

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ МЕЖДУНАРОДНЫХ ОТНОШЕНИЙ (УНИВЕРСИТЕТ)

**МЕЖДУНАРОДНЫЕ ПОЛИТИЧЕСКИЕ ИЗМЕНЕНИЯ**

ЦЕНТР МЕЖДУНАРОДНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
И КАФЕДРА ПОЛИТОЛОГИИ

***В. П. Акимов***

**ПРОБЛЕМА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
ПОЛИТИЧЕСКОГО ВЛИЯНИЯ И  
ТЕОРИЯ КООПЕРАТИВНЫХ ИГР**

Выпуск 4  
Москва  
2000

9-16

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ  
МЕЖДУНАРОДНЫХ ОТНОШЕНИЙ (УНИВЕРСИТЕТ)**

ЦЕНТР МЕЖДУНАРОДНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

*В. П. АКИМОВ*

**ПРОБЛЕМА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
ПОЛИТИЧЕСКОГО ВЛИЯНИЯ И  
ТЕОРИЯ КООПЕРАТИВНЫХ ИГР**

*В. П. Акимов*

Москва  
2000

32С  
А-391

32С, 001

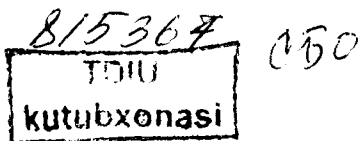
Редакционный совет серии:

А.Ю.Мельвиль, М.В.Ильин, П.Б.Паршин, В.М.Сергеев,  
И.Г.Тюлин (ответственный редактор)

**Акимов В.П.**

**Проблема распределения политического влияния и теория кооперативных игр.** (Серия "Международные политические изменения", вып. 4. - М.: Московский государственный институт международных отношений (университет), 2000. - 82 с.

В монографии анализируется проблема распределения власти (влияния) между несколькими полюсами силы и рассматриваются проблемы моделирования такого распределения с помощью инструментария теории кооперативных игр. В качестве примера распределения влияния на внутривнутриполитическом уровне рассматривается сравнительное влияние политических групп в различных парламентских системах, тогда как на уровне международных отношений рассматривается модель многополярной стабильности.



© Московский государственный институт международных отношений (университет)  
© В.П.Акимов

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований,  
грант №96-66-89031

# Оглавление

1. ВВЕДЕНИЕ.....	5
2. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ КООПЕРАТИВНЫХ ИГР .....	8
3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНДЕКСОВ ВЛИЯНИЯ ДЛЯ ПАРЛАМЕНТСКИХ СИСТЕМ РОССИИ, США И ФРАНЦИИ.....	14
3.1. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛИЯНИЯ В ПРОЦЕССЕ ПРИНЯТИЯ ЗАКОНОДАТЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В США .....	15
3.2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ВНУТРИ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ДУМЫ.....	22
4. СТАБИЛЬНОСТЬ МНОГОПОЛЯРНЫХ ПОЛИТИЧЕСКИХ СИСТЕМ (МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ).....	26
4.1. ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ.....	27
4.2. МОДЕЛЬ .....	30
4.2.1. Независимые решения.....	31
4.2.2. Система коллективной безопасности .....	33
4.3. ПРИМЕРЫ.....	33
4.3.1. Независимые решения.....	34
4.3.2. Система коллективной безопасности .....	41
4.4. НЕКОТОРЫЕ ИТОГИ .....	44
5. СТАБИЛЬНОСТЬ МНОГОПОЛЯРНЫХ ПОЛИТИЧЕСКИХ СИСТЕМ (МАЛОПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ).....	45
5.1. ОБОЗНАЧЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ.....	45
5.2. МОДЕЛЬ NIOU-ORDESNOOK-ROSE (NOR).....	46
5.3. ВЕРОЯТНОСТЬ ВЫИГРЫША ВОЙНЫ.....	49
5.4. ТЕОРЕТИКО-ИГРОВАЯ МОДЕЛЬ.....	50
5.5. ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ, В РАМКАХ КОТОРЫХ ИССЛЕДУЕТСЯ МНОГОПОЛЯРНАЯ СТАБИЛЬНОСТЬ.....	51
5.6. СТАБИЛЬНОСТЬ, ОСНОВАННАЯ НА БАЛАНСЕ ПОЛИТИЧЕСКИХ СИЛ .....	53
5.6.1. Оборонительная стабильность.....	55
5.6.2. Наступательная стабильность.....	57
6. УСРЕДНЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ДЛЯ КООПЕРАТИВНЫХ ИГР.....	67
6.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ .....	69
6.2. АКСИОМАТИЗАЦИЯ УСРЕДНЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ .....	69
6.3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛИЯНИЯ В СОВЕТЕ БЕЗОПАСНОСТИ ООН.....	74
ЛИТЕРАТУРА.....	77
АВТОР .....	82



## 1. Введение

Одной из фундаментальных проблем политологии является проблема распределения власти (влияния) между несколькими полюсами силы. Эта проблема в равной степени важна как на международном (вся история цивилизации, включая мировые войны, есть борьба за передел мира, за перераспределения влияния и власти), так и на внутривластном уровне. Достаточно вспомнить, к каким последствиям для судеб народов бывшего СССР привела борьба за власть, нашедшая свою кульминацию в событиях 1991 и 1993 годов.

Одним из основных методов моделирования конфликтного взаимодействия, широко используемых в практике политологических исследований, является теория игр. В период "холодной войны" стержнем конфликтологии являлись отношения Восток-Запад. В этот период была разработана масса моделей конфликтов, основанных на теории антагонистических игр и игр с ненулевой суммой, в число которых в первую очередь входят такие игры, как "дилемма заключенного" и "цыпленок". В настоящее время, однако, все большую роль в системе международных отношений играют кооперативные отношения между государствами. В первую очередь это связано с тем, что хребет "холодной войны" был сломан в ходе перестроечных и постперестроечных процессов, а также с возрастающим стремлением к интеграции (в первую очередь в Европе). В данных условиях возрастает роль совещательных органов и органов коллективного принятия решений. Перспективное расширение Совета Безопасности ООН, создание Европейского союза, Организации по безопасности и сотрудничеству в Европе - вот примеры, подтверждающие данный тезис. В свете вышесказанного теория кооперативных игр, описывающая кооперативное взаимодействие участников, в том числе и в рамках систем коллективного принятия решений приобретает фундаментальное значение как инструмент исследования системы международных отношений.

Оказывается, что теория кооперативных игр в целом ряде важных случаев способна обеспечить продуктивный подход к решению проблемы перераспределения власти между несколькими полюсами силы. Именно этому подходу и посвящена настоящая монография.

В качестве примеров моделирования проблемы распределения политического влияния на международном и внутривластном уровне выделяются две конкретные фундаментальные задачи: построение и исследование математической модели многополярной стабильности и анализ распределения влияния в голосовательных системах, таких, как представительные органы власти Российской Федерации и ведущих демократических стран мира или демократические международные организации. Несмотря на кажущуюся разнородность этих задач в основе их лежит одна и та же проблема распределения власти

(влияния), и моделирование их может быть основано на использовании теории кооперативных игр, как единого методологического подхода.

В качестве примера исследования распределения политического влияния на внутривнутриполитическом уровне используется распределение власти в структуре: Федеральное собрание - президент (в соответствии с конституцией РФ) и его сопоставление с соответствующими распределениями, подсчитанными для парламентов США и Франции. Дополнительно исследуется распределение влияния между отдельными фракциями Государственной Думы.

В качестве примера на уровне международных отношений рассматривается модель многополярной стабильности. Многополярный мир представляет собой новую предметную область стратегического анализа конфликтов с возможным применением оружия массового поражения. Ранее основным предметом научного анализа было биполярное противостояние стран Варшавского договора и НАТО. Под влиянием таких факторов, как рост ядерных арсеналов, совершенствование ракетной техники и серьезных кризисов, таких, как Карибский, когда мир был поставлен на грань ядерной войны, усилия политологов и математиков были направлены на изучение формальных моделей сдерживания, гонки вооружений, обмена ядерными ударами и политического маневрирования в условиях взаимных ядерных угроз.

Конфронтационное разделение двух систем касалось не только военной сферы - системы были разделены также политически, социально и экономически. Это полное разделение давало возможность применять для изучения биполярной системы довольно простые математические модели. Сегодня мир становится многополярным, и его полюса не разделены более ни политически, ни экономически, ни социально. Следовательно, математическое моделирование должно принять во внимание существующие сложные взаимосвязи во всех указанных областях между полюсами силы.

Наметившиеся в последние годы тенденции заставляют по новому взглянуть на вопросы стратегической стабильности, которые в течение долгого времени воспринимались в парадигме противостояния, ярко выраженного биполярного мира, и основывались на концепции сдерживания. Как по политическим, так и военно-стратегическим меркам концепция сдерживания оказывается несостоятельной в условиях многополярности, при отсутствии двух ярко выраженных противостоящих группировок. Таким образом, выработка новой концепции стратегической стабильности, учитывающей вышеприведенные обстоятельства, представляется фундаментальной стратегической задачей современности.

В данном исследовании предполагается сконцентрироваться на вопросах стратегической стабильности в условиях многополюсности, в особенности на роли невоенных факторов в ее поддержке.

При моделировании многополюсной системы взаимодействие составляющих её государств описывается кооперативной игрой, моделирующей, в частности, распределение политического влияния в

системе. Дестабилизация системы (война) приводит к перераспределению политического влияния (что и является мотивом для потенциального агрессора). Важную роль в стабилизации системы международных отношений играют коалиции государств. В рамках исследования образование и взаимодействие коалиций является одним из основных факторов исследования устойчивости системы. Он позволяет описать реально многополярное взаимодействие государств и прояснить роль невоенных (в первую очередь политических) факторов поддержания стабильности. Дан исчерпывающий анализ триады (системы из трех государств) с учетом возможности образования как оборонительных, так и наступательных коалиций. На основе объединения и модификации подходов к моделированию проблемы многополярной стабильности, предложенных, с одной стороны, Авенхаусом, фон Штингелем и Цамиром (1993), а с другой, Ниоу и Ордешуком (1986) удалось сформулировать концепцию многополярной стабильности и выявить достаточные условия ее существования для системы из трех полюсов силы.

В монографии также получен ряд новых результатов в теории кооперативных игр, которая служит основой математического анализа проблемы распределения власти. Сюда относится прежде всего новое значение для кооперативных игр, разработанное автором совместно с профессором Гамбургского университета W. Kerby и получившее название усредненного значения; двойственное ему значение, а также индексы влияния (власти), основанные на новых значениях. Доказан ряд теорем, устанавливающих существование, единственность и способ вычисления значений и индексов, связь между ними, а также их связь с классическим значением Шепли. Новый индекс влияния был применен к расчету распределения политического влияния в Совете Безопасности ООН. Одно из следствий предложенного усредненного значения для кооперативных игр есть расщепление значения Шепли (и соответственно, индекса влияния Шепли-Шубика) на две составляющие, которые в политической интерпретации можно охарактеризовать как позитивное и негативное влияние на процесс принятия решений. Под позитивным влиянием здесь мыслится эффект от поддержки проекта решения, а под негативным - от его блокирования.

Индекс политического влияния Шепли-Шубика является одним из наиболее известных и, безусловно, наиболее признанным методом математического моделирования проблемы распределения власти в политических системах. Тем не менее будучи основанным на более общей классической концепции значений Шепли, он имеет серьезные недостатки. Дело в том, что вектор значений Шепли есть по сути дела способ справедливого (в каком-то смысле) дележа достояния (выигрыша) коалиции между ее участниками, и основан он естественным образом на предположении о существовании коалиции. Таким образом, применительно к политической науке, ситуация выглядит следующим образом: Пусть имеется политическая система с  $N$  полюсами силы. Доля политического влияния, приписываемого каждому полюсу в соответствии



с индексом Шепли-Шубика, вычисляется таким образом, как если бы все полюса силы образовывали единую коалицию. То есть при вычислении индексов политического влияния по методу Шепли-Шубика неявно предполагается наличие консенсуса между всеми полюсами силы, что определенно нельзя считать релевантным политической реальности предположением. Напротив, наличие консенсуса следует считать весьма редким явлением политической жизни, признавая типичным ее проявлением формирование противоборствующих группировок - коалиций. Так, например, основным демократическим способом принятия политических решений является голосование. При проведении же голосования его участники естественным образом разделяются на две основные противоборствующие фракции: поддерживающих предложенный проект решения и отвергающих его. Причем количественный и качественный состав фракций сильно варьирует в зависимости от рассматриваемого вопроса. Таким образом, нет единой фиксированной коалиции, но есть многообразие возникающих коалиций, и вопрос о политическом влиянии каждого игрока должен решаться на основе некоторого усреднения его роли на всем множестве возможных коалиций. Именно эта идея реализуется в усредненных значениях для кооперативных игр, что существенно повышает релевантность математической модели политической реальности и является принципиально новым моментом как для теории кооперативных игр, так и для количественного моделирования проблемы распределения власти.

## 2. Элементы теории кооперативных игр

В теории игр имеется три основных формы представления игры. Это расширенная форма (дерево игры), нормальная форма (стратегические матрицы) и форма характеристической функции, которая и применяется в теории кооперативных игр. Теория кооперативных игр - это теория коалиций. Она изучает игровые ситуации, в которых допустимы совместные действия игроков и перераспределение выигрыша. Для возможности беспрепятственного перераспределения выигрыша принимается допущение о том, что любые выигрыши, как индивидуальные, так и коллективные, приводимы к единой шкале (например, к денежному эквиваленту) и неограниченно делимы. Смысл этой идеи заключается в том, что выигрыш коалиции всегда можно разделить между ее участниками в нужной пропорции. Одной из основных проблем теории кооперативных игр является как раз проблема (справедливого) дележа.

В рамках теории кооперативных игр обычно принимаются следующие обозначения. Игроков нумеруют, и номера игроков используются в качестве их имен. Обычно множество игроков обозначается как  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ . Любое непустое множество игроков

$S \in N$  называется коалицией. Например, множество  $\{1, 2\}$  называется коалицией игроков 1 и 2. Характеристической функцией игры  $n$  лиц, отождествляемой обычно с игрой, называется вещественная функция  $v(S)$ , определенная на множестве всех коалиций  $S \in N$ , и удовлетворяющая условиям:

$$v(T) + v(S) \leq v(T \cup S) \text{ (при } T \cap S = \emptyset) \text{ и } v(\emptyset) = 0.$$

Говоря простым языком, характеристическая функция - это функция выигрыша коалиции, которая каждой коалиции ставит в соответствие число - ее выигрыш в универсальных перераспределяемых единицах. Это число  $v(S)$ , характеризует возможности коалиции и является мерой того, чего могут достигнуть участники  $S$ , формируя свою коалицию независимо от других игроков. В частности  $v(\{i\})$  есть то, чего может достигнуть отдельный игрок  $i$  своими собственными силами: его индивидуальный выигрыш. Первое из вышеприведенных условий называется свойством супераддитивности и означает, что расширение состава коалиции не может приводить к уменьшению ее возможностей. Второе условие есть просто доопределение функции на пустом множестве: пустая коалиция не имеет никакого выигрыша. Кооперативная игра считается заданной, если задана характеристическая функция, то есть, если указаны выигрыши каждой коалиции.

Для коалиции из двух и более игроков не имеет значения как она формируется, каким путем игроки пришли к соглашению или насколько вероятно, что они вообще сформируют какую-либо коалицию. Ключевым моментом является только то, что  $v(S)$  реализуется *только* в результате соглашения и сотрудничества *всех* членов  $S$ . Выигрыш  $v(S)$  коалиции  $S$  является агрегированной величиной, то есть единственным числом, а не вектором, определяющим для каждого члена коалиции его индивидуальный выигрыш.

Из свойства супераддитивности следует, что для любой системы непересекающихся множеств  $S_1, \dots, S_k$

$$\sum_{i=1}^k v(S_i) \leq v(N)$$

Это, в частности, означает, что не существует такого разбиения множества  $N$  на коалиции, чтобы суммарный выигрыш этих коалиций превышал выигрыш всеобщей коалиции.

Основная задача теории кооперативных игр заключается в построении реализуемых принципов оптимального распределения выигрыша всеобщей коалиции  $v(N)$  между ее участниками. Пусть  $\alpha_i$  - сумма, которую получает игрок  $i$  при распределении выигрыша. Тогда вектор  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$  называется *делением*, если выполнены следующие условия

$$\alpha_i \geq v(\{i\}), \quad i \in N$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = v(N) \quad (1)$$

Смысл условий весьма прозрачен. Они означают, что каждый игрок должен получить при дележе не меньше, чем он может заработать в одиночку, и, что весь выигрыш коалиции полностью и без остатка должен быть поделен между ее участниками.

Если в (1) имеет место знак строгого неравенства, то игра называется существенной, в противном случае - она несущественна. В существенной игре каждый участник всеобщей коалиции может получить строго больше, чем может заработать сам.

Существуют различные способы дележа, предложенные для игр с  $n$  участниками. Один из них - значения Шепли<sup>1</sup>. 1953 г. Шепли ввел понятие вектора значений  $\varphi[V] = (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$  для кооперативной игры  $v(S)$  с множеством игроков  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $S \subset N$ . Эти значения, введенные аксиоматическим путем, могут быть интерпретированы как математическое ожидание вклада игрока  $i$  в выигрыш всеобщей коалиции  $v(N)$ , в предположении, что все упорядочения игроков являются равновероятными.

Согласно теореме Шепли значение, определенное выше, является единственной функцией, удовлетворяющей следующей системе аксиом:

S1: Симметричность. Пусть  $\pi$  есть перестановка игроков, такая что  $\pi(i)$  есть образ игрока  $i$ . Тогда значение Шепли игрока  $\pi(i)$  во вновь полученной игре равно значению Шепли для игрока  $i$  в исходной игре.

$$\varphi_{\pi(i)}[\pi v] = \varphi_i[v]$$

S2: Линейность. Пусть игра  $g$  есть сумма двух игр  $v$  и  $w$ . Тогда значения Шепли в игре  $v+w$  есть сумма значений Шепли в играх  $v$  и  $w$ .

$$\varphi[v+w] = \varphi[v] + \varphi[w]$$

S3: Эффективность или нормализация. Сумма значений Шепли для всех игроков равна выигрышу всеобщей коалиции  $v(N)$

$$\sum_N \varphi_i = v(N)$$

Значения Шепли - это вектор дележа, т.е. способ (справедливого) распределения суммарного выигрыша  $v(N)$  полной коалиции игроков такой, что каждый игрок  $i$  получает величину  $\varphi_i$  (значение Шепли).

<sup>1</sup> Shapley, Lloyd S. (1953). A value for  $n$  - person games, Ann. Math. Studies 28, pp. 307-318.

Одна из возможных интерпретаций значений Шепли состоит в следующем. Предположим имеется произвольный порядок игроков, заданный перестановкой  $\pi$  на множестве  $N$ , где  $\pi(i)$  есть позиция игрока  $i$  (например, если  $n=5$  и порядок игроков есть 5, 2, 4, 3, 1, то  $\pi(5)=1$ ,  $\pi(2)=2$ ,  $\pi(4)=3$ ,  $\pi(3)=4$ ,  $\pi(1)=5$ ), и пусть игроки входят в комнату в этом порядке. В определенный момент игроки в комнате формируют коалицию  $S$  с выигрышем  $v(S)$ . Каждый входящий в комнату игрок  $i$  увеличивает коалицию  $b_{\pi}(i)$  игроков, вошедших до него, и увеличивает ее выигрыш за счет своего участия на величину

$$(b_{\pi}(i) \cup \{i\}) - v(b_{\pi}(i))$$

Данная величина не является постоянной, она зависит от того сколько и каких именно игроков вошло в комнату до  $i$ . Если рассмотреть все мыслимые перестановки из  $n$  игроков (их всего  $n!$ ) с учетом вероятностей их возникновения и подсчитать взнос игрока  $i$  в каждом случае, то можно вычислить математическое ожидание, то есть некий среднестатистический взнос игрока  $i$ . Это и будет его значением Шепли. Обычно все перестановки игроков принимаются равновероятными, тогда значение Шепли  $\phi_i$  для игрока  $i$  есть:

$$\phi(i) = \frac{1}{n!} \sum_{\pi} (v(b_{\pi}(i) \cup \{i\}) - v(b_{\pi}(i)))$$

где суммирование производится по всем перестановкам игроков.

Более подробной формулой для значения Шепли игрока  $i$  является:

$$\phi_i[v] = \sum_{\substack{T \subset N \\ i \in T}} \frac{(t-1)!(n-t)!}{n!} [v(T) - v(T - \{i\})] \quad (2)$$

где  $n$  и  $t$  - числа игроков в коалициях  $N$  и  $T$  соответственно.

*Простая игра* есть кооперативная игра, в которой выигрыш  $v(S)$  любой коалиции  $S$  есть либо 0, либо 1. Простую игру можно представить как систему принятия решений (например, голосование в парламенте): коалиция  $S$  может быть либо достаточной для прохождения решения (тогда  $v(S) = 1$ , и в этом случае она - *выигрывающая коалиция*) или нет (тогда  $v(S) = 0$ , и в этом случае она - *проигрывающая коалиция*). Частным примером является взвешенная мажоритарная игра, где каждый игрок  $i$  (например, партия в парламенте) имеет определенный неотрицательный вес  $w_i$  (например, число мест) и имеется определенная квота  $q \in [0,1]$  (например,  $q = 1/2$ ), определяющая общее количество голосов, необходимое для прохождения решения. То есть, если общий вес  $w(S)$  коалиции  $S$  определяется как сумма весов ее членов  $w(S) = \sum_{i \in S} w_i$ , то  $S$  является выигрывающей коалицией ( $v(S) = 1$ ) если она имеет требуемое большинство голосов:  $w(S) > q w(N)$ , в противном случае она проигрывающая коалиция ( $v(S) = 0$ ).

Наверное первой серьезной попыткой применить методы математической теории игр для оценки политического влияния в процессе принятия решений является предложенная Шепли и Шубиком (1954) методика вычисления индексов влияния. Рассмотрим формулу (2) применительно к ситуации голосовательных (простых) игр, когда характеристическая функция  $v(S)$  считается принимающей лишь два значения: 1 - для выигрывающей коалиции и 0 - для проигрывающей. Выражение в квадратных скобках из (2) оказывается равным нулю в случаях, когда выигрыш коалиции  $T$  не зависит от участия в ней игрока  $i$ . Разность, стоящая в квадратных скобках, не равна нулю, только если  $v(T)=1$ , а  $v(T-\{i\})=0$ . То есть, она равна единице, только если игрок  $i$  является решающим для коалиции  $T$ : с его участием коалиция  $T$  побеждает, без него проигрывает. Пусть  $W$  - множество выигрывающих коалиций, а  $L$  - множество проигрывающих коалиций. Тогда формулу (2) можно тогда записать как

$$\varphi_i[v] = \sum_{\substack{T \in W \\ i \in T \\ T \setminus \{i\} \in L}} \frac{(t-1)!(n-t)!}{n!} \quad (3)$$

В этом случае значение Шепли трансформируется в индекс политического влияния (Шепли-Шубика), который будучи подсчитанным для игрока  $i$ , есть отношение числа упорядочений игроков, в которых голос игрока  $i$  оказывается решающим, к общему числу таких упорядочений. Индексы Шепли-Шубика могут принимать значения в интервале между 0 и 1, а их общая сумма всегда равна 1. Если индекс игрока равен 0, он не имеет никакого влияния на процесс принятия решений (нулевой игрок, или "болван"), если индекс равен 1, то данный игрок полностью контролирует процесс принятия решений ("диктатор").

В качестве примера можно рассмотреть взвешенную мажоритарную игру трех игроков с весами  $(w_1, w_2, w_3) = (2, 1, 1)$  и квотой большинства  $q=2/3$ . Например, это может быть совет из 3 директоров, где первый директор имеет 2 голоса, а остальные - по 1.. Для принятия решения необходимо собрать не менее 3 голосов. Будем считать, что значениями выигрыша коалиции будут числа 1 (если коалиция обладает 3 или более голосами) и 0 (если голосов меньше, чем 3). В этой игре первый игрок обладает правом вето: он является необходимым участником любой выигрывающей коалиции, но не в состоянии обеспечить прохождение решения сам по себе. Все возможные перестановки игроков (порядок, в котором они присоединяются к коалиции) выглядят следующим образом (звездочкой помечены игроки, привносящие решающий голос):

- 1, 2\*, 3
- 1, 3\*, 2
- 2, 1\*, 3
- 2, 3, 1\*
- 3, 1\*, 2
- 3, 2, 1\*

Всего имеется  $3! = 6$  перестановок игроков. Голос игрока 1 оказался решающим в четырех перестановках. Остальные имеют по одному решающему голосу. Таким образом, значения Шепли игроков 1, 2, 3 выражаются числами:  $2/3$ ,  $1/6$ ,  $1/6$ . Из примера видно, что значения Шепли во взвешенных мажоритарных играх могут существенно отличаться от соответствующих весов (количества голосов), выражая реальное влияние игроков (фракций парламента) на принятие решений. В качестве меры влиятельности значения Шепли выглядят достаточно убедительно и широко применяются в прикладных исследованиях<sup>2</sup>.

Важную роль в теории значений Шепли играет носитель игры. Носителем называется такое множество игроков  $T$ , что для любой коалиции  $C$  будет выполнено:  $v(C) = v(T \cap C)$ . В последнем примере единственный носитель игры совпадает со множеством игроков  $N$ . Если игрок не входит в какой-либо носитель, то он является нулевым игроком или "болваном" - его значение Шепли равно нулю. Содержательно это означает, что он не способен увеличить выигрыш никакой коалиции и может быть вообще исключен из рассмотрения.

Пусть, например, парламент состоит из трех фракций всегда голосующих солидарно. Первая имеет 70 голосов, вторая - 20, и третья - 10. Для принятия решений требуется либо простое большинство (50% голосов), либо квалифицированное большинство (2/3 голосов). Первая фракция обладает необходимым большинством голосов во всех случаях. Следовательно она является диктатором - обладает всей полнотой власти в парламенте. Носителями такой игры являются все коалиции, содержащие игрока 1. В частности, множество, состоящее из одного первого игрока, является носителем. Две других фракции не входят в этот носитель, а значит являются нулевыми игроками. Распределение значений Шепли в этом случае:  $(1, 0, 0)$ .

Индекс Шепли-Шубика измеряет важность игрока в плане его участия в *принятии* или *поддержке* удобного ему решения. Можно поставить и двойственную задачу: выяснить какова влиятельность игрока в смысле *блокирования* неудобного ему решения. Оказывается, что решение этой задачи дает тот же самый результат: блокирующее влияние игрока тоже равно индексу Шепли-Шубика.

Другой тип индекса влияния (хотя и близкий по смыслу) был предложен юристом Банцхафом (1968). Идея его в том, что в голосовательной игре рассматривается множество всех минимальных выигрывающих коалиций. Минимальной выигрывающей коалицией является такая, которая при любом ее уменьшении превращается в проигрывающую. Любой участник минимальной выигрывающей коалиции является для нее важным или решающим: если он уйдет, коалиция сразу станет проигрывающей. Банцхаф предложил для каждого участника

<sup>2</sup> См., например, Roth, Alvin E., ed. (1988). The Shapley Value. Essays in honor of Lloyd S. Shapley. Cambridge University Press, Cambridge.

голосовательной игры подсчитывать число минимальных выигрывающих коалиций, в которые он входит. Это число характеризует политический вес игрока, зависимость от него других, и называется индексом Банцхафа. Чаще используют нормированный индекс Банцхафа:

$$\beta_i = \frac{b_i}{\sum_N b_j}$$

где  $b_j$  - число минимальных выигрывающих коалиций для игрока  $j$ .

Индексы влияния Шепли-Шубика и Банцхафа широко применяются при исследовании голосовательных систем, им посвящена обширная библиография (см. список литературы).

В последнее время появилось много публикаций, посвященных неклассическим индексам влияния (как правило, модификациям индекса Шепли), в той или иной степени учитывающим политические и/или экономические реалии: (Faigle and Kern, 1992), (Willson, 1993), (Derks and Peters, 1993), (Nowak, Radzik, 1994). Заметный интерес проявляется к исследованию распределения влияния в Совете Безопасности ООН в свете планов его реформирования. При этом применяются как традиционные индексы Шепли и Банцхафа (Kerby, Goebeler, 1996), так и эвристические методы, использующие "идеологическое пространство" (O'Niell, 1996).

Другим интересным направлением, привлекающим в последнее время (главным образом после работ Маерсона [Myerson 1977, 1980, 1991]) внимание исследователей, является изучение влияния, которое оказывают на значение Шепли данного игрока другие игроки. Применительно к индексам влияния вопрос может быть поставлен следующим образом. В какой степени политическое влияние данного игрока обусловлено взаимодействием с каждым из других игроков?

Автор надеется, что данного короткого введения в теорию кооперативных игр будет достаточно для понимания дальнейших глав монографии.

### **3. Вычисление индексов влияния для парламентских систем России, США и Франции**

12 декабря 1993 года в результате всенародного референдума была принята нынешняя Конституция Российской Федерации<sup>3</sup>. Принятая конституция в значительной степени использует в качестве прототипов конституции таких признанно демократических государств, как США

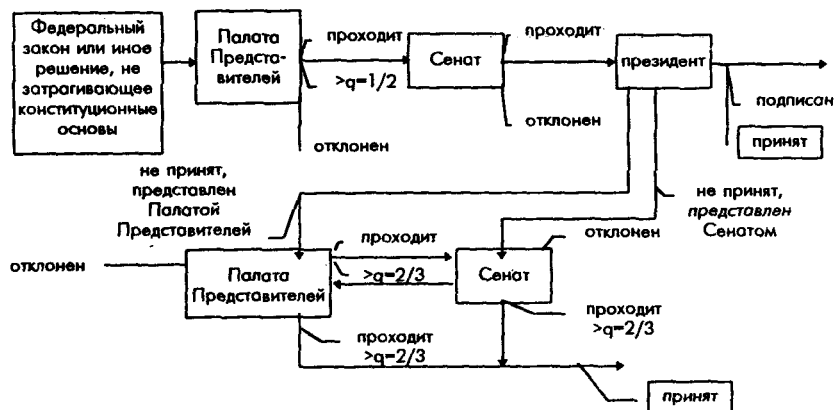
<sup>3</sup> Конституция Российской Федерации, М.: Юридическая книга, 1994.

(парламентская республика) и Франция (президентская республика), но имеет и отчетливые чисто русские черты. Непрерывающаяся на фоне глубокого экономического кризиса борьба между различными ветвями власти, сопровождаемая требованиями изменения некоторых статей конституции, заставляет со всей серьезностью отнестись к анализу принципов взаимодействия ветвей власти, заложенных в конституцию, и, в частности, к распределению власти между ними. Методика теории кооперативных игр дает возможность оценки распределения влияния в голосовательных системах, каковыми являются законодательные системы демократических государств. Законодательные решения принимаются в рамках такой системы в результате серии голосований в парламенте с участием президента. В цели данной главы входит сопоставить распределение законодательной силы в парламентских системах России, США и Франции, рассчитанное по формальным процедурам принятия федеральных законов, описанным в конституциях соответствующих государств, хорошо известными математическими средствами.

### 3.1. Распределение влияния в процессе принятия законодательных решений в США

Законодательная власть во всех трех рассматриваемых странах основана на схожих демократических принципах и описывается близкими схемами.

Схема 1. Принятие Федеральных законов в США



В дополнительных условиях прохождения законопроекта начинаются отличия. Так, согласно конституциям России и США, в случае отклонения законопроекта президентом он все еще может быть