y}_i) или методом аналитического выравнивания (\bar{y}_i);

$$S_{ii} = \frac{y_{ii}}{y'_{ii}} \cdot 100\% \quad \text{— частные индексы сезонности для } i\text{-го периода каждого года } t;$$

$$\frac{n}{\bar{S}_i} \quad \text{— число лет;}$$

$$\bar{S}_i \quad \text{— средний индекс сезонности для } i\text{-го периода внутри года (месяца или квартала)}^1.$$

Решение некоторых аналитических задач предполагает использование значений уровней рядов динамики с устраненным влиянием сезонных факторов. Исчисленные с помощью специальных компьютерных программ значения рядов динамики с исключенной сезонностью публикуют многие российские и международные статистические сборники (например, сборник «Национальные счета России»).

Основная цель построения и анализа рядов динамики — прогнозирование развития явления, которое может проводиться на основе рассмотренных выше показателей и методов выявления тренда и циклических колебаний. Отметим основные этапы стандартной процедуры анализа рядов динамики, содержащих тренд и сезонные колебания, с целью построения мультипликативной модели и прогнозирования на ее основе (реализация этой процедуры с использованием Microsoft Excel будет показана ниже):

- 1) определение основной тенденции развития методом скользящей средней (\bar{y}_n);
- 2) выявление сезонной компоненты (S_{ii}) и средних индексов сезонности (\bar{S}_i), образующих в совокупности сезонную волну;
- 3) исключение сезонной компоненты из фактических уровней ряда динамики $\left(y_{ii \text{ скор}} = \frac{y_{ii}}{\bar{S}_i} \cdot 100\% \right)$;
- 4) определение параметров уравнения тренда по скорректированным на сезонность уровням ряда динамики ($\bar{y}_i = f(t)$);

¹ Сумма средних индексов сезонности должна равняться 400 (если они исчисляются по кварталам) или 1200 (если они исчисляются по месяцам). Для этих целей

проводят их корректировку: $\bar{S}_i = \bar{S}_i \cdot \frac{400}{\sum \bar{S}_i}$ или $\bar{S}_i = \bar{S}_i \cdot \frac{1200}{\sum \bar{S}_i}$.

- 5) расчет теоретических уровней ряда динамики на основе уравнения тренда (\bar{y}_n);
- 6) определение теоретических уровней ряда динамики по мультипликативной модели ($\tilde{y}_n = \bar{y}_n \cdot \bar{S}_i$) и оценка качества модели; расчет ошибки модели проводится по формуле¹

$$v = \frac{\sum (y_t - \bar{y}_n)^2}{\sum (y_t - \bar{y})^2}; \quad (11.25)$$

- 7) построение прогноза с учетом внутригодовой динамики (определение на базе уравнения тренда прогнозных уровней, соответствующих основной тенденции ряда, и их корректировка исходя из средних индексов сезонности — $\bar{y}_{n \text{ прогноз}} = \bar{y}_{n \text{ прогноз}} \cdot \bar{S}_i$).

11.1.3. Анализ структурных изменений

Важнейшее направление статистического исследования — изучение структуры статистической совокупности и ее изменений во времени. Для этих целей используются ряды динамики относительных показателей структуры, которые позволяют проанализировать структурные сдвиги в экономике.

Для количественной характеристики изменений в структуре совокупности во временном аспекте наиболее часто применяют следующие показатели:

- 1) абсолютные приросты удельного веса (доли) j -й части совокупности (Δd_{ij}):

— цепные: $\Delta d_{ij} = d_{ij} - d_{(i-1)j}$,

— базисные: $\Delta d_{ij} = d_{ij} - d_{1j}$,

где d_{ij} — удельный вес j -й части совокупности в i -й момент или период времени;

d_{1j} — удельный вес j -й части совокупности в момент или период времени 1 (если первый рассматриваемый период принят в качестве базисного);

¹ Ошибка модели v представляет собой долю общей вариации уровней ряда динамики, не объясненную моделью.

2) темпы роста удельного веса (доли) j -й части совокупности ($T_{d_{ij}}$):

— цепные:
$$T_{d_{ij}} = \frac{d_{ij}}{d_{(i-1)j}} \cdot 100\%,$$

— базисные:
$$T_{d_{ij}} = \frac{d_{ij}}{d_{(i-1)j}} \cdot 100\%.$$

Для получения представления о характере и величине изменений доли каждой части совокупности за ряд лет рассчитывают средний абсолютный прирост ($\bar{\Delta}d_j$) и средний темп роста (\bar{T}_{d_j}) доли каждой j -й части совокупности по формулам:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \Delta d_{ij}}{n-1} = \frac{d_{nj} - d_{1j}}{n-1}; \quad (11.26)$$

$$T_{d_j} = \sqrt[n-1]{T_{d_{1j}} \cdot T_{d_{2j}} \dots T_{d_{nj}}} \cdot 100\% = \sqrt[n-1]{\frac{d_{nj}}{d_{1j}}} \cdot 100\%, \quad (11.27)$$

где Δd_{ij} — цепной абсолютный прирост удельного веса j -й части совокупности для i -го момента или периода времени;

$T_{d_{ij}}$ — цепной темп роста удельного веса (доли) j -й части совокупности для i -го момента или периода времени.

Обобщающую характеристику структурных изменений в изучаемой совокупности наиболее часто получают с помощью легко интерпретируемого показателя линейного коэффициента абсолютных структурных сдвигов, рассчитываемого по следующей формуле:

$$\bar{\Delta}_d^k = \frac{\sum_{j=1}^k |d_{nj} - d_{1j}|}{k(n-1)}, \quad (11.28)$$

где k — число структурных частей в статистической совокупности.

Проанализируем изменение структуры использованного ВВП за четыре года (табл. 11.7).

Таблица 11.7

Использование ВВП (в текущих ценах, в процентах к итогу)

Показатель, %	Год			
	1	2	3	4
ВВП, в том числе:	100	100	100	100
расходы на конечное потребление	61,3	65,5	69,0	67,7
валовое накопление	18,6	21,9	20,3	20,8
чистый экспорт	20,1	12,6	10,7	11,5

Рассчитаем по этим данным показатели абсолютных приростов и темпов роста удельных весов элементов ВВП для каждого года рассматриваемого периода. Результаты расчетов представлены в табл. 11.8.

Таблица 11.8

Показатели изменения структуры использованного ВВП

Элемент ВВП	Абсолютный прирост удельных весов к предыдущему году, процентные пункты			Темп роста удельных весов, % к предыдущему году		
	2	3	4	2	3	4
Расходы на конечное потребление	+4,2	+3,5	-1,3	106,9	105,3	98,1
Валовое накопление	+3,3	-1,6	+0,5	117,7	92,7	102,5
Чистый экспорт	-7,5	-1,9	+0,8	62,7	84,9	107,5

Анализ статистических показателей структурных сдвигов, приведенных в таблице, позволяет сделать вывод, что во втором году наблюдались наибольшее положительное абсолютное изменение (удельного веса расходов на конечное потребление — +4,2 процентного пункта), наибольшее отрицательное абсолютное изменение (удельного веса чистого экспорта — -7,5 процентного пункта), а также наибольший темп роста (удельного веса валового накопления — 117,7%).

Для получения обобщающей характеристики структурных изменений по отдельным элементам структуры ВВП рассчитаем средние

абсолютные приросты и средние темпы роста удельных весов за весь рассматриваемый период:

1) средние абсолютные приросты удельных весов:

— расходов на конечное потребление:

$$\bar{\Delta d}_1 = \frac{+4,2 + 3,5 - 1,3}{3} = +2,1 \text{ (п.п.)},$$

— валового накопления:

$$\bar{\Delta d}_2 = \frac{+3,3 - 1,6 + 0,5}{3} = +0,7 \text{ (п.п.)},$$

— чистого экспорта:

$$\bar{\Delta d}_3 = \frac{-7,5 - 1,9 + 0,8}{3} = -2,9 \text{ (п.п.)};$$

2) средние темпы роста удельных весов:

— расходов на конечное потребление:

$$\bar{T}_{d_1} = \sqrt[3]{\frac{67,7}{61,3}} \cdot 100\% = \sqrt[3]{1,104} \cdot 100\% = 103,4 \text{ (\%)},$$

— валового накопления:

$$\bar{T}_{d_2} = \sqrt[3]{\frac{20,8}{18,6}} \cdot 100\% = \sqrt[3]{1,118} \cdot 100\% = 103,8 \text{ (\%)},$$

— чистого экспорта:

$$\bar{T}_{d_3} = \sqrt[3]{\frac{11,5}{20,1}} \cdot 100\% = \sqrt[3]{0,572} \cdot 100\% = 83,0 \text{ (\%)}.$$

Таким образом, наибольшее среднее абсолютное положительное изменение удельного веса имеют расходы на конечное потребление (+2,1 процентного пункта); а наибольшее отрицательное изменение удельного веса наблюдалось у чистого экспорта (в среднем ежегодно он уменьшался на 2,9 процентного пункта); наибольший средний темп роста удельного веса характерен для валового накопления (103,8%), в то время как удельный вес чистого экспорта уменьшался в среднем за год на 17%.

Рассчитаем обобщающие показатели, характеризующие изменения всех структурных элементов ВВП за каждый год по формуле

$$\bar{\Delta d}_m = \frac{\sum_{j=1}^k |\Delta d_{mj}|}{k},$$

где m — номер года;
 j — номер структурного элемента;
 k — число структурных частей (элементов) в статистической совокупности.

Этот показатель составил:

— во втором году:

$$\bar{\Delta}d_{2001} = \frac{4,2 + 3,3 + 7,5}{3} = 5,0 \text{ (п.п.)};$$

— в третьем году:

$$\bar{\Delta}d_{2002} = \frac{3,5 + 1,6 + 1,9}{3} = 2,3 \text{ (п.п.)};$$

— в четвертом году:

$$\bar{\Delta}d_{2003} = \frac{1,3 + 0,5 + 0,8}{3} = 0,9 \text{ (п.п.)}.$$

Следовательно, удельный вес элементов структуры ВВП во втором году в среднем изменился на 5 процентных пунктов, в третьем году — на 2,3 процентного пункта, в четвертом — на 0,9 процентного пункта. Таким образом, наибольшая скорость структурных изменений в ВВП наблюдалась во втором, а наименьшая — в четвертом году.

Рассчитаем показатель, характеризующий изменение всех элементов структуры ВВП в целом за весь рассматриваемый период:

$$\begin{aligned} \bar{\Delta}_d^k &= \frac{\sum_{j=1}^k |d_{nj} - d_{1j}|}{k(n-1)} = \frac{|67,7 - 61,3| + |20,8 - 18,6| + |11,5 - 20,1|}{3 \cdot (4-1)} = \\ &= \frac{6,4 + 2,2 + 8,6}{9} = 1,9 \text{ (п.п.)}. \end{aligned}$$

Таким образом, среднее годовое абсолютное изменение структурных элементов ВВП за весь рассматриваемый период составило 1,9 процентного пункта.

11.2. РЕАЛИЗАЦИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ НА КОМПЬЮТЕРЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MICROSOFT EXCEL

11.2.1. Прогноз годовой динамики с помощью параболического уравнения регрессии

Постановка задачи, исходные данные, графическая иллюстрация решения. В таблице 11.9 приведены данные о грузообороте всех видов транспорта общего пользования Российской Федерации за 1996—2005 гг. в том виде, как эти данные обычно приводятся в различных статистических справочниках.

Таблица 11.9

Грузооборот всех видов транспорта общего пользования, млрд т/км

Год	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Грузооборот	3 370	3 255	3 147	3 315	3 480	3 592	3 802	4 106	4 371	4 676

График зависимости $Y(t)$ грузооборота Y от времени t (график динамики грузооборота) изображен на рис. 11.1 жирной линией.

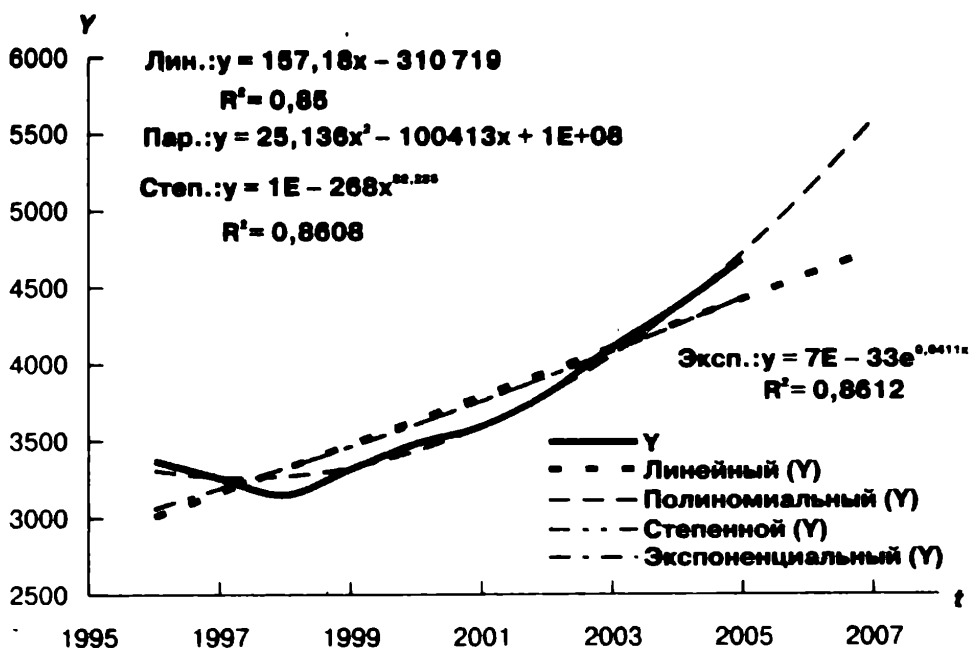


Рис. 11.1. График динамики грузооборота и его тренды различного вида, млрд т/км

Одновременно с фактической кривой $Y(t)$ на диаграмме представлено и четыре ее приближения — трендов $y_i(t)$, полученных с помощью линейного, параболического (полиномиального степени 2), степенного и показательного уравнений регрессий. Способ построения указанных трендов подробно описан в разд. 10.2.5.

Кривые (тренды), соответствующие линейному, степенному и экспоненциальному уравнениям регрессии, на графике сливаются в одну линию и практически неразличимы, а параболический тренд почти совпадает с фактической кривой $Y(t)$. Выведенные на диаграмме коэффициенты детерминации R^2 показывают, на сколько процентов значения $Y(t)$ описываются соответствующим уравнением регрессии (т.е. в какой степени значения $Y(t)$ определяются фактором t), в то время как $(1 - R^2)$ процентов значения $Y(t)$ объясняется воздействием на него неизвестных случайных факторов.

Рассмотренные графические средства Excel позволяют только выбрать вид уравнения регрессии. После чего необходимо провести оценку значимости этого уравнения регрессии и каждого из его коэффициентов, что и делается ниже.

Задание исходных данных для регрессионного анализа. Хотя из рис. 11.1 и вытекает, что параболическое уравнение регрессии наилучшим образом описывает динамику грузооборота, в учебных целях проанализируем и более детально, чем на указанном рисунке, сравним линейное и параболическое уравнения регрессии. С этой целью в соответствии с правилами формирования исходных данных для регрессионного анализа, описанными в теме 10, представим значения табл. 11.9 в виде, приведенном на рис. 11.2 в диапазоне В4:Е13. Смысл остальных содержащихся на рисунке значений поясняется далее. Единицы в диапазоне С4:С13 необходимы лишь для построения прогнозных значений грузооборота с помощью параболического уравнения регрессии. Для построения же линейного уравнения регрессии было бы достаточно задать только значения t и Y , разместив их в соседних столбцах. Тем не менее далее будем работать с данными диапазона В4:Е13, а матрицу значений диапазона Z[С4:Е13] назовем *расширенной матрицей Z-значений факторных переменных*.

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І
2	Грузо-оборот мдрд т.км	Еди- ницы	Го- ды	Годы в квадрате	Теоретические значения		Остатки ε	
3	Y		t	tкв	Yт лин $=a_{п2} * t^2 + a_{п1} * t + a_{п0}$	Yт пар	Ост лин $= Y - Y_{т \text{ лин}}$	Ост пар $= Y - Y_{т \text{ пар}}$
4	3370	1	1996	$=t^2$ 3984016	$=a_{л1} * t + a_{л0}$ 3004,1	3305,7	$=Y - Y_{т \text{ лин}}$ 365,9	64,3
5	3255	1	1997	3988009	3161,3	3261,8	93,7	-6,8
6	3147	1	1998	3992004	3318,5	3268,2	-171,5	-121,2
7	3315	1	1999	3996001	3475,6	3324,8	-160,6	-9,8
8	3480	1	2000	4000000	3632,8	3431,7	-152,8	48,3
9	3592	1	2001	4004001	3790,0	3588,9	-198,0	3,1
10	3802	1	2002	4008004	3947,2	3796,3	-145,2	5,7
11	4106	1	2003	4012009	4104,3	4054,1	1,7	51,9
12	4371	1	2004	4016016	4261,5	4362,1	109,5	8,9
13	4676	1	2005	4020025	4418,7	4720,3	257,3	-44,3
14	Z2006	1	2006	$=t_{пp}^2$ 4024036	$=a_{л1} * t_{пp} + a_{л0}$ 4575,9	5128,9	$=a_{п2} * t_{пp}^2 + a_{п1} * t_{пp} + a_{п0}$	
15	Z2007	1	2007	4028049	4733,0	5587,7		
16	Корреляция	(Y;t)	0,92	=КОРРЕЛ (Y;t)				

Рис. 11.2. Регрессионный анализ динамики грузооборота с помощью линейного и параболического уравнений регрессии

На этом и приводимых далее фрагментах рабочего листа Excel созданы имена, перечисленные в табл. 11.10 и используемые в формулах Excel.

Таблица 11.10

Имена, созданные на рабочем листе

Имя	Адрес	Имя	Адрес	Имя	Адрес
α	\$H\$55	t _{пp}	\$D\$14:\$D\$15	Z2007_	\$C\$15:\$E\$15
D _{пн}	\$G\$59:\$G\$60	X	\$D\$5:\$D\$16	a _{л0}	\$C\$32
D _{пс}	\$D\$59:\$D\$60	Y	\$B\$4:\$B\$13	a _{л1}	\$C\$33

Продолжение

Имя	Адрес	Имя	Адрес	Имя	Адрес
N	\$C\$55	Yt_лин	\$F\$4:\$F\$13	an0	\$C\$48
Syn	\$H\$56	Yt_пар	\$G\$4:\$G\$13	an1	\$C\$49
t	\$D\$4:\$D\$13	Yn	\$C\$59:\$C\$60	an2	\$C\$50
tзнач	\$C\$56	Z	\$C\$4:\$E\$13	Xn	\$C\$31
tn	\$B\$59:\$B\$60	Z2006_	\$C\$14:\$E\$14		

Построение и анализ линейного и параболического уравнений регрессии с помощью «Пакета анализа». Оба уравнения строятся по команде СЕРВИС/АНАЛИЗ ДАННЫХ/РЕГРЕССИЯ, различие состоит только в параметрах, задаваемых в окне этой команды. При построении *линейной регрессии*

$$\hat{y}(t) = a_1 t + a_0 \quad (11.29)$$

эти параметры имеют вид, приведенный на рис. 11.3.

Рис. 11.3. Параметры, задаваемые при построении линейного уравнения регрессии

Результаты работы команды в этом случае представлены на рис. 11.4.

	B	C	D	E	F	G	H
19	ВЫВОД ИТОГОВ (линейное уравнение регрессии)						
20	Регрессионная статистика						
21	Множественный R			0,92			
22	R-квадрат			0,85			
23	Нормированный R-квадрат			0,83			
24	Стандартная ошибка			212,04			
25	Наблюдения			10			
26	Дисперсионный анализ						
27		df	SS	MS	F	Значимость F	
28	Регрессия	1	2038098,05	2038098,05	45,33	0,00015	
29	Остаток	8	359682,35	44960,29			
30	Итого	9	2397780,40				
31	<input type="checkbox"/> да <input type="checkbox"/> нет	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
32	Y-пересечение	-310718,7	46701,05	-6,65	0,0002	-418411,5	-203025,9
33	t	157,17576	23,34	6,73	0,0001	103,3	211,0

Рис. 11.4. Результаты, выдаваемые командой Регрессия при построении линейного уравнения регрессии

Построение *параболического* уравнения регрессии

$$\hat{y}(t) = a_{п2} t^2 + a_{п1} t + a_{п0} \quad (11.30)$$

отличается только тем, что на рис. 11.4 в поле ВХОДНОЙ ИНТЕРВАЛ X задается диапазон D3:E13, а в поле ВЫХОДНОЙ ИНТЕРВАЛ – ячейка B35. Выдаваемые при этом командой РЕГРЕССИЯ значения приведены на рис. 11.5.

По найденным коэффициентам уравнений регрессии на рис. 11.2 в диапазонах F4:F13 и G4:G13 для каждого t вычислены теоретические значения $Y_{т_лин}$, $Y_{т_пар}$, соответствующие линейному и параболическому уравнениям регрессии, а в диапазонах H4:H13 и I4:I13 — *остатки*, т.е. соответственно разности $Y - Y_{т_лин}$, $Y - Y_{т_пар}$ (вычислительные формулы показаны на том же рисунке). Заметим, что все указанные значения могут автоматически вычисляться по команде РЕГРЕССИЯ, если в окне этой команды на рис. 11.4 пометить флажок ОСТАТКИ.

34	B	C	D	E	F	G	H
36	ВЫВОД ИТОГОВ (параболическое уравнение регрессии)						
38	Регрессионная статистика						
37	Множественный R			0,99			
38	R-квадрат			0,99			
39	Нормированный R-квадрат			0,99	$S_{Y_{\text{н}}}$		
40	Стандартная ошибка			61,038			
41	Наблюдения			10			
42	Дисперсионный анализ						
43		df	SS	MS	F	Значимость F	
44	Регрессия	2	2371707,9	1185853,9	318,38	1,34E-07	
45	Остаток	7	26072,533	3724,6476			
46	Итого	9	2397780,4				
47		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижняя 95%	Верхняя 95%
48	Y-пересечение	100284807,5	10629239,6	9,435	3,1353E-05	75150650	1,25E+08
49	t	-100413,4	10626,6	-9,449	3,1041E-05	-125541	-75285,5
50	tx	25,136	2,7	9,464	3,0725E-05	18,9	31,42

Рис. 11.5. Результаты, выдаваемые командой РЕГРЕССИЯ при построении параболического уравнения регрессии

Отметим, что найденные коэффициенты обоих уравнений регрессии и значения коэффициента детерминации R^2 совпадают с приведенными на диаграмме рис. 11.1. Анализ данных рис. 11.4 и 11.5 показывает, что оба уравнения статистически значимы (и в том, и в другом случае F -значения меньше $\alpha = 0,05$). Значимы также и все коэффициенты обоих уравнений (P -значения всех коэффициентов меньше $\alpha = 0,05$). Однако, отметим, что стандартная ошибка S_y у линейного уравнения регрессии (ячейка E24 на рис. 11.4) гораздо выше, чем у параболического (ячейки E40 на рис. 11.5). Между тем, как будет показано ниже, значение S_y существенно влияет на качество прогноза.

Анализ остатков. В разделе 10.2.4 указывалось, что один из способов визуальной проверки качества уравнения регрессии заключается в анализе графиков остатков, которые можно получить с помощью команды РЕГРЕССИЯ, если пометить флажок ГРАФИК ОСТАТКОВ. В результате для каждой факторной переменной строится диаграмма с графиком остатков. Такие графики для линейного и параболического уравнений регрессии приведены на диаграммах рис. 11.6. По оси абсцисс на этих диаграммах заданы значения t , а по оси ординат — величины остатков.

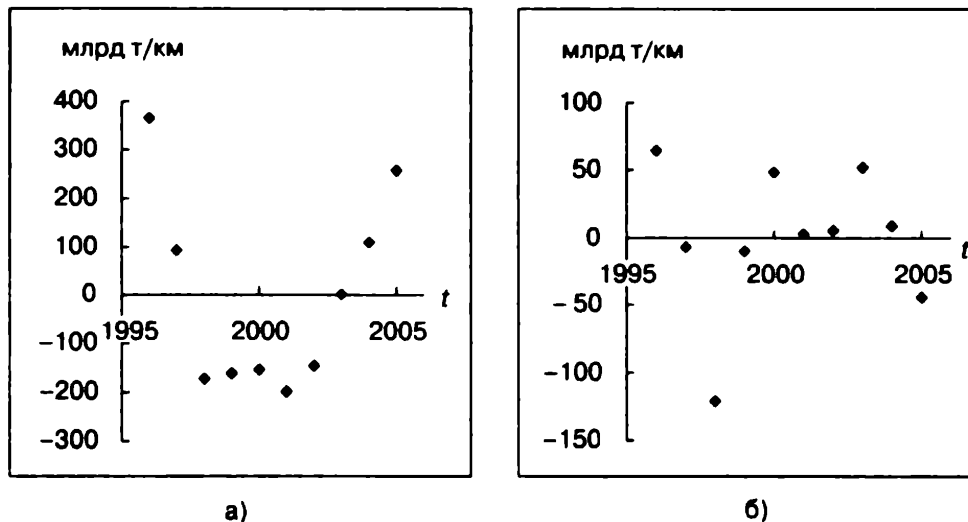


Рис. 11.6. Графики остатков:
 а) линейное уравнение регрессии; б) параболическое уравнение регрессии

Очевидно, что на втором графике (б) отсутствует какая-либо закономерность в расположении точек, с большой степенью уверенности тут можно говорить о качестве построенного уравнения регрессии. Остатки же на первом графике (а) явно располагаются вдоль некоторой параболы, что указывает на неприемлемость подобного уравнения регрессии.

Прогнозирование с помощью уравнения регрессии. Напомним, что уравнение регрессии описывает *теоретическую* зависимость результативной переменной от факторных, однако связь между этими переменными все равно остается *стохастической*. Поэтому никакие средства, в том числе уравнение регрессии, не позволяют для прогнозного значения фактора (факторов) X_n однозначно указать прогнозное значение $Y_n(X_n)$. Однако всегда можно задать вероятность γ и по этому значению построить величину $\Delta(\gamma)$ — такую, что с вероятностью γ прогнозное значение $Y_n(X_n)$ будет находиться в пределах:

$$Y_{n_min} < Y_n(X_n) < Y_{n_max}, \quad (11.31)$$

где $Y_{n_min} = \hat{y}_n(X_n) - \Delta(\gamma), Y_{n_max} = \hat{y}_n(X_n) + \Delta(\gamma).$ (11.32)

В этих формулах $\hat{y}_n(X_n)$ — это теоретическое значение, полученное с помощью уравнения регрессии для прогнозного значения фактора (факторов) X_n . В рассматриваемой задаче в качестве прогнозного

значения фактора выступает время t_n . Прогнозирование с помощью указания интервала (11.31), в котором с заданной вероятностью γ будет находиться прогнозируемое значение, называется *интервальным прогнозом*.

Различают следующие два вида интервального прогноза:

а) прогнозирование *среднего* значения $Y_{п.с.}$, т.е. среднего значения среди всех возможных прогнозных значений $Y_{п.}$, соответствующих X_n ;

б) прогнозирование *индивидуального* значения $Y_{п.н.}$, т.е. одного значения $Y_{п.}$, соответствующего X_n .

Каждому из этих прогнозов соответствуют свои значения $\Delta_c(\gamma)$ и $\Delta_n(\gamma)$. Поэтому в первом случае строится интервал $Y_{п.с.мин} < Y_{п.с.} < Y_{п.с.макс}$ для значения $Y_{п.с.}$, а во втором — интервал $Y_{п.н.мин} < Y_{п.н.} < Y_{п.н.макс}$ для $Y_{п.н.}$.

В случае однофакторного линейного уравнения регрессии значения $\Delta_c(\gamma)$ и $\Delta_n(\gamma)$ вычисляются по следующим формулам:

$$\Delta_c(\gamma) = t(\gamma) \cdot SY \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{(t_n - t_{cp})^2}{\sum_{i=1}^N (t_i - t_{cp})^2}}; \quad (11.33)$$

$$\Delta_n(\gamma) = t(\gamma) \cdot SY \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{(t_n - t_{cp})^2}{\sum_{i=1}^N (t_i - t_{cp})^2} + 1}. \quad (11.34)$$

Коэффициент t в этих формулах зависит от γ и является двусторонней критической точкой t -критерия Стьюдента для $\alpha = 1 - \gamma$ и $df = N - 2$ (см. раз. 10.1.2). В соответствии с табл. 10.16 значение t в Excel определяется по формуле

$$t \Rightarrow = \text{СТЮДРАСПОБР}(1 - \gamma; N - 2), \quad (11.35)$$

где N — количество наблюдений в выборке.

Сомножитель S_y в формулах (11.33) и (11.34) — величина стандартной ошибки, которая вычисляется командой РЕГРЕССИЯ на рис. 11.5 в ячейке E40 и только для наглядности дублируется на рис. 11.7 в ячейке H56.

Если речь идет о множественном линейном уравнении регрессии или нелинейном уравнении регрессии, приведенном к множест-

венному линейному (например, параболическом), значения $\Delta_c(\gamma)$ и $\Delta_n(\gamma)$ рассчитываются следующим образом:

$$\Delta_c(\gamma) = t(\gamma) \cdot SY \sqrt{Z_n (Z'Z)^{-1} Z'_n}, \quad (11.36)$$

$$\Delta_n(\gamma) = t(\gamma) \cdot SY \sqrt{1 + Z_n (Z'Z)^{-1} Z'_n}. \quad (11.37)$$

Величина t вычисляется по формуле (11.35).

Матрица Z в последних формулах вычисления $\Delta_c(\gamma)$ и $\Delta_n(\gamma)$ — это уже упоминавшаяся расширенная матрица факторных переменных, которая на рис. 11.2 содержится в диапазоне $Z_n[C4:E13]$. Вектор Z_n — вектор, первая компонента которого равна единице, а остальные компоненты — значениям факторных переменных, для которых строится прогноз. Так, при прогнозировании на 2006 г. с помощью параболического уравнения регрессии вектор Z_n имеет вид $Z_{2006}\{1; 2006; 2006^2\} = Z_n\{1; 2006; 4024036\}$ а его компоненты заданы на рис. 11.2 в диапазоне $C14:E14$. Аналогичным образом для построения прогноза на 2007 г. в диапазоне $C15:E15$ сформированы компоненты вектора $Z_n = Z_{2007}\{1; 2007; 2007^2\} = Z_{2007}\{1; 2007; 4028049\}$.

Апострофы, проставленные в формулах (11.36), (11.37) у вектора Z'_n и матрицы Z' обозначают операцию транспонирования, выражение $(Z'Z)^{-1}$ — нахождение матрицы, обратной к произведению матриц $Z'Z$. Напомним, что транспонирование, умножение и обращение матриц в Excel выполняются с помощью функций соответственно **ТРАНСП**, **МУМНОЖ** и **МОБР**, являющихся формулами массива. Поэтому ввод формул, содержащих такие функции, необходимо заканчивать одновременным нажатием клавиш **CTRL + SHIFT + ENTER**. В результате формула массива оказывается заключенной в фигурные скобки, как это показано в строках 62:65 на рис. 11.7. Следует также иметь в виду, что если Z'_n задать в виде вектора-столбца (а не вектора-строки, как на рис. 11.2), то в формулах (11.36), (11.37) выражение $Z_n (Z'Z)^{-1} Z'_n$ необходимо заменить на $Z'_n (Z'Z)^{-1} Z_n$.

Способ построения интервального прогноза величины грузооборота на 2006/2007 гг. с помощью параболического уравнения регрессии приведен на рис. 11.7.

82								
83	Интервальный прогноз грузооборота (значения Y) по параболическому уравнению							
84	Параметры, необходимые для интервального прогноза							SY _n – и.ч. E40 на рис. 11.6
85	N	10	=СЧЕТ(Y)			γ	0,95	
86	t _{знач}	2,31	=СТЮДРАСПОБР(1-γ;n-2)			SY _n	61,03	
87	Прогноз среднего				Прогноз индивидуального			
88	t _n	Y _n	Δ _c	Y _{нс min}	Y _{нс max}	Δ _n	Y _{ин min}	Y _{ин max}
89	2006	5129	166	4963	5294	217	4912	5346
90	2007	5588	236	5352	5823	274	5313	5862
91	=a _{n2} *t _n ² +a _{n1} *t _n +a _{n0}			=Y _n -Δ _c	=Y _n +Δ _c		=Y _n -Δ _n	=Y _n +Δ _n
92	{=t _{знач} *SY _n *КОРЕНЬ(МУМНОЖ(Z2006_;МУМНОЖ(
93	МОБР(МУМНОЖ(ТРАНСП(Z);Z));ТРАНСП(Z2006_))))}							
94	{=t _{знач} *SY _n *КОРЕНЬ(1+МУМНОЖ(Z2006_;МУМНОЖ(
95	МОБР(МУМНОЖ(ТРАНСП(Z);Z));ТРАНСП(Z2006_))))}							

Рис. 11.7. Интервальный прогноз грузооборота на 2006—2007 гг. с помощью параболического уравнения регрессии

Напомним, что существует прогноз среднего из всех возможных прогнозных значений и прогноз одного (индивидуального) значения. Интервальный прогноз среднего и индивидуального значений строится с помощью приведенных ниже вычислений.

1. Для значений времени t_n , для которых строятся прогнозы, с помощью уравнения регрессии находятся теоретические значения $Y_n = \hat{Y}(t_n)$. На рисунке 11.7 значения t_n заданы в диапазоне $t_n[B59:B60]$, а соответствующие им значения Y_n — в диапазоне $Y_n[C59:C60]$.

2. Задается достоверность $0 < \gamma < 1$ и вычисляется такое минимальное значение Δ_n , что с вероятностью γ искомое прогнозное значение содержится в интервале $[Y_{n_min}, Y_{n_max}]$, где $Y_{n_min} = Y_n - \Delta_n$, $Y_{n_max} = Y_n + \Delta_n$. Значения Δ_n , используемые при прогнозе среднего и индивидуального значений, различаются и будут обозначаться соответственно Δ_c и Δ_n . Напомним, что Δ_n и Δ_c вычисляются по формулам (11.36), (11.37).

3. По заданному значению γ рассчитывается $\alpha = 1 - \gamma$, по которому с помощью обратного распределения Стюдента с $(N - 2)$ степенями свободы (N — это количество наблюдений) определяется коэффициент доверия $t_{\text{знач}}$. Величина γ , вычисленное по ней $t_{\text{знач}}$ и используемая для этого формула Excel на рис. 11.7 содержатся соответственно в ячейках H55, C56, D56.

4. Для каждого значения t_n строится вектор Z_n , состоящий из $(K + 1)$ компоненты, где K — количество факторных переменных

(в нашем примере $K = 2$). Как указывалось выше, первая компонента Z_n равна единице, а последующие — значениям факторных переменных, для которых строится прогноз. В нашем случае вектора Z_n для $t = 2006$ и $t = 2007$ сформированы на рис. 11.2 в диапазонах C14:E14 и C15:E15, которым присвоены имена Z2006_, Z2007_. Как видно из приводимых там же формул, вторая компонента Z_n равна t , а третья — t^2 .

5. Для каждого значения t_n (точнее, для каждого Z_n , соответствующего t_n) по формулам (11.36), (11.37) в диапазонах D59:D60 и G59:G60 вычисляются соответственно Δ_c и Δ_n . Формулы Excel вычисления этих значений приведены в строках 62:65.

6. Значения Y_{pc_min} , Y_{pc_max} , Y_{ni_min} , Y_{ni_max} определены в ячейках E59:F59 и H59:I59 по формулам, показанным в E61:F61 и H61:I61.

Графическая интерпретация прогноза. На рисунке 11.8 приведена графическая иллюстрация полученных результатов.

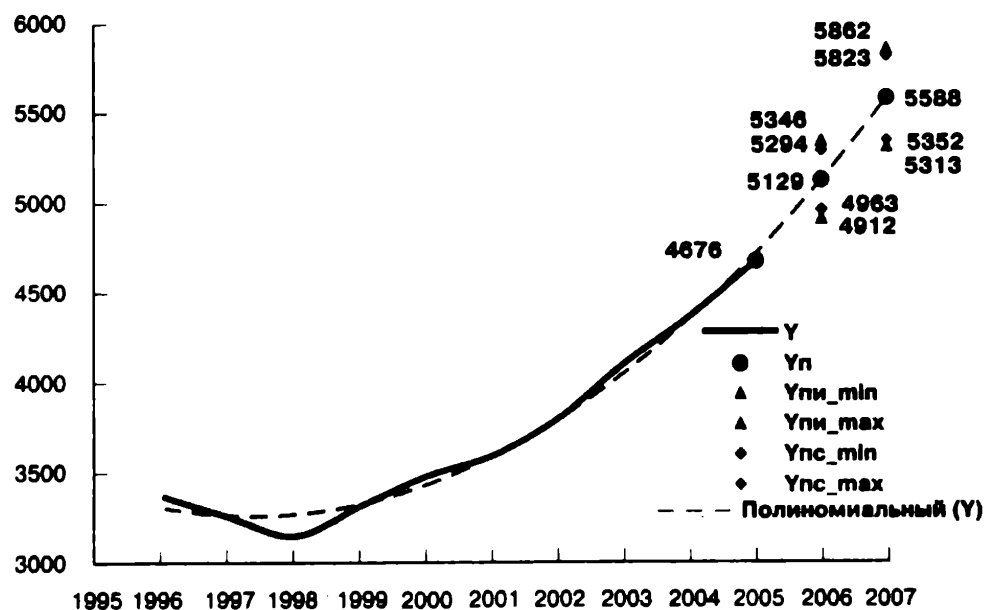


Рис. 11.8. Графическая интерпретация интервального прогноза грузооборота

Приведенный график был получен следующим образом.

1. Создана копия диаграммы рис. 11.1, из которой было удалено все, кроме ряда Y и параболического тренда.

2. При выделенном состоянии новой диаграммы выполнена команда **ДИАГРАММА/ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ/Ряд**.

3. В окне этой команды последовательными щелчками на кнопке **ДОБАВИТЬ** создавался очередной из рядов, перечисленных в легенде на рис. 11.8. Для этого в поле **ЗНАЧЕНИЯ X** (см. рис. 11.9) для всех создаваемых рядов указывался диапазон **B59:B60** из рис. 11.7 (т.е. значения t_n). В поле же **ЗНАЧЕНИЯ Y** для соответствующих рядов задавались диапазоны **Yп[C59:C60]**, **Yпсmin[E59:E60]**, **Yпсmax[F59:F60]**, **Yпсmin[H59:H60]**, **Yпсmax[I59:I60]**, а в поле **ИМЯ** указывались имена рядов, совпадающие с именами диапазонов. После создания указанных рядов окно рис. 11.9 закрывалось щелчком по **ОК**.

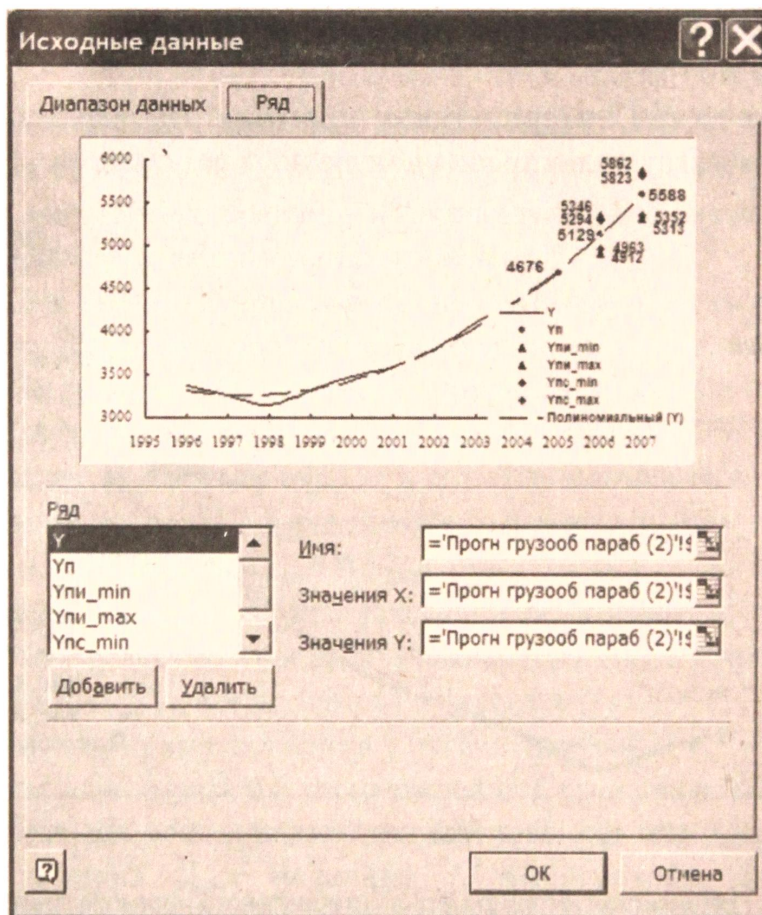


Рис. 11.9. Окно добавления новых рядов

4. Последовательно выделялся каждый созданный ряд, из его контекстного меню вызывалось окно форматирования ряда, во вкладке Вид которого задавался соответствующий маркер, удалялась соединяющая маркеры линия ряда, а во вкладке Подпись данных помечался флажок вывода значений Y . Выведенные подписи со значениями Y перетаскивались на диаграмме мышью так, чтобы они размещались нужным образом.

11.2.2. Прогноз поквартальной динамики ВВП России с учетом сезонности

Используя методы, описанные в разд. 11.1, и на основании данных статистического сборника «Национальные счета России», приведенных в табл. 11.1, построим с помощью Excel поквартальный прогноз ВВП на 2004 г.

Таблица 11.11

ВВП в текущих ценах по кварталам в 2003—2006 гг., млрд руб.

Квартал	Год			
	2003	2004	2005	2006
I	2 850,7	3 516,8	4 479,2	5 661,8
II	3 107,8	3 969,8	5 172,9	6 325,8
III	3 629,8	4 615,2	5 871,7	7 248,1
IV	3 655,0	4 946,4	6 096,2	7 545,4

При использовании Excel данные табл. 11.11. удобно представить на рабочем листе в виде, показанном на рис. 11.10 в столбцах, озаглавленных соответственно t [C9:C24], KB [D9:D24], $Yф$ [E9:E29]. При этом только ради экономии места значения ВВП в столбце $Yф$ и других рассмотренных далее столбцах представлены в трлн руб. с точностью до 3-го десятичного знака.

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І	Ј	К			
2	ВВП в 2003 – 2006 в текущих ценах, млрд. руб.												
3	Количество уровней ряда					N	16	-СЧЕТ(УФ)					
4	Интервал сглаживания					m	4						
6	Шаги алгоритма			1		2		3		5		6	
7		Квар- тал	У факти- ческий	У сглажен- ный, не центри- рованный	У сглажен- ный, центриро- ван.	Сезон- ная компо- нента	Исклю- чие сез. компонен- ты	Линей- ный тренд	У теоретич. с учетом сезонно- сти				
8	Год	t	КВ	Уф	Усгнц	Усг	S	Уск	Ут	Ус			
9	2003	1	кв.1	2850,7				3117,2	2801,1	2561,6			
10		2	кв.2	3107,8	3310,8			3190,3	3082,8	3003,1			
11		3	кв.3	3629,8	3477,4	3394,1	1,069	3424,3	3364,6	3566,4			
12		4	кв.4	3655,0	3692,9	3585,1	1,019	3508,2	3646,3	3798,9			
13	2004	5	кв.1	3516,8	3939,2	3816,0	0,922	3845,5	3928,0	3592,3			
14		6	кв.2	3969,8	4262,1	4100,6	0,968	4075,2	4209,8	4100,9			
15		7	кв.3	4615,2	4502,7	4382,4	1,053	4354,0	4491,5	4761,0			
16		8	кв.4	4946,4	4803,4	4653,0	1,063	4747,7	4773,3	4973,0			
17	2005	9	кв.1	4479,2	5117,6	4960,5	0,903	4897,9	5055,0	4622,9			
18		10	кв.2	5172,9	5405,0	5261,3	0,983	5310,3	5336,7	5198,7			
19		11	кв.3	5871,7	5700,7	5552,8	1,057	5539,3	5618,5	5955,6			
20		12	кв.4	6096,2	5988,9	5844,8	1,043	5851,3	5900,2	6147,2			
21	2006	13	кв.1	5661,8	6333,0	6160,9	0,919	6191,0	6182,0	5653,5			
22		14	кв.2	6325,8	6695,3	6514,1	0,971	6493,8	6463,7	6296,5			
23		15	кв.3	7248,1				6837,8	6745,4	7150,2			
24		16	кв.4	7545,4				7242,3	7027,2	7321,3			
25		Уср	4918,3				Качество модели		v	0,00820			
26	Параметры ур. регрессии $Y_t = a_0 + a_1 * t$						a0	2519,3	a1	281,7			

Рис. 11.10. Применение Excel для прогнозирования значений динамического ряда с учетом их сезонных колебаний

Список имен, назначенных в таблице Excel на рис. 11.10, и соответствующие им адреса ячеек/диапазонов приведены в табл. 11.12.

Таблица 11.12

Имена, используемые в таблице на рис. 11.10

Имя	Адрес	Имя	Адрес
a0	\$I\$26	Yt	\$J\$9:\$J\$24
a1_	\$K\$26	Ytc	\$K\$9:\$K\$24
m	\$H\$4	Ycr	\$G\$9:\$G\$24
N	\$H\$3	Ycгнц	\$F\$9:\$F\$24
S	\$H\$9:\$H\$24	Yф	\$E\$9:\$E\$24
t	\$C\$9:\$C\$24	KB	\$D\$9:\$D\$24
tnp	\$C\$28:\$C\$31	Квп	\$D\$28:\$D\$31
Yck	\$I\$9:\$I\$24	ТБКС	\$D\$35:\$E\$39
Ycp	\$E\$25		

Чтобы сделать более наглядной связь вычислений в таблице рис. 11.10 с алгоритмом, описанным в разд. 11.2.3, в ячейках F6:K6 рисунка над названиями столбцов указаны номера шагов алгоритма, которым соответствуют формулы столбца, а в табл. 11.13 приводится соотношение между математическими обозначениями, используемыми при описании алгоритма, и именами Excel.

Таблица 11.13

Соответствие между математическими обозначениями и именами в таблицах Excel

Математическое обозначение	Имя графы в таблице, рис. 11.10
y_{ti}	Ycгнц, и Ycr
S_{ti}	S
\bar{S}_i	E
$y_{ti_{соор}}$	Yck
\bar{y}_{ti}	Yt
\bar{y}_{ti}	Ytc

В таблице 11.14 показаны адреса и вид образцов формул, использованных в таблице рис. 11.10.

Адреса и вид образцов формул на рис. 11.10

Адрес	Формула	Адрес	Формула
F10	=СРЗНАЧ(E9:E12)	J9	=a0+a1_*t
G11	=СРЗНАЧ(F10:F11)	K9	=Yt*ВПР(КВ;ТБКС;2)
H11	=Yф/Yсг	I25	=ОТРЕЗОК(Yск;t)
I9	=Yф/ВПР(КВ;ТБКС;2)	K25	=НАКЛОН(Yск;t)

Поясним некоторые аспекты вычислений в таблице рис. 11.10, при этом обозначения, например $Y_{сгнц}(t)$ или $Y(t - 1)$, будут равны значениям соответствующих показателей в указанный момент времени (t и $t - 1$).

При нахождении сглаженных нецентрированных значений $Y_{сгнц}(t)$ с периодом усреднения, равным четырем, усредняются значения от $Y(t - 1)$ до $Y(t + 2)$. Значения $Y_{сгнц}(1)$, $Y_{сгнц}(15)$, $Y_{сгнц}(16)$ в ячейках F9, F23:F24 не могут быть вычислены, поскольку для этого не хватает «предшествующих» или «последующих» значений Y . Как следствие, соответствующие ячейки оставляют пустыми. По той же причине оставляются пустыми и ячейки граф $Y_{сг}$ и S .

Вычисление на втором шаге алгоритма средних индексов сезонности S проще всего выполнить с помощью команды (инструмента Excel) Консолидация, в результате чего будут получены значения, приведенные в таблице на рис. 11.11. Этой таблице присвоим имя ТБКС (см. список имен в табл. 11.12).

	D	E
35	КВ	S
36	кв. 1	0,915
37	кв. 2	0,974
38	кв. 3	1,060
39	кв. 4	1,042

Рис. 11.11. Средние индексы сезонности

Для получения такой таблицы следует выполнить следующие действия:

а) в каких-либо ячейках (на рис. 11.11 это ячейки D35:E35) сформировать тексты КВ; S и выделить эти ячейки; тексты КВ; S

должны в точности совпадать с названиями столбцов в ячейках D8 и H8 на рис. 11.10, и поэтому тексты в D35:E35 лучше создавать копированием в них ячеек D8, H8;

б) выполнить команду Данные / Консолидация, в открывшемся окне задать информацию в виде, показанном на рис. 11.12, и нажать ОК;

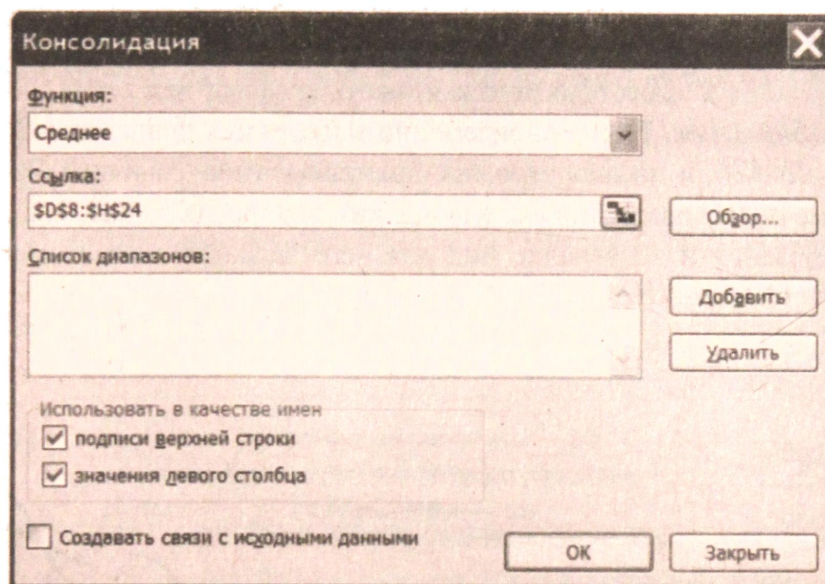


Рис. 11.12. Вид информации в окне команды Консолидация

в) для выполнения дальнейших действий необходимо, чтобы информация в таблице была упорядочена по возрастанию значений графы КВ; если это требование нарушено, следует выделить таблицу и отсортировать ее командой Данные / Сортировка или с помощью инструментальной кнопки Сортировка по возрастанию.

Вычисления в графе Yск (рис. 11.10) выполняются с помощью формулы = Yф/ВПР(КВ; ТБКС;2). Функция ВПР(КВ; ТБКС; 2) находит в таблице ТБКС коэффициент сезонности, соответствующий нужному кварталу. Напомним, функция ВПР делает это следующим образом:

а) ищет в первом столбце таблицы ТБКС название квартала, указанное для соответствующего t в столбце КВ таблицы на рис. 11.11;

б) для найденного названия квартала возвращает значение из второго столбца таблицы ТБКС.

Примечание. Еще раз обращаем внимание, что для правильной работы функции ВПР строки таблицы ТБКС (рис. 11.11) должны быть упорядочены по возрастанию значений в графе КВ.

Коэффициенты a_0 , a_1 линейного уравнения регрессии для значений $Y_{ск}$ вычисляются на рис. 11.10 в ячейках I26, K26 посредством функций ОТРЕЗОК($Y_{ск}; t$) и НАКЛОН($Y_{ск}; t$). Затем с их помощью рассчитываются значения в графе Y_t .

Диаграмма рис. 11.13 иллюстрирует результаты вычислений в таблице рис. 11.10. На ней видно, что значения $Y_{тс}$ очень хорошо аппроксимируют фактические значения $Y_{ф}$. При построении диаграммы сначала создается только левая (фактическая) часть графика для $t = 1 - 16$. Для этого в таблице рис. 11.10 одновременно выделяются диапазоны C8:C24; E8:E24; J8:K24, и по ним строится диаграмма типа Точечная. Затем на диаграмме последовательно выделяется каждый ряд, вызывается окно его форматирования и во вкладке Вид для него задается соответствующий вид линии графика.

$Y_{ф}$, Y_t , $Y_{тс}$, млрд руб.



Рис. 11.13. Графическая иллюстрация значений, вычисленных в таблице на рис. 11.10

Хорошее качество модели также подтверждается малым значением показателя ν (см. шаг 6 алгоритма), вычисленным на рис. 11.10 в ячейке K25 по формуле

$$=СУММКВРАЗН(Уф;Уtc)/СУММПРОИЗВ((Уф - Уср)^2).$$

Вычисление точечных прогнозных значений. Результаты вычислений прогнозных значений ВВП для каждого из кварталов 2007 г. представлены на рис. 11.14:

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І	Ј
28	Поквартальный прогноз ВВП на 2007г.					Имена, использованные при прогнозировании			
29	Год	<i>tnp</i>	<i>КВпр</i>	<i>Ytnp</i>	<i>Ytсnp</i>	Имя		Диапазон	
30	2007	17	кв.1	7308,9	6684,1	<i>tnp</i>	\$C\$30:\$C\$33		
31		18	кв.2	7590,7	7394,3	<i>КВпр</i>	\$D\$30:\$D\$32		
32		19	кв.3	7872,4	8344,8	<i>Ytnp</i>	\$E\$30:\$E\$33		
33		20	кв.4	8154,2	8495,4				

Рис. 11.14. Вычисление прогнозных значений ВВП на 2007 г.

В диапазонах C30:C33 и D30:D33 на этом рисунке, которым присвоены имена соответственно *tnp* и *КВпр*, заданы прогнозные значения *t* и обозначения соответствующих им кварталов. Для *tnp* и *КВпр* прогнозные значения *Ytnp* и *Ytсnp* рассчитывались по следующим формулам, аналогичным тем, что применялись выше для вычисления *Yt* и *Ytc*,

$$Ytnp \Rightarrow = a0 + a1_tnp;$$

$$Ytсnp \Rightarrow = Ytnp * ВПР(КВпр;ТБКС; 2).$$

Нанесение прогнозных значений на диаграмму выполнялось с помощью следующих операций:

- 1) активизировалась диаграмма рис. 11.13 щелчком мышью на ней;
- 2) выполнялась команда ДИАГРАММА/ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ, и в появившемся окне открывалась вкладка Ряд;
- 3) для построения ряда *Ytnp* щелкалось мышью на кнопке ДОБАВИТЬ, после чего в соответствующих полях задавалась информация, приведенная во втором столбце табл. 11.15;

Таблица 11.15

Информация, задаваемая для построения рядов Ytnp, Ytсnp

Название поля	Значение поля для Ytnp	Значение поля для Ytсnp
Имя	E30	F30
Значения X	C30:C33	C30:C33
Значения Y	E30:E33	F30:F33

- 4) для построения ряда Ytсnp повторялись действия пункта 3, но в полях задавалась информация, приведенная в последнем столбце табл. 11.15; после этого щелчком на кнопке ОК окно закрывалось;
- 5) последовательно для рядов Ytnp, Ytсnp открывалось окно их форматирования, и во вкладке Вид указывался соответствующий тип линии ряда.

11.2.3. Помесячный прогноз динамики с учетом сезонности

В таблице 11.16 приведены данные об объеме товарооборота по месяцам за период 2005—2007 гг. Прогнозирование величины товарооборота, например на январь — июнь 2008 г., может быть выполнено способом, описанным в предыдущем параграфе.

Таблица 11.16

Динамика товарооборота в 2005—2007 гг., млн руб.

Год	Месяц											
	январь	февраль	март	апрель	май	июнь	июль	август	сентябрь	октябрь	ноябрь	декабрь
2005	2,63	2,42	2,24	2,16	2,31	2,88	3,05	3,10	2,50	2,30	2,50	2,60
2006	2,83	2,57	2,29	2,26	2,40	2,92	3,15	3,24	2,70	2,40	2,64	2,75
2007	2,95	2,84	2,49	2,62	2,72	3,15	3,30	3,43	3,20	2,90	2,81	2,80

Все необходимые для этого подготовительные вычисления приведены в таблице на рис. 11.15.

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І	Ј	К	
2	Динамика товарооборота в 2005-2007 г.г., млн.руб.										
3			Количество уровней ряда			<i>N</i>	36	=СЧЁТ(Уф)			
4			Интервал сглаживания			<i>m</i>	12				
6		Шаги алгоритма			1		2	3	5	6	
7		Месяц	У фактический	У сглаженный, нецентрированный	У сглаженный, центрированный	Сезонная компонента	Исключение сез. компоненты	Линейный тренд	У теоретический с учетом сезонности		
8	Год	<i>t</i>	Мс	Уф	Усгнц	Усг	S	Уск	Ут	Утс	
9	2005	1	Янв	2,63				2,467	2,444	2,605	
13		5	Май	2,31				2,521	2,508	2,298	
14		6	Июн	2,88	2,56			2,658	2,525	2,735	
15		7	Июл	3,05	2,57	2,566	1,189	2,582	2,541	3,001	
16		8	Авг	3,10	2,59	2,580	1,201	2,582	2,557	3,070	
20		12	Дек	2,60	2,61	2,608	0,997	2,625	2,622	2,596	
21	2006	13	Янв	2,83	2,62	2,614	1,083	2,654	2,638	2,812	
32		24	Дек	2,75	2,80	2,795	0,984	2,777	2,815	2,788	
33	2007	25	Янв	2,95	2,82	2,810	1,050	2,767	2,832	3,019	
38		30	Июн	3,15	2,93	2,932	1,074	2,908	2,912	3,155	
39		31	Июл	3,30				2,794	2,929	3,459	
44		36	Дек	2,80				2,827	3,009	2,981	
45		Уср	2,724		Качество модели				v	0,08345	
46	Параметры ур. регрессии $Y_t = a_0 + a_1 \cdot t$						<i>a0</i>	2,428	<i>a1</i>	0,016	

Рис. 11.15. Расчеты, необходимые для прогнозирования товарооборота на 2008 г.

Приведенная таблица отличается от аналогичной таблицы рис. 11.10 только размерами и периодом усреднения $m = 12$. С целью экономии места часть строк рис. 11.15 скрыта. На этом рисунке фактические (отчетные) значения товарооборота сформированы в графе Уф. Большой период усреднения $m = 12$ обуславливает и большое количество пустых ячеек в графах Усгнц, Усг, S. Здесь используются следующие имена ячеек/диапазонов (табл. 11.17).

Таблица 11.17

Имена, используемые в таблице рис. 11.15

Имя	Адрес	Имя	Адрес
a0	\$I\$46	γт	\$J\$9:\$J\$44
a1_	\$K\$46	γтс	\$K\$9:\$K\$44
m	\$H\$4	γтпр	\$E\$50:\$E\$55
N	\$H\$3	γсг	\$G\$9:\$G\$44
S	\$H\$9:\$H\$44	γсгнц	\$F\$9:\$F\$44
t	\$C\$9:\$C\$44	γф	\$E\$9:\$E\$44
тпр	\$C\$50:\$C\$55	Мс	\$D\$9:\$D\$44
γск	\$I\$9:\$I\$44	ТБКС	\$D\$58:\$E\$70
γср	\$E\$45		

Применяемые на рис. 11.15 образцы расчетных формул приведены в табл. 11.18.

Таблица 11.18

Вид образцов расчетных формул на рис. 11.15

Адрес	Расчетная формула	Адрес	Расчетная формула
F14	=СРЗНАЧ(E9:E20)	K9	=γт*ВПР(Мс;ТБКС;2)
G15	=СРЗНАЧ(F14:F15)	E45	=СРЗНАЧ(γф)
H15	=γф/γсг	K45	=СУММКВРАЗН(γф;γтс)/ СУММПРОИЗВ((γф-γср)^2)
I9	=γф/ВПР(Мс;ТБКС;2)	I46	=ОТРЕЗОК(γск;t)
J9	=a0+a1_*t	K46	=НАКЛОН(γск;t)

Таблица коэффициентов сезонности ТБКС в данном случае будет иметь вид, приведенный на рис. 11.16. Таблица получена с помощью команды Данные / Консолидация описанным в предыдущем разделе способом и затем упорядочена не в хронологическом, а в *алфавитном порядке* возрастания названий месяцев.

	D	E
58	Mc	S
59	Авг	1,20
60	Апр	0,88
61	Дек	0,99
62	Июл	1,18
63	Июн	1,08
64	Май	0,92
65	Мар	0,87
66	Ноя	0,96
67	Окт	0,88
68	Сен	0,98
69	Фев	0,99
70	Янв	1,07

Рис. 11.16. Коэффициенты месячной сезонности

Рассчитанные прогнозные помесячные значения товарооборота на 2008 г. приведены на рис. 11.17.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J
48	Прогноз товарооборота на январь—июнь 2008 г.						Имена, использованные при прогнозировании		
49	Год	<i>тпр</i>	<i>Мпр</i>	<i>Утпр</i>	<i>Уснпр</i>		Имя	Диапазон	
50	2008	37	Янв	3,025	3,226		<i>тпр</i>	\$C\$50:\$C\$55	
51		38	Фев	3,042	3,019		<i>Мпр</i>	\$D\$50:\$D\$55	
52		39	Мар	3,058	2,661		<i>Утпр</i>	\$E\$50:\$E\$55	
53		40	Апр	3,074	2,701				
54		41	Май	3,090	2,831				
55		42	Июнь	3,106	3,365				

Рис. 11.17. Вычисление прогнозных значений на январь—июнь 2008 г.

В ячейках E50:F50 содержатся следующие образцы расчетных формул:

$$Y_{tnp} \Rightarrow = a_0 + a_1 \cdot t_{np};$$

$$Y_{tспр} \Rightarrow = Y_{tnp} \cdot \text{ВПР}(\text{Мпр}; \text{ТБКС}; 2).$$

Графическая иллюстрация расчетов показана на рис. 11.18.



Рис. 11.18. График фактических и прогнозных значений товарооборота

Хорошее качество модели также подтверждает малое значение показателя ν (см. шаг 6 алгоритма), вычисленное на рис. 11.15 в ячейке K45 по формуле (11.25).

11.2.4. Учет сезонности с помощью гармонического анализа (рядов Фурье)

Данный способ прогнозирования базируется на аппроксимации колебаний значений $Y(t)$ временного ряда значениями $Y_T(t)$, полученными с помощью следующей суммы:

$$Y_T(t) = a_0 + \sum_k (a_k \cos kt + b_k \sin kt) \quad (11.38)$$

Приведенное выражение называется разложением функции $Y(t)$ в ряд Фурье, а сумма в скобках, соответствующая конкретному k , — k -й

гармоникой ряда. Наряду с этим методом применяется и следующий способ разложения $Y(t)$ в ряд Фурье¹:

$$Y_T(t) = a + bt + U(t) = a + bt + a_0 + \sum_k (a_k \cos kt + b_k \sin kt). \quad (11.39)$$

В этой формуле выражение $Y_T(t) = a + bt$ представляет собой линейное уравнение регрессии, построенное по заданным уровням ряда $Y(t)$, а сумма $a_0 + \sum (a_k \cos kt + b_k \sin kt)$ аппроксимирует остатки $U(t) = Y(t) - Y_T(t)$. Применение формулы (11.39) иллюстрируется ниже на примере прогнозирования месячных значений товарооборота, заданных в табл. 11.16, с использованием средств, рассмотренных в предыдущем параграфе. Для этого исходные данные задачи сформированы на листе Excel в виде, показанном на рис. 11.19 в диапазоне B2:E45. Для экономии места часть строк листа скрыта, и места скрытия строк на всех рисунках отмечены жирной чертой.

	B	C	D	E	F	G
2				Грузо обо- рот	Тсоре- тиче- ские значения и прогноз	Остатки
3	Год	Мес	t	Y	Y_T	U
4	2005	Янв	1	2,63	2,44	0,188
5		Фев	2	2,42	2,46	-0,038
6		Мар	3	2,24	2,47	-0,234
16	2006	Янв	13	2,83	2,64	0,195
27		Дек	24	2,75	2,81	-0,062
28	2007	Янв	25	2,95	2,83	0,122
35		Авг	32	3,43	2,94	0,489
40	2008	Янв	37		3,02	
41		Фев	38		3,04	
45		Июн	42		3,10	
46	N	a	b			
47		32	2,43	0,02		

Рис. 11.19. Исходные данные и построение линейного уравнения регрессии для последующего разложения остатков в ряд Фурье

¹ Макарова Н.В., Трофимец В.Я. Статистика в Excel : учеб. пособие. М. : Финансы и статистика, 2002.

Список имен ячеек/диапазонов, использующихся во всех встречающихся в этом разделе фрагментах таблицы Excel, приведен в табл. 11.19, а список используемых формул — в табл. 11.20.

Таблица 11.19

Имена ячеек/диапазонов, созданные на рис. 11.19

Имя	Адрес	Имя	Адрес
a	\$E\$47	t	\$D\$4:\$D\$45
b	\$D\$47	tr	\$Q\$4:\$Q\$45
i	\$P\$4:\$P\$45	tбаз	\$D\$4:\$D\$39
ImYd	\$L\$4:\$L\$39	U	\$G\$4:\$G\$39
k	\$R\$2:\$AA\$2	Y	\$E\$4:\$E\$39
N	\$C\$47	Yd	\$J\$4:\$J\$35
ReYd	\$K\$4:\$K\$39	Yт	\$F\$4:\$F\$45

Таблица 11.20

Формулы, используемые в таблице на рис. 11.19, 11.21, 11.22

Адрес	Формула	Адрес	Формула
F4	=a+b*t	M4	=2*ReYd/N
G4	=Y-Yт	M5	=ReYd/N
D47	=ОТРЕЗОК(Y;tбаз)	N4	=-2*ImYd/N
E47	=НАКЛОН(Y;tбаз)	Q4	=2*ПИ()*I/N
K4	=МНИМ.ВЕЩ(J4)	R4	=\$M\$5*COS(k*tr)+\$N\$5*SIN(k*tr)
L4	=МНИМ.ЧАСТЬ(J4)	Z4	=СУММ(\$R4:U4)
		AE4	=Yт+Z4

Представленный в Excel метод разложения в ряд Фурье требует, чтобы количество фактических значений анализируемого параметра (в нашем случае товарооборота) было степенью двух (т.е. равно одному из значений 4, 8, 16, 32 и т.д.). Поэтому в качестве исходных значений рассматривается набор базовых значений $Y(t)$ для $t = 1 - 32$. Этим значениям t и $Y(t)$ присвоены имена tбаз и Yбаз. По базовым значениям t и $Y(t)$ в ячейках D47:E47 вычислены коэффициенты a, b уравнения регрессии $Y_t(t) = a + bt$. По этим коэффициентам в диапазоне Yт[F4:F45] подсчитаны выравненные значения Y_t , а в диапазоне U[G4:G35] — остатки $U(t) = Y - Y_t$.

После вычисления значений остатков $U(t)$ можно заняться их разложением в ряд Фурье, т.е. рассчитать коэффициенты a_0, a_k, b_k по формуле (11.39). Не останавливаясь на теории вычисления указанных коэффициентов, покажем, что в Excel это может быть сделано с помощью приведенных ниже действий.

1. Выполнить команду СЕРВИС/АНАЛИЗ ДАННЫХ/АНАЛИЗ ФУРЬЕ и заполнить поля открывшегося окна в соответствии с рис. 11.20.

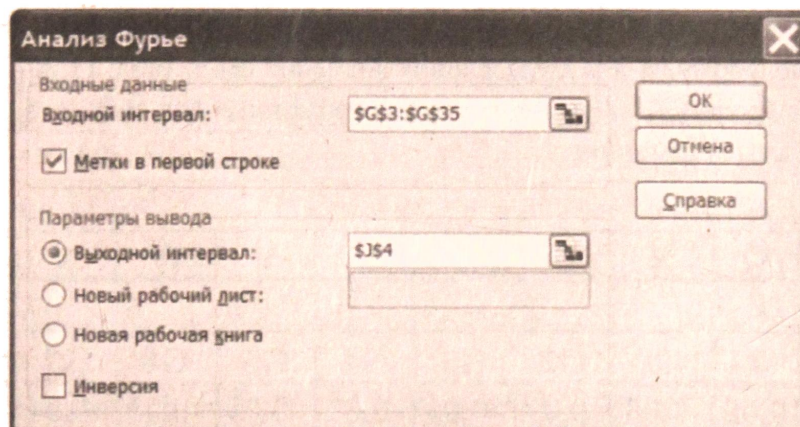


Рис. 11.20. Заполнение полей в окне команды Анализ Фурье

В результате в диапазоне $Y_D[J4:J35]$ формируется 32 комплексных числа, приведенных на рис. 11.21.

2. В диапазонах ReY_D и ImY_D с помощью функций $MNIM.WESH$ и $MNIM.CHAСТЬ$ (категория ИНЖЕНЕРНЫЕ) вычисляются соответственно реальная и мнимая части Y_D .

	I	J	K	L	M	N
2	Анализ остатков с помощью разложения Фурье					
3	i	Y_d	ReY_d	ImY_d	a_k	b_k
4	0	0,215116259116231	0,215	0,000	0,01	0
5	1	1,07238272409489-0,569513345601858i	1,072	-0,570	0,03	0,04
6	2	0,324018897390724-1,00649502712193i	0,324	-1,006	0,01	0,06
15	11	-0,527672998252844-5,51884755447096E-002	-0,528	-0,055	-0,02	0,00
16	12	-0,105174758806665+1,15042039104406E-002	-0,105	0,012	0,00	0,00
27	23	-6,2678301975491E-002-5,484688107357E-002	-0,063	-0,055	0,00	0,00
28	24	-0,362332046332046-0,422332046332049i	-0,362	-0,422	-0,01	0,03
35	31	1,07238272409489+0,569513345601852i	1,072	0,570	0,03	-0,04

Рис. 11.21. Построение разложения Фурье с помощью «Пакета анализа»

3. В графах $a_k[M4:M35]$, $b_k[N4:N35]$ по формулам, приведенным в табл. 11.20, вычисляются коэффициенты a_0 и a_k , b_k по формуле (11.39).

4. После вычисления коэффициентов a_0 и a_k , b_k начинается формирование данных таблицы рис. 11.22. В диапазоне $tr[Q4:Q45]$ значения tr представлены в радианах. В графах $G1[R4:R45]$ — $G8[Y4:Y45]$ вычислены значения k -й гармоники для значения tr , т.е. значения $a_k \cos(k \cdot tr) + b_k \sin(k \cdot tr)$, при этом значение k выбирается из диапазона $k[R2:Y2]$ (расчетные формулы для определения значения см. в табл. 11.20). Таким образом, в графе $G1$ вычислены первые гармоники для всех tr , а в графе $G8$ — восьмые гармоники.

	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y
2		k	1	2	3	4	5	6	7	8
3	i	tr	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8
4	0	0,00	0,03	0,01	0,01	0,01	0,09	-0,03	-0,01	-0,01
5	1	0,20	0,04	0,03	-0,10	-0,05	-0,16	0,09	0,04	-0,03
6	2	0,39	0,04	0,05	-0,18	-0,08	-0,26	0,10	0,02	0,01
15	11	2,16	0,01	-0,06	-0,03	-0,07	0,23	0,01	0,03	0,03
16	12	2,36	0,00	-0,06	-0,13	-0,01	0,24	0,11	-0,03	-0,01
27	23	4,52	-0,04	0,01	-0,16	0,07	0,06	0,11	0,00	0,03
28	24	4,71	-0,04	-0,01	-0,20	0,01	0,25	0,03	0,04	-0,01
35	31	6,09	0,03	-0,01	0,11	0,07	0,26	-0,11	-0,04	0,03
40	36	7,07	0,05	0,06	-0,14	-0,01	0,11	-0,11	-0,03	-0,01
41	37	7,26	0,05	0,05	-0,04	0,05	0,26	-0,07	0,02	-0,03
45	41	8,05	0,03	-0,03	0,17	-0,05	-0,21	-0,09	-0,01	-0,03

Рис. 11.22. Значения первых восьми гармоник, соответствующих различным t

После вычисления гармоник, показанных в таблице на рис. 11.22, для каждого tr ищутся суммы U_n первых n гармоник.

Так, на рисунке 11.23 в графах U4 и U8 вычислены соответственно значения:

$$U4 \Rightarrow a_0 + \sum_{k=1}^4 (a_k \cos(k \cdot tr) + b_k \sin(k \cdot tr));$$

$$U8 \Rightarrow a_0 + \sum_{k=1}^8 (a_k \cos(k \cdot tr) + b_k \sin(k \cdot tr)). \quad (11.35)$$

	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI
2	Оклонение от тренда					Прогнозное значение				
3	Уп4	Уп5	Уп6	Уп7	Уп8	Упс4	Упс5	Упс6	Упс7	Упс8
4	0,06	0,15	0,12	0,12	0,11	2,51	2,60	2,57	2,56	2,55
5	-0,08	-0,23	-0,15	-0,11	-0,13	2,38	2,22	2,31	2,35	2,32
6	-0,16	-0,43	-0,33	-0,31	-0,30	2,31	2,05	2,14	2,16	2,17
15	-0,15	0,07	0,09	0,12	0,14	2,47	2,69	2,71	2,73	2,76
16	-0,21	0,03	0,14	0,11	0,10	2,42	2,66	2,77	2,75	2,73
27	-0,12	-0,06	0,05	0,06	0,08	2,69	2,76	2,87	2,87	2,90
28	-0,23	0,02	0,05	0,09	0,08	2,60	2,85	2,88	2,92	2,91
35	0,19	0,45	0,34	0,30	0,32	3,13	3,39	3,28	3,24	3,27
40	-0,05	0,07	-0,04	-0,07	-0,08	2,98	3,09	2,98	2,95	2,94
41	0,11	0,37	0,30	0,32	0,29	3,14	3,40	3,34	3,36	3,33
45	0,11	-0,10	-0,19	-0,20	-0,23	3,22	3,00	2,92	2,90	2,88

Рис. 11.23. Суммы гармоник и прогнозные значения товарооборота

В графах Упс4—Упс8 на рис. 11.23 содержатся собственно прогнозные значения $Y_t(t) + Un$ ($n = 4 - 8$). Таким образом, в зависимости от использованного значения n в разложении 11.39 используется n гармоник.

На диаграмме рис. 11.24 показаны отчетные значения Y , значения Y_t , полученные с помощью уравнения линейной регрессии, а также значения Упс4 и Упс8, вычисленные по формуле (11.39) соответственно с использованием четырех и восьми гармоник. Значения, соответствующие времени $t = 33 - 42$, при этом являются прогнозными.

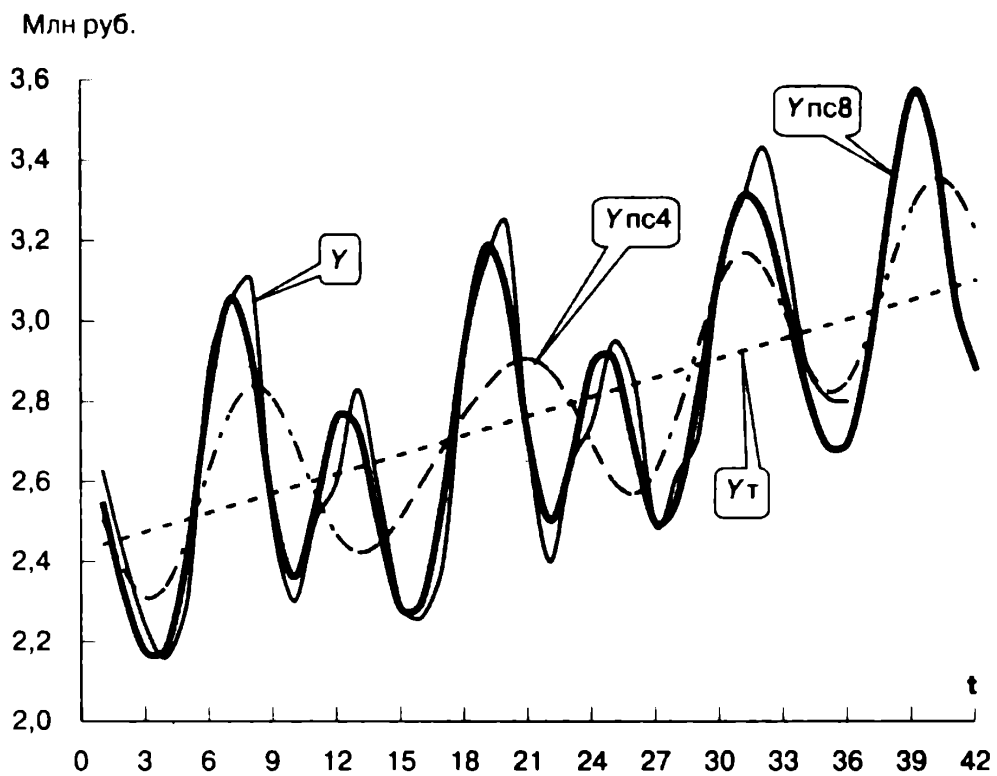


Рис. 11.24. Графики фактических, теоретических и прогнозных значений

Как видно из диаграммы, четырех гармоник для получения приемлемого приближения оказывается недостаточно, в то время как разложение Фурье с восемью гармониками дает достаточно хорошие результаты.

11.3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 11.1. Дайте определение ряда динамики социально-экономических явлений.
- 11.2. Какие виды рядов динамики вы знаете?
- 11.3. Как проводится расчет среднего уровня в рядах динамики?
- 11.4. Какие показатели изменения уровней рядов динамики вам известны?
- 11.5. Для каких целей и какими методами проводится выравнивание рядов динамики?
- 11.6. С помощью каких методов может проводиться прогнозирование социально-экономических явлений?
- 11.7. Какие методы статистического изучения сезонных колебаний вы знаете?
- 11.8. Укажите, к какому виду относятся ряды, характеризующие динамику следующих показателей:
- 1) затраты на мероприятия по охране труда по годам;
 - 2) численность рабочих и служащих отрасли по состоянию на начало каждого квартала;
 - 3) стоимость производственных фондов предприятия по состоянию на начало каждого месяца;
 - 4) ввод в действие жилых домов по кварталам года;
 - 5) оборот инвестиционных компаний по ценным бумагам по годам;
 - 6) средняя месячная заработная плата занятых в экономике по месяцам года;
 - 7) урожайность сельскохозяйственных культур по годам;
 - 8) производство продукции на душу населения по годам;
 - 9) средний размер вкладов в отделениях банка по состоянию на конец каждого месяца;
 - 10) ежедневный объем поставок продукции;
 - 11) ежедневный остаток товаров в магазине.
- 11.9. Жилищный фонд одного из районов города по состоянию на конец года характеризуется следующими данными, тыс. м².

Показатель	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
В старых границах района	4,1	4,3	4,7	—	—	—	—
В новых границах района	—	—	5,9	5,8	6,2	6,4	6,3

Укажите причины несопоставимости уровней ряда динамики для сравнительного анализа. Приведите уровни ряда динамики к сопоставимому виду. Изобразите полученный ряд динамики графически.

11.10. Добыча угля в Российской Федерации характеризуется следующими данными, млн т в год.

2000	2001	2002	2003	2004	2005
258	270	256	277	282	299

Укажите вид ряда динамики. Определите средний уровень добычи угля за 2000—2005 гг.

11.11. Известны следующие данные о начисленной средней месячной заработной плате в расчете на одного работника, руб.

Год	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
2007	7 346	7 465	8 093	8 002	8 089	8 637	8 651	8 616	8 829	8 701	8 931	11 319
2008	9 016	9 255	9 914	9 833	10 257	11 106	10 883	10 853	11 127	11 046	11 303	14 354

Укажите вид ряда динамики. Определите средний месячный уровень начисленной заработной платы за каждый год.

11.12. Известны следующие данные об обороте розничной торговли города (за период с начала года), млрд руб.

Год	Месяц			
	март	июнь	сентябрь	декабрь
2007	827,7	1 711,7	2 674,9	3 764,3
2008	1 010,5	2 079,0	3 217,8	4 514,8

Укажите вид ряда динамики. Определите за каждый год:

- средний месячный размер оборота розничной торговли в каждом квартале и за год в целом;
- средний квартальный размер оборота розничной торговли;
- средний годовой размер оборота розничной торговли.

11.13. За первое полугодие имеем следующие данные о численности безработных, зарегистрированных в органах государственной службы занятости города, тыс. человек.

На начало месяца						
I	II	III	IV	V	VI	VII
15,0	15,4	15,5	15,6	15,8	15,1	15,6

Укажите вид ряда динамики. Определите среднюю численность безработных:

- в январе;
- в I квартале;
- во II квартале;
- в первом полугодии.

- 11.14. Известны следующие данные об остатках вкладов физических лиц в отделениях банка, тыс. руб.

Дата	Сумма
01.01.2007	11 400
01.04.2007	14 220
01.07.2007	14 528
01.10.2007	15 622
01.01.2008	15 826

Укажите вид ряда динамики. Определите средний остаток вкладов населения:

- а) в каждом квартале;
б) в 2007 г.

- 11.15. Имеем следующие данные о наличии оборотных средств в организации, тыс. руб.

Дата	Сумма
01.01.2007	580
01.04.2007	589
01.07.2007	620
01.10.2007	670
01.01.2008	690

Укажите вид ряда динамики. Определите средний остаток оборотных средств в 2007 г.

- 11.16. Известны следующие данные об изменениях в списочном составе работников банка за январь, человек.

Состояло по списку на 1 января	205
Уволено с 9 января	5
Уволено с 12 января	2
Зачислено с 16 января	3
Уволено с 19 января	4
Зачислено с 27 января	2

Определите среднюю списочную численность работников банка в январе.

- 11.17. Известны следующие данные о движении денежных средств на расчетном счете клиента в I квартале, тыс. руб.

Остаток денежных средств на 1 января	350
Внесено 21 января	250
Выдано 9 февраля	100
Поступило по переводу 22 февраля	600
Выдано 15 марта	200

Определите средний остаток вклада:

- а) в январе;
- б) в феврале;
- в) в I квартале.

11.18. Данные о добыче нефти в Российской Федерации следующие.

Год	2001	2002	2003	2004	2005
Добыча нефти, млн т	348	380	421	459	470

Для анализа динамики добычи нефти определите:

- а) средний уровень ряда;
- б) абсолютные приросты (цепные и базисные);
- в) среднегодовой абсолютный прирост за 2001—2005 гг.;
- г) темпы роста и прироста (цепные и базисные);
- д) среднегодовые темпы роста и прироста за 2001—2005 гг.;
- е) абсолютное значение одного процента прироста (по годам).

11.19. Известны следующие данные о жилищном фонде (общей площади жилых помещений) по состоянию на конец года в регионе.

Жилищный фонд	2004	2005	2006	2007	2008
Всего, млн м ²	2 822	2 853	2 885	2 917	2 956
В среднем на одного жителя, м ²	19,5	19,8	20,2	20,5	20,9

Для анализа динамики жилищного фонда, а также обеспеченности населения жильем, рассчитайте следующие показатели за 2004—2008 гг.:

- а) средний уровень ряда;
- б) абсолютные приросты (цепные, базисные, средние);
- в) темпы роста и прироста (цепные, базисные, средние);
- г) абсолютное значение 1% прироста (по годам).

Изобразите графически ряды динамики, используя разные виды графиков.

11.20. Известны следующие данные о числе собственных легковых автомобилей в расчете на 10 тыс. жителей по состоянию на начало года.

Показатель	2002	2003	2004	2005	2006
Число собственных легковых автомобилей на 10 000 человек населения Российской Федерации	1 372	1 458	1 532	1 593	1 690

Проанализируйте динамику числа легковых автомобилей, находящихся в собственности граждан, за указанные годы с помощью следующих показателей:

- а) средний уровень ряда;
- б) абсолютные приросты (цепные, базисные, средние);
- в) темпы роста и прироста (цепные, базисные, средние);
- г) абсолютное значение одного процента прироста (по годам).

Изобразите графически данный ряд динамики.

11.21. Данные о темпах роста объема отгруженной продукции организации следующие.

Год	Темп роста, % к 2002 г.	Темп роста, % к предыдущему году
2002	102,0	...
2003	...	102,3
2004	106,6	...
2005	108,2	...
2006	...	102,4
2007	...	102,8

Определите недостающие показатели в таблице. Рассчитайте среднегодовые темпы роста и прироста объема продукции за период с 2002 по 2007 гг.

11.22. Темпы роста вкладов физических лиц в отделениях банка характеризуются следующими данными, к предыдущему году.

Показатель	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Темпы роста, %	104	106	104	105	106	108	108	109

Определите:

- 1) базисные темпы роста (приняв за базу показатель 2002 г.);
- 2) среднегодовые темпы роста и прироста за периоды:
 - а) 2000—2003 гг.;
 - б) 2003—2007 гг.;
 - в) в целом за период с 2000 по 2007 гг.

11.23. Темпы прироста числа застрахованных объектов характеризуются следующими данными, % к предыдущему году.

Показатель	2003	2004	2005	2006	2007
Темп прироста	+4,6	+4,2	+4,6	+4,8	+5,3

Определите:

- а) базисные темпы роста (приняв за базу показатель 2004 г.);
- б) базисные темпы роста (приняв за базу показатель 2005 г.);
- в) среднегодовые темпы роста и прироста за весь рассматриваемый период.

11.24. Темпы снижения числа правонарушений в финансовой сфере по региону характеризуются следующими данными, % к 2003 г.

Показатель	2004	2005	2006
Темп снижения	-2,5	-1,8	-0,5

Определите:

- а) цепные темпы снижения числа правонарушений;
- б) среднегодовой темп снижения числа правонарушений за рассматриваемый период.

- 11.25.** Известны следующие данные об изменении затрат на один рубль произведенной продукции по организации, % к предыдущему месяцу.

Февраль	Март	Апрель
+2,5	+2,7	+3,0

Определите, как изменились затраты на один рубль произведенной продукции в апреле по сравнению с январем.

- 11.26.** Абсолютные приросты объема отгруженной продукции организации характеризуются следующими данными (по сравнению с предыдущим годом).

Показатель	2005	2006	2007
Абсолютный прирост, млн т	+1,2	+1,4	+1,5

Известно, что в 2006 г. по сравнению с 2005 г. объем отгруженной продукции организации увеличился в 1,04 раза. Определите за рассматриваемый период:

- среднегодовой абсолютный объем отгруженной продукции;
 - среднегодовые темпы роста и прироста объема отгруженной продукции.
- 11.27.** Товарооборот организации (в сопоставимых ценах) составил в 2007 г. 8200 тыс. руб., а в 2003 г. — 6480 тыс. руб. Определите за рассматриваемый период:
- среднегодовой абсолютный прирост товарооборота;
 - среднегодовые темпы роста и прироста товарооборота.
- 11.28.** Покупка населением иностранной валюты через кредитные организации региона увеличилась за период с 2002 по 2007 гг. в 4,035 раза, а вклады физических лиц в отделения банков, находящихся на территории региона, — на 206,7%. Определите среднегодовые темпы роста объемов покупки иностранной валюты через кредитные организации региона и вкладов физических лиц за период с 2002 по 2007 гг.
- 11.29.** Грузооборот автомобильного транспорта региона в 2007 г. по сравнению с 2003 г. увеличился в 3,58 раза, а в 2003 г. по сравнению с 2001 г. его прирост составил 109,5%. Определите:
- темп роста грузооборота автомобильного транспорта за 2001—2007 гг.;
 - среднегодовой темп роста этого показателя за 2001—2007 гг. и за 2003—2007 гг.
- 11.30.** Объем перевозок пассажиров в регионе за период с 2001 по 2005 гг. увеличился в 1,65 раза, а за период с 2005 по 2007 гг. — на 42,5%. Определите за период с 2001 по 2007 гг.:
- темп роста объема перевозок пассажиров;
 - среднегодовой темп прироста объема перевозок.

11.31. В соответствии с планом развития кредитной организации число клиентов в 2007 г. должно составить 12 800 человек. Определите, как должна развиваться клиентская база кредитной организации (среднегодовые темпы роста и прироста, а также среднегодовой абсолютный прирост), если в 2005 г. число клиентов составляло 11 400 человек.

11.32. Ниже приведены показатели статистики образования (на конец года).

Показатель	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Число высших учебных заведений	965	1008	1039	1044	1071	1068
Число студентов, тыс. человек	4 742	5 427	5 948	6 456	6 884	7 064

Проанализируйте динамику указанных показателей. Приведите ряды динамики к одному основанию. Изобразите полученные ряды графически.

11.33. Известны следующие данные, характеризующие банковские вклады физических лиц (на рублевых счетах) в Сбербанке России (на конец года).

Показатель	2001	2002	2003	2004	2005
Средний размер вклада, руб.	1 566	2 121	3 029	3 728	4 612
Остатки вкладов, млн руб.	371 583	511 100	750 297	952 957	1 225 314

Проанализируйте динамику следующих показателей:

- а) средний размер вклада;
- б) остатки вкладов на рублевых счетах;
- в) количество рублевых счетов вкладчиков.

Приведите ряды динамики к одному основанию и изобразите их на графике.

11.34. Годовые денежные доходы населения Российской Федерации и банковские вклады (депозиты) физических лиц в Сбербанке России характеризуются следующими данными.

Показатель	2002	2003	2004	2005
Среднедушевые денежные доходы (в месяц), руб.	3 947,2	5 170,4	6 410,3	8 023,2
Средний размер вклада (на конец года), руб.:				
на рублевых счетах	2 121	3 029	3 728	4 612
на валютных счетах	68 008	67 922	70 397	78 190

Проанализируйте динамику указанных показателей. Приведите ряды к одному основанию. Изобразите полученные ряды графически.

11.35. Известны следующие данные по организациям региона об объеме отгруженной продукции по месяцам 2007 г.

Месяц	I	II	III	IV	V	VI
Млн руб.	10,7	11,5	11,6	11,3	13,3	12,3
Месяц	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Млн руб.	13,6	13,5	14,6	15,0	13,4	14,2

Для изучения общей тенденции изменения объема отгруженной продукции проведите выравнивание ряда методом укрупнения интервалов.

11.36. Данные по региону об урожайности зерновых культур следующие

Год	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Урожайность, ц/га	15,0	15,1	16,3	16,4	17,0	17,9
Год	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Урожайность, ц/га	19,4	19,6	17,8	18,2	18,8	18,5

Для изучения общей тенденции изменения урожайности зерновых культур по региону проведите сглаживание ряда методом скользящей средней.

11.37. Известны следующие данные об обороте розничной торговли региона за ряд лет, млрд руб.

Квартал	2002	2003	2004	2005	2006	2007
I	39,4	42,3	46,8	48,1	48,2	49,7
II	39,7	45,0	48,5	48,8	50,3	51,3
III	44,9	45,4	50,0	47,5	50,4	52,0
IV	45,0	47,0	49,2	48,9	51,0	51,0

Для изучения динамики оборота розничной торговли региона проведите сглаживание квартальных уровней методом скользящей средней, используя Excel:

- а) по трем членам;
- б) четырем членам;
- в) 12 членам.

11.38. Известны следующие данные об объеме инвестиций по региону, млн руб.

Год	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Показатель	77,0	78,1	81,6	78,9	87,0	87,9	84,3	87,9	89,3

Проведите аналитическое выравнивание ряда по прямой. Изобразите эмпирический ряд и выравненный ряд графически. На основании выравнивания проведите экстраполяцию ряда до 2008 г.

11.39. Имеем следующие данные о динамике оборотных активов организации, млн руб.

Год	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Показатель	12,1	13,0	14,2	15,6	15,4	15,7	17,6	15,5	16,8	17,2

Проведите аналитическое выравнивание ряда. Изобразите эмпирический и выравненный ряды динамики графически. На основании выравнивания проведите экстраполяцию ряда на 2009 г. Выполните вычисления, используя Excel.

11.40. Известны следующие данные об обороте продаж ценных бумаг на фондовой бирже, млн руб.

Год	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Показатель	190	194	200	207	216	227	240	256	273

С помощью Excel проведите аналитическое выравнивание ряда и постройте график по эмпирическим и теоретическим данным.

11.41. Численность населения города на 1 января 2004 г. составляла 625,0 тыс. человек, а на 1 января 2006 г. — 626,5 тыс. человек. Определите возможную численность населения города к началу 2008 г. при сохранении ежегодного темпа прироста населения на уровне среднегодового темпа прироста за предыдущие годы.

11.42. Известны следующие данные о страховых выплатах, млн руб.

Год	Сумма	Год	Сумма
1995	26,5	2001	71,8
1996	33,6	2002	81,2
1997	40,2	2003	91,1
1998	49,3	2004	100,8
1999	57,5	2005	111,1
2000	64,0	2006	122,5

Средствами Excel проведите аналитическое выравнивание ряда. Для уравнения тренда используйте несколько функций и на альтернативной основе выберите наилучшую. Постройте график по эмпирическим и теоретическим данным.

11.43. Известны следующие данные о количестве выполненных заказов, тыс.

Год	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Показатель	36,0	39,0	42,5	46,1	49,6	53,1	56,6	59,6

Средствами Excel проведите аналитическое выравнивание ряда по показательной функции и постройте график по эмпирическим и теоретическим данным. Составьте прогноз количества заказов на 2008 г. (разными методами).

11.44. Имеем следующие данные о доходах банка от операций с ценными бумагами, млн руб.

Год	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Показатель	340	364	387	373	394	425

Средствами Excel проведите аналитическое выравнивание ряда. Для уравнения тренда используйте несколько функций и на альтернативной основе выберите наилучшую. Постройте график.

11.45. Известны следующие данные о выручке от реализации услуг туристическими фирмами, млн руб.

Месяц	Годы		
	2006	2007	2008
Январь	15,0	16,0	15,0
Февраль	13,0	12,0	12,0
Март	10,0	11,0	10,0
Апрель	11,0	12,0	13,0
Май	14,0	15,0	14,0
Июнь	18,0	20,0	17,0
Июль	18,0	21,0	19,0
Август	19,0	22,0	22,0
Сентябрь	18,0	20,0	20,0
Октябрь	17,0	16,0	17,0
Ноябрь	16,0	16,0	15,0
Декабрь	19,0	17,0	19,0

Для анализа внутригодовой динамики определите с помощью Excel индексы сезонности методом постоянной средней. Изобразите графически сезонную волну развития изучаемого явления по месяцам года. Если в 2009 г. общая сумма выручки от реализации туристических услуг может достичь 220 млн руб., определите, какими могут быть ежемесячные объемы выручки от реализации услуг туристическими фирмами.

11.46. Данные, представленные страховой компанией о страховых случаях при страховании домашнего имущества населения, за ряд лет следующие.

Месяц	2005	2006	2007
Январь	263	283	295
Февраль	242	257	284
Март	224	229	249
Апрель	216	226	262
Май	231	240	272
Июнь	288	292	315
Июль	305	315	330
Август	310	324	343
Сентябрь	250	270	320
Октябрь	230	240	290
Ноябрь	250	264	281
Декабрь	260	275	280

С помощью Excel выполните следующее задание:

- постройте график ряда динамики;
- рассчитайте центрированные скользящие средние (по 12 членам);
- рассчитайте отношения фактических данных к соответствующим скользящим средним и средние индексы сезонности;
- определите скорректированные на сезонность значения уровней ряда динамики;
- определите параметры уравнения тренда по скорректированным на сезонность уровням ряда;
- постройте прогноз на 2008 г. с учетом внутригодовой динамики.

11.47. Заполните таблицу недостающими показателями.

Год	Ввод действие жилых домов (тыс. м ² общей площади)	По сравнению с 2002 г.			
		абсолютный прирост, тыс. м ²	коэффициент роста	темпы прироста, %	абсолютное значение 1% прироста, тыс. м ²
2002					
2003	93,5				0,902
2004		+6,35			
2005			1,07		
2006				+8	

11.48. Заполните таблицу недостающими показателями

Год	Страховые взносы, тыс. руб.	По сравнению с предыдущим годом			
		абсолютный прирост, тыс. руб.	темпы роста, %	темпы прироста, %	абсолютное значение 1% прироста, тыс. руб.
2002					
2003			101,5		1,05
2004		+1,5			
2005			101,2		
2006				+1,8	

11.49. Известны следующие данные об изменении потребительских цен на товары и услуги, % к предыдущему месяцу.

Месяц	Год		Месяц	Год	
	2006	2007		2006	2007
Январь	126	118	Июль	122	105
Февраль	125	111	Август	126	115
Март	120	107	Сентябрь	123	108
Апрель	119	108	Октябрь	120	115
Май	118	107	Ноябрь	116	115
Июнь	120	106	Декабрь	113	116

Проведите выравнивание динамического ряда, используя периодическую функцию ряда Фурье с одной и двумя гармониками. Сравните полученные результаты путем расчета сумм квадратов отклонений исходных и выровненных данных. Вычислите индексы сезонности как отношение выровненных месячных уровней к среднегодовому уровню. Повторите расчеты с помощью Excel и постройте график сезонной волны. Для решения задачи используйте следующую таблицу.

t	$\cos t$	$\cos 2t$	$\sin t$	$\sin 2t$
0	1	1	0	0
$\frac{\pi}{6}$	0,866	0,5	0,5	0,866
$\frac{\pi}{3}$	0,5	-0,5	0,866	0,866
$\frac{\pi}{2}$	0	-1	1	0
$\frac{2\pi}{3}$	-0,5	-0,5	0,866	-0,866
$\frac{5\pi}{6}$	-0,866	0,5	0,5	-0,866
π	-1	1	0	0
$\frac{7\pi}{6}$	-0,866	0,5	-0,5	0,866

Продолжение

t	$\cos t$	$\cos 2t$	$\sin t$	$\sin 2t$
$\frac{4\pi}{3}$	-0,5	-0,5	-0,866	0,866
$\frac{3\pi}{2}$	0	-1	-1	0
$\frac{5\pi}{3}$	0,5	-0,5	-0,866	-0,866
$\frac{11\pi}{6}$	0,866	0,5	-0,5	-0,866

11.50. Имеются следующие данные об объемах отгруженной продукции организации, тыс. руб.:

Квартал	Год			
	2004	2007	2006	2007
I	2 850,7	3 516,8	4 479,2	5 661,8
II	3 107,8	3 969,8	5 172,9	6 325,8
III	3 629,8	4 615,2	5 871,7	7 248,1
IV	3 655,0	4 946,4	6 096,2	7 545,4

Спрогнозируйте объемы отгруженной продукции организации в первых двух кварталах 2008 г. с учетом сезонности работы. Решите задачу с помощью разложения Фурье, используя средства Excel.

11.51. Известны следующие данные о деятельности организаций розничной торговли на территории региона.

Показатель	Год				
	2004	2005	2006	2007	2008
Среднегодовая численность работников, тыс. человек	28	30	31	32	31
Розничный товароборот, млн.руб.	1 377	1 432	1 475	1 564	1 640
Издержки обращения, млн руб.	206	240	250	250	313

Исследуйте взаимосвязь между:

- объемом розничного товарооборота и среднегодовой численностью работников;
 - объемом розничного товарооборота и суммой издержек обращения.
- Для этих целей проверьте наличие автокорреляции в соответствующих рядах динамики. Проведите аналитическое выравнивание сравниваемых рядов. Вычислите коэффициенты корреляции по отклонениям от тренда. Постройте уравнения регрессии по отклонениям от тренда. Проведите расчеты с помощью Excel.

11.52. В I квартале количество операций банков составило 48 293, во II — 57 381. Индекс сезонности для I квартала равен 0,933, для II — 1,113.

Определите темпы прироста количества операций банков во II квартале по сравнению с I кварталом по исходным данным и по данным, скорректированным на сезонность. Сформулируйте выводы.

11.53. Выручка аудиторско-консалтинговых фирм, полученная за предоставление услуг в области международных стандартов по финансовой отчетности (МСФО), уменьшилась с 1256 тыс. руб. в I квартале до 1167 тыс. руб. — во II.

Определите темпы роста выручки за услуги в области МСФО во II квартале по сравнению с I кварталом по исходным данным и с учетом сезонности, если индекс сезонности для I квартала равен 1,189, а для II — 0,937. Сформулируйте выводы.

11.54. В таблице приведены квартальные данные о прибыли банков.

Год	Квартал	Прибыль, млн руб.
2006	I	4,4
	II	7,5
	III	8,3
	IV	4,5
2007	I	5,2
	II	8,9
	III	9,7
	IV	5,2
2008	I	5,7
	II	9,3
	III	9,8
	IV	6,0

Задание:

- а) постройте график ряда динамики прибыли банков;
- б) рассчитайте центрированные скользящие средние и нанесите сглаженные значения ряда динамики на график;
- в) определите средние индексы сезонности (сезонную волну);
- г) определите скорректированные на сезонность значения уровней ряда динамики;
- д) определите уравнение тренда;
- е) постройте квартальные прогнозы на следующий год с учетом сезонности;
- ж) сравните фактические и скорректированные на сезонность значения прибыли в IV квартале и III квартале первого года.

Сформулируйте выводы.

11.55. На основании исследования квартальной динамики страховых взносов получены:

а) уравнение линейного тренда $y_t = 44 + 3,07t$, где t — номер квартала ($t = 1, 2, 3, \dots$), причем первый номер ($t = 1$) соответствует I кварталу 2000 г.;

б) квартальные индексы сезонности, равные соответственно: 1,46; 0,54; 0,75 и 1,25.

Определите квартальные прогнозные значения показателя страховых взносов для 2006 и 2007 гг. В каком году в соответствии с прогнозной моделью страховые взносы в годовом измерении достигнут 600 млн руб.?

11.56. Исследуется квартальная динамика количества договоров, заключенных страховыми компаниями. Значения линейного тренда для четырех кварталов 2008 г. равны 1000, 1025, 1050 и 1075. Индексы сезонности составляют 0,88; 0,89; 1,27; 0,96.

Определите по кварталам 2008 г. с учетом сезонных колебаний прогнозные количества договоров, которые могут быть заключены страховыми компаниями.

11.57. Найдите в Интернете, статистическом сборнике, финансово-экономическом журнале или газете таблицу, данные которой представляют собой квартальный ряд динамики за несколько лет (по крайней мере, за три года). Скопируйте эту таблицу.

Задание:

а) постройте график ряда динамики и на его основе установите, какова основная тенденция развития явления, есть ли сезонные колебания;

б) рассчитайте центрированные скользящие средние; объясните, почему в расчетах скользящих средних необходимо использовать данные за год;

в) рассчитайте отношения фактических данных к соответствующим скользящим средним; назовите компоненту ряда динамики, которую они представляют;

г) определите скорректированные на сезонность значения уровней ряда динамики;

д) определите уравнение тренда;

е) постройте квартальные прогнозы на следующий год с учетом сезонности.

11.58. Найдите в Интернете, статистическом сборнике, финансово-экономическом журнале или газете представляющие для вас интерес данные в виде годового ряда динамики (за период не менее 10 лет). Скопируйте таблицу.

Задание:

а) постройте график;

- б) определите уравнение тренда;
- в) постройте прогноз на два последующих года.

11.59. Определите величину структурных сдвигов в ВВП России за 2000—2006 гг. по следующим данным, млрд руб.

Показатель	2000	2006
Валовый внутренний продукт, в том числе:	7 305,6	26 781,1
оплата труда наемных работников	2 937,2	11 816,12
чистые налоги на производство	1 248,5	5 358,1
валовая прибыль и валовые смешанные доходы	3 119,9	9 606,9

- 11.60.** Темп роста общей выручки аудиторско-консалтинговых фирм за все предоставленные услуги составил 112,3%, причем темп роста выручки за предоставление услуг в области банковского аудита — 118,9%. Как изменилась доля выручки за услуги в области банковского аудита в общей выручке аудиторско-консалтинговых фирм?
- 11.61.** В текущих ценах в 2006 г. ВВП России увеличился по сравнению с 2002 г. в 2,47 раза, а валовая добавленная стоимость отрасли «Финансовая деятельность» — в 3,31 раза. Как изменился вклад этой отрасли в ВВП в 2006 г. по сравнению с 2002 г.? Каков вклад отрасли в темп роста экономики, если ее удельный вес в ВВП в 2002 г. составил 2,8%?

ТЕМА 12. ИНДЕКСЫ

12.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Индексы — величины, которые выражают соотношение уровней социально-экономических явлений и используются для решения таких задач, как:

- обобщающая характеристика изменения одноименного показателя по разнородной совокупности во времени, в пространстве или по сравнению с некоторым заданным уровнем (например, планируемым или нормативным);
- анализ влияния отдельных факторов на изучаемое явление;
- оценка динамики среднего показателя по однородной совокупности, в том числе за счет изменений ее структуры.

Величина, *изменение* которой изучается с помощью индекса, называется *индексируемой величиной*.

В индексной *методологии* принята следующая система обозначений:

- q_0, q_1 — количество единиц (или физический объем) продукции (товаров) в натуральных единицах измерения;
- p_0, p_1 — цена единицы продукции (товара);
- z_0, z_1 — себестоимость единицы продукции;
- t_0, t_1 — затраты рабочего времени на производство единицы продукции (трудоемкость продукции);
- w_0, w_1 — количество продукции, выработанной одним работником в единицу времени (производительность труда);
- T_1 и T_0 — затраты труда на производство продукции ($T = t \cdot q$).

Подстрочные обозначения «0» и «1» указывают на временной период. Период времени, по отношению к которому производят сравнение, называют базисным и обозначают через «0», а тот период, который сравнивают с базисным, — отчетным и обозначают через «1».

Индексы можно *классифицировать* по степени охвата элементов изучаемой совокупности, характеру индексируемой величины, а также методологии их расчета.

По степени охвата элементов изучаемой совокупности различают: индивидуальные и общие (сводные) индексы.

Индивидуальный индекс (i) — это относительный показатель, отражающий изменение отдельного элемента сложного экономического явления. Пусть x — индексируемая величина. Тогда индивидуальный индекс можно записать следующим образом:

$$i_x = \frac{x_1}{x_0}, \quad (12.1)$$

где x_1 — значение индексируемой величины в текущем периоде;
 x_0 — значение индексируемой величины в базисном периоде.

Приведем формулы некоторых индивидуальных индексов.

1. Индивидуальный индекс цен: $i_p = \frac{P_1}{P_0}$.
2. Индивидуальный индекс себестоимости: $i_z = \frac{z_1}{z_0}$.
3. Индивидуальный индекс производительности труда: $i_w = \frac{w_1}{w_0}$.
4. Индивидуальный индекс трудоемкости: $i_t = \frac{t_1}{t_0}$.

Пример 1. В I квартале предприятие продало 1200 штук изделия «А» по цене 120 руб. за штуку, а во II — 1300 штук по цене 125 руб. Индивидуальные индексы рассчитываются следующим образом:

— индекс физического объема реализованной продукции:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \cdot 100\% = \frac{1300}{1200} \cdot 100\% = 108,3(\%);$$

— индекс цен:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} \cdot 100\% = \frac{125}{120} \cdot 100\% = 104,2(\%).$$

Объем реализации продукции «А» во II квартале по сравнению с I возрос на 8,3%, а цены за этот период — на 4,2%.

Общий (сводный) индекс (I) представляет собой соотношение уровней сложного экономического явления, состоящего из элементов непосредственно несоизмеримых. Он дает обобщающую характеристику изменения одноименного показателя по разнородной совокупности во времени, в пространстве или по сравнению с некоторым заданным уровнем (например, планируемым или нормативным). Например, с помощью сводных индексов изучают динамику общего уровня цен потребительских товаров, изменение среднего уровня заработной платы занятых в экономике, динамику объема промышленной продукции и т.д. Способ построения общих индексов зависит от содержания изучаемых явлений, исходных статистических данных и целей исследования.

В зависимости от характера индексируемой величины различают: индексы *количественных (объемных)* показателей и индексы *качественных* показателей. Методология исчисления общих индексов количественных и качественных показателей имеет свою специфику. К количественным (объемным) показателям относят, например, количество произведенной или реализованной продукции, посевную площадь, затраты труда. Качественные показатели — это цены, себестоимость единицы продукции, урожайность, производительность труда и т.д.

По способу (форме) построения общие (сводные) индексы подразделяются на *агрегатные, средние, переменного состава, постоянного состава и индексы влияния структурных сдвигов*.

Основная формула для расчета сводного индекса — **агрегатная**, в которой присутствует два элемента:

- индексируемая величина, изменение которой показывает индекс (x);
- некоторая постоянная величина, называемая весом индекса (f); с помощью весов несоизмеримые величины сложного социально-экономического явления приводятся к сопоставимому виду.

Поскольку суммировать значение признака x по элементам разнородной совокупности неправомерно (например, суммировать цены товаров в розничной торговле), находят такой связанный с ним признак (f), при котором произведение xf имеет экономическое содержание и может суммироваться по всем единицам разнородной совокупности.

Общая формула агрегатного индекса может быть записана следующим образом:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f}{\sum x_0 f}, \quad (12.2)$$

где x_1 и x_0 — значения индексируемой величины, соответственно, в отчетном и базисном периоде;
 f — вес или соизмеритель; значения этого показателя у всех единиц совокупности при исчислении индекса должны быть взяты на уровне одного и того же периода — отчетного или базисного, с тем, чтобы индекс показал изменение только индексируемой величины.

В теории индексов обычно придерживаются следующего правила:

- **индексы качественных показателей** строятся с весами отчетного периода (при этом в роли соизмерителей используется какой-либо количественный показатель), тогда формула агрегатного индекса (12.2) примет вид

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}, \quad (12.3)$$

- **индексы количественных показателей** строятся с весами базисного периода (в этом случае соизмерителем служит какой-либо качественный показатель), и формула агрегатного индекса (12.2) в этом случае будет следующей

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_0}{\sum x_0 f_0}. \quad (12.4)$$

Такое построение агрегатных индексов позволяет получить систему взаимосвязанных индексов и провести анализ влияния отдельных факторов на изменение обобщающих результативных показателей.

Пример 2. Допустим, известны данные по организации о количестве реализованной разнородной продукции в натуральном выражении и ценах за два периода времени.

Вид продукции	Произведено продукции, шт.		Цена за 1 шт., тыс. руб.	
	I квартал	II квартал	I квартал	II квартал
	q_0	q_1	p_0	p_1
А	1 250	1 400	6,0	6,25
Б	3 750	4 500	4,5	4,00
В	2 500	3 100	7,0	6,75

Динамику объема реализации продукции в целом по предприятию нельзя охарактеризовать отношением $\frac{\sum q_1}{\sum q_0}$. Для сравнения объемов реализованной разнородной продукции в отчетном и базисном периодах необходимо привести данные к единой, общей мере, например использовать стоимостную оценку продукции. Умножая цены на количество реализованной продукции каждого вида и суммируя произведения, получаем общий объем реализованной продукции в стоимостном выражении.

Агрегатный индекс физического объема продукции рассчитывается по формуле

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (12.5)$$

$$I_q = \frac{1400 \cdot 6,0 + 4500 \cdot 4,5 + 3100 \cdot 7,0}{1250 \cdot 6,0 + 3750 \cdot 4,5 + 2500 \cdot 7,0} = \frac{50\,350}{41\,875} = 1,202, \text{ или } 120,2 (\%).$$

Объем реализованной продукции увеличился в отчетном периоде по сравнению с базисным на 20,2%. В этом показателе индексируемая величина — количество реализованной продукции, а веса — цены базисного периода.

Изменение цен на реализованную предприятием продукцию также нельзя охарактеризовать отношением $\frac{\sum p_1}{\sum p_0}$. Сравнивать можно

только стоимость реализованной разнородной продукции. Для этого цены на количество реализованной продукции каждого вида умножают, а полученные произведения суммируют.

Агрегатный индекс цен на реализованную продукцию исчисляется следующим образом:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}. \quad (12.6)$$

$$I_p = \frac{6,25 \cdot 1400 + 4,0 \cdot 4500 + 6,75 \cdot 3100}{6,0 \cdot 1400 + 4,5 \cdot 4500 + 7,0 \cdot 3100} = \frac{47\,675}{50\,350} = 0,947, \text{ или } 94,7 (\%).$$

Цены на реализованную продукцию в среднем снизились на 5,3% в отчетном периоде по сравнению с базисным. В этом показателе индексируемая величина — цена на продукцию, а веса — количество продукции, реализованной в отчетном периоде.

Если разделить стоимость реализованной продукции отчетного периода ($\sum p_1 q_1$) на стоимость продукции базисного периода ($\sum p_0 q_0$), то получим индекс стоимости реализованной продукции:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}; \quad (12.7)$$

$$I_{pq} = \frac{47\,675}{41\,875} = 1,138, \text{ или } 113,8(\%).$$

Этот означает увеличение стоимости реализованной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным на 13,8%.

Построим *индексную модель*, отражающую взаимосвязь динамики трех показателей — стоимости продукции, цен и количества реализованной продукции:

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q;$$

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (12.8)$$

Одна из задач индексного метода — *анализ влияния отдельных факторов на изучаемое явление*. Индексы рассматривают как показатели относительного изменения результативного показателя за счет отдельных факторов. Так, при исчислении рассмотренных выше общих агрегатных индексов мы каждый раз сопоставляли стоимость реализованной продукции либо при постоянных ценах, либо при постоянных объемах продукции. Следовательно, в данном случае агрегатные индексы — это показатели относительного изменения стоимости реализованной продукции за счет того или иного фактора. Кроме того, на их основе можно определить абсолютное изменение стоимости реализованной продукции за счет каждого фактора.

Общее изменение стоимости продукции в абсолютном выражении исчисляется как разность между числителем и знаменателем общего индекса стоимости реализованной продукции:

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 47\,675 - 41\,875 = 5800.$$

Исходя из того, что на изменение стоимости продукции оказывают влияние два фактора (количество реализованной продукции и цены), рассчитаем влияние каждого из этих факторов в отдельности (тыс. руб.):

- прирост стоимости продукции в абсолютном выражении за счет изменения количества реализованной продукции исчисляется как разность между числителем и знаменателем индекса физического объема продукции:

$$\Delta_q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 50\,350 - 41\,875 = 8475;$$

- изменение стоимости реализованной продукции в абсолютном выражении за счет снижения цен исчисляется как разность между числителем и знаменателем индекса цен:

$$\Delta_p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 47\,675 - 50\,350 = -2675.$$

Проверим взаимосвязь исчисленных показателей:

$$I_{pq} = I_q \cdot I_p = 1,202 \cdot 0,947 = 1,138;$$

$$\Delta_{pq} = \Delta_q + \Delta_p = 8475 - 2675 = 5\,800.$$

Таким образом, во II квартале стоимость реализованной продукции возросла на 13,8%, что составило 5800 тыс. руб., в том числе за счет увеличения количества реализованной продукции на 20,2%, или на 8475 тыс. руб. Снижение уровня цен повлекло за собой уменьшение стоимости реализованной продукции на 5,3%, или 2675 тыс. руб.

В теории статистики существует несколько подходов к решению проблемы выбора системы взвешивания, в частности в индексах цен, и соответственно несколько формул расчета этих индексов, названных по имени авторов, их разработавших. Наибольшую известность получили индексы Пааше, Ласпейреса и Фишера.

При расчете индекса цен по формуле Пааше в качестве веса берется количество продукции в текущем периоде (см. формулу (12.6)). С помощью этого индекса определяется изменение цен на товары, реализованные или приобретенные в текущем периоде.

При расчете индекса цен по формуле Ласпейреса в качестве веса используются количества продукции, приобретенные в базисном периоде:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}. \quad (12.9)$$

Данный индекс характеризует изменение цен на товары, реализованные в базисном периоде. По такой схеме обычно строятся индексы стоимости жизни, когда хотят оценить изменение стоимости фиксированного набора товаров, приобретаемых определенными группами населения.

Выбор той или иной формулы для оценки динамики цен зависит от принятой в стране методологии расчета, предоставленной информации и целей исследования.

Теоретически нет ответа на вопрос, какая из формул более точно характеризует изменение индексируемой величины (в данном случае — цен).

Американский экономист И. Фишер предложил использовать среднюю геометрическую из индексов цен Пааше и Ласпейреса:

$$I_p = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}} \quad (12.10)$$

Пример 3. Производство продукции характеризуется следующими данными.

Вид продукции	Себестоимость 1 шт., руб.		Произведено, шт.	
	май	июнь	май	июнь
	z_0	z_1	q_0	q_1
А	300	290	2 400	1 660
Б	320	296	3 200	3 560

Покажем построение системы взаимосвязанных агрегатных индексов физического объема произведенной продукции, себестоимости и затрат на производство продукции.

Рассчитаем индивидуальные индексы себестоимости продукции:

$$i_{z_A} = \frac{z_1}{z_0} = \frac{290}{300} = 0,967, \text{ или } 96,7 (\%);$$

$$i_{z_B} = \frac{296}{320} = 0,925, \text{ или } 92,5 (\%).$$

Общий агрегатный индекс себестоимости продукции характеризует изменение общего уровня себестоимости по разнородной продукции в целом и рассчитывается по формуле (12.3), которая примет в этом случае следующий вид:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} = \frac{290 \cdot 1660 + 296 \cdot 3560}{300 \cdot 1660 + 320 \cdot 3560} = \frac{1\,535\,160}{1\,637\,200} = 0,938, \text{ или } 93,8 (\%).$$

Числитель индекса отражает затраты на производство продукции отчетного периода, а знаменатель — величину затрат на производство продукции отчетного периода при уровне себестоимости базисного периода.

В июне по сравнению с маем себестоимость продукции «А» снизилась на 3,3%, а продукции «Б» — на 7,5%. В целом себестоимость продукции снизилась в июне на 6,2%.

Разность между числителем и знаменателем общего индекса себестоимости покажет сумму экономии (перерасхода) средств от снижения (увеличения) себестоимости продукции:

$$\Delta_z = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 \cdot q_1 = 1\,535\,160 - 1\,637\,200 = -102\,040 \text{ (руб.)}.$$

Этот же результат можно получить путем суммирования показателей экономии (перерасхода) по каждому виду продукции:

$$\Delta_{z_A} = (z_1 - z_0) \cdot q_1 = (290 - 300) \cdot 1660 = -16\,600 \text{ (руб.)};$$

$$\Delta_{z_B} = (296 - 320) \cdot 3560 = -85\,440 \text{ (руб.)};$$

$$\Delta_{z_{A,B}} = \Delta_{z_A} + \Delta_{z_B} = -16\,600 - 85\,440 = -102\,040 \text{ (руб.)}.$$

Таким образом, экономия затрат от снижения себестоимости составила 102 040 руб., в том числе по продукции вида «А» — 16 600 руб. и вида «Б» — 85 440 руб.

Агрегатный индекс физического объема произведенной продукции исчисляется по формуле (12.2), которая преобразуется следующим образом:

$$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0} = \frac{1660 \cdot 300 + 3560 \cdot 320}{2400 \cdot 300 + 3200 \cdot 320} = \frac{1\,637\,200}{1\,744\,000} = 0,939, \text{ или } 93,9 (\%).$$

Использование в агрегатном индексе себестоимости в качестве весов количества продукции отчетного периода, а в агрегатном индексе

физического объема продукции — уровней себестоимости базисного периода позволяет увязать индексы количественных и качественных показателей в систему. Произведение индексов физического объема произведенной продукции и себестоимости продукции в результате дает индекс затрат на производство продукции:

$$I_{zq} = I_z \cdot I_q;$$

$$\frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} \cdot \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}.$$

Проанализируем изменение затрат на производство продукции под воздействием двух факторов: изменения себестоимости продукции и объемов производства:

$$I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{290 \cdot 1660 + 296 \cdot 3560}{300 \cdot 2400 + 320 \cdot 3200} = \frac{1\,535\,160}{1\,744\,000} = 0,88, \text{ или } 88 (\%).$$

Взаимосвязь исчисленных показателей определяется уравнением

$$I_{zq} = I_z \cdot I_q,$$

$$0,88 = 0,938 \cdot 0,939.$$

Абсолютное изменение затрат на производство, в том числе за счет отдельных факторов, рассчитывается следующим образом:

$$\Delta_{zq} = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_0 = 1\,535\,160 - 1\,744\,000 = -208\,840 \text{ (руб.)};$$

$$\Delta_z = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1 = 1\,535\,160 - 1\,637\,200 = -102\,040 \text{ (руб.)};$$

$$\Delta_q = \sum q_1 z_0 - \sum q_0 z_0 = 1\,637\,200 - 1\,744\,000 = -106\,800 \text{ (руб.)}.$$

Определим взаимосвязь абсолютных изменений:

$$\Delta_{zq} = \Delta_z + \Delta_q = -208\,840 = -102\,040 - 106\,800.$$

В июне по сравнению с маем затраты на производство продукции сократились на 12%, что составило 208 840 руб., в том числе в результате снижения себестоимости продукции на 6,2%, или на 102 040 руб., а также уменьшения объема производства на 6,1%, или на 106 800 руб.

Как отмечалось выше, по форме построения общие (сводные) индексы подразделяют на агрегатные и средние.

Агрегатный индекс — основная форма сводного индекса. *Средние индексы* исчисляются как средняя величина из индивидуальных индексов. Средний индекс может быть получен путем преобразования

агрегатного индекса и соответственно исчисленный по одним и тем же данным, всегда равен ему.

Средний арифметический индекс физического объема представляет собой среднюю арифметическую величину из индивидуальных индексов:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum i_q \cdot q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (12.11)$$

Средний гармонический индекс цен представляет собой среднюю гармоническую величину из индивидуальных индексов цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}. \quad (12.12)$$

При построении средних индексов следует руководствоваться следующим правилом: для индекса *количественного* показателя обычно используют формулу *среднего арифметического индекса*, а для индекса *качественного* показателя — формулу *среднего гармонического индекса*.

Пример 4. Известны следующие данные по организации о затратах на производство отдельных видов продукции.

Вид продукции	Затраты на производство продукции, тыс. руб.		Изменение себестоимости единицы продукции, %	Изменение объема производства продукции, %
	I квартал	II квартал		
А	450	525	+2	-1,5
Б	870	975	-4	+3,0

Рассчитаем средний арифметический индекс физического объема продукции и средний гармонический индекс себестоимости:

$$I_q = \frac{\sum i_q \cdot q_0 z_0}{\sum q_0 z_0} = \frac{0,985 \cdot 450 + 1,03 \cdot 870}{450 + 870} = 1,015, \text{ или } 101,5 (\%);$$

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum \frac{z_1 q_1}{i_z}} = \frac{525 + 975}{\frac{525}{1,02} + \frac{975}{0,96}} = 0,98, \text{ или } 98 (\%).$$

Во II квартале объем производства продукции увеличился на 1,5% при снижении себестоимости единицы продукции в среднем на 2%.

Динамику среднего уровня качественного показателя для однородной совокупности изучают с помощью системы *индексов переменного, постоянного состава и структурных сдвигов*.

Относительная величина, характеризующая динамику среднего уровня качественного показателя в однородной совокупности, называется *индексом переменного состава*. Он отражает влияние на изучаемый показатель двух факторов: изменения индексируемой величины у отдельных единиц совокупности и изменения структуры совокупности по изучаемому признаку. Индекс переменного состава для любых качественных показателей может быть построен следующим образом:

$$I_{\text{перем. состава}} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}, \quad (12.13)$$

где x — индексируемая величина;
 f — вес индекса.

Индекс постоянного (фиксированного) состава характеризует динамику среднего уровня качественного показателя при одинаковой фиксированной структуре совокупности. Другими словами, он показывает, как в среднем изменилось значение качественного показателя у единиц совокупности. В общем виде данный индекс можно записать следующим образом:

$$I_{\text{пост. состава}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_1}{\sum x_0 f_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}. \quad (12.14)$$

Индекс влияния структурных сдвигов представляет собой отношение средних величин рассматриваемого качественного показателя, рассчитанных при структуре совокупности отчетного и базисного периодов при постоянном значении качественного показателя. Формула индекса влияния структурных сдвигов выглядит следующим образом:

$$I_{\text{структ. сдвигов}} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}. \quad (12.15)$$

Взаимосвязь индексов переменного, постоянного состава и влияния структурных сдвигов выражается уравнением:

$$I_{\text{перем. состава}} = I_{\text{пост. состава}} \cdot I_{\text{структ. сдвигов}}. \quad (12.16)$$

Пример 5. Данные по организации об объеме выпущенной однородной продукции и затратах труда на ее производство следующие.

Номер филиала организации	Выработано продукции, шт.		Отработано человеко-дней, тыс.	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
1	60 000	102 000	300	408
2	15 000	18 000	150	162

Рассчитаем индексы производительности труда переменного, постоянного состава и влияния структурных сдвигов.

Общее изменение среднего уровня производительности труда по организации покажет индекс переменного состава (см. формулу (12.13):

$$I_{\text{перем. состава}} = \frac{\bar{w}_1}{\bar{w}_0} = \frac{\sum q_1}{\sum T_1} \cdot \frac{\sum q_0}{\sum T_0} = \frac{\sum w_1 T_1}{\sum T_1} \cdot \frac{\sum w_0 T_0}{\sum T_0} =$$

$$= \frac{120\,000}{570} \cdot \frac{75\,000}{450} = 1,263.$$

Изменение среднего уровня производительности труда по организации за счет роста производительности труда на отдельных филиалах отражает индекс постоянного состава (см. формулу (12.14):

$$I_{\text{пост. состава}} = \frac{\sum w_1 T_1}{\sum w_0 T_1} = \frac{\left(\frac{102\,000}{408}\right) \cdot 408 + \left(\frac{18\,000}{162}\right) \cdot 162}{\left(\frac{60\,000}{300}\right) \cdot 408 + \left(\frac{15\,000}{150}\right) \cdot 162} = 1,227.$$

Динамику среднего уровня производительности труда по организации за счет изменения в соотношении количества затраченного труда по филиалам выявит индекс влияния структурных сдвигов (см. формулу (12.15):

$$I_{\text{структ. сдвигов}} = \frac{\sum w_0 T_1}{\sum T_1} \cdot \frac{\sum w_0 T_0}{\sum T_0} =$$

$$= \frac{200 \cdot 408 + 100 \cdot 162}{408 + 162} \cdot \frac{200 \cdot 300 + 100 \cdot 150}{300 + 150} = 1,029.$$

Покажем взаимосвязь исчисленных индексов:

$$I_{\text{перем. состава}} = I_{\text{пост. состава}} \cdot I_{\text{структ. сдвигов}} = 1,263 = 1,227 \cdot 1,029.$$

В отчетном периоде производительность труда по организации возросла в среднем на 26,3%, в том числе за счет роста производительности труда в отдельных филиалах — на 22,7% и за счет изменения структуры отработанного времени — на 2,9%.

В зависимости от выбора базы сравнения возможно построение системы цепных и базисных индексов.

Индексы с переменной базой сравнения (цепные) получают путем сопоставления индексируемого показателя каждого последующего периода с показателем предшествующего ему периода.

Индексы с постоянной базой сравнения (базисные) рассчитывают путем сравнения индексируемого показателя каждого периода с соответствующим показателем одного периода, принятого за базу сравнения.

Цепные и базисные агрегатные индексы могут быть исчислены с постоянными и переменными весами.

Пример 6. Известны следующие данные о реализации товаров в магазине.

Сорт товара	Продано, шт.			Цена за единицу товара, руб.		
	январь	февраль	март	январь	февраль	март
	q_1	q_2	q_3	p_1	p_2	p_3
Высший	200	210	250	2,0	1,75	1,5
Первый	300	325	350	0,4	0,35	0,3

Рассчитаем общие цепные индексы цен с переменными весами, характеризующие:

- 1) изменение цен в феврале по сравнению с январем:

$$I_p = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2} = \frac{1,75 \cdot 210 + 0,35 \cdot 325}{2 \cdot 210 + 0,4 \cdot 325} = 0,875;$$

- 2) изменение цен в марте по сравнению с февралем:

$$I_p = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_2 q_3} = \frac{1,5 \cdot 250 + 0,3 \cdot 350}{1,75 \cdot 250 + 0,35 \cdot 350} = 0,857.$$

Вычислим общие цепные индексы физического объема проданных товаров с постоянными весами. За неизменные (сопоставимые) цены возьмем цены продажи товаров в январе.

1. Изменение объема продаж в феврале по сравнению с январем:

$$I_q = \frac{\sum q_2 p_1}{\sum q_1 p_1} = \frac{210 \cdot 2 + 325 \cdot 0,4}{200 \cdot 2 + 300 \cdot 0,4} = 1,057.$$

2. Изменение объема продаж в марте по сравнению с февралем:

$$I_q = \frac{\sum q_3 p_1}{\sum q_2 p_1} = \frac{250 \cdot 2 + 350 \cdot 0,4}{210 \cdot 2 + 325 \cdot 0,4} = 1,164.$$

Для индивидуальных индексов цен, физического объема и стоимости справедливо следующее правило:

- произведение промежуточных по периодам цепных индексов дает базисный индекс последнего периода;
- отношение базисного индекса отчетного периода к базисному индексу предшествующего периода дает цепной индекс отчетного периода.

Это правило позволяет применять цепной метод, т.е. находить неизвестный ряд базисных индексов по известным цепным, и наоборот.

Для агрегатных индексов это правило действует только в отношении индексов, рассчитанных на основании постоянных весов.

Пример 7. Количество проданных товаров в мае по сравнению с апрелем увеличилось на 5%, а в июне по сравнению с маем — на 3%. Определим, как изменился объем продаж во II квартале:

$$i_{\text{июнь/апрель}} = i_{\text{май/апрель}} \cdot i_{\text{июнь/май}} = 1,05 \cdot 1,03 = 1,082, \text{ или } 108,2 (\%).$$

За II квартал объем продаж возрос на 8,2%.

12.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 12.1. Дайте определение индексируемой величины.
- 12.2. По каким признакам классифицируют индексы?
- 12.3. Чем различаются индивидуальные и сводные индексы?
- 12.4. Как рассчитать средние индексы? Приведите примеры.
- 12.5. Что характеризуют индексы переменного, постоянного состава и влияния структурных сдвигов?
- 12.6. Чем различаются индексы цен Пааше и Ласпейреса? Приведите формулы для их расчета.
- 12.7. Как взаимосвязаны цепные и базисные индексы? Приведите примеры.
- 12.8. Как определить абсолютное изменение затрат на производство, в том числе за счет отдельных факторов?
- 12.9. Что характеризуют территориальные индексы?
- 12.10. Как определить абсолютное изменение стоимости реализованных товаров, в том числе за счет отдельных факторов?
- 12.11. Известны данные о реализации продовольственных товаров населению.

Вид товара	Цена за тонну, руб.		Продано, т		Объем реализации, тыс. руб.	
	май	июнь	май	июнь	май	июнь
А	15 500	17 000	92	90	1 426	1 530
Б	16 000	16 500	87	100	1 392	1 650
В	14 500	15 000	86	88	1 247	1 320

Определите:

- а) индивидуальные и агрегатные индексы цен, физического объема товарооборота и товарооборота;
- б) средний арифметический индекс физического объема товарооборота и средний гармонический индекс цен;
- в) абсолютное изменение товарооборота, в том числе за счет отдельных факторов;
- г) абсолютную величину экономии или дополнительных затрат покупателей от изменения цен.

- 12.12. Известны следующие данные о реализации товаров.

Вид товара	Цена за единицу, руб.		Продано, шт.	
	март	апрель	март	апрель
А	205	180	1 790	1 270
Б	430	450	1 560	1 850
В	385	360	2 570	3 000
Г	210	240	1 680	1 450
Д	165	190	1 950	2 200

Определите:

- а) индивидуальные индексы цен, физического объема товарооборота и товарооборота;
- б) общие индексы цен, физического объема товарооборота и товарооборота;
- в) абсолютное изменение товарооборота, в том числе за счет отдельных факторов.

12.13. Данные о производстве отдельных видов продукции следующие.

Вид продукции	Себестоимость единицы продукции, руб.		Объем производства, шт.	
	январь	февраль	январь	февраль
А	250	220	1 860	1 910
Б	310	325	1 750	1 650
В	360	340	1 350	1 380
Г	215	235	1 450	1 570

Определите:

- а) индивидуальные индексы себестоимости, физического объема продукции и затрат на производство продукции;
- б) общие индексы себестоимости, физического объема продукции и затрат на производство продукции;
- в) абсолютное изменение затрат на производство продукции, в том числе за счет отдельных факторов.

12.14. Известны данные о производстве отдельных видов продукции.

Вид продукции	Себестоимость единицы продукции, руб.		Затраты на производство продукции, руб.	
	май	июнь	май	июнь
А	20	25	10 100	10 550
Б	35	30	12 250	12 600
В	28	34	10 500	13 940
Г	37	32	14 800	14 400

Определите:

- а) индивидуальные индексы себестоимости, физического объема продукции и затрат на производство продукции;
- б) общие индексы себестоимости, физического объема продукции и затрат на производство продукции;
- в) абсолютное изменение затрат на производство продукции, в том числе за счет отдельных факторов.

12.15. Данные о реализации товаров следующие.

Вид товара	Цена за единицу, руб.		Товарооборот, руб.	
	июль	август	июль	август
А	120	135	18 000	16 200
Б	215	200	37 625	40 000
В	175	185	43 750	49 950
Г	160	130	49 600	45 500
Д	180	150	54 000	57 000

Определите:

- индивидуальные индексы цен, физического объема товарооборота и товарооборота;
- общие индексы цен, физического объема товарооборота и товарооборота;
- абсолютное изменение товарооборота, в том числе за счет отдельных факторов.

12.16. Известны данные о стоимости отгруженной продукции по группе организаций.

Организация	Цена за метр, руб.		Отгружено, тыс. м		Стоимость продукции, млн руб.	
	май	июнь	май	июнь	май	июнь
1	200	210	100	110	20,0	23,1
2	160	180	320	330	51,2	59,4
3	180	195	150	200	27,0	39,0

Определите:

- индивидуальные и агрегатные индексы цен, физического объема и стоимости продукции;
- средний арифметический индекс физического объема и средний гармонический индекс цен;
- абсолютное изменение стоимости отгруженной продукции, в том числе за счет отдельных факторов.

12.17. Имеем следующие данные.

Вид товара	Товарооборот магазина в сентябре, тыс. руб.	Прирост цен в сентябре по сравнению с июлем, %
А	1 650	+3,7
Б	2 610	+7,9
В	1 195	+6,3

Определите:

- общий индекс цен;

- б) общий индекс физического объема реализации с учетом того, что товарооборот сентября возрос на 12% по сравнению с июлем.

12.18. Имеем следующие данные.

Вид товара	Товарооборот магазина в апреле, тыс. руб.	Изменения физического объема реализации товаров в мае по сравнению с апрелем, %
А	27 140	+8,0
Б	29 700	-4,0
В	20 200	+3,0

Определите:

- а) общий индекс физического объема реализации;
 б) общий индекс цен, если известно, что товарооборот в мае по сравнению с апрелем увеличился на 19%.

12.19. Известны следующие данные.

Наименование продукции	Изменение количества реализованной продукции в мае по сравнению с февралем, %	Стоимость продукции, реализованной в феврале, тыс. руб.
А	+1,5	261
Б	-3,0	372
В	+2,5	183
Г	-1,7	426

Определите:

- а) общий индекс физического объема реализованной продукции;
 б) общий индекс стоимости реализованной продукции, если известно, что цены на продукцию в среднем выросли на 7,4%.

12.20. Имеем следующие данные.

Вид продукции	Затраты на производство продукции во II квартале, тыс. руб.	Изменение себестоимости единицы продукции во II квартале по сравнению с I, %
А	2 200	+6,5
Б	3 100	+5,3
В	2 850	-1,2
Г	3 450	-1,9

Определите:

- а) общий индекс себестоимости продукции;
 б) общий индекс затрат на производство продукции, если известно, что выпуск продукции в среднем увеличился на 9%.

12.21. Имеем следующие данные.

Вид акций	Стоимость проданных акций в отчетном периоде, тыс. руб.	Индекс цен на акции, %
А	12 500	105
Б	13 200	98
В	11 750	92
Г	18 900	103

Определите общие индексы цен и стоимости акций, если известно, что количество проданных акций в среднем снизилось на 3%.

12.22. Известны следующие данные.

Наименование товара	Товарооборот, тыс. руб.		Изменение цены единицы товара, %	Изменение объема продаж товаров, %
	I квартал	II квартал		
А	1 500	1 800	+5	+2
Б	2 200	2 100	-2	+4
В	1 850	2 300	+3	+1

Определите общие индексы товарооборота, физического объема товарооборота и цен. Проанализируйте абсолютное и относительное изменение товарооборота, в том числе за счет отдельных факторов.

12.23. Имеем следующие данные.

Номер предприятия	Затраты на производство продукции, тыс. руб.		Изменение себестоимости единицы продукции, %	Изменение объема выпуска продукции, %
	базисный период	отчетный период		
1	4 550	4 200	-2	+3
2	5 200	5 600	+3	-5
3	4 700	4 800	+1	+2

Определите общие индексы затрат на производство продукции, физического объема продукции и себестоимости продукции. Проанализируйте абсолютное и относительное изменение затрат на производство продукции, в том числе за счет отдельных факторов.

12.24. Известны следующие данные.

Наименование товара	Товарооборот, тыс. руб.		Изменение цены единицы товара, %	Изменение объема продаж товаров, %
	базисный период	отчетный период		
А	3 500	4 000	+7	+2
Б	2 800	2 500	+5	-6
В	4 300	3 700	+3	+4

Определите общие индексы товарооборота, физического объема товарооборота и цен. Проанализируйте абсолютное и относительное изменение товарооборота, в том числе за счет отдельных факторов.

- 12.25. Физический объем товарооборота возрос на 9%, цены — на 17%. Как эти изменения повлияли на товарооборот?
- 12.26. Объем товарооборота увеличился на 12%, количество реализованной продукции — на 5,5%. Как изменились цены?
- 12.27. Как изменилась себестоимость газовых плит в ноябре по сравнению с сентябрем, если известно, что в октябре она была меньше, чем в сентябре, на 5%, а в ноябре меньше, чем в октябре, на 4,6%?
- 12.28. Объем выпускаемой продукции по организации увеличился на 18%, в то же время численность рабочих сократилась на 3%. Как изменилась средняя выработка продукции в расчете на одного рабочего?
- 12.29. Средняя выработка продукции в расчете на одного рабочего возросла на 18%, а объем выпуска деталей — с 250 тыс. до 290 тыс. шт. Как изменилась численность рабочих?
- 12.30. Цены на товары возросли на 12%, товарооборот — на 16%. Как изменился физический объем товарооборота?
- 12.31. Физический объем произведенной продукции уменьшился на 5,5%, а производственные затраты увеличились на 7%. Определите, как изменилась себестоимость единицы продукции.
- 12.32. Себестоимость единицы продукции снизилась на 8%, а физический объем произведенной продукции возрос на 5%. Определите, как изменились производственные затраты.
- 12.33. Производство продукции по организации за апрель характеризуется следующими данными.

Вид продукции	I декада		II декада		III декада	
	цена за шт., тыс. руб.	выпущено, тыс. шт.	цена за шт., тыс. руб.	выпущено, тыс. шт.	цена за шт., тыс. руб.	выпущено, тыс. шт.
А	0,3	1 180	0,5	1 300	0,8	2 800
Б	0,7	1 520	0,9	1 580	1,2	1 820

Определите:

- индивидуальные базисные индексы цен продукции;
 - индивидуальные цепные индексы физического объема продукции;
 - общие цепные индексы цен продукции;
 - общие базисные индексы физического объема продукции.
- Покажите взаимосвязь базисных и цепных общих индексов.

12.34. Данные о ценах на товары и объемах продаж за отдельные месяцы следующие.

Вид изделия	Цена на товар по месяцам				Объем продаж по месяцам			
	1	2	3	4	1	2	3	4
1	p_1^1	p_2^1	p_3^1	p_4^1	q_1^1	q_2^1	q_3^1	q_4^1
2	p_1^2	p_2^2	p_3^2	p_4^2	q_1^2	q_2^2	q_3^2	q_4^2
3	p_1^3	p_2^3	p_3^3	p_4^3	q_1^3	q_2^3	q_3^3	q_4^3

Постройте:

- индивидуальные цепные и базисные индексы цен;
- индивидуальные цепные и базисные индексы количества проданной продукции;
- агрегатные индексы цен, физического объема товарооборота, стоимости товарооборота для второго месяца;
- для каждого из трех месяцев базисные индексы физического объема товарооборота с постоянными весами за все периоды; цепные индексы физического объема товарооборота с постоянными весами; базисные индексы физического объема товарооборота с переменными весами;
- для каждого из трех месяцев базисные индексы цен с постоянными весами за все периоды; цепные индексы цен с постоянными весами; базисные индексы цен с переменными весами; цепные индексы цен с переменными весами.

12.35. Имеем следующие данные о реализации товаров.

Вид товара	Единица измерения	Цена за единицу, руб.			Количество проданных товаров		
		апрель	май	июнь	апрель	май	июнь
А	м	290	275	285	1 500	2 700	3 000
В	шт.	200	185	155	1 800	2 100	2 300
С	л	65	55	60	4 250	4 900	4 750

Используя агрегатную форму индекса, определите базисные и цепные индексы цен, а также индексы физического объема товарооборота и товарооборота.

12.36. Реализация товара А по двум организациям характеризуется следующими данными.

Номер организации	Цена за единицу товара А, руб.		Реализовано товара А, шт.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	120	135	1 100	1 000
2	125	155	950	1 150

Определите:

- среднюю цену товара А в каждом периоде;
- индексы цен переменного состава, постоянного состава и влияния структурных сдвигов;
- абсолютное изменение средней цены товара А, в том числе за счет отдельных факторов.

12.37. Производство продукции Б в отдельных филиалах организации характеризуется следующими данными:

Номер филиала	Себестоимость единицы продукции Б, руб.		Произведено продукции Б, шт.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	100	90	1 500	1 300
2	120	110	1 050	1 350

Определите:

- среднюю себестоимость единицы продукции Б в каждом периоде;
- индексы себестоимости переменного состава, постоянного состава и влияния структурных сдвигов;
- абсолютное изменение средней себестоимости единицы продукции Б, в том числе за счет отдельных факторов.

12.38. Имеем следующие данные о реализации облигаций.

Вид облигации	Базисный период		Отчетный период	
	цена облигации, тыс. руб.	выручка от реализации облигации, тыс. руб.	цена облигации, тыс. руб.	выручка от реализации облигации, тыс. руб.
1	15,0	750	14,7	441
2	20,0	1 500	22,0	1 320
3	25,0	2 000	23,5	940

Определите:

- среднюю цену облигаций в каждом периоде;
- индексы цен переменного состава, постоянного состава и влияния структурных сдвигов.

12.39. Известны следующие данные о производстве продукции С филиалами организации.

Филиал организации	Базисный период		Отчетный период	
	себестоимость единицы продукции, руб.	издержки производства, руб.	себестоимость единицы продукции, руб.	издержки производства, руб.
1	120	18 000	122	20 740
2	110	14 850	118	10 030
3	125	11 250	121	16 940

Определите:

- а) общие индексы себестоимости продукции переменного и фиксированного (постоянного) состава, индекс влияния структурных сдвигов;
- б) абсолютное изменение средней себестоимости единицы продукции С, в том числе за счет отдельных факторов.

12.40. Данные о заработной плате следующие.

Стаж работы	Базисный период		Отчетный период	
	численность рабочих, человек	средняя заработная плата, руб.	численность рабочих, человек	средняя заработная плата, руб.
0—5	15	8 500	20	10 000
5—10	25	12 200	40	13 500
10 лет и более	45	15 400	30	16 800

Определите:

- а) индексы средней заработной платы переменного состава, фиксированного состава, влияния структурных сдвигов;
- б) абсолютное изменение средней заработной платы, в том числе за счет отдельных факторов.

12.41. Имеем следующие данные.

Номер предприятия	Базисный период		Отчетный период	
	численность рабочих, человек	фонд заработной платы, руб.	численность рабочих, человек	фонд заработной платы, руб.
1	50	450 000	70	644 000
2	75	825 000	65	728 000
3	60	840 000	80	1 200 000

Определите:

- а) индексы средней заработной платы переменного, постоянного состава и влияния структурных сдвигов;
- б) абсолютное изменение средней заработной платы, в том числе за счет отдельных факторов.

12.42. Известны следующие данные о производстве продукции В.

Номер предприятия	Выработано продукции «В», тыс. шт.		Численность персонала, человек	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
1	300	310	150	145
2	225	290	135	120
3	280	270	140	130

Определите:

- а) индексы производительности труда переменного, постоянного состава и влияния структурных сдвигов;
- б) абсолютное изменение среднего уровня производительности труда, в том числе за счет отдельных факторов.

12.43. Имеем следующие данные.

Вид продукции	Выработано продукции на одного работника, тыс. руб.		Численность персонала, человек	
	I квартал	II квартал	I квартал	II квартал
А	32,0	33,5	100	105
Б	56,0	52,0	95	90
В	45,5	47,0	115	110

Определите:

- а) индексы производительности труда переменного, постоянного состава и влияния структурных сдвигов;
- б) абсолютное изменение среднего уровня производительности труда, в том числе за счет отдельных факторов.

12.44. Известны следующие данные.

Вид товара	Цена за единицу товара, руб.		Количество проданных товаров, шт.	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
А	10	11,5	1 500	2 000
Б	12,5	13	3 000	2 500
В	11	9,5	5 500	5 000
Г	14	16	4 000	4 500

Рассчитайте индексы цен по формулам Пааше, Ласпейреса и Фишера. Сравните полученные результаты.

12.45. Затраты на производство продукции в отчетном периоде составили 1250 тыс. руб. Количество выпущенной продукции по сравнению с базисным периодом увеличилось на 8%. В результате снижения себестоимости единицы продукции затраты на производство продукции в отчетном периоде снизились на 25 тыс. руб. Определите индексы затрат на производство продукции и себестоимости продукции. Проверьте их взаимосвязь. Проанализируйте абсолютное изменение затрат на производство продукции, в том числе за счет отдельных факторов.

12.46. Товарооборот магазина в отчетном периоде составил 2860 тыс. руб., что на 10% больше, чем в базисном периоде. В результате роста объема продаж товарооборот магазина увеличился на 78 тыс. руб. Определите индексы физического объема товарооборота и цен, а также абсолютное изменение товарооборота, в том числе за счет отдельных факторов. Проанализируйте результаты расчетов.

12.47. Стоимость продукции в отчетном периоде в базисных ценах выросла на 900 тыс. руб., или на 25%. В результате снижения цен стоимость продукции в отчетном периоде уменьшилась на 205 тыс. руб. Определите индексы стоимости продукции и цен, а также абсолютное изменение стоимости продукции в целом и за счет отдельных факторов.

12.48. Имеем следующие данные.

Показатель деятельности банка в регионе	Базисный год	Отчетный год
Число отделений банка	20	25
Среднее число вкладчиков в отделениях банка, человек	2 000	2 800
Средний размер вклада, руб.	15 000	16 500

Рассчитайте абсолютное и относительное изменение суммы вкладов, привлеченных отделениями банка, в целом и за счет отдельных факторов. Проанализируйте результаты расчетов.

12.49. Затраты на производство продукции А в базисном периоде составили 241,5 тыс. руб. В отчетном периоде затраты на производство этой продукции возросли до 251 тыс. руб. Себестоимость единицы продукции А в отчетном периоде была на 5% ниже, чем в базисном. Индекс затрат рабочего времени на производство продукции А за рассматриваемый период составил 92%. Определите, как изменилась производительность труда.

12.50. Производительность труда в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличилась в среднем на 7%. Затраты рабочего времени на производство продукции А за указанный период выросли на 2%. Определите, как изменилась себестоимость единицы продукции А, если затраты на ее производство остались неизменными.

12.51. Себестоимость единицы продукции А в отчетном периоде по сравнению с базисным снизилась на 2%. Затраты на ее производства возросли на 5%. Определите, как изменились затраты рабочего времени на производство этой продукции, если производительность труда повысилась на 1,5%.

ТЕМА 13. ПОКАЗАТЕЛИ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ И КОНЦЕНТРАЦИИ

13.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

13.1.1. Показатели дифференциации

Под дифференциацией в статистике понимается распределение единиц совокупности по значениям признака. Для изучения структуры вариационного ряда вычисляют квантили, или градиенты: *это значения признака, делящие все единицы изучаемой статистической совокупности на равные по численности части.*

Наиболее общие показатели дифференциации значений признака — различные структурные величины: децили (делящие ряд на десять равных частей), квартили (на четыре равные части), квинтили (на пять равных частей), — широко используемые в различных статистических исследованиях для оценки значений признака и структуры распределения единиц однородных совокупностей по этим значениям. Цензом для дифференциации значений признака служат показатели концентрации частот около тех или иных значений признака, а критерием отбора — соответствующая часть единиц совокупности:

$$\{\Sigma f : 0; \Sigma f : 4; \Sigma f : 5; \text{ в общем виде } — \Sigma f : k\},$$

где k — может быть практически любым числом, а x_k будет отражать то значение признака, которое не превосходит $\Sigma f : k$ единиц совокупности.

Теория статистики предлагает аппарат для вычисления показателей дифференциации:

$$X_k = X_{k\min} + d \cdot \frac{\Sigma f_i - S_{k-1}}{f_k},$$

где x_k — искомое численное значение признака;
 $X_{k\min}$ — нижняя граница интервала, которому принадлежит искомое значение признака;
 d — величина данного интервала;
 f_k — частота данного интервала;
 S_{k-1} — накопленная частота интервала, предшествующего анализируемому интервалу;
 $\Sigma f : k$ — «критическое», или цензовое, значение объема ряда, соответствующее значению x_k .

Для оценки степени дифференциации значений признака по квартилям строят коэффициент квартильной дифференциации как отношение значений третьей квартили к первой:

$$K_{\text{к}} = \frac{Q_3}{Q_1}.$$

Однако намного чаще в статистике, особенно при изучении доходов населения, применяют квинтили и децили и соответственно строят квинтильные и децильные коэффициенты дифференциации значений признака. Обычно это позволяет сопоставить уровни дохода наиболее богатой и наиболее бедной части общества. В первом случае — это соотношение значений четвертой и первой квинтили (характеризующее различие в доходах 20% населения с наибольшими доходами и 20% с наименьшими), а во втором — соотношение девятой и первой децили (при этом сравниваются доходы двух частей общества (10% наиболее богатых и 10% наиболее бедных групп населения).

Чем больше величина таких коэффициентов, тем выше уровень дифференциации значений признака по единицам совокупности.

Пример 1. Известны данные по 50 компаниям о рыночной стоимости их акционерного капитала.

Рыночная стоимость акционерного капитала млрд дол.	Количество компаний	Накопленная частота
x	f	S
50—100	30	30
100—150	13	43
150—200	3	46
200—250	2	48
Свыше 250	2	50
Итого	50	

Определим квартильный и децильный коэффициенты дифференциации рыночной стоимости акционерного капитала.

1. Значение первой квартили будет принадлежать первому интервалу, поскольку его накопленная частота (30) первая превосходит четверть объема ряда (что в нашем случае составляет $50 : 4 = 12,5$). Тогда имеем (млрд дол.):

$$Q_1 = 50 + \frac{50 \cdot (50 : 4 - 0)}{30} = 50 + 20,83 = 70,83.$$

2. Значение третьей квантили принадлежит второму интервалу, накопленная частота которого больше трех четвертей (75%) объема совокупности (что составляет для данного примера $3 \cdot 50 : 4 = 37,5$) и равна (млрд дол.):

$$Q_3 = 100 + \frac{50 \cdot (37,5 - 30)}{13} = 100 + 28,84 = 128,84.$$

Тогда квартильный коэффициент дифференциации рыночной стоимости акционерного капитала будет составлять:

$$K_{кв} = 128,84 : 70,83 = 1,82 \text{ раза,}$$

что свидетельствует о небольшой дифференциации рыночной стоимости акционерного капитала по рассматриваемой выборочной совокупности из 50 компаний.

13.1.2. Показатели концентрации

Под показателями концентрации понимаются такие значения признака, которые соответствуют определенным долям распределения единиц совокупности и очень близки к показателям дифференциации, вместе с которыми они характеризуют степень равномерности распределения единиц совокупности по значениям признака.

Наиболее распространенные показатели концентрации приведены в следующей таблице.

№ п/п	Наименование показателя	Содержание показателя	Формула расчета	Область применения
1	Коэффициент концентрации Джини	P_i — накопленная доля (частость) численности единиц совокупности; q_i — накопленная доля признака, приходящаяся на все единицы совокупности, со значениями признака менее x_i	$G = \left(\sum_{i=1}^{N-1} p_i q_{i+1} - \sum_{i=1}^{N-1} p_{i+1} q_i \right) : 100$ если данные выражены в %, то делить не на 100, а на 10 000	$0 \leq G \leq 1$, чем ближе значение коэффициента к единице, тем более неравномерно распределены единицы совокупности по значениям признака. Чаще всего данный показатель используется в оценке неравномерности распределения населения по уровню доходов (денежных и др.), предприятий по объему выпуска, финансовых учреждений по значениям активов и т.д.

1	2	3	4	5
2	Коэффициент Герфиндаля, определяемый на основании данных о доле производства (дохода) отдельных групп в совокупном объеме производства (дохода) по всей совокупности	$\frac{x_i \cdot f_i}{\sum x_i \cdot f_i}$ — доля производства (доходов) i -й группы в общем объеме производства (доходов); Q_i — объем производства в i -й группе	$H = \sum \left(\frac{x_i \cdot f_i}{\sum x_i \cdot f_i} \right)^2$ $H = \sum \left(\frac{Q_i}{\sum Q_i} \right)^2$	Оценка концентрации производства или доходов по доминантным группам с наибольшим уровнем объема производства или доходов, что приводит к завышенной оценке уровня концентрации производства (доходов, активов и пр.)
3	Коэффициент Розенблута	Характеризует концентрацию единиц совокупности по значениям признака с наименьшими долями в общем объеме признака	$K_R = \frac{1}{2 \sum_i^i d_i - 1}$ <p>n_i — объем совокупности; d_i — доля значения признака i-й единицы (группы единиц) в общем объеме признака по совокупности; i — номер варианты</p>	$0 \leq K_R \leq 1$, возможно занижение уровня концентрации

Коэффициент концентрации Джини (G) практически строится на основании кривой Лоренца, отражающей зависимость накопленных значений изучаемого признака от накопленных частот (единиц совокупности). График кривой Лоренца проходит под диагональю квадрата 1×1 или 100×100 , построенного в декартовой системе координат, если показатели приведены в относительных единицах (долях единицы или %). Степень неравномерности распределения признака и совокупности характеризуется отклонением кривой от диагонали или площадью фигуры (S), заключенной между диагональю квадрата и кривой Лоренца (рис. 13.1). Кривая построена по данным примера 2.

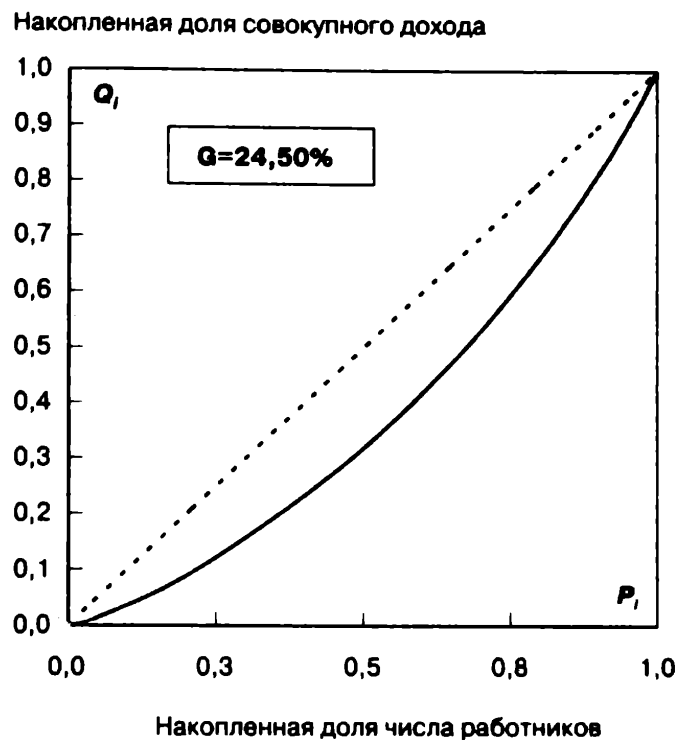


Рис. 13.1. Распределение работников по уровню совокупного годового дохода

Рассмотрим расчет перечисленных выше показателей концентрации на следующем примере.

Пример 2. По приведенным в табл. 13.1 данным о распределении работников предприятия по уровню годового совокупного дохода определим показатели концентрации и с их помощью оценим степень неравномерности распределения доходов.

Таблица 13.1

Анализ неравномерности распределения работников по уровню совокупного дохода

Уровень совокупного годового дохода, тыс. руб.	Середина интервала	Количество работников, человек	Совокупный доход	Доля работников (частотность) по группам оплаты в общей численности персонала	Накопленная частотность работников	Доля совокупного дохода	Накопленная доля совокупного дохода по группам работников	Квадрат доли i-й группы доходов в общем объеме совокупного годового дохода персонала предприятия
Интервал	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	W_i	p_i	$x_i \cdot f_i : \Sigma(x_i \cdot f_i)$	q_i	$\frac{(x_i \cdot f_i)^2}{\Sigma(x_i \cdot f_i)^2}$
					0		0	
20—60	40	10	400	0,042	0,042	0,0104	0,0104	0,0001
60—100	80	40	3 200	0,167	0,208	0,0833	0,0938	0,0069
100—140	120	60	7 200	0,250	0,458	0,1875	0,2813	0,0352
140—180	160	45	7 200	0,118	0,646	0,1875	0,4688	0,0352
180—220	200	35	7 000	0,146	0,792	0,1823	0,6510	0,0332
220—260	240	25	6 000	0,104	0,896	0,1563	0,8073	0,0244
260—300	280	15	4 200	0,063	0,958	0,1094	0,9167	0,0120
300—340	320	10	3 200	0,042	1,000	0,0833	1,0000	0,0069
Итого		240	38 000	1,000		1		0,1539

1. Определим значение коэффициента Джини для нашего примера. Для этого произведем дополнительный расчет произведений накопленных частостей количества работников (p_i) и накопленной доли годового совокупного дохода (q_i):

$$\begin{aligned} (G = (\sum_{i=1}^{n-1} p_i \cdot q_{i+1} = \sum_{i=1}^{n-1} p_{i+1} \cdot q_i) : 100 = (0,042 \cdot 0,093 + 0,209 \cdot 0,281 + 0,459 \cdot \\ \cdot 0,469 + 0,6465 \cdot 0,651 + 0,7923 \cdot 0,808 + 0,8964 \cdot 0,917 + 0,9589 \cdot 1) - \\ - (0,209 \cdot 0,01 + 0,459 \cdot 0,093 + 0,6465 \cdot 0,281 + 0,7923 \cdot 0,469 + 0,8964 \cdot \\ \cdot 0,651 + 0,9589 \cdot 0,808 + 1 \cdot 0,917) = (0,0039 + 0,0587 + 0,2152 + \\ + 0,4209 + 0,6401 + 0,822 + 0,9589) - (0,0021 + 0,0427 + 0,1817 + \\ + 0,3716 + 0,5836 + 0,7748 + 0,917) = 0,245 = 24,5\%. \end{aligned}$$

Значение коэффициента Джини (G), равное 0,245, свидетельствует об однородности совокупности и довольно равномерном распределении работников по уровню совокупного годового дохода.

2. Определим значение коэффициента концентрации Герфиндаля (H). Практически по данным графы 8 таблицы мы уже рассчитали данный коэффициент как сумму квадратов доли объема признака по i -й группе в общем объеме признака по всей совокупности: $H = 0,1539$, что свидетельствует о высокой равномерности распределения работников предприятия по уровню совокупного дохода. Доминирующие группы по уровню доходов здесь — представители III, IV и V групп с уровнем дохода от 100 до 220 тыс. руб.

3. Определим по исходным данным коэффициент Розенблота по формуле, приведенной в табл. 13.1. Здесь $n = 8$ — число групп работников по уровню совокупного годового дохода; $i = 1,8$ — номер группы доходов; d_i — доля i -й группы работников в общем совокупном годовом доходе сотрудников предприятия (по данным графы 6 табл. 13.1).

Получаем, что:

$$\begin{aligned} 2 \sum_i^n i \cdot d_i = 2(1 \cdot 0,01 + 2 \cdot 0,083 + 3 \cdot 0,188 + 4 \cdot 0,188 + 5 \cdot 0,182 + \\ + 6 \cdot 0,157 + 7 \cdot 0,109 + 8 \cdot 0,083) = 9,542; \\ K_R = 1 : (9,542 - 1) = 0,117. \end{aligned}$$

Последние два коэффициента очень близки по значению, что также свидетельствует о равномерном характере распределения работни-

ков по уровню дохода, хотя имеет место некоторое доминирующее положение работников с доходами в интервале от 100 тыс. до 220 тыс. руб.

13.1.3. Построение кривой Лоренца и вычисление коэффициента Джини средствами Excel

Вид таблицы Excel с исходными данными и расчетными значениями, необходимыми для построения кривой Лоренца, и вычисления коэффициента Джини приведены на рис. 13.2.

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н
2	Уровень совокупного годового дохода, тыс. руб., X_i	Количество работников чел., f_i	Доход в группе, D_i	Доли работников (частость) по группам оплаты в общей численности и персонала в %, w_i	Накопленная частость численности работников, Sw_i	Доли совокупного годового дохода D_i по группам работников в общей сумме доходов всего персонала в %, q_i	Накопленная доля совокупного дохода по группам работников, Sq_i
3	X	f	D	w	Sw	q	Sq
4		0	0	0	0	0	0
5	20-60	10	400	$-f/Sf*100$ 4,167	$-F4+w$ 4,167	$-D/SD*100$ 1,042	$-H4+q$ 1,042
6	60-100	40	3200	16,667	20,833	8,333	9,375
7	100-140	60	7200	25,000	45,833	18,750	28,125
8	140-180	45	7200	18,750	64,583	18,750	46,875
9	180-220	35	7000	14,583	79,167	18,229	65,104
10	220-260	25	6000	10,417	89,583	15,625	80,729
11	260-300	15	4200	6,250	95,833	10,938	91,667
12	300-340	10	3200	4,167	100,000	8,333	100,000
13	$-СУММ(f)$	Sf	SD	$-СУММ(D)$	$-СУММ(w)$	$-СУММ(q)$	
14	Итого:	240	38400	100,000		100,000	
15	Коэффициент неравномерности Джини				G	24,50%	G=24,5%
16	$-(СУММПРОИЗВ(Sw_нач;Sq_кон)-СУММПРОИЗВ(Sw_кон;Sq_нач))/10000$						
17							$="G="&ТЕКСТ(G;"0,0%")$

Рис. 13.2. Вид расчетной таблицы Excel

Собственно, исходные данные содержатся в диапазоне B5:D12, а нули в стр. 4 необходимы для выполнения вычислений. В верхней части ячеек стр. 5 приведен вид формул, представленных в соответствующих ячейках. Область, в которую были скопированы указанные формулы, обведена пунктирным контуром. Для наглядности в формулах всюду, где это было возможно, в качестве ссылок использовались не адреса, а имена ячеек. Список имен, назначенных в таблице на рис. 13.2 и использованных в формулах, приведен в табл. 13.2. Из этой таблицы видно, что метки (обозначения), содержащиеся в стр. 3, обозначают диапазон ячеек с данными, расположенными под соответствующей меткой.

Таблица 13.2

Имена, назначенные в таблице на рис. 13.2

Имя	Адрес	Имя	Адрес
D	\$D\$4:\$D\$12	Sq_кон	\$H\$5:\$H\$12
f	\$C\$4:\$C\$12	Sq_нач	\$H\$4:\$H\$11
G	\$G\$15	Sw_кон	\$F\$5:\$F\$12
q	\$G\$4:\$G\$12	Sw_нач	\$F\$4:\$F\$11
SD	\$D\$14	w	\$E\$4:\$E\$12
Sf	\$C\$14		

Имя, начинающееся с буквы *S*, означает, что соответствующий показатель представляет или сумму, или накопленную сумму показателя, обозначенного второй буквой в имени. Так, *Sf* и *SD* обозначают соответственно накопленную сумму значений граф *f* и *D*, а *Sw* и *Sq* — накопленную сумму значений *w* и *q*.

Для создания диаграммы, приведенной на рис. 13.3, сначала были выделены диапазоны *Sw*, *Sq* и по ним построена точечная диаграмма со сглаженной линией ряда без маркеров, в результате чего была получена собственно кривая Лоренца. Далее на построенную диаграмму был скопирован диапазон *Sw*, и уже затем на диаграмме появился второй ряд — прямая равномерного распределения.

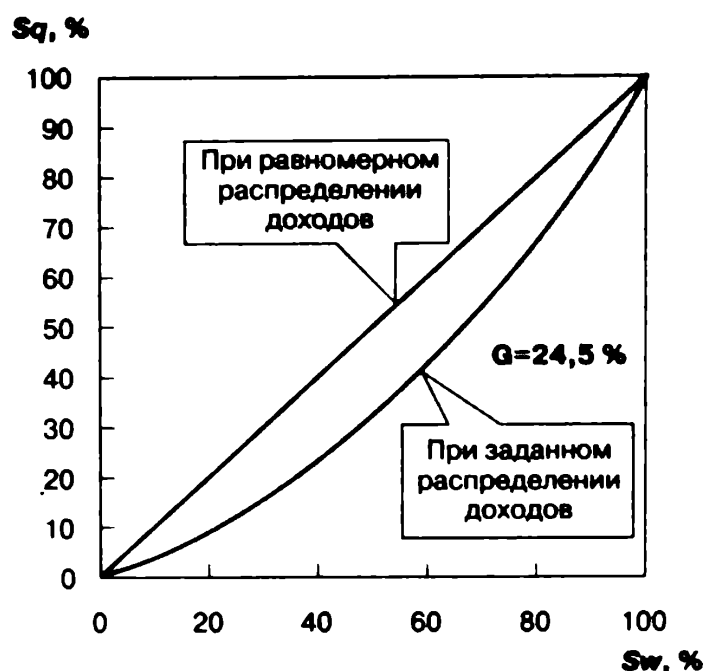


Рис. 13.3. Кривая Лоренца

Коэффициент Джини (G), численно характеризующий неравномерность распределения исследуемого показателя (в нашем случае — размеров доходов, D), вычислен в ячейке G15 по формуле

$$G = \left(\sum_{i=0}^{N-1} (Sw_i Sq_{i+1} - Sw_{i+1} Sq_i) \right) : 10\,000.$$

Индексу $i = 0$ в этой формуле соответствуют нулевые значения Sw_0 и Sq_0 из строки 4, а индексу $i = N = 8$ — значения Sw_8 и Sq_8 из строки 12. Формула Excel, реализующая вычисление коэффициента Джини по приведенной математической формуле, показана на рис. 13.2 в строке 16.

Чтобы вывести коэффициент Джини на диаграмме, сначала с помощью формулы, приведенной в строке 17, в ячейке H15 была сформирована соответствующая текстовая строка. Затем эта строка была показана на диаграмме в виде элемента типа «Поле» с помощью следующих действий:

- активизировалась диаграмма щелчком мышью на ней;
- в строку формул вводилась формула = H15 и нажималась клавиша Enter, после этого на диаграмме создавался элемент «Поле», содержащий значение ячейки H15;

— элемент «Поле» активизировался щелчком на нем, форматировался и размещался на диаграмме необходимым образом.

На построенной диаграмме последовательно выделялись оси X и Y и во вкладках «Шкала окон форматирования» этих осей задавались равными 100 максимальные значения на осях. Пояснения к кривым были добавлены (*только после активизации диаграммы*) с помощью инструмента «Выноски» (панель инструментов «Рисование / Автофигуры / Выноски»).

Следует также иметь в виду, что кривая Лоренца выглядит правильно, только если область построения диаграммы представлена квадратом, а прямая равномерного распределения служит его диагональю. С этой целью размеры области построения диаграммы и диаграммы в целом следует установить соответствующим образом.

13.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 13.1. Дайте определение понятия «дифференциация значений признака».
- 13.2. Назовите основные показатели дифференциации значений признака, применяемые в статистике.
- 13.3. Для каких целей используются показатели дифференциации?
- 13.4. Какой из показателей дифференциации дает наиболее точную характеристику степени дифференциации значений признака в изучаемой статистической совокупности?
- 13.5. Как определяется децильный коэффициент дифференциации?
- 13.6. Как определяется квартильный коэффициент дифференциации?
- 13.7. Как определяется квинтильный коэффициент дифференциации?
- 13.8. Дайте определение понятия «концентрация значений признака» в статистике.
- 13.9. Перечислите показатели концентрации значений признака в статистической совокупности.
- 13.10. Какова область применения показателей концентрации значений признака в аналитической деятельности?
- 13.11. Как рассчитывается коэффициент Джини? Что показывает его значение?
- 13.12. Поясните назначение кривой Лоренца.
- 13.13. Как определяется коэффициент Герфиндаля? Что показывает его значение?
- 13.14. Как рассчитывается коэффициент Розенблюта? Что показывает его значение?
- 13.15. Какой из коэффициентов дает наиболее точную характеристику степени неравномерности распределения единиц статистической совокупности по значениям признака?
- 13.16. Могут ли служить показатели дифференциации и концентрации значений признака мерой однородности статистической совокупности?
- 13.17. Определите показатели концентрации значений признака (коэффициенты Джини, Герфиндаля, Розенблюта) по следующим данным.

Объем оптового товарооборота за февраль 2000 г. по предприятиям региона, тыс. руб.	Количество предприятий	Накопленная частота, %
До 100	10	6,41
100—250	14	8,97
250—700	35	22,43
700—900	32	20,51
900—1 200	28	17,95
1200—1 600	20	12,82
1600—1 800	12	7,69
Свыше 1 800	5	3,22
Итого	156	100

Охарактеризуйте степень однородности совокупности по изучаемому признаку, сравнив коэффициенты.

- 13.18. Определите степень дифференциации значений среднедушевого потребления молочных продуктов по числу жителей региона по следующим данным (квинтильные и децильные коэффициенты дифференциации среднедушевого потребления)

Среднедушевое потребление молочных продуктов, л/человека	Численность населения региона, человек
До 50	200
50—300	500
300—400	620
400—650	1 500
650—700	850
Свыше 700	530
Итого	4 200

Определите также численность населения, для которого уровень среднедушевого потребления молочных продуктов не превышает 480 л/человека.

- 13.19. Определите степень концентрации банков по величине собственного капитала на основании следующих данных.

Величина собственного капитала банков, млн руб.	Количество банков
1—3	20
3—7	14
7—12	9
12—14	6
14—16	3
16—19	3
19—24	2
Итого	57

Используя коэффициенты Джини и Герфиндаля, сравните полученные результаты. Сделайте выводы.

- 13.20. По следующим данным оцените степень дифференциации и концентрации активов банков в 2007 г., используя квинтильные и децильные коэффициенты дифференциации и коэффициенты Джини и Розенблота.

Размер активов банков, млн руб.	Количество банков	Доля банков, %
До 2	22	25,9
2—5	25	29,4
5—9	18	21,2
9—11	12	14,1
Свыше 11	8	9,4
Итого	85	100

Интерпретируйте результаты расчетов и сделайте выводы.

- 13.21.** По данным задачи 13.19 постройте кривую Лоренца и постарайтесь графически оценить степень неравномерности распределения банков по величине собственного капитала. Сделайте выводы.
- 13.22.** По исходным данным задачи 13.20 рассчитайте коэффициент Герфиндаля. Оцените, насколько точны были ваши выводы относительно степени однородности изучаемой совокупности банков по величине собственного капитала, сделанные в задаче 13.20 на основании других показателей концентрации.
- 13.23.** По исходным данным задачи 13.18 охарактеризуйте степень концентрации жителей региона по уровню среднедушевого потребления молочных продуктов, используя коэффициент Джини и кривую Лоренца. Сделайте выводы.
- 13.24.** Используя исходные данные задачи 13.17, определите степень дифференциации уровня товарооборота по предприятиям региона в 2007 г., применив квартильные и децильные коэффициенты. Оцените, какое число предприятий региона обладает уровнем товарооборота, не превышающим 1500 тыс. руб.
- 13.25.** На основе распределения предприятий отрасли по среднегодовой стоимости основных производственных фондов, приведенного в таблице, определите:
- степень их дифференциации по значению результативного признака, используя квартильные и децильные коэффициенты;
 - число крупных — стоимость фондов до 20 млн руб., средних — стоимость фондов свыше 5 млн руб., но не более 20 млн руб., мелких — стоимость фондов менее 5 млн руб. — предприятий в отрасли.

Среднегодовая стоимость основных фондов, млн руб.	Число предприятий отрасли
<i>x</i>	<i>f</i>
До 2	28
2,1—10	38
10,1—15	29
15,1—25	18
25,1—30	14
30,1—40	11
Свыше 40	32
Итого	170

ЧАСТЬ II. СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

ТЕМА 14. СТАТИСТИКА НАСЕЛЕНИЯ

14.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

В задачи статистики населения входит изучение его численности, состава, естественного и миграционного движения.

Население — это совокупность лиц, проживающих на той или иной территории. При определении численности населения статистика использует ряд показателей: постоянное население (ПН), наличное население (НН), временно проживающие (ВП), временно отсутствующие (ВО). Эти показатели соотносятся следующим образом:

$$\text{ПН} = \text{НН} + \text{ВО} - \text{ВП} \text{ и } \text{НН} = \text{ПН} - \text{ВО} + \text{ВП}.$$

Для изучения состава населения используются группировки по различным признакам.

Для различных социально-экономических расчетов возникает необходимость исчисления *средней численности населения* (\bar{S}).

Численность населения меняется в результате различных демографических событий: рождения, смерти, миграции. Показатели естественного движения и миграции населения — важнейшие характеристики движения населения страны.

Основные показатели, характеризующие *естественное движение населения*, — *показатели рождаемости, смертности, естественного прироста, брачности и разводимости*. Статистика в первую очередь определяет их абсолютные величины: число родившихся (N), число умерших (M), естественный прирост населения ($\Delta S_{\text{ест. пр.}} = N - M$), число браков и разводов.

Основные показатели *миграции населения* — *показатели прибытия или выбытия населения, изменение численности мигрирующих лиц*. Определяется число прибывших (Π) и выбывших (B). *Миграционный прирост* представляет собой разницу между ними: $\Delta S_{\text{миг. пр.}} = \Pi - B$. Этот показатель называется также *сальдо миграции*.

На основании абсолютных данных о естественном и миграционном приросте населения можно рассчитать *величину общего прироста населения* (ΔS):

$$\Delta S = \Delta S_{\text{ест. пр}} + \Delta S_{\text{миг. пр}} = N - M + \Pi - B.$$

Абсолютные показатели естественного движения и миграции населения не могут характеризовать *уровни рождаемости, смертности, миграционного прироста*, так как зависят от общей численности населения. Поэтому для характеристики естественного движения и миграции населения показатели рассчитываются по отношению к 1000 человек населения, т.е. выражаются в виде относительных величин (промилле, ‰). В статистике населения показатели могут измеряться также в расчете на 10 000 и на 100 000 человек.

Пример 1. Приведем расчет показателей, характеризующих естественное движение и миграцию населения.

Известны следующие данные по населенному пункту за год.

Численность населения на начало года, тыс. человек (S_t)	355,3
Число родившихся, тыс. человек (N)	5,3
Число умерших, тыс. человек (M)	3,6
Прибыло на постоянное жительство, тыс. человек (Π)	1,8
Убыло в другие населенные пункты, тыс. человек (B)	0,7
Доля женщин в возрасте 15—49 лет в общей численности населения города, % (d_{15-49})	31

На основании приведенных данных могут быть рассчитаны следующие показатели:

1) численность населения города на конец года (тыс. человек) (S_{t+1}):

$$S_{t+1} = S_t + N - M + \Pi - B = 355,3 + 5,3 - 3,6 + 1,8 - 0,7 = 358,1;$$

2) средняя численность населения за год (тыс. человек) \bar{S} :

$$\bar{S} = \frac{S_t + S_{t+1}}{2} = \frac{355,3 + 358,1}{2} = 356,7;$$

3) общий коэффициент рождаемости ($K_{\text{рожд}}$):

$$K_{\text{рожд}} = \frac{N}{S} \cdot 1000 = \frac{5,3}{356,7} \cdot 1000 = 14,9 (\%);$$

4) общий коэффициент смертности ($K_{\text{смерт}}$):

$$K_{\text{смерт}} = \frac{M}{S} \cdot 1000 = \frac{3,6}{356,7} \cdot 1000 = 10,1 (\%);$$

5) коэффициент естественного прироста ($K_{\text{ест. пр}}$):

$$K_{\text{ест. пр}} = K_{\text{рожд}} - K_{\text{смерт}} = 14,9 - 10,1 = 4,8 (\%),$$

$$K_{\text{ест. пр}} = \frac{\Delta S_{\text{ест. пр}}}{S} \cdot 1000 = \frac{N - M}{S} \cdot 1000 = \frac{5,3 - 3,6}{356,7} \cdot 1000 = 4,8 (\%);$$

6) общий коэффициент миграционного прироста (коэффициент интенсивности миграции населения) ($K_{\text{миг. пр}}$):

$$K_{\text{миг. пр}} = \frac{\Delta S_{\text{миг. пр}}}{S} \cdot 1000 = \frac{\Pi - В}{S} \cdot 1000 = \frac{1,8 - 0,7}{356,7} \cdot 1000 = 3,08 (\%);$$

7) коэффициент общего прироста ($K_{\text{об. пр}}$) населения за год:

$$K_{\text{об. пр}} = \frac{\Delta S}{S} \cdot 1000 = \frac{2,8}{356,7} \cdot 1000 = 7,85 (\%),$$

где $\Delta S = S_{\text{г}} - S_{\text{г-1}} = 358,1 - 355,3 = 2,8$ или $\Delta S = \Delta S_{\text{ест. пр}} + \Delta S_{\text{миг. пр}}$;

$$K_{\text{об. пр}} = K_{\text{ест. пр}} + K_{\text{миг. пр}} = 4,8 + 3,085 = 7,88 (\%)$$

(расхождение за счет округлений);

8) коэффициент интенсивности миграционного оборота ($K_{\text{миг. об}}$):

$$K_{\text{миг. об}} = \frac{\Pi + В}{S} \cdot 1000 = \frac{1,8 + 0,7}{356,7} \cdot 1000 = 7 (\%);$$

9) коэффициент эффективности миграции ($K_{\text{эф}}$):

$$K_{\text{эф}} = \frac{\Delta S_{\text{миг. пр}}}{Q} \cdot 100 = \frac{1,8 - 0,7}{1,8 + 0,7} \cdot 100 = 44 (\%),$$

где Q — объем миграции ($Q = \Pi + B$);

10) коэффициент жизненности В.Н. Покровского:

$$K_{\text{жизн}} = \frac{N}{M} = \frac{5,3}{3,6} = 1,5,$$

$$K_{\text{жизн}} = \frac{K_{\text{рожд}}}{K_{\text{смерт}}} = \frac{14,9}{10,1} = 1,5;$$

11) специальный коэффициент рождаемости (F):

$$F_{\text{жен}_{15-49}} = \frac{N}{\bar{S}_{\text{жен}_{15-49}}} \cdot 1000 = \frac{5,3}{356,7 \cdot 0,31} \cdot 1000 = 48 (\text{‰}),$$

$$F = \frac{K_{\text{рожд.}}}{d_{\text{жен}_{15-49}}} = \frac{5,3\text{‰}}{0,31} = 48 (\text{‰}).$$

Для всесторонней характеристики естественного движения населения рассчитываются *частные (повозрастные) коэффициенты рождаемости и смертности*. Особое значение для анализа процессов воспроизводства населения представляет *коэффициент младенческой смертности* ($K_{\text{мл. смерт}}$), характеризующий уровень смертности детей в возрасте до 1 года.

Суммарный коэффициент рождаемости рассчитывается как отношение суммы возрастных коэффициентов рождаемости по одно-годовым возрастным группам к 1000. Данный показатель характеризует процесс воспроизводства населения.

Для изучения движения населения и для перспективных вычислений рассчитывают и анализируют *таблицы смертности и средней продолжительности жизни*. Таблица смертности — система связанных друг с другом показателей, зависящих от уровня смертности и отнесенных к различным возрастам. Отправными данными для всех остальных показателей таблицы обычно выступает вероятность смерти в течение года для лиц, достигших возраста x лет. Таблица смертности строится как бы для одного поколения (родившихся в одном году). Численность поколения условно считается равной 10 000 или 100 000 человек.

Ниже приводится макет таблицы смертности.

Возраст в годах	Число доживших до возраста x	Вероятность дожить до следующего возраста	Вероятность смерти в течение года	Число живущих в возрасте x	Предстоящее число человеко-лет жизни	Средняя продолжительность предстоящей жизни	Коэффициент дожития
x	l_x	p_x	q_x	L_x	T_x	e_x^e	P_x

Пример 2. Известны следующие данные о возрастных коэффициентах смертности:

$$K_{см.0} = 28\text{‰}, K_{см.1} = 5\text{‰}, K_{см.2} = 3\text{‰} \text{ и т.д.}$$

Условное поколение 10 000 человек. Предстоящее число человеко-лет жизни для данного поколения — 660 000.

1. На основании повозрастных коэффициентов смертности можно определить следующее:

$$q_0 = 0,028; q_1 = 0,005; q_2 = 0,003 \text{ и т.д.}$$

$$\text{Далее: } p_0 = 1 - q_0 = 0,972; p_1 = 1 - q_1 = 0,995; p_2 = 1 - q_2 = 0,997 \text{ и т.д.}$$

2. Определив вероятность дожить до возраста x (p_x), рассчитаем число доживающих до возраста $x + 1$ ($l_{x+1} = l_x \cdot p_x$):

$$l_0 = 10\,000 \text{ (по условию);}$$

$$l_1 = l_0 \cdot p_0 = 10\,000 \cdot 0,972 = 9720;$$

$$l_2 = l_1 \cdot p_1 = 9720 \cdot 0,995 = 9671;$$

$$l_3 = l_2 \cdot p_2 = 9671 \cdot 0,997 = 9642 \text{ и т.д.}$$

3. Число живущих в возрасте x лет (L_x) представляет собой среднюю величину из числа доживающих до возраста x и до возраста $(x + 1)$, следовательно:

$$L_0 = \frac{l_0 + l_1}{2} = \frac{10\,000 + 9720}{2} = 9860;$$

$$L_1 = \frac{l_1 + l_2}{2} = \frac{9720 + 9671}{2} = 9695,5;$$

$$L_2 = \frac{l_2 + l_3}{2} = \frac{9671 + 9642}{2} = 9656,5 \text{ и т.д.}$$

4. Определим число предстоящих человеко-лет жизни для разных возрастов:

$$T_0 = 660\,000 \text{ по условию,}$$

$$T_1 = \sum L_{0-x} = T_0 - L_0 = 660\,000 - 9860 = 650\,140;$$

$$T_2 = \sum L_{1-x} = T_1 - L_1 = 650\,140 - 6995,5 = 640\,444,5;$$

$$T_3 = \sum L_{2-x} = T_2 - L_2 = 640\,444,5 - 9656,6 = 630\,788 \text{ и т.д.}$$

5. Средняя продолжительность предстоящей жизни населения определяется как $\frac{T_x}{l_x}$.

Следовательно:

$$e_0^0 = \frac{T_0}{l_0} = \frac{660\,000}{10\,000} = 66 \text{ (лет);}$$

$$e_0^1 = \frac{T_1}{l_1} = \frac{650\,140}{9720} = 66,9 \text{ (лет);}$$

$$e_0^2 = \frac{T_2}{l_2} = \frac{640\,444,5}{9671} = 66,2 \text{ (лет);}$$

$$e_0^3 = \frac{T_3}{l_3} = \frac{630\,788}{9642} = 65,4 \text{ (лет) и т.д.}$$

Полученные данные можно представить в виде следующей таблицы смертности.

x	l_x	p_x	q_x	L_x	T_x	e_0^x	P_x
0	10 000	0,972	0,028	9860	660 000	66	0,9833
1	9 720	0,995	0,005	9695,5	650 140	66,9	0,9960
2	9 671	0,997	0,003	9656,5	640 444,5	66,2	...
3	9 642	630 788
...
...
100
				660 000			

Перспективную численность населения по отдельным половозрастным группам можно рассчитывать, используя показатели таблиц смертности (коэффициент дожития $P_x = \frac{L_{x+1}}{L_x}$).

14.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 14.1. Каковы объекты наблюдения и основные источники информации для статистики населения?
- 14.2. По каким группировкам изучается состав населения?
- 14.3. Какие понятия населения используются при проведении переписи населения и при сборе текущих данных?
- 14.4. Опишите половозрастную пирамиду населения и постройте ее на основании данных статистических сборников.
- 14.5. Перечислите основные показатели естественного движения населения и напишите формулы их расчета. Какие специфические единицы измерения используются для расчета этих показателей?
- 14.6. Перечислите основные показатели, характеризующие миграцию населения, и напишите формулы их расчета.
- 14.7. Перечислите основные показатели, характеризующие общее изменение населения и напишите формулы их расчета.
- 14.8. Для каких целей строится таблица смертности? Назовите основные показатели таблицы и средней продолжительности жизни.
- 14.9. Как рассчитывается перспективная численность населения?
- 14.10. Площадь области составляет 4100 км². На ее территории расположено 1045 населенных пунктов с общей численностью жителей 2135 тыс. человек. Определите показатели близости расположения населенных пунктов и плотности населения.
- 14.11. Определите численность наличного населения города, если известно, что постоянное население составляет 244 100 человек, временно проживающие — 3620 человек, временно отсутствующие — 4840 человек.
- 14.12. Известны следующие данные о численности населения Российской Федерации за ряд лет.

Год*	Население, млн человек	В том числе	
		мужчины	женщины
1959	117,5	52,4	65,1
1970	129,9	59,1	70,8
1979	137,4	63,2	74,2
1989	147,0	68,7	78,3
2002	145,2	67,6	77,6
2003	145,0	67,5	77,5
2004	144,2	67,0	77,2
2005	143,5	66,6	76,9
2006	142,8	66,2	76,6

* Данные за 1959, 1970, 1979, 1989 и 2002 гг. приведены на критические моменты переписи населения, остальные данные — на 1 января соответствующих лет. Данные относятся к наличному населению.

Требуется рассчитать динамику численности всего населения, численности мужчин и женщин, цепные темпы прироста, удельный вес мужчин и женщин во всем населении. Сколько приходится мужчин на 1000 женщин? Проанализируйте полученные результаты. Данные представьте в виде таблицы.

- 14.13. Численность населения области на 1 января 2006 г. составляла 4840 тыс. человек, на 1 апреля — 4868 тыс. человек, на 1 июля — 4920 тыс. человек, на 1 октября — 4910 тыс. человек, на 1 января 2007 г. — 4900 тыс. человек. Определите среднюю численность населения за период.
- 14.14. Численность населения города в 2006 г. составляла: по состоянию на 1 января — 2435 тыс. человек, на 1 марта — 2440 тыс. человек, на 1 июня — 2542 тыс. человек, на 31 декабря — 2550 тыс. человек. Определите среднюю численность населения города в 2006 г.
- 14.15. Численность населения города составила (человек): на 1 января — 580 520; на 1 февраля — 580 540; на 1 марта — 280 280; на 1 апреля — 580 600; на 1 июля — 580 620; на 1 октября — 580 690; на 1 января следующего года — 580 700.
Определите среднюю численность населения города в I квартале, в первом полугодии и за год в целом.
- 14.16. Численность населения города на 1 января 2006 г. составляла 590 620 человек. В течение года родилось 8600 человек, умерло 6800 человек. Сальдо миграции за этот период равнялось нулю. Определите численность населения на конец года, среднегодовую численность населения, абсолютный естественный прирост жителей города за год. Рассчитайте коэффициенты естественного прироста, общей рождаемости, общей смертности и жизненности населения.
- 14.17. Численность населения района на 1 января 2006 г. составляла 442 650 человек. В течение 2006 г. родилось 5312 человек, умерло 5980 человек, прибыло на постоянное жительство 2350 человек, выбыло 1200 человек. Определите:
- а) коэффициенты общей рождаемости, общей смертности, естественного прироста населения;
 - б) сальдо миграции, объем миграции, общий коэффициент интенсивности миграции (миграционного прироста), коэффициенты интенсивности миграционного оборота и эффективности миграции;
 - в) общий прирост населения за период и коэффициент общего прироста населения.
- 14.18. Численность населения города на 20 января 2006 г. составляла 850 тыс. человек. За период с 1 по 19 января включительно родилось 850 чело-

век, умерло 530 человек, приехало на постоянное место жительства 200 человек, а выехавших не было. За 2006 г. родилось 9200, умерло 12 200, приехало на постоянное жительство 2300, выехало 1301 человек. Рассчитайте:

- а) среднюю численность населения за 2006 г.;
- б) коэффициенты рождаемости, смертности и естественного прироста (изменения) населения;
- в) коэффициенты интенсивности миграции по прибытию и выбытию и общей интенсивности миграции населения (миграционного прироста);
- г) коэффициент интенсивности миграционного оборота;
- д) коэффициент эффективности миграции;
- е) коэффициент общего прироста населения.

14.19. Коэффициент общей рождаемости в районе А составляет 12‰, а в районе Б — 13,8‰. Известно, что среднегодовая численность населения в районе Б в 3 раза больше, чем среднегодовая численность населения района А. Определите коэффициент общей рождаемости по двум районам вместе.

14.20. Известны следующие данные по населенному пункту на начало года, тыс. человек: наличное население — 650; временно проживающие — 6, временно отсутствующие — 4. В течение года произошли следующие изменения (тыс. человек): родилось всего — 9, в том числе у постоянных жителей — 8,5; умерло всего — 8, в том числе из числа постоянных жителей — 7,2; прибыло на постоянное жительство — 5, выехало на постоянное жительство (из числа постоянных жителей) — 4,3. Численность временно проживающих на конец года уменьшилась на 1,6 тыс. человек, а численность временно отсутствующих увеличилась на 1,5 тыс. человек.

Определите:

- а) численность постоянного населения на начало и конец года;
- б) численность наличного населения на конец года;
- в) среднегодовую численность постоянного населения;
- г) показатели естественного и миграционного движения постоянного населения.

14.21. Известны следующие данные за 2006 г. по региону:

- численность населения, тыс. человек, на начало года — 1420; на конец года — 1473;
- коэффициент естественного прироста населения, ‰ — 2,9;
- коэффициент жизненности, — 1,26;
- число детей, умерших в возрасте до одного года, человек — 395;

- доля женщин в возрасте 15—49 лет в общей численности населения, % — на начало года — 31, на конец года — 33.

Охарактеризуйте естественное и миграционное движение населения региона в 2006 г. с помощью известных вам абсолютных и относительных показателей.

14.22. Известны следующие данные по региону за 2006 г.:

- численность населения, тыс. человек: на 1 января — 640; на 1 марта — 642; на 1 января 2007 г. — 645;
- число умерших, человек — 7680;
- число выбывших на постоянно жительство в другие населенные пункты, человек — 2000;
- коэффициент жизненности, —1,26;
- доля женщин в общей численности населения, % — 57,8;
- доля женщин в возрасте 15—49 лет в общей численности, % женщин — 35,9.

Определите:

- а) коэффициенты рождаемости, смертности, естественного и механического прироста населения;
- б) число родившихся;
- в) число прибывших на постоянно жительство из других населенных пунктов;
- г) специальный коэффициент рождаемости.

14.23. Численность населения города на начало года составляла 78 тыс. человек. За год родилось 820 человек, умерло 800 человек. Сальдо миграции составило 160 человек. Число женщин в возрасте 15—49 лет в среднем за год составило 24,1 тыс. человек.

Определите:

- а) общие коэффициенты рождаемости и смертности;
- б) специальный коэффициент рождаемости;
- в) коэффициенты естественного, миграционного и общего (разными способами) прироста населения.

14.24. Население районного центра в 2001 г. в среднем составляло 156 тыс. человек. В течение года родилось 1104 человек, умерло 1200 человек. В общей численности населения женщины в возрасте от 15 до 49 лет составляли 30%.

Определите:

- а) общие коэффициенты рождаемости и смертности;
- б) специальный коэффициент рождаемости;
- в) коэффициент жизненности.

14.25. Специальный коэффициент рождаемости в городе составил 48%, число родившихся — 4,8 тыс. человек, число умерших — 3,1 тыс. человек, доля женщин в возрасте 15—49 лет в общей численности населения составила 26%, сальдо миграции — 3,9 тыс. человек.

Определите коэффициенты общей рождаемости, общей смертности, общего прироста населения, жизненности.

14.26. В одном из районов доля женщин в возрасте 15—49 лет в общей численности женщин составила 45,8%, а доля женщин в общей численности населения — 52,4%. Специальный коэффициент рождаемости равен 38%.

Определите общий коэффициент рождаемости для этого района.

14.27. Известны следующие данные о численности женщин на 1 января 2006 г. в населенном пункте и коэффициенты дожития (из таблиц смертности и средней продолжительности жизни).

Возраст, лет	Число женщин	Коэффициент дожития
25	5 684	0,99929
26	5 724	0,99926
27	5 784	0,99924
28	5 854	0,99920
29	5 914	0,99918

Определите ожидаемую численность женщин в возрасте 29 и 30 лет на 01.01.2009 без учета миграции.

14.28. Известны следующие данные:

- число человеко-лет предстоящей жизни от возрасте 5 лет и до предельного возраста — 6 560 186;
- среднее число живущих в возрасте 5 лет — 97 860 человек;
- число доживающих до 5 лет — 98 500 человек.

Заполните строку таблицы смертности для возраста 5 лет. Определите среднюю продолжительность предстоящей жизни для лиц, достигших возраста 6 лет.

14.29. Известны следующие данные о повозрастных коэффициентах смертности: для детей в возрасте до года — 25,1‰ (K_0), для детей, достигших возраста 1 год, — 4,5‰ (K_1), для детей, достигших возраста 2 года, — 3,9‰ (K_2), для детей, достигших возраста 3 года, — 2,8‰ (K_3), для детей, достигших возраста 4 года, — 0,8‰ (K_4). Сумма предстоящих человеко-лет жизни для совокупности родившихся (10 тыс. человек) составляет 640 000.

Составьте таблицу смертности для данных возрастных групп и определите среднюю ожидаемую продолжительность предстоящей жизни для возраста 0, 1, 2, 3, 4 года.

14.30. Имеем следующие данные о численности лиц 18—20-летнего возраста: 18 лет — 220 тыс. человек, 19 лет — 210 тыс. человек, 20 лет — 205 тыс. человек.

Определите численность лиц указанных возрастов через один и два года, располагая следующими погодными коэффициентами дожития: 18 лет — 0,9993; 19 лет — 0,9986; 20 лет — 0,9981; 21 год — 0,9978.

14.31. По следующим данным о численности и смертности населения по возрастным группам в двух районах определите для каждого района:

- а) стандартизированные коэффициенты смертности;
- б) средние коэффициенты смертности по фактическим весам.

Возрастная группа, лет	Район А		Район Б		Стандартизированная возрастная структура населения, %
	численность населения, человек	коэффициенты смертности по возрастным группам, ‰	численность населения, человек	коэффициент смертности по возрастным группам, ‰	
10—19	5 800	2,1	3 150	2,9	16
20—29	5 500	3,1	2 940	3,6	14
30—39	4 650	5,2	2 520	5,2	11
40—49	4 000	8,6	2 320	9,1	10

14.32. Известны следующие данные по населенному пункту: численность населения на 1 января 2006 г. составила 62 650 человек, коэффициент естественного прироста — 5,8‰. Определите вероятную численность населения этого населенного пункта через пять лет, предположив, что миграция отсутствует, а коэффициент естественного прироста сохранится на уровне 2006 г.

ТЕМА 15. СТАТИСТИКА ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ И ЗАНЯТОСТИ НАСЕЛЕНИЯ

15.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Формирование в России рыночных отношений обусловило значительные изменения в статистике рынка труда. Появление новых показателей (экономически активное население, безработные, распределение занятых в экономике по профессиональному статусу и др.) связано также с внедрением международных статистических стандартов, которые, с одной стороны, адаптированы к условиям рыночной экономики, а с другой — их введение было необходимо в связи со вступлением России в международные экономические и финансовые организации.

В настоящее время в статистической практике рассчитываются следующие показатели:

- а) численность экономически активного населения;
- б) уровень экономической активности;
- в) численность занятых;
- г) уровень занятости населения;
- д) безработные;
- е) уровень безработицы;
- ж) численность экономически неактивного населения.

Рабочая сила в экономике классифицируется по статусу в занятости.

Пример 1. Известны следующие данные о численности экономически активного и неактивного населения, тыс. человек:

Численность населения, в том числе:	3 025
в возрасте 15—72 лет	2 375
работающие по найму	1 200
самостоятельно занятые	157
работодатели	20
помогающие на семейном предприятии	32
члены производственных кооперативов	200

Продолжение

лица, не имеющие работу, ищущие ее и готовые приступить к работе (ранее работавшие)	190
лица, впервые ищущие работу	7
лица младших возрастов	70
учащиеся трудоспособного возраста с отрывом от производства	200
лица, занятые ведением домашнего хозяйства, уходом за детьми	190
пенсионеры и инвалиды	680
работающие, пенсионного возраста	40
работающие, младше трудоспособного возраста	13
не работающие, трудоспособного возраста, которым нет необходимости работать	20
не имеющие работу длительное время, прекратившие поиски, но готовые работать	6

Определим следующие показатели:

- 1) численность занятых в экономике (З), тыс. человек:

$$З = 1200 + 157 + 20 + 32 + 200 + 40 + 13 = 1662;$$

- 2) численность безработных (Б), тыс. человек:

$$Б = 190 + 7 = 197;$$

- 3) численность экономически активного населения (ЭА), тыс. человек:

$$ЭА = З + Б = 1662 + 197 = 1859;$$

- 4) численность экономически неактивного населения ($Э_{на}$), тыс. человек:

$$Э_{на} = 70 + 200 + 190 + 680 + 20 + 6 = 1166;$$

- 5) уровень экономической активности ($К_{эа}$):

$$К_{эа} = \frac{ЭА}{N_{(15-72)}} \cdot 100 = \frac{1859}{2375} \cdot 100 = 78,3 (\%),$$

где N_{15-72} — численность населения в возрасте 15—72 лет;

- 6) уровень занятости ($К_z$):

$$К_z = \frac{З}{ЭА} \cdot 100 = \frac{1662}{1859} \cdot 100 = 89,4 (\%),$$

$$\text{или } 100\% - К_6 = 100 - 10,6 = 89,4 (\%);$$

7) уровень безработицы (K_6):

$$K_6 = \frac{Б}{ЭА} \cdot 100 = \frac{197}{1859} \cdot 100 = 10,6 (\%),$$

$$\text{или } 100\% - K_3 = 100 - 89,4 = 10,6 (\%).$$

Население подразделяется на две группы: *люди трудоспособного и нетрудоспособного возраста*. На основании этих данных можно рассчитать показатели демографической нагрузки.

Для того чтобы получить информацию о формировании трудового потенциала страны, развитии рынка труда, состоянии занятости и безработицы, структуре занятых по отраслям экономики, формам собственности, регионам и т.д.; для изучения резервов рабочей силы в целом для страны, источников их пополнения и направлений выбытия рабочей силы и других вопросов, составляется баланс трудовых ресурсов.

Такой баланс позволяет рассчитать ряд показателей, характеризующих трудоспособность и занятость населения: коэффициенты трудоспособности всего населения, населения трудоспособного возраста; коэффициенты занятости всего населения, населения трудоспособного возраста; коэффициент занятости трудовых ресурсов, коэффициент экономической активности трудовых ресурсов.

Баланс трудовых ресурсов составляется раз в год в целом по стране, по республикам Российской Федерации, краям и областям, в том числе по городской и сельской местности.

Пример 2. Известны следующие данные о численности трудовых ресурсов региона и их составе на 1 января 2006 г., тыс. человек:

Численность населения региона	8 775
Численность мужчин трудоспособного возраста (16—59 лет)	4 642
Численность женщин трудоспособного возраста (16—54 лет)	4 133
Численность неработающих инвалидов труда и войны I и II групп трудоспособного возраста	133
Численность лиц трудоспособного возраста, получающих пенсию на льготных условиях	150
Занятые в экономике	5 500
Число работающих подростков	50
Число работающих лиц пенсионного возраста	440
Число лиц моложе 16 лет	3 287
Число лиц старше пенсионного возраста (неработающие и работающие)	2 889
Число лиц трудоспособного возраста, обучающихся с отрывом от производства	710

Определим следующие показатели (тыс. человек):

1) численность населения трудоспособного возраста ($S_{ТВ}$):

$$S_{ТВ} = S_{\text{муж}} + S_{\text{жен}} = 4642 + 4133 = 8775;$$

2) численность трудоспособного населения в трудоспособном возрасте ($S_{ТТ}$):

$$S_{ТТ} = 8775 - 133 - 150 = 8492;$$

3) численность трудовых ресурсов ($S_{ТР}$):

$$S_{ТР} = 8492 + 50 + 440 = 8982;$$

4) коэффициенты, характеризующие демографическую нагрузку трудоспособного населения, %:

— коэффициент потенциального замещения:

$$K_{ПЗ} = \frac{S_{0-15}}{S_{ТВ}} \cdot 1000 = \frac{3287}{8775} \cdot 1000 = 375,$$

— коэффициент «пенсионной нагрузки»:

$$K_{ПН} = \frac{S_{ПВ}}{S_{ТВ}} \cdot 1000 = \frac{2889}{8775} \cdot 1000 = 329,$$

— коэффициент общей нагрузки:

$$K_{ОБ.Н} = \frac{S_{0-15} + S_{ПВ}}{S_{ТВ}} \cdot 1000 = \frac{3287 + 2889}{8775} \cdot 1000 = 704$$

$$\text{или } K_{ОБ.Н} = K_{ПЗ} + K_{ПН} = 375 + 329 = 704.$$

Эти данные свидетельствуют о том, что на 1000 человек трудоспособного возраста приходится 375 человек младших возрастов и 279 пенсионеров, что составляет общую демографическую нагрузку в 654 человека (или 65,4%).

15.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 15.1. Дайте определение экономически активного населения.
- 15.2. Назовите основные группировки, используемые для изучения состава экономически активного населения, занятых и безработных.
- 15.3. Какие показатели характеризуют уровни экономической активности, занятости и безработицы?
- 15.4. Дайте определение экономически неактивного населения.
- 15.5. Дайте определение занятого населения.
- 15.6. Как распределяется работающее население по статусу занятости?
- 15.7. Как исчисляются показатели демографической нагрузки населения?
- 15.8. Дайте определение трудовых ресурсов. Как вычисляется численность трудовых ресурсов?
- 15.9. Опишите структуру баланса трудовых ресурсов. Назовите показатели, характеризующие трудоспособность и занятость населения.
- 15.10. Какие источники информации о рынке труда вы знаете?
- 15.11. Известны данные о численности экономически активного населения и занятых в экономике Российской Федерации за ряд лет, тыс. человек.

Показатель	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Экономически активное население	72 332	71 441	72 629	73 198	73 359	74 261
Занятые в экономике	64 517	64 980	65 574	65 979	66 407	66 792

Рассчитайте динамику экономически активного населения, занятых и безработных. Определите базисные (2000 = 100) и цепные абсолютные приросты (снижения), темпы роста (снижения) и прироста (снижения) экономически активного населения, занятых и безработных. Рассчитайте для этих показателей средние темпы роста (снижения) и прироста (снижения) за 2000—2005 гг. Сделайте выводы на основании результатов расчетов.

- 15.12. Численность экономически активного населения в Российской Федерации в 2005 г. составила 74,3 млн человек, численность занятых — 66,8 млн человек, а населения в целом — 143,5 млн человек. Рассчитайте:
 - а) численность безработных;
 - б) коэффициент экономической активности населения;
 - в) коэффициенты занятости и безработицы.
- 15.13. Численность занятых в городе на 1 января 2006 г. составила 482 тыс. человек, на 1 апреля 2006 г. — 486 тыс. человек, на 1 июня 2006 г. —

491 тыс. человек, на 1 октября 2006 г. — 490 тыс. человек, на 1 января 2007 г. — 492 тыс. человек. Численность безработных на соответствующие даты составила: 34 тыс. человек, 40 тыс. человек, 32 тыс. человек, 35,4 тыс. человек, 40 тыс. человек.

Определите:

- а) среднюю численность занятых, безработных, экономически активного населения за 2006 г.;
- б) коэффициенты занятости и безработицы за этот период.

15.14. Численность экономически активного населения региона составила 19 808 тыс. человек, безработных — 846 тыс. человек, населения в целом — 37 546 тыс. человек.

Определите уровень экономической активности населения, занятости и безработицы в регионе.

15.15. Численность населения области — 3,5 млн человек, в том числе 62,9% трудоспособного возраста, численность безработных — 130 тыс. человек, что составляет 7,1% экономически активного населения.

Рассчитайте:

- а) численность экономически активного населения;
- б) уровни экономической активности и занятости населения.

15.16. Экономически активное население Российской Федерации в 2005 г. составило 74,3 млн человек, в том числе мужчин — 51%. Коэффициент безработицы у мужчин 7,9%, у женщин — 7,0%.

Определите:

- а) уровень безработицы;
- б) численность занятых мужчин и женщин;
- в) уровень занятости для мужчин, женщин и в целом для лиц обоего пола;
- г) структуру занятых и безработных по полу.

15.17. На дату обследования населения области по проблемам занятости в феврале 2007 г. (обследовались лица 15—72 лет) получены следующие данные, тыс. человек.

Работающие по найму	940
Самостоятельно занятые	109
Работодатели	10
Члены производственных кооперативов	170
Помогающие на семейном предприятии	18
Лица, ранее работавшие, не имеющие работу и ищущие ее	50
Лица, впервые ищущие работу	10

Продолжение

Лица, не имеющие работу длительное время, прекратившие поиски работы, но готовые работать	3
Учащиеся работоспособного возраста с отрывом от производства	104
Лица трудоспособного возраста, занятые домашним хозяйством и уходом за детьми	156
Лица младших возрастов	42
Неработающие пенсионеры и инвалиды	564
Неработающие лица трудоспособного возраста, у которых нет необходимости работать	22

Определите:

- а) численность экономически активного населения, в том числе:
 - занятых,
 - безработных;
- б) численность экономически неактивного населения;
- в) уровни экономической активности населения (в возрасте 15—72 лет), занятости и безработицы.

Проведите группировку экономически активного населения по статусу в занятости и определите структуру занятости.

15.18. В городе проживает 51 тыс. человек в возрасте до 16 лет, мужчин в возрасте от 16 до 59 лет — 106 тыс. человек, женщин в возрасте от 16 до 54 лет — 90 тыс. человек и 63 тыс. человек старше трудоспособного возраста. Численность неработающих инвалидов I и II групп трудоспособного возраста и неработающие пенсионеры этой возрастной категории составляет 1,5% от общего числа лиц трудоспособного возраста. Известно, что в городе работает 176 тыс. жителей, из них 168 тыс. человек трудоспособного возраста. Численность безработных составляет 3,5 тыс. человек.

Определите:

- а) долю населения в трудоспособном возрасте;
- б) коэффициенты пенсионной нагрузки, потенциального замещения и общей нагрузки населения трудоспособного возраста;
- в) численность трудовых ресурсов, экономически активного населения;
- г) коэффициенты трудоспособности всего населения и населения в трудоспособном возрасте;
- д) коэффициенты занятости всего населения, населения трудоспособного возраста, трудоспособного населения трудоспособного возраста, экономически активного населения;
- е) уровни безработицы и экономической активности населения.

- 15.19.** Определите коэффициент трудоспособности населения трудоспособного возраста, если известно, что коэффициент трудоспособности всего населения составил 52%, а доля населения в нетрудоспособном возрасте — 43%.
- 15.20.** Как изменилась численность всего населения города, если известно, что численность населения в трудоспособном возрасте выросла на 1,65%, коэффициент трудоспособности всего населения — на 0,345%, а коэффициент трудоспособности населения трудоспособного возраста — на 2,1%?
- 15.21.** Численность населения города на начало года составила 1308 тыс. человек. В течение года родилось 11,9 тыс. человек, за этот же период умерло 13,4 тыс. человек, сальдо миграции составило 3,1 тыс. человек. Численность мужчин в возрасте 16—59 лет составила 420 тыс. человек, а женщин в возрасте 16—54 — 390 тыс. человек. Численность неработающих инвалидов I и II групп и пенсионеров трудоспособного возраста достигла 13,2 тыс. человек. Определите потенциальную численность трудовых ресурсов в этом городе через четыре года при условии, что в течение этого периода сохранятся указанные тенденции в движении населения.
- 15.22.** Известны следующие данные о распределении безработных по продолжительности поиска работы.

Продолжительность безработицы (количество месяцев)	Число безработных
До 3 месяцев	1 589
От 3 до 6 месяцев	862
От 6 до 12 месяцев	1 119
Более 1 года	2 026

Определите:

- а) среднюю продолжительность безработицы;
- б) медианную продолжительность безработицы.

ТЕМА 16. МАКРОЭКОНОМИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

16.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Система национальных счетов (СНС) — это система статистических показателей, используемая в большинстве стран мира для анализа макроэкономических процессов.

Взаимосвязь основных макроэкономических показателей СНС, характеризующих результаты экономической деятельности на разных стадиях воспроизведенного цикла, можно представить следующим образом:

- 1) валовой внутренний продукт (ВВП);
- 2) потребление основного капитала;
- 3) чистый внутренний продукт (п. 1 – п. 2);
- 4) сальдо первичных доходов, полученных резидентами данной страны от нерезидентов и переданных им;
- 5) валовой национальный доход (ВНД) (п. 1 + п. 4);
- 6) чистый национальный доход (п. 3 + п. 4);
- 7) сальдо текущих трансфертов, полученных резидентами данной страны от нерезидентов и переданных им;
- 8) валовой национальный располагаемый доход (ВНРД) (п. 5 + п. 7);
- 9) конечное потребление;
- 10) валовое национальное сбережение (НС) (п. 8 – п. 9);
- 11) сальдо капитальных трансфертов, полученных резидентами данной страны от нерезидентов и переданных им;
- 12) изменение в валовой стоимости собственного капитала в результате сбережения и капитальных трансфертов (п. 10 + п. 11);
- 13) валовое накопление;
- 14) чистое приобретение земли и других нефинансовых произведенных активов;
- 15) чистое кредитование (+) или заимствование (–), включая статистическое расхождение (ЧК) (п. 12 – п. 13 – п. 14).

Валовой внутренний продукт — это рыночная стоимость всех товаров и услуг, произведенных резидентами за период для конечного использования.

Потребление основного капитала представляет собой уменьшение стоимости основного капитала в процессе производства.

Валовой внутренний продукт за минусом потребления основного капитала называется *чистым внутренним продуктом*.

Первичные доходы — доходы, формирующиеся у экономических субъектов в результате их непосредственного или косвенного участия в процессе производства. К этой категории относятся оплата труда наемных работников, чистые налоги на производство, прибыль, смешанные доходы, а также доходы, получаемые в результате передачи другим экономическим субъектам финансовых и нефинансовых произведенных материальных активов для временного использования в процессе производства (доходы от собственности).

Текущие трансферты — это текущие налоги на доходы, страховые платежи и возмещения, отчисления на социальное страхование, социальные пособия, добровольные взносы и подарки, не имеющие капитального характера, и т.п.

Конечное потребление — приобретение потребительских товаров и услуг домашними хозяйствами, органами государственного управления и некоммерческими организациями, обслуживающими домашние хозяйства.

Капитальные трансферты представляют собой безвозмездную передачу прав собственности на активы (кроме наличных денег и материальных оборотных средств) или средств для их приобретения от одного экономического субъекта другому.

Валовое накопление включает накопление основного капитала, изменение запасов материальных оборотных средств, а также чистое приобретение ценностей (приобретение за вычетом выбытия).

Методы исчисления валового внутреннего продукта (ВВП). ВВП может быть исчислен на каждой стадии воспроизводственного цикла соответствующим методом:

- на стадии производства товаров и услуг — производственным;
- на стадии распределения — распределительным;
- на стадии конечного использования — методом конечного использования.

Производственным методом ВВП в рыночных ценах рассчитывается как разность между суммой выпуска в основных ценах и чис-

тых налогов на продукты и импорт (налогов за вычетом субсидий) и промежуточным потреблением.

Распределительным методом ВВП исчисляется как сумма первичных доходов, распределенных между непосредственными участниками процесса производства, т.е. как сумма оплаты работодателями-резидентами труда наемных работников (резидентов и нерезидентов), выплат предприятиями-резидентами чистых налогов на производство и импорт, а также валовой прибыли и валовых смешанных доходов, оставшихся у производителей-резидентов.

Методом конечного использования ВВП рассчитывается как сумма конечного потребления и валового накопления с учетом сальдо экспорта и импорта товаров и услуг.

Оценки ВВП, полученные разными методами, как правило, не совпадают. Разность между оценками ВВП, рассчитанными производственным методом и методом конечного использования, отражается в специальном показателе «Статистическое расхождение».

Система статистических показателей, характеризующих экономическую деятельность, представлена в СНС в виде счетов и балансовых таблиц. Каждой стадии процесса воспроизводства (стадии производства, первичного распределения доходов, вторичного распределения доходов, использования доходов на конечное потребление и накопление) соответствует *специальный счет* или *группа счетов*.

Пример 1. Известны следующие данные по России за 2006 г., в текущих ценах; млрд руб.

Выпуск товаров и услуг в основных ценах	45 891,3
Промежуточное потребление	23 023,5
Налоги на производство и импорт	5 521,1
в том числе налоги на продукты и импорт	4 069,4
Субсидии на производство и импорт	163,0
в том числе субсидии на продукты и импорт	156,1
Оплата работодателями-резидентами труда наемных работников (резидентов и нерезидентов)	11 816,1
Сальдо оплаты нерезидентами труда резидентов и резидентами труда нерезидентов	-118,7
Доходы от собственности, полученные резидентами от нерезидентов (от «остального мира»)	673,4
Доходы от собственности, переданные резидентами нерезидентам («остальному миру»)	1 326,1
Текущие трансферты, полученные резидентами от нерезидентов (от «остального мира»)	179,4

Продолжение

Текущие трансферты, переданные резидентами нерезидентам («остальному миру»)	214,5
Конечное потребление	17 742,6
Капитальные трансферты, переданные резидентами нерезидентам («остальному миру»)	17,6
Капитальные трансферты, полученные резидентами от нерезидентов (от «остального мира»)	19,9
Валовое накопление основного капитала	4 795,6
Изменение запасов материальных оборотных средств	620,2
Экспорт товаров и услуг	9 069,1
Импорт товаров и услуг	5 679,1

Рассчитаем по этим данным основные макроэкономические показатели СНС (млрд руб.) и построим основные счета.

1. ВВП, рассчитанный производственным методом, составит:

$$\begin{aligned} \text{ВВП} &= \text{Выпуск в основных ценах} + \text{Налоги на продукты и импорт} - \\ &- \text{Субсидии на продукты и импорт} - \text{Промежуточное потребление} = \\ &= 45\,891,3 + (4069,4 - 156,1) - 23\,023,5 = 26\,781,1. \end{aligned}$$

2. Валовая прибыль и смешанные доходы = ВВП (исчисленный производственным методом) – Оплата труда резидентами – Налоги на производство и импорт + Субсидии на производство и импорт = $26\,781,1 - 11\,816,1 - (5521,1 - 163,0) = 9606,9$.

3. ВВП, исчисленный распределительным методом, равен:
 $9606,9 + 11\,816,1 + (5521,1 - 163,0) = 26\,781,1$.

4. Методом конечного использования ВВП исчисляется следующим образом:

$$\text{ВВП} = \text{Конечное потребление} + \text{Валовое накопление} + \text{Экспорт} - \text{Импорт} = 17\,742,6 + 4795,6 + 620,2 + 9\,069,1 - 5679,1 = 26\,548,4.$$

5. Статистическое расхождение определяется как разность между ВВП, рассчитанным производственным методом (26 781,1), и ВВП, рассчитанным методом конечного использования (26 548,4). В нашем примере оно составляет 232,7.

6. Валовой национальный доход (ВНД) можно рассчитать следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{ВНД} &= \text{ВВП} + \text{Сальдо оплаты нерезидентами труда резидентов и резидентами труда нерезидентов} + \text{Сальдо доходов от собственности} = \\ &= 26\,781,1 - 118,7 + 673,4 - 1326,1 = 26\,009,7. \end{aligned}$$

7. Валовой национальный располагаемый доход (ВНРД) равен:

$$\text{ВНРД} = 26\,009,7 + 179,4 - 214,5 = 25\,974,6.$$

8. Валовое национальное сбережение (НС) рассчитывается следующим образом:

$$\text{НС} = 25\,974,6 - 17\,742,6 = 8\,232,0.$$

9. Чистое кредитование (чистое заимствование) = Национальное сбережение + Сальдо капитальных трансфертов – Валовое накопление = $8\,232,0 + 19,9 - 17,6 - 4\,795,6 - 620,2 = 2\,818,5$.

Построим основные счета по данным примера.

Счет товаров и услуг в текущих ценах, млрд руб.

Ресурсы		Использование	
Выпуск в основных ценах	45 891,3	Промежуточное потребление	23 023,5
Налоги на продукты и импорт	4 069,4	Конечное потребление	17 742,6
Субсидии на продукты и импорт (-)	156,1	Валовое накопление	4 795,6 + 620,2
Импорт	5 679,1	Экспорт	9 069,1
		Статистическое расхождение	232,7
Итого	55 483,7	Итого	55 483,7

Счет производства в текущих ценах, млрд руб.

Использование		Ресурсы	
Промежуточное потребление	23 023,5	Выпуск в основных ценах	45 891,3
		Налоги на продукты и импорт	4 069,4
Валовой внутренний продукт в рыночных ценах	26 781,1	Субсидии на продукты и импорт (-)	156,1
Итого	49 804,6	Итого	49 804,6

Счет образования доходов в текущих ценах, млрд руб.

Использование		Ресурсы	
Оплата труда	1 1816,1	Валовой внутренний продукт в рыночных ценах	26 781,1
Налоги на производство и импорт	5 521,1		
Субсидии на производство и импорт (-)	163,0		
Валовая прибыль экономики и валовые смешанные доходы	9 606,9		
Итого	26 781,1	Итого	26 781,1

Счет распределения первичных доходов в текущих ценах, млрд руб.

Использование		Ресурсы	
Доходы от собственности, переданные «остальному миру»	1 326,1	Валовая прибыль экономики и валовые смешанные доходы	9 606,9
		Оплата труда	1 1816,1 – – 118,7
		Налоги на производство и импорт	5 521,1
		Субсидии на производство и импорт (-)	163,0
Валовой национальный доход	26 009,7	Доходы от собственности, полученные от «остального мира»	673,4
Итого	27 335,8	Итого	27 335,8

Счет вторичного распределения доходов в текущих ценах, млрд руб.

Использование		Ресурсы	
Текущие трансферты, переданные «остальному миру»	214,5	Валовой национальный доход	26 009,7
		Текущие трансферты, полученные от «остального мира»	179,4
Валовой национальный располагаемый доход	25 974,6		
Итого	26 189,1	Итого	26 189,1

**Счет использования располагаемого дохода
в текущих ценах, млн руб.**

Использование		Ресурсы	
Конечное потребление	17 742,6	Валовой национальный располагаемый доход	25 974,6
Национальное сбережение	8 232,0		
Итого	25 974,6	Итого	25 974,6

Счет операций с капиталом в текущих ценах, млн руб.

Изменения в активах		Изменения в собственном капитале	
Валовое накопление основного капитала	4 795,6	Национальное сбережение	8 232,0
Изменение запасов материальных оборотных средств	620,2	Капитальные трансферты, полученные от «остального мира» (+)	19,9
Чистое кредитование/заимствование	2 818,5	Капитальные трансферты, переданные «остальному миру» (-)	17,6
Итого	8 234,3	Итого	8 234,3

Под национальным богатством понимается совокупность ресурсов страны (экономических активов), необходимых для производства товаров (работ, услуг) и обеспечения жизни людей. В настоящее время в статистической практике России показатель национального богатства исчисляется по методологии, в большей степени соответствующей основным принципам построения баланса народного хозяйства. В статистических сборниках приводятся данные о национальном богатстве как совокупности произведенных и накопленных материальных благ (образующих национальное имущество) и природных ресурсов, вовлеченных в экономический оборот. Важнейшую часть национального богатства составляют основные фонды.

16.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 16.1.** Дайте определение системы национальных счетов.
- 16.2.** Когда, где и почему возникла СНС?
- 16.3.** Кто и когда предложил термины «национальные счета» и «национальное счетоводство»?
- 16.4.** Какие международные стандарты по СНС вы знаете?
- 16.5.** Какое место занимает международный стандарт по СНС в системе международных стандартов по статистике и учету?
- 16.6.** Подберите каждому из приведенных ниже положений, отмеченных буквами, соответствующий термин или понятие (последние отмечены цифрами).

Положения:

- а) стоимость произведенных товаров и услуг в основных ценах за вычетом промежуточного потребления;
- б) отчисления от прибыли (дохода) за использование заемных финансовых и нефинансовых произведенных материальных активов в процессе производства в пользу собственников активов;
- в) первичные доходы, полученные резидентами от участия в процессе производства ВВП своей страны и других стран;
- г) сумма расходов на конечное потребление домашних хозяйств, государственных учреждений, некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства;
- д) стоимость потребленных в процессе производства товаров и рыночных услуг (за исключением потребления основного капитала);
- е) часть валовой добавленной стоимости, оставшаяся у производителя после вычета расходов, связанных с оплатой труда наемных работников, и чистых налогов на производство и импорт;
- ж) стоимость произведенных резидентами за период товаров и оказанных услуг;
- з) часть располагаемого дохода, не израсходованная на конечное потребление товаров и услуг;
- и) сумма валовой добавленной стоимости по отраслям (секторам) плюс чистые налоги на продукты и импорт минус косвенно измеряемые услуги финансового посредничества;
- к) сумма доходов, которые резиденты могут использовать для конечных потребительских расходов и для сбережений;
- л) регулярные перераспределительные потоки доходов на безвозмездной основе;

- м) рыночная стоимость конечных товаров и услуг, произведенных резидентами в текущем периоде;
- н) заработная плата наемных работников, выплаты социального характера за счет предприятий, фактические отчисления страховых взносов в государственные фонды социального страхования;
- о) сумма конечного потребления, валового накопления основных фондов, изменения запасов материальных оборотных средств, сальдо экспорта и импорта;
- п) сумма расходов на конечное потребление домашних хозяйств и социальных трансфертов в натуральной форме.

Термины:

- 1) фактическое конечное потребление домашних хозяйств;
- 2) сбережение;
- 3) доходы от собственности;
- 4) валовая прибыль (смешанный доход);
- 5) промежуточное потребление;
- 6) валовая добавленная стоимость;
- 7) исчисление ВВП производственным методом;
- 8) расходы на конечное потребление;
- 9) валовой национальный доход;
- 10) исчисление ВВП методом конечного использования;
- 11) оплата труда наемных работников;
- 12) текущие трансферты;
- 13) национальный располагаемый доход;
- 14) валовой внутренний продукт;
- 15) выпуск товаров и услуг.

16.7. К резидентам относятся:

- а) все институциональные единицы, занимающиеся ведением экономической деятельности, независимо от сроков пребывания в стране;
- б) все граждане данной страны;
- в) все институциональные единицы, ведущие экономическую деятельность на экономической территории страны в течение года или более;
- г) все проживающие на территории данной страны.

16.8. Если просуммировать сальдо первичных доходов по пяти секторам экономики, то получим:

- а) валовой национальный доход;
- б) валовой национальный располагаемый доход;
- в) валовую добавленную стоимость;
- г) валовой внутренний продукт.

- 16.9.** Если к валовому внутреннему продукту прибавить сальдо первичных доходов, полученных от «остального мира» и переданных ему, то получим:
- чистый национальный располагаемый доход;
 - валовой национальный доход;
 - валовой национальный располагаемый доход.
- 16.10.** Если просуммировать сальдо валовых первичных доходов по всем секторам и вычесть потребление основного капитала, то получим:
- чистый национальный располагаемый доход;
 - валовой национальный располагаемый доход;
 - валовой национальный доход;
 - чистый национальный доход.
- 16.11.** Если просуммировать сальдо валовых первичных доходов по секторам и сальдо текущих трансфертов, полученных от «остального мира» и переданных ему, то получим:
- сумму расходов на конечное потребление (по экономике в целом) и валового национального сбережения;
 - валовой национальный располагаемый доход;
 - валовой национальный доход;
 - чистый национальный располагаемый доход.
- 16.12.** Если из выпуска товаров и услуг вычесть промежуточное потребление и прибавить чистые налоги на продукты и импорт, то получим:
- сальдо текущих трансфертов;
 - валовой национальный доход;
 - сальдо капитальных трансфертов;
 - валовой внутренний продукт.
- 16.13.** Напишите формулы взаимосвязи следующих показателей СНС: выпуск, промежуточное потребление, валовой внутренний продукт, чистый внутренний продукт, валовой национальный доход, чистый национальный доход, валовой национальный располагаемый доход, валовое национальное сбережение, валовое накопление, расходы на конечное потребление, фактическое конечное потребление.
- 16.14.** Заполните пропуски.

Показатель	Действие	Показатель		Результат
Валовой национальный располагаемый доход	-	Конечное потребление	=
Валовой внутренний продукт	+	=	Валовой национальный доход

Продолжение

Показатель	Действие	Показатель		Результат
Валовой национальный доход	+		=	Валовой национальный располагаемый доход
Валовая прибыль	-	=	Чистая прибыль
Выпуск	-	Промежуточное потребление	=
Валовая добавленная стоимость	-	Потребление основного капитала	=
Валовая добавленная стоимость	-	=	Валовая прибыль

16.15. Произведенный ВВП (в рыночных ценах) определяется как:

- а) сумма расходов на конечное потребление домашних хозяйств, государственных учреждений и некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства, валового накопления и сальдо внешней торговли;
- б) сумма доходов экономических единиц, полученных от экономической деятельности: оплаты труда наемных работников, валового смешанного дохода, валовой прибыли и чистых налогов на производство и импорт;
- в) сумма валовой добавленной стоимости всех отраслей экономики в основных ценах и налогов на продукты за вычетом субсидий на продукты и косвенно измеряемых услуг финансового посредничества.

16.16. В счете операции с капиталом для сектора или отрасли балансирующей статьей является:

- а) добавленная стоимость;
- б) чистое кредитование (чистое заимствование);
- в) сбережение;
- г) располагаемый доход;
- д) прибыль (смешанный доход).

16.17. В ресурсной части счета образования доходов отражаются:

- а) субсидии на производство и импорт;
- б) налоги на производство и импорт;
- в) оплата труда;
- г) валовая добавленная стоимость;
- д) валовая прибыль.

- 16.18.** Если к валовой добавленной стоимости прибавить чистые налоги на продукты и импорт и вычесть косвенно измеряемые услуги финансового посредничества, то получим:
- а) валовой внутренний продукт;
 - б) валовой национальный располагаемый доход;
 - в) валовой национальный доход.
- 16.19.** Если к налогам на продукты и импорт прибавить другие налоги на производство, то получим:
- а) налоги на производство и импорт;
 - б) налоги на доходы и имущество;
 - в) текущие налоги;
 - г) капитальные налоги.
- 16.20.** Если из валовой добавленной стоимости вычесть оплату труда, другие чистые налоги на производство и потребление основного капитала, то получим:
- а) чистый внутренний продукт;
 - б) чистую прибыль (смешанный доход);
 - в) чистый располагаемый доход.
- 16.21.** Если из валового внутреннего продукта в рыночных ценах вычесть оплату труда, чистые налоги на производство и импорт, потребление основного капитала, то получим:
- а) чистый внутренний продукт;
 - б) чистый национальный располагаемый доход;
 - в) чистую прибыль (смешанный доход);
 - г) чистый национальный доход.
- 16.22.** Если из валового внутреннего продукта вычесть налоги на продукты и импорт, прибавить косвенно измеряемые услуги финансового посредничества и субсидии на продукты и импорт, то получим:
- а) валовой национальный располагаемый доход;
 - б) сумму валовой добавленной стоимости отраслей (секторов) экономики;
 - в) выпуск в основных ценах;
 - г) валовой внутренний продукт в рыночных ценах.
- 16.23.** В разделе «Использование» счета использования располагаемого дохода отражаются:
- а) расходы на конечное потребление некоммерческих организаций, обживающих домашние хозяйства;
 - б) чистое национальное сбережение;
 - в) валовое национальное сбережение;
 - г) валовой национальный располагаемый доход;
 - д) расходы на конечное потребление домашних хозяйств.

- 16.24.** В счете производства в разделе «Использование» отражаются:
- а) валовой внутренний продукт (в рыночных ценах);
 - б) потребление основного капитала;
 - в) валовая прибыль экономики (смешанные доходы);
 - г) косвенно измеряемые услуги финансового посредничества;
 - д) чистые налоги на импорт;
 - е) промежуточное потребление;
 - ж) налоги на импорт;
 - з) расходы на оплату труда наемных работников;
 - и) субсидии на импорт;
 - к) чистые налоги на продукты;
 - л) выпуск (в основных ценах) товаров и услуг.
- 16.25.** В счете образования доходов в разделе «Использование» отражаются:
- а) валовая прибыль;
 - б) выпуск товаров и услуг;
 - в) промежуточное потребление;
 - г) валовой внутренний продукт (в рыночных ценах);
 - д) оплата труда наемных работников.
- 16.26.** Общую статью со счетом образования доходов для отрасли или сектора экономики имеет:
- а) счет использования располагаемых доходов;
 - б) счет операций с капиталом;
 - в) счет производства;
 - г) счет распределения первичных доходов;
 - д) финансовый счет.
- 16.27.** К разделу «Использование» в счете распределения первичных доходов относятся:
- а) субсидии на производство и импорт;
 - б) доходы от собственности, полученные от «остального мира»;
 - в) налоги на производство и импорт;
 - г) доходы от собственности, переданные «остальному миру»;
 - д) валовая прибыль экономики и смешанные доходы;
 - е) валовой национальный доход.
- 16.28.** Счет использования доходов составляется:
- а) по отраслям, секторам и экономике в целом;
 - б) секторам и экономике в целом;
 - в) отраслям и экономике в целом.
- 16.29.** Счет образования доходов составляется:
- а) по отраслям, секторам и экономике в целом;
 - б) секторам и экономике в целом;
 - в) отраслям и экономике в целом.

16.30. На основании следующих данных определите объем валового внутреннего продукта России в 2005 г. тремя методами и проанализируйте его динамику и структуру, в текущих ценах, млрд руб.

Выпуск товаров и услуг в основных ценах	37 008,9
Промежуточное потребление	18 480,9
Налоги на продукты и импорт	3 248,2
Другие налоги на производство	1 158,6
Оплата труда наемных работников резидентами	9 467,6
Расходы на конечное потребление:	14 363,5
Валовое накопление	4 349,9
Экспорт товаров и услуг	7 592,1
Импорт товаров и услуг	4 660,1
Индекс физического объема ВВП, % к 2004 г.	119,2
Темпы роста ВВП в текущих ценах, % к 2004 г.	126,8

16.31. Известны следующие данные, в текущих ценах, млрд руб.

Выпуск товаров и услуг в основных ценах	12 552,2
Промежуточное потребление	6 080,0
Налоги на продукты и импорт	980,9
Субсидии на продукты и импорт	147,4
Сальдо первичных доходов, полученных от «остального мира» и переданных ему	-189,1
Сальдо текущих трансфертов, полученных от «остального мира» и переданных ему	1,9
Расходы на конечное потребление	4 476,9
Валовое накопление	1 365,7
Сальдо капитальных трансфертов, полученных от «остального мира» и переданных ему	300,1
Импорт товаров и услуг	1 755,8
Экспорт товаров и услуг	3 218,9

Определите следующие показатели:

- а) ВВП в рыночных ценах производственным методом;
- б) валовой национальный доход;
- в) валовое сбережение;
- г) валовой располагаемый доход;
- д) ВВП в рыночных ценах методом конечного использования;
- е) статистическое расхождение.

Изобразите графически (всеми возможными способами) структуру ВВП.

16.32. Известны следующие данные, в текущих ценах, млрд руб.

Показатель	Базисный период	Текущий период
Выпуск товаров и услуг (в основных ценах), в том числе:		
в сфере производства товаров	268,8	665,6
в сфере услуг	218,3	578,8
Промежуточное потребление, в том числе:		
в сфере производства товаров	175,0	379,0
в сфере услуг	142,1	277,8
Косвенно измеряемые услуги финансового посредничества	9,6	23,8
Чистые налоги на импорт	3,0	11,7
Чистые налоги на продукты	9,1	60,2
Оплата труда наемных работников, в том числе:		
в сфере производства товаров	35,7	149,5
в сфере услуг	31,1	151,5
Валовая прибыль экономики и валовые смешанные доходы, в том числе:		
в сфере производства товаров	55,1	131,6
в сфере услуг	44,4	119,7
Потребление основного капитала, в том числе:		
в сфере производства товаров	26,6	70,9
в сфере услуг	22,4	52,7
Другие чистые налоги на производство	2,6	10,5
Темпы роста основных фондов (к базисному периоду)	100	112,5
Темпы роста численность занятых в экономике (к базисному периоду)	100	101,9

Какие показатели могут быть рассчитаны на основании приведенных данных?

Проведите факторный анализ динамики объема произведенного ВВП.

16.33. По следующим данным рассчитайте величину валового национального сбережения, в текущих ценах, млрд руб.

Валовое накопление основного капитала	629,4
Изменение запасов материальных оборотных средств	53,9
Чистое кредитование	228,9
Капитальные трансферты, полученные от «остального мира»	241,8
Капитальные трансферты, переданные «остальному миру»	15,3

16.34. Расходы на конечное потребление в текущих ценах составили 6862 млрд руб., или 69% от валового национального располагаемого дохода. Расходы на конечное потребление государственных учреждений — 35,7%, а расходы некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства, — 0,9% от общей суммы расходов на конечное потребление. Определите объем валового располагаемого дохода, расходы на конечное потребление домашних хозяйств и валовое национальное сбережение.

16.35. Известны следующие данные, в текущих ценах, млрд руб.

Показатель	Базисный год	Отчетный год
Выпуск товаров в основных ценах	823,4	10 123
Выпуск услуг в основных ценах	283,9	438,7
Промежуточное потребление в отраслях, производящих товары	462,2	639,8
Промежуточное потребление в отраслях, производящих услуги	111,0	237,1
Косвенно измеряемые услуги финансового посредничества	2,4	2,8
Налоги на производство и импорт, в том числе:	139,0	249,3
на продукты и импорт	106,1	207,8
Субсидии на производство и импорт, в том числе:	64,8	73,9
на продукты и импорт	64,8	63,9
Индекс физического объема ВВП, %	100,0	143,9

Определите ВВП в рыночных ценах и его структуру за два года. Проанализируйте структурные сдвиги.

16.36. Рассчитайте ВВП в рыночных ценах двумя методами по следующим данным, в текущих ценах, млрд руб.

Показатель	Базисный год	Отчетный год
Выпуск товаров и услуг в основных ценах	9 922,0	13 478,1
Импорт товаров и услуг	3 280,8	7 430,2
Налоги на продукты и импорт	699,9	838,1
Субсидии на продукты и импорт	308,7	549,7
Промежуточное потребление	4 653,9	6 348,3
Расходы на конечное потребление	5 308,8	7 890,0
Валовое накопление	929,3	1 170,3
Экспорт товаров и услуг	1 090,8	891,9
Индекс физического объема ВВП, %	100,0	200,3

Проанализируйте динамику и структуру ВВП.

16.37. Известны следующие данные, в текущих ценах, млрд руб.

Выпуск товаров в основных ценах	2 552,3
Промежуточное потребление в отраслях, производящих товары	804,6
Выпуск услуг в основных ценах	3 232,2
Промежуточное потребление в отраслях, производящих услуги	444,4
Косвенно измеряемые услуги финансового посредничества	15,4
Оплата труда, выплаченная резидентами	695,8
Сальдо оплаты труда, полученной от «остального мира» и переданной ему	-1,4
Налоги на производство и импорт, в том числе:	353,3
налоги на продукты	184,1
Субсидии на производство и импорт, в том числе	81,0
субсидии на продукты	63,6
Доходы от собственности, полученные от «остального мира»	28,2
Доходы от собственности, переданные «остальному миру»	32,5
Текущие трансферты, полученные от «остального мира»	6,5
Текущие трансферты, переданные «остальному миру»	3,0
Капитальные трансферты, полученные от «остального мира»	24,2
Капитальные трансферты, переданные «остальному миру»	15,8
Конечное потребление	2 095,8
Валовое накопление	391,5
Экспорт товаров и услуг	626,7
Импорт товаров и услуг	373,6

Определите:

- а) ВВП (тремя методами); валовую и чистую прибыль;
- б) валовой национальный доход;
- в) валовой национальный располагаемый доход;
- г) национальное сбережение;
- д) чистое кредитование или заимствование.

16.38. Известны следующие данные об использовании ВВП, в текущих ценах, млрд руб.

Расходы на конечное потребление	Сумма
Домашних хозяйств, в том числе:	267,1
покупка товаров	195,0
покупка услуг	34,8
потребление товаров и услуг в натуральной форме	26,8
чистые покупки товаров и услуг резидентами за рубежом	10,5
Государственных учреждений, в том числе:	136,7
на индивидуальные товары и услуги	60,1
на коллективные услуги	76,6
Некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства	18,3

Определите:

- а) социальные трансферты в натуральной форме;
- б) расходы на конечное потребление;
- в) фактическое конечное потребление домашних хозяйств и государственных учреждений;
- г) структуру фактического конечного потребления домашних хозяйств.

16.39. Данные по региону за два года следующие, в текущих ценах, млрд руб.

Показатель	I год	II год
Выпуск в основных ценах:		
в отраслях, производящих товары	76,1	61,2
в отраслях, производящих услуги	88,5	50,4
Промежуточное потребление:		
в отраслях, производящих товары	25,7	51,0
в отраслях, производящих услуги	28,7	23,8
Чистые налоги на продукты	5,3	6,3

Определите:

- а) валовой региональный продукт в рыночных ценах за два года;
- б) структуру производства за каждый год;
- в) структурные сдвиги в производстве.

16.40. Известны следующие условные данные о производстве товаров и услуг за два года, млн руб.

Показатель	I год	II год
Выпуск товаров и услуг в текущих ценах	600	950
Доля промежуточного потребления в стоимости выпуска товаров и услуг	55	45
Доля потребления основного капитала в стоимости выпуска товаров и услуг	9	20
Индекс цен на выпуск, %	100	107
Индекс цен на промежуточное потребление, %	100	105
Индекс цен на основной капитал, %	100	110
Темп роста численности занятых в экономике, %	100	95

Определите:

- а) валовую добавленную стоимость и чистую добавленную стоимость за каждый год;
- б) индексы физического объема выпуска товаров и услуг;
- в) валовую добавленную стоимость и чистую добавленную стоимость;
- г) влияние изменения цен и физического объема на изменение валовой добавленной стоимости в текущих ценах;

- д) влияние изменения производительности труда и численности занятых на изменение физического объема ВДС.

16.41. Заполните данными из статистического сборника «Национальные счета России» за последние два года следующую таблицу.

Показатель	Базисный год	Отчетный год
Валовой внутренний продукт в текущих ценах, трлн руб.		
Индекс физического объема ВВП, %	100	
Среднегодовая численность занятых, млн человек		

Определите:

- индекс-дефлятор ВВП;
- влияние изменения цен и физического объема ВВП на изменение ВВП в текущих ценах;
- влияние изменения производительности труда и численности занятых на изменение объема ВВП.

16.42. В следующей таблице приведены годовые темпы роста реального ВВП России и индекс-дефлятор за 2003—2006 гг.

Показатель	2003	2004	2005	2006
ВВП в сопоставимых ценах, % к предыдущему году	107,3	107,2	106,4	106,7
Индекс-дефлятор для ВВП, % к предыдущему году	114,0	120,1	119,2	116,1

Определите:

- изменение реального ВВП в 2006 г. по сравнению с 2002 г. и среднегодовой темп его роста за этот период;
- индекс-дефлятор за 2002—2006 гг. (2002 = 100%);
- годовые темпы роста ВВП в текущих ценах в рассматриваемом периоде.

16.43. Известны следующие данные об изменении физического объема ВВП России за период с 2003 г. (2003 = 100%).

Показатель	2004	2005	2006
Индекс физического объема ВВП, %	107,2	114,1	121,7

Определите, как в среднем ежегодно изменялся физический объем ВВП в указанном периоде. Исчислите цепные темпы изменения ВВП (в сопоставимых ценах).

16.44. Известны следующие данные за ряд лет.

Показатель	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
ВВП в текущих ценах, млрд руб.	4 823,2	7 305,6	8 943,6	10 830,5	13 243,2	17 048,1	21 620,1	26 781,1
Темп роста ВВП в сопоставимых ценах, % к предыдущему году	106,4	110,0	105,1	104,7	107,3	107,2	106,4	106,7

Определите:

- для каждого года индекс-дефлятор и индекс объема ВВП в текущих ценах;
- абсолютные и относительные приросты ВВП в текущих ценах в результате изменения цен.

16.45. Определите ВВП в сопоставимых ценах, если индекс-дефлятор ВВП составил 119,2%, а ВВП в текущих ценах — 21 620,1 млрд руб.

16.46. Известны следующие данные, млрд руб.

Выпуск товаров и услуг в основных ценах	5 835,5
Оплата труда наемных работников	2 032,5
Субсидии на производство и импорт	99,3
Промежуточное потребление	1 804,5
Налоги на производство и импорт	376,7
Экспорт товаров и услуг	531,5
Импорт товаров и услуг	444,7
Другие налоги на производство	111,6
Другие субсидии на производство	3,4
Доходы от собственности, полученные от «остального мира»	20,9
Доходы от собственности, переданные «остальному миру»	47,0

Постройте счет производства. Определите ВВП в рыночных ценах и ВНД (каждый показатель рассчитать двумя методами). Проанализируйте структуру ВВП.

16.47. Составьте национальные счета по данным задания 16.37.

16.48. Постройте счет производства по данным задания 16.39 за каждый год.

16.49. Известны следующие данные, млрд руб.

Выпуск товаров и услуг в основных ценах	3 000
Промежуточное потребление	2 000
Налоги на продукты и импорт	300
Субсидии на продукты и импорт	60
Оплата труда наемных работников, выплаченная резидентами	600
Другие налоги на производство	40
Другие субсидии на производство	20
Импорт товаров и услуг	30
Экспорт товаров и услуг	20
Оплата труда, полученная резидентами от нерезидентов	20

Постройте счет производства и счет образования доходов. Определите ВВП в рыночных ценах. Проанализируйте структуру ВВП.

16.50. Имеются следующие данные, млн руб.

Выпуск товаров и услуг в основных ценах	6 000
Промежуточное потребление	2 500
Налоги на производство и импорт, в том числе:	450
налоги на продукты и импорт	200
субсидии на производство и импорт, в том числе:	100
субсидии на продукты и импорт	80
Оплата труда наемных работников, выплаченная резидентами	700
Оплата труда, полученная резидентами от нерезидентов	100
Оплата труда, переданная резидентами нерезидентам	200

Определите валовую прибыль экономики. Постройте счет образования доходов. Проанализируйте структуру ВВП.

16.51. Известны следующие данные, млн руб.

Валовая прибыль экономики	2 500
Оплата труда наемных работников, выплаченная резидентами	2 200
Оплата труда, выплаченная резидентами нерезидентам	200
Оплата труда, полученная резидентами от нерезидентов	300
Налоги на производство и импорт	200
Субсидии на производство и импорт	50
Доходы от собственности, в том числе:	
полученные от «остального мира»	50
переданные «остальному миру»	30
Расходы на конечное потребление, в том числе:	
домашних хозяйств	1 500

Продолжение

государственных учреждений	500
некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства	200

Постройте счет использования располагаемого дохода. Проанализируйте показатели счетов.

16.52. Имеются следующие данные, млн руб.

Валовая прибыль экономики	500
Оплата труда, наемных работников, выплаченная резидентами	650
Оплата труда, переданная резидентами нерезидентам	150
Оплата труда, полученная резидентами от нерезидентов	120
Налоги на производство и импорт	60
Субсидии на производство и импорт	5
Доходы от собственности, в том числе:	
полученные от «остального мира»	10
переданные «остальному миру»	28
Текущие трансферты, в том числе:	
полученные от «остального мира»	3
переданные «остальному миру»	2
Расходы на конечное потребление	400
Валовое накопление	200
Капитальные трансферты, в том числе:	
полученные от «остального мира»	15
переданные «остальному миру»	10

Постройте счет операций с капиталом. Проанализируйте все рассчитанные показатели.

16.53. Известны следующие данные о стоимости отдельных нефинансовых экономических активов Российской Федерации на начало года.

Год	Всего	В том числе			Справочно: накопленное домашнее имущество ³
		основные фонды, включая незавершенное строи- тельство ¹		материаль- ные оборотные средства ²	
		всего	из них ос- новные фон- ды		
Млн руб. (до 2001 г. — млрд руб.)					
1	2	3	4	5	6
1980	1 277	1 092	998	185	268
1990	2 289	1 988	1 834	301	449

Продолжение

1	2	3	4	5	6
1996 ⁴	14 957 880	14 365 293	13 072 378	592 587	270 222
2001	23 828 849	22 162 340	20 241 428	1 666 509	2 200 106
2002	28 856 310	26 739 230	24 430 544	2 117 080	3 003 988
2003	35 854 715	33 547 024	30 329 106	2 307 691	3 773 712
2004	39 269 071	36 622 141	32 541 444	2 646 930	4 865 565
2005	45 869 263	42 590 769	38 359 695	3 278 494	6 323 560
2006	50 683 988	46 568 355	41 471 507	4 115 633	7 641 582

¹ По полной учетной стоимости с учетом проводившихся переоценок.

² По ценам, учтенным в бухгалтерской отчетности.

³ Домашнее имущество (телевизоры, холодильники и другие товары длительного пользования) не включено в национальное богатство и показано справочно в соответствии с положениями СНС-93 (по полной стоимости в ценах приобретения).

⁴ Основные фонды без учета переоценки в цены на 1 января 1996 г.

Для анализа динамики нефинансовых экономических активов, входящих в состав национального богатства Российской Федерации, определите среднегодовые абсолютные приросты, среднегодовые темпы роста и прироста за 1980—1990 гг., 2001—2006 гг. Проанализируйте изменение структуры национального богатства по годам. Проведите анализ динамики накопленного домашнего имущества населения за указанные периоды.

16.54. На основании следующих данных определите базисные и среднегодовые темпы роста и прироста объема основных фондов Российской Федерации.

Год	В % к предыдущему году (в сопоставимых ценах)
2001	100,4
2002	100,6
2003	100,7
2004	100,9
2005	101,1

16.55. Известны следующие данные о группировке основных фондов по формам собственности по полной учетной стоимости, на конец года, млн руб.

Год	Основные фонды млн руб. (до 2001 г. — млрд руб.)		
	все основные фонды	в том числе по формам собственности	
		государственная	негосударственная
1970	421	362	59
1980	998	891	107
1990	1 834	1 669	165
1996	13 072 378	5 751 846	7 320 532
2001	20 241 428	5 262 771	14 978 657
2002	24 430 544	6 596 247	17 834 297

Продолжение

Годы	Основные фонды млн руб. (до 2001 г. — млрд руб.)		
	все основные фонды	в том числе по формам собственности	
2003	30 329 106	9 098 732	21 230 374
2004	32 541 444	7 484 532	25 056 912
2005	38 359 695	8 822 730	29 536 965
2006	41 471 507	9 538 447	31 933 060

Проанализируйте изменение структуры национального богатства по формам собственности по годам.

16.56. Известны данные о вводе в действие основных фондов, их движении и состоянии за ряд лет:

Показатель	1990	1995	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Ввод в действие основных фондов, млн руб. (в фактически действовавших ценах; до 2000 г. — млрд руб.)	209,9	196 067	643 378	1 117 655	1 615 063	1 815 668	1 972 112	2 088 476
В % к предыдущему году (в сопоставимых ценах)	97,3	94,6	120,7	111,6	106,5	107,0	107,0	106,2
Коэффициент обновления основных фондов, % (в сопоставимых ценах)	6,1	1,7	1,5	1,7	1,8	1,9	2,1	2,2
Коэффициент выбытия основных фондов, % (в сопоставимых ценах)	2,3	1,7	1,2	1,2	1,2	1,2	1,1	1,1
Степень износа основных фондов (по полному кругу организаций) на начало года, %	35,1	38,6	42,4	45,8	47,9	49,5	42,8	44,3

Проанализируйте динамику показателей движения и состояния основных фондов.

16.57. Известны данные о составе основных фондов по видам деятельности, на начало года, по полной учетной стоимости, млн руб.

Вид деятельности	2004	2005	2006
Сельское хозяйство, охота и лесное хозяйство	1 357 147	1 377 256	1 440 086
Рыболовство, рыбоводство	54 741	59 714	55 032
Добыча полезных ископаемых	2 315 367	2 958 525	3 310 622
Обрабатывающие производства	2 885 349	3 228 190	3 641 287
Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	2 916 859	3 264 564	3 408 310
Строительство	656 146	580 614	604 021
Оптовая и розничная торговля; ремонт автотранспортных средств, мотоциклов, бытовых изделий и предметов личного пользования	557 833	632 110	859 416
Гостиницы и рестораны	228 980	266 066	288 567
Транспорт и связь	9 312 907	12 513 217	13 335 655
Финансовая деятельность	317 153	401 958	489 550
Операции с недвижимым имуществом, аренда и предоставление услуг	8 123 685	8 881 619	9 359 346
Государственное управление и обеспечение военной безопасности; обязательное социальное обеспечение	972 442	1 063 311	1 254 538
Образование	1 163 532	1 213 518	1 275 564
Здравоохранение и предоставление социальных услуг	870 830	947 897	1 036 597
Предоставление прочих коммунальных, социальных и персональных услуг	808 183	970 674	1 112 413

Проанализируйте структуру основных фондов по видам деятельности и ее изменение за рассматриваемый период.

16.58. Известны следующие показатели баланса основных фондов в 2004 г., млрд руб.

Показатель	Полная учетная стоимость	Остаточная балансовая стоимость
Наличие основных фондов на начало года	32 541 444	18 605 820
Поступило за отчетный год — всего	4 985 808	4 055 177

Продолжение

Показатель	Полная учетная стоимость	Остаточная балансовая стоимость
В том числе:		
ввод в действие новых основных фондов	1 972 112	1 972 112
поступило основных фондов из прочих источников	3 013 696	2 083 065
Выбыло за отчетный год — всего	2 653 528	1 709 576
В том числе:		
ликвидировано основных фондов	287 079	57 118
выбыло основных фондов по прочим причинам	2 366 449	1 652 458
износ основных фондов		1 257 577
Наличие основных фондов на конец года	34 873 724	19 693 844

Охарактеризуйте состояние и движение основных фондов.

16.59. На основании следующих данных проанализируйте изменение структуры инвестиций в нефинансовые активы, %.

Год	Инвестирование в нефинансовые активы, всего	В том числе			
		инвестиции в основной капитал	инвестиции в нематериальные активы	инвестиции в другие нефинансовые активы	затраты на научно-исследовательские, опытно-конструкторские и технологические работы
2000	100	98,4	1,5	0,1	—
2001	100	99,1	0,7	0,2	—
2002	100	98,6	0,5	0,9	—
2003	100	98,9	0,5	0,6	—
2004	100	99,1	0,4	0,5	—
2005	100	98,2	0,8	0,7	0,3

16.60. На основании следующих данных проанализируйте динамику инвестиций в основной капитал.

Год	Млн руб. (в фактически действовавших ценах; до 2000 г. — млрд руб.)	В % к предыдущему году (в сопоставимых ценах)
2002	1 762 407	102,8
2003	2 186 365	112,5
2004	2 804 834	111,7
2005	3 534 009	110,7

ТЕМА 17. СТАТИСТИКА РЫНКА ТОВАРОВ И УСЛУГ

17.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

На рынке товаров и услуг происходит движение продукта от производителей к потребителям посредством его пространственного перемещения и товарно-денежного обмена, т.е. обращение продукта.

Рынок товаров и услуг служит связующим звеном между производством и потреблением. Общественное разделение труда привело к обособлению функций рынка товара и услуг в самостоятельную сферу деятельности, в состав которой входят грузовой транспорт, связь, торговля.

Задачи этих отраслей заключаются в своевременном доведении средств производства и предметов потребления до потребителя. Без доведения продукта до потребителей не может быть закончен один и начат другой производственный цикл. На рынке товаров и услуг помимо реализации продукции осуществляются некоторые производственные функции: хранение, расфасовка, упаковка, транспортировка и др. Система показателей статистики рынка товаров и услуг учитывает особенности этого процесса.

Для сферы транспорта произведенная продукция — это груз, который должен быть перемещен от места производства к месту потребления.

Социально-экономическая статистика характеризует процесс транспортировки грузов такими показателями, как грузооборот транспорта, средняя дальность перевозки грузов, средняя густота перевозок и др. Грузооборот определяется по формуле

$$ГО = \sum q_i l_i,$$

где ГО — грузооборот;
 q_i — масса перевезенного груза;
 l_i — расстояние перевозки.

Средняя дальность перевозки рассчитывается следующим образом:

$$\bar{l} = \frac{ГО}{\sum q_i},$$

где \bar{l} — средняя дальность перевозки.

Интенсивность перевозок характеризуется показателем их густоты (d):

$$d = \frac{ГО}{L},$$

где L — длина эксплуатационного пути.

Торговля выполняет функции по доведению товаров до конечного потребителя. Для статистической характеристики обращения продукта в торговле используются следующие показатели: товарооборот; товарные запасы на дату и их средняя величина за определенный период времени; скорость товарооборота; издержки обращения торговли и др.

Пример 1. Товарооборот торговых организаций региона характеризуется следующими данными, млн руб.

Продавец	Покупатель		
	торговые организации		население
	данного региона	других регионов	
Оптовые предприятия	4 000	140	10
Розничные предприятия	250	—	2 800

Определим ряд показателей:

1) оптовый товарооборот (ОТ) равен сумме продаж товаров торговым организациям (млн руб.):

$$ОТ = 4000 + 250 + 140 = 4390;$$

2) розничный товарооборот (РТ) представляет сумму продаж населению (млн руб.):

$$РТ = 10 + 2800 = 2810;$$

3) валовой товарооборот (ВТ) равен сумме всех продаж товаров (млн руб.):

$$ВТ = ОТ + РТ = 4390 + 2810 = 7200;$$

4) чистый товарооборот (ЧТ) равен сумме продаж товаров за пределы торговой системы региона; для торговли в целом чистый товарооборот равен розничному, для отдельных территорий (организаций торговли) — превышает розничный на величину оптовых продаж за пределы региона, т.е. другим торговым организациям (млн руб.):

$$ЧТ = 2810 + 140 = 2950;$$

5) для характеристики числа посреднических звеньев торговли рассчитывается коэффициент звенности товародвижения:

$$K_{зв} = \frac{ВТ}{ЧТ} = \frac{7200}{2950} = 2,4.$$

Коэффициент звенности в данном случае показывает, что проходили товары в среднем 2,4 звена.

Пример 2. Известны следующие данные по торговой организации.

Квартал	Объем розничного товарооборота по бизнес-плану, млн руб.	Товарный запас на начало каждого квартала, млн руб.	Норматив товарных запасов по бизнес-плану, дней
I	1 650	1 600	84
II	1 850	1 680	81
III	1 870	1 450	82
IV	2 300	2 000	79

1. Определим обеспеченность товарными запасами в каждом квартале по формуле

$$O_6 = \frac{З_{нп} \cdot Д}{V},$$

где O_6 — обеспеченность запасами в днях;
 $З_{нп}$ — запасы на начало периода;
 $Д$ — число дней в периоде;
 V — объем товарооборота (по бизнес-плану или за предшествующий период).

$$\text{I квартал: } O_{61} = \frac{З_{нп} \cdot Д}{V} = \frac{1600 \cdot 90}{1650} = 87 \text{ (дней);}$$

$$\text{II квартал: } O_{62} = \frac{З_{нп} \cdot Д}{V} = \frac{1680 \cdot 90}{1850} = 82 \text{ (дня);}$$

$$\text{III квартал: } O_{63} = \frac{З_{нп} \cdot Д}{V} = \frac{1450 \cdot 90}{1870} = 69 \text{ (дней);}$$

$$\text{IV квартал: } O_{64} = \frac{З_{нп} \cdot Д}{V} = \frac{2000 \cdot 90}{2300} = 77 \text{ (дней).}$$

2. Определим отклонения фактической обеспеченности товарными запасами в днях от норматива по бизнес-плану в каждом квартале:

$$\Delta O_6 = 87 - 84 = 3 \text{ (дня);}$$

$$\Delta O_6 = 82 - 81 = 1 \text{ (день);}$$

$$\Delta O_6 = 69 - 82 = -13 \text{ (дней);}$$

$$\Delta O_6 = 77 - 79 = -2 \text{ (дня).}$$

3. Рассчитаем для каждого квартала отклонение товарного запаса от норматива по бизнес-плану в стоимостном выражении. Для этого сначала определим однодневный товарооборот по бизнес-плану по формуле:

$$V_{\text{одн}} = \frac{V}{D}$$

Таблица 17.1

Однодневный товарооборот, млн руб.

Квартал	I	II	III	IV
$V_{\text{одн}}$	18,3	20,6	21	26
Отклонение товарного запаса от норматива, млн руб.	$3 \cdot 18,3 = 54,9$	$1 \cdot 20,6 = 20,6$	$(-13) \cdot 21 = -273$	$(-2) \cdot 26 = -52$

Абсолютное отклонение от потребности в товарных запасах по бизнес-плану за год составило (млн руб.): $54,9 + 18,3 - 273 - 52 = -251,8$.

Показатель скорости товарооборота определяется по формуле

$$n = \frac{V}{\bar{З}}$$

где n — скорость товарооборота (или число оборотов товарных запасов);

$\bar{З}$ — средние товарные запасы.

Средние товарные запасы определяются по формуле средней хронологической простой (см. формулу (11.2)).

Для расчета времени обращения (t) используется следующая формула:

$$t = \frac{D}{n}$$

17.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 17.1. Сформулируйте функции рынка товаров и услуг.
- 17.2. Какие показатели используются для характеристики процесса транспортировки грузов?
- 17.3. Какие показатели используются для характеристики скорости товарного обращения?
- 17.4. Известны следующие данные о товарообороте торговой организации и ценах по трем товарным группам.

Группа товаров	Розничный товароборот в фактических ценах, тыс. руб.		Изменение цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	базисный период	отчетный период	
1	12 280	12 880	+3,1
2	11 950	12 750	+5,0
3	12 990	13 180	-1,5

Определите:

- общие индексы товарооборота в фактических и сопоставимых ценах;
 - общий индекс цен;
 - абсолютное изменение товарооборота, в том числе за счет каждого фактора (вследствие изменения объемов реализации продукции и цен в отчетном периоде по сравнению с базисным).
- 17.5. Известны следующие данные о товарообороте супермаркета за два периода.

Товар	Розничный товароборот в фактических ценах, млн руб.		Изменение цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	базисный период	отчетный период	
Ткани	242	270	-3,0
Верхний трикотаж	284	321	+2,0
Швейные изделия	418	504	+4,0

Определите:

- индексы товарооборота в фактических и сопоставимых ценах по каждой товарной группе и по всем товарам вместе;
- общий индекс цен;
- прирост товарооборота супермаркета за счет изменения цен.

17.6. Известны следующие данные об остатках товарных запасов на начало каждого месяца 2007 г., млн руб.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
280	290	250	230	245	260	220	205	235	240	270	280

На начало 2008 г. товарные запасы снизились до 265 млн руб. Объем розничного товарооборота в I квартале 2007 г. составил 2600 млн руб., во II — 2800 млн руб., в III — 2900 млн руб., в IV — 2700 млн руб.

Определите для каждого полугодия:

- число оборотов товарных запасов и их динамику;
- продолжительность одного оборота и ее динамику;
- обеспеченность товарными запасами на 1 июля и на 1 января (следующего года).

17.7. Известны следующие данные о работе трех филиалов торговой фирмы за месяц.

Номер филиала	Время обращения товаров, дн.	Однодневный товарооборот, млн руб.
1	7	165
2	4	182
3	3	195

Определите средние товарные запасы в каждом филиале, среднее время обращения товаров и среднюю скорость товарооборота в целом по фирме.

17.8. Известны следующие данные о работе трех филиалов торговой фирмы за квартал.

Номер филиала	Число оборотов товарных запасов	Розничный товарооборот, млн руб.
1	12	1 750
2	8	1 880
3	6	1 920

Определите по фирме в целом средние товарные запасы, среднее число оборотов, среднее время обращения.

17.9. Производители поставили товаров оптовым торговым организациям области на сумму 930 млрд руб., розничным торговым организациям — на 160 млрд руб., населению — на 2 млрд руб. Оптовые торговые организации области поставили товаров розничным торговым организациям на сумму 820 млрд руб., а торговым организациям других областей — на 95 млрд руб. Розничные торговые организации области продали товаров населению на 995 млрд руб.

Определите:

- товарооборот производителей и торговых организаций;
- валовой, оптовый, розничный и чистый товарооборот;
- коэффициент звенности товародвижения.

17.10. По области известны следующие данные, млн руб.:

- производители продали товаров оптовым фирмам своей области на 2900, других областей — на 1800, организациям розничной торговли области — на 1300, организациям социальной сферы — на 500, населению — на 80;
- оптовые фирмы продали товаров оптовым организациям своей области на 600, оптовым фирмам других регионов — на 700, организациям розничной торговли области — на 850, производителям — на 580, населению — на 60;
- организации розничной торговли продали товаров населению на 2190, продуктов питания предприятиям социальной сферы для обеспечения обслуживаемых ими контингентов населения (санаториям, больницам и др.) — на 420.

Постройте таблицу, характеризующую распределение товарооборота области по продавцам и покупателям, на основании этих данных. Исчислите по области в целом валовой, оптовый, розничный и чистый товарооборот, коэффициент звенности. Определите, как изменились товарные запасы в организациях розничной торговли области.

17.11. Известны следующие данные о реализации продуктов питания в городе, млн руб.

Год	Квартал			
	I	II	III	IV
2005	44	74	128	56
2006	52	82	124	52
2007	62	88	118	60

Определите индексы сезонности продажи мороженого методом постоянной средней.

17.12. Известны следующие данные о товарообороте и товарных запасах гастронома за два квартала, тыс. руб.

Товарная группа	Товарооборот		Показатель средних товарных запасов	
	базисный квартал	отчетный квартал	базисный квартал	отчетный квартал
Мясо	1 950	2 230	61	42
Колбасные изделия	1 415	2 536	15	14
Сыры	1 250	2 301	30	29

Определите по каждой товарной группе и по всем видам товаров:

- а) скорость товарооборота;
- б) время обращения товаров;
- в) индексы динамики средней скорости товарооборота, скорости товарооборота и структурных сдвигов.

Покажите взаимосвязь индексов.

17.13. Известны следующие данные о работе магазинов торговой организации, млн руб.

Мага- зин	Товарооборот		Запас товаров						
	I кв.	II кв.	01.01	01.02	01.03	01.04	01.05	01.06	01.07
1	680	518	63	72	78	69	64	70	71
2	450	481	45	55	58	57	54	60	59
3	321	292	25	23	29	24	26	27	23
4	990	985	81	89	93	86	87	86	89

Определите по каждому магазину и по их совокупности скорость товарооборота и время обращения товаров в I и II кварталах. Охарактеризуйте динамику оборачиваемости товаров.

17.14. Известны следующие данные о поступлении материалов и выпуске продукции по предприятию за первое полугодие.

Месяц	Поступление материалов, млн руб.			Выпуск продукции, шт.		
	I декада	II декада	III декада	I декада	II декада	III декада
Январь	400	410	420	100	102	105
Февраль	370	400	430	98	100	104
Март	360	380	410	95	100	106
Апрель	400	410	430	100	102	106
Май	400	415	415	105	105	108
Июнь	410	420	430	105	110	112

Определите показатели неравномерности поступления материалов и производства продукции. Проанализируйте влияние неравномерности поставок материалов на неравномерность выпуска продукции.

17.15. По следующим данным определите показатель неравномерности поставок товаров за первое полугодие.

Период	Объем поставки, т	
	по договору	фактически
Январь	400	400
Февраль	420	410
Март	460	480
Апрель	410	420
Май	405	415
Июнь	410	420

17.16. Известны следующие данные о поставках двух групп товаров.

Товар	Вид товара	Единица измерения	Количество товаров		Цена товара, тыс. руб.	
			по договору	фактически	на момент заключения договора	фактически
А	1	м	200	250	50	52
	2	м	300	250	65	70
В	1	шт.	100	80	300	300
	2	шт.	100	110	400	400
	3	шт.	100	120	500	550

Проанализируйте выполнение договора поставки по каждому товару и по двум товарам вместе.

17.17. Известны следующие данные о перевозке грузов по железнодорожному участку, имеющему эксплуатационную длину 1500 км.

Перевезено грузов, млн т	Расстояние перевозки, км
41	640
60	785
98	1500

Определите:

- величину грузооборота на данном участке;
- показатель средней дальности перевозки;
- среднюю густоту перевозок.

17.18. Известны следующие данные о перевозке грузов по железнодорожному участку, эксплуатационная длина которого составляет 1860 км за текущий период.

Перевезено грузов, млн т	Расстояние перевозки, км
50	1 860
45	620
72	750
60	1 225
90	1 050

Определите:

- грузооборот;
- среднюю дальность перевозки грузов;
- среднюю густоту перевозок.

17.19. Определите среднюю продолжительность доставки грузов и среднюю скорость доставки грузов, используя следующие данные.

Группа грузов	Перевезено грузов, млн т	Общее время доставки, млн т/сут.	Скорость доставки, км/сут.
1	9	11	50
2	7	9	65

17.20. Известны следующие данные о посевной площади и валовом сборе зерновых культур.

Сельскохозяйственная культура	Посевная площадь, га		Валовый сбор, ц	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
Пшеница озимая	300	350	7 500	9 100
Рожь озимая	100	80	1 500	1 248

Определите:

- а) уровни урожайности по каждой культуре и по обеим культурам вместе за каждый год;
- б) показатели динамики урожайности:
 - по отдельным культурам,
 - по группе зерновых культур;
- в) влияние изменений в структуре посевной площади на динамику средней урожайности группы зерновых культур;
- г) абсолютный прирост валового сбора зерна в отчетном году по сравнению с базисным за счет отдельных факторов:
 - размера посевной площади,
 - урожайности отдельных культур,
 - изменения структуры посевной площади.

17.21. Известны следующие данные по районам области.

Район	Посевная площадь, га		Урожайность картофеля, ц/га	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	300	200	150	165
2	100	250	110	121
3	100	50	90	90

Определите:

- а) показатели динамики урожайности по каждому району и в целом по области;

- б) влияние изменений в структуре посевной площади на динамику средней урожайности по области;
- в) абсолютный прирост валового сбора картофеля в отчетном периоде по сравнению с базисным за счет увеличения размера посевной площади, урожайности картофеля по отдельным районам и изменения структуры посевной площади.

17.22. Известны следующие данные за отчетный год, млн руб.

Сданный заказчикам объем строительно-монтажных работ, выполненных подрядным способом	560,2
Геологоразведочные работы — всего	20,1
Стоимость проектно-изыскательских работ	15,0
Капитальный ремонт зданий и сооружений	45,4
Капитальными ремонт зданий и сооружений, выполненный хозяйственным способом	60,0
Индивидуальное жилищное строительство	20,1
Изменение остатков незавершенного строительного производства	-10,1

Определите выпуск продукции строительства за отчетный период.

17.23. Известны следующие данные по области за отчетный год, млн руб.

Объем строительно-монтажных работ	1 040,0
Объем строительно-монтажных работ, выполненных застройщиком хозяйственным способом	310,1
Стоимость проектно-изыскательских работ	131,1
Геологоразведочные и буровые работы	128,0
Капитальный ремонт зданий и сооружений	286,0
Индивидуальное жилищное строительство	130,8

Определите выпуск продукции строительства за отчетный период.

17.24. Известны следующие данные по строительству, млн руб.

Объем строительно-монтажных работ	5 000
Приобретено оборудования для строящихся объектов	2 000
Стоимость проектно-изыскательских работ	800
Геологоразведочные и буровые работы	500
Затраты на содержание дирекции строящихся объектов	50
Затраты на подготовку кадров для строящихся объектов	15
Капитальный ремонт зданий и сооружений	900

Определите выпуск продукции строительства.

17.25. Известны следующие данные по торговым организациям района: розничный товароборот составил 5000 млн руб.; издержки обращения — 650 млн руб., в том числе оплата услуг наемного грузового транспорта — 200 млн руб. Реализованное торговое наложение составило 15% к товарообороту.

Определите объем услуг торговли и прибыль торговых организаций.

17.26. Известны следующие данные по результатам деятельности речного пароходства за отчетный период.

Количество грузовых перевозок	5 млн т
Количество перевезенных пассажиров	1 тыс. человек
Доходы от грузовых перевозок	600 млн руб.
Доходы от пассажирских перевозок	550 тыс. руб.
Доходы от погрузочной и разгрузочной деятельности	80 млн руб.

Определите объем оказанных услуг речного пароходства.

ТЕМА 18. СТАТИСТИКА ЧИСЛЕННОСТИ И ДВИЖЕНИЯ ПЕРСОНАЛА ОРГАНИЗАЦИЙ, ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАБОЧЕГО ВРЕМЕНИ

18.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Для анализа использования трудовых ресурсов применяются следующие показатели: средняя списочная численность, средняя явочная численность и средняя численность фактически работавших лиц.

Пример 1. В августе списочная численность работников организации составляла, человек:

1—3 августа	250
6—9 августа	256
10 августа	257
13, 14 августа	259
15—17 август	260
20—24 августа	258
27—31 августа	262

Выходные и праздничные дни в августе: 4, 5, 11, 12, 18, 19, 25, 26.
Рассчитаем среднюю списочную численность (ССЧ)

$$\begin{aligned} \text{ССЧ} &= \frac{250 \cdot 5 + 256 \cdot 4 + 257 \cdot 3 + 259 \cdot 2 + 260 \cdot 5 + 258 \cdot 7 + 262 \cdot 5}{31} = \\ &= \frac{7979}{31} = 257 \text{ (человек)}. \end{aligned}$$

При анализе движения персонала организации исчисляются относительные показатели: коэффициенты оборота по приему и увольнению, постоянства кадров, восполнения кадров.

Одно из направлений изучения эффективности использования трудовых ресурсов — анализ количества затраченного труда в процессе производства товаров и услуг. Для этих целей составляются балансы рабочего времени. На их основе рассчитываются показатели струк-

туры и использования фондов рабочего времени, показатели использования рабочего дня и рабочего периода.

Пример 2. Дополним условие предыдущего примера следующими данными.

Фактически отработано: человеко-дней	5 600
человеко-часов	43 992
Целодневные простои, человеко-дней	259
Неявки на работу, человеко-дней	2 120
в том числе: в связи с очередными отпусками	30
в связи с выходными днями	2 050
Средняя установленная продолжительность рабочего дня, ч.	7,9

Для анализа использования рабочего времени рассчитаем:

1) календарный фонд рабочего времени:

$$\text{КФ} = 5600 + 259 + 2120 = 7979 \text{ (человеко-дней);}$$

2) табельный фонд рабочего времени:

$$\text{ТФ} = 7979 - 2050 = 5929 \text{ (человеко-дней);}$$

3) максимально возможный фонд рабочего времени:

$$\text{МВФ} = 5929 - 30 = 5899 \text{ (человеко-дней);}$$

4) коэффициент использования максимально возможного фонда рабочего времени:

$$K_{\text{МВФ}} = \frac{5600}{5899} = 0,949, \text{ или } 94,9 \text{ (\%)},$$

т.е. неиспользованное рабочее время составляет 5,1%, или 229 человеко-дней;

5) коэффициент использования продолжительности рабочего периода:

$$K_{\text{РП(дн.)}} = \frac{5600 : 257}{23} = \frac{21,8}{23} = 0,947, \text{ или } 94,7 \text{ (\%)},$$

т.е. каждым работником было отработано 94,7% от установленной продолжительности рабочего периода;

6) коэффициент использования продолжительности рабочего дня:

$$K_{\text{рд}} = \frac{43992 : 5600}{7,9} = \frac{7,86}{7,9} = 0,994, \text{ или } 99,4 \text{ (\%)},$$

т.е. потери рабочего времени в течение рабочего дня в расчете на одного работника составили 0,6%;

7) коэффициент использования рабочего времени по числу часов, отработанных одним среднесписочным работником за месяц:

$$K_{\text{рп(час.)}} = \frac{43\,992}{23 \cdot 7,9 \cdot 257} = 0,942, \text{ или } 94,2 (\%),$$

т.е. потери рабочего времени за месяц в расчете на одного работника составили 5,8%, или 2705 человеко-часов ($43\,992 - 23 \cdot 7,9 \cdot 257 = 2705$).

18.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 18.1. Как исчисляется средняя списочная численность работников?
- 18.2. Какие показатели используются для характеристики движения персонала организации?
- 18.3. Какие показатели используются для характеристики ресурсов рабочего времени?
- 18.4. Какие показатели используются для характеристики состава максимально возможного фонда рабочего времени?
- 18.5. Охарактеризуйте состав показателей балансов использования рабочего времени в человеко-часах и человеко-днях.
- 18.6. Какие факторы влияют на изменение фонда отработанного времени?
- 18.7. Укажите экономическое содержание показателей использования рабочих мест.
- 18.8. Известны следующие данные о численности работников организации за август.

Число месяца	Состояло по списку каждый день	Являлось на работу каждый день	Число целодневных простоев за каждый день
1—3	100	100	—
6—8	105	102	—
8—10	110	105	—
13—16	108	106	20
17	107	104	—
20—24	112	108	—
27—29	120	116	—
30—31	122	120	—

Выходные и праздничные дни: 4, 5, 11, 12, 18, 19, 25, 26.

Определите среднюю списочную численность; среднюю явочную численность и среднее число фактически работавших лиц за август. Рассчитайте коэффициент использования средней списочной численности.

- 18.9. Предприятие введено в действие с 8 ноября. Численность его работников в ноябре по списку составляла (человек): 8 ноября — 200; 9 — 202; 12—16 — 205; 19—23 — 215; 26—30 — 220. Выходные дни: 10, 11, 17, 18, 24, 25. Определите среднесписочную численность работников в указанном месяце.
- 18.10. Предприятие работает с 18 июля. Среднесписочная численность его работников в этом месяце составила 39 человек. Списочная числен-

ность работников 18—20 июля — 81 человек; 23—24 июля — 208 человек, 26—27 — 91 человек, 30—31 — 92 человека. Определите, сколько человек состояло в списке предприятия на 25 июля. Выходные дни: 1, 7, 8, 14, 15, 21, 22, 28, 29.

- 18.11. Численность работников организации, осуществляющей свою деятельность с 15 февраля, по списку составляла (человек): 15—20 февраля — 200; 21—24 — 208; 25—28 — 215. Среднесписочная численность работников организации в марте составляла 220 человек, во II квартале — 225 человек, в III квартале — 223 человек, в октябре — 222 человек, в ноябре — 228 человек, в декабре — 230 человек. Определите среднесписочную численность работников организации:
- за февраль;
 - I квартал;
 - первое полугодие
 - IV квартал;
 - второе полугодие;
 - год (различными методами).

- 18.12. Известны следующие данные по организации за март.

Отработанное время, человеко-дней	5 080
Целодневные простои, человеко-дней	200
Неявки за рабочие дни, человеко-дней	220
Неявки за выходные дни, человеко-дней	2 250
Число рабочих дней	22

Определите среднесписочную и среднюю явочную численность работников в марте.

- 18.13. Списочная численность работников организации на начало года составила 420 человек. В течение года принято на работу 50 человек, уволено — 60 человек (в том числе в связи с окончанием срока договора — 20 человек; уходом на пенсию — 10 человек; поступлением в учебные заведения — 12 человек; по собственному желанию — 13 человек; за прогулы и другие нарушения трудовой дисциплины — 5 человек). Среднесписочная численность работников за год составила 406 человек. Постройте баланс рабочей силы и определите абсолютные и относительные показатели оборота по приему, увольнению, текучести, восполнения и постоянства кадров.
- 18.14. Известны следующие данные по организации за апрель (человеко-дней): отработано рабочими — 6500, целодневные простои — 40, всего неявок — 3060, в том числе в связи с выходными днями — 2560, очередными отпусками — 200. Рабочих дней в апреле — 22. Определите:

- а) календарный, табельный и максимально возможный фонды рабочего времени;
- б) среднесписочную и среднюю явочную численность рабочих;
- в) среднее число дней неявок в составе максимально возможного фонда рабочего времени в расчете на одного списочного рабочего.

18.15. Известны следующие данные по организации об использовании рабочего времени за март (22 рабочих дня).

Отработано рабочими, человеко-дней	6 150
Целодневные простои, человеко-дней	100
Неявки, человеко-дней, всего	3 050
В том числе	
в связи с очередными отпусками	210
по болезни	90
в связи с отпусками по учебе	20
в связи с выполнением государственных обязанностей	8
по разрешению администрации	10
прогулы	12
в связи с выходными и праздничными днями	2 700
Отработано рабочими, человеко-часов	46 125
Средняя установленная продолжительность рабочего дня, ч.	7,8

Постройте баланс использования рабочего времени и определите:

- а) относительные показатели структуры максимально возможного фонда рабочего времени;
- б) коэффициенты использования фондов рабочего времени;
- в) коэффициенты использования рабочего времени:
 - по числу дней работы на одного списочного рабочего,
 - по продолжительности рабочего дня,
 - по числу часов, отработанных в среднем одним списочным рабочим за март.

18.16. Известны следующие данные по организации об использовании рабочего времени за два квартала.

Показатель	I квартал	II квартал
Явки на работу, человеко-дней	49 300	54 660
Целодневные простои, человеко-дней	125	50
Неявки, человеко-дней, в том числе:	603	794
в связи с очередными отпусками		
по болезни	400	500
в связи с отпусками по учебе	102	62

Продолжение

Показатель	I квартал	II квартал
в связи с выполнением государственных обязанностей	140	153
по разрешению администрации	203	200
прогулы	2	1
в связи с выходными и праздничными днями	28 000	23 760
Время, не использованное в течение рабочих смен, человеко-часов, в том числе:		
по болезни	187	175
в связи с выполнением государственных обязанностей	97	101
в связи с сокращением для отдельных категорий работников продолжительности рабочего дня	7 047	4 900
внутрисменные простои	5 338	86
в связи с опозданиями и преждевременным уходом с работы	210	199
Средняя установленная продолжительность рабочего дня, ч.	7,8	7,9
Число рабочих дней	58	64

За каждый квартал постройте балансы использования рабочего времени по полной схеме (в человеко-часах) и определите:

- а) относительные показатели структуры максимально возможного фонда рабочего времени;
- б) коэффициенты использования фондов рабочего времени;
- в) коэффициенты использования рабочего времени:
 - по числу дней работы на одного списочного рабочего,
 - по продолжительности рабочего дня,
 - по числу часов, отработанных в среднем одним списочным рабочим за квартал.

Проанализируйте динамику показателей использования рабочего времени и изменение структуры максимально возможного фонда рабочего времени во II квартале по сравнению с I.

18.17. При изучении ресурсов времени рабочих по организации были получены следующие данные за два месяца.

В апреле (23 рабочих дня) максимально возможный фонд рабочего времени составил 2680 человеко-дней.; число неявок по всем причинам — 1122 человеко-дней, в том числе в связи с выходными днями — 960 человеко-дней, очередными отпусками — 80 человеко-дней; целодневные простои — 40 человеко-дней; отработано рабочими 19 158 человеко-часов.

В мае общее число явок составило 2570 человеко-дней (целодневных простоев не было); всего неявки — 1186 человеко-дней; в том числе в связи с выходными днями — 1008 человеко-дней, очередными отпусками — 100 человеко-дней; отработано рабочими — 19 789 человеко-часов.

Определите за каждый месяц:

- а) среднюю списочную численность рабочих;
- б) среднюю фактическую продолжительность рабочего периода;
- в) среднюю фактическую продолжительность рабочего дня.

Проанализируйте изменение фонда отработанного времени (в человеко-часах) под влиянием различных факторов.

18.18. Известны следующие данные по предприятию за два периода.

Показатель	Базисный период	Отчетный период
Среднее списочное число рабочих	280	310
Отработано рабочими, человеко-дней	17 920	20 150
Отработано рабочими, человеко-часов	139 776	153 140

Определите изменение общего количества отработанного времени (в человеко-часах) за счет различных факторов. Проанализируйте динамику показателей использования рабочего времени (средней фактической продолжительности рабочего периода в днях и часах, средней фактической продолжительности рабочего дня).

18.19. Заполните таблицу недостающими показателями.

Показатель	Февраль	Март
Число календарных дней	28	31
Число рабочих дней	...	22
Среднесписочная численность, человек	100	...
Неявки, человеко-дней:		
в связи с выходными днями	800	819
в связи с очередными отпусками	48	...
по болезни	35	...
в связи с учебными отпусками	10	12
в связи с выполнением государственных обязанностей	16	18
по разрешению администрации	8	6
прогулы	2	...

Продолжение

Показатель	Февраль	Март
Целодневные простои, человеко-дней	40	44
Фонд отработанного времени:		
человеко-часы	...	13 808
человеко-дни
Потери рабочего времени, человеко-дней	...	52
Время, не использованное по уважительным причинам в составе МВФ, человеко-дней	...	60
Средняя установленная продолжительность рабочего дня, ч.	7,8	7,7
Коэффициент использования рабочего дня, %	97	...
Коэффициент использования рабочего времени по числу дней работы на одного списочного рабочего, %	92,1	93,2
Коэффициент использования рабочего времени по числу часов, отработанных в среднем одним списочным рабочим, %	...	89,6

Проанализируйте влияние отдельных факторов на изменение фонда отработанного времени в марте по сравнению с февралем.

18.20. За месяц по предприятию число отработанных человеко-дней составило: в первой смене — 1302, во второй — 1200, в третьей — 1100. Число рабочих мест на предприятии — 60, число рабочих дней в месяце — 22.

Определите:

- а) коэффициенты сменности, использования сменного режима, непрерывности и интегральный коэффициент использования рабочих мест;
- б) резервы рабочего времени из-за неполного использования рабочих мест;
- в) прирост объема продукции, который можно получить в результате повышения эффективности использования рабочих мест, если коэффициент сменности рабочих увеличить до 2,8 (средняя выработка продукции за смену одним рабочим составляет 800 руб.).

ТЕМА 19. СТАТИСТИКА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ТРУДА

19.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Производительность труда может быть выражена количеством продукции, производимой одним работником в единицу времени (этот показатель называется средней выработкой продукции в единицу времени: за час, день, месяц и т.д.), или затратами времени на производство единицы продукции (этот показатель называется трудоемкостью единицы продукции). На уровень производительности труда оказывают влияние продолжительность рабочего дня, количество отработанных дней за период, удельный вес рабочих в общей численности работающих.

Пример 1. Известны следующие данные по организации об использовании рабочего времени за ноябрь (21 рабочий день).

Фактически отработано рабочими:	
человеко-дней	9 500
человеко-часов	74 100
Целодневные простои, человеко-дней	60
Неявки на работу, человеко-дней	4 840
В том числе	
в связи с очередными отпусками	420
в связи с праздничными и выходными днями	4 300
Средняя установленная продолжительность рабочего дня, ч.	7,9
Объем произведенной продукции, тыс. руб.	48 500
Доля рабочих в общей численности работающих, %	80

Исчислим уровни производительности труда:

1) средняя часовая выработка:

$$W_{\text{час}} = \frac{Q}{T_{\text{час}}},$$

где Q — объем произведенной продукции;
 $T_{\text{час}}$ — отработанные человеко-часы,

$$W_{\text{час}} = \frac{48\,500\,000}{74\,100} = 654,52 \text{ (руб.)};$$

2) средняя дневная выработка:

$$W_{\text{дн}} = \frac{Q}{T_{\text{дн}}},$$

где $T_{\text{дн}}$ — отработанные человеко-дни,

$$W_{\text{дн}} = \frac{48\,500\,000}{9500} = 5105,26 \text{ (руб.)},$$

или

$$W_{\text{дн}} = W_{\text{час}} \cdot \text{Средняя фактическая продолжительность рабочего дня} = 654,52 \cdot 7,8 = 5105,26 \text{ (руб.)};$$

3) средняя месячная выработка в расчете на одного рабочего

$$W_{\text{мес}} = \frac{Q}{\text{ССЧ}_{\text{рабочих}}},$$

$$W_{\text{мес}} = \frac{48\,500\,000}{480} = 101\,041,7 \text{ (руб.)},$$

или

$$W_{\text{мес}} = W_{\text{дн}} \cdot \text{Средняя фактическая продолжительность рабочего периода} = 5105,26 \cdot 19,79 = 101\,041,7 \text{ (руб.)};$$

4) средняя месячная выработка в расчете на одного работающего

$$W_{\text{мес}} = \frac{Q}{\bar{T}},$$

где \bar{T} — средняя списочная численность всего персонала организации

$$\bar{T} = \frac{480}{0,8} = 600 \text{ (человек)};$$

$$W_{\text{мес}} = \frac{48\,500\,000}{600} = 80\,833,33 \text{ (руб.)}.$$

Известно, что в декабре по сравнению с ноябрем произошли следующие изменения: средняя часовая выработка увеличилась на 5,48 руб., средняя фактическая продолжительность рабочего дня — на 0,02 часа, число отработанных одним рабочим дней в месяце — на 0,21 дня, доля рабочих в общей численности персонала организации — на 1%.

Определим, как изменилась средняя месячная выработка в расчете на одного работающего за счет различных факторов:

•

а) изменения доли рабочих в общей численности персонала организации:

$$\Delta W_d = W_{\text{мес } 0} \cdot b_0 \cdot c_0 \cdot (d_1 - d_0) = 654,52 \cdot 7,8 \cdot 19,79 \cdot 0,01 = 1010,33 (\text{руб.}),$$

где b — средняя фактическая продолжительность рабочего дня;
 c — средняя фактическая продолжительность рабочего периода;
 d — доля рабочих в общей численности персонала;

б) изменения продолжительности рабочего периода:

$$\Delta W_c = W_{\text{мес } 0} \cdot b_0 \cdot (c_1 - c_0) \cdot d_1 = 654,2 \cdot 7,8 \cdot 0,21 \cdot 0,81 = 867,98 (\text{руб.});$$

в) изменения продолжительности рабочего дня:

$$\Delta W_b = W_{\text{мес } 0} \cdot (b_1 - b_0) \cdot c_1 \cdot d_1 = 654,2 \cdot 0,02 \cdot 20 \cdot 0,81 = 211,96 (\text{руб.});$$

г) изменения средней часовой выработки:

$$\Delta W_{\text{час}} = (W_{\text{час } 1} - W_{\text{час } 0}) \cdot b_1 \cdot c_1 \cdot d_1 = 5,48 \cdot 7,82 \cdot 0,81 = 694,23 (\text{руб.}).$$

Таким образом, изменение средней месячной выработки составило:

$$\Delta W_{\text{мес}} = \Delta W_{\text{час}} + \Delta W_d + \Delta W_c + \Delta W_b = 694,23 + 211,96 + 867,98 + 1010,33 = 2784,5 (\text{руб.}).$$

19.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 19.1. Как измеряется уровень производительности труда?
- 19.2. Как связаны между собой показатели уровня производительности труда?
- 19.3. Как количественно оценить изменение объема продукции (в абсолютном и относительном выражении) за счет изменения производительности труда?
- 19.4. Какие индексы используются для измерения динамики производительности труда?
- 19.5. Известны следующие данные за два месяца.

Показатель	Сентябрь	Октябрь
Выпуск продукции, тыс. руб.	7 700	8 546
Среднесписочная численность промышленно-производственного персонала, человек	125	138
в том числе рабочих	100	105
Отработано рабочими, человеко-дней	2 000	2 205
Отработано рабочими, человеко-часов	15 400	16 758

Определите:

- уровни производительности труда;
- динамику производительности труда;
- прирост среднемесячной выработки в расчете на одного работающего за счет отдельных факторов;
- прирост объема продукции, полученный за счет:
 - увеличения численности работающих;
 - роста производительности труда.

Поясните, как взаимосвязаны показатели уровня производительности труда.

- 19.6. Известны следующие данные за два месяца.

Показатель	Июнь	Июль
Выпуск продукции, тыс. шт.	1 485,7	1 670,0
Среднесписочная численность промышленно-производственного персонала, человек	250	255
в том числе рабочих	187	190
Отработано рабочими, человеко-дней	3 834	3 933
Отработано рабочими, человеко-часов	29 714	30 363

Определите:

- уровни производительности труда (выработку продукции в единицу времени);
- трудоемкость единицы продукции;

- в) динамику производительности труда;
- г) динамику трудоемкости единицы продукции;
- д) прирост среднемесячной выработки в расчете на одного рабочего за счет отдельных факторов;
- е) прирост объема продукции, полученный за счет:
 - увеличения фонда отработанного времени (в человеко-часах).
 - роста производительности труда.

Укажите, как взаимосвязаны показатели уровня производительности труда.

19.7. По организации известны следующие данные.

Показатель	Апрель	Май
Объем продукции, тыс. руб.	4 800	5 610
Отработано рабочими, тыс. человеко-дней	2 000	2 255

В отчетном году индекс средней фактической продолжительности рабочего дня составил 92%, а индекс средней фактической продолжительности рабочего периода (в днях) — 105%. Определите индексы среднечасовой, среднедневной и среднемесячной выработки продукции.

19.8. По организации известны следующие данные.

Показатель	I квартал	II квартал
Объем продукции, тыс. руб.	55 270	59 987
Отработано рабочими, человек-часов	92 112	98 340

Во II квартале индекс средней фактической продолжительности рабочего дня составил 104%, а индекс средней фактической продолжительности рабочего периода (в днях) — 103%. Определите индексы среднечасовой, среднедневной и среднегодовой производительности труда.

19.9. При составлении плана были предусмотрены следующие показатели.

Средняя месячная выработка на одного рабочего, руб.	34 250
Средняя дневная выработка, руб.	1 600
Средняя часовая выработка, руб.	200
Доля рабочих в общей численности персонала, %	80

Фактически за отчетный месяц выпуск продукции в ценах, предусмотренных в плане, составил 39 468 тыс. руб., средняя списочная численность персонала — 150 человек, в том числе число рабочих — 115 человек, число отработанных рабочими человеко-дней — 2392, число отработанных рабочими человеко-часов — 17 940. Определите индексы средней часовой, дневной и месячной выработки продукции.

19.10. Данные по организации за два квартала следующие.

Филиал	Средняя дневная выработка одного рабочего, шт.		Средняя продолжительность рабочего дня, ч		Средняя продолжительность рабочего месяца, дней	
	I кв.	II кв.	I кв.	II кв.	I кв.	II кв.
1	20	22	8,0	7,8	63	65
2	18	19	8,0	7,9	60	63

Определите по каждому филиалу организации динамику среднечасовой, среднедневной и среднемесячной выработки продукции. Рассчитайте индекс производительности труда по организации в целом, если известно, что численность рабочих в первом филиале на 10% больше, чем во втором.

19.11. Как изменится производительность труда, если объем произведенной продукции в сопоставимых ценах увеличится на 8,5%, а численность работающих сократится на 5%?

19.12. Как изменится объем произведенной продукции, если фонд отработанного времени увеличится на 5,5%, а производительность труда — на 3,6%? Определите влияние каждого фактора на изменение объема произведенной продукции.

19.13. Заполните таблицу недостающими показателями.

Показатель	Январь	Февраль
Среднечасовая выработка, шт.	10	...
Фонд отработанного времени рабочими:		
человеко-дни	2 100	...
человеко-часы	16 380	...
Средняя списочная численность рабочих, человек	100	...
Удельный вес рабочих в общей численности работающих, %	70	72
Среднедневная выработка в расчете на одного рабочего, шт.
Среднемесячная выработка в расчете на одного рабочего, шт.
Среднемесячная выработка в расчете на одного среднесписочного работника предприятия, шт.
Прирост (уменьшение) объема продукции за счет изменения уровня среднечасовой выработки, тыс. шт. *	+16,38	...
Прирост (уменьшение) объема продукции за счет изменения фонда отработанного времени (в человеко-часах), тыс. шт. *
Прирост (уменьшение) объема продукции за счет изменения уровня среднедневной выработки, тыс. шт. *
Прирост (уменьшение) объема продукции за счет изменения фонда отработанного времени (в человеко-днях), тыс. шт. *

Продолжение

Показатель	Январь	Февраль
Прирост (уменьшение) объема продукции за счет изменения среднемесячной выработки рабочего, тыс. шт.*
Прирост (уменьшение) фонда отработанного времени, %*		
отработанных человеко-дней	-2,0	+1,5
отработанных человеко-часов	+5,0	+2,0
Изменение объема продукции		
в тыс. шт.	...	
в %	...	+2,5
Изменение среднесписочной численности рабочих, %*	+2,0	+1,0

*Указано изменение по сравнению с предыдущим месяцем.

19.14. Как изменится производительность труда, если трудоемкость продукции снизится на 4,5%?

19.15. Как изменится трудоемкость продукции, если производительность труда повысится в 1,08 раза?

19.16. Известны следующие данные за два периода.

Вид продукции	Произведено продукции, т		Затраты труда на 1 т, человеко-часов	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
А	400	500	5,5	4,8
В	600	610	7,0	6,7

Определите:

- динамику производительности труда по каждому виду продукции;
- общие индексы производительности труда и трудоемкости продукции;
- экономия рабочего времени при производстве каждого вида продукции и по двум видам продукции в целом, полученную в результате роста производительности труда.

19.17. Известны следующие данные о производстве одежды и затратах труда по швейной фабрике за два месяца.

Вид продукции	Выпуск продукции, шт.		Фактические затраты рабочего времени в среднем на 1 шт., человеко-часов	
	сентябрь	октябрь	сентябрь	октябрь
А	200	400	5,5	5,0
Б	250	300	6,0	5,6
В	100	100	10,0	9,8

Определите:

- а) индивидуальные индексы производительности труда;
- б) общий индекс производительности труда:
 - средний арифметический,
 - агрегатный;
- в) экономию рабочего времени, полученную в результате роста производительности труда по предприятию в целом.

19.18. В отчетном периоде по сравнению с базисным количество произведенной продукции увеличилось вследствие повышения производительности труда на 500 т. Трудоемкость единицы продукции в базисном периоде составила 3 человеко-дня на 1 т. Определите экономию затрат рабочего времени в результате повышения производительности труда.

19.19. Известны следующие данные о работе железнодорожного транспорта за три года.

Показатель	I год	II год	III год
Грузооборот, млрд т · км	2 523	2 326	2 310
Среднегодовая численность работающих, тыс. человек	1 120	1 100	1 090

Определите:

- а) индексы динамики объема перевозок;
- б) индексы динамики численности работников железнодорожного транспорта;
- в) индексы производительности труда;
- г) среднегодовые темпы роста и прироста производительности труда за рассматриваемый период.

19.20. Известны следующие данные за два периода.

Вид продукции	Затраты времени на единицу продукции по норме, человеко-часов	Ноябрь		Декабрь	
		выработано продукции, шт.	общие затраты рабочего времени, человеко-часов	выработано продукции, шт.	общие затраты рабочего времени, человеко-часов
А	3,8	7 400	25 900	7 500	25 500
Б	4,5	8 000	35 200	8 500	36 550

Определите общий индекс производительности труда трудовым методом.

19.21. Известны следующие данные за два периода.

Вид продукции	Затраты времени на производство 1 м по норме, человеко-часов	Февраль		Март	
		выработано продукции, м	общие затраты рабочего времени, человеко-часов	выработано продукции, м	общие затраты рабочего времени, человеко-часов
А	1,5	500	700	510	663
Б	2,5	450	1 080	470	1 081

Определите:

- индекс производительности труда трудовым методом;
- агрегатный индекс производительности труда;
- индекс трудоемкости;
- экономию (дополнительные затраты) труда в связи с изменением трудоемкости в отчетном периоде по сравнению с базисным.

19.22. Известны следующие данные по двум филиалам организации.

Филиал	Отработано, человеко-часов		Индекс производительности труда в отчетном периоде, %
	базисный период	отчетный период	
1	7 200	7 500	105,5
2	6 900	7 100	108,8

Определите:

- сводный по организации индекс производительности труда;
- экономию рабочего времени, полученную за счет роста производительности труда;
- прирост продукции за счет повышения производительности труда по каждому цеху и в целом по организации, если средняя часовая выработка составляла в отчетном периоде:
 - филиал 1 — 500 руб.,
 - филиал 2 — 620 руб.

19.23. Известны следующие данные по трем филиалам организации.

Филиал	Всего отработано, человеко-дней		Повышение производительности труда в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	базисный период	отчетный период	
1	8 360	8 380	+2,5
2	7 100	7 090	+3,8
3	7 500	7 600	-5,3

Определите:

- общий по организации индекс производительности труда;

- б) экономию рабочего времени, полученную за счет роста производительности труда;
- в) прирост продукции (%) за счет повышения производительности труда по каждому филиалу и в целом по организации.

19.24. Известны следующие данные о производстве однородной продукции в затратах рабочего времени по двум филиалам фирмы.

Филиал	I квартал		II квартал	
	изготовлено изделий, кг	затраты рабочего времени, человеко-часов	изготовлено изделий, кг	затраты рабочего времени, человеко-часов
1	20 000	24 570	22 176	24 640
2	18 000	19 656	17 811	19 152

Определите:

- а) показатели динамики производительности труда по каждому филиалу;
- б) показатели динамики производительности труда по фирме в целом (индексы производительности труда переменного и постоянного состава);
- в) экономию рабочего времени в связи с ростом производительности труда по фирме в целом.

19.25. Данные о производительности труда и структуре численности работающих фирмы следующие

Филиал	Базисный период		Отчетный период	
	средняя выработка продукции на одного работающего, руб.	удельный вес филиала в общей численности работающих, %	средняя выработка продукции на одного работающего, руб.	удельный вес филиала в общей численности работающих, %
1	17 000	35	17 500	30
2	16 800	30	16 500	20
3	17 900	35	18 200	50
Итого		100		100

Определите:

- а) индивидуальные индексы производительности труда;
- б) общие индексы производительности труда;
 - переменного состава,
 - постоянного состава,
 - влияния структурных сдвигов;
- в) изменение средней выработки на одного работающего по фирме в целом за счет отдельных факторов в абсолютном выражении.

19.26. Известны следующие данные по двум филиалам фирмы.

Филиал	Базисный период		Отчетный период	
	произведенная продукция в сопоставимых ценах, тыс. руб.	средняя списочная численность работающих, человек	произведенная продукция в сопоставимых ценах, тыс. руб.	средняя списочная численность работающих, человек
1	12 160	440	12 240	480
2	12 400	714	12 363	700

Определите:

- а) индексы производительности труда по каждому филиалу;
- б) общие индексы производительности труда:
 - постоянного состава,
 - переменного состава.

Проанализируйте полученные результаты.

19.27. Известны следующие данные о стаже работы 20 рабочих цеха и выработке ими продукции за смену.

№ п/п	Стаж работы, лет	Выработка продукции за смену, шт.	№ п/п	Стаж работы, лет	Выработка продукции за смену, шт.
1	2	34	11	14	38
2	17	36	12	12	41
3	3	37	13	14	46
4	6	40	14	1	35
5	1	36	15	11	42
6	4	39	16	7	39
7	8	40	17	15	46
8	10	43	18	8	41
9	11	45	19	8	40
10	3	38	20	10	40

Задание:

- 1) постройте ряды распределения (дискретный и интервальный), определите показатели вариации и структурные характеристики каждого ряда;
- 2) используя метод группировок, установите характер зависимости между стажем работы и выработкой продукции за смену, рассчитайте эмпирическое корреляционное отношение;
- 3) определите тесноту связи между стажем и производительностью труда, рассчитайте параметры уравнения регрессии.

ТЕМА 20. СТАТИСТИКА ОПЛАТЫ ТРУДА И ЗАТРАТ НА РАБОЧУЮ СИЛУ

20.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Оплата труда — это вознаграждение, которое получают работники за произведенную продукцию и оказанные услуги или за отработанное время. Кроме того, к оплате труда относится оплата ежегодных отпусков, выходных и праздничных дней и прочего неотработанного времени, оплачиваемого в соответствии с трудовым законодательством и условиями трудовых договоров. Задачи статистики оплаты труда состоят в определении размера фондов оплаты труда, его состава и структуры; анализе уровня, динамики и факторов, влияющих на оплату труда; изучении и анализе дифференциации оплаты труда; изучении расходов на рабочую силу.

При анализе фонда заработной платы выделяют *часовой, дневной и месячный фонды заработной платы*. *Фонды часовой и дневной заработной платы* включают выплаты, начисленные за фактически отработанное время, учтенное соответственно в часах или днях. *Фонд заработной платы*, начисленной за месяц, включает выплаты как за отработанное, так и за неотработанное время в течение месяца.

Между показателями, характеризующими средний уровень оплаты труда, существует следующая взаимосвязь:

$$f_{\text{дн}} = f_{\text{час}} \cdot \text{СФПРД} \cdot K_{\text{дн}},$$

где СФПРД — средняя фактическая продолжительность рабочего дня;
 $K_{\text{дн}}$ — коэффициент увеличения дневного фонда заработной платы за счет доплат за не отработанные, но оплаченные часы за месяц.

$$f_{\text{мес}} = f_{\text{дн}} \cdot \text{СФПРП} \cdot K_{\text{мес}},$$

где СФПРП — средняя фактическая продолжительность рабочего месяца;
 $K_{\text{дн}}$ — коэффициент увеличения месячного фонда заработной платы за счет доплат за не отработанные, но оплаченные дни за месяц.

Пример 1. Имеются следующие данные по организации за месяц, руб.

Заработная плата, начисленная по сдельным расценкам, тарифным ставкам и окладам за отработанное время	8 377 800
Компенсационные выплаты, связанные с режимом работы и условиями труда	50 800
Доплаты за работу в ночное время	52 600
Стимулирующие доплаты к тарифным ставкам и окладам	410 800
Оплата внутрисменных простоев	2 500
Оплата льготных часов подростков	8 300
Оплата часов, не отработанных в связи с выполнением государственных и общественных обязанностей	4 800
Оплата дней, не отработанных в связи с выполнением государственных и общественных обязанностей	7 200
Оплата целодневных простоев	13 500
Оплата очередных и учебных отпусков	375 800
Вознаграждение за выслугу лет	168 800
Денежная компенсация за неиспользованный отпуск	9 360
Прочие виды единовременных поощрительных выплат	310 200

Среднесписочная численность работников организации в этом месяце составляла 480 человек. Они отработали 9500 человеко-дней ($T_{\text{дн}}$) и 74 100 человеко-часов ($T_{\text{час}}$). Средняя фактическая продолжительность рабочего дня составляла 7,8 часа, а продолжительность рабочего периода — 19,97 дня.

Определим среднечасовую, среднедневную и среднемесячную заработную плату и покажем взаимосвязь между исчисленными показателями уровня оплаты труда.

1) Часовой фонд заработной платы:

$$F_{\text{час}} = 8\,377\,800 + 50\,800 + 52\,600 + 410\,800 = 8\,892\,000 \text{ (руб.)};$$

2) дневной фонд заработной платы:

$$F_{\text{дн}} = 8\,892\,000 + 2\,500 + 8\,300 + 4\,900 = 8\,907\,700 \text{ (руб.)};$$

3) месячный фонд заработной платы:

$$F_{\text{мес}} = 8\,907\,700 + 7\,200 + 13\,500 + 375\,800 + 168\,800 + 9\,360 + 310\,200 = 9\,792\,560 \text{ (руб.)};$$

4) коэффициент увеличения фонда дневной заработной платы за счет доплат:

$$K_{\text{дн}} = F_{\text{дн}} : F_{\text{час}} = 8\,907\,700 : 8\,892\,000 = 1,0018;$$

5) коэффициент увеличения месячного фонда заработной платы за счет доплат:

$$K_{\text{мес}} = F_{\text{мес}} : F_{\text{дн}} = 9\,792\,560 : 8\,907\,700 = 1,0993;$$

6) среднечасовая заработная плата:

$$f_{\text{час}} = F_{\text{час}} : T_{\text{час}} = 8\,892\,000 : 74\,100 = 120 \text{ (руб./человеко-час);}$$

7) среднедневная заработная плата:

$$f_{\text{дн}} = F_{\text{дн}} : T_{\text{дн}} = 8\,907\,700 : 9500 = 937,65 \text{ (руб./человеко-день);}$$

8) средняя месячная заработная плата:

$$f_{\text{мес}} = F_{\text{мес}} : \text{ССЧ} = 9\,792\,560 : 480 = 20\,401,17 \text{ (руб./человек).}$$

А теперь покажем взаимосвязь исчисленных показателей уровня оплаты труда:

$$f_{\text{дн}} = f_{\text{час}} \cdot \text{СФПРД} \cdot K_{\text{дн}} = 120 \cdot 7,8 \cdot 1,0018 = 937,65 \text{ (руб./человеко-день);}$$

$$f_{\text{мес}} = f_{\text{дн}} \cdot \text{СФПРП} \cdot K_{\text{мес}} = 937,65 \cdot 19,97 \cdot 1,0993 = 20\,401,17 \text{ (руб./человек)}$$

(расхождения связаны с округлениями в расчетах).

Важная задача статистики — анализ дифференциации заработной платы. Он осуществляется с помощью квартильного и децильного коэффициентов дифференциации заработной платы.

Анализ динамики заработной платы проводится с помощью индексного метода. Для работников отдельных категорий рассчитываются индивидуальные индексы заработной платы, а для совокупности работников различных профессий, отраслей экономики, регионов исчисляются общие индексы, в том числе индексы заработной платы переменного, фиксированного состава и индекс влияния структурных сдвигов. Расчет этих индексов позволяет также определить влияние отдельных факторов на изменение средней заработной платы и фонда заработной платы.

Затраты на рабочую силу представляют собой издержки, связанные с наймом и содержанием рабочей силы, которые несет работодатель. Этот показатель содержит все элементы оплаты труда, входящие в фонд оплаты труда, а также ряд статей расходов, связанных с социальной защитой, профессиональным образованием работников и рядом других расходов.

Помимо абсолютного показателя расходов на рабочую силу статистика рассчитывает ряд относительных показателей: *структуру расходов по элементам, затраты работодателя на рабочую силу в расчете на единицу выпущенной продукции и единицу трудовых затрат*. Кроме того, данные о расходах группируются по отраслям, регионам и категориям работников.

20.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 20.1.** Каков смысл понятия «оплата труда работающих» и в чем состоит задачи статистики оплаты труда?
- 20.2.** Что такое фонд оплаты труда и каковы его составные элементы?
- 20.3.** Какие выплаты, кроме входящих в фонд оплаты труда, получает работник на предприятии?
- 20.4.** Как исчисляются показатели среднего уровня оплаты труда? Как связаны между собой показатели среднечасовой, среднесуточной и среднемесячной заработной платы?
- 20.5.** Как проводится анализ динамики оплаты труда с помощью индексного метода?
- 20.6.** Как проводится факторный анализ изменения фонда оплаты труда?
- 20.7.** Как исчисляются показатели, характеризующие дифференциацию оплаты труда?
- 20.8.** Что такое «затраты (расходы) на рабочую силу»? Какая группировка используется для изучения их состава?
- 20.9.** Каково информационное обеспечение статистики оплаты труда?
- 20.10.** Укажите, какие из перечисленных ниже выплат входят в фонд оплаты труда:
 - 1) доходы по акциям и другие доходы от участия работников в собственности предприятия (дивиденды, проценты, выплаты по долевым паям и т.д.);
 - 2) оплата по тарифным ставкам, окладам или сдельным расценкам за отработанное время или выполненную работу;
 - 3) доплата сдельщикам по прогрессивным расценкам и в связи с изменениями условий труда;
 - 4) прогрессивные выплаты работникам с повременной оплатой;
 - 5) надбавки к тарифным ставкам и окладам за профессиональное мастерство, за высокие достижения, ежемесячные и ежеквартальные вознаграждения (процентные надбавки) за выслугу лет, стаж работы, стаж работы по специальности;
 - 6) выплаты компенсирующего характера, связанные с режимом работы и условиями труда;
 - 7) выплаты, обусловленные районным регулированием оплаты труда;

- 8) доплаты за работу в ночное время, сверхурочное время, в нерабочие дни, за работу в многосменном режиме, за разъездной характер труда, на подземных работах, вахтовым методом и т.п.;
- 9) оплата очередных и учебных отпусков;
- 10) денежная компенсация за неиспользованный отпуск;
- 11) страховые взносы в Пенсионный фонд Российской Федерации, Фонд социального страхования Российской Федерации, фонды обязательного медицинского страхования Российской Федерации, Государственный фонд занятости населения Российской Федерации;
- 12) взносы в негосударственные пенсионные фонды;
- 13) взносы на добровольное медицинское страхование за счет предприятия;
- 14) выплаты из внебюджетных фондов: пособия по временной нетрудоспособности, беременности и родам, оплата санаторно-курортного лечения и семейного отдыха;
- 15) вознаграждение по итогам работы за год, годовое вознаграждение за выслугу лет;
- 16) стоимость питания, топлива и жилья, бесплатно предоставляемых работникам ряда отраслей;
- 17) надбавки к пенсиям, единовременные пособия уходящим на пенсию ветеранам труда;
- 18) стипендии студентам и учащимся, направляемым данным предприятием на учебу;
- 19) материальная помощь по личным обстоятельствам;
- 20) выплаты выходного пособия;
- 21) стоимость выданной спецодежды, дезинфицирующих средств и др., связанных с условиями труда;
- 22) оплата командировочных расходов, полевого довольствия.

20.11. Известны следующие данные по организации за отчетный период о выплатах, начисленных работникам, тыс. руб.

Оплата по основным сдельным расценкам	1 673 930
Оплата по тарифным ставкам и окладам	471 690
Доплата сдельщикам по прогрессивным расценкам и в связи с изменением условий работы	13 140
Премии по установленным премиальным системам оплаты труда	9 220
Доплаты за работу в ночное время	2 200
Надбавки за трудные условия труда	552
Надбавки неосвобожденным бригадирам за организацию работы бригады	8 770
Оплата льготных часов подростков	7 200

Продолжение

Оплата внутрисменных простоев	3 500
Оплата за обучение учеников на производстве	2 500
Выплата выходного пособия	4 400
Оплата целодневных простоев	8 630
Оплата очередных и учебных отпусков	160 800
Оплата дней выполнения государственных обязанностей	2 800
Вознаграждение за выслугу лет	40 200
Командировочные расходы	6 900
Пособия по временной нетрудоспособности, беременности и родам	76 800

Среднесписочная численность работников составила 100 человек, они отработали 2000 человеко-дней и 15 000 человеко-часов.

Определите среднечасовую, среднедневную и среднемесячную заработную плату. Покажите взаимосвязь показателей, характеризующих уровень оплаты труда.

20.12. Известны следующие данные по организации за отчетный период, руб.

Начисления по сдельным расценкам и тарифным ставкам	3 686 760
Премии сдельщикам и повременщикам, доплаты в связи с изменениями условий работы, за работу в ночное время, за обучение учеников на производстве и бригадирам за организацию работы бригады	194 090
Доплаты к часовому фонду заработной платы до дневного фонда заработной платы	40 270
Доплаты к дневному фонду заработной платы до месячного фонда заработной платы	80 500
Пособия по временной нетрудоспособности	8 502
Командировочные расходы	14 550
Доходы по акциям от участия в собственности предприятия	28 000

Среднесписочная численность работников организации за этот период составляла 200 человек, в течение месяца они отработали в среднем по 21 дню при средней продолжительности рабочего дня в 7,3 часа.

Определите показатели среднечасовой, среднедневной и среднемесячной заработной платы рабочих. Покажите взаимосвязь этих показателей.

20.13. Известны следующие данные по организации за ноябрь.

Отработано рабочими, человеко-дней	52 500
Целодневные простои, человеко-дни	20
Число неявок на работу, человеко-дней	2 250
Число отработанных рабочими человеко-часов	39 900
Месячный фонд заработной платы рабочих, тыс. руб.	6 300,0
Дневной фонд заработной платы рабочих, тыс. руб.	5 512,5
Часовой фонд заработной платы рабочих, тыс. руб.	5 200,5

Определите среднечасовую, среднедневную и среднемесячную заработную плату рабочих. Покажите взаимосвязь исчисленных показателей.

20.14. Известны следующие данные по организации (руб.).

Суммы, начисленные работникам за отработанное время по тарифным ставкам, окладам, сдельным расценкам	1 203 930
Стоимость продукции, выданной в порядке натуральной оплаты труда	15 000
Доплаты и надбавки за профессиональное мастерство, совмещение профессий и другие выплаты стимулирующего характера	248 200
Доплата за работу в ночное время	83 050
Доплата за работу в опасных условиях	125 900
Выплата квалифицированным работникам за подготовку учеников на производстве	126 087
Оплата учебных отпусков	20 545
Оплата очередных отпусков	98 500
Оплата внутрисменных простоев	82 960
Оплата целодневных простоев	113 863
Оплата льготных часов подростков	42 000
Оплата внутрисменных часов, не отработанных в связи с выполнением государственных или общественных обязанностей	1 505
Пособия по временной нетрудоспособности	32 842
Доходы по акциям предприятия	415 010
Командировочные расходы	102 860
Оплата дней, не отработанных в связи с выполнением государственных или общественных обязанностей	5 854
Денежная компенсация за неиспользованный отпуск	28 760
Вознаграждение за выслугу лет	108 600
Материальная помощь, предоставленная:	
— работникам основных цехов	42 000
— двум работникам по семейным обстоятельствам	5 300
Выплаты на питание, жилье, предоставляемые в соответствии с законодательством работникам данной отрасли	26 107
Суммы, выданные работникам на погашение кредита, предоставленного на жилищное строительство	510 200
Обязательные отчисления в государственные социальные фонды	984 630
Надбавки к пенсиям	3 600
Оплата путевок:	11 048
на лечение и отдых	
на экскурсии	11 370
Расходы на переподготовку кадров	52 500
Расходы на проведение вечера отдыха	38 960
Оплата проезда к месту работы	21 800

Среднесписочная численность работников предприятия — 100 человек.

Фактически отработанное время:

- 2 100 человеко-дней,
- 16 170 человеко-часов.

Задание:

- а) определите фонд заработной платы и выплаты социального характера, начисленные за месяц;
- б) рассчитайте показатели средней часовой, дневной и месячной заработной платы;
- в) покажите взаимосвязь между исчисленными показателями среднего уровня заработной платы;
- г) определите предполагаемое увеличение фонда заработной платы в следующем месяце (в руб. и в %) за счет каждого фактора, если численность работников возрастет на шесть человек, а средняя месячная заработная плата — на 1860 руб.;
- д) проанализируйте структуру затрат предприятия на рабочую силу;
- е) определите среднечасовые и среднемесячные затраты на рабочую силу, укажите взаимосвязь исчисленных показателей.

20.15. На базе следующих данных анализа показателей по труду и заработной плате за два года определите динамику среднедневной и среднемесячной заработной платы, %.

Индекс среднего числа дней работы на одного списочного рабочего	105
Индекс средней фактической продолжительности рабочего дня	101
Индекс среднечасовой заработной платы	110
Индекс коэффициента увеличения фонда дневной заработной платы за счет доплат	102,4
Индекс коэффициента увеличения фонда месячной заработной платы за счет доплат	101,3

20.16. Результаты анализа показателей по труду и заработной плате за два квартала следующие: индекс среднего числа дней работы одного списочного рабочего составил 104,5%, индекс средней фактической продолжительности рабочего дня — 99%, индекс средней дневной заработной платы — 108,9%, индекс коэффициента увеличения фонда дневной заработной платы за счет доплат — 102,5%, индекс коэффициента увеличения фонда месячной заработной платы за счет доплат — 104,8%.

Определите динамику среднечасовой и среднемесячной заработной платы.

20.17. Проанализируйте динамику заработной платы и производительности труда по следующим данным.

Показатель	Базисный период	Текущий период
Объем продукции, тыс. руб.	8 570	8 539
Фонд заработной платы, тыс. руб.	2 580	2 540
Средняя списочная численность работников, человек	110	98

20.18. Известны следующие данные по организации.

Показатель	Июнь	Июль
Фонд заработной платы, тыс. руб.	3 379,4	3 534,0
Явки на работу, человеко-дней	2 440	2 542
Неявки на работу, человеко-дней	1 220	1 302

Определите:

- а) динамику среднемесячной заработной платы рабочих;
- б) абсолютный прирост фонда заработной платы в результате изменения средней списочной численности работников и уровня средней заработной платы.

20.19. Фонд заработной платы работающих в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличился на 12%, а средняя заработная плата за этот же период — на 9%. Определите динамику численности работающих.

20.20. Фонд заработной платы промышленно-производственного персонала в отчетном году увеличился на 17%, среднегодовая численность персонала за этот же период уменьшилась на 3%. Определите, как изменилась средняя заработная плата одного работающего.

20.21. Среднемесячная заработная плата работника в отчетном периоде составила 26 520 руб., что на 10% превышало соответствующий показатель базисного периода. Численность работников за этот же период сократилась на 5% и составила 130 человек. Определите, как изменился фонд заработной платы за этот период в абсолютном и относительном выражении в целом и за счет отдельных факторов: за счет изменения средней заработной платы и за счет изменения численности работников.

20.22. Средняя заработная плата в отчетном периоде увеличилась на 8%, а численность работников не изменилась. Определите, как изменился фонд заработной платы.

20.23. Известны следующие данные о динамике численности и среднемесячной заработной платы основных и вспомогательных рабочих.

Категория рабочих	Среднемесячная заработная плата, руб.		Численность рабочих	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Основные рабочие	28 900	31 000	60	63
Вспомогательные рабочие	26 500	27 900	15	10

Рассчитайте:

- а) в каждом периоде среднемесячную заработную плату рабочих;
- б) индексы заработной платы переменного, фиксированного состава и индекс влияния структурных сдвигов;

- в) абсолютную величину прироста фонда заработной платы за счет различных факторов:
- изменения численности рабочих,
 - изменения уровней заработной платы отдельных категорий рабочих,
 - изменения удельного веса категорий рабочих с различными уровнями заработной платы.

Проанализируйте полученные результаты.

20.24. На основании приведенных ниже данных рассчитайте по организации в целом:

- а) среднемесячную заработную плату;
- б) индексы переменного, фиксированного состава и индекс влияния структурных сдвигов;
- в) абсолютную величину прироста фонда заработной платы за счет различных факторов:
 - изменения численности работающих,
 - изменения уровней заработной платы,
 - изменения удельного веса работающих с различными уровнями заработной платы.

Состав персонала организации	Фонд заработной платы работающих, тыс. руб.		Средняя списочная численность работающих, человек	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Рабочие	2 232,0	2 442,0	124	132
Служащие	446,6	496,8	22	24

20.25. Известны следующие данные о заработной плате работающих в отчетном и базисном периодах по организациям региона:

Организация	Базисный период		Отчетный период	
	среднемесячная заработная плата, руб.	удельный вес организаций в общей численности работающих, %	фонд заработной платы, тыс. руб.	среднемесячная заработная плата, руб.
1	26 500	30,2	5 800	29 000
2	27 970	48,5	10 395	31 500
3	25 000	21,3	4 200	28 000

Определите:

- а) индексы переменного состава, фиксированного состава и влияния структурных сдвигов;
- б) влияние отдельных факторов на изменение средней заработной платы работающих по трем организациям региона в целом в абсолютном выражении.

20.26. Известны следующие данные по четырем организациям о темпах роста производительности труда и заработной платы в отчетном периоде по сравнению с базисным.

Показатель	Организация			
	1	2	3	4
Темп роста заработной платы, %	109	114	106	110
Темп роста производительности труда, %	116	123	104	110

Определите:

- коэффициент роста производительности труда по сравнению с ростом заработной платы по каждой организации;
- эмпирический коэффициент эластичности.

20.27. Распределение работающих по размерам начисленной заработной платы характеризуется следующими данными.

Начисленная заработная плата в месяц, руб.	Численность работающих, % к итогу
Менее 10 000	5
10 000—12 000	8
12 000—14 000	9
14 000—16 000	12
16 000—18 000	20
18 000—20 000	25
20 000—22 000	15
Свыше 22 000	6
Итого	100

Для характеристики дифференциации заработной платы определите следующие показатели:

- среднюю заработную плату;
- коэффициент вариации;
- модальное и медианное значение заработной платы;
- квартильный и децильный коэффициенты дифференциации.

Прокомментируйте полученные результаты.

20.28. Известны следующие данные по двум регионам.

Затраты на рабочую силу в расчете на одного работающего в месяц, руб.	Число организаций, % к итогу	
	регион А	регион Б
До 25 000	2	—
25 000—25 600	4	1
25 600—26 200	7	2
26 200—26 800	10	4

Продолжение

Затраты на рабочую силу в расчете на одного работающего в месяц, руб.	Число организаций, % к итогу	
	регион А	регион Б
26 800—27 400	12	6
27 400—28 000	20	8
28 000—28 600	21	10
28 600—29 200	12	25
29 200—29 800	9	20
29 800—30 400	3	14
30 400—31 000	—	6
Свыше 31 000	—	4
Итого	100	100

Проанализируйте по каждому региону дифференциацию уровня затрат на рабочую силу в расчете на одного работающего в месяц.

ТЕМА 21. СТАТИСТИКА ОСНОВНЫХ ФОНДОВ И МАТЕРИАЛЬНЫХ ОБОРОТНЫХ СРЕДСТВ ОРГАНИЗАЦИИ (ПРЕДПРИЯТИЯ)

21.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Основные фонды — это произведенные активы, подлежащие использованию неоднократно или постоянно в течение длительного периода времени (не менее года) для производства товаров и оказания услуг.

Статистика основных фондов изучает объем, состав, распределение, состояние и использование основных фондов, процесс их воспроизводства.

Для характеристики воспроизводства основных фондов составляют балансы основных фондов по полной первоначальной стоимости (ПС) и остаточной стоимости (ОС).

Пример 1. Известны следующие данные о наличии и движении основных фондов предприятия за год.

Основные фонды по полной первоначальной стоимости на начало года, тыс. руб.	4 980
Степень износа основных фондов на начало года, %	35
Введено новых основных фондов за год, тыс. руб.	1 110
Выбыло основных фондов по полной первоначальной стоимости за год, тыс. руб.	555
Остаточная стоимость выбывших основных фондов, тыс. руб.	45
Сумма начисленного износа за год, тыс. руб.	495
Среднегодовая стоимость основных фондов, тыс. руб.	5 040
Стоимость произведенной продукции, тыс. руб.	7 710

На основании приведенных данных построим балансы основных фондов.

Баланс основных фондов по полной первоначальной стоимости, тыс. руб.

Наличие основных фондов на начало года	Введено в действие основных фондов за год	Выбыло основных фондов за год	Наличие основных фондов на конец года
4 980	1 110	555	5 535

$$ПС_{к.г} = 4980 + 1110 - 555 = 5535 \text{ (тыс. руб.)}$$

Баланс основных фондов по остаточной стоимости, тыс. руб.

Наличие основных фондов на начало года	Введено в действие основных фондов за год	Выбыло основных фондов за год	Начислен износ основных фондов за год	Наличие основных фондов на конец года
3 237	1 110	45	495	3 807

$$OC_{к.г.} = 3237 + 1110 - 45 - 495 = 3807 \text{ (тыс. руб.)}$$

Состояние основных фондов характеризуется следующими показателями, которые можно определить на начало и конец года.

1) коэффициент износа основных фондов рассчитывается как отношение суммы износа основных фондов к полной первоначальной стоимости основных фондов на дату:

— на начало года:

$$K_{изн} = (4980 - 3237) : 4980 = 0,35, \text{ или } 35 (\%),$$

— на конец года:

$$K_{изн} = (5535 - 3807) : 5535 = 0,31, \text{ или } 31 (\%);$$

2) коэффициент годности рассчитывается как отношение остаточной стоимости основных фондов к их полной первоначальной стоимости на дату:

— на начало года:

$$K_{годн} = 3237 : 4980 = 0,65, \text{ или } 65 (\%),$$

— на конец года:

$$K_{годн} = 3807 : 5535 = 0,69, \text{ или } 69 (\%).$$

Взаимосвязь коэффициентов износа и годности:

$$K_{изн} + K_{годн} = 1, \text{ или } 100 (\%).$$

К показателям, характеризующим движение основных фондов относятся:

1) коэффициент обновления основных фондов, который рассчитывается как отношение стоимости введенных в действие основных фондов к полной первоначальной стоимости основных фондов на конец года:

$$K_{обн} = 1110 : 5535 = 0,2, \text{ или } 20 (\%);$$

2) коэффициент выбытия основных фондов рассчитывается как отношение полной первоначальной стоимости выбывших основных фондов к полной первоначальной стоимости основных фондов на начало года:

$$K_{\text{выб}} = 555 : 4980 = 0,11, \text{ или } 11 (\%).$$

Использование основных фондов характеризуется следующими показателями.

1) Фондоотдача — этот показатель рассчитывается как отношение стоимости продукции в сопоставимых ценах за год (Q) к среднегодовой полной первоначальной стоимости основных фондов (F):

$$f = Q : F = 7710 : 5040 = 1,53 \text{ (руб.)};$$

2) фондоемкость — этот показатель, обратный фондоотдаче, рассчитывается как отношение среднегодовой полной первоначальной стоимости основных фондов к стоимости продукции в сопоставимых ценах за год:

$$m = F : Q = 5040 : 7710 = 0,65 \text{ (руб.)}.$$

Для анализа динамики фондоотдачи и фондоемкости используют систему индексов переменного, постоянного состава и структурных сдвигов.

Активная часть основных фондов, непосредственно связанная с производством продукции, — это оборудование. Основными показателями статистики оборудования выступают показатели использования оборудования по численности, времени, мощности и объему работы.

В отличие от основных фондов оборотные фонды находятся в текущем хозяйственном обороте и целиком потребляются в одном производственном цикле.

Статистика изучает их объем, состав, динамику и эффективность использования. Важнейшие показатели статистики оборотных фондов следующие: коэффициенты оборачиваемости и закрепления оборотных фондов, продолжительность одного оборота, материалоемкость продукции, обеспеченность предприятия оборотными фондами и др.

Пример 2. Известны следующие данные по предприятию, тыс. руб.

Показатель	Базисный год	Отчетный год
Выручка от реализации продукции	48 000	48 400
Среднегодовая стоимость оборотных фондов	6 000	5 900

1. Определим показатели скорости обращения оборотных фондов.

а) Коэффициент оборачиваемости рассчитывается как отношение выручки от реализации продукции к среднему остатку оборотных фондов:

— в базисном году:

$$48\,000 : 6\,000 = 8 \text{ (оборотов),}$$

— в отчетном году:

$$48\,400 : 5\,900 = 8,2 \text{ (оборотов);}$$

б) коэффициент закрепления оборотных фондов рассчитывается как величина обратная коэффициенту оборачиваемости:

— в базисном году:

$$6\,000 : 48\,000 = 0,13 \text{ (руб.),}$$

— в отчетном году:

$$5\,900 : 48\,400 = 0,12 \text{ (руб.);}$$

в) средняя продолжительность одного оборота рассчитывается как отношение числа календарных дней в периоде к коэффициенту оборачиваемости:

— в базисном году:

$$360 : 8 = 45 \text{ (дней),}$$

— в отчетном году:

$$360 : 8,2 = 44 \text{ (дней).}$$

2. Рассчитаем индексы динамики скорости обращения оборотных фондов:

а) по числу оборотов:

$$8,2 : 8 = 1,025, \text{ или } 102,5 \text{ (\%),}$$

б) по продолжительности одного оборота:

$$44 : 45 = 0,978, \text{ или } 97,8 \text{ (\%).}$$

3. Исчислим высвобождение оборотных фондов в результате ускорения их оборачиваемости, (тыс. руб.):

$$(0,12 - 0,13) \cdot 48\,400 = -484.$$

21.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 21.1. Охарактеризуйте состав основных средств.
- 21.2. Какие показатели используются для характеристики состояния, движения и использования основных фондов?
- 21.3. Какие показатели применяются для характеристики использования оборудования?
- 21.4. Охарактеризуйте состав оборотных фондов.
- 21.5. Какие показатели используются для характеристики оборотных фондов?
- 21.6. Какие показатели отражают характер использования оборотных фондов?
- 21.7. По приведенным ниже данным рассчитайте показатели, недостающие в таблице.

Показатель	Виды основных фондов		
	машины, оборудование	здания, сооружения	прочие основные фонды
Полная балансовая стоимость до переоценки, тыс. руб.	14 848		
Коэффициент пересчета, применяемый для переоценки	1,15	1,25	
Полная восстановительная стоимость после переоценки, тыс. руб.			
Остаточная балансовая стоимость до переоценки, тыс. руб.	11 132	13 544	2 968
Коэффициент износа основных фондов, %		35	22
Остаточная восстановительная стоимость после переоценки, тыс. руб.			3 860

- 21.8. Известны следующие данные по организации за год.

Основные фонды по полной первоначальной стоимости на начало года, тыс. руб.	12 120
Степень износа основных фондов на начало года, %	56
Введено за год новых основных фондов, тыс. руб.	4 050
Выбыло за год основных фондов по полной первоначальной стоимости, тыс. руб.	1 170
Остаточная стоимость выбывших основных фондов, тыс. руб.	25
Начислен износ основных фондов за год, тыс. руб.	1 605
Среднегодовая стоимость основных фондов, тыс. руб.	13 560
Стоимость произведенной продукции в сопоставимых ценах, тыс. руб.	13 100

Постройте балансы основных фондов по полной и остаточной стоимости и определите показатели состояния, движения и использования основных фондов.

- 21.9.** Полная первоначальная стоимость основных фондов организации на начало года составляла 13 600 тыс. руб., степень их годности — 70%. В апреле выбыло основных фондов по полной первоначальной стоимости на сумму 348 тыс. руб., их износ составил 96 тыс. руб. В июне введено в эксплуатацию новых основных фондов на 532 тыс. руб. В октябре списаны основные фонды на 86 тыс. руб., их остаточная стоимость — 7,5 тыс. руб. Норма амортизации основных фондов — 15%.

Определите:

- а) среднегодовую полную первоначальную стоимость основных фондов;
- б) полную первоначальную и остаточную стоимость основных фондов на начало и конец года;
- в) показатели состояния и движения основных фондов.

- 21.10.** Основные фонды организации по остаточной стоимости на начало года составили 2800 тыс. руб., их износ — 35%. В марте выбыли основные фонды, полная первоначальная стоимость которых составляла 770 тыс. руб., а износ на момент выбытия — 198 тыс. руб. В августе введено в действие новых основных фондов на 630 тыс. руб. В декабре выбыло в связи с ветхостью и износом основных фондов на 110 тыс. руб. Норма амортизации основных фондов предприятия — 10%. Стоимость произведенной продукции в сопоставимых ценах за год — 4500 тыс. руб.

Определите:

- а) полную первоначальную и остаточную стоимость основных фондов на начало и конец года;
- б) среднегодовую полную первоначальную стоимость основных фондов;
- в) показатели состояния, движения и использования основных фондов.

- 21.11.** Полная первоначальная стоимость основных фондов организации на начало каждого месяца составляла, тыс. руб.: январь — 7500, февраль — 7740, март — 7620, апрель — 7650, май — 7680, июнь — 7800, июль — 7950, август — 7875, сентябрь — 8550, октябрь — 8775, ноябрь — 8175, декабрь — 7920, январь (следующего года) — 8400. Стоимость произведенной продукции в сопоставимых ценах за год составила 13 335 тыс. руб.

Определите:

- а) показатели использования основных фондов;
- б) как изменится стоимость продукции (в абсолютном и относительном выражении) в следующем году, если среднегодовая стоимость основных фондов увеличится в 1,15 раза, а фондоотдача возрастет на 2%.

- 21.12.** Объем произведенной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличился на 12% (в сопоставимых ценах). Среднегодовая стоимость основных фондов за этот период возросла в 1,5 раза. Определите, как изменилась фондоотдача.
- 21.13.** Среднегодовая стоимость основных фондов в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличилась на 15%. Фондоотдача за этот период снизилась на 5%. Определите, как изменились объем произведенной продукции и фондоемкость продукции.
- 21.14.** Уровень фондоемкости продукции в 2007 г. составил 97,5% к ее уровню в 2003 г. Определите изменение фондоотдачи основных фондов за этот период, ее среднегодовые темпы роста и прироста.
- 21.15.** Среднегодовая стоимость основных фондов организации в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличилась на 22% и составила 11 500 тыс. руб. Уровень фондоотдачи основных фондов за этот период возрос на 14% и составил 2,85 руб. Определите изменение фондоемкости и объема продукции за этот период в абсолютном и относительном выражении.
- 21.16.** Известны следующие данные по двум филиалам организации.

Филиал	Среднегодовая стоимость основных фондов, тыс. руб.		Фондоотдача, руб.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	7 680	8 160	2,35	1,85
2	7 780	10 040	2,65	2,55

Определите:

- динамику уровня фондоотдачи и фондоемкости по каждому филиалу;
 - средний уровень фондоотдачи и фондоемкости по организации в базисном и отчетном периоде;
 - индексы фондоотдачи и фондоемкости переменного, постоянного состава и влияния структурных сдвигов.
- 21.17.** Фондоотдача основных фондов в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличилась 4,5%. Удельный вес машин и оборудования в стоимости основных фондов составил в отчетном периоде 55%, а в базисном — 62%. Определите изменение фондоотдачи активной части основных фондов.
- 21.18.** Известны следующие данные по организации, тыс. руб.

Показатель	Базисный период	Отчетный период
Объем продукции в сопоставимых ценах	90 297	151 500
Среднегодовая стоимость основных фондов	75 248	75 750

Определите:

- а) показатели использования основных фондов и их динамику;
- б) прирост продукции в абсолютном выражении, в том числе за счет отдельных факторов.

21.19. Объем произведенной продукции (в сопоставимых ценах) в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличился на 25% и составил 90 240 тыс. руб. Среднегодовая стоимость основных фондов за этот период возросла на 32% — до 69 420 тыс. руб.

Определите:

- а) динамику уровня фондоотдачи;
- б) прирост продукции, в том числе за счет отдельных факторов.

21.20. Выпуск продукции (в сопоставимых ценах) в 2007 г. по сравнению с 2005 г. увеличился в 1,3 раза, а среднегодовая стоимость основных фондов организации за этот период — на 20%.

Определите:

- а) среднегодовые темпы роста и прироста объема продукции и основных фондов;
- б) изменение фондоотдачи и фондоемкости за весь период и в среднем за год.

21.21. Известны следующие данные по организации, тыс. руб.

Показатель	Базисный год	Отчетный год
Объем продукции в сопоставимых ценах	148 045	153 890
Среднегодовая стоимость основных фондов	110 592	91 351

Определите:

- а) динамику фондоотдачи и фондоемкости;
- б) абсолютную величину экономии в стоимости примененных основных фондов, полученную в результате улучшения их использования.

21.22. По плану объем продукции предприятия должен возрасти на 17%. Как изменится потребность в основных фондах, если при этом фондоотдача возрастет на 6%?

21.23. В организации в базисном периоде среднегодовая стоимость основных фондов составила 2016 тыс. руб., объем произведенной продукции — 1818 тыс. руб. Как изменится потребность в основных фондах, если в отчетном периоде объем продукции увеличился на 15%, а фондоотдача — на 10%.

21.24. Известны следующие данные по организации.

Показатель	Базисный год	Отчетный год
Объем продукции в сопоставимых ценах, тыс. руб.	67 065	74 844
Среднегодовая стоимость основных фондов, тыс. руб.	78 900	83 160
Среднесписочная численность рабочих	11 178	11 514

Определите:

- показатели использования основных фондов и их динамику;
- фондовооруженность труда рабочих основными фондами и его динамику;
- прирост объема продукции, в том числе за счет отдельных факторов.

21.25. Известны данные по организации, тыс. руб.

Филиал	Среднегодовая стоимость основных фондов		Выпуск продукции	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
1	87 500	93 750	262 500	309 375
2	62 500	75 000	223 125	276 250

Определите по организации:

- индексы фондоотдачи и фондоемкости переменного, постоянного состава и структурных сдвигов;
- изменение объема продукции, в том числе за счет отдельных факторов;
- экономии основных фондов за счет их лучшего использования.

21.26. Известны следующие данные по организации.

Филиал	Среднегодовая стоимость основных фондов, тыс. руб.		Фондоемкость, руб.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	14 040	15 210	0,95	0,85
2	14 760	15 750	0,78	0,67

Определите:

- динамику уровня фондоотдачи и фондоемкости по каждому предприятию;
- средний уровень фондоотдачи и фондоемкости по организации за базисный и отчетный период;
- индексы фондоотдачи и фондоемкости переменного, постоянного состава и влияния структурных сдвигов;
- изменение объема продукции по организации, в том числе за счет отдельных факторов;
- экономии основных фондов за счет их лучшего использования по организации.

21.27. Известны следующие данные по региону.

Год	Среднегодовая стоимость основных фондов, млн руб.	Среднегодовая численность персонала, тыс. человек	Выпуск продукции в сопоставимых ценах, млн руб.
1997	55,3	3 382	65,5
1998	59,3	3 455	74,5
1999	63,4	3 468	72,7
2000	67,7	3 486	74,1
2001	72,2	3 488	75,7
2002	76,5	3 493	77,1
2003	80,7	3 504	80,6
2004	84,3	3 496	82,6
2005	88,2	3 429	85,8
2006	92,6	3 339	87,5
2007	96,5	3 235	86,7

Определите:

- показатели использования основных фондов за каждый год;
- фондовооруженность труда рабочих за каждый год;
- среднегодовые темпы роста и прироста фондоотдачи и фондоемкости за 1997—2007 гг.;
- изменение объема продукции в 2007 г. по сравнению с 2005 г., в том числе за счет отдельных факторов.

Проведите аналитическое выравнивание рядов, характеризующих динамику фондоотдачи, фондовооруженности и производительности труда. Проанализируйте полученные результаты.

21.28. Данные о работе парка оборудования за II квартал текущего года по предприятию следующие.

Категория оборудования	Число станков на начало месяца, шт.			
	01.04	01.05	01.06	01.07
Наличное оборудование, всего	360	364	386	390
В том числе:				
установленное	335	345	362	368
фактически работавшее	315	327	348	360

Организация работала в две смены (продолжительность смены — 8 часов). За квартал фактически отработано 3503 тыс. станко-часов; время плановых ремонтов составило 13,8 тыс. станко-часов. Число рабочих дней в квартале — 64.

Определите за II квартал:

- показатели использования оборудования по численности;
- коэффициент использования календарного, режимного и планового фондов времени установленного оборудования.

21.29. В цеху установлено 60 станков, из них в первую смену работало 55 станков, во вторую смену — 40 станков, в третью — 30 станков, не работало пять станков.

Определите коэффициенты сменности установленного и фактически работающего оборудования.

21.30. Среднее число станков за месяц по организации составило: установленных — 450, фактически работавших — 440. По данным единовременного наблюдения за сутки фактически работало 430 станков, в том числе в одну смену — 140, в две смены — 240, в три — 50. Продолжительность рабочей смены — 8 часов, число рабочих дней — 23. Фактически отработано станками за месяц — 143 тыс. станко-часов.

Определите показатели использования парка установленного оборудования по численности и времени работы.

21.31. На фабрике установлено 80 станков. За месяц (23 рабочих дня при двухсменном рабочем режиме) ими отработано 2466 смен. В среднем на одном станке за смену вырабатывается продукции на 30 тыс. руб.

Определите:

- коэффициент сменности работы оборудования;
- прирост объема продукции, который можно получить в результате повышения эффективности использования оборудования, если повысить коэффициент сменности работы оборудования до 2.

21.32. Известны следующие данные о распределении оборудования по возрасту (на конец года).

Возраст оборудования, лет	Год		
	2005	2006	2007
До 5	35	33	25
5—10	29	26	31
10—15	22	29	23
15 и более	14	12	21

Определите:

- средний возраст производственного оборудования;
- структурные средние, характеризующие возраст оборудования (моду, медиану, квартили, децили).

Проанализируйте динамику возрастных характеристик производственного оборудования.

21.33. Известны следующие данные по цеху за II квартал.

Число установленных станков	45
Производительность станка (по паспорту), деталей в час	150
Плановый ремонт станков составил, станко-часов	750
Отработано:	
станко-часов	38 400
станко-смен	5 550
Изготовлено деталей, тыс. шт.	1728

Режим работы цеха — двухсменный, продолжительность пятидневной рабочей недели — 41 час, число календарных дней — 92, выходных дней — 26.

Определить:

- а) календарный, режимный и плановый фонды времени работы оборудования и показатели его экстенсивного использования;
- б) коэффициенты сменности установленного оборудования и использования сменного режима оборудования;
- в) коэффициенты интенсивной и интегральной нагрузки оборудования.

21.34. Коэффициент использования заводской электростанции по объему выработанной электроэнергии составил за отчетный период 82%, а коэффициент использования установленной мощности — 93%. Определите коэффициент использования станции по времени.

21.35. По плану оборудованием должно быть отработано 64 100 машино-часов при производительности 25 руб/час. Фактически отработано 59 315 машино-часов и выработано продукции на 1665 тыс. руб. Определите показатели использования оборудования организации по времени, мощности и объему работы.

21.36. За отчетный период организацией произведено продукции на 9256 тыс. руб. при плане в 9100 тыс. руб. Число отработанных машино-часов составило 1078 тыс. при плане 1085 тыс.

Определите:

- а) показатели использования оборудования организации по времени, мощности и объему работы;
- б) прирост продукции, который мог быть получен при соответствии фактического фонда времени плановому;
- в) прирост объема продукции, полученный в результате улучшения использования оборудования по мощности по сравнению с планом.

21.37. Производственная мощность предприятия на начало года составляла 600 тыс. т продукции. В марте в результате нового строительства введены в действие новые мощности на 120 тыс. т продукции. В октябре списано вследствие ветхости и износа оборудование, что привело к уменьшению производственной мощности предприятия на 64 тыс. т. Фактически произведенный объем продукции за год составил 563 тыс. т.

Определите:

- а) среднегодовую производственную мощность предприятия;
- б) коэффициент использования производственной мощности предприятия.

21.38. Известны следующие данные по организации за отчетный период, тыс. руб.

Показатель	Апрель	Май	Июнь	Июль
Оборотные фонды на начало месяца, всего	5 412	5 322	5 610	5 700
В том числе:				
сырье, основные материалы и покупные полуфабрикаты	3 444	3 450	3 434	3 438
вспомогательные материалы	678	684	680	672
топливо	20	24	108	102
тара	20	30	72	64
запасные части	130	122	204	206
незавершенное производство и полуфабрикаты	258	264	270	264
расходы будущих периодов	42	24	28	30
готовая продукция на складе	432	436	438	444
отгруженные товары и сданные работы	90	120	84	126
денежные средства	150	144	150	180
прочие оборотные средства	148	24	142	174
Выручка от реализованной продукции	8 140	7 950	8 070	8 160

Определите за II квартал:

- а) средние остатки оборотных фондов организации;
- б) показатели оборачиваемости оборотных фондов (коэффициент оборачиваемости, продолжительность одного оборота, коэффициент закрепления;
- в) структуру оборотных фондов за каждый месяц II квартала.

21.39. Данные по организации за два года следующие, тыс. руб.

Показатели	Базисный год	Отчетный год
Выручка от реализации продукции	44 184	45 500
Средняя годовая стоимость оборотных фондов	15 456	15 169

Определите:

- а) показатели оборачиваемости оборотных фондов и их динамику;
- б) высвобождение оборотных средств в отчетном году по сравнению с базисным в результате ускорения их оборачиваемости.

21.40. Известны следующие данные по двум филиалам организации, тыс. руб.

Филиал	Выручка от реализации продукции		Среднегодовая стоимость оборотных фондов	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
1	5 400	5 850	1 080	1 098
2	10 350	13 050	1 719	2 106

Определите:

- показатели оборачиваемости оборотных фондов по каждому филиалу и по организации в целом;
- индексы оборачиваемости оборотных фондов (по числу оборотов):
 - переменного состава;
 - фиксированного состава;
 - влияния структурных сдвигов.

21.41. Известны следующие данные по организации за первое полугодие, тыс. руб.

Показатель	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль
Остатки оборотных фондов на начало месяца	1 600	1 680	1 760	1 744	1 792	1 720	1 744
Выручка от реализации продукции	5 040	5 008	5 136	5 264	5 280	5 240	5 280

Определите:

- средние остатки оборотных фондов в каждом квартале;
- показатели оборачиваемости оборотных фондов в каждом квартале;
- показатели динамики оборачиваемости оборотных фондов во II квартале по сравнению с I;
- сумму оборотных фондов, высвобожденных в результате ускорения их оборачиваемости.

21.42. Средние остатки оборотных фондов организации в отчетном году уменьшились на 5,2% и составили 10 320 тыс. руб. при увеличении средней продолжительности одного оборота с 60 до 65 дней.

Определите:

- выручку от реализации продукции в отчетном и базисном году;
- сумму дополнительно вовлеченных средств в результате замедления оборачиваемости оборотных фондов.

21.43. Выручка от реализации продукции в текущем квартале увеличилась на 15% и составила 2600 тыс. руб. при сокращении средней продолжительности одного оборота с 27 до 22 дней.

Определите:

- изменение остатков оборотных фондов (тыс. руб. и %);

- б) сумму оборотных фондов, высвобожденных из оборота в результате ускорения их оборачиваемости.

21.44. Данные по фирме за текущий квартал следующие.

Показатель	Филиал		
	1	2	3
Средние остатки оборотных фондов, тыс. руб.	2 400	2 600	2 800
Средняя продолжительность одного оборота, дней	8	11	16

Определите по фирме в целом средний коэффициент оборачиваемости оборотных фондов и среднюю продолжительность одного оборота.

21.45. Как изменилась выручка от реализации продукции, если средние остатки оборотных средств снизились на 3%, а коэффициент оборачиваемости возрос на 7%?

21.46. Данные за текущий период по организации следующие.

Вид продукции	По плану		Фактически	
	выпуск, шт.	общий расход материала, кг	выпуск, шт.	общий расход материала, кг
А	550	660	605	665
Б	1 100	1 650	1 128	1 580

Определите:

- а) индивидуальные и общий индексы удельных расходов материала;
 б) экономию (перерасход) материала по сравнению с плановой потребностью на фактический выпуск продукции.

21.47. Данные о расходе материала на производство продукции по организации следующие.

Вид материала	Единица измерения	Общий расход материала		Принятая в плане цена единицы материала, руб.
		по плану	фактически	
А	м	17 500	18 480	70
Б	кг	4 200	4 700	55

Выпуск продукции составил: по плану — 3500; фактически — 3850.

Определите:

- а) индивидуальные и общий индексы удельных расходов материалов;
 б) экономию (перерасход) материала по сравнению с плановой потребностью на фактический выпуск продукции.

ТЕМА 22. СТАТИСТИКА ФИНАНСОВЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ (ПРЕДПРИЯТИЯ)

22.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Важнейшая задача статистики издержек производства и обращения — изучение уровня и динамики себестоимости продукции, анализ влияния отдельных факторов на изменение затрат на производство и реализацию продукции.

С этой целью могут использоваться индивидуальные и общие индексы себестоимости.

Пример 1. Известны следующие данные о выпуске и затратах на производство продукции.

Показатель	Базисный период	Отчетный период	
		по плану	фактически
Себестоимость единицы продукции, руб.	50	52	55
Объем выпуска продукции, шт.	1 000	1 100	1 120

Определим следующие показатели:

1) индекс планируемого изменения себестоимости единицы продукции:

$$i = \frac{z_{пл}}{z_0} = 52 : 50 = 1,04, \text{ или } 104(\%),$$

т.е. планировалось увеличить себестоимость единицы продукции на 4% по сравнению с базисным периодом; дополнительные затраты на производство продукции в связи с этим должны были составить 2200 руб.:

$$\Delta_{пл} = (z_{пл} - z_0) \cdot q_{пл} = (52 - 50) \cdot 1100 = 2200(\text{руб.});$$

2) индекс выполнения плана по себестоимости продукции:

$$i = \frac{z_1}{z_{пл}} = 55 : 52 = 1,058, \text{ или } 105,8\%,$$

т.е. по сравнению с планом себестоимость единицы продукции увеличилась на 5,8%;
это привело к дополнительным затратам на производство продукции в размере 3240 руб.:

$$\Delta_z = (z_1 - z_{пл}) \cdot q_1 = (55 - 52) \cdot 1120 = 3360 \text{ (руб.)};$$

3) индекс динамики себестоимости продукции:

$$i = \frac{z_1}{z_0} = 55 : 50 = 1,1, \text{ или } 110 \text{ (\%)},$$

т.е. по сравнению с базисным периодом себестоимость единицы продукции увеличилась на 10%;
это привело к дополнительным затратам на производство продукции в размере 5400 руб.:

$$\Delta_{\text{факт}} = (z_1 - z_0) q_1 = (55 - 50) \cdot 1120 = 5600 \text{ (руб.)}.$$

По сравнению с планом дополнительные затраты возросли на 3400 руб. ($5600 - 2200 = 3400$ руб.), в том числе за счет сверхпланового выпуска продукции на 40 руб. ($(52 - 50) \cdot (1120 - 1100) = 40$ руб.) и за счет сверхпланового увеличения себестоимости единицы продукции на 3360 руб. (см. п. 2 данного примера).

При изучении динамики себестоимости всей произведенной продукции, как сравнимой, так и несравнимой, используется показатель затрат на 1 руб. продукции.

Затраты на рубль продукции определяются:

$$h = \frac{\sum z \cdot q}{\sum p \cdot q},$$

где $\sum z \cdot q$ — себестоимость продукции;

$\sum p \cdot q$ — стоимость продукции;

Изменение фактических затрат на рубль произведенной продукции по сравнению с планом (или уровнем затрат базисного периода) обусловлено действием следующих факторов:

а) изменением в ассортименте произведенной продукции:

$$\Delta h_q = \frac{\sum z_{пл} q_1}{\sum p_{пл} q_1} - \frac{\sum z_{пл} q_{пл}}{\sum p_{пл} q_{пл}};$$

б) изменением уровней себестоимости продукции:

$$\Delta h_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum p_{пл} q_1} - \frac{\sum z_{пл} q_1}{\sum p_{пл} q_1};$$

в) изменением цен на произведенную продукцию:

$$\Delta h_p = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum p_1 q_1} - \frac{\sum z_1 q_1}{\sum p_{пл} q_1}.$$

Таким образом, общее изменение затрат на 1 руб. произведенной продукции за счет всех факторов составляет:

$$\Delta h = \Delta h_q + \Delta h_k + \Delta h_p.$$

22.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 22.1. С помощью каких группировок изучается состав себестоимости продукции?
- 22.2. Какие показатели используются для изучения динамики издержек производства и обращения?
- 22.3. Известны следующие данные о выпуске и затратах на производство продукции.

Вид продукции	Выпуск продукции, шт.			Затраты на выпуск продукции, тыс. руб.		
	базисный период	отчетный период		базисный период	отчетный период	
		по плану	фактически		по плану	фактически
А	2 100	2 000	2 020	1 600	1 515	1 490
Б	4 200	4 000	4 100	4 000	3 690	3 690

Определите по каждому виду продукции и в целом по всей произведенной продукции:

- индексы планового задания, выполнения плана и динамики себестоимости продукции;
- сумму экономии от снижения себестоимости продукции: плановую, фактическую, сверхплановую, выделив суммы сверхплановой экономии, полученные вследствие изменения объема выпуска продукции и себестоимости единицы продукции по сравнению с планом.

- 22.4. Известны следующие данные о затратах на производство продукции.

Вид продукции	Общая сумма затрат на производство продукции, тыс. руб.		Изменение себестоимости в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	базисный период	отчетный период	
А	5 000	5 400	+5
Б	6 500	6 800	-4
В	3 400	3 600	-3

Определите:

- общий индекс затрат на производство продукции;
- общий индекс себестоимости продукции;
- сумму экономии (перерасхода), полученную в отчетном периоде за счет изменения себестоимости продукции.

22.5. Известны следующие данные о производстве и себестоимости однородной продукции, производимой двумя филиалами организации.

Филиал	Базисный период		Отчетный период	
	произведено продукции, шт.	себестоимость единицы продукции, руб.	произведено продукции, шт.	себестоимость единицы продукции, руб.
1	700	2 500	760	2 750
2	300	3 700	360	3 720

Определите:

- изменение себестоимости единицы продукции в каждом филиале;
- среднюю себестоимость единицы продукции в целом по организации за каждый период;
- индексы себестоимости продукции переменного состава, постоянного состава и влияния структурных сдвигов.

Прокомментируйте полученные результаты.

22.6. Известны следующие данные о производстве однородной продукции, производимой двумя филиалами организации.

Филиал	Базисный период		Отчетный период	
	произведено продукции, шт.	затраты на выпуск, тыс. руб.	произведено продукции, шт.	затраты на выпуск, тыс. руб.
1	900	4 100	920	4 600
2	700	3 000	730	3 100

Определите:

- изменение себестоимости единицы продукции на каждом предприятии;
- среднюю себестоимость единицы продукция в целом по двум предприятиям за каждый период;
- индексы себестоимости продукции переменного и постоянного состава; индекс влияния структурных сдвигов.

Объясните причину расхождения между величинами индексов себестоимости продукции переменного и постоянного состава и структурных сдвигов.

22.7. Известны следующие данные по организации:

Виды продукции	Выпуск продукции, шт.			Себестоимость единицы продукции, тыс. руб.			Цена за единицу продукции, тыс. руб.		
	базисный период	отчетный период		базисный период	отчетный период		базисный период	отчетный период	
		по плану	фактически		по плану	фактически		по плану	фактически
А	600	680	690	12	10	9	24	25	26
Б	950	980	960	40	44	42	80	82	85
В	700	—	—	50	—	—	100	—	—
Г	—	650	600	—	30	32	—	60	64

Определите по предприятию в целом:

- а) уровень затрат на один рубль произведенной продукции:
 - в базисном периоде;
 - в отчетном периоде (по плану и фактически);
- б) индексы планового задания, выполнения плана и динамики затрат на 1 руб. продукции;
- в) абсолютное и относительное отклонение фактических затрат на 1 руб. продукции от уровня затрат по плану вследствие ассортиментных сдвигов, изменение себестоимости и цен;
- г) индексы планового задания, выполнения плана и динамики себестоимости сравнимой продукции.

22.8. По организации известны следующие данные, тыс. руб.

Стоимость произведенной продукции по плану	5 800
Полная себестоимость продукции по плану	3 100
Стоимость фактически произведенной продукции: в ценах, принятых в плане	5 850
в фактических ценах реализации	5 900
Себестоимости фактически выпущенной продукции: исчисленная исходя из планового уровня себестоимости продукции	4 300
фактическая	4 240

Проанализируйте выполнение плана по себестоимости продукции и определите отклонение (в коп. и в %) фактических затрат на 1 руб. продукции от уровня затрат по плану вследствие изменений ассортимента, себестоимости продукции и цен.

22.9. В отчетном периоде по сравнению с базисным выпуск продукции в ценах реализации предприятия увеличился в 1,2 раза, а объем затрат на ее производство — на 30%. Определите динамику затрат на 1 руб. продукции.

22.10. Известны следующие данные о затратах на производство продукции, тыс. руб.

Статья затрат	Затраты на фактически произведенную продукцию	
	при плановых уровнях себестоимости	при фактических уровнях себестоимости
1	2	3
Сырье и основные материалы	4 500	5 100
Покупные полуфабрикаты	1 200	1 100
Топливо и энергия на технологические цели	900	950
Заработная плата производственных рабочих основная и дополнительная с отчислением на социальное страхование	1 300	1 400
Расходы на содержание и эксплуатацию оборудования	750	690

Продолжение

1	2	3
Цеховые расходы	620	450
Общезаводские расходы	920	1 000
Коммерческие расходы	750	560

Определите:

- структуру затрат фактически выпущенной продукции при плановых и фактических уровнях себестоимости;
- экономия (перерасход) по каждой статье затрат (тыс. руб., %) и ее влияние на изменение полной себестоимости продукции (%).

22.11. Затраты по статье «Сырье и материалы» увеличились на 5%, при этом цены на сырье и материалы возросли на 10%. Доля сырья и материалов в общей сумме затрат на фактический объем и ассортимент продукции при базисных уровнях себестоимости составляет 35%. Определите изменение полной себестоимости продукции вследствие изменения затрат по статье «Сырье и материалы» (всего и в том числе за счет удельных расходов и цен).

22.12. Известны следующие данные о затратах материалов на производство продукции.

Вид изделия	Выпуск изделий, шт.		Вид израсходованного материала	Расход материала на единицу изделия, м		Цена материала, руб. за 1 м	
	по плану	фактически		по плану	фактически	по плану	фактически
А	2 000	2 100	ткань 1	2,5	2,4	30	32
			ткань 2	1,3	1,3	18	17
Б	2 500	2 520	ткань 2	2,8	2,7	18	17
			ткань 3	1,2	1,3	16	19

Определите:

- общие индексы удельных расходов, цен и затрат на материалы;
- абсолютную сумму экономии (перерасхода) материалов за счет изменения:
 - удельных расходов,
 - цен на материалы,
 - затрат на материалы;
- процент снижения (роста) полной себестоимости продукции вследствие изменения затрат на материалы (всего и в том числе за счет удельных расходов и цен), если известно, что доля затрат на материалы в общей сумме затрат на фактический объем и ассортимент продукции при плановых уровнях себестоимости составляет 52%.

22.13. Имеются следующие данные по производству сельскохозяйственных культур:

Показатель	Базисный период	Отчетный период
Посевная площадь, га	120	110
Валовый сбор, ц	2100	2 400
Затраты на производство продукции, тыс. руб.	3 500	3 400

Определите:

- уровни и динамику урожайности, затрат на возделывание 1 га и себестоимости 1 ц продукции;
- влияние изменения затрат на возделывание 1 га и урожайности на динамику себестоимости продукции (руб., %).

22.14. В текущем периоде по сравнению с базисным урожайность овощей увеличилась на 5,5%, затраты на возделывания 1 га овощей возросли на 7,5%. Определите изменение себестоимости овощей.

22.15. Известны следующие данные о товарообороте и издержках обращения, тыс. руб.

Сфера деятельности	Товарооборот		Издержки обращения	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Розничная торговля	8 500	8 800	480	500
Общественное питание	2 900	3 000	220	260

Определите:

- уровни издержек обращения (% к товарообороту);
- размер и темп изменения уровня издержек обращения;
- сумму экономии (перерасхода) за счет изменения уровня издержек обращения.

Проанализируйте полученные результаты.

22.16. Известны следующие данные об издержках обращения розничной торговли сети по региону, млн руб.

Показатель	Базисный период	Отчетный период
Сумма издержек обращения, всего,	4 500	4 600
в том числе:		
расходы на перевозки		
заработная плата	2 100	2 000
Розничный товарооборот	60 000	65 000

Определите в целом по каждой статье:

- а) уровни издержек обращения (% к товарообороту);
- б) экономию (потери) от снижения (роста) уровня издержек обращения (руб., %) и ее влияние на изменение общего уровня издержек обращения.

22.17. Известны следующие данные о товарообороте и издержках обращения за два периода, млн руб.

Показатель	Базисный период	Отчетный период	Индексы цен и тарифов, %
Товарооборот	2 200	2 400	130
Издержки обращения	95	80	110

Определите:

- а) относительные уровни издержек обращения;
- б) индексы уровней издержек обращения в фактических и неизменных ценах;
- в) размер изменения уровня издержек обращения;
- г) сумму экономии (потерь) от снижения (роста) издержек обращения в отчетном периоде.

22.18. Известны следующие данные, характеризующие деятельность организации за отчетный период, тыс. руб.

Показатель	По плану	По плану в пересчете на фактический объем реализации	Фактически
Выручка от реализации продукции в отпускных ценах предприятия	3 800	3 400	3 600
Полная себестоимость реализованной продукции	1 200	1 100	2 500

Определите:

- а) индексы выполнения плана по объему прибыли и уровню рентабельности;
- б) влияние отдельных факторов на абсолютное и относительное изменение прибыли от реализации продукции;
- в) отклонение фактического уровня рентабельности реализованной продукции от уровня рентабельности по плану вследствие изменения ассортимента реализованной продукции, себестоимости и цен на продукцию.

22.19. Данные об объеме реализации продукции, выручке и затратах на производство продукции по группе сельскохозяйственных предприятий следующие.

Реализованная продукция	Объем реализованной продукции, тыс. ц		Выручка от реализации продукции, тыс. руб.		Полная себестоимость реализованной продукции, тыс. руб.	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
Пшеница	3 100	4 600	58 000	65 000	30 000	381 000
Сахарная свекла	40	45	210	260	150	160
Картофель	30	36	360	400	210	200

Определите:

- прибыль от реализации продукции;
- абсолютный прирост прибыли в результате изменения средних цен реализации, себестоимости продукции и объема реализации (в том числе за счет структурных сдвигов);
- уровень рентабельности каждого вида продукции и его динамику;
- уровень рентабельности всей реализованной продукции и влияние отдельных факторов на его динамику;
- общие индексы рентабельности продукции (переменного состава, фиксированного состава и влияния структурных сдвигов).

22.20. Известны следующие данные по двум организациям, тыс. руб.

Организация	Балансовая прибыль		Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, нематериальных активов и материальных оборотных средств	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	270	290	2 210	2 320
2	250	245	2 250	2 210

Определите:

- индексы рентабельности по каждому предприятию;
- индексы рентабельности по двум предприятиям в целом:
 - переменного состава,
 - фиксированного состава,
- влияния структурных сдвигов.

22.21. Известны следующие данные по производственному объединению.

Филиалы	Прибыль в отчетном периоде, тыс. руб.	Изменение прибыли в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
1	2 500	+2,5
2	2 200	-3,0
3	2 300	-2,4

Определите:

- а) средний процент изменения объема прибыли по объединению в целом;
- б) величину прибыли в базисном периоде по каждому предприятию.

22.22. Известны следующие данные за ряд лет:

Показатель	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Реализовано продукции, т	6 200	6 300	6 500	6 800	7 500	7 900
Себестоимость одного центнера продукции, руб.	22	24	25	28	30	31
Выручка от реализации продукции, тыс руб.	160	200	210	220	260	290

Определите величину прибыли от реализации продукции для каждого года. Используя различные методы экстраполяции, рассчитайте величину прибыли от реализации продукции в 2008 г.

ТЕМА 23. СТАТИСТИКА ФИНАНСОВ

23.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Задачи на вычисление средних величин, показателей динамики, а также оценивание вариации и тесноты связи между финансовыми явлениями решаются способами, рассмотренными в курсе «Общая теория статистики».

Статистика государственных финансов ведет учет доходов и расходов сектора государственного управления. В число *неналоговых доходов* входят: доходы от внешнеэкономической деятельности, доходы от имущества, находящегося в государственной и муниципальной собственности, а также от их деятельности, доходы целевых бюджетных фондов, безвозмездные доходы, доходы от предпринимательской деятельности.

К *налоговым доходам*, поступающим в распоряжение органов государственной власти Российской Федерации, субъектов Российской Федерации и органов местного самоуправления, относят: налог на прибыль организаций, на доходы физических лиц, на добавленную стоимость, акцизы, налог с продаж, на совокупный доход, на имущество, платежи за пользование природными ресурсами, единый социальный налог.

Текущие расходы складываются из закупок товаров и услуг, выплаты процентов, субсидий и текущих трансфертов. Текущие расходы обеспечивают текущее финансирование органов государственной власти и местного самоуправления, а также бюджетных учреждений.

Капитальные расходы — это вложения в основные фонды, создание государственных запасов и резервов и капитальные трансферты. Капитальные расходы обеспечивают инновационную и инвестиционную деятельность.

Дефицит (профицит) бюджета — превышение расходов (доходов) над доходами (расходами).

Источники финансирования дефицита федерального бюджета подразделяются на внутренние и внешние. Внутренние источники — кредиты, полученные Российской Федерацией от кредитных организаций в национальной валюте и от бюджетов других уровней; государственные займы, осуществляемые путем выпуска ценных бумаг от имени Российской Федерации, поступления от продажи государственного имущества, превышение доходов над расходами по госзапасам драгоценных металлов и камней, остатки средств бюджетов.

Внешние источники — госзаймы в иностранной валюте от имени Российской Федерации, кредиты в иностранной валюте иностранных правительств, банков, фирм, международных финансовых организаций, привлеченные государством.

Показатели денежной статистики включают в себя:

1) денежный агрегат (M0), который определяется как сумма наличных денег в обращении (т.е. вне банков);

2) денежную массу (M2) — складывается из агрегата (M0) и остатков средств с начисленными процентами на расчетных, текущих, срочных счетах, счетах до востребования в национальной валюте нефинансовых предприятий и физических лиц;

3) количество оборотов ($V_{\text{обр}}$) денежной массы за период — рассчитывается как отношение объема валового внутреннего продукта к агрегату (M2) в среднем за год; величина, обратная рассчитанной и умноженная на число календарных дней в году, покажет скорость обращения совокупной денежной массы:

$$t_{\text{обор.}} = \frac{Д}{V_{\text{обр. денег}}};$$

4) денежный мультипликатор — представляет собой отношение денежной массы (M2) к денежной базе; уровень монетизации экономики вычисляется как отношение M2 к размеру ВВП.

Для оценки уровня инфляции вычисляют индекс потребительских цен фиксированного состава Ласпейреса. В зависимости от исходных данных исчисляют агрегатный или средневзвешенный индекс.

$$J_{\text{п.ц}} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum i p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}.$$

Расчет $J_{п.ц}$ в России осуществляется за каждый месяц по сравнению с предыдущим многоступенчатым методом по модифицированной формуле Ласпейреса:

$$J_{п.ц} = \frac{\sum \frac{P_t}{P_0} d_0}{\sum \frac{P_t - 1}{P_0} d_0} = \frac{\sum i_{t/0} \cdot d_0}{\sum i_{t-1/0} \cdot d_0},$$

где $i_{t/0} = \frac{P_t}{P_0}$ — индекс цен (тарифов) по товару (услуге) — представителю отчетного месяца к декабрю предыдущего года;
 $i_{t-1/0}$ — индекс цен (тарифов) по товару (услуге) — представителю предыдущего (по отношению к отчетному) месяца к декабрю предыдущего года;
 $d_0 = \frac{P_0 Q_0}{\sum P_0 Q_0}$ — доля стоимости расходов на данный товар (услугу) в общей стоимости расходов домашних хозяйств в базисном периоде.

Уровень инфляции оценивают так:

$$I_{nf} = J_{п.ц} - 100 (\%).$$

Для оценки динамики инфляции применяют показатель:

$$N = \frac{I_{nf_1} - I_{nf_0}}{I_{nf_1}}.$$

Для исчисления *реальной стоимости денег* (наращенной с учетом их обесценения под влиянием инфляции) все формулы корректируются путем деления на $(1 + I_{nf})$:

$$FV_{I_{nf}} = PV \frac{1 + ni}{(1 + I_{nf})^n} \text{ — при начислении простых процентов;}$$

$$FV_{I_{nf}} = PV \frac{(1 + i)^n}{(1 + I_{nf})^n} \text{ — при начислении сложных процентов,}$$

где i — ставка процентов за период;
 n — число процентных периодов;
 I_{nf} — уровень инфляции за период;
 PV — первоначальная сумма денег;
 FV — наращенная сумма денег.

Индекс биржевой активности Доу—Джонса — среднеарифметическая невзвешенная величина из стоимости акций на момент закрытия биржи. В знаменателе вместо числа осредняемых признаков используют коэффициент для устранения последствий деления компаний и соответственно капитала на одну акцию.

Решая примеры раздела «Финансовая математика», следует помнить, что суть всех необходимых расчетов заключается в определении стоимости денег в заданный момент времени путем анализа процесса наращивания капитала в течение некоторого периода. Основная причина изменения стоимости денег во времени — процент, т.е. доход, уплачиваемый за предоставление их в долг. Причем в финансово-экономических расчетах процент трактуется шире — как показатель доходности даже лишь предполагаемого изменения капитала (когда реального движения денег может и не быть).

Свое количественное выражение процент находит в следующих показателях:

а) в *абсолютном показателе доходности* — сумме процентных денег, выплаченных за единицу времени (обозначим L);

б) *относительном показателе доходности* — процентной ставке, равной отношению суммы абсолютного дохода за период времени к размеру капитала.

Методы финансово-экономических расчетов различаются в зависимости от вида применяемых процентов. По способу начисления проценты подразделяются на две группы:

1) *обычные* (декурсивные), эти проценты начисляются в конце периода относительно исходной величины денег; доход на процент выплачивается в конце процентных периодов финансовой операции;

2) *авансовые* (антисипативные), которые начисляются в начале периода относительно конечной суммы денег.

Рассмотренным двум видам процентов на практике соответствуют определенные процентные ставки: *обычная* (ставка процентов — i) и *антисипативная* (учетная, дисконтная, вексельная — d).

Основное отличие процентных ставок в том, что они применяются к различным суммам денег: i — к текущей (исходной, современной) стоимости денег (PV), d — к будущей стоимости денег (FV).

В зависимости от того, переменная или постоянная величина выступает базой для начисления процентов, они делятся на две группы:

— простые проценты, которые весь срок обязательства начисляются на первоначальную сумму;

— сложные, база для начисления которых постоянно меняется за счет ранее присоединенных процентов.

Большинство задач финансовой математики связано с исчислением наращенной суммы (как результата операции наращения), современной стоимости денег (как результата дисконтирования), ставок доходности помещения капитала, фактора инфляции.

Пример 1. Средства — 100 тыс. руб. — размещены 01.01 текущего года во вклад до востребования под 10% годовых. Определим сумму вклада с процентами на 01.04 текущего года, если начисляют точные проценты с точным сроком операции.

$$FV = PV + PV \cdot \frac{t}{y} i = 100\,000 + 100\,000 \cdot \frac{90}{365} \cdot 0,1 = 120\,466 \text{ (руб.)}$$

Пример 2. Определим текущую стоимость вложений, величина которых через 10 лет оценивается в 2000 ден. ед. Ставка дисконтирования — 3% годовых.

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n} = \frac{2000}{(1+0,03)^{10}} = 1488 \text{ (ден. ед.)}$$

Пример 3. Вычислим нетто-ставку по годичным депозитам с доходностью 14% годовых, если уровень инфляции будет составлять 1% в месяц.

$$i_{\text{н}} = \frac{i - I_{\text{нф}}}{1 + I_{\text{нф}}} = \frac{0,14 - 0,1268}{1 + 0,1268} = +0,0117;$$

$$(I_{\text{нф}} = (1 + 0,01)^{12} - 1 = 0,1268).$$

23.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 23.1. Каковы особенности организации статистики финансов в России?
- 23.2. Что общего между статистикой финансов и финансовым учетом и чем они различаются?
- 23.3. Каковы основные показатели банковской статистики?
- 23.4. Что такое платежный баланс, каковы его структура и принципы заполнения?
- 23.5. Известны следующие макроэкономические показатели в Российской Федерации за 2000—2004 гг., млрд руб.

Показатель	2000	2001	2002	2003	2004
Наличные деньги в обращении (вне банков), на начало года	267,0	419,3	583,8	763,2	1 147,0
Безналичные средства (на начало года)	438,0	725,0	1028,2	1 271,2	2 065,6
Денежная база в широком определении (на начало года)	324,0	726,1	928,3	1 232,6	1 914,3
ВВП (в текущих рыночных ценах)	7 302,0	8 944,0	10 818,8	13 201,0	16 779,0

Определите:

- а) денежные агрегаты М0, М2 (национальное определение);
- б) денежный мультипликатор;
- в) показатели совокупной скорости обращения денег;
- г) уровень монетаризации экономики;

Оцените изменение совокупной скорости обращения денег вследствие:

- а) изменения скорости обращения наличных денег;
- б) изменения состава денежной массы (М2).

Сделайте выводы.

- 23.6. Распределите источники финансирования (млрд руб.) дефицита (профицита) федерального бюджета на внутренние и внешние. Оцените динамические изменения в каждом году, сделайте выводы.

Источник финансирования	2000	2003
Общее финансирование	-102,9	-227,6
В том числе: изменение остатков средств бюджета	-41,5	-22,4
ГКО	-4,0	-14,9
Облигации федеральных и прочих госзаймов	25,6	40,9
Поступления от продажи государственного и муниципального имущества	27,2	94,1
Государственные запасы драгоценных камней и металлов	39,9	-8,1

Продолжение

Источник финансирования	2000	2003
Изменение остатков средств бюджета на счетах в банках в инвалюте	-51,5	—
Кредиты международных финансовых организаций	-74,3	-71,0
Кредиты правительств иностранных государств, предоставленные России	-38,2	-115,0
Кредиты иностранных коммерческих банков, предоставленные России	71,9	-51,5

23.7. Оцените уровень инфляции в отчетном периоде на основании следующих данных.

Товарная группа	Расходы базисного периода, тыс. руб.	Расходы отчетного периода (по структуре потребления базисного периода в ценах текущего периода), тыс. руб.
Продукты питания	620,0	680,7
Непродовольственные товары	570,8	587,2
Услуги	210,7	272,0

23.8. Оцените уровень инфляции в отчетном периоде на основании следующих данных.

Товарная группа	Расходы населения в текущем периоде, тыс. руб.	Индекс потребительских цен, % к базисному периоду
Продукты питания	620,0	106,2
Непродовольственные товары	570,8	104,5
Услуги	210,7	110,0

23.9. Оцените уровень и динамику инфляции в России в 2004 г. на основании следующих данных.

Показатель	2002	2003	2004
Импорт, млрд дол. США	90,9	114,6	152,9
Товарные запасы в розничной торговле (на конец периода), млрд руб.	134,2	162,8	200,4
Депозиты и вклады физических лиц (на начало года), млрд руб.	702,4	1 046,6	1 539,9
Численность населения с доходами ниже прожиточного минимума, % ко всему населению	24,2	20,3	17,8
Темпы роста потребительских цен, % к предыдущему периоду	115,1	112,0	111,7
Объем промышленной продукции, млрд руб.	6 868,0	8 498,0	209,0

23.10. Существует модель¹ взаимосвязи по России уровня индекса потребительских цен (J_{pc}) и денежного агрегата М2, общей кредиторской задолженности (Z_c), средневзвешенного курса доллара по отношению к рублю (K):

$$J_{pc1} = -10,519 + 0,7691J_{pc} + 0,060M2 + 0,1073Z_c + 0,161K.$$

Оценки надежности модели:

$$D \text{ (коэф. множеств. детерминации)} = 0,923;$$

$$F \text{ — крит. эмп.} = 108,6;$$

$$F \text{ — крит. табл.} = 2,02;$$

$$\text{ООА (ср. ошибка аппроксимации)} = 0,82\%;$$

$$D-W_{\text{факт}} \text{ (критерий Дарбина—Уотсона)} = 1,73;$$

$$n = 41;$$

$$\alpha = 0,95;$$

$$D-W_{\text{табл}} = 1,70.$$

В модель включаются такие временные значения факторов, которые наиболее коррелируют с результативным.

На основании линейных парных коэффициентов корреляции (табл. 1) значений с разным временным лагом (от одного до восьми месяцев) выберите нужное значение (табл. 2), включите в модель и вычислите ожидаемый J_{pc} на август 2005 г. и уровень инфляции, сравните с фактическим значением. По приведенным характеристикам оцените модель.

Таблица 1.

Линейные коэффициенты корреляции

Показатель	Временной лаг								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
J_{pc}	1,000	0,911	0,793	0,705	0,576	0,497	0,461	0,435	0,476
М2	0,356	0,447	0,356	0,353	0,430	0,604	0,564	0,595	0,529
Z_c	0,464	0,452	0,379	0,366	0,362	0,211	0,272	0,489	0,457
K	0,727	0,697	0,681	0,686	0,525	0,414	0,377	0,395	0,442

Таблица 2

Значения, необходимые для проведения расчетов

Показатель	2004 г.			2005 г.							
	октябрь	ноябрь	декабрь	январь	февраль	март	апрель	май	июнь	июль	август
Индекс потребительских цен, % к предыдущему месяцу	100,1	101,1	101,1	102,6	101,2	101,3	101,1	100,8	100,6	100,5	99,9

¹ Райская Н.Н. и др. Модели инфляции переходного периода // Вопросы статистики. 1998. № 9.

Продолжение

Показатель	2004 г.			2005 г.							
	ок-тябрь	но-ябрь	де-кабрь	ян-варь	фев-раль	март	ап-рель	май	июнь	июль	ав-густ
Денежная масса (M2) (на 1-е число месяца), млрд руб.	3 727	3 798	3 940	4 363	4 490	4 311	4 475	4 587	4 689	4 972	4 986
Кредиторская задолженность (на 1-е число месяца), млрд руб.											
Средне-взвешенный курс рубля (за 1 дол. США)	28,7	28,24	27,75	28,08	27,77	27,83	27,77	28,09	28,67	28,63	28,55

- 23.11. Индекс потребительских цен за месяц составил 107%. Исчислите наращенную с учетом обесценения денег стоимость вклада размером 200 тыс. руб., хранившегося на счете до востребования в Сбербанке России семь месяцев. Ставка — 10% годовых.
- 23.12. Исчислите скорректированную с учетом инфляции ставку по годовым депозитам, если исходная ставка банка — 12% годовых, а уровень инфляции за месяц — 4%.
- 23.13. Разделите основные группировки балансовых показателей коммерческих банков страны по методологии международной финансовой статистики на активные и пассивные, вычислите сальдо и валюту баланса. Оцените структуру актива и пассива, а также динамику балансовых показателей, млн руб.

Показатель	На 01.01 текущего года	На 01.01 будущего года
Резервы	301 124,5	284 648,5
Иностранные активы	476 581,8	599 000,8
Требования к расширенному правительству	526 020,7	598 371,0
Требования к нефинансовым государственным предприятиям	73 972,6	67 134,4
Требования к предприятиям частного сектора и населению	867 132,2	1 215 505,7
Требования к прочим финансовым институтам	14 525,0	20 658,3
Депозиты до востребования	443 020,9	524 010,6
Срочные и сберегательные депозиты	680 646,9	850 587,3
Инструменты денежного рынка	191 059,0	238 985,3

Продолжение

Показатель	На 01.01 текущего года	На 01.01 будущего года
Иностраннные пассивы	248 920,7	315 287,9
Депозиты расширенного правительства	54 547,2	94 826,5
Кредиты, предоставленные денежными властями	203 468,2	235 397,6
Счета капитала	437 265,2	570 442,9

23.14. Исчислите среднюю ставку по межбанковским кредитам на срок от одного до трех месяцев.

Субъект межбанковского рынка	Стоимость кредита, % годовых	Объем МБК в среднем за неделю, млн руб.
Финансовый дом	21,0	5,0
Межбанковское объединение	21,5	19,4
Финансовая компания	23,5	6,0

23.15. Оцените вариацию процентных ставок ряда коммерческих банков. Сравните результаты на две рассматриваемые даты.

Банк	Ставка привлечения по валютным межбанковским кредитам на срок от 1 до 3 дней, % годовых		Оборот, тыс. дол.	
	01.10	01.11	01.10	01.11
А	5,5	4,5	52	45
Б	5,5	4,25	10	6
В	4,8	4,64	16	8,9
Г	5,0	4,5	7	6
Д	4,75	4,5	1	1
Е	5,0	4,8	11	12

23.16. На основании приведенных данных вычислите по каждому виду вклада его средний объем за II квартал, а также медианный размер срока привлечения по всем вкладам вместе за указанный период.

Объем некоторых видов привлеченных депозитов и вкладов физических лиц всеми кредитными организациями страны, млн руб.

Сроки привлечения	01.04	01.05	01.06	01.07
До 30 дней	354	347	310	598
31—90 дней	17 152	17 791	14 867	13 576
91—180 дней	49 596	52 842	57 026	59 069
180—1 год	9 920	9 719	9 486	9 112
1 год—3 года	6 581	6 572	6 566	6 527
Свыше 3 лет	2 791	2 890	2 982	2 798

23.17. Пусть котировки акций 30 крупнейших промышленных корпораций США на момент закрытия бирж составили, в дол. США.

1	16,7	7	13,9	13	25,1	19	70,4	25	4,7
2	9,4	8	28,6	14	40,0	20	28,2	26	30,8
3	27,3	9	60,5	15	24,2	21	13,7	27	46,2
4	45,4	10	62,1	16	80,3	22	4,7	28	47,4
5	80,7	11	70,3	17	62,1	23	11,1	29	76,2
6	60,4	12	27,3	18	15,6	24	9,1	30	31,1

Исчислите индекс Доу—Джонса, если корректирующий фактор равен 0,58600.

23.18. Текущая сумма денег — 100 ден. ед. Определите будущую стоимость денег через четыре периода, если ставка наращенная (простая ставка процентов) составляет 10% за период.

23.19. Во вклад до востребования 1 марта размещены 100 тыс. руб. Определите наращенную сумму через два месяца, если ставка — 10% годовых, начисляют точные проценты с точным сроком.

23.20. Исчислите процентные деньги, уплаченные за пользование ссудой размером 1 млн руб. в течение первого полугодия. Ставка по кредиту — 6% годовых.

23.21. На текущий счет предприятия 01.09 поступили средства — 1 120 073 руб. Рассчитайте абсолютную сумму начисленных процентов по состоянию на 30.12 путем исчисления процентного числа и дивизора, если ставка составляет 10% годовых по остатку по счету.

23.22. Ставка по сертификатам Сбербанка России со сроком обращения один год составила 3,5% годовых. Какова стоимость погашения? Номинал сертификата — 1 тыс. руб.

23.23. Акционерный коммерческий банк предлагает размещение средств на срочных депозитных вкладах под следующие проценты:

Срок депозита	Процентная ставка (годовая)
Один месяц	10%
Два месяца	10,2%
Три месяца	10,4%

Определите объем средств к итогу операций, если вложить 1 тыс. руб.

23.24. Средства предоставлены в долг под 4% годовых с 01.04. по 10.12. Исчислите множитель наращенная, если применяются простые обычные проценты.

23.25. Инвестиционная компания размещает денежные средства предприятий путем оформления процентных векселей. В случае досрочного расторжения договора проценты выплачиваются из расчета 1% годовых. Ис-

числите доход по векселю (в руб.) номиналом 100 тыс. руб., выданному 01.01 на 7 месяцев под 6,5% годовых. Каков будет доход в случае погашения векселя за один день до срока?

- 23.26.** По депозитным сертификатам номинальной стоимостью 10 тыс. руб. и сроком обращения шесть месяцев объявленная доходность была равна 16,5% годовых. После первых двух недель ставка была снижена до 16%. Определите выкупную стоимость сертификата к окончанию срока его обращения.
- 23.27.** Определите доходность (% годовых) помещения капитала в 100 ден. ед. 1 июля на три месяца, если его наращенная стоимость составляет 120 ден. ед.
- 23.28.** Банк «Восход» объявил о возможности получения при первоначальной сумме вклада 1000 руб. следующего дохода:

Через три месяца	1331 руб.
Через шесть месяцев	1804 руб.
Через девять месяцев	2489 руб.
Через год	3498 руб.

Исчислите заложенную ставку привлечения, если вклады срочные и начисление процентов предусматривается в конце срока финансовой операции.

- 23.29.** Дисконтные облигации номиналом 100 тыс. руб. со сроком обращения девять месяцев продаются в день выпуска по цене 60 тыс. руб., а через 90 дней — по цене 75,8 тыс. руб. Определите доходность облигаций к погашению и ее текущую доходность.
- 23.30.** Курс дисконтных облигаций со сроком 90 дней в день выпуска составил 80,5 в %. Оцените доходность к погашению.
- 23.31.** Финансовый актив, купленный за 15 тыс. ден. ед., продали спустя 27 дней за 15,1 тыс. ден. ед. Оцените доходность операции.
- 23.32.** Исчислите текущую стоимость денег, будущая стоимость которых через 3 процентных периода при начислении простых процентов оценивается в размере 100 ден. ед. Ставка процентов за период — 1%.
- 23.33.** Банк начисляет по трехмесячному депозиту 12,8% годовых. Какую сумму надо внести на депозит 01.07 текущего года, чтобы получить 3 тыс. руб. к концу операции?
- 23.34.** Учтите дисконтный вексель номиналом 10 тыс. руб. за два месяца (март, апрель) до погашения по вексельной ставке 4% годовых.
- 23.35.** Дата погашения дисконтного векселя — 05.07 текущего года. Какова его выкупная цена на 23.02 текущего года? Номинал векселя — 1 млн руб., учетная ставка — 8% годовых.

- 23.36.** Исчислите дисконт при учете дисконтного векселя номиналом 10 тыс. руб. за семь дней до погашения в банке по дисконтной ставке 12,2% годовых.
- 23.37.** Текущий размер задолженности с процентами — 312 тыс. руб. Кредитное учреждение отсрочило ее уплату на полтора месяца. Определите сумму долга по обязательству исходя из того, что ставка — 10% годовых.
- 23.38.** Организация имеет обязательство к одному и тому же кредитору: уплатить 20.02 162 тыс. руб., 14.06 — 16 тыс. руб. и 15.07 — 284 тыс. руб. Принято решение о замене платежей: 20.09 уплатить 200 тыс. руб., остальные — 20.10. Определите сумму к погашению 20.10, исходя из того, что ставка — 14% годовых.
- 23.39.** Процентный вексель банка гарантирует исчисление процентов исходя из 14% годовых при сроке обращения 30 дней. Определите эквивалентную дисконтную ставку.
- 23.40.** Оцените, что выгоднее:
- приобрести дисконтный вексель со сроком обращения 100 дней, если доходность оценена вексельной ставкой 7%;
 - предоставить ссуду на тот же срок под 7,1% годовых.
- Остальные параметры сделок одинаковые.
- 23.41.** Сравните доходность финансовых инструментов:
- дисконтный вексель со сроком обращения девять месяцев, учетная ставка — 14,0% годовых;
 - процентный вексель с таким же сроком, ставка — 14,5% годовых.
- 23.42.** Ссуда предоставлена на четыре года под 16% годовых. Процент начисляется ежегодно и присоединяется к основной сумме долга. Во сколько раз дешевле обойдется ссуда, полученная под простые проценты?
- 23.43.** Средства размером 2 тыс. руб. помещены во вклад, по которому проценты начисляются ежеквартально из расчета 16% годовых и присоединяются к основной сумме. Определите наращенную стоимость вклада, если срок хранения вклада — девять месяцев начиная с 03.11, а за неполный процентный период начисляют простые проценты.
- 23.44.** Определите сумму долга с процентами, если ссуда размером 200 тыс. руб. предоставлена с 01.07 текущего года по 20.10 текущего года под 12% годовых с ежемесячным начислением их и присоединением к основной сумме долга.
- 23.45.** Ставка по кредиту — 15% годовых. Определите размер полученной 01.07 на четыре месяца ссуды, если надлежит вернуть 310 тыс. руб. Процент начисляется ежемесячно и присоединяется к основной сумме долга.
- 23.46.** Срок финансовой операции — пять периодов. Ставка процентов — 12% за период. Начисление процентов — один раз в конце периода на возросшую на проценты сумму. Исчислите коэффициент приведения и фактор капитализации.

- 23.47.** Номинальная ставка процента — 6,2% годовых. Процент начисляется и присоединяется ежеквартально. Определите эффективную ставку процента.
- 23.48.** Банк предлагает следующие варианты размещения денежных средств: во вклад А — под 4% годовых с ежегодной капитализацией, во вклад Б — под 3% годовых с начислением и присоединением процентов каждое полугодие, во вклад В — под 2% годовых с ежеквартальным начислением и присоединением процентов. Определите вклад с наибольшим годовым наращением.
- 23.49.** Исчислите дисконтирующий множитель и фактор капитализации исходя из параметров $n = 7$, $i = 10\%$ при начислении:
- простых процентов;
 - сложных процентов.
- 23.50.** Рассчитайте эффективную ставку процента, если банк начисляет и присоединяет по вкладу А проценты из расчета 6,5% годовых ежемесячно, ежеквартально.
- 23.51.** Определите размер разовых взносов на счет под 10% годовых с ежеквартальным обслуживанием, чтобы через 2,5 года собрать 725 тыс. руб. целевого назначения. Взносы осуществляются один раз в конце года.
- 23.52.** Для создания погасительного фонда предприятие в течение трех лет перечисляло в банк ежегодно 40 тыс. руб., на которые кредитное учреждение начисляло проценты из расчета 10% годовых (дважды в год, сложные проценты). Равные взносы осуществляются каждое полугодие. Определите объем фонда к моменту окончания всех взносов.
- 23.53.** На текущий счет переводят каждое полугодие в конце периода в течение трех лет 1 млн руб. под 10% годовых. Определите аккумулированную к концу третьего года сумму.
- 23.54.** В течение семи периодов по ценной бумаге выплачиваются дивиденды — 100 руб. каждый период. Приведите величину всех будущих поступлений на начало первого периода исходя из того, что ставка — 2% за период.
- 23.55.** В течение четырех лет ожидаются поступления от реализации проекта в размере 1,3 млн руб. ежеквартально. Единовременные вложения в проект в начале первого года — 8 млн руб. Оцените соотношение доходов и расходов, исходя из ставки сравнения 10% годовых.
- 23.56.** Ежеквартальные текущие производственные расходы планируются на период один год равными 120 тыс. руб. Эту сумму решено зарезервировать в начале первого квартала. Определите необходимый объем денежных средств при условии их хранения в банке, начисляющем и присоединяющем проценты поквартально из расчета 2% годовых.
- 23.57.** Срочный аннуитет осуществляется в течение четырех лет в конце каждого года. Определите наращенную и современную стоимость аннуи-

тета, если вносить по 20 ден. ед. Используйте ставку 12% годовых (ежеквартальное начисление и присоединение процентов).

- 23.58.** Ссуда размером 1000 ден. ед. предоставлена на три года под 12% годовых с начислением и присоединением процентов к основной сумме долга один раз в конце года и выплатой их вместе с ней. Сразу же после получения ссуды в банке в течение трех лет начинают создавать погасительный фонд, куда ежегодно в конце периода перечисляют равные суммы. Проценты по счету начисляют один раз в год исходя из 14% годовых. Определите годовые расходы по обслуживанию долга.
- 23.59.** Ссуда размером 1000 ден. ед. предоставлена на три года под 20% годовых с ежегодными выплатами процентов. Сразу же после получения ссуды в банке в течение трех лет начинают создавать погасительный фонд, куда ежегодно в конце периода перечисляют равные суммы. Проценты по счету начисляют один раз в год исходя из 12% годовых. Определите годовые расходы по обслуживанию долга.
- 23.60.** Ссуда размером 200 ден. ед. предоставлена на два года под 10% годовых. Процент начисляется и присоединяется один раз в конце года. Составьте план погашения задолженности равными срочными (годовыми) уплатами (определите равные годовые уплаты и отдельные их элементы).
- 23.61.** Сбербанк России предоставляет кредит размером 120 тыс. дол. США на 12 месяцев под 12% годовых. Долг погашается ежемесячно равными частями, проценты начисляются на остаток долга и выплачиваются ежемесячно. Составьте план погашения кредита.
- 23.62.** Исчислите индексы номинального и реального валютных курсов и индекс опережения индексом валютного курса индекса цен по России по данным на начало 2005 г.

Месяц	Курс доллара США к рублю, на начало месяца	Индекс потребительских цен США, % к предыдущему месяцу	Индекс потребительских цен страны валюты-измерителя
Январь	28,08	100,1	102,6
Февраль	27,27	100,3	101,2
Март	27,83	100,4	101,3

- 23.63.** Исчислите валютный курс по паритету покупательной способности по формулам Пааше и Ласпейреса.

Наименование товарных групп	Объем потребления, кг в год		Средняя цена за покупку, ед. нац. валюты за кг	
	в стране А	в стране Б	в стране А	в стране Б
Хлебопродукты	122,1	26,0	4 811	0,8
Картофель	111,3	73,6	1 882	1,2
Овощи и бахчевые	96,6	97,7	2 728	2,16
Фрукты и ягоды	21,0	72,0	6 038	2,85

Продолжение

Наименование товарных групп	Объем потребления, кг в год		Средняя цена за покупку, ед. нац. валюты за кг	
	в стране А	в стране Б	в стране А	в стране Б
Сахар	19,9	12,3	4 486	2,68
Мясопродукты	25,1	57,4	15 649	6,17
Рыбопродукты	11,7	28,4	9 288	3,21
Молокопродукты	224,8	210,3	10 566	3,78
Яйца, шт.	166,8	170,3	5 345	1,72
Масло растительное	8,4	7,2	10 460	3,0

23.64. Паритет покупательной способности валют по Ласпейресу — 5,28 руб. за 1 ден. ед., по Пааше — 4,27 руб. за 1 ден. ед. Фактический валютный курс составляет 24,15 руб. за 1 ден. ед.

Задание:

- 1) вычислите индекс Фишера;
- 2) оцените расхождения фактически сложившегося валютного курса от ППС; объясните причины.

23.65. Вычислите эффективный валютный курс рубля. Сделайте выводы.

Валюта	Курс рубля, руб. за 1 ед. валюты на конец года	Общий объем экспортно-импортных операций, в фактически действовавших ценах, млн дол. США
Фунт стерлингов Великобритании	53,29	7 804
Доллар США	27,75	9 783
Японская Иена	26,75	7 364
Евро	37,81	81 425

23.66. Паритет покупательной способности валют (ППС) и валютный курс (ВК) составили, ден. ед. за 1 ед. нац. валюты-измерителя.

	ППС	ВК
I квартал	2,5	5,20
II квартал	2,7	5,4
III квартал	2,9	5,5
IV квартал	3,8	6,1

Оцените происходящие изменения в соотношении паритета и валютного курса.

ТЕМА 24. СТАТИСТИКА СОЦИАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ И УРОВНЯ ЖИЗНИ НАСЕЛЕНИЯ

24.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Социально-экономические индикаторы уровня жизни населения и отраслей социальной сферы характеризуют социальное положение и развитие общества.

Уровень жизни населения — это сложная комплексная социально-экономическая категория. Уровень жизни не может быть отражен в виде одного показателя, поэтому в статистике используется система показателей, которая позволяет дать всестороннюю характеристику уровня жизни. В нее входят обобщающие стоимостные показатели (валовой располагаемый доход, расходы на конечное потребление, реальные доходы и реальная заработная плата и др.), натуральные показатели, характеризующие объем потребления материальных благ и услуг (продуктов питания, тканей, обуви, предметов длительного пользования и т.д.), и показатели, характеризующие занятость, продолжительность рабочего дня и недели, продолжительность оплачиваемых отпусков, охрану труда, качество жилья, использование свободного времени и т.п.

Особый интерес в статистике представляет анализ объема и источников денежных доходов, а также объема и структуры денежных расходов населения. В состав денежных доходов входят: доходы от предпринимательской деятельности; оплата труда; социальные выплаты (пенсии, пособия, стипендии); доходы от собственности. Денежные расходы и сбережения населения включают расходы на покупку товаров и оплату услуг, обязательные платежи и разнообразные взносы, приобретение недвижимости и прирост финансовых активов; прирост (уменьшение) вкладов на счетах граждан, расходов на приобретение ценных бумаг, иностранной валюты, изменения остатков средств на счетах индивидуальных предпринимателей, изменения задолженности по кредитам).

Показатель совокупного дохода домашних хозяйств рассчитывается на базе данных, полученных в результате систематических обследований бюджетов домашних хозяйств.

Уровень и дифференциация доходов при прочих равных условиях — решающие факторы регулирования уровня жизни различных групп населения. Если речь идет о дифференциации доходов как о явлении в целом, оптимальный способ его выражения — статистический ряд распределения населения по доходу. На его основе рассчитывают показатели среднего дохода населения, моду, медиану, децили, децильный коэффициент дифференциации доходов, коэффициент концентрации доходов (коэффициент Джини) и коэффициент фондов.

В системе показателей уровня жизни населения важнейшее место занимают показатели стоимости жизни, реальных доходов населения и реальной заработной платы.

Пример 1. Стоимость набора товаров и услуг в базисном году ($\sum p_0 q_0$) — 256 млн руб. Стоимость этого же набора товаров и услуг в отчетном году ($\sum p_1 q_0$) — 287,5 млн руб.

Индекс потребительских цен можно определить по следующей формуле:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{287,5}{256} = 1,123.$$

Следовательно, за отчетный период потребительские цены выросли на 12,3%.

Уровень потребления отдельных товаров зависит от уровня цен и уровня среднедушевого дохода. Для изучения зависимости между результативным признаком (y) и факторным признаком (x) рассчитывается коэффициент эластичности (ε) по следующей формуле:

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{\Delta x} : \frac{y}{x} = \frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x}.$$

Пример 2. Цены на предметы длительного пользования (x) в отчетном периоде увеличились на 25% по сравнению с базисным, а расходы на приобретение предметов длительного пользования (y) — на 20%.

Коэффициент эластичности (ε) потребления предметов длительного пользования в зависимости от цен на эти товары равен:

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x} = \frac{0,20}{0,25} = 0,8, \text{ или } 80 (\%).$$

Полученный результат указывает на то, что при увеличении цены на товары на 1% расходы на приобретение этих товаров сокращаются на 20%.

В настоящее время предлагается в качестве обобщающего показателя, характеризующего уровень общественного благосостояния, использовать индекс развития человеческого потенциала (по методике, предложенной специалистами Программы развития организации Объединенных Наций (ПРООН)). Индекс развития человеческого потенциала ($I_{чп}$) рассчитывается как средняя арифметическая из трех индексов: индекса ожидаемой продолжительности жизни при рождении (I_1), индекса достигнутого уровня образования (I_2) и индекса реального объема ВВП в расчете на душу населения (I_3).

$$I_{чп} = \frac{(I_1 + I_2 + I_3)}{3}.$$

Индекс каждого показателя рассчитывается по формуле

$$I_i = \frac{X_i - X_{i\min}}{X_{i\max} - X_{i\min}},$$

где X_i — фактическое значение i -го показателя;
 $X_{i\min}$ и $X_{i\max}$ — минимальное и максимальное значение i -го показателя.

К отраслям социальной сферы относятся образование, культура и искусство, охрана здоровья населения, туризм, отдых, физическая культура и спорт, наука и инновации, жилищный фонд и коммунальное хозяйство. При статистическом изучении данных отраслей основное внимание уделяется, с одной стороны, абсолютным показателям, характеризующим наличие соответствующих учреждений и организаций и отражающим их основную деятельность, а с другой — относительным показателям, характеризующим обеспечение населения результатами функционирования этих отраслей в целом по стране, по отдельным регионам, краям, областям и республикам, сельской и городской местности.

24.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 24.1. Назовите группы показателей, формирующих понятие «уровень жизни».
- 24.2. Назовите основные показатели, характеризующие уровень доходов населения, и объясните, как они взаимосвязаны.
- 24.3. Назовите статистические показатели, характеризующие денежные доходы населения, их уровень и структуру.
- 24.4. Назовите статистические показатели, характеризующие расходы населения.
- 24.5. Как определяется совокупный доход домашнего хозяйства?
- 24.6. Как проводится изучение дифференциации и концентрации доходов населения?
- 24.7. Как определяется уровень реальной заработной платы и реальных доходов?
- 24.8. Какие статистические показатели используются для характеристики уровня и динамики потребления материальных благ и услуг?
- 24.9. Назовите основные показатели, характеризующие уровень благосостояния населения.
- 24.10. Перечислите основные отрасли, входящие в социальную сферу.
- 24.11. Назовите основные показатели, характеризующие такие отрасли, как образование, культура и искусство.
- 24.12. Назовите основные показатели, характеризующие сферу здравоохранения, туризма, отдыха, физкультуры и спорта.
- 24.13. Назовите основные показатели, характеризующие научную, инновационную отрасли, а также жилищно-коммунальное хозяйство.
- 24.14. Известны следующие данные о располагаемом доходе домашних хозяйств в Российской Федерации за ряд лет в ценах соответствующих лет, млрд руб.

Показатель	2000	2001	2002	2003	2004
Располагаемый доход домашних хозяйств	3 530	4 667	6 279	7 657	9 535
В том числе:					
оплата труда наемных работников	2 945	3 852	5 071	6 227	7 740
смешанный доход	697	864	1 291	1 367	1 538
сальдо доходов от собственности	211	217	288	576	717
сальдо текущих трансфертов	-323	-266	-371	-513	-642

Источник: Российский статистический ежегодник. 2007. С. 171.

Рассчитайте структуру располагаемого дохода домашних хозяйств, проведите сравнение за ряд лет и сделайте выводы.

24.15. На основании данных Росстата за ряд лет о фактическом конечном потреблении домашних хозяйств проанализируйте изменение его структуры.

Показатель	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Фактическое конечное потребление домашних хозяйств, в текущих ценах, млрд руб.	3 813	5 014	6 390	7 710	9 573	11 976
В том числе за счет: расходов домашних хозяйств	3 295	4 318	5 400	6 540	8 132	10 153
из них: денежные расходы на покупку товаров и оплату услуг	2 996	3 951	4 967	6 094	7 629	9 493
потребление товаров и услуг в натуральной форме	299	367	433	446	503	660
социальных трансфертов в натуральной форме	518	696	990	1 170	1 441	1 823

Источник: Российский статистический ежегодник. 2007. С. 172.

24.16. Дается ряд распределения населения в Российской Федерации в 2005 г. по размеру среднедушевого денежного дохода, % к общей численности населения.

Все население	100
В том числе со среднедушевым доходом в месяц, руб.:	
до 1 000,0	0,8
1 000,1—1 500,0	2,4
1 500,1—2 000,0	3,9
2 000,1—3 000,0	10,6
3 000,1—4 000,0	11,7
4 000,1—5 000,0	11,0
5 000,1—7 000,0	17,8
7 000,1—12 000	24,1
свыше 12 000,0	17,7

Определите:

- средний размер дохода населения, моду, медиану, децильный коэффициент дифференциации дохода;
 - коэффициент концентрации доходов (коэффициент Джини).
- Проанализируйте полученные результаты и сформулируйте выводы.

24.17. Дается ряд распределения домашних хозяйств по размеру среднедушевого денежного дохода.

Показатель	Число домашних хозяйств	
	млн	% к итогу
Все население	45	100
В том числе со среднедушевым доходом в месяц, руб.:		
до 500	0,1	0,2
501—1 000	1,8	4,0
1 001—1 500	4,4	9,8
1 501—2 000	6,5	14,4
2 001—2 500	7,1	15,8
2 501—3 000	6,3	14,0
3 001—3 500	5,2	11,6
3 501—4 000	5,1	11,3
4 001—4 500	4,1	9,1
более 4 501	4,4	9,8

Определите средний размер дохода на домашнее хозяйство, моду, медиану, децильный коэффициент дифференциации дохода. Постройте кривую распределения Лоренца. Определите коэффициент концентрации доходов (коэффициент Джини). Проанализируйте полученные результаты и сформулируйте выводы.

24.18. Известны следующие данные Росстата о распределении общего объема денежных доходов в 2000 и в 2005 гг.

Показатель	Первое полугодие 2000 г.	Первое полугодие 2005 г.
Денежные доходы	100	100
В том числе по 20%-ным группам населения		
I (с наименьшими доходами)	5,9	5,5
II	10,4	10,2
III	15,1	15,2
IV	21,9	22,7
V (с наивысшими доходами)	46,3	46,4

Источник: Российский статистический ежегодник. 2007. С. 190.

Постройте кривые концентрации Лоренца, рассчитайте коэффициент концентрации доходов Джини и коэффициент фондов в 2000 и 2005 гг.

- 24.19.** Среднемесячная денежная заработная плата работников региона в отчетном периоде составила 8555 руб., в базисном — 4360 руб. За этот период индекс потребительских цен вырос в 1,8 раза. Определите индекс реальной заработной платы.
- 24.20.** Сводный индекс цен составил 105,8. Как изменилась покупательная способность национальной валюты?
- 24.21.** Известны следующие данные за 2006 г.: среднемесячное увеличение цен на товары и услуги составило в I квартале 11%, во II квартале — 10%, в III — 7%, в IV — 10%. Номинальная заработная плата за год удвоилась.
Определите:
а) рост цен в каждом квартале и за год в целом;
б) изменение реальной заработной платы за год.
- 24.22.** Известны следующие данные об объеме продаж предметов длительного пользования.

Вид товара	Продано товаров в фактических ценах, млн руб.		Индекс цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, раз
	базисный период	отчетный период	
Компьютеры	300	400	1,15
Видеомагнитофоны	240	400	1,05
Холодильники	520	610	1,04
Кофеварки	80	86	1,50

Известно также, что за указанный период численность населения выросла на 1,5%.

Определите:

- индекс стоимости потребленных товаров длительного пользования;
 - индекс физического объема потребления отдельных видов товаров;
 - индекс физического объема потребления всех товаров (сводный индекс физического объема потребления);
 - индекс потребления отдельных товаров на душу населения;
 - индекс потребления всех товаров длительного пользования на душу населения.
- 24.23.** В результате проведения бюджетного обследования домашних хозяйств было обнаружено, что за истекший период потребление овощей увеличилось на 2,8% по сравнению с предыдущим годом, а молочных продуктов снизилось на 1,6%. За этот же период среднедушевой доход домашних хозяйств вырос на 12%. Определите коэффициенты эластичности.

24.24. За истекший период рост стоимости покупок предметов длительного пользования составил 115,6%, а рост среднедушевого дохода — 110%. Определите коэффициент эластичности потребления предметов длительного пользования.

24.25. Потребление картофеля в базисном периоде составило 10,3 кг на человека в месяц, а в отчетном периоде увеличилось на 0,8 кг. Цена картофеля базисного периода равнялась 12 руб./кг, а в отчетном периоде она возросла на 4%. За этот же период среднедушевой доход увеличился с 1000 до 1500 руб. в месяц.

Рассчитайте коэффициенты эластичности потребления картофеля.

24.26. Определите общий индекс физического объема потребления материальных благ и индекс уровня потребления материальных благ на душу населения, если известны следующие данные в отчетном и базисном периодах.

Показатель	Базисный период	Отчетный период
Потреблено материальных благ в текущих ценах, млрд руб.	216 800	254 230
Общий индекс цен на товары	—	103,75
Численность населения, млн человек	14,8	14,6

24.27. Потребление отдельных видов продуктов питания характеризуется следующими данными.

Продукт	Объем потребления в текущих ценах, млн руб.		Индекс цен, %
	базисный период	отчетный период	
Мясо	680	735	130
Рыба	370	365	120
Картофель	150	130	110
Масло животное	210	230	150
Хлеб и хлебные продукты	151	141	155
Сахар	241	260	145

Определите индекс физического объема потребления данных продуктов, индекс уровня потребления, если численность населения данной территории за этот период увеличилась на 2,5%.

24.28. Прирост денежных доходов за квартал составил 70%. Затраты на питание за этот период возросли на 59%.

Рассчитайте коэффициент эластичности между доходами и затратами на питание.

24.29. Известны следующие данные Росстата об обеспеченности населения врачами и больничными койками на конец года.

Показатель	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Число больничных учреждений, тыс.	10,7	10,6	10,3	10,1	9,8	9,5	
Число больничных коек, тыс. человек	1 671,6	1 653,4	1 619,7	1 596,6	1 600,7	1 575,4	
Численность врачей, тыс. человек	680,2	677,8	682,4	686,0	688,2	690,3	
Численность среднего медицинского персонала, тыс. человек	1 563,6	1 544,4	1 557,0	1 551,5	1 545,5	1 529,8	
Численность населения, тыс. человек (на начало года)	145 600	146 304	145 649	144 964	144 168	143 474	142 754

Источник: Российский статистический ежегодник, 2007. С. 81, 263, 266.

Рассчитайте:

- динамику численности врачей и среднего медицинского персонала и числа больничных коек;
- обеспеченность населения (в расчете на 10 000 человек) врачами, средним медицинским персоналом и больничными койками.

24.30. Известны следующие данные о подготовке специалистов в высших и средних специальных учебных заведениях в Российской Федерации за ряд лет на начало учебного года.

Показатель	1980/81	1990/91	2000/01	2001/02	2002/03	2003/04	2004/05	2005/06
Высшие учебные заведения:								
число учебных заведений	494	514	965	1 008	1 039	1 044	1 071	1 068
численность студентов, тыс. человек	3 046	2 824,5	4 741,4	5 429	5 947,5	6 455,7	6 884,2	7 064,6
Средние специальные учебные заведения								
число учебных заведений	2 505	2 603	2 703	2 684	2 816	2 809	2 805	2 905
численность студентов, тыс. человек	2 641,6	2 270	2 360,8	2 470,2	2 585,5	2 612,1	2 599,6	2 590,7

Источник: Российский статистический ежегодник. 2007. С. 239, 247.

Рассчитайте динамику основных показателей, используя в качестве базы сравнения 1980, 1990 и 2000 гг. Определите, сколько приходится студентов на 10 000 человек населения. Данные о численности населения, необходимые для проведения расчетов, содержатся в задаче 24.29.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Значения функции плотности вероятности для нормального закона распределения $\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$.

Целые и десятичные доли t	Сотые доли t									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3981	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3633	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3525	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3111	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1972	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0807
1,8	0790	0775	0762	0748	0734	0727	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551

ПРИЛОЖЕНИЕ 2**Значения функции $P(\lambda)$**

λ	$P(\lambda)$
0,3	1,0000
0,4	0,9972
0,5	0,9639
0,6	0,8643
0,7	0,7112
0,8	0,5441
0,9	0,3927
1,0	0,2700
1,1	0,1777
1,2	0,1122
1,3	0,0681
1,4	0,0397
1,5	0,0222
1,6	0,0120
1,7	0,0062
1,8	0,0032
1,9	0,0015
2,0	0,0007
2,1	0,0003
2,2	0,0001
2,3	0,0001
2,4	0,0000
2,5	0,0000

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Значения интеграла вероятностей

нормального закона распределения $F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

t	$F(t)$	t	$F(t)$	t	$F(t)$
1,00	0,6827	1,70	0,9109	2,40	0,9836
1,05	0,7063	1,75	0,9199	2,45	0,9858
1,10	0,7287	1,80	0,9281	2,50	0,9876
1,15	0,7199	1,85	0,9357	2,55	0,9892
1,20	0,7699	1,90	0,9426	2,00	0,9907
1,25	0,7887	1,95	0,9488	2,65	0,9920
1,30	0,8064	2,00	0,9545	2,70	0,99307
1,35	0,8230	2,05	0,9596	2,75	0,09404
1,40	0,8385	2,10	0,9643	2,80	0,99489
1,45	0,8529	2,15	0,9684	2,85	0,99563
1,50	0,8664	2,20	0,0722	2,00	0,99627
1,55	0,8789	2,25	0,9756	2,95	0,9968
1,60	0,8904	2,30	0,9786	3,00	0,9973
1,65	0,9011	2,35	0,9812		

ПРИЛОЖЕНИЕ 4**Таблица случайных чисел**

Ряд	Колонка							
	12345	67890	12345	67890	12345	67890	12345	67890
01	66194	28926	99547	16625	45515	67953	12108	57846
02	78240	43195	24837	32511	70880	22070	52622	61881
03	00833	88000	67299	68215	11274	55624	32991	17436
04	12111	86683	61270	58036	64192	90611	15145	01748
05	47189	99951	05755	03834	43782	90599	40282	51417
06	76396	72486	62423	27618	84184	78922	73561	52818
07	46409	17469	32483	09083	76175	19985	26309	91536
08	74626	22111	87286	46772	42243	68046	44250	42439
09	34450	81974	93723	49023	58432	67083	36876	93391
10	36327	72135	33005	28701	34710	49359	50693	89311
11	74185	77536	84825	09934	99103	09325	67389	45869
12	12296	41623	62873	37943	25584	09609	63360	47270
13	90822	60280	88925	99610	42772	60561	76873	04117
14	72121	79152	96591	90305	10189	79778	68016	13747
15	95268	41377	25684	08151	61816	58555	54305	86189
16	92603	09091	75884	93424	72586	88903	30061	14457
17	18813	90291	05275	01223	79607	95426	34900	09778
18	38840	26903	28624	67157	51986	42865	14508	49315
19	05959	33836	53758	16562	41081	38012	41230	20528
20	85141	21155	99212	32685	51403	31926	69813	58781
21	75047	59643	31074	38172	03718	32119	69506	67143
22	30752	95260	68032	62871	58781	34143	68790	69766
23	22986	82575	42187	62295	84295	30634	66562	31442
24	99439	86692	90348	66036	48399	73451	26698	39437
25	20389	93029	11881	71685	65452	89047	63669	02656
26	39249	05173	68256	36359	20250	68686	05947	09335
27	96777	33605	29481	20063	09398	01843	35139	61344

Продолжение

Ряд	Колонка							
	12345	67890	12345	67890	12345	67890	12345	67890
28	04860	32918	10798	50492	52655	33359	94713	28393
29	41613	42375	00403	03656	77580	87772	86877	57085
30	17930	00794	53836	53692	67135	98102	61912	11246
31	24649	31845	25736	75231	83808	98917	93829	99430
32	79899	34061	54308	59358	56462	58166	97302	86828
33	76801	49594	81002	30397	52728	15101	72070	33706
34	36239	63636	38140	65731	39788	06872	38971	53363
35	07392	64449	17886	63632	53995	17574	22247	62607
36	67133	04181	33874	98835	67453	59734	76381	63455
37	77759	31504	32832	70861	15152	29733	75371	39174
38	85992	72268	42920	20810	29361	51423	90306	73574
39	79553	75952	54116	65553	47139	60579	09165	85490
40	4110	17336	48951	53674	17880	45260	08575	49321
41	36191	17095	32123	91576	84221	78902	82010	30874
42	62329	63898	23268	74283	26091	68409	69704	82267
43	14751	13151	93115	01437	56945	89661	67680	79790
44	48462	59278	44185	29616	76537	19589	83139	28454
45	29435	88105	59651	44391	74588	55114	80834	85686
46	28340	29285	12965	14821	80425	16602	44653	70467
47	02167	58940	27149	80242	10587	79786	34959	75339
48	17864	00991	39557	54981	23588	81914	37609	13128
49	79675	80605	60059	35862	00254	36546	21545	78179
50	72335	82037	92003	34100	29879	46613	89720	13274
51	49280	88924	35779	00283	81163	07275	89863	02348
52	61870	41657	07468	08612	98083	97349	20775	45091
53	43898	65923	25078	86129	78496	97653	91550	08078
54	62993	93912	30454	84598	56095	20664	12872	64647
55	33850	58555	51438	85507	71865	79488	76783	31708
56	55336	71264	88472	04334	63919	36394	11095	92470

Продолжение

Ряд	Колонка							
	12345	67890	12345	67890	12345	67890	12345	67890
57	70543	29776	10087	10072	55980	64688	68239	20461
58	89382	93809	00796	95945	34101	81277	66090	88872
59	37818	72142	67140	50785	22380	16703	53362	44940
60	60430	22834	14130	96593	23298	56203	92671	15925
61	82975	66158	84731	19436	55790	69229	28661	13675
62	39087	71938	40355	54324	08401	26299	49420	59208
63	55700	24586	93247	32596	11865	63397	44251	43189
64	14756	23997	78643	75912	83832	32768	18928	57070
65	32166	53251	70654	92827	63491	04233	33825	69662
66	23236	73751	31888	81718	06546	83246	47651	04877
67	45794	26926	15130	82455	78305	55058	52551	47182
68	09893	20505	14225	68514	46427	56788	96297	78822
69	54382	74598	91499	14523	68479	27686	46162	83554
70	94750	89923	37089	20048	80336	94598	26940	36858
71	70297	34135	53140	33340	42050	82341	44104	82949
72	85157	47954	32979	26575	57600	40881	12250	73742
73	11100	02340	12860	74697	96644	89439	28707	25815
74	36871	50775	30592	57143	17381	68856	25853	35041
75	23913	48357	63308	16090	51690	54607	72407	55538
76	79348	36085	27973	65157	07456	22255	25626	57054
77	92074	54641	53673	54421	18130	60103	69593	49464
78	06873	21440	75593	41373	49502	17972	82578	16364
79	12478	37622	99659	31065	83613	69889	58869	29571
80	57175	55564	65411	42547	70457	03426	72937	83792
81	91616	11075	80103	07831	59309	13276	26710	73000
82	78025	73539	14621	39044	47450	03197	12787	47709
83	27587	67228	80145	10175	12822	86687	65530	49325
84	16690	20427	04251	64477	73709	73945	92396	68263
85	70183	58065	65489	31833	82093	16747	10386	59293

Продолжение

Ряд	Колонка							
	12345	67890	12345	67890	12345	67890	12345	67890
86	90730	35385	15679	99742	50866	78028	75573	67257
87	10934	93242	13431	24590	02770	48582	00906	58595
88	82462	30166	79613	47416	13389	80268	05085	96666
89	27463	10433	07606	16285	93699	60912	94532	95632
90	02979	52997	09079	92709	90110	47506	53693	49892
91	46888	69929	75233	52507	32097	37594	10067	67327
92	53638	83161	08289	12639	08141	12640	28437	09268
93	82433	61427	17239	89160	19666	08814	37841	12847
94	35766	31672	50082	22795	66948	65581	84393	15890
95	10853	42581	08792	13257	61973	24450	52351	16602
96	20341	27398	72906	63955	17276	10646	74692	48438
97	54458	90542	77563	51839	52901	53355	83281	19177
98	26337	66530	16687	35179	46560	00123	44546	79896
99	34314	23729	85264	05575	96855	23820	11091	79821
00	28603	10708	68933	34189	92166	15181	66628	58599

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

Право-, лево- и двусторонние критические точки ($K_{кр.пр}$, $K_{кр.л}$, $K_{кр.д}$) стандартного нормального распределения $N(x)$

$$P\{x > K_{кр.пр}\} = \alpha, P\{x < K_{кр.л}\} = \alpha, P\{|x| > K_{кр.д}\} = \alpha$$

α	0,1	0,05	0,025	0,01
$K_{кр.д}$	1,645	1,960	2,241	2,576
$K_{кр.л}$	1,282	1,645	1,960	2,326
$K_{кр.л}$	-1,282	-1,645	-1,960	-2,326

ПРИЛОЖЕНИЕ 6

Право-, левосторонние и P -значения ($P_{пр}$, $P_{лв}$, $P_{дв}$) стандартного нормального распределения $N(x)$

$$P_{пр} = P\{x > |K_{факт}|\}, P_{лв} = P\{x < |K_{факт}|\}, P_{дв} = P\{|x| > |K_{факт}|\}$$

$ K_{факт} $	$P_{пр}$	$P_{лв}$	$P_{дв}$	$K_{факт}$	$P_{пр}$	$P_{лв}$	$P_{дв}$
0,00	0,5000	0,5000	1,0000	1,55	0,0606	0,9394	0,1211
0,05	0,4801	0,5199	0,9601	1,60	0,0548	0,9452	0,1096
0,10	0,4602	0,5398	0,9203	1,65	0,0495	0,9505	0,0989
0,15	0,4404	0,5596	0,8808	1,70	0,0446	0,9554	0,0891
0,20	0,4207	0,5793	0,8415	1,75	0,0401	0,9599	0,0801
0,25	0,4013	0,5987	0,8026	1,80	0,0359	0,9641	0,0719
0,30	0,3821	0,6179	0,7642	1,85	0,0322	0,9678	0,0643
0,35	0,3632	0,6368	0,7263	1,90	0,0287	0,9713	0,0574
0,40	0,3446	0,6554	0,6892	1,95	0,0256	0,9744	0,0512
0,45	0,3264	0,6736	0,6527	2,00	0,0228	0,9772	0,0455
0,50	0,3085	0,6915	0,6171	2,05	0,0202	0,9798	0,0404
0,55	0,2912	0,7088	0,5823	2,10	0,0179	0,9821	0,0357
0,60	0,2743	0,7257	0,5485	2,15	0,0158	0,9842	0,0316
0,65	0,2578	0,7422	0,5157	2,20	0,0139	0,9861	0,0278
0,70	0,2420	0,7580	0,4839	2,25	0,0122	0,9878	0,0244
0,75	0,2266	0,7734	0,4533	2,30	0,0107	0,9893	0,0214
0,80	0,2119	0,7881	0,4237	2,35	0,0094	0,9906	0,0188
0,85	0,1977	0,8023	0,3953	2,40	0,0082	0,9918	0,0164
0,90	0,1841	0,8159	0,3681	2,45	0,0071	0,9929	0,0143
0,95	0,1711	0,8289	0,3421	2,50	0,0062	0,9938	0,0124
1,00	0,1587	0,8413	0,3173	2,55	0,0054	0,9946	0,0108
1,05	0,1469	0,8531	0,2937	2,60	0,0047	0,9953	0,0093
1,10	0,1357	0,8643	0,2713	2,65	0,0040	0,9960	0,0080
1,15	0,1251	0,8749	0,2501	2,70	0,0035	0,9965	0,0069
1,20	0,1151	0,8849	0,2301	2,75	0,0030	0,9970	0,0060
1,25	0,1056	0,8944	0,2113	2,80	0,0026	0,9974	0,0051
1,30	0,0968	0,9032	0,1936	2,85	0,0022	0,9978	0,0044
1,35	0,0885	0,9115	0,1770	2,90	0,0019	0,9981	0,0037
1,40	0,0808	0,9192	0,1615	2,95	0,0016	0,9984	0,0032
1,45	0,0735	0,9265	0,1471	3,00	0,0013	0,9987	0,0027
1,50	0,0668	0,9332	0,1336	3,05	0,0011	0,9989	0,0023

Инструкция по применению таблицы

При $K_{факт} < 0$ значения $P_{лв}$, $P_{пв}$ рассчитываются по формулам $P_{лв} = P_{пв}(-K_{факт})$; $P_{пр} = P_{лв}(-K_{факт})$, в которых $P_{пв}(-K_{факт})$, $P_{лв}(-K_{факт})$ вычисляются по таблице.

ПРИЛОЖЕНИЕ 7

Право- и двусторонние критические точки ($t_{кр.пр}$, $t_{кр.д}$) распределения Стьюдента (t-критерия)

$$P\{|t| > t_{кр.д}\} = \alpha_{дв}, P\{t > t_{кр.пр}\} = \alpha_{пр}$$

Уровень значимости α для двусторонней критической области									
$\alpha_{дв}1$	0,2	0,1	0,05	0,025	$\alpha_{дв}2$	0,2	0,1	0,05	0,025
Уровень значимости α для правосторонней критической области									
$\alpha_{пр}1$	0,1	0,05	0,025	0,0125	$\alpha_{пр}2$	0,1	0,05	0,025	0,013
df	$t_{кр}$				df	$t_{кр}$			
1	3,078	6,314	12,706	25,452	29	1,311	6,314	12,706	25,452
2	1,886	2,920	4,303	6,205	30	1,886	2,920	4,303	6,205
3	1,638	2,353	3,182	4,177	35	1,638	2,353	3,182	4,177
4	1,533	2,132	2,776	3,495	40	1,533	2,132	2,776	3,495
5	1,476	2,015	2,571	3,163	45	1,476	2,015	2,571	3,163
6	1,440	1,943	2,447	2,969	50	1,440	1,943	2,447	2,969
7	1,415	1,895	2,365	2,841	55	1,415	1,895	2,365	2,841
8	1,397	1,860	2,306	2,752	60	1,397	1,860	2,306	2,752
9	1,383	1,833	2,262	2,685	65	1,383	1,833	2,262	2,685
10	1,372	1,812	2,228	2,634	70	1,372	1,812	2,228	2,634
12	1,356	1,782	2,179	2,560	75	1,356	1,782	2,179	2,560
14	1,345	1,761	2,145	2,510	80	1,345	1,761	2,145	2,510
16	1,337	1,746	2,120	2,473	90	1,337	1,746	2,120	2,473
18	1,330	1,734	2,101	2,445	100	1,330	1,734	2,101	2,445
20	1,325	1,725	2,086	2,423	200	1,325	1,725	2,086	2,423
22	1,321	1,717	2,074	2,405	300	1,321	1,717	2,074	2,405
24	1,318	1,711	2,064	2,391	400	1,318	1,711	2,064	2,391
26	1,315	1,706	2,056	2,379	500	1,315	1,706	2,056	2,379
28	1,313	1,701	2,048	2,368	1000	1,313	1,701	2,048	2,368

Инструкция по применению таблицы

Значение df зависит от решаемой задачи, но чаще всего $df = n - m$, где n — объем выборки, m — количество переменных, фигурирующих в задаче. Если требуемое значение df отсутствует в таблице, то берется ближайшее к нему содержащееся в таблице значение. Для $df < 29$ все

действия выполняются с левой половиной таблицы, а для $df \geq 29$ — с правой. Для нахождения $t_{кр.д}$ столбец с требуемым уровнем значимости α выбирается в строке $\alpha_{дв}1$ или $\alpha_{дв}2$. Для нахождения $t_{кр.пр}$ столбец с требуемым уровнем значимости α выбирается в строке $\alpha_{пр}1$ или $\alpha_{пр}2$. Искомое значение $t_{кр}$ находится на пересечении строки и столбца с соответствующими значениями df и α .

Левосторонняя критическая область $t_{кр.л}$ равна $-t_{кр.пр}$.

Пример 1. Найти $t_{кр.д}$ при $n = 10$, $m = 2$, $\alpha = 0,05$. Имеем $df = n - m = 10 - 2 = 8$. Так как $df = 8$ находится в левой половине таблицы, то столбец с $\alpha = 0,05$ ищется в строке $\alpha_{дв}1$. Искомое значение $t_{кр.д} = 2,306$ находится на пересечении строки с $df = 8$ и столбца с $\alpha_{дв}1 = 0,05$.

Пример 2. Найти $t_{кр.пр}$ и $t_{кр.л}$ при $n = 33$, $m = 2$, $\alpha = 0,025$. Имеем $df = n - m = 33 - 2 = 31$. Так как $df = 31$ в таблице отсутствует, то принимаем ближайшее к нему $df = 30$. Поскольку $df = 31$ находится в правой половине таблицы, то столбец с $\alpha = 0,025$ ищется в строке $\alpha_{пр}2$. Искомое значение $t_{кр.д} = 4,303$ находится на пересечении строки с $df = 30$ и столбца с $\alpha_{пр}2 = 0,025$. Соответственно $t_{кр.л} = -4,303$.

**P-значения P_{α} для двусторонней критической области
распределения Стюдента (t-критерия)**

$$P_{\alpha} = P\{|t| > |t_{\alpha, n-1}|\}$$

$ t_{\alpha, n-1} $	df														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	100	1000
0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,05	0,97	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
0,10	0,94	0,93	0,93	0,93	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92
0,15	0,91	0,89	0,89	0,89	0,89	0,89	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88
0,20	0,87	0,86	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85	0,84	0,84	0,84	0,84	0,84
0,25	0,84	0,83	0,82	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,80	0,80	0,80
0,30	0,81	0,79	0,78	0,78	0,78	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,76	0,76
0,35	0,79	0,76	0,75	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73
0,40	0,76	0,73	0,72	0,71	0,71	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69
0,45	0,73	0,70	0,68	0,68	0,67	0,67	0,67	0,66	0,66	0,66	0,66	0,66	0,66	0,65	0,65
0,50	0,70	0,67	0,65	0,64	0,64	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62
0,55	0,68	0,64	0,62	0,61	0,61	0,60	0,60	0,60	0,60	0,59	0,59	0,59	0,59	0,58	0,58
0,60	0,66	0,61	0,59	0,58	0,57	0,57	0,57	0,57	0,56	0,56	0,56	0,56	0,55	0,55	0,55
0,65	0,63	0,58	0,56	0,55	0,54	0,54	0,54	0,53	0,53	0,53	0,53	0,52	0,52	0,52	0,52
0,70	0,61	0,56	0,53	0,52	0,52	0,51	0,51	0,50	0,50	0,50	0,49	0,49	0,49	0,49	0,48
0,75	0,59	0,53	0,51	0,49	0,49	0,48	0,48	0,47	0,47	0,47	0,46	0,46	0,46	0,46	0,45

Продолжение

$ t_{факт} $	df														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	100	1000
0,80	0,57	0,51	0,48	0,47	0,46	0,45	0,45	0,45	0,44	0,44	0,44	0,43	0,43	0,43	0,42
0,85	0,55	0,48	0,46	0,44	0,43	0,43	0,42	0,42	0,42	0,42	0,41	0,41	0,40	0,40	0,40
0,90	0,53	0,46	0,43	0,42	0,41	0,40	0,40	0,39	0,39	0,39	0,38	0,38	0,38	0,37	0,37
0,95	0,52	0,44	0,41	0,40	0,39	0,38	0,37	0,37	0,37	0,36	0,36	0,35	0,35	0,34	0,34
1,00	0,50	0,42	0,39	0,37	0,36	0,36	0,35	0,34	0,34	0,34	0,33	0,33	0,33	0,32	0,32
1,05	0,48	0,40	0,37	0,35	0,34	0,33	0,33	0,32	0,32	0,32	0,31	0,31	0,30	0,30	0,29
1,10	0,47	0,39	0,35	0,33	0,32	0,31	0,31	0,30	0,30	0,30	0,29	0,28	0,28	0,27	0,27
1,15	0,46	0,37	0,33	0,31	0,30	0,29	0,29	0,28	0,28	0,28	0,27	0,26	0,26	0,25	0,25
1,20	0,44	0,35	0,32	0,30	0,28	0,28	0,27	0,26	0,26	0,26	0,25	0,24	0,24	0,23	0,23
1,25	0,43	0,34	0,30	0,28	0,27	0,26	0,25	0,25	0,24	0,24	0,23	0,23	0,22	0,21	0,21
1,30	0,42	0,32	0,28	0,26	0,25	0,24	0,23	0,23	0,23	0,22	0,21	0,21	0,20	0,20	0,19
1,35	0,41	0,31	0,27	0,25	0,23	0,23	0,22	0,21	0,21	0,21	0,20	0,19	0,19	0,18	0,18
1,40	0,39	0,30	0,26	0,23	0,22	0,21	0,20	0,20	0,20	0,19	0,18	0,18	0,17	0,16	0,16
1,45	0,38	0,28	0,24	0,22	0,21	0,20	0,19	0,19	0,18	0,18	0,17	0,16	0,16	0,15	0,15
1,50	0,37	0,27	0,23	0,21	0,19	0,18	0,18	0,17	0,17	0,16	0,15	0,15	0,14	0,14	0,13
1,55	0,36	0,26	0,22	0,20	0,18	0,17	0,17	0,16	0,16	0,15	0,14	0,14	0,13	0,12	0,12
1,60	0,36	0,25	0,21	0,18	0,17	0,16	0,15	0,15	0,14	0,14	0,13	0,13	0,12	0,11	0,11
1,65	0,35	0,24	0,20	0,17	0,16	0,15	0,14	0,14	0,13	0,13	0,12	0,11	0,11	0,10	0,10
1,70	0,34	0,23	0,19	0,16	0,15	0,14	0,13	0,13	0,12	0,12	0,11	0,10	0,10	0,09	0,09
1,75	0,33	0,22	0,18	0,16	0,14	0,13	0,12	0,12	0,11	0,11	0,10	0,10	0,09	0,08	0,08

Инструкция по применению таблицы

Искомое $P_{дв}$ находится на пересечении строки и столбца со значениями соответственно $|t_{факт}|$ и df . Значение df зависит от решаемой задачи, но чаще всего $df = n - m$, где n — объем выборки, m — количество переменных, фигурирующих в задаче. Если требуемые значения $|t_{факт}|$, df отсутствуют в таблице, то берутся ближайшие к ним содержащиеся в таблице значения.

Пример 1. Найти $P_{дв}$ при $n = 10$, $m = 3$, $t_{факт} = -1,63$.

Имеем $df = n - m = 10 - 3 = 7$, $|t_{факт}| = 1,63$. $P_{дв} = 0,14$ находится на пересечении строки с $|t_{факт}| = 1,65$ и столбца с $df = 7$.

P -значения $P_{пр}$, $P_{лв}$ для право- и левосторонней критической области находятся с помощью $P_{дв}$ по формулам, приведенным в следующей таблице.

P -значение	$t_{факт} < 0$	$t_{факт} > 0$
$P_{пр}$	$1 - 0,5P_{дв}$	$0,5P_{дв}$
$P_{лв}$	$0,5P_{дв}$	$1 - 0,5P_{дв}$

Пример 2. Для данных примера 1 и $t_{факт} = -1,63$, $t_{факт} = 1,63$ значения $P_{пр}$, $P_{лв}$ соответственно равны:

P -значение	$t_{факт} = -1,63$	$t_{факт} = 1,63$
$P_{пр}$	0,93	0,07
$P_{лв}$	0,07	0,93

ПРИЛОЖЕНИЕ 9

Правосторонние критические точки $F_{кр,гр}$
 распределения Фишера (F -критерия) для уровня значимости $\alpha = 0,1$
 $P\{F > F_{кр,гр}\} = \alpha = 0,1$

df2	df1																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	40	60	120	500
1	39,9	49,5	53,6	55,8	57,2	58,2	58,9	59,4	59,9	60,2	60,7	61,2	61,7	62,1	62,3	62,5	62,8	63,1	63,3
2	8,53	9,00	9,16	9,24	9,29	9,33	9,35	9,37	9,38	9,39	9,41	9,42	9,44	9,45	9,46	9,47	9,47	9,48	9,49
3	5,54	5,46	5,39	5,34	5,31	5,28	5,27	5,25	5,24	5,23	5,22	5,20	5,18	5,17	5,17	5,16	5,15	5,14	5,14
4	4,54	4,32	4,19	4,11	4,05	4,01	3,98	3,95	3,94	3,92	3,90	3,87	3,84	3,83	3,82	3,80	3,79	3,78	3,76
5	4,06	3,78	3,62	3,52	3,45	3,40	3,37	3,34	3,32	3,30	3,27	3,24	3,21	3,19	3,17	3,16	3,14	3,12	3,11
6	3,78	3,46	3,29	3,18	3,11	3,05	3,01	2,98	2,96	2,94	2,90	2,87	2,84	2,81	2,80	2,78	2,76	2,74	2,73
7	3,59	3,26	3,07	2,96	2,88	2,83	2,78	2,75	2,72	2,70	2,67	2,63	2,59	2,57	2,56	2,54	2,51	2,49	2,48
8	3,46	3,11	2,92	2,81	2,73	2,67	2,62	2,59	2,56	2,54	2,50	2,46	2,42	2,40	2,38	2,36	2,34	2,32	2,30
9	3,36	3,01	2,81	2,69	2,61	2,55	2,51	2,47	2,44	2,42	2,38	2,34	2,30	2,27	2,25	2,23	2,21	2,18	2,17
10	3,29	2,92	2,73	2,61	2,52	2,46	2,41	2,38	2,35	2,32	2,28	2,24	2,20	2,17	2,16	2,13	2,11	2,08	2,06
11	3,23	2,86	2,66	2,54	2,45	2,39	2,34	2,30	2,27	2,25	2,21	2,17	2,12	2,10	2,08	2,05	2,03	2,00	1,98
12	3,18	2,81	2,61	2,48	2,39	2,33	2,28	2,24	2,21	2,19	2,15	2,10	2,06	2,03	2,01	1,99	1,96	1,93	1,91
13	3,14	2,76	2,56	2,43	2,35	2,28	2,23	2,20	2,16	2,14	2,10	2,05	2,01	1,98	1,96	1,93	1,90	1,88	1,85
14	3,10	2,73	2,52	2,39	2,31	2,24	2,19	2,15	2,12	2,10	2,05	2,01	1,96	1,93	1,91	1,89	1,86	1,83	1,80
15	3,07	2,70	2,49	2,36	2,27	2,21	2,16	2,12	2,09	2,06	2,02	1,97	1,92	1,89	1,87	1,85	1,82	1,79	1,76
16	3,05	2,67	2,46	2,33	2,24	2,18	2,13	2,09	2,06	2,03	1,99	1,94	1,89	1,86	1,84	1,81	1,78	1,75	1,73
17	3,03	2,64	2,44	2,31	2,22	2,15	2,10	2,06	2,03	2,00	1,96	1,91	1,86	1,83	1,81	1,78	1,75	1,72	1,69
18	3,01	2,62	2,42	2,29	2,20	2,13	2,08	2,04	2,00	1,98	1,93	1,89	1,84	1,80	1,78	1,75	1,72	1,69	1,67
19	2,99	2,61	2,40	2,27	2,18	2,11	2,06	2,02	1,98	1,96	1,91	1,86	1,81	1,78	1,76	1,73	1,70	1,67	1,64

Продолжение

df2	df																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	40	60	120	500
20	2,97	2,59	2,38	2,25	2,16	2,09	2,04	2,00	1,96	1,94	1,89	1,84	1,79	1,76	1,74	1,71	1,68	1,64	1,62
21	2,96	2,57	2,36	2,23	2,14	2,08	2,02	1,98	1,95	1,92	1,87	1,83	1,78	1,74	1,72	1,69	1,66	1,62	1,60
22	2,95	2,56	2,35	2,22	2,13	2,06	2,01	1,97	1,93	1,90	1,86	1,81	1,76	1,73	1,70	1,67	1,64	1,60	1,58
23	2,94	2,55	2,34	2,21	2,11	2,05	1,99	1,95	1,92	1,89	1,84	1,80	1,74	1,71	1,69	1,66	1,62	1,59	1,56
24	2,93	2,54	2,33	2,19	2,10	2,04	1,98	1,94	1,91	1,88	1,83	1,78	1,73	1,70	1,67	1,64	1,61	1,57	1,54
25	2,92	2,53	2,32	2,18	2,09	2,02	1,97	1,93	1,89	1,87	1,82	1,77	1,72	1,68	1,66	1,63	1,59	1,56	1,53
26	2,91	2,52	2,31	2,17	2,08	2,01	1,96	1,92	1,88	1,86	1,81	1,76	1,71	1,67	1,65	1,61	1,58	1,54	1,51
27	2,90	2,51	2,30	2,17	2,07	2,00	1,95	1,91	1,87	1,85	1,80	1,75	1,70	1,66	1,64	1,60	1,57	1,53	1,50
28	2,89	2,50	2,29	2,16	2,06	2,00	1,94	1,90	1,87	1,84	1,79	1,74	1,69	1,65	1,63	1,59	1,56	1,52	1,49
29	2,89	2,50	2,28	2,15	2,06	1,99	1,93	1,89	1,86	1,83	1,78	1,73	1,68	1,64	1,62	1,58	1,55	1,51	1,48
30	2,88	2,49	2,28	2,14	2,05	1,98	1,93	1,88	1,85	1,82	1,77	1,72	1,67	1,63	1,61	1,57	1,54	1,50	1,47
40	2,84	2,44	2,23	2,09	2,00	1,93	1,87	1,83	1,79	1,76	1,71	1,66	1,61	1,57	1,54	1,51	1,47	1,42	1,39
60	2,79	2,39	2,18	2,04	1,95	1,87	1,82	1,77	1,74	1,71	1,66	1,60	1,54	1,50	1,48	1,44	1,40	1,35	1,31
120	2,75	2,35	2,13	1,99	1,90	1,82	1,77	1,72	1,68	1,65	1,60	1,55	1,48	1,44	1,41	1,37	1,32	1,26	1,21
500	2,72	2,31	2,09	1,96	1,86	1,79	1,73	1,68	1,64	1,61	1,56	1,50	1,44	1,39	1,36	1,31	1,26	1,19	1,12

ПРИЛОЖЕНИЕ 10

Правосторонние критические точки $F_{\alpha; df1, df2}$
 распределения Фишера (F-критерия) для уровня значимости $\alpha = 0,05$
 $P\{F > F_{\alpha; df1, df2}\} = \alpha = 0,05$

df2	df1																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	40	60	120	500					
1	161	199	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254					
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5					
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,9	8,8	8,8	8,8	8,7	8,7	8,7	8,6	8,6	8,6	8,6	8,5	8,5					
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,64					
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,52	4,50	4,46	4,43	4,40	4,37					
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,94	3,87	3,83	3,81	3,77	3,74	3,70	3,68					
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,40	3,38	3,34	3,30	3,27	3,24					
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,11	3,08	3,04	3,01	2,97	2,94					
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,89	2,86	2,83	2,79	2,75	2,72					
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,73	2,70	2,66	2,62	2,58	2,55					
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,72	2,65	2,60	2,57	2,53	2,49	2,45	2,42					
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54	2,50	2,47	2,43	2,38	2,34	2,31					
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53	2,46	2,41	2,38	2,34	2,30	2,25	2,22					
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,46	2,39	2,34	2,31	2,27	2,22	2,18	2,14					
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33	2,28	2,25	2,20	2,16	2,11	2,08					
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,23	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02					
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,18	2,15	2,10	2,06	2,01	1,97					
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,14	2,11	2,06	2,02	1,97	1,93					
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,89					
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12	2,07	2,04	1,99	1,95	1,90	1,86					
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,83					
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,15	2,07	2,02	1,98	1,94	1,89	1,84	1,80					
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,13	2,05	2,00	1,96	1,91	1,86	1,81	1,77					
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	2,11	2,03	1,97	1,94	1,89	1,84	1,79	1,75					

Продолжение

df2	df1																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	40	60	120	500
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,73
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	2,07	1,99	1,94	1,90	1,85	1,80	1,75	1,71
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,13	2,06	1,97	1,92	1,88	1,84	1,79	1,73	1,69
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,67
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,10	2,03	1,94	1,89	1,85	1,81	1,75	1,70	1,65
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01	1,93	1,88	1,84	1,79	1,74	1,68	1,64
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,92	1,84	1,78	1,74	1,69	1,64	1,58	1,53
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,84	1,75	1,69	1,65	1,59	1,53	1,47	1,41
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,75	1,66	1,60	1,55	1,50	1,43	1,35	1,28
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,12	2,03	1,96	1,90	1,85	1,77	1,69	1,59	1,53	1,48	1,42	1,35	1,26	1,16

ПРИЛОЖЕНИЕ 11

Правосторонние критические точки F_{α, df_1, df_2}
 распределения Фишера (F -критерия) для уровня значимости $\alpha = 0,025$
 $P\{F > F_{\alpha, df_1, df_2}\} = \alpha = 0,025$

df2	df1																						
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	60	120	500					
1	648	799	864	900	922	937	948	957	963	969	977	985	993	998	1001	1010	1014	1017					
2	38,51	39,00	39,17	39,25	39,30	39,33	39,36	39,37	39,39	39,40	39,41	39,43	39,45	39,46	39,46	39,48	39,49	39,50					
3	17,44	16,04	15,44	15,10	14,88	14,73	14,62	14,54	14,47	14,42	14,34	14,25	14,17	14,12	14,08	13,99	13,95	13,91					
4	12,22	10,65	9,98	9,60	9,36	9,20	9,07	8,98	8,90	8,84	8,75	8,66	8,56	8,50	8,46	8,36	8,31	8,27					
5	10,01	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68	6,62	6,52	6,43	6,33	6,27	6,23	6,12	6,07	6,03					
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52	5,46	5,37	5,27	5,17	5,11	5,07	4,96	4,90	4,86					
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82	4,76	4,67	4,57	4,47	4,40	4,36	4,25	4,20	4,16					
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36	4,30	4,20	4,10	4,00	3,94	3,89	3,78	3,73	3,68					
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03	3,96	3,87	3,77	3,67	3,60	3,56	3,45	3,39	3,35					
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78	3,72	3,62	3,52	3,42	3,35	3,31	3,20	3,14	3,09					
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,76	3,66	3,59	3,53	3,43	3,33	3,23	3,16	3,12	3,00	2,94	2,90					
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,61	3,51	3,44	3,37	3,28	3,18	3,07	3,01	2,96	2,85	2,79	2,74					
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,48	3,39	3,31	3,25	3,15	3,05	2,95	2,88	2,84	2,72	2,66	2,61					
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,38	3,29	3,21	3,15	3,05	2,95	2,86	2,78	2,73	2,61	2,55	2,50					
15	6,20	4,77	4,15	3,80	3,58	3,41	3,29	3,20	3,12	3,06	2,96	2,86	2,76	2,69	2,64	2,52	2,46	2,41					
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,22	3,12	3,05	2,99	2,89	2,79	2,68	2,61	2,57	2,45	2,38	2,33					
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,16	3,06	2,98	2,92	2,82	2,72	2,62	2,55	2,50	2,38	2,32	2,26					
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,10	3,01	2,93	2,87	2,77	2,67	2,56	2,49	2,44	2,32	2,26	2,20					
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	3,05	2,96	2,88	2,82	2,72	2,62	2,51	2,44	2,39	2,27	2,20	2,15					
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	3,01	2,91	2,84	2,77	2,68	2,57	2,46	2,40	2,35	2,22	2,16	2,10					
21	5,83	4,42	3,82	3,48	3,25	3,09	2,97	2,87	2,80	2,73	2,64	2,53	2,42	2,36	2,31	2,18	2,11	2,06					
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,93	2,84	2,76	2,70	2,60	2,50	2,39	2,32	2,27	2,14	2,08	2,02					
23	5,75	4,35	3,75	3,41	3,18	3,02	2,90	2,81	2,73	2,67	2,57	2,47	2,36	2,29	2,24	2,11	2,04	1,99					

Продолжение

df2	df1																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	60	120	500
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,87	2,78	2,70	2,64	2,54	2,44	2,33	2,26	2,21	2,08	2,01	1,95
25	5,69	4,29	3,68	3,35	3,13	2,97	2,85	2,75	2,68	2,61	2,51	2,41	2,30	2,23	2,18	2,05	1,98	1,92
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,82	2,73	2,65	2,59	2,49	2,39	2,28	2,21	2,16	2,03	1,95	1,90
27	5,63	4,24	3,65	3,31	3,08	2,92	2,80	2,71	2,63	2,57	2,47	2,36	2,25	2,18	2,13	2,00	1,93	1,87
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,78	2,69	2,61	2,55	2,45	2,34	2,23	2,16	2,11	1,98	1,91	1,85
29	5,59	4,20	3,61	3,27	3,04	2,88	2,76	2,67	2,59	2,53	2,43	2,32	2,21	2,14	2,09	1,96	1,89	1,83
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,75	2,65	2,57	2,51	2,41	2,31	2,20	2,12	2,07	1,94	1,87	1,81
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,62	2,53	2,45	2,39	2,29	2,18	2,07	1,99	1,94	1,80	1,72	1,66
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,51	2,41	2,33	2,27	2,17	2,06	1,94	1,87	1,82	1,67	1,58	1,51
120	5,15	3,80	3,23	2,89	2,67	2,52	2,39	2,30	2,22	2,16	2,05	1,94	1,82	1,75	1,69	1,53	1,43	1,34
500	5,05	3,72	3,14	2,81	2,59	2,43	2,31	2,22	2,14	2,07	1,97	1,86	1,74	1,65	1,60	1,42	1,31	1,19

ПРИЛОЖЕНИЕ 12

Правосторонние критические точки $F_{кр,гр}$
 распределения Фишера (F-критерия) для уровня значимости $\alpha = 0,01$
 $P\{F > F_{кр,гр}\} = \alpha = 0,01$

df2	df1																					
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	40	60	120	500			
1	4052	4999	5404	5624	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6107	6157	6209	6240	6260	6286	6313	6340	6360			
2	98,5	99,0	99,2	99,3	99,3	99,3	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5			
3	34,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,7	27,5	27,3	27,2	27,1	26,9	26,7	26,6	26,5	26,4	26,3	26,2	26,1			
4	21,2	18,0	16,7	16,0	15,5	15,2	15,0	14,8	14,7	14,5	14,4	14,2	14,0	13,9	13,8	13,7	13,7	13,6	13,5			
5	16,3	13,3	12,1	11,4	11,0	10,7	10,5	10,3	10,2	10,1	9,9	9,7	9,6	9,4	9,4	9,3	9,2	9,1	9,0			
6	13,7	10,9	9,8	9,1	8,7	8,5	8,3	8,1	8,0	7,9	7,7	7,6	7,4	7,3	7,2	7,1	7,1	7,0	6,9			
7	12,2	9,5	8,5	7,8	7,5	7,2	7,0	6,8	6,7	6,6	6,5	6,3	6,2	6,1	6,0	5,9	5,8	5,7	5,7			
8	11,3	8,6	7,6	7,0	6,6	6,4	6,2	6,0	5,9	5,8	5,7	5,5	5,4	5,3	5,2	5,1	5,0	4,9	4,9			
9	10,6	8,0	7,0	6,4	6,1	5,8	5,6	5,5	5,4	5,3	5,1	5,0	4,8	4,7	4,6	4,6	4,5	4,4	4,3			
10	10,0	7,6	6,6	6,0	5,6	5,4	5,2	5,1	4,9	4,8	4,7	4,6	4,4	4,3	4,2	4,2	4,1	4,0	3,9			
11	9,6	7,2	6,2	5,7	5,3	5,1	4,9	4,7	4,6	4,5	4,4	4,3	4,1	4,0	3,9	3,9	3,8	3,7	3,6			
12	9,3	6,9	6,0	5,4	5,1	4,8	4,6	4,5	4,4	4,3	4,2	4,0	3,9	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,4			
13	9,1	6,7	5,7	5,2	4,9	4,6	4,4	4,3	4,2	4,1	4,0	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,3	3,3	3,2			
14	8,9	6,5	5,6	5,0	4,7	4,5	4,3	4,1	4,0	3,9	3,8	3,7	3,5	3,4	3,3	3,3	3,2	3,1	3,0			
15	8,7	6,4	5,4	4,9	4,6	4,3	4,1	4,0	3,9	3,8	3,7	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	3,0	2,9			
16	8,5	6,2	5,3	4,8	4,4	4,2	4,0	3,9	3,8	3,7	3,6	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8	2,8			
17	8,4	6,1	5,2	4,7	4,3	4,1	3,9	3,8	3,7	3,6	3,5	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,7			
18	8,3	6,0	5,1	4,6	4,2	4,0	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,7	2,6			
19	8,2	5,9	5,0	4,5	4,2	3,9	3,8	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,0	2,9	2,8	2,8	2,7	2,6	2,5			
20	8,1	5,8	4,9	4,4	4,1	3,9	3,7	3,6	3,5	3,4	3,2	3,1	2,9	2,8	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4			
21	8,0	5,8	4,9	4,4	4,0	3,8	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4			
22	7,9	5,7	4,8	4,3	4,0	3,8	3,6	3,5	3,3	3,3	3,1	3,0	2,8	2,7	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3			

Продолжение

df2	df1																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	40	60	120	500
23	7,9	5,7	4,8	4,3	3,9	3,7	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3
24	7,8	5,6	4,7	4,2	3,9	3,7	3,5	3,4	3,3	3,2	3,0	2,9	2,7	2,6	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2
25	7,8	5,6	4,7	4,2	3,9	3,6	3,5	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,2
26	7,7	5,5	4,6	4,1	3,8	3,6	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,2
27	7,7	5,5	4,6	4,1	3,8	3,6	3,4	3,3	3,1	3,1	2,9	2,8	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1
28	7,6	5,5	4,6	4,1	3,8	3,5	3,4	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3	2,2	2,1
29	7,6	5,4	4,5	4,0	3,7	3,5	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,1
30	7,6	5,4	4,5	4,0	3,7	3,5	3,3	3,2	3,1	3,0	2,8	2,7	2,5	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0
40	7,3	5,2	4,3	3,8	3,5	3,3	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8
60	7,1	5,0	4,1	3,6	3,3	3,1	3,0	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6
120	6,9	4,8	3,9	3,5	3,2	3,0	2,8	2,7	2,6	2,5	2,3	2,2	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,5	1,4
500	6,7	4,6	3,8	3,4	3,1	2,8	2,7	2,5	2,4	2,4	2,2	2,1	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,2

ПРИЛОЖЕНИЕ 13

Правосторонние критические точки $\chi^2_{кр пр}$ распределения Пирсона (распределения χ^2 , χ^2 -критерия)

df	α				df	α			
	0,100	0,050	0,025	0,010		0,100	0,050	0,025	0,010
1	2,71	3,84	5,02	6,63	41	52,95	56,94	60,56	64,95
2	4,61	5,99	7,38	9,21	42	54,09	58,12	61,78	66,21
3	6,25	7,81	9,35	11,34	43	55,23	59,30	62,99	67,46
4	7,78	9,49	11,14	13,28	44	56,37	60,48	64,20	68,71
5	9,24	11,07	12,83	15,09	45	57,51	61,66	65,41	69,96
6	10,64	12,59	14,45	16,81	46	58,64	62,83	66,62	71,20
7	12,02	14,07	16,01	18,48	47	59,77	64,00	67,82	72,44
8	13,36	15,51	17,53	20,09	48	60,91	65,17	69,02	73,68
9	14,68	16,92	19,02	21,67	49	62,04	66,34	70,22	74,92
10	15,99	18,31	20,48	23,21	50	63,17	67,50	71,42	76,15
11	17,28	19,68	21,92	24,73	51	64,30	68,67	72,62	77,39
12	18,55	21,03	23,34	26,22	52	65,42	69,83	73,81	78,62
13	19,81	22,36	24,74	27,69	53	66,55	70,99	75,00	79,84
14	21,06	23,68	26,12	29,14	54	67,67	72,15	76,19	81,07
15	22,31	25,00	27,49	30,58	55	68,80	73,31	77,38	82,29
16	23,54	26,30	28,85	32,00	56	69,92	74,47	78,57	83,51
17	24,77	27,59	30,19	33,41	57	71,04	75,62	79,75	84,73
18	25,99	28,87	31,53	34,81	58	72,16	76,78	80,94	85,95
19	27,20	30,14	32,85	36,19	59	73,28	77,93	82,12	87,17
20	28,41	31,41	34,17	37,57	60	74,40	79,08	83,30	88,38
21	29,62	32,67	35,48	38,93	61	75,51	80,23	84,48	89,59
22	30,81	33,92	36,78	40,29	62	76,63	81,38	85,65	90,80
23	32,01	35,17	38,08	41,64	63	77,75	82,53	86,83	92,01
24	33,20	36,42	39,36	42,98	64	78,86	83,68	88,00	93,22
25	34,38	37,65	40,65	44,31	65	79,97	84,82	89,18	94,42
26	35,56	38,89	41,92	45,64	66	81,09	85,96	90,35	95,63
27	36,74	40,11	43,19	46,96	67	82,20	87,11	91,52	96,83
28	37,92	41,34	44,46	48,28	68	83,31	88,25	92,69	98,03
29	39,09	42,56	45,72	49,59	69	84,42	89,39	93,86	99,23
30	40,26	43,77	46,98	50,89	70	85,53	90,53	95,02	100,43
31	41,42	44,99	48,23	52,19	75	91,06	96,22	100,84	106,39
32	42,58	46,19	49,48	53,49	80	96,58	101,88	106,63	112,33
33	43,75	47,40	50,73	54,78	85	102,08	107,52	112,39	118,24
34	44,90	48,60	51,97	56,06	90	107,57	113,15	118,14	124,12
35	46,06	49,80	53,20	57,34	95	113,04	118,75	123,86	129,97
36	47,21	51,00	54,44	58,62	100	118,50	124,34	129,56	135,81
37	48,36	52,19	55,67	59,89	200	226,02	233,99	241,06	249,45
38	49,51	53,38	56,90	61,16	300	331,79	341,40	349,87	359,91
39	50,66	54,57	58,12	62,43	400	436,65	447,63	457,31	468,72
40	51,81	55,76	59,34	63,69	500	540,93	553,13	563,85	576,49

Инструкция по применению таблицы

Значение $\chi^2_{\text{кр.пр}}$ находится на пересечении строки и столбца со значениями соответственно df и α . При отсутствии нужного значения df принимается ближайшее к нему содержащееся в таблице. Так, при $\alpha = 0,025$, $df = 83$ имеем $\chi^2_{\text{кр.пр}} = 112,39$.

1. *Башина О.Э.* Общая теория статистики : учебник. М. : Финансы и статистика, 2007.
2. *Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н.* Общая теория статистики. 2-е изд., перераб. и доп. М. : ИНФРА-М, 2008.
3. Методологические положения по статистике. М. : Госкомстат России, 1998. Вып. 1, 2; 2000. Вып. 3; 2003. Вып. 4; 2006. Вып. 5.
4. Национальные счета России в 1999—2006 годах. М. : Росстат, 2007.
5. Курс социально-экономической статистики: учебник / под ред. М.Г. Назарова. 5-е изд., перераб. и доп. М. : ОМЕГА-Л, 2006.
6. *Ряузов Н.Н.* Практикум по общей теории статистики : учеб. пособие для вузов. М. : Финансы и статистика, 1981.
7. *Ряузов Н.Н.* Общая теория статистики. М. : Статистика, 1984.
8. *Салин В.Н., Чурилова Э.Ю.* Теория статистики для подготовки специалистов финансово-экономического профиля. М. : Финансы и статистика, 2006.
9. *Салин В.Н., Чурилова Э.Ю.* Практикум по курсу «Статистика» (в системе STATISTICA). М. : Социальные отношения ; Перспектива, 2002.
10. *Салин В.Н., Шпаковская Е.П.* Социально-экономическая статистика : учебник. М. : Юристъ, 2001.
11. Статистика : учебник / И.И. Елисеева, А.В. Изотов, Е.Б. Капралова и др.; под ред. И.И. Елисеевой. М. : КНОРУС, 2006.
12. Статистика: учеб.-практ. пособие / М.Г. Назаров, В.С. Варагин, Т.Б. Великанова ; под ред. М.Г. Назарова. М. : КНОРУС, 2008.
13. Статистика / под ред. В.М. Симчеры. 6-е изд. М. : Академия, 2007.
14. Теория статистики : учебник / Г.Л. Громыко, А.Н. Воробьев, С.Е. Казаринова и др. 2-е изд., перераб. и доп. М. : ИНФРА-М, 2005.
15. Теория статистики : учебник / Р.А. Шмойлова, В.Г. Минашкин, Н.А. Садовникова, Е.Б. Шувалова ; под ред. Р.А. Шмойловой. 3-е изд., перераб. и доп. М. : Финансы и статистика, 2007.
16. Экономическая статистика : учебник / Г.Л. Громыко, А.Н. Воробьев, С.Е. Казаринова и др. ; под ред. Ю.Н. Иванова. 2-е изд., перераб. и доп. М. : ИНФРА-М, 2008.

WWW.BOOK.RU



**ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ТОРГОВЫЙ ДОМ
КНИГИ
ПО ВСЕМ ОТРАСЛЯМ
ЗНАНИЙ**

- ЛИДЕР В ИЗДАНИИ И РАСПРОСТРАНЕНИИ ДЕЛОВОЙ И УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
- АССОРТИМЕНТ — 30000 НАИМЕНОВАНИЙ КНИГ 2000 РОССИЙСКИХ ИЗДАТЕЛЬСТВ
- БОЛЕЕ 1000 НАИМЕНОВАНИЙ СОБСТВЕННЫХ ИЗДАНИЙ
- ГИБКАЯ ЦЕНОВАЯ ПОЛИТИКА
- ДОСТАВКА ВО ВСЕ РЕГИОНЫ РОССИИ И СТРАНЫ СНГ
- ИНФОРМАЦИОННАЯ И ТЕХНИЧЕСКАЯ ПОДДЕРЖКА ПАРТНЕРОВ
- ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИН — WWW.BOOK.RU

Адрес: 129110, г. Москва
ул. Большая Переяславская, д. 46

Тел./факс: (495) 680-7254, 680-9106
680-9213, 680-1278, 680-0671, 775-8387

E-mail: office@knorus.ru

Учебное издание

**СТАТИСТИКА
Практикум**

Учебное пособие

Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 77.99.60.953.Д.000035.01.08 от 09.01.2008 г.

Изд. № 885. Подписано в печать 15.07.2008.

Формат 60×90/16. Печать офсетная. Бумага газетная.

Усл. печ. л. 31,0. Уч.-изд. л. 18,8. Тираж 3000 экз. Заказ № 3726

ЗАО «КноРус». 129110, Москва, ул. Большая Переяславская, 46.

Тел.: (495) 680-7254, 680-0671, 680-1278.

E-mail: office@klogus.ru <http://www.book.ru>

Отпечатано в полном соответствии с качеством
предоставленного издательством электронного оригинал-макета
в ОАО «Московская типография № 2».

129085, Москва, пр. Мира, 105.

П Р А К Т И К У М
СТАТИСТИКА
для бакалавров экономики

Рассмотрены вопросы методологии сбора, обработки, анализа и представления информации. Изложены методические указания и задачи по программе курса «Статистика». В каждой теме приведены примеры с подробными решениями, формирующие практические навыки и умение понять и оценить состояние и тенденции развития экономических процессов на микро- и макроуровне.

Для подготовки бакалавров экономики.

ООО ТД "Библио-Глобус"

Статистика для бакалавров
экономики. Практикум. Учебное

Библио Глобус

Москва, Мясницкая, 6/3, стр.1 Тел. 781-19-00
<http://www.biblio-globus.ru> 628-35-67
624-46-80



Салин В.Н. Статистика для бакалавра

Цена: 419.00 9785390000076

КТК

80