

УЧЕБНОЕ
ПОСОБИЕ

17-09
ПИТЕР®

под редакцией В. С. Лукинско



Модели и методы теории логистики

2-е издание

Прогнозирование ■

Расчет запасов ■

Решение задач оптимизации перевозок грузов ■

РЕКОМЕНДОВАНО
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИМ ОБЪЕДИНЕНИЕМ



Под редакцией В. С. Лукинского

Модели и методы теории логистики

2-е издание

Рекомендовано Учебно-методическим объединением по образованию в области производственного менеджмента в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по специальностям 080502 «Экономика и управление на предприятии транспорта» и 062200 «Логистика»



Москва · Санкт-Петербург · Нижний Новгород · Воронеж
Ростов-на-Дону · Екатеринбург · Самара · Новосибирск
Киев · Харьков · Минск

2008

6.03(09)

2008

ББК 65.9(2)40я7

УДК 658(075)

М74 Ч

Рецензенты:

д. э. н., профессор Санкт-Петербургского государственного университета экономики и финансов С. А. Уваров;

д. э. н., профессор, заведующая кафедрой транспортных систем и логистики Санкт-Петербургского государственного университета водных коммуникаций
Е. А. Королева

Авторский коллектив:

Лукинский Валерий Сергеевич, д. т. н., профессор

Лукинский Владислав Валерьевич, к. э. н., доцент

Малевиц Юлия Валерьевна, к. э. н., доцент

Пластуняк Ирина Александровна, к. э. н., доцент

Плегиева Наталья Геннадиевна, к. э. н., доцент

М74 Модели и методы теории логистики: Учебное пособие. 2-е изд. / Под ред. В. С. Лукинского. — СПб.: Питер, 2008. — 448 с.: ил. — (Серия «Учебное пособие»).

ISBN 978-5-91180-139-7

В учебном пособии приведена оригинальная классификация моделей и методов, применяемых в теории логистики; проанализированы и обобщены подходы, используемые в заготовительной, производственной и распределительной логистике; даны усовершенствованные или вновь разработанные модели и методы решения основных задач: выбор логистических посредников, ABC- и XYZ-анализ, оптимальная величина заказа, многономенклатурные и многопродуктовые поставки, определение текущего и страхового запаса, интегральные модели и алгоритмы транспортно-складской логистики и другие. Второе издание претерпело значительные изменения и дополнения: добавлены материалы по моделям выбора логистических посредников, применению методов прогнозирования в логистике, оптимальным размерам заказа и транспортной логистике.

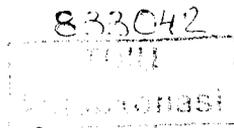
Пособие предназначено для студентов, аспирантов, преподавателей и специалистов в области логистики. Рекомендовано Учебно-методическим объединением по образованию в области производственного менеджмента в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по специальностям 080502 «Экономика и управление на предприятии транспорта» и 062200 «Логистика».

ББК 65.9(2)40я7

УДК 658(075)

Все права защищены. Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав.

ISBN 978-5-91180-139-7



© ООО «Питер Пресс», 2008

СПИТИ

Содержание

Введение	6
Раздел 1. Термины и определения логистики	8
Контрольные вопросы	21
Раздел 2. Эволюция и концепции логистики	23
Контрольные вопросы	38
Раздел 3. Научная база логистики. Классификация моделей и методов теории логистики	40
Контрольные вопросы	57
Раздел 4. Модели выбора логистических посредников	58
4.1. Теоретические основы выбора и принятия решений	58
4.2. Выбор логистических посредников с использованием экспертных методов (однокритериальные оценки)	62
4.3. Выбор логистических посредников с использованием многокритериальных оценок	80
Контрольные вопросы	87
Раздел 5. Методы определения номенклатурных групп	88
5.1. Метод ABC	88
5.2. Метод XYZ	108
Контрольные вопросы	116
Раздел 6. Модель «точно в срок»	118
6.1. Формирование аналитической модели «точно в срок»	119
6.2. Имитационная модель «точно в срок»	129
6.3. Модель доставки грузов «точно в срок» в международном сообщении	136
Контрольные вопросы	143

Раздел 7. Применение методов прогнозирования в логистике	145
7.1. Основные положения теории прогнозирования	145
7.2. Простые методы сглаживания данных	151
7.3. Метод экстраполяции тренда	160
7.4. Экспоненциальное сглаживание с учетом тренда	176
7.5. Прогноз по данным временного ряда, содержащим сезонную компоненту	181
7.6. Экспертные методы прогнозирования	197
7.7. Комбинированная оценка прогноза	203
7.8. Причинно-следственное прогнозирование	211
Контрольные вопросы	212
Раздел 8. Оптимальный размер заказа	214
8.1. Основная модель расчета оптимального размера заказа	215
8.2. Учет скидок при расчете оптимальной партии заказа	223
8.3. Многономенклатурные поставки	238
8.4. Многопродуктовые заказы	253
8.5. Перспективы развития модели EOQ	267
Контрольные вопросы	273
Раздел 9. Расчет текущего и страхового запаса	275
9.1. Общие зависимости для расчета норм запасов	275
9.2. Расчет страхового запаса	288
Контрольные вопросы	299
Раздел 10. Транспортная логистика: решение задач оптимизации перевозок грузов	301
10.1. Планирование маршрута доставки груза в смешанном сообщении на основе сетевого графика	301
10.2. Планирование международной доставки груза через распределительный центр	317
10.3. Общий алгоритм планирования грузовых автомобильных перевозок	328

10.4. Алгоритм ускоренного планирования автомобильных перевозок	346
10.5. Алгоритм проектирования системы доставки грузов	357
Контрольные вопросы	380
Раздел 11. Определение количества и координат складов в регионе	382
11.1. Определение месторасположения склада	382
11.2. Транспортная составляющая логистических издержек в зависимости от количества складов в регионе	396
11.3. Алгоритм оценки влияния размещения складской сети на транспортные расходы	400
Контрольные вопросы	407
Приложение А. Применение анализа ABC при логистическом управлении складами и терминалами	408
Приложение Б. Прогноз объема заказа с учетом сезонной компоненты	415
Литература	444

ВВЕДЕНИЕ

За последние десять лет в нашей стране получила развитие логистика — новое научное направление, характеризующееся, в частности, экспоненциальным ростом количества публикаций: от тезисов докладов на конференциях до учебников и монографий. Появление такого количества работ — в принципе, положительное явление, дающее надежду на быстрое внедрение достижений логистической науки в реальную экономику.

Эволюция новых научных направлений, таких как логистика, характеризуется неравномерностью. До последнего времени главным аспектом изучения теории логистики были ее терминология и понятийный аппарат (концепции, принципы, парадигмы, цели и задачи, определения и т. п.). Однако вторая и не менее важная часть теории логистики — методология — в настоящее время представляет собой скорее набор отдельных моделей (методов, алгоритмов), практически не систематизированных и недостаточно подробно изученных. Парадокс состоит в том, что мы говорим об интегральной логистике, при этом не имея ни одной пространственно-временной модели, описывающей поведение материального потока в динамике и охватывающей несколько звеньев логистической системы или цепи. Поэтому наиболее актуальной проблемой на современном этапе развития является формирование моделей и методов управления логистическими бизнес-процессами.

В ряде книг по основам логистики описаны некоторые абстрактные модели, которым, как правило, искусственно придается аналитическая форма за счет использования математических символов типа сумм $\left(\sum_{i=1}^N x_i \right)$, произведений $\left(\prod_{k=1}^k x_i \right)$, операторов (max, min и др.), различных обозначений, аббревиатур с использованием главным образом латинского алфавита. Очевидно, на определенном познавательном этапе это было необходимо, но по мере развития и накопления опыта все отчетливее встает задача разработки реальных моделей и методов теории логистики, позволяющих выполнять конкретные многовариант-

ные расчеты, связанные с анализом и синтезом логистических систем. В то же время аналитический аппарат, используемый, к сожалению, только в некоторых разделах логистики, характеризуется разрозненностью и незавершенностью. Например, выполненный нами анализ показал, что формула Уилсона для расчета экономичного размера заказа, выведенная почти сто лет назад при большом количестве допущений, требует корректировки и уточнения. А ведь данная «классическая» формула одна из немногих, составляющих золотой фонд основ теории логистики. Поэтому без разработки моделей и методов, объединяющих несколько логистических функций, трудно добиться прогресса при решении основной проблемы — оптимизации издержек в логистических цепях.

В целом развитие логистики в нашей стране остается поступательным, стабильным. Особенно радует укрепление отечественной логистической школы, главным преимуществом которой всегда были глубокие аналитические постановки и оригинальность решения практических задач.

В учебном пособии мы хотим уделить больше внимания совершенствованию методов и моделей теории логистики, поделиться с читателем результатами своих исследований в надежде, что они помогут в освоении науки логистики и решении практических задач, возникающих в разных ее областях.

Авторы пособия выражают благодарность соискателям и аспирантам кафедры логистики и организации перевозок О. Н. Васильеву, А. В. Волкову, Е. Ю. Дерюгиной, А. А. Лукьянову, Ю. Л. Мошину, П. А. Перведенцеву, А. А. Сизову, А. А. Штину, материалы которых использованы в данном издании.

Раздел 1

ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЛОГИСТИКИ

Термин «логистика» трактуется в зарубежной и отечественной литературе по-разному. Слово «логистика» происходит от английского *logistics*, что означает «счетное искусство», «искусство рассуждения, вычисления» [18]. До наших дней дошли две трактовки понятия логистики: в трудах Лейбница такой термин использовался для обозначения математической логики; в военной области логистика означала искусство управления войсками, сочетающее управление материально-техническим снабжением, транспортным обслуживанием армии и определение мест дислокации войск. Сегодня логистику определяют как науку, процесс, концепцию и инструмент управления.

Логистика является молодой наукой, многие понятия и термины в которой уточняются, в том числе претерпело несколько изменений и определение логистики.

Логистика — наука об управлении материальными и связанными с ними информационными, финансовыми и сервисными потоками в экономической системе от места их зарождения до места потребления для достижения целей системы и с оптимальными затратами ресурсов.

Логистика — процесс планирования, организации и контроля движения материальных потоков и сопутствующих им информации, финансов и сервиса с целью полного удовлетворения требований потребителей и с оптимальными затратами ресурсов.

С позиций бизнеса **логистика** — это инструмент интегрированного управления материальным потоком и связанными с ним информационными, финансовыми потоками и сервисом, способствующий достижению целей организации с оптимальными затратами.

Объектом исследования и управления в логистике являются материальные и сопутствующие им сервисные, информационные, финансовые потоки.

В литературе существует несколько определений потока, большинство ученых сходятся во мнении, что **поток** — это совокупность объек-

тов, воспринимаемая как единое целое, существующая как процесс на некотором интервале времени, измеряемая в абсолютных единицах за определенный промежуток времени [33, 39]. Основными параметрами, характеризующими поток, являются: начальный и конечный пункты; траектория и длина пути, промежуточные пункты; скорость и время движения.

Материальный поток — находящиеся в состоянии движения материальные ресурсы, незавершенное производство, готовая продукция, к которым применяются логистические операции и функции.

Параметрами материального потока являются:

- номенклатура, ассортимент и количество продукции;
- габаритные характеристики (объем, площадь, линейные размеры);
- весовые характеристики (общая масса, вес брутто, вес нетто);
- физико-химические свойства;
- характеристики тары (упаковки);
- условия транспортировки и хранения;
- стоимостные характеристики и др.

Сервисный поток — поток услуг, выполняемых в логистической системе с целью удовлетворения потребностей как внешних, так и внутренних по отношению к организации потребителей.

Финансовый поток — это направленное движение финансовых ресурсов, связанное с материальными, сервисными и информационными потоками.

Информационный поток — это поток сообщений в устной, документной (в том числе и электронной) и других формах, сопутствующий материальному или сервисному потоку.

Для управления основными и сопутствующими потоками организуются логистические системы. **Логистическая система (ЛС)** — это сложная структурированная экономическая система, состоящая из элементов — звеньев, взаимосвязанных в едином процессе управления материальными, сервисными и сопутствующими им потоками.

Звено логистической системы (ЗЛС) — некоторый экономический и/или функционально обособленный объект (подразделение компании или юридически самостоятельное предприятие), выполняющий свою локальную цель, связанную с реализацией одного или нескольких видов логистической деятельности. Звенья одной логистической системы объединены единым управлением логистическим процессом. Звеньями логистической системы являются поставщики, производители, потребители и логистические посредники. Промышленные или

торговые предприятия часто называют центральной компанией, по отношению к которой первой и второй сторонами являются поставщики и потребители, а третьей стороной (*Third Party Logistics, 3 PL*) — логистические посредники.

Различают три вида логистических систем: системы с прямыми связями (рис. 1.1, а); эшелонированные системы (рис. 1.1, б); системы с гибкой связью (рис. 1.1, в).

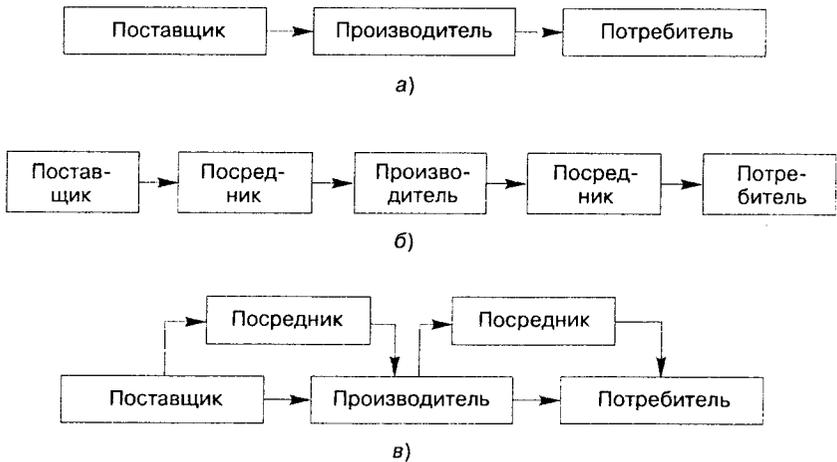


Рис. 1.1. Виды логистических систем

Логистические системы принято разделять на микро- и макрологистические. **Микрологистическими** являются системы логистики промышленных, торговых, сервисных и других предприятий. **Макрологистические** системы — это районные, городские, региональные, национальные, международные системы, а также отраслевые, ведомственные, межотраслевые и т. п. логистические системы.

В процессе логистической деятельности выполняются действия, приводящие к изменению параметров потоков и не подлежащие декомпозиции в рамках поставленных задач управления, которые принято называть **логистическими операциями (ЛО)**. Примером логистических операций являются: погрузка, разгрузка, перевозка, консолидация, хранение, разукрупнение, прием и передача заказа, расчеты с поставщиками, посредниками и потребителями и т. п.

Логистическая функция (ЛФ) — совокупность логистических операций, выделенная с целью повышения эффективности и степени

управляемости логистики предприятия. Логистическими функциями являются управление процедурами заказов, транспортировка, управление запасами, закупка материальных ресурсов для производственной деятельности, поддержка производственных процедур, складирование, грузопереработка, поддержка возврата продукции и др.

В отечественной литературе принято выделять функциональные области (сферы) логистики, которые в силу особенностей разных сторон деятельности предприятия объединяют логистические функции. Функциональными областями логистики являются снабжение, поддержка производства и распределение.

В табл. 1.1 приведены основные задачи, решаемые в разных функциональных областях логистики, а также при выполнении некоторых логистических функций.

Таблица 1.1

Цели и задачи областей логистики и выполнения логистических функций

Наименование логистической функции или области логистики	Цели, задачи
Функциональная область — снабжение	<p>Цель — удовлетворение потребности производства в материальных ресурсах с максимально возможной эффективностью</p> <p>Задачи:</p> <ul style="list-style-type: none"> • определение потребности в материальных ресурсах • исследование рынка закупок • оценка и выбор поставщиков • осуществление закупок • контроль и оценка выполнения закупок • подготовка бюджета закупок • другие
Функциональная область — распределение (распределительная логистика; сбытовая логистика, дистрибуция и физическое распределение) (<i>Physical distribution</i>)	<p>Цель — интегрированное управление логистическими функциями и операциями продвижения готовой продукции и сопутствующим сервисом от производителей и/или оптовых торговых компаний до конечных или промежуточных производителей [18]</p> <p>Задачи на микроуровне:</p> <ul style="list-style-type: none"> • организация получения и обработки заказа • выбор вида упаковки, комплектация и т. д. • организация доставки и контроль за транспортировкой • организация послереализационного обслуживания

Продолжение табл. 1.1

Наименование логистической функции или области логистики	Цели, задачи
	<p><i>Задачи на макроуровне:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • выбор и построение распределительной системы (каналов распределения) • определение оптимального количества складов на обслуживаемой территории • определение оптимального расположения распределительных центров (складов) на обслуживаемой территории
<p>Функциональная область — управление производственными процедурами (операциями) (<i>Operation management</i>)</p>	<p>Цель — обеспечение логистической поддержки управления производственными процедурами</p> <p><i>Задачи:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • оперативно-календарное планирование выпуска готовой продукции (ГП) • оперативное управление технологическими процессами производства • всеобщий контроль качества, поддержание стандартов и соответствующего сервиса • стратегическое и оперативное планирование поставок материальных ресурсов (МР) • организация внутрипроизводственного складского хозяйства • прогнозирование, планирование и нормирование расходов МР в производстве • организация работы внутрипроизводственного технологического транспорта • управление запасами МР, незавершенного производства (НП), ГП на всех уровнях • физическое распределение МР и ГП (внутрипроизводственное) и другие [47]
<p>Логистическая функция — складирование</p>	<p>Охватывает процессы формирования складской сети, эффективного функционирования складского хозяйства и управления логистическим процессом на складе</p> <p><i>Задачи:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • выбор вида склада, расчет мощности склада • выбор системы складирования • выравнивание спроса и предложения в снабжении и распределении • унитизация (объединение), разъединение и транспортровка грузов

Окончание табл. 1.1

Наименование логистической функции или области логистики	Цели, задачи
	<ul style="list-style-type: none"> • организация и обеспечение управления логистическим процессом на складе • организация хранения и грузопереработки на складе и др.
Логистическая функция — управление запасами	<p>Служит для согласования зачастую противоположных целей различных сфер бизнеса фирмы по отношению к запасам</p> <p><i>Задачи:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • экономия на закупках (за счет скидок) • сокращение затрат на транспортировку • поддержка непрерывности производства и распределения • учет сезонных колебаний спроса • улучшение качества логистического сервиса • другие
Логистическая функция — транспортировка	<p>Совокупность процессов погрузки-разгрузки, экспедирования и других логистических операций</p> <p><i>Задачи:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • обеспечение технической и технологической сопряженности участников транспортного процесса, согласование их экономических интересов, а также использование единых систем складирования • создание транспортных систем (в том числе транспортных коридоров и транспортных цепей) • обеспечение технологического единства транспортно-складского хозяйства • совместное планирование производственного, транспортного и складского процессов • выбор вида транспортного средства (ТС) • выбор типа ТС • определение рациональных маршрутов доставки • выбор перевозчика и экспедитора

На рис. 1.2 приведена схема микрологистической системы предприятия, на которой показаны основные функциональные области логистики, виды потоков, проходящих внутри логистической системы, а также основные логистические функции, которые выполняются в каждой из сфер логистики предприятия [47].

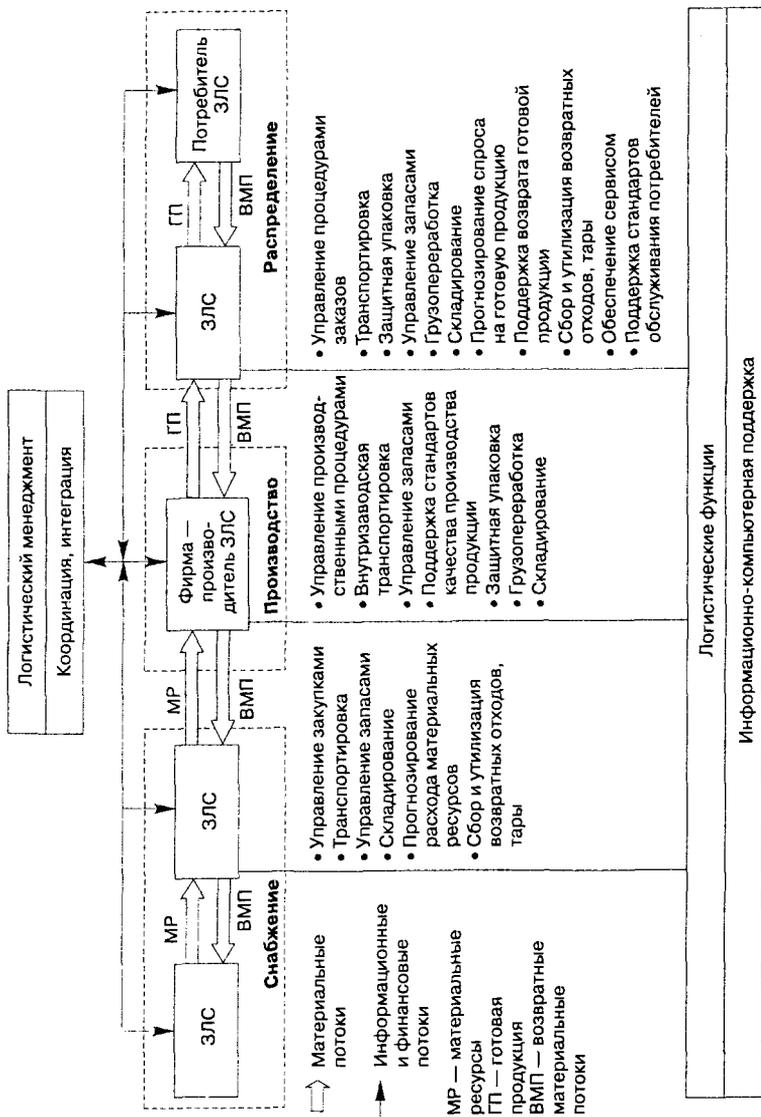


Рис. 1.2. Схема микрологистической системы предприятия

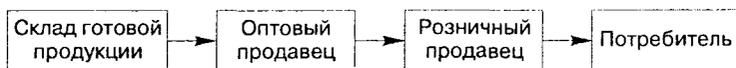
Наряду с понятием логистической системы важными являются понятия логистической цепи, или цепи поставок (*Logistical chain/supply chain*), логистической сети и логистического канала (*Logistical channel*).

Логистическая цепь (ЛЦ) – упорядоченное множество звеньев логистической системы (производителей, дистрибьюторов, складов общего пользования и т. д.), осуществляющих логистические операции по доведению материального или сервисного потока от одной логистической системы до другой (в случае производственного потребления) или до конечного потребителя.

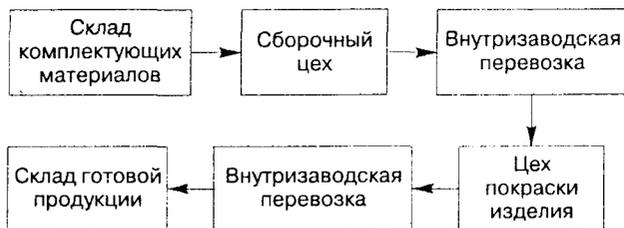
Логистические цепи анализируются и проектируются внутри функциональных областей логистики. В снабжении логистическая цепь связывает поставщика материалов и производителя продукции; в распределении – производителя продукции и потребителя; в производстве формируются логистические цепи по доведению материального потока со склада материалов и комплектующих до склада готовой продукции. Для любой функциональной области логистики исходным параметром формирования логистической цепи является заказ потребителя [18]. Примеры логистических цепей для разных функциональных областей логистики предприятия приведены на рис. 1.3.



а) Логистическая цепь для области логистики — снабжение



б) Логистическая цепь для области логистики — распределение



в) Логистическая цепь для области логистики — производство

Рис. 1.3. Примеры логистических цепей

Большинство зарубежных и отечественных исследователей связывают понятие логистического канала с каналом распределения (маркетинговым каналом, дистрибутивным каналом). Причем единого мнения о понятии логистического канала среди исследователей нет. Общим во взглядах ученых является то, что в логистическом (маркетинговом, дистрибутивном) канале происходит обмен (купля-продажа) товара и выполняются функции, характерные для распределения: транспортировка, складирование, грузопереработка, управление запасами готовой продукции, прогнозирование спроса на продукцию и др. Купля-продажа товара может происходить через агентов, дилеров, оптовиков или других посредников, система хозяйственных связей между которыми и образует логистический канал.

Логистический канал (ЛК) — упорядоченное множество звеньев логистической системы, включающей в себя все логистические цепи или их участки, проводящие материальные потоки от поставщиков до конечных потребителей, а также сопутствующий сервис. На рис. 1.4 приведен пример, иллюстрирующий логистические каналы (каналы распределения) для потребительских товаров.

Признаками выделения логистического канала являются характеристики конкретного продукта и/или ассортимента, сегмент рынка, промышленная (транспортная) упаковка, вид и размер грузовой единицы.

Логистические цепи и каналы являются составными частями логистической сети.



Рис. 1.4. Логистические каналы для распределения потребительских товаров

Логистическая сеть (ЛС) — полное множество звеньев логистической системы, взаимосвязанных по основным и сопутствующим потокам в единых рамках. Пример логистической сети приведен на рис. 1.5.

Одним из основных понятий, необходимых для интегрированного рассмотрения операций снабжения, производства и распределения, является *логистический цикл (цикл выполнения заказа, или функциональный цикл)*, под которым понимается промежуток времени между подачей заказа и доставкой заказанной продукции или сервиса конечному потребителю. Логистический цикл, как правило, включает время передачи, обработки, размещения, производства и/или комплектования, транспортировки заказа и время приема товара потребителем.

Каждый из этих этапов требует затрат времени. Длительность этапов и общая продолжительность логистического цикла могут иметь временные отклонения (табл. 1.2).

Теперь, когда основные понятия логистики рассмотрены, ответим на вопросы: какие преимущества дает логистика и почему логистика актуальна для российских предприятий?

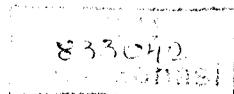
По мнению специалистов (экспертная оценка), применение логистики позволяет:

- снизить уровень запасов на 30–50%;
- сократить время движения продукции на 25–45%;
- сократить повторные складские перевозки в 1,5–2,0 раза;
- сократить расходы на автоперевозки на 7–20%, на железнодорожные — на 5–12%.

Применение логистики значительно повышает производительность труда как в сфере обращения, так и в сфере производства. По оценкам специалистов, с начала 1980-х гг. в США в ежегодном общем увеличении производительности труда (5–6%) половина (2,5–3%) достигается за счет распространения логистики. Установлено, что сокращение логистических издержек на 1% эквивалентно почти 10% увеличению объема продаж.

Внедрение логистики особенно актуально для российских предприятий. Признаки актуальности логистики для российской экономики и экономики предприятий показаны в табл. 1.3.

Применение логистики может повысить эффективность деятельности российских предприятий, сделать их более конкурентоспособными, создать основу для долговременного успеха. Для этого необходимо разработать логистическую стратегию предприятия, которая предназначена для *поддержки* корпоративной стратегии. В основе логистиче-



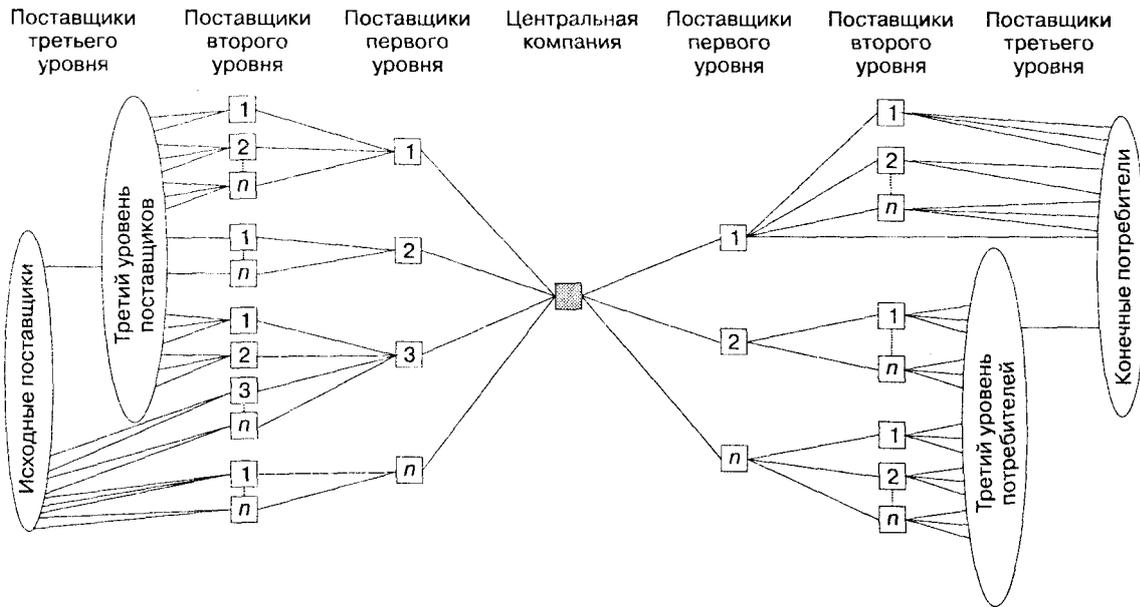


Рис. 1.5. Пример логистической сети [51]

Таблица 1.2
Продолжительность составляющих логистического цикла

Этап логистического цикла	Продолжительность этапа логистического цикла, дн.				
	Д. Дж. Бауэрсокс, Д. Дж. Клосс [2]		Дж. Р. Сток, Д. М. Ламберт [51]		М. Кристофер [19]
	Диапазон значений	Ожидаемое значение	Диапазон значений	Ожидаемое значение	Диапазон значений
Подготовка заказа и его передача	0,5–3	1	0,5–1,5	1	1–5
Получение заказа и его обработка	1–4	2	1–3	2	... 1–3
Комплектование или изготовление заказа	1–20	2	1–9	1	1–9
Транспортировка заказа	2–10	4	1–5	3	1–5
Получение заказа потребителем (доставка потребителю)	0,5–3	1	0,5–3	1	1–3
Итого	5–40	10	3,5–20	8	5–25*

* Ожидаемое значение общего времени логистического цикла — 15 дн.

Таблица 1.3

Признаки актуальности логистики для российских предприятий [1]

Признак актуальности	Характеристика признака
Высокие издержки на производство и реализацию отечественной продукции	По разным оценкам, они в 2–8 раз выше мирового уровня
Историческое отставание сферы обращения продукции от производственной сферы	<ul style="list-style-type: none"> • В СССР ручным трудом в торговле было занято 70% ее работников • погрузочно-разгрузочные работы механизированы на 20–30% • всего 8–10% производственных фондов страны было ориентировано на потребительский рынок
Отсутствие продуманной стратегии развития систем распределения продукции, наличие необоснованного количества посреднических структур	<ul style="list-style-type: none"> • Посредники генерируют транзакционные издержки, превышающие первоначальную цену продукции в 2–2,5 раза • экспортную продукцию в России в 2000 г. производило около 2 тыс. предприятий, а во внешне-экономической деятельности по экспорту занято было 670 тыс. фирм, в итоге на одного производителя приходится в среднем 335 торговых посредников
Недостаток организованных торговых рынков на крупно- и среднеоптовом уровнях	Число оптовых посредников в России составляет 0,05 предприятий на 1 тыс. жителей, в США — 1,9 предприятий, в Японии — 3,4 предприятий на 1 тыс. жителей
Слабый уровень развития современных средств электронных коммуникаций	Импорт средств электронной коммуникации по некоторым позициям достигает 100%, например мобильные телефоны
Отсталость транспортной инфраструктуры	<ul style="list-style-type: none"> • Среднесуточная скорость доставки в Российской Федерации ниже в 5–6 раз, а доля продукции, доставляемой через терминалы, меньше в 5–10 раз • средняя грузоподъемность магистрального автопоезда в России составляет 15 т, в США, Франции, Швеции — 25–30 т
Высокая степень износа подвижного состава и объектов инфраструктуры транспорта	<ul style="list-style-type: none"> • Более трети автодорог не отвечает современным требованиям • более 60% парка автотранспортных средств, занятых в международных перевозках, не соответствует европейским экологическим стандартам • свыше 720 железнодорожных мостов и туннелей отработало срок службы • 63% морских судов из-за своего срока службы становятся нежелательными в зарубежных портах

Окончание табл. 1.3

Признак актуальности	Характеристика признака
Низкий уровень развития производственно-технической базы складского хозяйства	<ul style="list-style-type: none"> • Четверть складов имеет площадь менее 500 м² • на 12% складов приходится две трети складских площадей • около 30% основных фондов складского хозяйства физически и морально устарели
Слабое развитие промышленности по производству современных видов тары и упаковки	Из-за недостаточного обеспечения тарой и упаковкой и плохого ее качества ежегодно теряется около 40% овощей и фруктов, более 3% мороженой рыбы, около 1 млн т мяса и молока

ской стратегии должна быть положена логистическая миссия, или так называемые семь правил логистики (правило *7R (right)*, или логистический микс). Они определяют все дальнейшие действия и решения в области логистики предприятия: обеспечение *нужного* продукта в *необходимом* количестве *соответствующего* (заданного) качества в *нужном* месте в *установленное* время *конкретному* потребителю с *наилучшими* (минимальными) затратами.

Кроме логистической миссии для формирования стратегии логистики предприятия важно определить концепцию (ведущий замысел, руководящую идею) для поддержки бизнеса и управления основными и сопутствующими потоками. Логистические концепции и эволюцию логистики мы рассмотрим в следующем разделе.

Контрольные вопросы

1. Каково происхождение термина «логистика»?
2. Дайте определение логистики как науки, процесса и инструмента управления.
3. Что является объектом исследования и управления в логистике?
4. Какие потоки являются сопутствующими материальному и сервисному потокам?
5. Дайте определение материального потока и назовите его основные параметры.
6. Дайте определение сервисного, финансового и информационного потока.
7. Что понимается под логистической системой?
8. Что понимается под звеном логистической системы?

9. На какие виды разделяют логистические системы?
10. Приведите примеры микро- и макрологистических систем.
11. Дайте определение логистической операции, приведите примеры логистических операций.
12. Что понимается под логистической функцией? Назовите основные логистические функции.
13. Назовите функциональные области логистики предприятия. Какие логистические функции выполняются в разных областях логистики?
14. Что понимается под логистической цепью? Приведите примеры логистических цепей в разных функциональных областях логистики.
15. Что понимается под логистическим каналом?
16. Что понимается под логистической сетью?
17. Дайте определение логистическому циклу. Каковы его составляющие?
18. Обоснуйте значимость применения логистики в практике управления предприятиями.
19. Назовите причины, обуславливающие актуальность внедрения логистики российскими предприятиями.
20. Назовите семь правил логистики.

Раздел 2

ЭВОЛЮЦИЯ И КОНЦЕПЦИИ ЛОГИСТИКИ

Логистика начала формироваться в 1950-х гг., но это не означает, что характерные для логистики процессы не осуществлялись ранее в хозяйственной деятельности, они выполнялись разрозненно, без какой-либо логистической, в современном понимании, концепции управления.

Многие исследователи рассматривают эволюцию логистики в странах с развитой рыночной экономикой [19, 47, 48, 69 и др.]. В развитии логистики отмечают несколько этапов.

Этап 1 характеризуется обособлением самостоятельных и фрагментарных действий в сферах закупок, складирования, дистрибуции. Данный этап развития в ряде источников называют периодом «фрагментации». Отдельные логистические операции были важны с точки зрения снижения составляющих затрат, например, при транспортировке, выполнении складских операций, производстве. Операции выполнялись, не основываясь на какой-либо логистической концепции. В ней не возникало необходимости, поскольку рынок не был насыщен, спрос превышал предложение, и производители едва справлялись с потребностями расширяющегося рынка, т. е. имелась ситуация *рынка продавца*. Основной концепцией управления предприятием являлся традиционный в современном понимании *менеджмент*.

Рассматриваемый период важен тем, что в нем были сформулированы предпосылки будущего внедрения логистики, наиболее важной из которых является зарождение концепции маркетинга. К прочим предпосылкам относятся: возрастание запасов и транспортных затрат в системах распределения; рост транспортных тарифов; развитие теории и практики военной логистики.

Несмотря на общий подход к характеристике начального этапа развития логистики, исследователи [47, 48, 69] расходятся во мнении по вопросу о временных границах этапа. Так, авторы работы [69] этапу фрагментации логистических действий отводят 1960-е гг., [48] — 1950-е гг., а автор [47] считает, что первый этап развития логистики

охватывает 1920–1950-е гг. В источнике [19] эволюция логистики рассматривается без указания временных границ отдельных этапов.

Этап 2 называют периодом становления или концептуализации логистики (именно тогда формируются основные ее концепции). На развитие логистики большое влияние оказали:

- широкое распространение философии маркетинга, усиление внимания к потребителям, осознание важности сбытовой деятельности, уменьшение цикла заказа;
- экономический спад, изменение рыночной ситуации, постепенное насыщение рынка, рост олигополистической конкуренции. В этих условиях необходимо было искать новые пути снижения затрат;
- изменения в стратегиях формирования запасов (снижение их в производстве, создание — в дистрибуции);
- прогресс в компьютерных технологиях, которые нашли применение в бизнесе и дали толчок для повсеместного применения экономико-математических методов и моделей теории оптимального планирования, теории массового обслуживания, теории управления запасами и других методов исследования операций, методов математической статистики и прогнозирования;
- применение опыта военной логистики в менеджменте для координации логистических действий.

В условиях насыщения рынка товарами и услугами и превышения предложения над спросом основной концепцией управления предприятиями стал *маркетинг*.

Данный этап характеризуется двумя основными направлениями логистической деятельности. Первое — это физическое распределение товаров, которое было основано на маркетинговой концепции управления предприятием. Логистика поддерживала маркетинговые усилия предприятий, доставляя товары в нужный срок в нужное место в заказанном количестве с наилучшими затратами, обеспечивающими конкурентоспособную цену.

Второе направление логистической деятельности — это управление материалами (*material management*), которое охватывало сферы снабжения, управления запасами, а также производственную деятельность.

Второй этап также не имеет четко определенных границ. Так, в работе [47] второй этап — это 1960-е гг., в [48] — 1960-е — начало 1970-х гг., а в [68] — 1980-е гг. В последней из названных работ 1970-х гг. вообще «выпали» из эволюции логистики. Возможно, они считаются переход-

ным периодом и могут быть отнесены в равных долях к первому и второму этапам.

В 1960-е гг. первый учебник по логистическому менеджменту написали Эдвард Смайкей, Дональд Бауэрсокс и Френк Моссман (упоминается в [51]).

Этапы 3 и 4. Мнения исследователей о последующих этапах развития логистики расходятся. Так, в работе [69] выделен только третий этап — период полной интеграции (1990-е гг.), когда развивается концепция управления цепями поставок. Авторы работы [48] выделяют третий и четвертый этапы развития логистики. Третий этап — это период интеграции логистической деятельности на предприятии (конец 1970-х — 1980-е гг.). Четвертый — 1990-е гг. и настоящее время — период выхода логистики за пределы предприятия, она стала охватывать процессы продвижения в масштабе стран и всего мира. Автор [47] выделяет третий этап как период дальнейшего развития логистики (1970-е гг.) и четвертый — период интеграции функциональных областей логистики (1980–1990 гг.). Третий этап характеризуется ростом конкуренции, увеличением логистических затрат, внедрением автоматизированных систем управления технологическими процессами, развитием логистических концепций. Происходит частичная интеграция производства и распределения как результат влияния концепции маркетинга. Именно в это время логистика из теории превращается в инструмент управления бизнесом как в производстве, так и в распределении. Четвертый этап характеризуется как период расцвета логистики. Как наука она шагнула далеко вперед, намного превзойдя то, что было сделано за все предыдущие годы. В результате изменений в экономике логистика стала определяться как управление потоками в масштабах всего предприятия, а все логистические операции и функции стали интегрироваться для достижения целей бизнеса.

В работе [51] история логистического менеджмента представлена в виде последовательности событий, имеющих значение для последующего развития логистики. Авторы называют 26 таких событий, начиная с первого, датированного 1901 г.

В табл. 2.1 приведены некоторые варианты эволюции логистики. Несмотря на отсутствие единого мнения о продолжительности отдельных этапов развития логистики, можно выделить этапы фрагментации, частичной интеграции, интеграции функциональных областей логистики предприятия, полной интеграции в рамках цепей поставок. Кратко эти этапы охарактеризованы на рис. 2.1.

Таблица 2.1
Варианты эволюции логистики

Годы	Вариант эволюции логистики			
	J. J. Coyle, E. J. Bardi, C. J. Langley	Ч. Скворнек, З. Сариуш-Вольский	А. М. Гаджинский	В. И. Сергеев
1920–1940	–	–	–	Фрагментация действий
1950		Фрагментация действий		
1960	Фрагментация действий	Частичная интеграция (физическое распределение, материальный менеджмент)	Интеграция транспортно-складской деятельности	Становление (концептуализация) логистики (частичная интеграция)
1970	–	–	–	Развитие логистики (частичная интеграция)
1980	Частичная интеграция (физическое распределение, материальный менеджмент)	Интеграция логистической деятельности на предприятии	Интеграция работы производства, склада, транспорта	Интеграция функциональных областей логистики предприятия
1990	Полная интеграция в рамках логистической цепи поставок	Выход логистики за пределы предприятия. Макрологистика, глобальная логистика	Интеграция функциональных областей логистики	Интеграция в рамках целей поставок
Настоящее время				

26
Раздел 2. Эволюция и концепции логистики



Рис 2.1. Эволюция логистики

27
Раздел 2. Эволюция и концепции логистики

В течение каждого этапа происходят изменения в экономике, которые благоприятно влияют на эволюцию логистики. Так, в 1970-е гг. произошли существенные изменения в складских технологиях и процессе, стали внедряться средства автомагизации, появились новые виды тары и упаковки, стала применяться стандартизованная тара и упаковка, внедрялись контейнерные и пакетные перевозки. В 1970-е гг. японские производители стали теснить американских и европейских конкурентов на рынках. Японские компании достигли высоких результатов благодаря философии управления качеством и логистическим концепциям, внедренным в практическую деятельность.

Этап частичной интеграции находится под «влиянием» *маркетинговой* концепции управления предприятиями.

В 1980-х гг. произошли существенные изменения в мировой экономике, которые сказались на успешном развитии логистики. Основными из них являются [2, 12, 47, 51]:

- 1) изменения в государственном регулировании транспортной деятельности, в результате чего сформировался рынок транспортных услуг как рынок свободной конкуренции, были созданы условия для улучшения транспортного сервиса, координации работы разных видов транспорта, для снижения транспортных тарифов;
- 2) развитие компьютерных технологий и программного обеспечения, внедрение персональных компьютеров. Компьютеры позволяют осуществлять сделки и контроль за результатами деятельности, поддерживать процесс принятия решений, управлять всеми логистическими операциями как единым процессом. В рассматриваемый период появились информационные технологии штрихового кодирования, электронного обмена данными, передачи видеоизображений, звуков, факсимильной связи, электронной почты, спутниковые системы для передачи информации в реальном режиме времени;
- 3) распространение философии всеобщего управления качеством (*TQM*) – управленческого подхода, в котором ставится задача повышения качества и к ее решению привлекается весь персонал предприятия на всех стадиях производства и распределения продукции. Всеобщее управление качеством – это философия управления, признающая, что нужды потребителей и цели бизнеса неразделимы. Забота о качестве способствует превращению логистики из фактора эффективной деятельности в стратегический ресурс компании;

- 4) практика партнерства, союзы и объединения предприятий, которые пришли на смену недоверию и враждебной конкуренции. Наиболее распространенной формой взаимодействия стали совместные проекты. Фирмы начали выстраивать партнерские отношения с потребителями и поставщиками, в результате чего прекратилось дублирование операций, взаимодействие стало более скоординированным и каждый из партнеров стремится к совместному успеху;
- 5) глобализация рынка. Многие компании становятся международными структурами, проникают на новые рынки по всему миру. Они осознали необходимость глобальной ориентации своего бизнеса: во многих случаях международные рынки обеспечивают более высокие темпы роста и объемы продаж, чем национальные. Зачастую компании реализуют глобальные стратегии, в рамках которых производят продукцию для мирового рынка в местах с более дешевой рабочей силой, сырьем, комплектующими.

В результате изменений в экономике логистика стала определяться как управление потоками в масштабах всего предприятия, а все логистические операции и функции – интегрироваться для достижения целей бизнеса. Начиная с 1980-х гг. основной концепцией управления предприятием становится *логистическая*.

Формирование логистической системы, в которой все функциональные области интегрированы, требует достаточно продолжительного времени. Так, в работе [22] отмечается, что развитие логистических систем предприятий проходит четыре последовательные стадии (уровня) развития. На *первой стадии* логистика затрагивает складирование и транспортировку готовой продукции. Эти функции выполняются по принципу непосредственного реагирования на ежедневные колебания спроса и сбоев в процессе распределения продукции.

На *второй стадии* логистика включает обслуживание заказчиков, обработку заказов, складирование, управление запасами готовой продукции, транспортировку, т. е. интегрируются все логистические функции, выполняемые при распределении готовой продукции. На предприятии составляются сметы расходов, учитывающие все логистические операции, основной акцент в управлении делается на снижение затрат.

На *третьей стадии* к результату, достигнутому на предыдущем уровне, добавляются доставка сырья, материалов на предприятие, прогноз сбыта, управление запасами материалов, незавершенного производства, закупка сырья, материалов, проектирование логистических

систем. Оценка функционирования логистики предприятия производится на основе сравнения со стандартами качества.

На *четвертой стадии* интегрируются все функциональные области логистики. Предприятия выходят на глобальный уровень работы с учетом законов разных стран; логистика охватывает и таможенные операции, вводится сплошная единая документация, усиливается потребность в «третьей стороне» (в логистических посредниках).

Переход от стадии к стадии может быть постепенным или скачкообразным (как результат внутри- и межорганизационного слияния). Постепенный переход от одной стадии к другой занимает от 6 месяцев до 2 лет, а переход от первого до четвертого уровня развития занимает около 20 лет [22].

Эволюция логистики не завершена. С начала 1990-х гг. по настоящее время происходит дальнейшее развитие интеграционных процессов в логистике, которые выходят за рамки отдельных предприятий. Управление потоками осуществляется на национальном, региональном и глобальном уровне (например, так называемая еврологистика). Также четвертый этап развития логистики характеризуется возникновением институциональных структур и хозяйствующих субъектов, главным предметом деятельности которых является оказание полного комплекса логистических услуг. Эти компании являются провайдерами логистических услуг (*3PL-провайдеры*), которым передаются часть или все логистические функции, в основном непроизводственного характера. С развитием интеграционных процессов возникает новый вариант логистического аутсорсинга и новый тип провайдеров — *4PL-провайдеры* (*Fourth Party Logistics Providers*). Они являются интеграторами всей логистической цепи и распоряжаются своими ресурсами, возможностями и технологиями плюс ресурсами поставщиков дополнительных услуг, обеспечивая полное и исчерпывающее решение относительно логистической цепи компании. *4PL-провайдер* представляет собой сочетание стратегического управления логистическими цепями и оперативного управления вопросами реализации и выполнения стратегических решений, т. е. сочетает в себе функции консалтинговой компании и *3PL-провайдера*.

Следует отметить, что концепции управления предприятием не имеют четкого разграничения (хотя на рис. 2.1 они разделены). Так, отдельные элементы комплекса менеджмента (цели, задачи, структура, технология, персонал) не теряют актуальности на предприятиях с маркетинговой или логистической концепцией управления, а комплексы маркетинга и логистики взаимосвязаны, хотя логистика в настоящее

время является более широкой категорией. По рис. 2.1 видно, что рождение маркетинговой и логистической концепции управления соответствует принципиальным изменениям в логистике: частичной интеграции в рамках отдельных функциональных областей и интеграции, охватывающей все области логистики соответственно.

Эволюция логистики тесно связана с ее фундаментальными концепциями. В логистике понятие «концепция» имеет два значения: 1) концепция как парадигма, руководящая идея; 2) логистическая технология – стандартная последовательность выполнения логистического процесса, воплощающая определенную логистическую парадигму.

Логистическими концепциями в первом значении являются [18, 47]:

- информационная;
- маркетинговая;
- интегральная.

Информационная логистическая концепция появилась в конце 1960-х гг. и тесно связана с развитием информационно-компьютерных технологий. Фокус данной концепции сосредоточен на конкретных функциях, выполняемых при планировании, закупке материальных ресурсов, производстве, распределении и др. В рамках этой концепции не ставится задача оптимизации всего процесса управления потоками. Информационно-компьютерным технологиям отводится поддерживающая роль при управлении логистическими видами деятельности: используются информационные системы учета, связи, контроля и принятия решений.

Практическими примерами использования информационной концепции являются широко распространенные системы, информационно-программные модули и технологии: *MRP I*, *MRP II*, *DRP* и др.

MRP I (Material Requirement Planning) – система планирования потребностей в материалах, основанная на производственных графиках, связывающих информацию о спросе и запасах. Первоначально определяется спрос, и в зависимости от него программа рассчитывает общий объем необходимых материальных ресурсов. Затем, сопоставляя с уровнем запасов, вычисляет объем заказов, их параметры с учетом объема и времени доставки. Результаты расчетов передаются логистическому менеджменту для принятия решений.

MRP II (Manufactory Resource Planning) – система производственного планирования ресурсов, объединяющая производственное, маркетинговое, финансовое планирование и логистические операции. Планы разрабатываются на основе прогнозной информации о спросе,

данных об имеющихся заказах и сведений об изменениях в продуктовой линии. Система быстро реагирует на изменения, позволяет работать в режиме реального времени, в ней предусмотрено ежедневное обновление баз данных. Задачей системы *MRP II* является формирование оптимального материального потока материалов, полуфабрикатов как в системе снабжения, так и в производстве, а также оптимизация потока готовой продукции. Современные системы *MRP II* позволяют интегрировать все основные логистические процессы внутри предприятия.

DRP (Distribution Requirements Planning) — система планирования отправок и запасов готовой продукции в дистрибутивных каналах, в том числе и у логистических посредников. *DRP* базируется на потребительском спросе, учитывая его неопределенность. Система *DRP* позволяет снизить уровни запасов за счет точного планирования размера и места поставок, сократить потребности в складских площадях, улучшается координация между логистическими функциями, выполняемыми в распределении, все это вместе способствует снижению логистических издержек. *DRP II (Distribution Resource Planning)* — это современная версия системы планирования, использующая более современные и мощные программные модули, алгоритмы и модели принятия решений.

Маркетинговая логистическая концепция стала применяться с начала 1980-х гг. для построения логистической системы, обеспечивающей конкурентоспособность за счет оптимизации решений в распределении продукции. Среди логистических концепций (технологий), широко применяемых в дистрибуции, является *DDT (Demand-driven Techniques/Logistics)* — логистика, ориентированная на спрос. Данная концепция имеет несколько вариантов, среди которых *QR*, *CR* и др.

QR (Quick Response) — концепция (метод, технология) «быстрого реагирования», суть которой состоит в оценке спроса в реальном масштабе времени и как можно ближе к конечному потребителю. Реализация данной концепции логистического управления стала возможной после разработки соответствующих информационных технологий, введения электронного документооборота, электронных продаж, штрихового кодирования и др. С помощью сканирования штриховых кодов формируются данные о реальных продажах, затем эти сведения передаются поставщикам и производителям продукции. «Быстрое реагирование» нацелено на максимальное сокращение времени реакции логистической системы на изменение спроса, и совершенствование информационных технологий способствует более эффективному использованию метода в деятельности предприятий. На основе инфор-

мации о спросе формируются оптимальные уровни запасов и времени исполнения заказа.

CR (Continuous Replenishment) — логистическая технология «непрерывного пополнения запасов», предназначенная для устранения необходимости в заказах на готовую продукцию для пополнения запасов. Эта технология является модификацией *QR*. Цель — разработка плана поставки продукции розничным продавцам, направленного на непрерывное пополнение запасов. Пополнение запасов продукции у розничных продавцов осуществляет поставщик на основании информации о продажах, передаваемой продавцом.

Концепция интегрированной логистики, появившаяся в последнее десятилетие, стала применяться для сквозного управления основными и сопутствующими потоками в интегрированной структуре бизнеса: «проектирование—закупки—производство—распределение—продажи—сервис» [18]. Концепция интегрированной логистики требует объединения различных функциональных областей и их участников в рамках единой логистической системы в целях ее оптимизации. В интегрированной логистике применяются концепции *TQM*, *JIT*, *LP*, *VMI*, *SCM*, *TBL*, *VAD* и др., системы *ERP*, *CSRP*.

TQM (Total Quality Management) — всеобщее управление качеством — непрерывно развивающаяся во времени концепция, определяющая конкурентное качество при отсутствии пределов его совершенствования. *TQM* интегрирует как техническую сторону качества, предоставляемую стандартами *ISO 9000*, так и философию управления качеством, основанную на широком участии всего персонала компании во всех сторонах этого процесса, а также интеграцию со всеми логистическими партнерами и прежде всего с потребителями.

Соотношение между стандартами *ISO 9000* и концепцией *TQM* показано в табл. 2.2.

JIT (Just-in-time) — концепция (технология) построения логистической системы или организации логистического процесса в отдельной функциональной области, обеспечивающая доставку материальных ресурсов, незавершенного производства, готовой продукции в нужном количестве в нужное место и точно к назначенному сроку. Применение концепции «точно в срок» позволяет снизить запасы, сократить производственные и складские площади, повысить качество изделий, сократить сроки производства, эффективно использовать оборудование, уменьшить количество непроектных операций.

Многие исследователи, в частности М. Кристофер [19], отмечают, что концепция *JIT* нацелена на синхронизацию работы всех элементов

Таблица 2.2

Соотношение важнейших компонентов *ISO 9000* и *TQM* [47]

Стандарты <i>ISO 9000</i>	Концепция <i>TQM</i>
Сфокусированы на технической стороне управления качеством	Сфокусирована на потребителей
Не интегрированы с корпоративной стратегией	Интегрирована с маркетинговой и логистической стратегиями
Сфокусированы на технических процедурах и инструкциях	Сфокусирована на философии, логистических операциях, инструментарии
Не предполагают вовлечения всех категорий работников в управление качеством	Акцентирована на вовлечении всего персонала фирмы в управление качеством
Не предполагают дальнейших улучшений в пределах данной серии стандартов	Предполагает непрерывное улучшение качества
Могут быть ведомственно сфокусированы	Применима для широкого круга ведомств, организаций, функций
Отдел качества ответствен за качество	Каждый ответствен за качество

пени, на раннюю идентификацию требований отгрузки товаров по заказам, на обеспечение строжайшей дисциплины договорных отношений. Для недопущения накопления чрезмерных запасов, с одной стороны, и оптимизации общих логистических издержек — с другой, приоритетное значение получает задача поиска консолидации грузов. Вместо поставки мелких партий от разных поставщиков в точные сроки заказы, выполняемые разными поставщиками, должны объединяться в рамках одной поставки. Для применения технологии *JIT* необходимо создание максимально тесных взаимоотношений между покупателем и поставщиком, с точки зрения обмена информацией и координации планов; также повышаются требования к качеству поставляемых материалов и комплектующих.

В табл. 2.3 приведено сравнение традиционного подхода к управлению и управления, основанного на концепции *JIT*.

Концепция *JIT* послужила для разработки и внедрения таких логистических концепций (технологий), как *Lean Production* и *Value added logistics*.

На рис. 2.2 представлены основные логистические концепции (технологии), охватывающие разные области логистики предприятия,

Таблица 2.3

**Сравнение традиционного подхода к управлению и концепции
«точно в срок» [19]**

Параметр сравнения	Традиционный подход	Концепция JIT
Качество и затраты	«Приемлемое качество» с наименьшими издержками	Наивысшее качество, подразумевающее полное отсутствие дефектов
Запасы	Наличие больших запасов вследствие скидок при покупке крупных партий, экономии за счет масштаба производства, создания резервных запасов	Низкий уровень запасов при наличии надежного непрерывного потока поставок
Гибкость	Длительные сроки выполнения заказов, минимальная гибкость	Короткие сроки выполнения заказов, высокая гибкость, ориентированная на обслуживание покупателя
Транспортировка	Наименьшие затраты при сохранении «приемлемого уровня обслуживания»	Абсолютная надежность всех уровней обслуживания
Взаимоотношения продавца и перевозчика	Переговоры осуществляются в «антагонистической» форме	Партнерские взаимоотношения
Число поставщиков/продавцов	Значительное; стремление избежать зависимости от одного источника	Ограниченное; долгосрочные открытые взаимоотношения
Контакты с продавцом/перевозчиком	Минимальные; наличие скрываемой информации; жесткий контроль коммуникаций	В открытой форме; свободный обмен информацией; совместное решение проблем
Общий подход	Ориентация на сокращение издержек	Ориентация на обслуживание покупателя

а также взаимоотношения предприятия с поставщиками и потребителями.

LP (Lean Production) — «стройное/плоское производство». Суть данной концепции состоит в соединении следующих компонентов: высокого качества, мелких размеров производственных партий, низкого уровня запасов, высококвалифицированного персонала и гибкого оборудования. В отличие от массового «стройное» производство требует меньших запасов, меньше времени, возникает меньше потерь от брака.

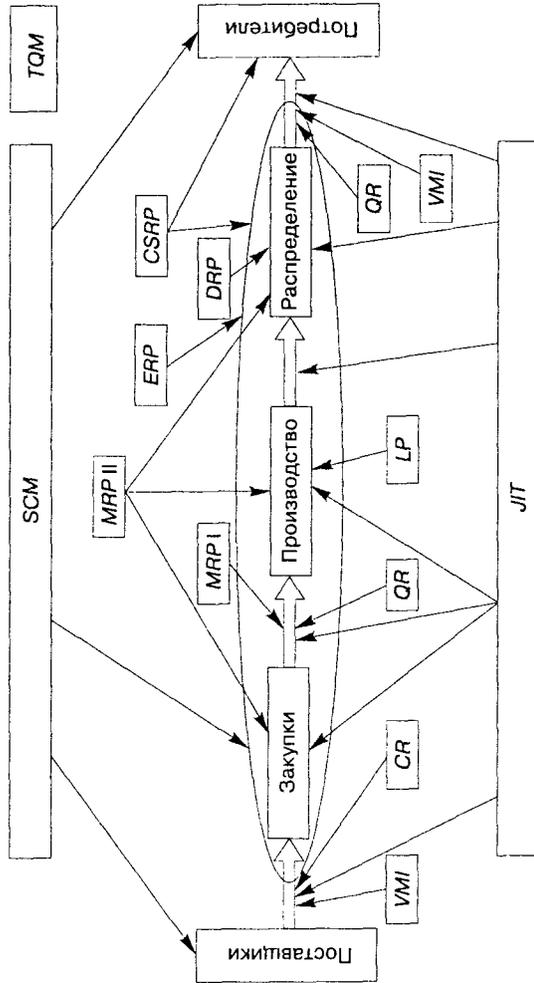


Рис. 2.2. Основные логистические концепции

При этом сохраняется преимущество массового производства: «большие объемы — низкая себестоимость».

Основная идея *LP* — убрать ненужные операции (например, исключаются складирование и ожидание) и организовать производство, требующее наименьших затрат, на котором производится минимально необходимые партии продукции и в целом используется минимальное количество ресурсов [18].

VMI (Vendor Managed Inventory) — усовершенствованная версия системы управления запасами поставщиком, основанная на новых информационных технологиях. Вместо оформления заказов потребитель (а им может быть не только торговое, но и производственное предприятие) обменивается информацией о спросе, продажах, продвижении продукции с поставщиком. Поставщик берет на себя обязательства пополнять запасы потребителя и поддерживать их на необходимом уровне. При этом поставщик получает не заказ, а лишь указание покупателя относительно желательных для него верхних и нижних границ размера запасов.

SCM (Supply Chain Management) — «управление цепями поставок» — термин, появившийся в конце 1980-х гг., хотя и в настоящее время ведутся дискуссии по поводу того, что он означает. Часто *SCM* отождествляют с понятием логистики. Так, М. Кристофер отмечает, что управление цепью служит для налаживания связей и координации между поставщиками, клиентами и самой организацией. *SCM* (по М. Кристоферу) — «управление взаимоотношениями с находящимися выше и ниже по течению поставщиками и клиентами, направленное на достижение более высокой потребительской ценности при меньших издержках всей цепи поставок в целом» [19, с. 29].

Д. Р. Сток и Д. М. Ламберт считают, что управление цепочками поставок — это «интегрирование ключевых бизнес-процессов, начинающихся от конечного пользователя и охватывающих всех поставщиков товаров, услуг и информации, добавляющих ценность для потребителей и других заинтересованных лиц» [51, с. 51].

TBL (Time-based Logistics) — концепция, направленная на оптимизацию всех фаз жизненного цикла изделия по времени, начиная от научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработок до послепродажного сервиса.

VAD (Value added Logistics) — концепция, основанная на понимании того, что каждая логистическая операция добавляет стоимость продукту или услуге. Данная концепция представляет логистический процесс как процесс создания выгод, содержащих добавленную стоимость,

наиболее эффективным, с точки зрения конкретного потребителя, способом.

ERP (Enterprise Resource Planning) — система интегрированного планирования ресурсов, позволяющая планировать всю деятельность предприятия. Данная система включает модули прогнозирования спроса, управление проектами, затратами, кадрами, финансовой деятельностью, инвестициями и др.

CSRP (Customer synchronized resource planning) — система планирования ресурсов, синхронизированная с потребителем, использующая функциональность *ERP*, переориентирует планирование от производства к конечному покупателю. Данная система учитывает производственные и материальные ресурсы предприятия и ресурсы, потребляемые в маркетинговой, коммерческой, послепродажной работе с потребителем.

Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте основные этапы развития логистики.
2. Почему до конца 1950-х гг. практически не было необходимости в логистике (в современном понимании этого термина)?
3. Что повлияло на развитие логистики в 1960-е гг.?
4. Какие направления логистической деятельности развивались в 1960-е гг.?
5. В чем состоит отличие второго и третьего этапов развития логистики? Что между ними общего?
6. Какие изменения, произошедшие в мировой экономике, оказали влияние на успешное развитие логистики в 1980-е и 1990-е гг.?
7. Как изменялась основная концепция управления предприятием в связи с развитием логистики?
8. Назовите и охарактеризуйте основные стадии (уровни) развития логистических систем предприятий.
9. Что понимается под логистической концепцией?
10. Охарактеризуйте и сравните основные логистические концепции.
11. Дайте краткую характеристику системам *MRP I*, *MRP II*, *DRP*.
12. В чем состоит сущность логистической концепции быстрого реагирования? Каковы условия ее применения?
13. Что такое *TQM*? В чем отличие концепции *TQM* от стандартов *ISO 9000*?

14. В чем состоит сущность логистической концепции *JIT* и ее отличие от традиционного подхода к управлению?
15. Дайте краткую характеристику логистической концепции «плюсового» производства.
16. В чем состоят особенности системы управления запасами поставщиком?
17. Что такое управление цепями поставок? В чем состоит разница между логистикой и управлением цепями поставок?
18. В чем состоит сущность логистических концепций *TBL* и *VAD*?
19. Каково назначение систем планирования *ERP* и *CSRP*?

Раздел 3

НАУЧНАЯ БАЗА ЛОГИСТИКИ. КЛАССИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ И МЕТОДОВ ТЕОРИИ ЛОГИСТИКИ

Одной из первых работ, в которой рассматриваются дисциплины, составляющие научную базу логистики, является монография С. А. Уварова [56]. В ней предлагается в качестве основного инструментария теории логистики использовать следующие научные дисциплины:

- кибернетику, базирующуюся на принципе обратной связи и вскрывающую механизмы целенаправленного и самоконтролирующего поведения;
- теорию информации, вводящую понятие информации как количественно измеряемого параметра и развивающую принципы передачи информации;
- теорию игр, анализирующую в рамках математического аппарата рациональную конкуренцию двух или более систем с целью достижения максимального выигрыша или минимального проигрыша;
- теорию решений, анализирующую рациональный выбор внутри человеко-машинных систем, основываясь на рассмотрении ситуации и ее возможных исходов;
- топологию, включающую неметрические области, такие как теория графов и теория сетей;
- факторный анализ, т. е. процедуры изоляции факторов во многомерных процессах;
- общую теорию систем, задачей которой является выведение из общего определения понятия системы ряда таких понятий, как взаимодействие, сумма, централизация и т. д., и применение их к конкретным явлениям.

В монографии В. И. Сергеева [47] говорится, что в логистических исследованиях и разработках используется более 46 дисциплин (табл. 3.1), в частности:

- математика (7 дисциплин);
- исследование операций (9 дисциплин с учетом того, что линейное, нелинейное и динамическое программирование представлено отдельными дисциплинами);
- техническая кибернетика (10 дисциплин);
- экономическая кибернетика и экономика (20 дисциплин).

Таблица 3.1
Дисциплины, составляющие научную базу логистики [47]

Общая дисциплина	Наименование разделов
Математика	Теория вероятностей, математическая статистика, теория случайных процессов, математическая теория оптимизации, теория матриц, функциональный анализ, факторный анализ и др.
Исследование операций	Линейное и нелинейное программирование, теория игр, теория статистических решений, теория массового обслуживания, теория управления запасами, моделирование, сетевое планирование и др.
Техническая кибернетика	Теория больших систем, теория прогнозирования, общая теория управления, теория автономного регулирования, теория графов, теория информации, теория связи, теория расписаний, теория оптимального управления
Экономическая кибернетика и экономика	Теория оптимального планирования, методы экономического прогнозирования, маркетинг, менеджмент, стратегическое и оперативное планирование, операционный менеджмент, ценообразование, управление качеством, управление персоналом, финансы, бухгалтерский учет, управление проектами, управление инвестициями, социальная психология, экономика и организация транспорта, складского хозяйства, торговли и др.

Следует подчеркнуть, что введенное понятие «дисциплина» имеет условный характер, так как в цитируемой работе оно включает, во-первых, различные теории (например, теория вероятностей, теория графов и др.), во-вторых, методы (имитационного моделирования, экономического прогнозирования и др.), в-третьих, различные виды анализа и учета (функциональный анализ, бухгалтерский учет и др.). Не умаляя значимости обобщений, сделанных В. И. Сергеевым, считаем, что такой диапазон дисциплин может стать основой не только логистики, но и нескольких научных направлений.

Успешная попытка структуризации моделей и методов, применяемых в теории логистики, предпринята в книге В. Е. Николаичука [38]. Аналогично работе [47] в ней рассмотрены три группы: экономико-математические методы (ЭММ), методы прогнозирования и неформальные методы, при этом ЭММ включают математику, экономику и кибернетику.

Наибольший интерес представляет структуризация ЭММ, «применяемых в логистике» [38], включающая экономико-статистические методы; математическую экономию, эконометрию; исследование операций и оптимальное программирование; экономическую кибернетику (рис. 3.1).

Дальнейшая детализация позволила автору выделить 4 дисциплины, включающие экономико-статистические методы, 6 дисциплин математической экономики и эконометрии, 5 дисциплин исследования операций (с учетом объединения 6 видов программирования в одну дисциплину), 3 дисциплины экономической кибернетики. Таким образом, общее количество «дисциплин» — 23. Однако указание того, что они «применяются в логистике», является дискуссионным, спорным является включение в блок «теория оптимального функционирования в экономике» дисциплин: оптимизация народно-хозяйственного планирования, оптимизация отраслевого планирования, теория оптимального ценообразования.

В книге А. Д. Чудакова [62] предпринята попытка классификации моделей и методов логистических систем. Так, модели делятся на изоморфные, представляющие собой полный эквивалент моделируемой системы, и гомоморфные, которые подобны объекту лишь в некоторой степени. Дальнейшая декомпозиция гомоморфных моделей предусматривает выделение материальных моделей (схемы грузопотоков, технологические схемы и т. п.) и абстрактно-концептуальных, которые, в свою очередь, подразделяются на символические (логические, графические и т. п.) и математические (аналитические и имитационные). Поскольку построение зависимостей для каждого компонента моделируемой системы является самостоятельной процедурой, то это требует применения экономико-математических методов. При классификации ЭММ автор работы [62] учитывает, что они могут быть разделены на алгоритмические (экономико-статистические и эконометрические) и эвристические, включающие методы экономической кибернетики и оптимальных решений.

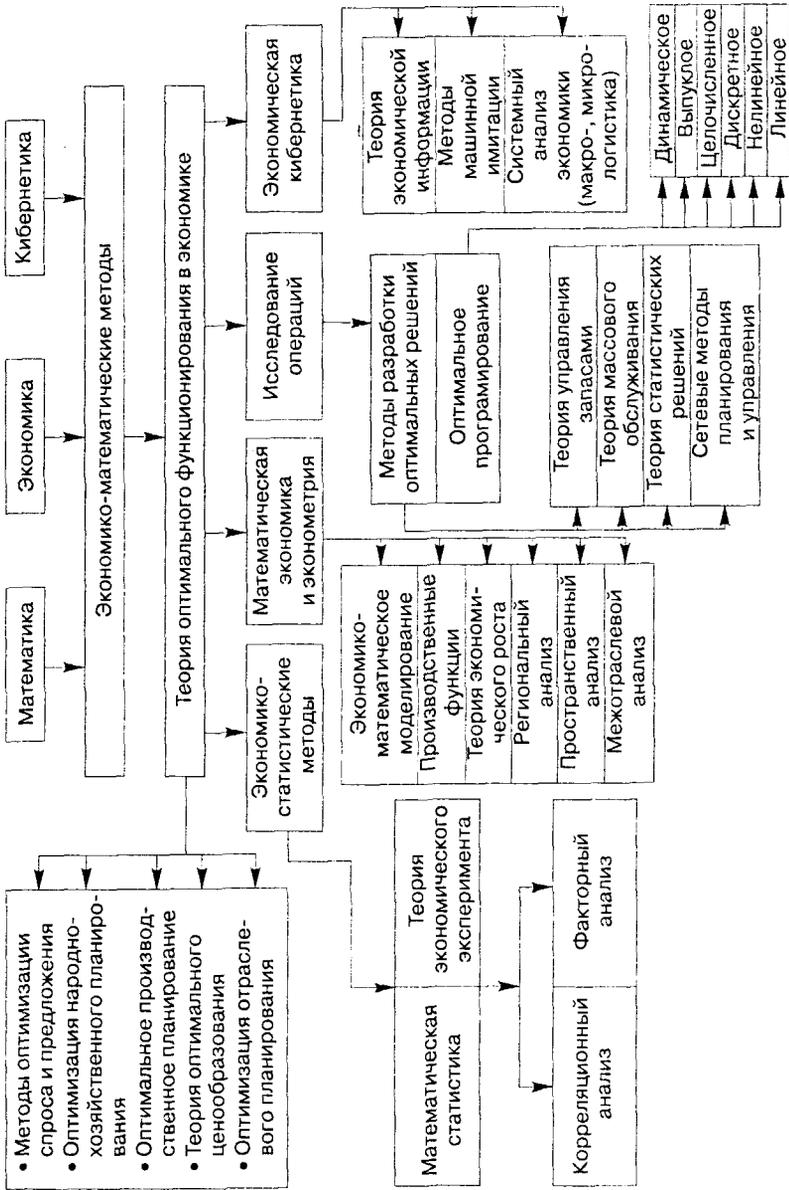


Рис. 3.1. Структуризация экономико-математических методов, применяемых в логистике

Обобщение результатов работ [38, 47, 56, 62] позволило нам разработать укрупненную схему, отражающую научную базу в виде моделей и методов теории логистики, приведенную на рис. 3.2. Понятие «укрупненная» использовано в том смысле, что названия некоторых методов являются общими для целой гаммы дисциплин. Например, блок «оптимальное программирование» включает линейное, целочисленное, нелинейное (выпуклое), динамическое программирование. А блок «теория принятия решений» объединяет многообразие задач выбора: разовый, повторный, индивидуальный, групповой, однокритериальный, многокритериальный, в условиях определенности, неопределенности и др.

Предложенная структуризация моделей и методов позволяет решать большинство задач, приведенных в монографиях, учебниках и учебных пособиях по теории логистики. Представленные на рис. 3.2 дисциплины научной базы логистики можно назвать потенциальными, поскольку модели и методы этих дисциплин открывают перспективы активного использования разработанного аналитического аппарата для совершенствования расчетов в логистических исследованиях и практической деятельности.

В то же время представленная структуризация моделей и методов теории логистики не позволяет проследить связь с решением конкретных задач, возникающих при выполнении логистической деятельности. Поэтому был предложен другой подход к классификации, который базируется на анализе конкретных моделей (методов, методик, алгоритмов и т. д.), подробно описанных в закупочной, производственной, распределительной и других логистиках. Модели разделены на три класса: *первый класс* (I) включает модели и методы, предназначенные для решения задач в условиях определенности, без ограничений со стороны внешней среды; *второй класс* (II) — в условиях риска и неопределенности, но без конкуренции; *третий класс* (III) — модели и методы решения логистических задач в условиях конкуренции (рис. 3.3).

Дальнейшая декомпозиция предусматривает введение трех видов моделей и методов. Модели и методы 1-го вида охватывают отдельные логистические операции и/или функции; модели и методы 2-го вида — две и более операции и/или функции; модели и методы 3-го вида предназначены для охвата всей логистической системы (цепи, канала). Для каждого вида предусмотрено деление на две группы: группа А включает простые (симплексные) модели и методы, группа Б — более сложные.

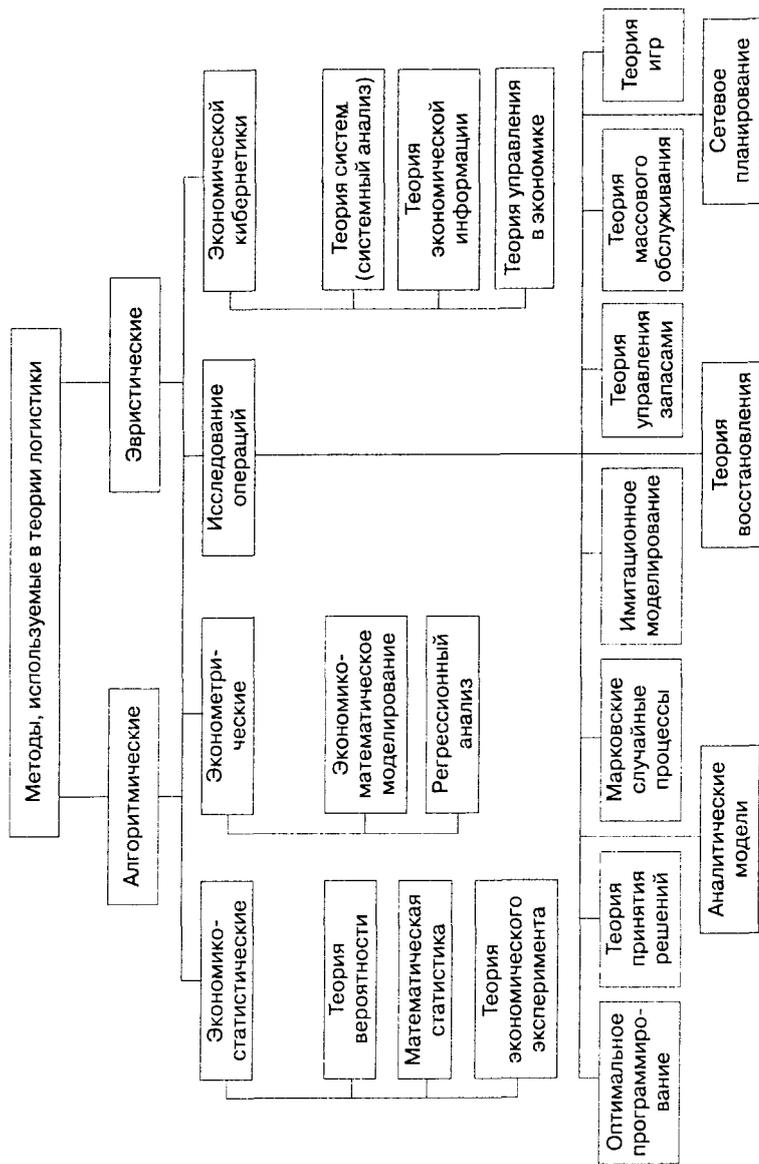


Рис. 3.2. Укрупненная структуризация моделей и методов научной базы теории логистики

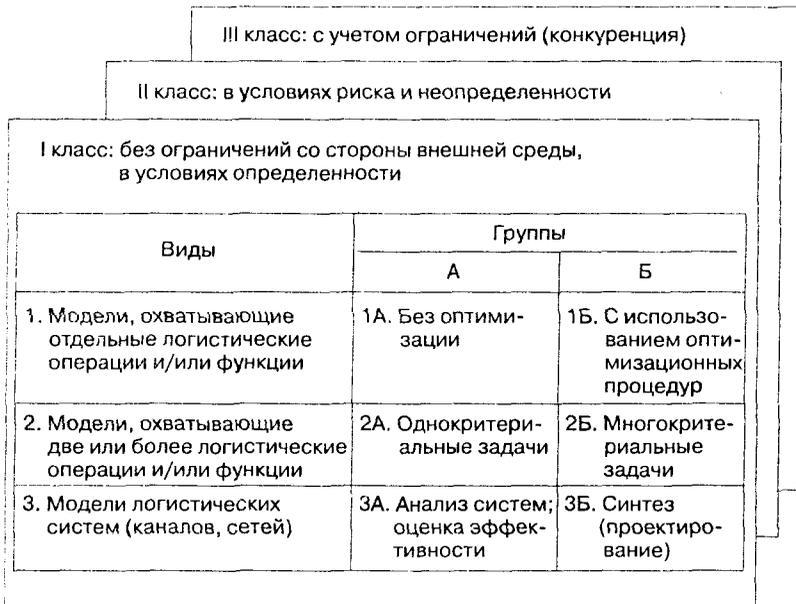


Рис. 3.3. Классификация моделей и методов прикладной теории логистики

Остановимся подробнее на моделях и методах первого (I) класса, поскольку именно они получили наибольшее распространение. Так, к группе А первого вида (модели 1А) относятся:

- выбор логистических посредников (поставщика, посредника, перевозчика, экспедитора, типа транспортного средства и т. д.);
- прогнозирование (количества сырья, готовой продукции, текущего запаса на складе и др.);
- определение номенклатурных групп (ABC, XYZ);
- аддитивные временные модели («точно вовремя»);
- детерминированные модели управления запасами;
- модели принятия решений типа «сделать или купить»;
- модели определения потребностей, основанные на теории восстановления и др.

Ко второй группе Б первого вида (1Б) отнесены модели, использующие оптимизационные процедуры, в частности линейного программирования. Например, транспортные задачи закрепления поставщиков

и потребителей, задача коммивояжера, различные комбинированные методы, например синтез прогнозов.

Ко второму виду отнесены модели, охватывающие две и более логистические операции или функции. Предполагается, что модели второго вида могут быть сформированы с использованием моделей первого вида. Деление на группы осуществляется следующим образом: к первой группе относятся модели, в которых отсутствуют оптимизационные процедуры или используется один критерий оптимизации; вторую группу составляют многокритериальные оптимизационные модели. Так к моделям и методам второго вида в рассматриваемой классификации (2А1, 2Б1) относятся:

- определение оптимальной величины заказа (закупочная и складская логистика);
- алгоритмы управления запасами (закупочная, складская и транспортная логистика);
- формирование номенклатуры и ассортимента распределительных и торговых центров различных уровней;
- модели управления многономенклатурными запасами;
- выбор вида транспорта и способа перевозки.

Для иллюстрации описанного подхода на рис. 3.4 приведена логистическая система и указаны модели и методы, используемые при управлении материальными потоками, когда требуется координация выполнения логистических функций транспортировки и складирования. Пунктирная линия со стрелкой показывает, что задачи логистики складирования в меньшей степени решаются перевозчиками. Задачи транспортировки могут соответствовать любому из звеньев логистической системы, так как организационные проблемы перевозки могут решаться собственными силами или с привлечением посредников.

Модели третьего вида включают все элементы логистической системы (сети, цепи или канала). Первую группу составляют модели анализа издержек (функционально-стоимостной анализ), времени цикла исполнения заказа, качества сервиса с последующим реинжинирингом логистических систем; вторая группа — модели синтеза или проектирования логистических систем с использованием принципов «минимизации общих издержек» или «экономических компромиссов» с учетом нескольких критериев, на основании которых можно делать выводы об эффективности логистической системы (издержки, продолжительность циклов, качество сервиса, производительность, оценка возврата инвестиций в логистическую инфраструктуру).

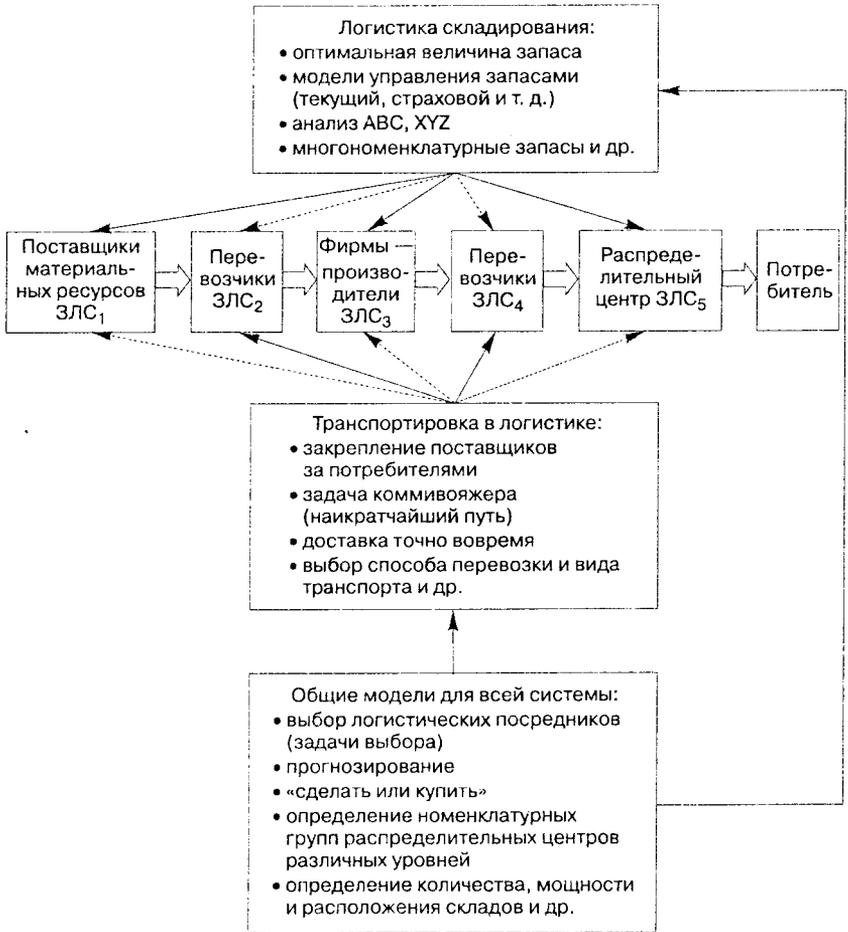


Рис. 3.4. Модели и методы, используемые при управлении материальными потоками в логистической системе

Модели II класса (принятие решений в условиях риска и неопределенности) также могут быть разделены на несколько видов. Так, для ряда «простых» задач, связанных с выполнением отдельных логистических операций или функций, могут применяться вероятностные оценки, например, для оценки надежности, сохранности, стабильности выполнения договорных обязательств, определения весовых коэффи-

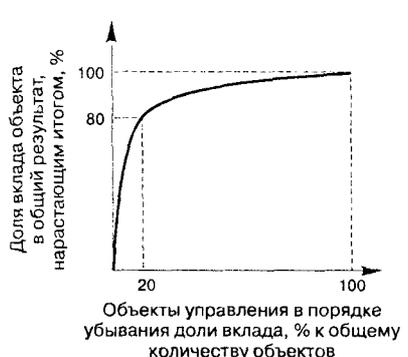
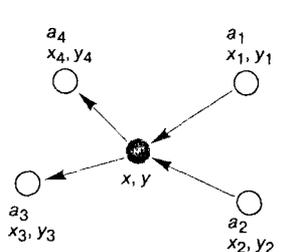
циентов и т. п. Вероятностные оценки служат дополнением обычных моделей, такие модели образуют группу IАII. Оптимизация в условиях риска может быть произведена с помощью «дерева решений». Для этого решение представляется в виде последовательностей, каждая из которых приводит к определенному результату (исходу). Расчет математического ожидания при известных вероятностях и результатов исходов, а затем их сравнение позволяют выбрать наилучшую альтернативу. В условиях неопределенности наилучшее решение может быть найдено с использованием критериев Вальда, Сэвиджа, Гурвица и др. Эти методы наряду с «деревом решений» могут быть отнесены к группе IБII.

Однокритериальные задачи выбора в условиях риска, затрагивающие несколько логистических функций или операций, могут быть решены при условии, что критерием выбора является риск. Очевидно, в данном случае под риском следует понимать не вероятность, как в моделях первого вида класса I, а потери, оцениваемые в стоимостном выражении. В качестве критерия могут выступать максимально (минимально) возможные потери, средние ожидаемые или наиболее вероятные потери. В модели оптимизации по одному критерию в условиях риска изменяется постановка задачи и критерии, а сущность модели практически не изменяется. То же можно сказать и про модели многокритериальной оптимизации, где одним из критериев выступает оценка риска (вероятностная и стоимостная). В этом случае модели не претерпевают изменения, в них лишь учитывается рисковый критерий.

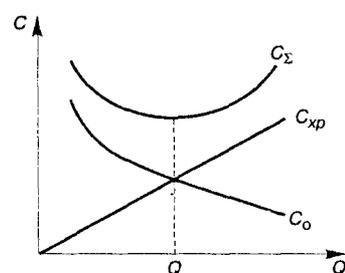
Что касается принятия решений в условиях конкуренции, то модели и методы этого класса базируются на теории игр [11, 64], по пока сравнительно мало используются в теории логистики.

Проведенные исследования показали, что многие известные методы и модели, широко применяемые при принятии решений в разных областях логистики, возникли сравнительно недавно, о чем свидетельствуют данные о времени их появления (опубликования), табл. 3.2. Несомненно, хронологические данные и авторство некоторых моделей и методов, приведенных в табл. 3.2, являются дискуссионными и, вероятно, будут дополнены и учтены в ближайшее время.

Теория логистики продолжает развиваться. В то же время можно констатировать наличие определенных достижений, в частности структуризацию научной базы, классификацию и эволюцию моделей и методов теории логистики.

Автор модели	Год	Модель или метод	Графическое представление, формула	Источник
Парето В.	1897	Правило 80/20	 <p>Доля вклада объекта в общий результат, нарастающим итогом, %</p> <p>Объекты управления в порядке убывания доли вклада, % к общему количеству объектов</p>	[14] [15]
Вебер А.	1909	Определение координат склада. Критерий — транспортные расходы	 $C(x, y) = c \sum a_i r_i;$ $r_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2},$ <p>где c — тариф, a — объем (количество); x, y — координаты</p>	[20]

Продолжение табл. 3.2

Автор модели	Год	Модель или метод	Графическое представление, формула	Источник
Харрис Ф.	1915	Определение оптимальной величины партии запаса незавершенного производства (фирма Вестингаус)	$Q = \sqrt{\frac{PS}{c}} k,$ <p>где P — затраты на подготовку обработки партии; S — интенсивность выпуска в день; c — себестоимость единицы продукции; k — коэффициент, учитывающий складские расходы, страховые взносы, налоги, проценты на капитал и т. д.</p>	[14]
Уилсон Р.	1916 (1934)*	Экономичная партия заказа	 $Q = \sqrt{\frac{2AC_0}{C_{xp}}},$ <p>где C_0 — затраты на выполнение одного заказа; A — потребность в заказываемом продукте в течение года; C_{xp} — затраты на хранение заказа</p>	

* В специальной литературе вывод Р. Уилсоном формулы оптимального размера заказа датируется в пределах от 1916 до 1934 г. [13].

Автор модели	Год	Модель или метод	Графическое представление, формула	Источник
Тафт Е.	1918	Приближенная модель производственного заказа	$Q^* = Q \sqrt{\frac{p}{p-b}}; S_{\max} = Q \sqrt{\frac{p-b}{p}}$ <p>где Q^* — оптимальный размер заказа в условиях периодического поступления и равномерного потребления запаса; Q — оптимальный размер запаса, рассчитанный по формуле Уилсона; p — интенсивность поступления материальных ресурсов; b — интенсивность расхода материальных ресурсов; S_{\max} — максимальный уровень текущего запаса</p>	[14]
Раймонд Ф.	1931	Первая монография, посвященная управлению запасами		[14]

Автор модели	Год	Модель или метод	Графическое представление, формула	Источник
Лаунхардт В.	1930 (?)	Определение координат склада. Метод весового (локального) треугольника. Критерий — транспортные расходы	$T = (ar_1 + br_2 + r_3)p \rightarrow \min,$ <p>где a, b — объем поступлений от поставщиков A и B; r_1, r_2, r_3 — искомые расстояния от поставщиков A, B до склада и от склада до потребителя соответственно; p — транспортный тариф</p>	
Рейли	1931	Определил гравитационное правило розничной торговли, которое позволяет найти пропорции покупок, производимых в городах A и B жителями города C , расположенного между ними	$t_A = \frac{T_{AB}}{1 + \sqrt{\frac{H_B}{H_A}}}$ <p>где t_A — радиус-вектор зоны притяжения; T_{AB} — расстояние между торговыми центрами A и B; H_A, H_B — количество жителей в пунктах A и B соответственно</p>	[1]
Канторович Л. В.	1938–1939	Сформулировал задачу линейного программирования и разработал алгоритм решения		[11]
Данциг Дж. (Вуд М.)	1947	Разработали универсальный алгоритм решения задач линейного программирования (названный Дж. Данцигом симплекс-методом).		[11]

Автор модели	Год	Модель или метод	Графическое представление, формула	Источник
Хичкок, Кумпанс	1945 1947	Сформулировали транспортную задачу		[11]
Н. Ford Dickey	1951	Высказал идею о необходимости классификации позиций запасов на три группы А, В, С. При этом в качестве результирующего признака деления использовал объемы продаж, затраты, связанные с хранением		[68]
Льюис Г., Каллитон Д., Стил Д.	1956	Предложили концепцию общих затрат при выполнении транспортно-складских операций. Показали, что использование дорогостоящего воздушного транспорта по сравнению с морскими перевозками оправдано с позиции «общих затрат», так как некоторые затраты на складирование исключаются за счет скорости и надежности доставки самолетами		[70]
Хольт (Holt С. С.)	1957	Разработал двухпараметрическую модель экспоненциального сглаживания с учетом линейного тренда, меняющегося со временем	1) сглаживание данных $a_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$; 2) сглаживание тренда $b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$; 3) прогноз на период $t + k$ $y_{t+k} = a_t + b_t k$, где a_t — сглаженное значение прогнозируемого показателя для периода t ; b_t — оценка прироста тренда, показывающая возможное возрастание или убывание значений за один период; α, β — параметры сглаживания ($0 \leq \alpha \leq 1$; $0 \leq \beta \leq 1$); p — количество периодов времени, на которые производится прогноз	[59]
Форрестер Дж.	1958	Исследования многофазных систем управления запасами (фазы — центры притяжения решений, связанные между собой материальными, информационными и финансовыми потоками)		[2]

Автор модели	Год	Модель или метод	Графическое представление, формула	Источник
Винтерс (Winters)	1960	Предложил трехпараметрическую модель экспоненциального сглаживания с учетом линейного тренда и сезонной компоненты	1) сглаживание исходного ряда $L_t = \alpha \frac{y_t}{S_{t-s}} + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$; 2) сглаживание тренда $T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$; 3) оценка сезонности $S_t = \gamma \frac{y_t}{L_t} + (1 - \gamma)S_{t-s}$; 4) прогноз на p периодов вперед $y_{t+p} = (L_t + pT_t)S_{t-s+p}$, где L_t — сглаженное значение ряда; α — параметр сглаживания данных; y_t — фактическое значение показателя для периода t ; β — параметр сглаживания для оценки тренда; T_t — оценка тренда; γ — параметр сглаживания для оценки сезонности; S_t — оценка сезонности; p — количество периодов, на которое строится прогноз; s — длительность периода сезонных колебаний	[59]
Феттер Р.	1961	Страховой запас с учетом двух случайных величин	$\sigma_c = \sqrt{T(\sigma_d)^2 + D^2(\sigma_r)^2}$ где T, D — средние величины времени поставки и ежедневного расхода; σ_r, σ_d — средние квадратические отклонения времени поставки и ежедневного расхода	[51]
Смайкей Э., Бауэрсокс Д., Моссман Ф.	1961	Издан первый учебник по логистическому менеджменту (по вопросам физического распределения)		[51]

Окончание табл. 3.2

Автор модели	Год	Модель или метод	Графическое представление, формула	Источник
Браун Р.	1967	Вероятность отсутствия дефицита	$FR = 1 - \frac{\sigma_c}{Q} f(k),$ <p>где FR — вероятность дефицита; σ_c — среднеквадратическое отклонение расхода; Q — оптимальный размер запаса, рассчитанный по формуле Уилсона; $f(k)$ — табулированная специальная функция</p>	[51]

Контрольные вопросы

1. Какие дисциплины составляют научную базу теории логистики?
2. Сравните два варианта структуризации моделей и методов, составляющих научную базу логистики (рис. 3.1 и 3.2), и назовите недостатки и достоинства обоих вариантов структуризации.
3. Объясните, каков принцип деления моделей и методов логистики на классы, виды и группы.
4. Какие модели и методы относятся к группам А и Б первого вида (модели 1А1 и 1Б1, соответственно)?
5. Какие модели и методы относятся ко второму виду?
6. Почему такие модели, как модели размещения складов, определения оптимальной величины запаса, отнесены к моделям второго вида?
7. Какие модели могут применяться при управлении материальным потоком в разных звеньях логистической системы?
8. Какие модели могут применяться при управлении материальным потоком в условиях риска или неопределенности?
9. Назовите авторов известных вам моделей и методов логистики.

Раздел 4

МОДЕЛИ ВЫБОРА ЛОГИСТИЧЕСКИХ ПОСРЕДНИКОВ

4.1. Теоретические основы выбора и принятия решений

Среди моделей и методов, применяемых в логистике, можно выделить ряд моделей, позволяющих принять решение о выборе наилучшей альтернативы из нескольких имеющихся. Это модели выбора логистических посредников, принятие решения «делать или покупать», выбор способа перевозки, вида транспорта, транспортного средства, маршрута, выбор стратегии управления запасами, варианта инвестирования средств в логистическую инфраструктуру и многие другие практические задачи, решаемые в разных сферах логистики предприятия.

Задачи выбора очень распространены в логистике, при этом они достаточно разнообразны, что объясняется рядом причин. Основываясь на работе Ф. И. Перегудова, Ф. П. Тарасенко «Введение в системный анализ»,¹ приведем некоторые из них. Во-первых, выбор может быть разовым и повторным (или повторяющимся). Причем большинство задач разового выбора при накоплении информации о его условиях, альтернативах может перейти в разряд повторного выбора. Например, выбор места расположения распределительного центра в конкретном регионе можно отнести к разовому выбору, так как последующий будет производиться или в другом регионе, или в изменившихся условиях рынка, или при других объемах поставок и т. п. Выбор перевозчика для доставки грузов — это задача разового выбора, переходящего в повторяющийся, поскольку перевозчики могут требоваться достаточно часто, если не постоянно.

Во-вторых, в зависимости от ответственности за выбор можно выделить индивидуальный и многосторонний выбор. Индивидуальный разовый выбор в зависимости от того, известны его последствия или

¹ М.: Высшая школа, 1989. — 367 с.

нет, можно разделить на выбор в условиях определенности, неопределенности и в условиях риска. В каждом случае могут применяться специальные методы, позволяющие произвести выбор. Так, в условиях определенности возможны оптимизация, упорядочение и произвольный выбор; в условиях неопределенности могут быть применены теория игр, теория полезности, модели, учитывающие стохастические решения, расплывчатые множества и др.

Индивидуальный повторный выбор, базирующийся на разовом, предусматривает адаптацию к решениям и селекцию претендентов (альтернатив).

Многосторонний (разовый и повторный) выбор в зависимости от степени согласованности целей разделяют на кооперативный (интересы сторон совпадают), конфликтный (интересы сторон противоположны) и коалиционный (компромиссный).

Взаимосвязь задач выбора представлена на рис. 4.1. Следует отметить, что эта иерархия задач далеко не полная, здесь представлены в первом приближении варианты выбора, используемые в принятии логистических решений.

Для описания выбора существуют три различных подхода (языка): критериальный, бинарных отношений (предпочтений) и функций выбора. Самым простым и наиболее часто используемым на практике является критериальный язык описания выбора, суть которого состоит в оценке каждой альтернативы конкретным числом — значением критерия и сравнении альтернатив как сопоставление соответствующих чисел. Выбор может быть однокритериальным и многокритериальным. Например, однокритериальным может быть выбор «делать или покупать», когда в качестве оцениваемого параметра будут затраты, которые должна понести фирма в том и другом случае; выбор размера оптимальной партии заказа — в качестве критерия выступают затраты на выполнение и хранение заказа, и т. д. Однако в большинстве случаев сравнение альтернатив приводит к необходимости их оценки по нескольким критериям.

Многокритериальным может быть выбор способа перевозки, вида транспорта, маршрута, например по критериям затрат, времени, риска и др.; выбор логистического посредника, например по критериям стоимости услуг, качества, времени выполнения работ, положению на рынке и пр.

Однокритериальные задачи решаются аналитическим способом: описывается целевая функция, задаются ограничения и находится решение, соответствующее наилучшему значению целевой функции.



Рис. 4.1. Взаимосвязь задач выбора

Для нахождения решения многокритериальной задачи используются разные способы, наиболее распространенные из которых представлены на рис. 4.2.

В подразделе 4.3 мы рассмотрим разные способы решения многокритериальной задачи выбора логистического посредника.

Вторым, более общим, языком описания выбора является язык бинарных отношений или предпочтений, основные положения которого сводятся к следующему:

- отдельная альтернатива не оценивается;
- для каждой пары альтернатив можно установить, что одна предпочтительнее другой либо они равноценны (или несравнимы);
- отношение предпочтения пары альтернатив не зависит от остальных альтернатив.

Третий, наиболее общий, язык описания выбора — язык функций выбора. Наиболее типичная ситуация, иллюстрирующая язык функ-

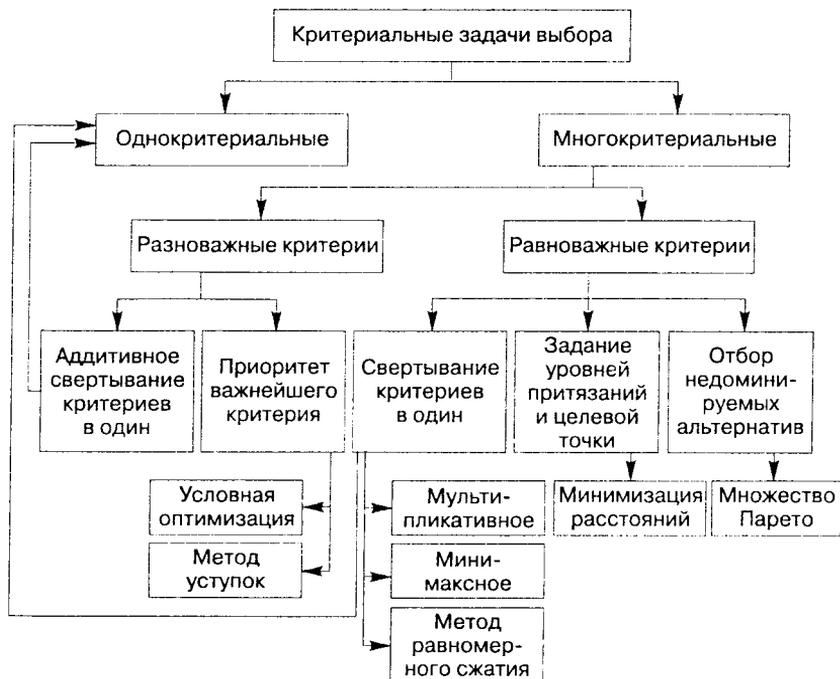


Рис. 4.2. Способы решения задач выбора

ции выбора, состоит в том, что предпочтение одной альтернативы другой зависит от остальных альтернатив.

4.2. Выбор логистических посредников с использованием экспертных методов (однокритериальные оценки)

Выбор логистических посредников (ЛП): поставщиков, экспедиторов, перевозчиков и т. д., является наиболее распространенной задачей для большинства функциональных областей логистики. Очевидно, что при наличии конкуренции во всех звеньях логистической системы наблюдается многовариантность, выражающаяся как в большом количестве посредников, которые могут выполнять соответствующие операции, так и в наличии альтернативных вариантов решений, сформированных из различных звеньев логистической системы.

Вопросы выбора посредников, рассмотренные практически во всех работах по логистике, различаются в основном глубиной проработки и наличием примеров расчетов. В большинстве работ выбор логистических посредников производится в условиях определенности и рассматривается как однокритериальная или сводимая к ней многокритериальная задача.

На основе анализа работ [2, 9, 47, 55 и др.] можно выделить два подхода, на основе которых производится выбор посредника:

- аналитический, предполагающий осуществление выбора с использованием формул, которые включают ряд параметров, характеризующих ЛП;
- экспертный, в основу которого положены оценки специалистов-экспертов для параметров, характеризующих ЛП, и описаны процедуры получения интегральных экспертных оценок (рейтингов).

Рассмотрим оба подхода подробнее.

Аналитический подход [55] является универсальным, но не следует забывать, что входящие в него параметры ЛП могут потребовать экспертных методов оценки. Помимо этого, приведенные зависимости для выбора перевозчика не проиллюстрированы примерами расчетов, что затрудняет общую оценку их точности и достоверности. Кроме того, получение аналитических зависимостей, включающих основные параметры ЛП, является довольно трудоемкой задачей.

Экспертный подход. В качестве критерия выбора логистического посредника часто выступает рейтинг (англ. *rating* — оценка). Приве-

денные в работах алгоритмы и примеры расчетов интегральных (рейтинговых) оценок ЛП отличаются многообразием. Так, в работе [2] представлен один из возможных способов сравнительной оценки перевозчиков. Расчет включает два этапа. На первом этапе каждому критерию присваивается определенный «вес», отражающий его относительную значимость для грузоотправителя. В данном примере наиболее важный критерий имеет «вес» или разряд, равный 1, умеренно важный критерий — разряд 2, наименее важный — разряд 3. На втором этапе оценивают эффективность перевозчика по каждому критерию, при этом также используется трехбалльная шкала: 1 — высокая эффективность, 2 — средняя, 3 — низкая. Рейтинг по каждому критерию определяется перемножением оценок «относительной значимости» и «эффективности», а итоговый рейтинг перевозчика — сложением оценок. В табл. 4.1 приведена оценка перевозчика на основании описанного способа выбора.

Таблица 4.1
Оценка перевозчика: пример [2]

Критерий оценки	Относительная значимость	Эффективность перевозчика	Рейтинг перевозчика
1. Издержки	1	1	1
2. Транзитное время	3	2	6
3. Надежность (стабильность транзитного времени)	1	2	2
4. Технические и сервисные возможности	2	2	4
5. Доступность	2	2	4
6. Безопасность	2	3	6
Итоговый рейтинг перевозчика	—	—	23

Более сложный алгоритм выбора перевозчика рассмотрен в работе В. И. Сергеева [47] (рис. 4.3).

Активное практическое использование алгоритмов и примеров расчетов рейтинговых оценок ограничено. Одной из причин этого, на наш взгляд, является то, что участие экспертов в процедурах оценивания не формализовано и колеблется в широких пределах.

Так, вариант-максимум включает следующие операции [47]:

- 1) общее описание N показателей (критериев), характеризующих логистического посредника определенного вида;

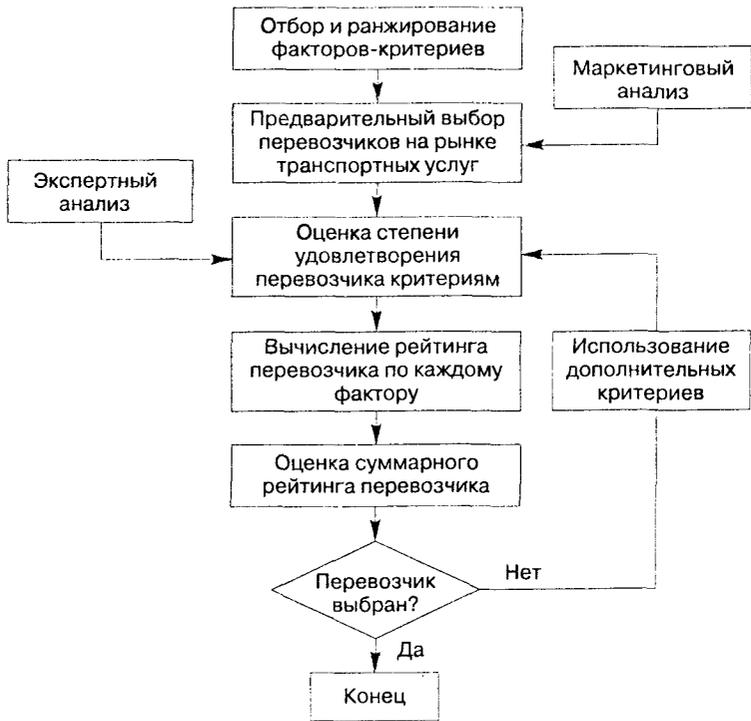


Рис. 4.3. Алгоритм выбора перевозчика

- 2) ранжирование показателей;
- 3) присвоение балльных (ранговых) оценок;
- 4) отбор M показателей (критериев) оценки ЛП из общего количества, равного N ;
- 5) определение весовых коэффициентов ω_i для M показателей по формуле:

$$\omega_i = M/i, \quad (4.1)$$

где $i = 1, 2, \dots, N$ – ранг (балл), присвоенный i -му показателю.

Следует отметить, что при использовании формулы (4.1) $\sum \omega_i \neq 1$;

- 6) выбор шкалы для балльной оценки показателей конкретных ЛП, например «хорошо» (1), «удовлетворительно» (2), «плохо» (3) и т. п.;

- 7) присвоение баллов каждому j -му ЛП, т. е. собственно процедура оценивания в виде баллов a_{ij} для i -строк (показатели) и j -столбцов (конкретные ЛП);
- 8) расчет интегрального показателя (ранга) A_j для каждого j -го ЛП:

$$A_j = \sum_{i=1}^l \omega_i a_{ij}. \quad (4.2)$$

В табл. 4.2 приведены результаты расчета рейтингов, произведенного по описанной последовательности. Поскольку лучшей оценке соответствует меньший балл, то перевозчик, имеющий наименьший суммарный рейтинг, является наиболее предпочтительным. Наилучшим оказался второй перевозчик, имеющий суммарный рейтинг, равный 14,94.

Таким образом, вариант-максимум предусматривает участие экспертов в семи операциях, что, с одной стороны затрудняет, и удорожает получение итоговых результатов, с другой — приводит к разным вариан-

Таблица 4.2
Расчет рейтинговых оценок для выбора перевозчика

Критерий	Ранг	Вес*	Первый перевозчик		Второй перевозчик		Третий перевозчик	
			оценка	рейтинг**	оценка	рейтинг	оценка	рейтинг
1. Надежность времени доставки	1	5,0	3	15,0	1	5,0	2	10,0
2. Тариф за перевозку	2	2,5	1	2,5	2	5,0	3	7,5
3. Финансовая стабильность	5	1,0	1	1,0	3	3,0	2	2,0
4. Сохранность груза	9	0,55	3	1,65	2	1,1	2	1,1
5. Отслеживание отправок	12	0,42	2	0,84	2	0,84	1	0,42
Суммарный рейтинг				20,99		14,94		21,02

* Вес определен делением количества критериев (5) на соответствующий ранг.
** Рейтинг — произведение «оценки» на «вес».

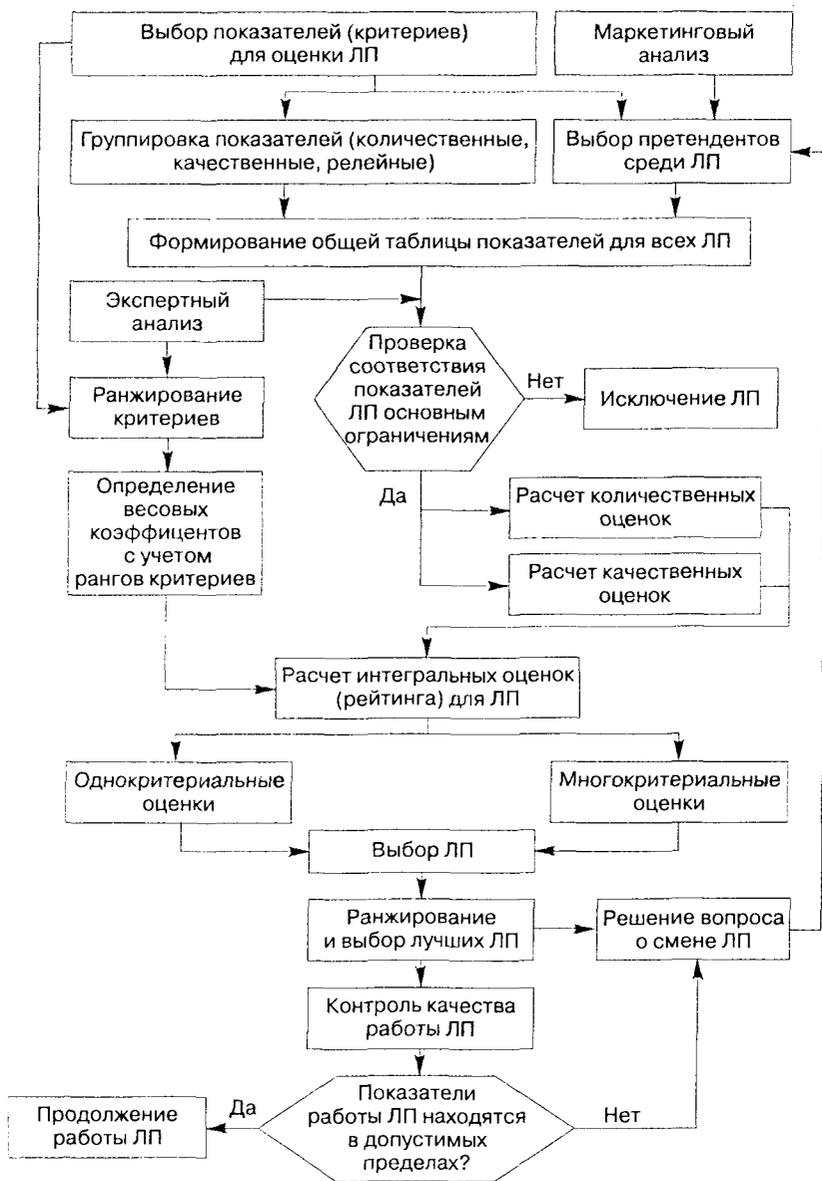


Рис. 4.4. Алгоритм выбора логистических посредников

там выбора ЛП даже для одной и той же логистической системы в силу произвольности и субъективизма при выполнении ряда операций.

Дальнейшие исследования и накопленный опыт оценивания позволил разработать общий алгоритм выбора логистического посредника (рис. 4.4), включающий следующие положения.

1. Все показатели (критерии) разделены на три группы: количественные, качественные, релейные («да»/«нет»); это позволяет использовать различные подходы при их определении и расчете интегральных оценок для ЛП. В табл. 4.3, 4.4, 4.5 приведены общие ранжированные перечни показателей (критериев) для перевозчиков, экспедиторов, поставщиков.

Таблица 4.3
Критерии выбора транспортно-экспедиторских предприятий¹

Английское наименование критерия	Отечественный аналог критерия	Ранг по Америке		Ранг по России
		1980 г.	1990 г.	1998 г.
<i>Transit time</i>	Сроки доставки	3	5,5	3
<i>Reliability</i>	Надежность выполнения условий договора	1	1	1
<i>Freight rate</i>	Стоимость услуги (ставка)	2	3,5	2
<i>Carrier consideration</i>	Характеристика ТЭП	5	2	6
<i>Shipper market consideration</i>	Учет требований клиентуры	5	3,5	5
<i>Over, short and damages</i>	Наличие систем слежения (связи) за грузом, транспортными средствами	5	5,5	4

Таблица 4.4
Критерии выбора поставщика [9]

Виды критериев	Перечень критериев
Основные	<ol style="list-style-type: none"> 1. Цена продукции 2. Качество поставляемой продукции 3. Надежность поставок (обязательства по срокам поставки, ассортименту, комплектации, качеству и количеству продукции)

¹ По данным доц. М. Г. Григоряна.

Окончание табл. 4.4

Виды критериев	Перечень критериев
Дополнительные	<ol style="list-style-type: none"> 1. Удаленность поставщика от потребителя 2. Сроки выполнения текущих и экстренных заказов 3. Наличие резервных мощностей 4. Организация управления качеством у поставщика 5. Психологический климат у поставщика (возможность забастовок) 6. Способность обеспечить поставку запасных частей в течение всего срока службы поставляемого оборудования 7. Финансовое положение поставщика, его кредитоспособность и др.

Таблица 4.5
Критерии выбора перевозчиков [18]

Наименование критерия (показателя)	Ранг
Надежность времени доставки (транзита)	1
Тарифы (затраты) доставки «от двери до двери»	2
Общее время транзита «ДТД»	3
Готовность перевозчика к переговорам об изменении тарифа	4
Финансовая стабильность перевозчика	5
Наличие дополнительного оборудования (по грузопереработке)	6
Частота сервиса	7
Наличие дополнительных услуг по комплектации и доставке груза	8
Потери и хищения груза (сохранность груза)	9
Экипирование отправок	10
Квалификация персонала	11
Отслеживание отправок	12
Готовность перевозчика к переговорам об изменении сервиса	13
Готовность схем маршрутизации перевозок	14
Сервис на линии	15
Процедура заявки (заказа) транспортировки	16
Качество организации продаж транспортных услуг	17
Специальное оборудование	18

2. К релейным показателям отнесены такие, которые имеют только два показателя: «да» или «нет». Например, наличие у посредника соответствующего сертификата качества или лицензии, страховых полисов, допуска к каким-либо процедурам (в частности, для международных перевозчиков — допуска к процедуре МДП), оказание дополнительных услуг и др. Выделение релейных показателей повышает объективность процесса выбора, а также сокращает объем работы экспертов.

3. Ранжирование критериев, производимое для последующего выбора зависимости, по которой рассчитываются весовые коэффициенты. Одним из способов ранжирования является метод парных сравнений, при проведении которого заполняется матрица I_{kj} . Элементы матрицы могут быть определены по формуле:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{kj} = 1, \text{ если } X_k = X_j; \\ I_{kj} = 0, \text{ если } X_k < X_j; \\ I_{kj} = 2, \text{ если } X_k > X_j. \end{array} \right\} \quad (4.3)$$

Знаки равенства, «меньше» и «больше» соответствуют равнозначности критериев, меньшей и большей значимости одного критерия по сравнению с другим соответственно.

4. По результатам ранжирования выбирается зависимость для расчета весовых коэффициентов ω_i , учитывающих степень влияния показателей на интегральную оценку. Очевидно, что при линейной или близкой к ней зависимости весовые коэффициенты рассчитываются по формуле:

$$\omega_i = \frac{2(N - i + 1)}{N(N + 1)}, \quad (4.4)$$

где N — количество учитываемых показателей; $i = 1, 2, \dots, N$.

При нелинейной зависимости весовые коэффициенты могут быть определены по формуле:

$$\omega_i = \Delta_x \exp(-x_i), \quad (4.5)$$

где x_i — середина i -го интервала, $i = 1, 2, \dots, N$; Δ_x — интервал, рассчитываемый с учетом количества показателей и размаха значений x .

Для определения весовых коэффициентов могут быть использованы и другие зависимости, в частности плотности распределения вероятностей (закон Пуассона, нормальный закон и др.).

5. Для определения значений количественных показателей помимо оценок экспертов используются различные источники информации (отчеты, справочники, прайс-листы, результаты обследований

и опросов и т. п.). Теоретически возможен вариант, когда все количественные оценки анализируемых посредников могут быть получены без участия экспертов.

Обработка количественных показателей производится в соответствии с методами квалиметрии, предусматривающей следующие этапы:

- построение таблицы, в строках которой указываются показатели, в столбцах — значения анализируемых ЛП по каждому показателю A_{ij} ;
- для каждого параметра определяется эталонное значение — максимальное или минимальное, в зависимости от влияния показателя на общую оценку;
- если в качестве эталонного значения выбрано наибольшее $A_{i\max}$, то все значения данной строки делятся на него, в клетки таблицы заносится $a_{ij} = A_{ij} / A_{i\max}$;
- если в качестве эталонного значения выбрано наименьшее $A_{i\min}$, то эталон делится на другие значения данной строки и в клетки таблицы заносится $a_{ij} = A_{i\min} / A_{ij}$.

6. Для получения оценок качественных показателей предлагается использовать функцию желательности Харрингтона (рис. 4.5), значения которой рассчитываются по формуле:

$$z_i = \exp(-\exp(-y_i)), \quad (4.6)$$

где z_i — значение функции желательности; y_i — значение i -го параметра на кодированной шкале.



Рис. 4.5. Функция желательности

Значение y_i на кодированной шкале располагается симметрично относительно 0. В табл. 4.6 приведены средние и граничные значения функции желательности.

Таблица 4.6
Оценки качества и соответствующие им стандартные оценки на шкале желательности

Интервал	Оценка качества	Отметки на шкале желательности	
		диапазон	среднее значение
3–4	Отлично	Более 0,950	0,975
2–3	Очень хорошо	0,875–0,950	0,913
1–2	Хорошо	0,690–0,875	0,782
0–1	Удовлетворительно	0,367–0,690	0,530
(–1)–0	Плохо	0,066–0,367	0,285
(–2)–(–1)	Очень плохо	0,0007–0,066	0,033
(–3)–(–2)	Скверно	Менее 0,0007	–

Использование функций желательности (4.6) позволяет свести качественные оценки показателей к количественным, при этом те и другие находятся в интервале 0–1. В целях унификации качественные оценки могут быть нормированы относительно максимальных значений по строкам.

Следует подчеркнуть, что количественные показатели также могут быть отработаны с применением функции желательности.

7. Расчет интегральных оценок и рейтинга поставщика. Интегральная оценка представляет собой сумму оценок количественных и качественных показателей работы логистического посредника с учетом веса критерия. Посреднику, имеющему большую интегральную оценку, присваивается рейтинг 1, посредник со второй по величине интегральной оценкой получает рейтинг 2 и т. д.

8. Для решения задачи повторяющегося выбора логистического посредника важен контроль за его деятельностью. Существует множество методов оценки качества, среди них интуитивные, статистические, экспериментальные и др. Для оценки качества работы посредника, включенного в логистическую цепь, может быть рекомендован статистический метод — метод построения контрольных карт.

Контрольная карта состоит из центральной линии, пары контрольных пределов, по одному над и под центральной линией. На контрольную

карту наносятся значения показателя оценки работы логистического посредника. Если все эти значения оказываются внутри контрольных пределов, не проявляя каких бы то ни было тенденций, то процесс рассматривается как находящийся в контрольном состоянии. Если же, напротив, они попадут за контрольные пределы или примут какую-нибудь необычную форму, то процесс считается вышедшим из-под контроля.

Примеры контрольных карт представлены на рис. 4.6 и 4.7.

Для оценки значений показателей, выходящих за контрольные пределы, могут быть применены методы статистической оценки крайних значений выборки данных, в частности методы Романовского, Ирвина и Арлея. Если значение показателя работы логистического посредника оценивается как не принадлежащее выборке, то выход показателя за допустимые пределы может считаться случайным, и в этом случае требуется проанализировать возможные причины, которые могли вызвать такое случайное отклонение. Если значение показателя оцени-



Рис. 4.6. Контрольная карта для управляемого состояния



Рис. 4.7. Контрольная карта для неуправляемого состояния

вается как принадлежащее выборке, то, возможно, в работе посредника появилась тенденция изменения показателя ее оценки и выход показателя за допустимые границы неслучаен. Тогда может идти речь о смене логистического посредника.

Пример 4.1. Рассмотрим последовательность выбора логистического посредника (поставщика) на основе предложенного алгоритма. В табл. 4.7 приведены показатели (критерии) для четырех поставщиков.

Таблица 4.7
Показатели (критерии) для оценки поставщиков

Критерий		Поставщики			
		А	Б	В	Г
1	Цена продукции, руб./ед.	100	110	95	88
2	Надежность поставок*	0,86	0,95	0,85	0,8
3	Финансовое положение**	8	7	6	7
4	Время исполнения заказа, дн.	5	6	4	5
5	Качество продукции	Очень хорошее	Очень хорошее	Хорошее	Очень хорошее
6	Репутация в своей отрасли	Хорошее	Очень хорошее	Удовлетворительное	Хорошее
7	Оформление товара (упаковка)	Очень хорошее	Отличное	Хорошее	Очень хорошее
8	Соответствие продукции стандартам ISO 9000	Да	Да	Да	Нет
* Вероятность соблюдения сроков, номенклатуры и т. п.					
** Условные оценки.					

Из табл. 4.7 видно, что показатели разделены на количественные (1–4), качественные (5–7) и релейные (8).

В соответствии с алгоритмом после проверки ограничений поставщик Г, продукция которого не соответствует международным стандартам качества, исключается из дальнейших расчетов. Следует подчеркнуть, что поставщики могут быть исключены из рассмотрения в случае отклонения количественных и качественных показателей за установленные пределы. Например, если надежность выполнения заказов окажется ниже 0,7, то такой поставщик исключается из рассмотрения.

Для оставшихся количественных и качественных показателей необходимо установить ранги. Для этого воспользуемся методом парных сравнений. В соответствии с формулой (4.3) заполним матрицу (табл. 4.8).

Например, сравним критерии «цена продукции» (1) и «время исполнения заказа» (4). Предположим, что для выбора поставщика оба эти критерия имеют равную важность. Значит, в строке первого критерия на пересечении со столбцом, соответствующим четвертому критерию, отметим результат сравнения критериев — 1 (равная важность). Сравним критерии «цена продукции» (1) и «качество продукции» (5). Если при выборе поставщика отдается предпочтение качеству продукции, то в первой строке на пересечении со столбцом пятого критерия появится результат сравнения — 0, т. е. критерий в строке менее значим, чем критерий в столбце. Сравним критерии «цена продукции» (1) и «репутация в своей отрасли» (6). Если для выбора поставщика важнее цена поставляемой им продукции, чем его репутация в отрасли, то на пересечении первой строки и столбца шестого критерия следует отметить результат сравнения данной пары критериев — 2, т. е. критерий в строке важнее критерия в столбце. Следуя описанной процедуре попарного сравнения критериев, можно произвести заполнение всех элементов матрицы (табл. 4.8).

Как видно из табл. 4.8, суммы баллов, соответствующие критериям, распределены неравномерно (13, 11, 7, 6, 5, 4, 3), поэтому весовые коэффициенты рассчитываются по формуле (4.5). Примем $\Delta x = 0,5$. Тогда для показателя «качество продукции» (ранг 1) середина интервала от 0 до 0,5 равна 0,25. Находим при $x_1 = 0,25$:

$$\omega_1 = 0,5 \times e^{-0,25} = 0,389.$$

Таблица 4.8
Матрица парных сравнений

Критерии*	1	2	3	4	5	6	7	Сумма	Ранг
1	1	0	2	1	0	2	1	7	3
2	2	1	2	2	0	2	2	11	2
3	0	0	1	1	0	2	0	4	6
4	1	0	1	1	0	2	1	6	4
5	2	2	2	2	1	2	2	13	1
6	0	0	0	0	0	1	2	3	7
7	1	0	2	1	0	0	1	5	5

* Название критериев см. табл. 4.7.

Для показателя, имеющего ранг 2 — «надежность поставок», середина интервала от 0,5 до 1,0 равна 0,75; при $x_2 = 0,75$ находим

$$\omega_2 = 0,5 \times e^{-0,75} = 0,236.$$

Для показателя с рангом 3 — «цена продукции» середина интервала от 1 до 1,5 равна 1,25; при $x_3 = 1,25$ находим

$$\omega_3 = 0,5 \times e^{-1,25} = 0,143.$$

Для других показателей весовые коэффициенты определены аналогично и занесены в табл. 4.9 и 4.10, в которых приведен расчет оценок количественных и качественных показателей соответственно.

Рассчитаем количественные оценки для показателя «цена продукции», см. табл. 4.9. Поскольку предпочтительным при выборе поставщика является более низкая цена, то за эталонное значение $A_{j\min}$ принимаем 95 руб./ед., которое относится к поставщику В. Соответственно оценки «цена продукции» поставщиков А и Б будут:

$$A_{11} = 95/100 = 0,95; A_{12} = 95/110 = 0,864.$$

Расчет рейтинговых оценок для данного показателя производится с учетом веса $\omega_1 = 0,143$. Так, находим:

$$\text{для поставщика А } a_{11} = \omega_1 \times A_{11} = 0,143 \times 0,95 = 0,136;$$

$$\text{для поставщика Б } a_{12} = \omega_1 \times A_{12} = 0,143 \times 0,864 = 0,124;$$

$$\text{для поставщика В } a_{13} = \omega_1 \times A_{13} = 0,143 \times 1 = 0,143.$$

Следующий показатель — «надежность поставок». При выборе поставщика отдается предпочтение более высокой надежности, поэтому

Таблица 4.9
Расчет количественных оценок

Критерий	Вес	Эталон	Поставщики		
			А*	Б	В
Цена продукции	0,143	95 min	<u>0,95</u>	<u>0,864</u>	<u>1</u>
			0,136	0,124	0,143
Надежность поставок	0,236	0,95 max	<u>0,905</u>	<u>1</u>	<u>0,895</u>
			0,214	0,236	0,211
Финансовое положение	0,032	8 max	<u>1</u>	<u>0,875</u>	<u>0,75</u>
			0,032	0,028	0,024
Время исполнения заказа, дн.	0,087	4 min	<u>0,8</u>	<u>0,667</u>	<u>1</u>
			0,070	0,060	0,087
Суммарная количественная оценка с учетом веса	—	—	0,451	0,446	0,465

* В числителе — оценки, рассчитанные с учетом эталонных значений; в знаменателе — рассчитанные с учетом весовых коэффициентов.

эталонное значение $A_{j_{\max}}$ равно максимальной надежности 0,95 — надежности поставщика Б. Оценки показателя «надежность поставок» для поставщиков А и В будут:

$$A_{21} = 0,86/0,95 = 0,905; A_{23} = 0,85/0,95 = 0,895.$$

Находим рейтинговые оценки для показателя «надежность поставок» с учетом веса данного показателя $\omega_2 = 0,236$:

$$a_{21} = \omega_2 \times A_{21} = 0,236 \times 0,905 = 0,214;$$

$$a_{22} = \omega_2 \times A_{22} = 0,236 \times 1 = 0,236;$$

$$a_{23} = \omega_2 \times A_{23} = 0,236 \times 0,895 = 0,211.$$

Для показателей «финансовое положение» и «время исполнения заказа» расчет количественных оценок производится аналогично.

При расчете качественных оценок (табл. 4.10) воспользуемся функцией желательности (см. табл. 4.6). Например, показатель «качество продукции» у поставщика А эксперты оценили как «очень хорошее». В соответствии с табл. 4.6 находим, что этой оценке соответствует среднее значение $A_{31} = 0,913$, а с учетом веса качественная оценка равна $a_{31} = \omega_3 \times A_{31} = 0,389 \times 0,913 = 0,356$. Остальные качественные оценки рассчитываются таким же образом.

В табл. 4.10 представлены также интегральная оценка и рейтинг поставщиков. Поскольку наилучшему логистическому посреднику должна соответствовать наибольшая интегральная оценка, рейтинг, равный 1,

Таблица 4.10
Расчет качественных и интегральных оценок

Критерий	Вес	Поставщики		
		А*	Б	В
Качество продукции	0,389	<u>0,913</u>	<u>0,913</u>	<u>0,782</u>
		0,356	0,356	0,305
Репутация	0,019	<u>0,782</u>	<u>0,913</u>	<u>0,53</u>
		0,015	0,018	0,010
Оформление товара (упаковка)	0,053	<u>0,913</u>	<u>0,975</u>	<u>0,782</u>
		0,048	0,051	0,041
Суммарная качественная оценка с учетом веса	—	0,419	0,425	0,356
Интегральная оценка	—	0,870	0,871	0,821
Рейтинг	—	2	1	3

* В числителе — оценки, определенные по шкале желательности, в знаменателе — рассчитанные с учетом веса.

присваивается поставщику Б ($A_{\max} = 0,871$). Этого поставщика следует признать наилучшим.

Таким образом, разработанный алгоритм выбора логистического посредника, являющийся обобщением существующих подходов, позволяет формализовать большинство расчетных процедур и тем самым повышает объективность экспертных оценок.

Теперь, когда выбор поставщика выполнен, может быть заключен договор с наилучшим поставщиком, а службе логистики необходимо будет вести контроль за параметрами оценки работы поставщика. Для ведения контроля предлагается метод контрольных карт. Предположим, что по нескольким заказам собраны сведения о работе поставщика, по которым составлены контрольные карты, рис. 4.8.

По контрольным картам видно (рис. 4.8, а, б), что время выполнения третьего заказа вышло за верхний предел. При этом снизилась надежность поставки, которая оценивалась не только временными характеристиками заказа, но и полнотой выполнения заказа, состояни-

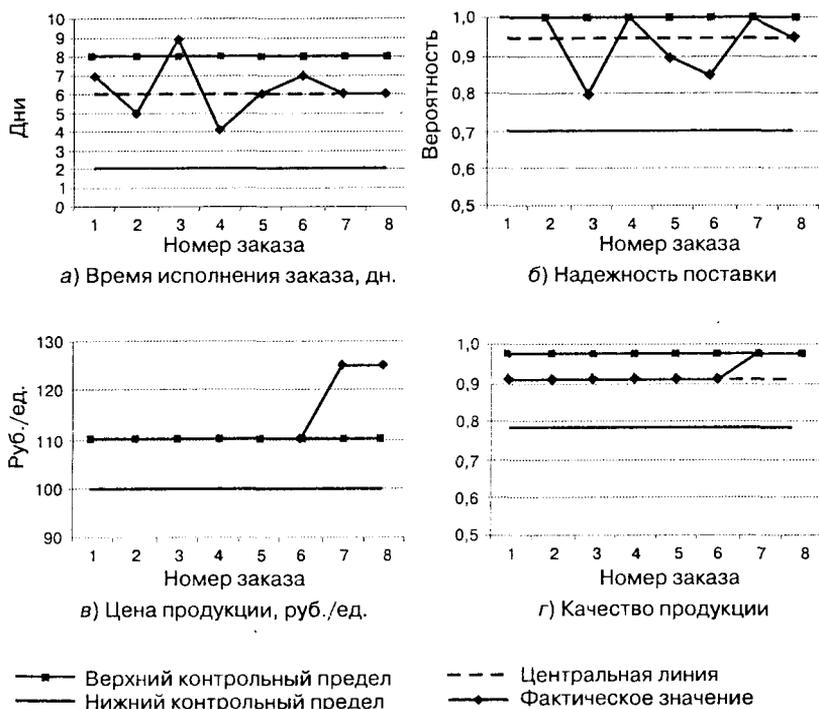


Рис. 4.8. Контрольные карты для показателей работы поставщика

ем поставляемых ресурсов и т. п. На основе анализа этих двух карт можно предположить, что причина отклонения показателя случайна. Для подтверждения или опровержения этого вывода оценим принадлежность максимального времени выполнения заказа (9 дн.) собранной выборке данных с помощью метода Арлея, который позволяет определить границы области допустимых значений.¹ Если максимальное или минимальное значения не попадают внутрь интервала, они исключаются из дальнейшего анализа.

Верхняя (x^g) и нижняя (x^h) границы интервала, в который попадают значения, принадлежащие одной совокупности, определяются по формуле:

$$\begin{cases} x^g = \bar{x} + \sqrt{\frac{n-1}{n}}\sigma z; \\ x^h = \bar{x} + \sqrt{\frac{n-1}{n}}\sigma z, \end{cases} \quad (4.7)$$

где \bar{x} — среднее значение выборки данных; n — объем выборки; σ — среднее квадратическое отклонение; z — критерий Арлея, зависящий от объема выборки и уровня значимости; $z = 1,91$ для объема выборки 8 и уровня значимости 0,05.

В нашем примере необходимо найти верхнюю границу области допустимых значений. Среднее значение равно

$$\bar{x} = \frac{7+5+9+4+6+7+6+6}{8} = 6,25 \text{ дн.},$$

среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{\frac{(7-6,25)^2 + (5-6,25)^2 + \dots + (6-6,25)^2}{8-1}} = \sqrt{\frac{15,5}{7}} = 1,39 \text{ дн.},$$

верхняя граница области допустимых значений

$$x^g = 6,25 + \sqrt{\frac{8-1}{8}} \times 1,39 \times 1,91 = 8,9.$$

Поскольку максимальное значение выходит за границы области допустимых значений, можно считать, что выход показателя работы поставщика «время выполнения заказа» случаев, и смены поставщика не требуется.

¹ Более подробно о методах оценки крайних значений выборки в учебном пособии [42].

Проанализируем контрольные карты, рис. 4.8, в, г. Для цены продукции верхний контрольный предел установлен на уровне договорной цены. В последние два заказа поставщик повысил цену. Учитывая сущность самого параметра, можно предположить, что увеличение цены неслучайно. Анализ контрольной карты показателя «качество поставляемой продукции» показывает, что качество поставляемой в 7-м и 8-м заказе продукции улучшилось и стало оцениваться специалистами отдела закупки как «отличное». Это позволяет предположить, что увеличение цены было обоснованным.

Учитывая, что на начальном этапе выбора поставщика требование отличного качества продукции не выдвигалось, посмотрим, следует ли поменять поставщика. Считаем, что остальные параметры оценки поставщиков А и В и весовые коэффициенты критериев не изменились. Расчет оценок поставщика представлен в табл. 4.11.

Таблица 4.11
Расчет количественных, качественных и интегральных оценок

Критерий	Вес	Эталон	Поставщики		
			А*	Б	В
Цена продукции	0,143	95	<u>0,95</u>	<u>0,76</u>	<u>1</u>
		min	0,136	0,109	0,143
Надежность поставок	0,236	0,95	<u>0,905</u>	<u>1</u>	<u>0,895</u>
		max	0,214	0,236	0,211
Финансовое положение	0,032	8	<u>1</u>	<u>0,875</u>	<u>0,75</u>
		max	0,032	0,028	0,024
Время исполнения заказа, дн.	0,087	4	<u>0,8</u>	<u>0,667</u>	<u>1</u>
		min	0,070	0,060	0,087
Суммарная количественная оценка с учетом веса	–	–	0,451	0,431	0,465
Качество продукции	0,389	–	<u>0,913</u>	<u>0,975</u>	<u>0,782</u>
			0,356	0,380	0,305
Репутация	0,019	–	<u>0,782</u>	<u>0,913</u>	<u>0,53</u>
			0,015	0,018	0,010
Оформление товара (упаковка)	0,053	–	<u>0,913</u>	<u>0,975</u>	<u>0,782</u>
			0,048	0,051	0,041
Суммарная качественная оценка с учетом веса	–	–	0,419	0,449	0,356
Интегральная оценка	–	–	0,870	0,880	0,821
Рейтинг	–	–	2	1	3

* В числителе — оценки, рассчитанные с учетом эталонных значений; в знаменателе — рассчитанные с учетом весовых коэффициентов.

Как видно из табл. 4.11, интегральная характеристика поставщика Б улучшилась, смена поставщика не требуется. В противном случае по данной таблице можно было бы определить наилучшего в новых условиях поставщика.

4.3. Выбор логистических посредников с использованием многокритериальных оценок

Выбор логистического посредника может быть произведен на основе решения многокритериальной задачи. Выбор модели решения многокритериальной задачи зависит от того, насколько равна важность критериев, в соответствии с которыми производится выбор, см. рис. 4.2. Часто критерии выбора противоречат друг другу в большей или меньшей степени. В этом случае необходим поиск компромиссного решения. Решение многокритериальных задач осложняется также разными единицами измерения оценки результатов альтернатив по разным критериям. Поэтому прежде, чем приступить к решению многокритериальной задачи, критерии необходимо привести к одной единице измерения (обычно к безразмерному виду), т. е. нормализовать. Существуют различные варианты нормализации, например может быть применен следующий способ, по которому безразмерная (относительная) величина критериев определяется по формуле:

$$q_j^0 = \frac{q_j(x) - q_j^{\min}}{q_j - q_j^{\min}}; \quad j = \overline{1, n}, \quad (4.8)$$

где $q_j(x)$ — абсолютное значение j -го критерия, $x \in D$ (область допустимых решений); $q_j^{\min} = \min q_j(x)$, $q_j^{\max} = \max q_j(x)$, $q_j^{\min} \neq q_j^{\max}$ — минимальное и максимальное значение j -го критерия; n — количество критериев в многокритериальной задаче.

Одним из способов решения многокритериальной задачи является приведение ее к однокритериальному виду или свертывание критериев. Этот способ применяется как при равной, так и при разной важности критериев. При разной важности критериев используется *аддитивное свертывание*, имеющее вид:

$$q(x) = \sum_{j=1}^n \alpha_j q_j(x) \rightarrow \max, \quad x \in D \quad \sum_{j=1}^n \alpha_j = 1, \quad \alpha_j > 0, \quad (4.9)$$

где α_j — весовой коэффициент для j -го критерия.

Если частные критерии имеют одинаковый вклад в суперкритерий (одинаковые весовые коэффициенты, т. е. равная важность), то решение находится методом равномерной оптимальности:

$$q(x) = \sum_{j=1}^n q_j(x) \rightarrow \max, \quad x \in D, \quad (4.10)$$

с помощью мультипликативного преобразования (свертывания):

$$q(x) = \prod_{j=1}^n q_j(x) \rightarrow \max, \quad x \in D, \quad (4.11)$$

или минимаксного свертывания, соответствующего поиску решения по критерию Сэвиджа:

$$\max_j \left[\max q_j(x) - q_j(x) \right] \rightarrow \min. \quad (4.12)$$

Обязательным условием применения метода равномерной оптимальности является одинаковая размерность частных критериев, например денежное выражение или безразмерные величины. Недостатком метода является возможность компенсации малых значений одних критериев большими значениями других.

Если свернуть критерии в один не удается, но при этом выделяется наиболее важный критерий, то задачу можно решить методом условной оптимизации как однокритериальную по приоритетному (главному) критерию, остальные критерии выступают как ограничения или как дополнительные (сопутствующие или вспомогательные):

$$q_1(x) \rightarrow \max, \quad x \in D, \quad q_j(x) \geq d_j, \quad j = \overline{2, n}, \quad (4.13)$$

где $q_1(x)$ — главный критерий; d_j — нижняя граница j -го критерия, устанавливаемая лицом, принимающим решение.

В случае приоритетности одного из критериев многокритериальная задача может быть решена *методом уступок* по отдельным критериям. Суть метода уступок сводится к следующему:

- частные критерии упорядочиваются в порядке убывания;
- находится текущая альтернатива по лучшему критерию;
- определяется «уступка» — величина, на которую можно уменьшить значение самого важного критерия, чтобы за счет «уступки» попытаться увеличить значение следующего по важности критерия.

В практической деятельности часто возникают ситуации, когда одно решение в чем-то лучше по одному критерию, но хуже по другому, и нет такого решения, которое было бы лучше сразу по всем критериям. Решения, которые имеют наилучшие значения хотя бы одного критерия, образуют множества Парето. Для решений, образующих множество Парето, улучшение значения одного критерия возможно только за счет ухудшения значения другого. Для поиска компромиссного решения в данном случае может быть применен, например, метод «идеальной точки». Одним из способов определения «идеальной точки» является минимизация расстояния между наилучшей по всем критериям альтернативой и одной из точек на множестве Парето.

Решения многокритериальной задачи, получаемые разными способами, могут не совпадать. Причина этого заключается не только в том, что каждый из методов решения имеет свои особенности или недостатки. Многокритериальные задачи в общем случае сложны как по постановке, так и по выбору критериев и методов решения в зависимости от конкретной проблемы.

Пример 4.2. Произведем выбор поставщика по критериям, представленным в табл. 4.7. Если соответствие продукции международным стандартам является в нашем примере обязательным условием, то четвертого поставщика исключим из рассмотрения и выбор логистического посредника будем производить из трех поставщиков.

Приведем качественные оценки к количественному виду, используя функцию желательности (см. табл. 4.6).

Учитывая, что критерии имеют разную размерность, приведем их к безразмерному виду, используя формулу (4.8). Для примера рассмотрим критерий «цена продукции»:

$$q_1^0 = \frac{100 - 95}{110 - 95} = 0,333; \quad q_{12}^0 = \frac{110 - 95}{110 - 95} = 1; \quad q_{13}^0 = \frac{95 - 95}{110 - 95} = 0.$$

Учитывая разную направленность критериев, умножим на (-1) значения критериев, стремящихся к минимуму. Это критерии «цена продукции» и «время исполнения заказа». Теперь все критерии стремятся к максимуму. Результаты приведения критериев к безразмерному виду приведены в табл. 4.12.

Используя весовые коэффициенты критериев, рассчитанные в предыдущем подразделе, решим многокритериальную задачу выбора поставщика методом аддитивного свертывания, формула (4.9). Для поставщика А значение свертывания критериев имеет вид

$$q_1 = 0,143 \times (-0,333) + 0,236 \times 0,1 + 0,032 \times 1 + 0,087 \times (-0,5) + \\ + 0,389 \times 1 + 0,019 \times 0,658 + 0,053 \times 0,679 = 0,402;$$

Таблица 4.12
Отнормированные значения критериев выбора поставщика

Критерий	Поставщики		
	А	Б	В
Цена продукции	-0,333	-1	0
Надежность поставок	0,1	1	0
Финансовое положение	1	0,5	0
Время исполнения заказа	-0,5	-1	0
Качество продукции	1	1	0
Репутация в своей отрасли	0,658	1	0
Оформление товара (упаковка)	0,679	1	0

для поставщиков Б и В, рассчитывая так же, получим

$$q_2 = 0,484; q_3 = 0.$$

Наибольшее значение свертывания критериев имеет поставщик Б, следовательно, основываясь на методе аддитивного свертывания, отдаем предпочтение второму поставщику. Используя данный метод, необходимо помнить, что решение зависит от весовых коэффициентов, т. е. изменение веса может привести к другому результату. Изменим весовые коэффициенты, пусть они равны

$$\omega_1 = 0,38; \omega_2 = 0,08; \omega_3 = 0,03; \omega_4 = 0,3; \omega_5 = 0,15; \omega_6 = 0,01; \omega_7 = 0,05.$$

Тогда значение свертывания критериев для поставщика А будет равно

$$q_1 = 0,38 \times (-0,333) + 0,08 \times 0,1 + 0,03 \times 1 + 0,3 \times (-0,5) + 0,15 \times 1 + 0,01 \times 0,658 + 0,05 \times 0,254 = -0,048;$$

для поставщика Б $q_2 = -0,375$; для поставщика В $q_3 = 0$.

Наибольшее значение результата свертывания критериев с новыми значениями веса имеет поставщик В, следовательно, его и необходимо выбрать.

Предположим, что все критерии имеют равную важность, и воспользуемся методом равномерной оптимальности (сжатия). По формуле (4.10) получим следующие результаты для поставщиков А, Б и В соответственно

$$q_1 = (-0,333) + 0,1 + 1 + (-0,5) + 1 + 0,658 + 0,679 = 2,603;$$

$$q_2 = 2,5; q_3 = 0.$$

Наибольшее значение суммы критериев принадлежит поставщику А, его следует выбрать на основании метода равномерной оптимальности.

Для того чтобы воспользоваться формулой (4.11) для мультипликативного преобразования (свертывания), необходимо избавиться от отрицательных значений критериев, не нарушая при этом их однонаправленности. Прибавим к значениям критериев «цена продукции» и «время исполнения заказа» константу, например 1. Получим значения «цены продукции» для поставщиков А, Б и В соответственно 0,667; 0; 1. Значение «времени исполнения заказа» -- 0,5; 0; 1. Остальные показатели остаются без изменения. В результате мультипликативного преобразования получим для поставщика А:

$$q_1 = 0,667 \times 0,1 \times 1 \times 0,5 \times 1 \times 0,658 \times 6,79 = 0,15;$$

для поставщика Б $q_2 = 0$; для поставщика В $q_3 = 0$.

Наибольшее значение соответствует поставщику А, ему и надо отдать предпочтение, основываясь на методе мультипликативного преобразования.

Следующий метод – минимаксное свертывание. Сначала необходимо найти наибольшие значения всех критериев. Так, максимальное значение первого и четвертого критериев равно 0, максимальное значение остальных критериев равно 1. Составим матрицу (табл. 4.13) сожалений, элементы которой равны разности между максимальным значением критерия и значением, соответствующим определенному поставщику.

Таблица 4.13
Матрица сожалений

Критерий	Поставщики		
	А	Б	В
Цена продукции	0,333	1	0
Надежность поставок	0,9	0	1
Финансовое положение	0	0,5	1
Время исполнения заказа	0,5	1	0
Качество продукции	0	0	1
Репутация в своей отрасли	0,342	0	1
Оформление товара (упаковка)	0,321	0	1
Максимальное отклонение	0,9	1	1

Из табл. 4.13 видно, что наименьшее максимальное отклонение (сожаление) у поставщика А, следовательно, на основе метода минимаксного свертывания необходимо выбрать поставщика А.

Результаты свертывания критериев разными способами приведены в табл. 4.14.

Таблица 4.14
Результаты свертывания критериев

Метод свертывания критериев	Поставщик			Наилучшее значение	Выбор
	А	Б	В		
Аддитивное свертывание (первый вариант весов)	0,402	0,484	0	0,402	А
Аддитивное свертывание (второй вариант весов)	-0,048	-0,375	0	08	В
Метод равномерной оптимальности	2,603	2,5	0	2,603	А
Мультипликативное преобразование	0,015	0	0	0,015	А
Минимаксное свертывание	0,9	1	1	0,9	А

Как видно из табл. 4.14, на основании использования методов свертывания критериев необходимо выбрать поставщика А, так как на него указывает большинство методов.

Рассмотрим метод условной оптимизации и в качестве главного критерия выберем цену поставляемой продукции: чем она меньше, тем лучше. Для решения многокритериальной задачи выбора поставщика методом условной оптимизации нам потребуются исходная таблица критериев (табл. 4.7), из которой мы исключили поставщика Г. Зададим ограничения: надежность поставок должна быть не менее 0,8; финансовое положение оценено выше 5 баллов; время исполнения заказа не более 5 дн.; качество продукции очень хорошее или отличное; хорошая или лучше репутация в отрасли; оформление товара должно быть очень хорошее (или лучше).

Наименьшая цена у поставщика В. Проверим, соответствует ли он нашим ограничениям. Надежность поставок выше 0,8; финансовое положение выше 5 баллов; время исполнения заказа не больше 5 дней; качество продукции оценено как хорошее. По критерию «качество продукции» третий поставщик не соответствует заданным ограничениям, поэтому его надо исключить из рассмотрения и для оставшихся

двух следует повторить процедуру оптимизации. Наименьшее значение цены из оставшихся поставщиков у А. Проверим ограничения: надежность поставок выше 0,8; финансовое положение выше 5 баллов; время исполнения заказа не больше 5 дн.; качество продукции оценено как очень хорошее; репутация в отрасли хорошая; оформление товара очень хорошее. Первый поставщик соответствует всем ограничениям. Его и следует выбрать по методу условной оптимизации.

Для решения задачи методом уступок запишем критерии в порядке убывания значимости, исключив равную значимость двух критериев:

- 1) качество продукции;
- 2) надежность поставок;
- 3) цена продукции;
- 4) время исполнения заказа;
- 5) оформление товара;
- 6) финансовое положение;
- 7) репутация в своей отрасли.

Находим наилучшего поставщика по первому критерию. Наилучшее качество у поставщиков А и Б. У второго из них надежность поставок выше, однако и цена продукции тоже выше. Сделаем уступку в размере 0,1 в оценки надежности поставки, чтобы выбрать поставщика, предлагающего меньшую цену. Выбор будет сделан в пользу поставщика В. Он хорош еще тем, что имеет самый короткий цикл исполнения заказа, однако хотелось бы улучшить оформление товара. Мы готовы к уступке по времени исполнения заказа на 1 день. Выбираем поставщика А. Если нам необходимо, чтобы репутация в отрасли у поставщика была лучше, чем оцениваемая как «хорошая», следует еще сделать уступку по времени исполнения заказа и выбрать поставщика Б.

В нашем примере хорошо видна пара критериев, которые образуют множество Парето, а именно: критерии «цена» и «надежность поставок». Снижение цены сопровождается ухудшением надежности поставок, повышение их надежности ведет к росту цены продукции. Умножим значение цены на (-1) и найдем идеальную точку, т. е. мнимую альтернативу, которая имеет наибольшую надежность и наименьшую цену. Эта точка имеет координаты $(-95; 0,95)$. Найдем кратчайшее расстояние между идеальной точкой и нашими альтернативами. Для поставщика А это расстояние равно

$$s_1 = \sqrt{(-100 - (-95))^2 + (0,86 - 0,95)^2} = 5.$$

Для поставщика Б

$$s_2 = \sqrt{(-110 - (-95))^2 + (0,95 - 0,95)^2} = 15.$$

Для третьего, В

$$s_3 = \sqrt{(-95 - (-95))^2 + (0,85 - 0,95)^2} = 0,1.$$

Наименее удален от идеальной точки поставщик В. Если выбор в основном зависит от критериев «цена» и «надежность поставок», то следует отдать предпочтение именно этому поставщику.

Контрольные вопросы

1. Чем объясняется разнообразие задач выбора, применяемых в логистике?
2. Какими способами могут быть решены одно- и многокритериальные задачи выбора в логистике?
3. В чем состоит сущность экспертного подхода к выбору логистических посредников?
4. Охарактеризуйте алгоритм выбора логистических посредников с учетом количественных, качественных и релейных показателей их работы.
5. Какие методы используются для обработки количественных и качественных показателей работы логистических посредников с целью определения интегральной оценки посредника?
6. Каким образом динамика изменения показателей работы логистических посредников влияет на выбор посредника?
7. При каких условиях могут применяться методы свертывания критериев?
8. Какие методы многокритериальной оценки могут быть применены для выбора логистических посредников при равной и разной важности критериев выбора?

Раздел 5

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НОМЕНКЛАТУРНЫХ ГРУПП

Рост номенклатуры и ассортимента продукции на складах различных уровней потребовал развития методов, связанных с систематизацией и группированием многономенклатурных запасов. В литературе по логистике [1, 2, 9, 14 и др.] подробно рассматриваются два метода, получивших название АВС-анализ и XYZ-анализ. Следует подчеркнуть, что в 80-х гг. прошлого века оба указанных метода предполагали одну процедуру: разделения на группы, но по разным показателям. Однако в последнее время методы принципиально разделились: анализ АВС предусматривает выделение групп из всей совокупности запасов; объектом анализа XYZ является каждая позиция номенклатуры вне зависимости от принадлежности к той или иной группе.

5.1. Метод АВС

В логистике широко используется метод контроля и управления запасами — метод АВС, являющийся, по существу, модификацией правила Парето, или «правила 80/20».

Правило Парето гласит: «Внутри определенной группы или множества отдельные малые части обнаруживают намного большую значимость, чем это соответствует их относительному удельному весу в этой группе» [32]. Применительно к запасам на складах правило Парето выражается соотношением: на 20% общего количества номенклатуры приходится 80% стоимости хранимых запасов.

Метод АВС — «способ формирования и контроля за состоянием запасов, заключающийся в разделении номенклатуры N реализуемых товарно-материальных ценностей на три неравномошных подмножества А, В и С на основании некоторого формального алгоритма» [45].

Согласно [69, с. 208], необходимость классификации позиций запасов на три группы А, В и С была высказана Н. Ford Dickey, специали-

стом фирмы *General Electric*, в 1951 г.; в качестве результирующих признаков предлагалось использовать объемы продаж, затраты на хранение и т. д.

Рассмотрим пример формирования групп А, В и С. В табл. 5.1 приведены данные о 20 позициях продукции, находящейся на складе. Допустим, что на группы разбивается стоимостной показатель:

$$C_i = n_i C_i, \quad (5.1)$$

где n_i — количество единиц продукции, ед.; C_i — стоимость единицы продукции, руб./ед.

После расчета C_i все позиции номенклатуры располагаются в порядке убывания стоимостных показателей. Затем в зависимости от выбранного варианта метода ABC производится деление на группы. Позиции номенклатуры, отнесенные к группе А, — немногочисленные, но на них приходится преобладающая часть денежных средств, вложенных в запасы. Это особая группа с точки зрения определения величины заказа по каждой позиции номенклатуры, контроля текущего запаса, затрат на доставку и хранение.

К группе В относятся позиции номенклатуры, занимающие среднее положение в формировании запасов склада. По сравнению с позициями номенклатуры А они требуют меньшего внимания, за ними производится обычный контроль текущего и страхового запасов на складе и своевременности заказа.

Группа С включает позиции номенклатуры, составляющие большую часть запасов: на них приходится незначительная часть финансовых средств, вложенных в запасы. Как правило, за позициями группы С не ведется постоянный учет, а проверка наличия осуществляется периодически (один раз в месяц, квартал или полугодие); расчеты оптимальной величины заказа и периода заказа не выполняются.

Следует подчеркнуть, что метод ABC начинает активно применяться в различных областях. Например, при анализе рационального использования рабочего времени менеджера была выявлена зависимость между удельным весом решаемых задач в конечном результате (ось y) и их удельным весом в общем количестве, рис. 5.1 [32]. Так, группа А включает 65% важнейших задач и составляет примерно 15% их общего количества и т. д.

В приложении А приведен пример применения метода ABC к решению задачи оптимального размещения товарных позиций на складе с учетом одно-, двух- и трехмерного расположения грузовых единиц.

Таблица 5.1
 Определение номенклатурных групп ABC

Исходные данные				Результаты обработки				Группа
№	n_i , ед.	c_i , руб/ед.	s_i , руб.	№	c_j , руб.	q_j , %	$\sum q_j$, %	
1	3	20	60	2	600	30	30	A
2	12	50	600	9	400	20	50	
3	20	2	40	12	360	18	68	
4	1	30	30	6	200	10	78	
5	2	7	14	16	80	4	82	B
6	40	5	200	17	80	4	86	
7	4	4	16	1	60	3	89	
8	2	3	6	3	40	2	91	
9	4	100	400	11	40	2	93	
10	2	1	2	4	30	1,5	94,5	
11	10	4	40	15	20	1	95,5	C
12	18	20	360	14	18	0,9	96,4	
13	2	2	4	7	16	0,8	97,2	
14	3	6	18	5	14	0,7	97,9	
15	2	10	20	20	12	0,6	98,5	
16	2	40	80	18	10	0,5	99,0	
17	1	80	80	19	8	0,4	99,4	
18	5	2	10	8	6	0,3	99,7	
19	4	2	8	13	4	0,2	99,9	
20	3	4	12	10	2	0,1	100	
Сумма	140		2000		2000	100	100	

Значимость метода ABC для различных логистических функций и операций отражена в табл. 5.2, в которой объединены подходы при решении различных задач.

В некоторых случаях возникает необходимость выделения группы D, в которую входят позиции номенклатуры с показателями, не подвергшимися изменениям за период с момента предыдущего анализа (например, «неликвиды»). Формально выделение группы D не представляет трудности: эти позиции исключаются из общей совокупности, при этом изменяется только количество членов выборки N .

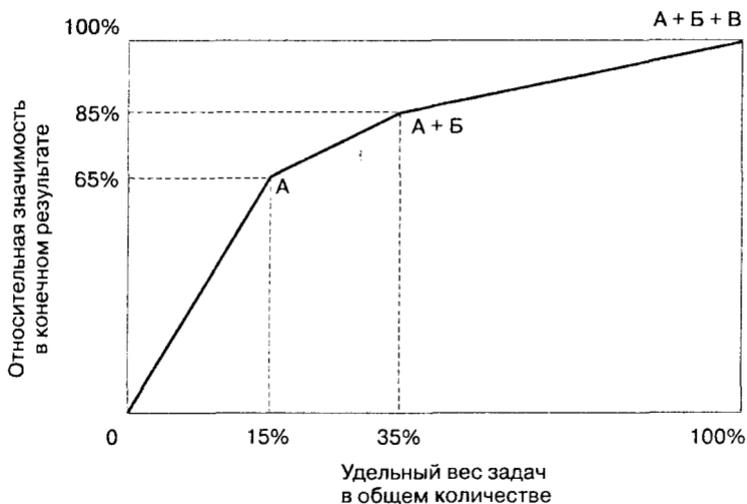


Рис. 5.1. Относительные доли количества (ось x) и значимости задач (ось y) разных категорий

Таблица 5.2
Характеристика номенклатурных групп А, В и С

Группа	Период контроля	Страховые запасы (вероятность наличия на складе)	Тип оборудования; расположение продукции на складе	Методы прогнозирования, используемые при управлении запасами данной группы	Концепции логистики
А	Ежедневный (непрерывный)	0,95–0,99	Гравитационные стеллажи; «горячая зона»	Комбинированные методы, специальные программы, имитационной моделирование	QR, VIM, JIT (JIT II), DTD, MRP и др.
В	Одна-две недели	0,9; 0,95–0,97	Въездные стеллажи	Трендовые модели с учетом сезонности	JIT, DTD, MRP и др.
С	Месяц, квартал и более	0,8–0,9	Клеточные стеллажи и мелкая комплектация, «холодная» зона	Простые модели (сглаживание и др.)	–

* Разные источники.
** По классификации профессора О. Б. Маликова.

Таблица 5.3
Процентные соотношения групп А, В, С

Источник	Группа А		Группа В		Группа С	
	У _А	Х _А	У _В	Х _В	У _С	Х _С
Б. А. Аникин, и др.	80	15-20	10-15	30	5-10	50-55
APICS (рекомендуемые параметры)*	50-70	10-20	20	20	10-30	60-70
R. H. Ballou	60,7	14,3	28,4	35,7	10,9	50
	49,44	11,1	42,94	38,9	7,42	50
Д. Дж. Бауэрсокс, Д. Дж. Клосс	80	20	15	30	5	50
Д. А. Гаврилов	81	20	17,5	40	2,5	40
А. М. Гаджинский	75	10	20	20	5	70
В. В. Глухов	65	15	20	20	15	65
М. Кристофер	80	20	15	20	5	30
М. Р. Линдерс, Н. Харольд						
• запасы	75	20	15	30	-	-
• закупки	70-80	10	10-15	10-20	5-20	70-80
• пример	71,1	10	19,4	19,5	9,5	71,1
О. В. Маликов**	75	10	20	25	5	65
В. И. Сергеев	75-80	10-15	15-20	20-25	5-10	60-70
Д. Уотерс	70	10	20	30	10	60
J. Shapiro	60	20	20	20	20	60

* APICS — American Production and Inventory Control Society.

** Маликов О. Б. Деловая логистика. — СПб.: Политехника, 2003.

В табл. 5.3 обобщены материалы из различных источников, отражающих процентные соотношения групп А, В и С в общей совокупности. Так, например, четвертая строка таблицы констатирует, что в группу А входят позиции номенклатуры, составляющие 80% от стоимости всех запасов и только 20% от общего количества позиций; в группу В включается соответственно 15% позиций от стоимости всех запасов и 30% наименований. Очевидно, что на группу С остается 5% по стоимости и 50% всех позиций номенклатуры.

На рис. 5.2 представлены максимальные и минимальные значения координат различных значений групп, взятые из табл. 5.3.

Анализ приведенных данных позволяет сделать следующие выводы:

- в настоящее время нет общепринятого подхода определения границ номенклатурных групп, т. е. координат точек $A(x_A, y_A)$ и $B(x_A + x_B, y_A + y_B)$;
- наблюдается широкий диапазон значений координат для всех номенклатурных групп. Например, для группы А разброс по номенклатуре равен 10% (от 10 до 20%), а по показателю деления на группы (ось y) — 30% (соответственно от 50 до 80%). Аналогичная картина наблюдается для групп В и С, что затрудняет практическую реализацию метода ABC;
- диапазон рекомендуемых границ групп, согласно APICS, значительно отличается от данных других источников (кроме группы А).

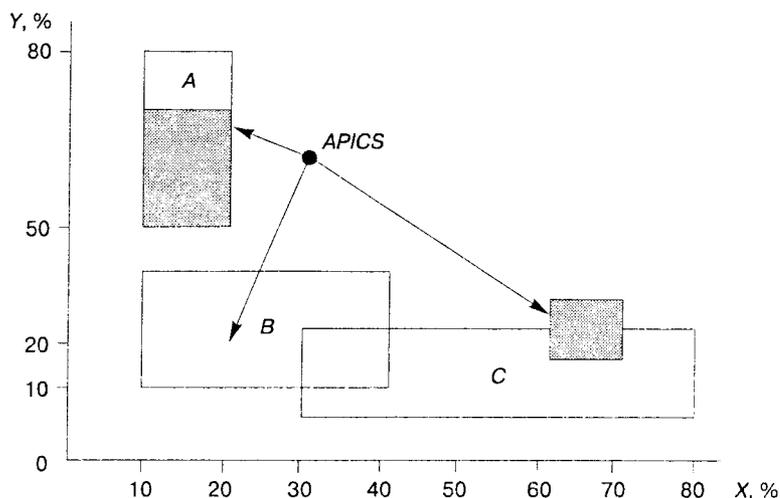


Рис. 5.2. Графическое представление вариантов определения координат групп А, В, С (заштрихованные области — границы групп согласно APICS)

Таким образом, важнейшей задачей совершенствования метода ABC является систематизация различных подходов, проведение сравнительных расчетов и сопоставление их результатов с целью выбора наилучшего варианта.

Анализ достаточно большого количества работ, в которых рассматриваются вопросы выделения номенклатурных групп, позволил структурировать различные подходы в виде блок-схемы, представленной на рис. 5.3. Из рис. 5.3 видно, что существующие методы ABC-анализа могут быть объединены в три группы: эмпирический, дифференциальный и аналитический. Несмотря на принципиальные различия, у всех методов есть общая часть, которая включает «формирование базы данных» и «выбор или расчет показателей для группирования». Эта важная, но пока мало изученная область ABC-анализа. Дело в том, что даже для простого примера исходных данных, приведенного в табл. 5.1, могут быть выбраны два показателя для подразделения на группы: один из них — стоимостной C_i , для которого и выполнен пример расчета; другим показателем является n_i — количество единиц продукции, косвенно характеризующий оборот и выполнение соответствующих складских и транспортных операций. Помимо C_i и n_i в качестве самостоятельного показателя может быть выбрана также стоимость единицы продукции U_i .

Эмпирический метод базируется на гипотезе, что деление на группы можно выполнить по аналогии, и поэтому границы групп выбираются по результатам ранее проведенных исследований (см. табл. 5.3). Согласно рис. 5.3, использование эмпирического метода предусматривает выполнение следующих операций.

Полученные значения показателей C_i ранжируются — располагаются в убывающей последовательности:

$$C_a \geq C_b \geq \dots C_i \geq \dots \geq C_m. \quad (5.2)$$

Затем производится присвоение новых индексов $a = 1, b = 2, \dots, m = N$, где N — общее количество наименований деталей номенклатуры, т. е.

$$C_1 \geq C_2 \geq \dots C_i \geq \dots \geq C_N. \quad (5.3)$$

Для удобства расчетов вводятся относительные величины рассматриваемых стоимостных показателей q_i (в процентах), тем самым производим нормирование показателей:

$$q_i = \frac{C_i}{Q} \times 100, \quad (5.4)$$

где $Q = \sum_{i=1}^N C_i$.

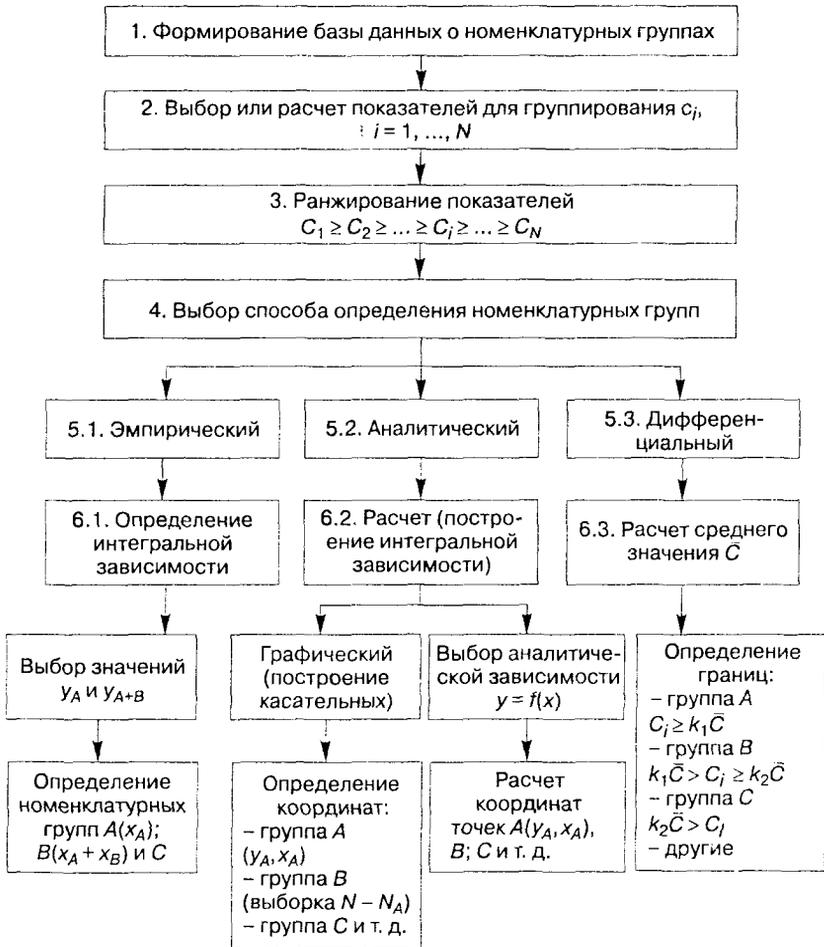


Рис. 5.3. Методы определения номенклатурных групп ABC

Величины q_i суммируются нарастающим итогом:

$$Q_j = \sum_{i=1}^j q_i = \frac{100}{Q} \sum_{i=1}^j C_i. \quad (5.5)$$

Интегральная (кумулятивная) зависимость Q_j представляется в табличной форме в виде пар значений $(Q_j; i)$ и затем может быть исполь-

зована для подбора аналитической зависимости $Q_j = f(a_p, i)$ или в виде графика (ось ординат Y — значения Q_j , ось абсцисс — значения i).

По существу, эмпирический метод включает несколько вариантов.

Первый, наиболее распространенный, вариант предусматривает выбор координат Y_A и Y_{A+B} , например, $Y_A = 80\%$ и $Y_{A+B} = 95\%$.

Затем с помощью интегральной зависимости Q_j , формула (5.5), находятся значения X_A^* и X_{A+B}^* , позволяющие разделить позиции номенклатуры N на группы A и B .

Второй вариант предусматривает решение обратной задачи: по заданным (выбранным) значениям координат X_A и X_{A+B} определяются границы Y_A^* и Y_{A+B}^* и сравниваются с допустимыми значениями. В качестве эталонных значений могут быть выбраны $X_A = 20\%$ и $X_{A+B} = 50\%$.

Поскольку первый и второй варианты дают, как правило, разные величины координат Y и X и соответственно разные оценки группы A , B и C , то возможно использование третьего варианта, представляющего собой компромисс указанных двух вариантов.

Пример 5.1. Рассмотрим применение эмпирического метода на основе данных табл. 5.1. Выберем первый вариант и зададимся значениями для точки A $Y_A = 80\%$ (правило Парето) и точки B $Y_{A+B} = 95\%$. В табл. 5.1 нет значения Q_j , соответствующего $Y_A = 80\%$, поэтому выбираем $Q_{j=4} = 78\%$ или $Q_{j=5} = 82\%$. Соответственно группу A составляют 4 позиции номенклатуры ($X_A = 20\%$) или 5 позиций ($X_A = 25\%$). Аналогично для определения B при $Y_{A+B} = 95\%$ находим $Q_{j=10} = 94,5\%$, т. е. $X_{A+B} = 50\%$ и $Q_{j=11} = 95,5\%$ ($X_{A+B} = 55\%$).

Таким образом, из полученных решений можно выбрать: группа A (78%, 4 позиции), группа B (26,5%, 6 позиций), группа C (5,5% позиций).

Дифференциальный метод. согласно рис. 5.3, может быть использован как для ранжированных показателей C_i , так и для исходной выборки. В основу метода положены соотношения, опирающиеся на средние значения показателя:

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^N C_i}{N}, \quad (5.6)$$

где N — объем выборки.

В общем случае граничные значения C_A и C_B для группирования рассчитываются с помощью коэффициентов K_p , величины которых приведены в табл. 5.4. Напрямую, к группе A должны быть отнесены

позиции номенклатуры, показатели которых $C_i \geq K_1 \bar{C}$, а к группе В соответственно

$$K_1 \bar{C} > C_j \geq K_2 \bar{C}. \quad (5.7)$$

Аналогично для группы C_i^{\dagger}

$$K_2 \bar{C} > C_i. \quad (5.8)$$

Таблица 5.4
Величины коэффициентов для определения номенклатурных групп
(дифференциальный метод)

Источник, год	Коэффициенты	
	K_1	K_2
Родников А. Н., 1995 Гаджинский А. М., 2000 Николайчук В. Е., 2001	6	0,5
Маликов О. Б., 2003	5–6	0,5–0,6
Оганесян М. Д., 2004	2–6*	0,33–0,5*
	4–6**	0,33–0,5**

* Рекомендуемые значения для широкоассортиментной розницы (2 или 6).
** То же для широкоассортиментного опта.

Пример 5.2. Рассмотрим последовательность выбора номенклатурных групп дифференциальным методом при $K_1 = 6$ и $K_2 = 0,5$ по данным, приведенным в табл. 5.1.

Поскольку среднее значение показателя $\bar{C} = \frac{2000}{20} = 100$ руб., то в группу А войдут позиции номенклатуры, для которых величина C_i больше или равна $6\bar{C} = 600$ руб. Такой показатель только один, следовательно, величина $Y_A = 30\%$ и $X_A = 5\%$. К группе В должны быть отнесены позиции номенклатуры, для которых $C_j < 600$ руб. и $C_j \geq \bar{C}/2 = 50$ руб. Воспользовавшись таблицей, находим $Y_{A+B} = 89\%$, $X_{A+B} = 35\%$, т. е. группа В составляет 59% и в нее вошли 30% номенклатуры.

Несомненное достоинство дифференциального метода — простота: нет необходимости ранжировать показатели C_i и строить интегральную (накопленную) зависимость. Недостаток дифференциального метода — неопределенность выбора коэффициентов K_1 и K_2 , приводящая в некоторых случаях к ошибочным результатам (в частности, невозможность выделения группы А).

Аналитический метод. Особенность данного метода состоит в том, что деление на группы А, В и С производится на основе определенного правила (критерия) и зависит от характера интегральной кривой Q_j . В настоящее время можно выделить два основных варианта (см. рис. 5.3) — графический и аналитический.

Согласно известным нам литературным источникам, впервые графический способ выделения группы А был предложен в работе [40, 1976 г.]. Точка деления выбиралась на основе теоремы Лагранжа. Дальнейшее развитие данный подход получил в работе [33, 1997 г.] в виде аналитической методики для определения координат двух точек деления на группы А и В.

При графическом способе (рис. 5.4) на оси ординат наносятся значения Q_j , на оси абсцисс — индексы $1, 2, \dots, N$, соответствующие присвоенным номерам позиций номенклатуры. Точки с координатами $(Q_j; i)$ на графике соединяются плавной кривой $OO'D$, которая в общем случае является выпуклой. Затем проводится касательная LM к интегральной кривой $OO'D$ параллельно прямой OD . Прямая OD соответствует равномерному распределению показателя \bar{q}_A для всей номенклатуры:

$$\bar{q}_A = 100 / N. \quad (5.9)$$

Абсцисса точки касания O' , округленная до ближайшего целого значения, отделяет от всей номенклатуры первую группу N_A (группа А),

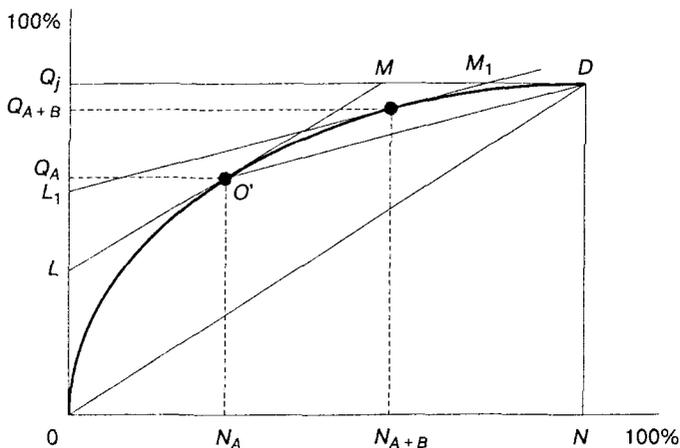


Рис. 5.4. Определение номенклатурных групп А, В, С (графический способ)

в которую входят позиции номенклатуры с показателями $q_i \geq \bar{q}_A$. Таким образом, к группе А относятся все позиции номенклатуры, для которых значение показателя q_i больше или равно среднему значению показателя для всей номенклатуры N .

Соответственно ордината точки (Q_A) указывает долю деталей группы А в процентах от величины общего показателя Q_j .

Продолжим деление на группы оставшейся номенклатуры деталей, воспользовавшись вышеописанным приемом. Соединим точку O' с точкой D и проведем касательную к кривой $O'O''D$, параллельную прямой $O'D$. Абсцисса точки касания O'' делит оставшуюся номенклатуру на группу В и группу С.

Для оставшейся номенклатуры величина осредненного показателя составит

$$\bar{q}_B = \frac{100 - Q_A}{N - N_A}, \quad (5.10)$$

где N_A — число позиций, вошедших в группу А.

Таким образом, в группу В попадают позиции номенклатуры с показателями q_j , подчиняющимися неравенству

$$\bar{q}_A > q_j > \bar{q}_B. \quad (5.11)$$

Следует указать, что если кривая $O'O''D$ не выпуклая, то невозможно выделить ни одну из групп деталей; если кривая $O'O''D$ не выпуклая, то невозможно выделить группы В и С. Нетрудно заметить, что процедура деления может быть продолжена, если необходимо выделить еще одну или более группы.

Сопоставление графического и дифференциального подходов показывает их сходство при определении координат точки А (при $k_1 = 1$) и расхождение, когда координата для определения группы В не строго фиксирована, а определяется кривизной интегральной зависимости и координатой точки А, т. е. $k_2 \neq \text{const}$.

Пример 5.3. Рассмотрим вариант ABC-анализа с использованием графического способа, при котором определение границы А и В производится на основе соотношений (5.9) и (5.10). На основе данных табл. 5.1 выделим группу А по правилу

$$C_i \geq \frac{100}{N}.$$

При $N = 20$ и $\bar{q}_A = 5\%$ в группу А войдут $N_A = 4$ позиции номенклатуры, при этом $Y_A = 78,5\%$, $X_A = 20\%$.

Для определения нижней границы группы В воспользуемся формулой (5.10). Подставив значения, получим

$$\bar{q}_B = \frac{100 - 78,5}{20 - 4} = 1,34\%.$$

С учетом верхней ($\bar{q} = 5\%$) и нижней ($\bar{q} = 1,34\%$) границ группы В находим: $N_B = 6$ ед., $Y_{A+B} = 94,5\%$, $X_{A+B} = 50\%$.

Параметры группы С следующие: $Y_C = 5,5\%$, $X_C = 50\%$, т. е. 10 позиций номенклатуры.

При аналитическом способе последовательность этапов определения номенклатурных групп следующая:

1. Позиции номенклатуры N нормируются в интервале 0–1 и вводится аргумент X .

2. Выбирается аналитическая зависимость $y = f(x, a_p)$ для аппроксимации интегральной кривой Q_j .

3. Определяются коэффициенты a_p на основе систематизированных статистических данных с использованием метода наименьших квадратов (МНК) или численных методов. При использовании МНК для нелинейных зависимостей типа $y = \sqrt[a]{a_1 x + a_2 x^2}$, $y = x^a$ и других выполняются необходимые преобразования для приведения к «нормальному» виду. Однако это не всегда удается осуществить. Так, в работе [68] для аппроксимации интегральной зависимости используется формула

$$y = \frac{(1+a)x}{a+x}. \quad (5.12)$$

На основе МНК Paul Bender (1981 г.) получил уравнение для определения коэффициента a :

$$\sum_{i=1}^N \frac{y_i x_i - y_i x_i^2}{(a+x_i)^2} - \sum_{i=1}^N \frac{(1+a)(x_i^2 - x_i^3)}{(a+x_i)^3} = 0. \quad (5.13)$$

Очевидно, что для расчета a необходимо воспользоваться численными методами.

4. При определении коэффициентов a_p необходимо соблюдать начальные условия: первое — при $x = 0, y = 0$; второе — при $x = 1, y = 1$. Это позволяет сократить число «нормальных» уравнений при использовании МНК. Например, для зависимости

$$y = \sqrt[a]{a_1 x + a_2 x^2} \quad (5.14)$$

учет начальных условий приводит к соотношению $a_1 = 1 - a_2$.

5. В качестве критерия деления на группы выберем условие, что в группу А попадут все позиции номенклатуры, показатели которых C_i больше или равны среднему значению показателя для всей выборки \bar{C} . Согласно теореме Лагранжа, на выпуклой кривой $f(x)$ существует одна точка А, касательная в которой параллельна хорде, в нашем случае — линии, соединяющей начало координат (0; 0) и точку с координатами (1; 1). Для определения абсциссы точки А воспользуемся формулой

$$f'(x_A) = \frac{f(b) - f(a)}{x_b - x_a}, \quad (5.15)$$

где $f'(x_A)$ — производная функции $f(x)$ в точке касания А; x_a — искомого абсцисса точки касания; $f(x_a)$, $f(x_b)$ — значения функции в начальной x_A и конечной x_B точках.

С учетом начальных условий уравнение (5.15) запишется в виде:

$$f'(x_A) = 1. \quad (5.16)$$

Решая уравнения (5.16), находим x_A , затем координату $y_A = f(x_A)$ и количество позиций номенклатуры, относящихся к группе А:

$$N_A = x_A \times N. \quad (5.17)$$

6. Для определения точки В введем новую систему координат, принимая за начало отсчета абсциссу X_A и ординату $Y(X_A)$. С учетом, что конечная точка имеет координаты $X_B = 1$, $f(X_B) = 1$, уравнение (5.15) записывается в виде

$$f'(x_{A+B}) = \frac{1 - f(x_A)}{1 - x_A}. \quad (5.18)$$

Дальнейшие вычисления аналогичны пункту 5: находим X_{A+B} , затем Y_{A+B} и $N_{A+B} = (X_{A+B} - X_A)N$.

Рассмотрим применение аналитического способа определения номенклатурных групп А, В и С.

Пример 5.4. Допустим, что для расчетов выбрана функция (5.14) вида

$$y = \sqrt{a_1 x + a_2 x^2}. \quad (5.19)$$

Анализ показал, что функция (5.17) может быть использована для аппроксимации Q_j при значениях $a_1 \leq 2$. Если $a_1 > 2$, то функция $y(x)$ достигнет максимума в интервале 0–1, что противоречит характеру интегральной зависимости Q_j .

Примем $a_1 = 2$, тогда $a_2 = 1 - a_1 = -1$.

Для расчета абсциссы точки касания воспользуемся уравнением (5.16). Поскольку:

$$f'(x) = (\sqrt{a_1x + a_2x^2})' = \frac{a_1 + 2a_2x}{2\sqrt{a_1x + a_2x^2}}, \quad (5.20)$$

то после преобразований находим:

$$x_{1,2} = -\frac{a_1}{2a_2} \left(1 \pm \sqrt{\frac{1}{1-a_1}} \right) \quad (5.21)$$

При подстановке значений a_1 и a_2 получим

$$x_A = -\frac{2}{2(-1)} \left[1 \pm \sqrt{\frac{1}{1-(-1)}} \right] = 0,293.$$

Второе значение $x_A = 1,707$ отбрасываем.

Для определения y_A подставим $x_A = 0,293$ в формулу (5.19), находим

$$y_A = \sqrt{2 \times 0,293 - (-1) \times 0,293^2} = 0,707.$$

Таким образом, координаты x_A и y_A определяют границы группы А. Определим координаты точки В. При подстановке $f'(x)$ из формулы (5.18) и значений x_A и y_A в правую часть формулы (5.15) получим

$$\frac{a_1 + 2a_2x}{2\sqrt{a_1x + a_2x^2}} = \frac{1 - y_A}{1 - x_A}.$$

Обозначим

$$\frac{1 - y_A}{1 - x_A} = k.$$

Тогда после преобразований формула для определения абсциссы x_{A+B} записывается в виде

$$x_{A+B} = -\frac{a_1}{2a_2} \left(1 \pm k \sqrt{\frac{1}{k^2 - a_2}} \right). \quad (5.22)$$

При $k = \frac{1 - 0,707}{1 - 0,293} = 0,414$ находим координаты точки В: $x_{A+B} = 0,618$ и $y_{A+B} = 0,924$. Соответственно параметры группы В: по номенклатуре — 32,5%, по основному показателю — 21,7%.

Пример 5.5. Рассмотрим аналитический способ определения групп А, В, С на основе данных табл. 5.1. Выберем аппроксимирующую функцию в виде

$$y = x^a. \quad (5.23)$$

Для определения коэффициента a воспользуемся формулой, основанной на МНК:

$$a = \frac{\sum \ln y_i \ln x_i}{\sum (\ln x_i)^2}. \quad (5.24)$$

При постановке в формулу (5.22) результатов вспомогательных расчетов, табл. 5.5, находим

$$a = \frac{2,331}{11,128} = 0,209.$$

Примем $a = 0,2$.

Расчетные значения функции $y_p = x_i^{0,2}$ приведены в табл. 5.5. Расхождение исходных данных и результатов расчета объясняется отчасти линеаризацией, а также простотой выбранной для аппроксимации исходных данных функции $y = x^a$.

Подставив значение производной $y'(x) = ax^{a-1}$ в формулу (5.16), после преобразований находим координату

$$x_A = \exp\left(\frac{1}{a-1} \ln \frac{1}{a}\right) = \exp\left(\frac{1}{0,2-1} \ln \frac{1}{0,2}\right) = 0,126.$$

Таблица 5.5

Расчет вспомогательных величин для определения параметров модели $y = x^a$

x_i	y_i	$\ln x_i$	$(\ln x_i)^2$	$\ln y_i$	$\ln y_i \ln x_i$	$y_p = x_i^{0,2}$
0,1	0,500	-2,306	5,317	-0,693	1,598	0,630
0,2	0,780	-1,610	2,592	-0,249	0,400	0,726
0,3	0,860	-1,204	1,450	-0,150	0,180	0,787
0,4	0,910	-0,917	0,841	-0,094	0,086	0,831
0,5	0,945	-0,693	0,480	-0,057	0,039	0,870
0,6	0,964	-0,511	0,260	-0,037	0,019	0,905
0,7	0,978	-0,350	0,127	-0,021	0,007	0,930
0,8	0,990	-0,223	0,050	-0,010	0,002	0,956
0,9	0,997	-0,105	0,011	-0,003	0,000	0,980
Суммы			11,128		2,331	

и координату

$$y_A = x_A^a = 0,126^{0,2} = 0,664.$$

Затем по формуле (5.16) определим

$$k = \frac{1 - 0,664}{1 - 0,126} = 0,384,$$

а для определения координаты x_{A+B} воспользуемся формулой

$$x_{A+B} = \exp\left(\frac{1}{a-1} \ln \frac{k}{a}\right) = \exp\left(\frac{1}{0,2-1} \ln \frac{0,384}{0,2}\right) = 0,44.$$

Соответственно координата

$$y_{A+B} = 0,44^{0,2} = 0,85.$$

Таким образом, аналитический способ позволил определить параметры группы А (66,4; 12,6%), В (85; 44%) и С (15; 56%).

Пример 5.6. В работе [39] предлагается аналитический способ деления на группы А, В, С, суть которого сводится к следующему. В интегральную (кумулятивную) кривую Q , вписывается часть многоугольника таким образом, чтобы разница между площадью под кумулятивной кривой и площадью многоугольника была минимальной (рис. 5.5). Поскольку позиционирование рассматриваемой части многоугольника определяется координатами x_A и x_{A+B} , то критериальное уравнение записывается в виде

$$F(x_A, x_{A+B}) = \frac{x_{A+B}(f(x_A) - 1) + f(x_{A+B})(1 - x_A) + 1}{2} \rightarrow \max. \quad (5.25)$$

Ограничение одно: $x_A < x_{A+B}$.

Поскольку в работе [39] не приводятся конкретных расчетов, выполним их на основе исходных данных примеров 5.4 и 5.5.

Рассмотрим сначала зависимость (5.23) при $a = 0,2$.

Критериальное уравнение (5.25) запишется в виде

$$F(x_A, x_{A+B}) = \frac{x_{A+B}(x_A^{0,2} - 1) + x_{A+B}^{0,2}(1 - x_A) + 1}{2} \rightarrow \max.$$

Например, при $x_A = 0,1$ и $x_{A+B} = 0,4$ получим

$$F(x_A, x_{A+B}) = \frac{0,4(0,1^{0,2} - 1) + 0,4^{0,2}(1 - 0,2) + 1}{2} = 0,799.$$

В табл. 5.6 приведены результаты расчетов $F(x_A \times x_{A+B})$ при различных значениях x_A и x_{A+B} . Из табл. 5.6 видно, что максимального значе-

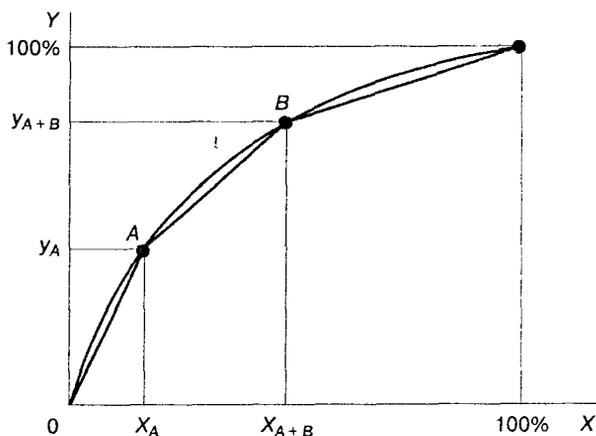


Рис. 5.5. Аналитический способ определения номенклатурных групп («многоугольник»)

ния $F(x_A \times x_{A+B}) = 0,806$ достигает при $x_A = 0,05$ и $x_{A+B} = 0,3$, т. е. группа А составляет 5% номенклатуры, группа В — 25%. Соответствующие значения интегральных показателей: $y_A = 0,05^{0,2} = 0,549$, т. е. 54,9%; $y_{A+B} = 78,7\%$.

Таблица 5.6
Результаты расчета функции $F(x_A, x_{A+B})$

Координата точки x_A	Координаты точки x_{A+B}					
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0,025	0,781	0,801	0,805	0,800	—	—
0,050	0,777	0,799	0,806	0,804	0,800	—
0,075	—	0,795	0,802	0,802	0,800	0,795
0,100		0,790	0,798	0,799	0,796	0,796
0,200			0,774	0,777	0,7795	0,7792

Выполним аналогичные расчеты для зависимости (5.19) при $a_1 = 2$ и $a_1 = -1$. Критериальное уравнение (5.25) запишется в виде

$$F(x_A, x_{A+B}) = \frac{x_{A+B} \sqrt{2x_A - x_A^2} + (1 - x_A) \sqrt{2x_{A+B} x_{A+B}^2 + 1}}{2} \rightarrow \min.$$

Результаты расчетов x_A и x_{A+B} приведены в табл. 5.7. Сопоставим различные подходы. Поскольку наблюдается значительное расхожде-

ние по важнейшему параметру x_A , определяющему число позиций номенклатуры группы А, то можно констатировать, что рассмотренные аналитические способы существенно различаются. Если за эталон сравнения принять классические соотношения $y_A = 80\%$ и $y_{A+B} = 95\%$, то оценки, полученные на основе метода Лагранжа («касательная»), оказываются ближе к эталонным, чем оценки, полученные с использованием аналитического способа «многоугольник».

Таблица 5.7
Сравнение аналитических способов определения групп АВС

Функция $y = f(x)$	Значение параметров	Способ*	Группа А, %		Группа В, %		Группа С, %	
			y_A	x_A	y_B	x_B	y_C	x_C
$y = x^p$	$a = 0,2$	1	80	32	15	42,2	5	24,4
		2	66,4	12,6	18,6	31,4	15	56
		3	54,9	5,0	25,8	25	22,3	70
$y = \sqrt{a_1x + a_2x^2}$	$a_1 = 2$ $a_2 = -1$	1	80	40	95	29	5	31
		2	70,7	29,3	21,7	39,5	7,6	38,2
		3	43,5	10	43,1	40	13,4	50

* 1 — эмпирический («классический» вариант $y_A = 80\%$, $y_{A+B} = 95\%$; 2 — аналитический («касательная»); 3 — аналитический («многоугольник»).

В заключение обобщим результаты определения номенклатурных групп А, В и С с помощью эмпирического метода (первый), использованного авторами указанных работ, а также выполненные нами расчеты по дифференциальному (второй, при $k_1 = 6$ и $k_2 = 0,5$) и третьему — аналитическому методам (графический способ), табл. 5.8.

Из анализа данных таблицы можно сделать следующие выводы.

1. Результаты обработки реальных данных позволяют записать эмпирическое правило Парето «80/20» в следующих вариантах: «80/-», или «-/20», либо «-/-».
2. Номенклатурные группы, определенные первым и третьим методами, практически совпадают.
3. Рассмотренные варианты дифференциального метода при $k_1 = 6$ и $k_2 = 0,5$ дают координаты точки А, существенно отклоняющиеся от координат, полученных первым и третьим методами. Это говорит о том, что, несмотря на простоту использования, данный вариант не может быть рекомендован для определения номенклатурных групп без проверки и адаптации.

Таблица 5.8
Сравнение результатов выбора номенклатурных групп

Источник	Количество позиций номенклатуры N	Метод определения*	Группа А	Группа А + В	Группа С
1. Д. Дж. Бауэрсокс, Д. Дж. Клосс	—	1	80/20	95/50	5/50
		2	30/5	93/60	7/40
		3	84/24	95/54	5/46
2. А. М. Гаджинский	20	1	75/10	95/35	5/65
		2	52/5	93/30	7/70
		3	83/15	96/40	4/60
3. В. И. Сергеев	60	1	71,5/10	97,5/23	2,5/77
		2	49/5	99/80	1/20
		3	98/23	2/77	
4. А. М. Гаджинский [практикум]	50	1	80/20	95/60	4/50
		2	45/6	91/34	9/66
		3	85/25	96/75	4/25
5. В. И. Бережной и др.	58	1	81/16	95/55	5/45
		2	56,5/1,7	84,6/24	15,4/76
		3	78/14	93/46	7/54
6. R. H. Ballou	14	1	61/14	89/50	11/50
		2	36/7	89/43	11/57
		3	72/25	90/60	10/40
7. По данным табл. 5.1	20	1	78/20	94,5/50	5,5/50
		2	30/5	86/35	14/65
		3	78/20	94,5/50	55/50

* 1 — эмпирический метод, использованный авторами; 2 — дифференциальный метод ($k_1 = 6$ и $k_2 = 0,5$); 3 — аналитический метод («касательная»).

4. Значительное отклонение координат точек А и В при использовании аналитического и эмпирического методов наблюдается при использовании данных работы [47]. Анализ интегральной кривой по первоисточнику показал, что наблюдается «перелом» в общей совокупности, т. е. кривая состоит из двух кусочно-нелинейных зависимостей. Следовательно, при проведении анализа АВС весь массив информации (особенно при больших N) должен быть про-

верен на однородность и в случае наличия точек «перелома» разделен на несколько выборов.

5. Исследования метода ABC должны быть продолжены по крайней мере в трех направлениях:

- ◆ оценка разрешающей способности метода, когда номенклатура включает сотни и тысячи наименований, объединенных в одну совокупность;
- ◆ развитие многомерных методов выделения групп с привлечением многокритериальных оценок;
- ◆ развитие аналитических методов, в частности поиск новых критериев оценки при делении на группы.

5.2. Метод XYZ

Известно, что анализ XYZ предусматривает деление запасов на три номенклатурные группы в зависимости от «степени равномерности спроса и точности прогнозирования» [9, 14, 18 и др.]. Помимо этого, в работе [18] указывается:

- метод XYZ является дополнением к классификации номенклатурных запасов методом ABC;
- единственной качественной характеристикой номенклатурных позиций является темп (скорость) отгрузки (потребление);
- скорость потребления оценивается через коэффициент вариации V статистического ряда.

Принципиальное отличие метода XYZ от метода ABC состоит в том, что анализируются количественные показатели, представленные, как правило, в виде динамического ряда q_i для каждой i -й позиции номенклатуры.

К группе X относятся позиции номенклатуры, динамические ряды которых равномерны или незначительно колеблются. Это позволяет осуществить прогноз с «высокой точностью».

К группе Y относятся позиции номенклатуры, у динамических рядов которых наблюдаются значительные колебания, поэтому точность прогноза «ограничена».

Группа Z характеризуется нерегулярными (эпизодическими) отклонениями значений динамического ряда, что не позволяет получить точные и достоверные прогнозные оценки.

Практически во всех работах по логистике деление на группы XYZ производится на основе коэффициента вариации

$$V = 100\sigma/\bar{q}. \quad (5.26)$$

Входящие в формулу (5.26) величины среднего значения динамического ряда \bar{q} и среднего квадратического отклонения σ_q определяются по формулам:

$$\bar{q} = \sum_{i=1}^N q_i / N; \quad (5.27)$$

$$\sigma_q = \sqrt{\sum_{i=1}^N (q_i - \bar{q})^2 / N}. \quad (5.28)$$

При значениях $N \leq 25$ в формулу (5.26) рекомендуется подставить $N - 1$.

Процедура отнесения данной позиции номенклатуры к определенной группе сводится к сравнению коэффициента вариации V , вычисленного по формуле (5.26), с нормативными значениями $V_{гр}$, определяющими границы группы X, Y и Z.

В табл. 5.9 обобщены результаты ряда работ, анализ которых позволяет констатировать существенный разброс как «нормативных» значений границ интервалов (почти в 2,5 раза), так и числа позиций номенклатуры, которые были отнесены к соответствующим группам. Очевидно, что в данной ситуации трудно говорить о наличии «стандартной» процедуры деления на группы X, Y и Z.

Ввиду отсутствия обоснований встает вопрос о том, насколько правомерно использование «статистического» коэффициента вариации V , формула (5.24), для XYZ-анализа.

Для ответа на поставленный вопрос необходимо уточнить, зачем производится деление на группы. Здесь возможны две основные ситуации.

Первая ситуация предусматривает выполнение для каждой позиции номенклатуры прогнозных расчетов, при этом динамический ряд отражает статистические данные поквартально [10] или за каждый месяц (декаду, неделю, день и т. п.) [14, 50]. В этом случае результат прогноза может быть представлен в виде среднего прогнозного значения \bar{q}_t (точечный прогноз) и доверительного интервала I_q . Например, для нормального закона

$$I_q = \bar{q}_t \pm t_\beta \sigma_t, \quad (5.29)$$

где t_β — параметр, соответствующий доверительной вероятности β .

Вторая ситуация имеет место при управлении запасами при наличии статистических данных о ежедневном (еженедельном и т. п.) рас-

Таблица 5.9
Интервальные границы групп X, Y, Z

Наименование показателя	Интервальные границы коэффициента вариации V (%) для группы			Источник
	X	Y	Z	
Нормативные значения интервалов	0–10	10–25	Больше 25	А. М. Гаджинский [10]
	Меньше 25	25–50	Больше 50	В. И. Сергеев [18]
	до 20	20–50	Больше 50	А. П. Долгов В. К. Козлов С. А. Уваров [14]
	0–25	25–80	Больше 80	С. А. Уваров*
	Меньше 15–20	от 15–20 до 40–45	Больше 40–45	А. Н. Стерлигова [50]
	Меньше $V_{\text{ср}}$	$V_{\text{ср}}$	Больше $V_{\text{ср}}$	
Количество позиций номенклатуры, отнесенных к данной группе, %	30**	32	38	А. М. Гаджинский [10]
	24***	24	52	В. И. Бережной [6]
	50****	40	10	С. А. Уваров
* Проведение ABC- и XYZ-анализа в системе управления запасами. Матер. регион. конфер. «Логистика и конкурентоспособность». — СПб., 2004.				
** Обработка фактических данных.				
*** Обработка фактических данных с интервалами для V , взятыми из работы А. М. Гаджинского [10].				
**** Определены по графику из работы С. А. Уварова.				

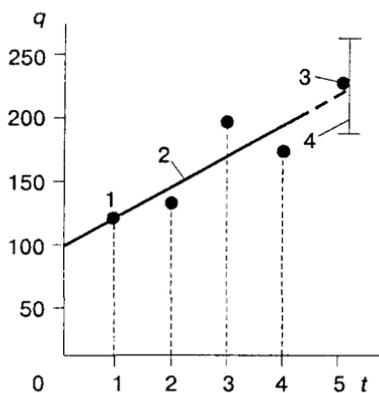
ходе или накоплении, а динамический ряд представляет собой интегральную (накопленную) зависимость от расхода (накопления) продукции. Ставится задача — оценить и спрогнозировать вероятность наступления дефицита и величину страхового запаса.

Рассмотрим первую ситуацию представления информации. В первой строке табл. 5.10 приведены исходные данные за четыре квартала для одной из позиций номенклатуры и возможные варианты этих данных. Рассчитаем средние значения $\bar{q} = 150$, $\sigma = 41,2$ и $V = 27,4\%$. Согласно [10] (табл. 5.9), величина V превосходит нормативное значение $V_H = 25\%$ и данная позиция должна быть отнесена к группе Z для всех четырех вариантов динамических рядов, приведенных в табл. 5.10.

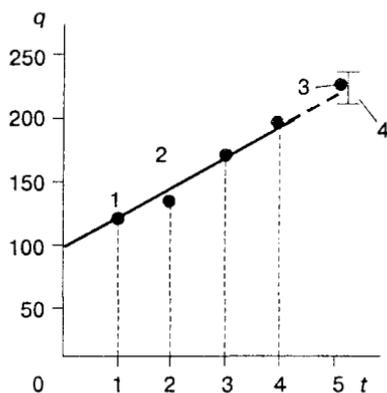
На рис. 5.6 приведены зависимости для указанных четырех вариантов, из которых видно, что коэффициент вариаций V не отражает динамики протекающих процессов.

Таблица 5.10
Определение групп XYZ на основе «статического» коэффициента вариации

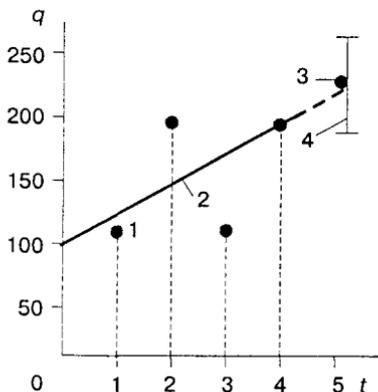
Номер вариации	Значения динамического ряда				Показатель
	1	2	3	4	
<i>a</i>	100	120	200	180	$\bar{y} = 150$ $\sigma = 41,2$ $V = 27,4$
<i>б</i>	100	120	180	200	
<i>в</i>	100	200	120	180	
<i>г</i>	200	180	120	100	



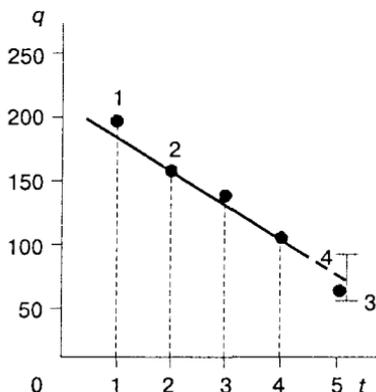
а)



б)



в)



г)

Рис. 5.6. Варианты точечного и интервального прогноза (по данным табл. 5.8): 1 — исходный ряд; 2 — уравнение тренда; 3 — точечный прогноз; 4 — интервальный прогноз

Проведенные исследования показали, что возможный вариант решения — использование методов прогнозирования (в данном случае — экстраполяции, см. раздел 7) и переход к «динамическому» коэффициенту вариации:

$$V_{t+l} = 100\sigma_{t+l}/q_{t+l}, \quad (5.30)$$

где q_{t+l} — прогнозное значение динамического ряда для периода $t+l$, рассчитанное с учетом тренда q_t и сезонной составляющей; σ_{t+l} — среднее квадратическое отклонение динамического ряда.

В случае линейного тренда (без учета сезонности)

$$q_t = a_0 + a_1 t, \quad (5.31)$$

а среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_t = \sqrt{\sum_{i=1}^N (q_i - q_t)^2 / (N - 2)}. \quad (5.32)$$

В табл. 5.11 приведены результаты расчетов для динамических рядов (табл. 5.10): уравнения тренда, точечные прогнозные значения q_{t+l} , σ_t , интервального прогноза, формула (5.29), а также прогнозного коэффициента вариации, формула (5.30). Например, для первой строки находим $q_t = 70 + 32t$.

Таблица 5.11

Определение групп XYZ на основе «динамического» коэффициента вариации

Номер варианта	Уравнение тренда	σ_t	Прогнозные параметры			Группа
			y_{t+1}	V_{t+1}	Δy_{t+1} ($P = 0,9$)	
а	$70 + 32t$	29,0	230	12,8	$\pm 47,6$	Y
б	$60 + 36t$	12,6	240	5,2	$\pm 20,7$	X
в	$110 + 16t$	52,3	190	27,5	$\pm 85,8$	Z
г	$240 - 36t$	12,6	60	21,0	$\pm 20,7$	Y

Соответствующие величины прогнозов на 1 шаг равны:

- средний (точечный) прогноз $y_{t+1} = 230$;
- среднее квадратическое отклонение $\sigma_t = 29$;
- интервальный прогноз (при $P = 0,9$ и $t_\beta = 1,64$) $I_{t+1} = 230 \pm 47,6$;
- динамический коэффициент вариации $V_{t+1} = 100 \times 29/230 = 12,8\%$.

При сравнении с нормативными показателями [10] табл. 5.7 показывает, что данная позиция номенклатуры должна быть отнесена к группе Y.

Анализ результатов расчетов, проведенных с использованием формулы (5.28), показал:

1. Введение «динамического» коэффициента вариации V_t позволяет в большинстве случаев уменьшить доверительный интервал и повысить точность прогноза.
2. Учет прогнозного тренда (и сезонной составляющей при наличии колебательных явлений) приводит к изменению величины «статистического» коэффициента вариации V (формула (5.26)) что, в свою очередь, влияет на выбор номенклатурной группы для данной позиции.
3. При коэффициентах вариации V_t , больших 35%, применение предложенной методики оценки номенклатурных групп XYZ не рекомендуется, так как распределение отклонений динамического ряда от прогнозного тренда отличается от нормального закона.

Рассмотрим второй вариант, связанный с управлением запасами. Допустим, что по результатам наблюдений ежедневная поставка (расход) на склад предприятия характеризуется следующими статистическими параметрами:

- среднее значение $\bar{q} = 5$ ед.;
- среднее квадратическое отклонение $\sigma = 2$ ед.;
- коэффициент вариации $V = 0,4$.

Если отгрузка будет производиться каждый день, то данная позиция номенклатуры, согласно [10], должна быть отнесена к группе Z, рис. 5.7а.

Однако при изменении сроков отгрузки и формировании партии отправки через T дн., статистические параметры будут определяться по формулам (при некоррелированности ежедневных случайных величин):

$$q_T = \bar{q} \times T; \quad (5.33)$$

$$\sigma_T = \sigma \sqrt{T}. \quad (5.34)$$

Соответственно коэффициент вариации партии отправки:

$$V_T = \frac{\sigma \sqrt{T}}{\bar{q} T}. \quad (5.35)$$

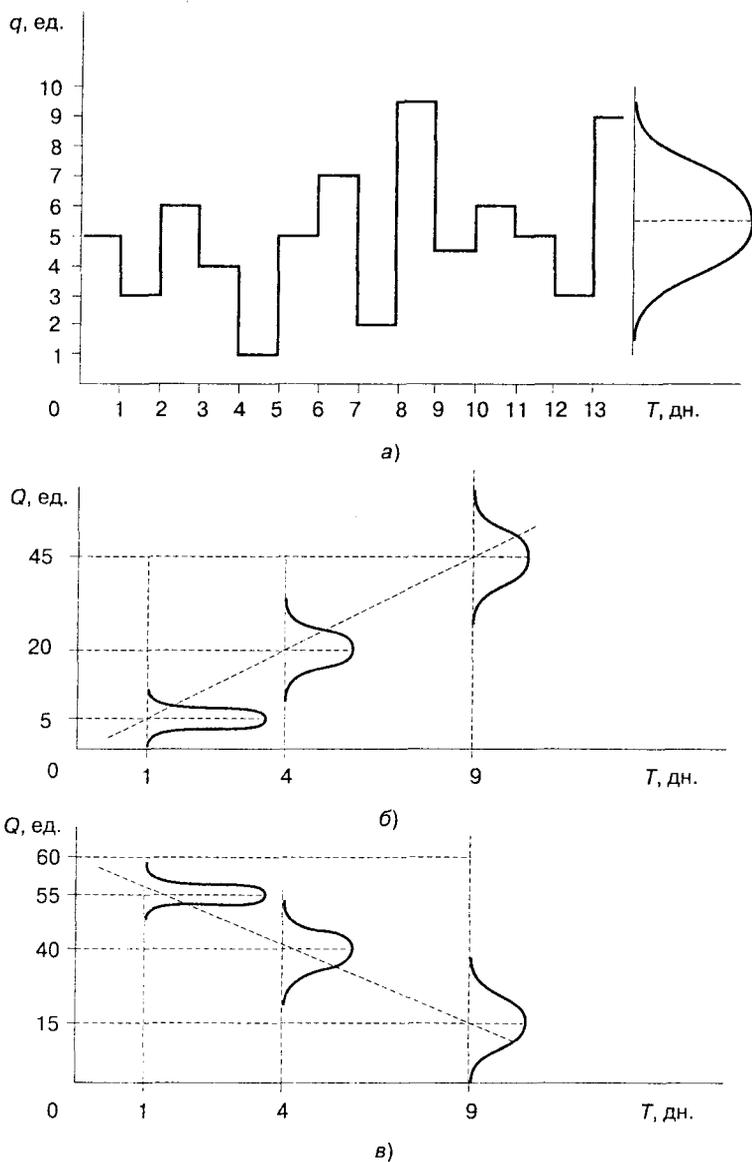


Рис. 5.7. Динамический ряд расхода (пополнения) запаса на складе: а — ежедневный расход; б — процесс накопления запаса через T дн.; в — процесс расхода запаса через T дн.

При увеличении T коэффициент V_T уменьшается. Это означает, что данная позиция номенклатуры может перейти из одной группы в другую, например из группы Z в группу Y, а затем в группу X (рис. 5.7).

При расходе зависимость остатка запаса в первом приближении может быть представлена в виде (см. рис. 5.7):

$$q_T = Q_0 - \bar{q} \times T, \quad (5.36)$$

где q_T — остаток запаса через T дн.; Q_0 — начальный запас, ед.

Поскольку коэффициент вариации используется для характеристики положительных случайных величин, то область допустимых значений для T ограничена некоторым T_k . Для определения T_k допустим, что функция распределения остатка запаса q_T подчиняется нормальному закону распределения и вероятность появления отрицательных значений вне границы области $\pm 3\sigma$ чрезвычайно мала.

Тогда можно записать:

$$Q_0 - \bar{q}T_k \geq 3\sigma\sqrt{T_k}, \quad (5.37)$$

где $\sigma\sqrt{T}$ — см. формулу (5.34).

Выполнив необходимые преобразования, находим:

$$T_k = \left(\frac{Q}{\bar{q}^2} + \frac{9\tau^2}{2\bar{q}^2} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{Q}{\bar{q}^2} + \frac{9\tau^2}{2\bar{q}^2} \right)^2 - \frac{Q^2}{\bar{q}^2}}. \quad (5.38)$$

Запишем выражение для коэффициента вариации при $T = T_k$:

$$V_{T_1} = \frac{\sigma\sqrt{T_k}}{Q - \bar{q}T_k}. \quad (5.39)$$

Пример 5.8. Рассмотрим динамику изменения коэффициента вариации при следующих исходных данных: $\bar{q} = 5$ ед., $\sigma = 2$ ед.

Рассчитаем V_T для партии продукции, отгружаемой через T дн.

При $T = 4$ по формуле (5.35) находим

$$V_{T=4} = \frac{2\sqrt{4}}{5 \times 4} = 0,2,$$

и, следовательно, согласно [10], позиция номенклатуры должна быть отнесена к группе Y.

Однако при отгрузке через 16 дн. и более

$$V_{T=16} = \frac{2\sqrt{16}}{5 \times 16} = 0,088,$$

что соответствует группе X.

Рассмотрим процесс расхода при начальной величине запаса $Q = 60$ ед.

Если процесс расхода и пополнения запаса до 60 ед. происходит ежедневно, то по формуле (5.39)

$$V_T = \frac{2 \times 1}{60 - 5 \times 1} = 0,036$$

и данная позиция номенклатуры относится к группе X.

Рассчитаем граничное значение T_k по формуле (5.38):

$$T_k = \left(\frac{60}{25^2} + \frac{9 \times 2^2}{2 \times 25^2} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{60}{25^2} + \frac{9 \times 2^2}{2 \times 25^2} \right)^2 - \frac{60^2}{25^2}} = 12,7 \pm 4,2.$$

Примем $T_k = 8,5 \approx 9$ дн. тогда

$$V_{T=9} = \frac{2 \times \sqrt{9}}{60 - 5 \times 9} = \frac{6}{15} = 0,4.$$

Таким образом, через 9 дн. распределение количества оставшегося запаса будет подчиняться закону распределения с параметрами: $\bar{q}_9 = 15$ ед., $\sigma_9 = 6$ ед., $V_9 = 0,4$ и должно быть отнесено к группе Z.

Вышеизложенное позволяет сделать следующие выводы:

1. Вопрос о выборе показателя для деления на группы X, Y, Z остается, на наш взгляд, дискуссионным.
2. В первом приближении для деления на группы может быть выбран коэффициент вариации V (статический), рассчитываемый по формуле (5.26). Однако во избежание возможных ошибок предпочтительнее использовать «динамический» коэффициент вариации V_{T+} , формула (5.30), при расчете которого в случае необходимости учтены тренд и сезонные составляющие.
3. Учитывая важность XYZ-анализа, особенно при управлении запасами, следует продолжить поиск критерия для деления на группы XYZ, в частности с использованием корреляционных функций [6].

Контрольные вопросы

1. Назовите и охарактеризуйте основные способы деления позиций номенклатуры на группы.
2. Приведите примеры использования «анализа ABC» в различных функциональных областях логистики.

3. В чем суть эмпирического способа определения номенклатурных групп?
4. В чем суть дифференциального способа определения номенклатурных групп?
5. Укажите виды зависимостей, используемых для аппроксимации интегральной кривой при аналитическом способе определения номенклатурных групп.
6. Какие параметры управления запасами характеризуют группы А, В и С?
7. В чем принципиальное отличие методов ABC и XYZ?
8. Какой показатель используется при делении на группы XYZ?
9. Что представляет собой анализ ABC – XYZ?
10. Охарактеризуйте перспективы развития методов определения номенклатурных групп.

Раздел 6

МОДЕЛЬ «ТОЧНО В СРОК»

«Точно в срок» — одна из концепций логистики, получившая широкое распространение. В литературе встречаются различные варианты трактовки данного понятия. В табл. 6.1 приведены результаты выполненного А. П. Долговым анализа более 30 работ по логистике отечественных и зарубежных специалистов.

Таблица 6.1
Количественная оценка трактовки понятия «точно в срок» в современных литературных источниках [14]

Литературные источники	Содержательная трактовка							Всего источников
	система	принцип	подход	концепция	метод	стратегия	модель	
Зарубежные	10	2	5	3	3	1	–	13
Отечественные	11	10	3	5	3	2	2	22
Итого	21	12	8	8	6	3	2	35

Таблица 6.1 показывает, что, во-первых, однозначной трактовки понятия «точно в срок» в современной логистике не существует. Во-вторых, большинство ученых и специалистов рассматривают понятие «точно в срок» на концептуальном описательном или семантическом уровне и только в двух источниках концепция «точно в срок» доведена до модели, на основе которой можно принимать решения [34, 49].

В работе профессора А. А. Смехова [49] впервые рассматривается модель доставки грузов «точно в срок», минимизирующая потери, обусловленные отклонением фактической величины времени доставки от договорной. Для оценки возможной задержки в доставке грузов используется теория надежности. Это позволяет рассмотреть задержку материального потока в каждом отдельном звене логистической

цепи как отказ и оценить вероятность безотказной работы всей цепи. Несмотря на то что в работе [49] приведены аналитические зависимости для определения параметров доставки «точно в срок», их практическое использование не получило пока широкого распространения. Среди возможных причин – трудность формализации и аналитического описания некоторых составляющих модели, а также отсутствие примеров расчета.

Принципиально другой подход к модели «точно в срок» сформировался в СПбГИЭУ, где начиная с 1995 г. на базе автотранспортного предприятия ЗАО «Матрален» проводились исследования по организации международных перевозок [31]. В данном разделе представлены два варианта модели «точно в срок»: аналитическая и имитационная.

6.1. Формирование аналитической модели «точно в срок»

В научной литературе понятие «точно в срок» рассматривается применительно к логистическому циклу, который является одним из основных объектов интегрированной логистики. В разделе 1 рассмотрено понятие логистического цикла, представлены его этапы, диапазон и ожидаемое значение продолжительности отдельных этапов (табл. 1.2). На рис. 6.1 показаны плотности распределения времени выполнения операций логистического цикла в днях [2]. В указанной работе говорится, что всем логистическим циклам присущи следующие особенности:

- базовая структура цикла (связи, узлы и т. д.) одинакова для физического распределения, материально-технического обеспечения производства и снабжения;
- какой бы сложной ни была логистическая система в целом, необходимо исследовать конфигурацию отдельного логистического цикла, чтобы выявить важнейшие взаимосвязи и линии контроля.

Таким образом, поскольку временные интервалы выполнения отдельных операций, из которых состоит логистический цикл, являются случайными величинами, то и весь цикл является случайной величиной, подчиняющейся определенному закону распределения.

Учитывая особенности логистического цикла, формирование модели «точно в срок» можно представить в виде следующих этапов:

1. Сбор, статистическая обработка исходных данных о временных параметрах отдельных логистических операций.

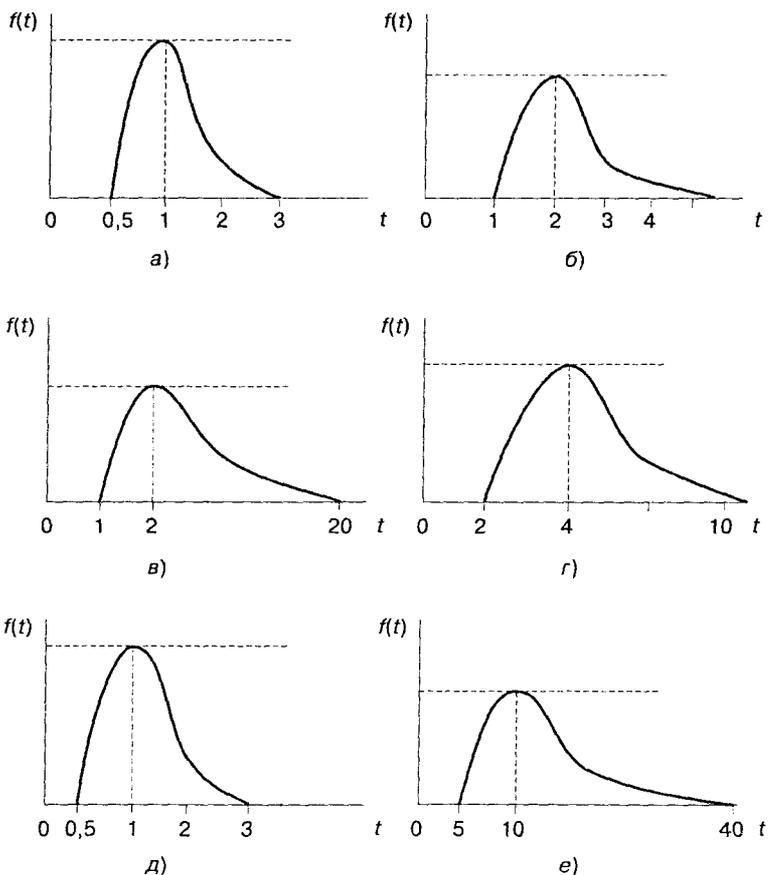


Рис. 6.1. Плотности распределения времени выполнения операций цикла выполнения заказа: а) — передача; б) — обработка; в) — комплектование; г) — транспортировка; д) — доставка потребителю; е) — весь цикл

2. Расчет статистических параметров логистического цикла. Для математического описания продолжительности логистического цикла, как правило, представляющего сумму времени выполнения отдельных элементов (операций), можно воспользоваться известными формулами теории вероятностей:

- для среднего значения времени логистического цикла:

$$\bar{T} = \sum_{i=1}^N \bar{T}_i; \quad (6.1)$$

- для среднего квадратического отклонения:

$$\sigma_T = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 + 2 \sum_{i < j} r_{ij} \sigma_i \sigma_j}, \quad (6.2)$$

где \bar{T}_i, σ_i — соответственно средние значения и средние квадратические отклонения времени выполнения i -й операции логистического цикла; r_{ij} — коэффициент корреляции между i -й и j -й операциями цикла.

Знак $i \leq j$ означает, что суммирование распространяется на все возможные попарные сочетания случайных величин. Если рассматриваемые величины не коррелированы, то при всех $r_{ij} = 0$ формула для среднеквадратического отклонения σ_T упрощается.

Для времени выполнения цикла выполнения заказа может быть составлена корреляционная матрица, в которой учитывая последовательность операций цикла для всех $i > j$ коэффициент корреляции равен нулю:

$$r_{ij} = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1N} \\ 0 & 1 & r_{23} & \dots & r_{2N} \\ 0 & 0 & 1 & \dots & r_{3N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{vmatrix}.$$

3. Определение продолжительности логистического цикла T_0 с заданной доверительной вероятностью P . Из случайного характера времени составляющих логистического цикла следует, что понятие «точно в срок» должно рассматриваться с учетом доверительных границ времени цикла. Например, при условии, что функция распределения времени цикла подчиняется нормальному закону, верхняя доверительная граница времени цикла выполнения заказа равна

$$T_0 = \bar{T} + x_p \sigma_T, \quad (6.3)$$

где x_p — показатель нормального распределения, соответствующий вероятности P .

4. Определение времени выполнения логистического цикла «точно в срок». Заказчик может выдвигать требования доставить товары в определенное (точное) время или же задать время доставки с учетом небольшого отклонения, которое он считает допустимым. Если время выполнения заказа «точно в срок» задано каким-то определенным

значением, время цикла заказа является верхней доверительной границей и может быть рассчитано по формуле

$$T_{ТВ} = T_n + \bar{T} + x_p \sigma_T, \quad (6.4)$$

где T_n — время начала выполнения логистического цикла.

Если время выполнения заказа «точно в срок» задано не только ориентировочным значением, но и некоторым отклонением от него или интервалом времени, важно оценить не только верхнюю границу времени выполнения заказа по формуле (6.4), но и нижнюю границу:

$$T_{ТВ} = T_n + \bar{T} - x_p \sigma_T. \quad (6.5)$$

5. Расчет вероятности выполнения логистического цикла «точно в срок». Вероятность выполнения заказа «точно в срок» в случае, если время выполнения заказа задано определенным значением (т. е. важна только оценка верхней доверительной границы времени), может быть рассчитана по формуле

$$P = \Phi\left(\frac{T_0 - \bar{T}}{\sigma_T}\right), \quad (6.6)$$

где $\Phi(\dots)$ — табулированная функция нормального закона распределения.

Для экспресс-оценки вероятности выполнения логистического цикла может использоваться вероятностная бумага, на которую наносится функция распределения времени. По графику функции распределения можно найти не только вероятность выполнения заказа, но и гарантированное с определенной вероятностью время выполнения этого заказа.

В случае когда время выполнения заказа задано интервалом, т. е. «не раньше, чем» и «не позднее чем» или определенным значением плюс-минус некоторое отклонение от него, вероятность выполнения заказа будет определяться следующим образом:

$$P(\alpha < T_0 < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - \bar{T}}{\sigma_T}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - \bar{T}}{\sigma_T}\right), \quad (6.7)$$

где α и β — нижняя и верхняя границы заданного времени выполнения заказа «точно в срок» соответственно.

6. Формирование целевой функции оптимизационной задачи выполнения логистического цикла «точно в срок». Известно, что одна из основных проблем логистического менеджмента — это уменьшение неопределенности логистического цикла.

В общем случае источниками неопределенности являются случайные величины T_i , характеризующие продолжительность выполнения отдельных операций цикла, которые описываются различными законами распределения. Если не рассматриваются другие возможные ограничения при осуществлении логистического цикла (нормативно-правовые, финансовые и т. п.), то формально экономико-оптимизационная задача выполнения логистического цикла «точно в срок» может быть представлена в виде

$$\sum_{i=1}^N C_i(t) \varphi(\bar{T}_i, \sigma_i) \rightarrow \min, \quad (6.8)$$

где $C_i(t)$ — зависимость издержек выполнения i -й операции цикла от ее продолжительности; \bar{T}_i, σ_i — параметры, характеризующие продолжительность i -й операции.

Например, в качестве $\varphi(\bar{T}_i, \sigma_i)$ можно выбрать средние значения \bar{T}_i или оценки времени выполнения каждой операции с заданной доверительной вероятностью T_{pi} .

Противоречивый характер издержек выполнения операций логистического цикла $C_i(t)$ говорит о существовании минимума. Так, при транспортировке издержки по доставке возрастают при уменьшении времени доставки, тогда как увеличение времени хранения приводит к увеличению затрат.

Если средние значения $\bar{T}_i = \text{const}$, то измерителем неопределенности логистического цикла являются дисперсии σ_i^2 и зависимость (6.8) можно представить, в частности, следующим образом:

$$\sum_{i=1}^N C_i(\sigma) \times \sigma_i^2 \rightarrow \min, \quad (6.9)$$

где $C_i(\sigma)$ — зависимость издержек выполнения i -й операции от рассеивания (неопределенности) времени ее выполнения.

Пример 6.1. Определить вероятность поставки за 14 дн. от момента заказа «точно в срок» для логистического цикла, статистические параметры которого приведены в табл. 6.2.

Определим статистические характеристики для общего цикла выполнения заказа — среднее значение, формула (6.1):

$$\bar{T} = 1 + 2 + 3,5 + 4,5 + 1 = 12 \text{ дн.}$$

Среднее квадратическое отклонение, формула (6.2) (при условии отсутствия корреляции между операциями ФЦ):

$$\sigma = \sqrt{0,33^2 + 0,66^2 + 3,08^2 + 1,31^2 + 0,33^2} = 3,45 \text{ дн.}$$

Таблица 6.2

Статистические параметры продолжительности логистического цикла

Операция цикла заказа	Среднее значение \bar{T} , дн.	Среднее квадратическое отклонение σ , дн.	
		исходный вариант	вариант измененных данных
Передача	1	0,33	0,2
Обработка	2	0,66	0,5
Комплектование	3,5	3,08	1,5
Транспортировка	4,5	1,31	1,0
Доставка потребителю	1	0,33	0,2

Рассчитаем вероятность выполнения заказа за 14 дн. При подстановке значений в формулу (6.3) находим

$$x_p = \frac{14 - 12}{3,45} = 0,56.$$

По табл. 7.10 определим вероятность выполнения заказа $P = 0,7$. Это невысокое значение, поскольку возможен срыв 30% заказов.

Допустим, что в результате проведенных мероприятий удалось уменьшить разброс времени выполнения операций логистического цикла, что привело к уменьшению σ (см. табл. 6.1). Тогда среднее квадратическое отклонение времени выполнения заказа, рассчитанное по формуле (6.2), равно:

$$\sigma = \sqrt{0,2^2 + 0,5^2 + 1,5^2 + 1,0^2 + 0,2^2} = 1,89 \text{ дн.}$$

Тогда

$$x_p = \frac{14 - 12}{1,89} = 1,06$$

и вероятность доставки продукции «точно в срок» — через 14 дн. $P = 0,855$.

Пример 6.2. Определить вероятность поставки «точно в срок» за 14 ± 3 дн. от момента заказа для логистического цикла, рассмотренного в примере 6.1.

Нижняя и верхняя граница интервала поставки равны 11 и 17 дней соответственно. Вероятность того, что заказ будет выполнен «точно в срок», равна

$$\begin{aligned}
 P(11 < T_0 < 17) &= \Phi\left(\frac{17-12}{3,45}\right) - \Phi\left(\frac{11-12}{3,45}\right) = \\
 &= \Phi(1,45) - \Phi(-0,29) = 0,4265 + 0,1141 = 0,5409.
 \end{aligned}$$

Это невысокое значение вероятности выполнения заказа «точно в срок», так как почти в 45% случаев возможен срыв заказов.

Так же как и в примере 6.1, определим вероятность выполнения заказа при измененных данных:

$$\begin{aligned}
 P(11 < T_0 < 17) &= \Phi\left(\frac{17-12}{1,89}\right) - \Phi\left(\frac{11-12}{1,89}\right) = \\
 &= \Phi(2,65) - \Phi(-0,53) = 0,496 + 0,2019 = 0,698.
 \end{aligned}$$

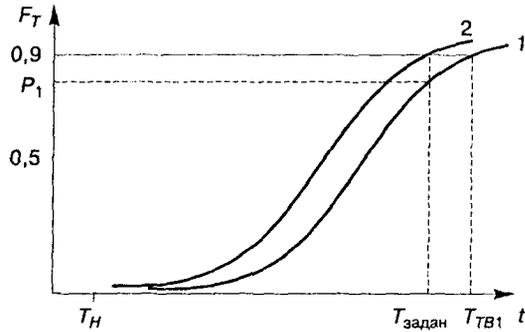
Расчет показал, что надежность поставки «точно в срок» увеличилась, вероятность срыва оказалась равна 30% заказов.

Для снижения риска невыполнения заказа в договорные сроки важно уметь управлять процедурами заказа, в частности выбирать наилучший по времени вариант выполнения операций логистического цикла. Например, оперативно заменять вид транспорта, перевозчика, маршрут и т. д.

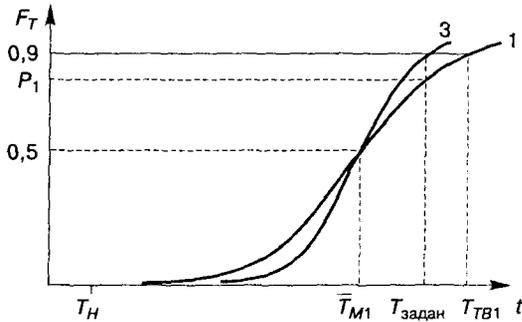
На рис. 6.2 показано, что выполнение заказа в заданные сроки (линия 1) возможно с вероятностью P_1 , меньшей заданной надежности. Для выполнения требования заказчика необходимо приблизить заданное время прибытия заказа к потребителю и гарантированное с вероятностью 0,9 время доставки «точно в срок». Из анализа зависимостей (6.1)–(6.9) следует, что выполнение условия (6.3) — «точно в срок» — может быть достигнуто различными способами.

Во-первых, если возможно, начать выполнение заказа раньше.

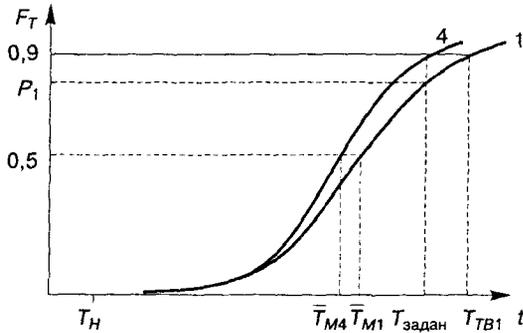
Во-вторых, важен индивидуальный контроль продолжительности каждой операции, и в случае существенного отклонения от нормативных значений необходима корректировка времени выполнения оставшихся операций. Например, можно изменить маршрут транспортировки (изменить состав ее участников, выбрать другой вид транспорта или направить транспортное средство по платной магистрали, лучшего качества и с меньшей интенсивностью движения и т. д.). Такой вариант управленческого решения при постоянной величине среднего квадратического отклонения графически представлен на рис. 6.2, а (линия 2), из которого видно, что гарантированное время выполнения заказа, соответствующее второй функции распределения, совпадает с заданным временем прибытия товара в пункт назначения.



а)



б)



в)

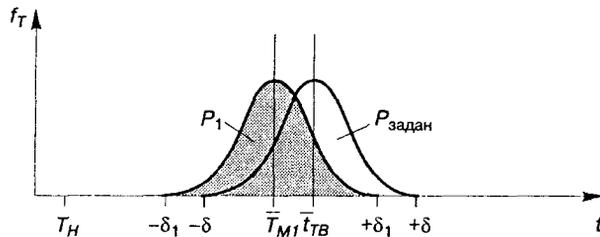
Рис. 6.2. Зависимость функции распределения времени выполнения заказа от изменения: а) среднего времени цикла; б) среднего квадратического отклонения времени цикла; в) среднего значения и среднего квадратического отклонения времени цикла

В-третьих, уменьшить составляющие σ , при этом в силу ограниченности ресурсов, главным образом наибольшие из них. На рис. 6.2, б (линия 3) показано, что за счет уменьшения дисперсии достигается равенство между временем, заданным клиентом, и 90%-ным временем выполнения заказа. При этом среднее время выполнения заказа остается прежним. Однако чаще всего среднее квадратическое отклонение и среднее значение времени (рис. 6.2, в, линия 4). Например, таможенное оформление товара при помощи таможенного брокера займет в среднем меньше времени, чем самостоятельное оформление. Однако брокер оказывает услуги на возмездной основе, что необходимо учитывать при принятии решений.

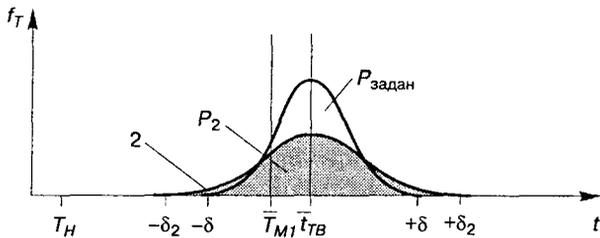
В-четвертых, необходимо учесть, что продолжительности операций логистического цикла могут быть связаны между собой и задержка при выполнении одной операции, например при комплектовании заказа, потребует уменьшения времени другой операции — транспортировки, т. е. возникает корреляционная связь. Учет свойств обратной (отрицательной) корреляции времени отдельных операций логистического цикла при условии, что это не приведет к росту остальных r_{ij} , может изменить среднее квадратическое отклонение времени выполнения заказа.

Как уже отмечалось, в ряде случаев заказчик требует доставить необходимые материалы, сырье и т. п. в определенном интервале времени ($\bar{T} \pm \delta$), тем самым он фактически задает не только среднее, но и среднее квадратическое отклонение времени выполнения заказа. Это ведет к появлению вариантов выполнения доставки заказа раньше времени, заданного заказчиком. В таком случае прежде всего необходимо обеспечить равенство среднего времени выполнения заказа с заданным средним значением времени, поскольку несовпадение средних при близких по значению средних квадратических отклонениях приводит к уменьшению вероятности выполнения договорных обязательств по обеспечению сроков доставки (рис. 6.3, а). В этом случае могут быть применены варианты управленческих решений, направленные на сближение расчетных и договорных сроков доставки грузов.

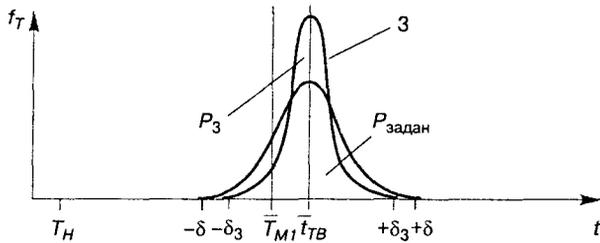
Однако равенство расчетного и заданного среднего времени выполнения заказа не обеспечивает надежности, поскольку среднее квадратическое отклонение времени доставки может быть слишком велико (рис. 6.3, б, линия 2). Это ведет к появлению фактически возможных вариантов доставки заказа раньше времени, заданного заказчиком (заказчик не разгружает прибывшие товары, транспортное средство вме-



а)



б)



в)

P_1 — вероятность доставки при несовпадении среднего значения времени с заданным средним при близких средних квадратических отклонениях;

P_2 — вероятность доставки при большом среднем квадратическом отклонении;

P_3 — вероятность доставки при полном вхождении фактического доверительного интервала времени в заданный интервал;

$P_{\text{задан}}$ — вероятность доставки при совпадении среднего и среднего квадратического отклонения с заданными

Рис. 6.3. Вероятности доставки груза в договорный интервал ($\bar{T} \pm \delta$)

сте с водителем простаивает в ожидании разгрузки), и позднее сроков, указанных в договоре. В этом случае возможны уплата штрафа за срыв сроков поставки, отказ клиента в приеме заказа и др.

Во всех случаях отклонение сроков выполнения заказа от заданного интервала ведет к затратам поставщика. Поэтому при управлении процедурами заказов необходимо еще на стадии проектирования логистического цикла подобрать такие варианты выполнения операций цикла, чтобы сумма верхних (нижних) оценок доверительных интервалов времени выполнения заказа давала результат, принадлежащий интервалу времени, заданному заказчиком. Если нет таких вариантов, остается решение, в основе которого лежит учет корреляции между составляющими времени отдельных операций.

Как отмечалось выше, варианты управленческих решений, направленные на уменьшение среднего квадратического отклонения времени выполнения заказа, могут привести, с одной стороны, к обеспечению заданных сроков, а с другой — к увеличению затрат на выполнение заказа. Уменьшение среднего квадратического времени доставки может привести к ситуации, соответствующей линии 3, изображенной на рис. 6.3, *в*. В этом случае расчетный доверительный интервал времени выполнения заказа полностью входит в заданный доверительный интервал. С одной стороны, это обеспечивает надежность обеспечения сроков поставки, а с другой — может неоправданно увеличивать затраты, и тогда у поставщика есть возможность выбрать более дешевый вариант управленческого решения.

6.2. Имитационная модель «точно в срок»

Для определения доверительного интервала времени и оценки надежности выполнения заказа может применяться имитационное моделирование (метод статистических испытаний или метод Монте-Карло), которое заключается в воспроизведении исследуемого процесса при помощи вероятностной математической модели. Одно такое воспроизведение функционирования системы называют «реализацией» или «испытанием». Метод основан на многократных испытаниях построенной модели с последующей статистической обработкой полученных данных с целью определения числовых характеристик исследуемого процесса в виде статистических оценок его параметров.

Применение вычислительной техники значительно расширило возможности исследования многих производственных процессов при помощи математических моделей. Компьютер не только сокращает время

создания и корректировки модели, но и упрощает ведение «диалога» с моделью путем вычислительного эксперимента (статистического испытания). Преимущества имитационного моделирования с применением компьютеров позволяют считать данный научный метод средством исследования быстропротекающих экономических процессов, непосредственное изучение которых затруднено.

Метод статистических испытаний позволяет воспроизвести любой процесс, на протекание которого влияют случайные факторы, при помощи моделирования случайных величин. Чтобы получить случайную величину, необходимо знать закон ее распределения. При наличии числовых характеристик случайной величины определить закон распределения можно по коэффициенту вариации (отношению среднего квадратического отклонения к среднему значению). В первом приближении выбор закона распределения может быть произведен по табл. 6.3.

Таблица 6.3

**Законы распределения случайной положительной величины
в зависимости от коэффициента вариации**

Пределы изменения коэффициента вариации	Закон распределения случайной величины
$V \leq 0,3$	Нормальный
$0,3 < V < 0,4$	Гамма-распределение
$0,4 \leq V < 1$	Вейбулла
$V = 1$	Экспоненциальный

Для некоторых наиболее часто встречающихся в экономике законов распределения получить случайную величину можно с помощью специальных функций, которые приведены в табл. 6.4. Для того чтобы воспользоваться расчетными формулами, соответствующими закону распределения, необходимо определить параметры распределения случайной величины.

Параметрами нормального закона являются среднее значение и среднее квадратическое отклонение. Для распределения Вейбулла параметр положения x_0 — отношение среднего значения к коэффициенту b_m и параметр формы m можно определить по табл. 6.5. Параметр экспоненциального закона — величина, обратная среднему значению. Для гамма-распределения параметры можно найти по формулам:

$$\lambda = \frac{\bar{x}}{\sigma^2}; \quad (6.10)$$

Таблица 6.4
Формулы для моделирования случайных величин [65]

Закон распределения, параметры	Плотность распределения $f(x)$	Расчетная формула
Нормальный, \bar{x} , σ	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right]$	$x_i = \bar{x} + \sigma\xi_i$
Вейбулла, m , x_0	$\frac{mx^{m-1}}{x_0^m} \exp\left[-\left(\frac{x}{x_0}\right)^m\right]$	$x_i = x_0\sqrt[m]{-\ln\xi_i}$
Экспоненциальный, λ	$\lambda e^{-\lambda x}$	$x_i = -\frac{\ln\xi_i}{\lambda}$
Гамма-распределение (η — целые числа), η , λ	$\frac{\lambda^\eta}{\Gamma(\eta)} e^{-\lambda x} \times x^{\eta-1}$	$x_i = -\frac{1}{\lambda} \sum_{j=1}^{\eta} \ln(1-\xi_j)$
Равномерный, b , a	$\frac{1}{b-a}$	$x_i = a + (b-a)\xi_i$

Таблица 6.5
Коэффициенты для расчета параметров распределения Вейбулла

Коэффициент вариации	Коэффициент b_m	Параметр m
1,000	1,000	1,0
0,910	0,965	1,1
0,837	0,941	1,2
0,775	0,924	1,3
0,723	0,911	1,4
0,681	0,903	1,5
0,640	0,897	1,6
0,605	0,892	1,7
0,575	0,889	1,8
0,547	0,887	1,9
0,523	0,887	2,0
0,499	0,886	2,1
0,480	0,886	2,2
0,461	0,886	2,3
0,444	0,886	2,4
0,428	0,887	2,5

$$\sigma = \frac{(x)^2}{2}. \quad (6.11)$$

Моделирование случайных величин, распределенных с известными параметрами, по расчетным формулам табл. 6.4 производится с генерированием равномерно распределенных случайных чисел ξ в интервале (0; 1) или нормально распределенных случайных чисел ξ' с параметрами: среднее — 0, среднее квадратическое отклонение — 1. Если объем моделируемых величин невелик, то для получения случайных чисел ξ и ξ' можно воспользоваться специальными таблицами. Получить ξ и ξ' можно также с помощью входящей в современное программное обеспечение стандартной процедуры формирования случайных чисел. В частности, производя расчеты в электронных таблицах *MS Excel*, необходимо подключить надстройку «Пакет анализа», после чего в падающем окне меню «Сервис» появится команда «Анализ данных». В одноименном диалоговом окне необходимо выбрать такой инструмент анализа, как «Генерация случайных чисел».

Пример 6.3. По результатам имитационного моделирования определить время поставки точно в срок с вероятностью 90% для цикла заказа с параметрами времени выполнения операций, представленными в табл. 6.2; оценить надежность поставки за 14 дн.

Для того чтобы смоделировать протекание логистического цикла, необходимо определить законы распределения случайных величин времени выполнения операций цикла. Выбор закона распределения произведем по коэффициенту вариации (табл. 6.3).

Определим закон распределения для первой операции логистического цикла — передачи заказа. Среднее значение времени операции — 1,126 дн., среднее квадратическое отклонение — 0,33. Коэффициент вариации

$$v = 0,33/1 = 0,33.$$

Коэффициент вариации больше 0,3, но меньше 0,4, следовательно, по табл. 6.3 определяем гамма-распределение. Параметры распределения найдем по формулам (6.10) и (6.11):

$$\lambda = 1/0,33^2 = 9,18; \quad \eta = 1^2/0,33^2 \approx 9.$$

Определение закона и параметров распределения для остальных операций логистического цикла показано в табл. 6.6.

Определение параметров распределения для времени комплектования заказа производится следующим образом. В табл. 6.5 находим значение коэффициента вариации, ближайшее к 0,88. Это значение 0,91,

Таблица 6.6

**Определение закона и параметров распределения случайных величин
времени выполнения логистических операций**

Операция цикла заказа	Коэффициент вариации	Закон распределения	Параметры распределения
Передача	0,33	Гамма-распределение	$\lambda = 9,18; \eta = 9$
Обработка	0,33	Гамма-распределение	$\lambda = 4,59; \eta = 9$
Комплектование	0,88	Вейбулла	$T_0 = 3,627; m = 1,1$
Транспортировка	0,291	Нормальный	$\bar{T} = 4,506; \sigma = 1,31$
Доставка потребителю	0,33	Гамма-распределение	$\lambda = 9,18; \eta = 9$

для него коэффициент $b_m = 0,965$, следовательно, параметр $T_0 = 3,5/0,965 = 3,627$. Параметр m определяется по табл. 6.5: $m = 1,2$.

Моделирование нормально распределенной случайной величины может быть произведено по формуле, представленной в табл. 6.4 или с помощью встроенного в *MS Excel* генератора случайных чисел. Например, для моделирования времени транспортировки необходимо задать (рис. 6.4): число переменных — 1 (каждая операция логистического цикла моделируется отдельно); число случайных чисел, например, — 50; распределение — нормальное; параметры — среднее 4,5 и СКО — 1,31. Также необходимо задать выходной интервал.

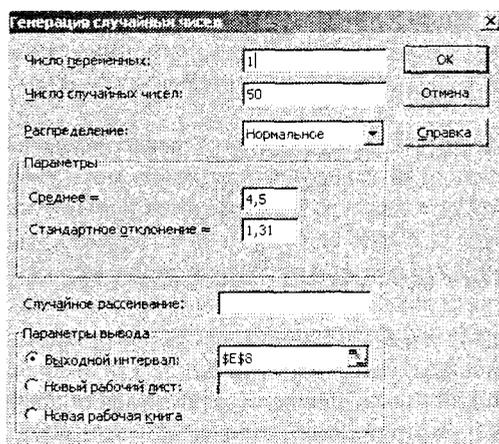


Рис. 6.4. Моделирование нормально распределенной величины с помощью *MS Excel*

Для моделирования случайной величины, распределенной по закону Вейбулла, сначала необходимо вывести на экран столбец случайных чисел, равномерно распределенных в интервале (0; 1). Для этого в диалоговом окне «Генерация случайных чисел» указывается равномерное распределение чисел между 0 и 1. Затем случайные числа подставляются в формулу (см. табл. 6.4):

$$T_{k1} = 3,627 \times \sqrt[4]{-\ln 0,299} = 4,305;$$

$$T_{k2} = 3,627 \times \sqrt[4]{-\ln 0,815} = 0,858 \text{ и т. д.}$$

В нашем примере для случайных величин, распределенных по закону гамма-распределения, параметр $\eta = 9$, следовательно, необходимо сначала вывести 9 столбцов случайных чисел, равномерно распределенных в интервале (0; 1), а затем случайные числа подставляются в соответствующую формулу из табл. 6.4. Например, определим первую реализацию времени передачи заявки:

$$\begin{aligned} T_{n1} &= -\frac{1}{9,18} (\ln(1-0,38) + \ln(1-0,99) + \ln(1-0,54) + \ln(1-0,19) + \\ &+ \ln(1-0,21) + \ln(1-0,21) + \ln(1-0,53) + \ln(1-0,58) + \ln(1-0,04)) = \\ &= 0,94 \text{ дн. и т. д.} \end{aligned}$$

Для моделирования времени обработки и доставки заказа также сначала необходимо вывести 9 столбцов случайных чисел, равномерно распределенных в интервале (0; 1), а затем выполнить аналогичные расчеты.

Смоделированное значение времени выполнения цикла заказа разобьем на несколько интервалов (для этого можно воспользоваться встроенным в *MS Excel* инструментом анализа «Гистограмма»). Затем определим частоту (отношение количества попаданий в интервал к общему количеству реализаций) и частоту нарастающим итогом. Результаты расчета показаны в табл. 6.7. По результатам табл. 6.7 можно построить график функции распределения времени логистического цикла (рис. 6.5).

По графику функции распределения находим гарантированное с вероятностью 0,9 время выполнения цикла заказа: опускаем перпендикуляр на ось времени из точки пересечения графика и линии, соответствующей вероятности 0,9, получаем 16 дн.

Таблица 6.7
Определение частоты попаданий в интервал значений времени выполнения логистического цикла

Интервал значений времени выполнения логистического цикла, дн.	Количество значений времени цикла в интервале	Частость	Частость нарастающим итогом
6–8	4	0,08	0,080
8–10	9	0,18	0,260
10–12	14	0,28	0,540
12–14	12	0,24	0,780
14–16	5	0,1	0,880
16–18	4	0,08	0,960
18–20	1	0,02	0,980
20–22	1	0,02	1,000

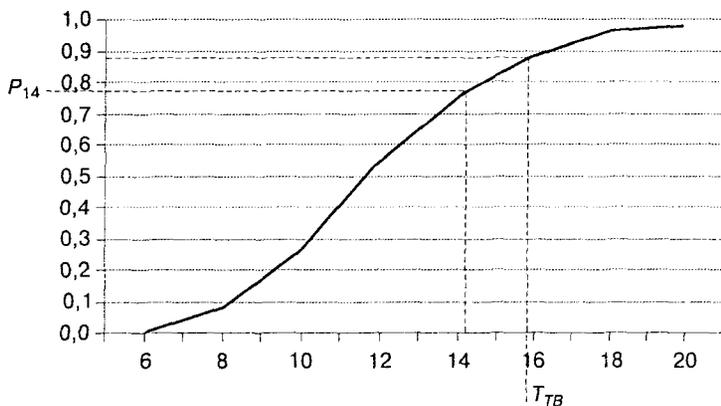


Рис. 6.5. Функция распределения времени логистического цикла

По условиям примера 6.3 требуется найти вероятность выполнения цикла заказа за 14 дн. Из точки на оси времени ведем линию до функции распределения и проецируем эту точку на ось вероятности, находим, что вероятность выполнения цикла заказа за 14 дн. приблизительно равна 0,8. Это не очень высокое значение вероятности, так как в 20% случаев возможны срывы сроков поставки.

6.3. Модель доставки грузов «точно в срок» в международном сообщении

Международные автомобильные перевозки (МАП) являются более сложным процессом в организационном, технологическом и как следствие в управленческом аспекте по сравнению с перевозками в пределах одной страны. Сложность международных перевозок вызвана необходимостью пересечения границ и таможенного регулирования грузопотоков, особенностями национального документооборота, инспекционными проверками технического состояния транспортных средств, соблюдением весогабаритных и экологических ограничений, необходимостью соблюдения режима труда и отдыха водителей и прочими обстоятельствами.

Временные характеристики преодоления сложных обстоятельств МАП и соблюдения требований к данному виду перевозок имеют случайный характер, учет которого особенно важен при проектировании доставки грузов, планировании и организации перевозок «точно в срок». Основным источником случайности является маршрут, характеризующийся определенной протяженностью, типом дорожного покрытия, местными ограничениями и другими параметрами. Составляющие перевозочного процесса являются случайными величинами, поэтому количественная оценка производится с использованием вероятностных характеристик.

Общее время перевозки может быть определено по следующей формуле:

$$T_o = \sum_{i=1}^A t_{i,i+1} + \sum_{j=1}^B \tau_j + \sum_{k=1}^C \Theta_k, \quad (6.12)$$

где $t_{i,i+1}$ — время движения между i -м и $(i+1)$ -м пунктами; τ_j — время оформления таможенных документов в j -м пункте (внутри страны и на пограничных переходах); Θ_k — время погрузки, разгрузки и складирования в k -м пункте; A , B , C — количество участков движения автомобиля, пунктов таможенного оформления и пунктов погрузки-разгрузки соответственно.

Время начала перевозки T_n определяется по формуле

$$T_n = T_{mn} - T_o, \quad (6.13)$$

где T_{mn} — время доставки груза «точно в срок».

Поскольку все составляющие формулы (6.12) являются случайными величинами, то они характеризуются соответствующими статистическими параметрами: средними значениями и средними квадратическими

отклонениями. Из случайного характера составляющих перевозочно-го процесса следует, что понятие «точно в срок» должно рассматриваться с учетом доверительных границ времени перевозки груза. Это означает, что время доставки груза «точно в срок» является верхней границей и может быть определено по формуле (6.4). Расчет среднего времени перевозки \bar{T}_o и среднего квадратического отклонения σ_T производится по формулам (6.1) и (6.2).

Если принять, что средняя продолжительность рабочего дня водителя (время в наряде) при осуществлении международной перевозки равна T_p , то календарная продолжительность рейса определяется количеством дней работы и рассчитывается по формуле

$$D_p = \frac{T_o + x_p \sigma_T}{T_p}, \quad (6.14)$$

где D_p — число дней международного рейса.

Пример 6.4. По условиям контракта 40-футовые контейнеры из порта Хельсинки должны быть доставлены в Санкт-Петербург, разгружены и возвращены в порт Хельсинки не позднее чем через 5 суток. Каждый день опоздания влечет за собой штраф в \$50. Требуется определить продолжительность рейса и возможность его выполнения «точно в срок» с вероятностью $P = 0,9$.

В табл. 6.8 приведены статистические данные о временных составляющих международной перевозки Санкт-Петербург—Хельсинки.

Таблица 6.8
Временные характеристики перевозки Хельсинки—Санкт-Петербург—Хельсинки

Пункты маршрута; операции перевозки	Средние значения T_n , ч	Средние квадратические отклонения σ_n , ч
Порт Хельсинки; П + ТП	4,0	1,5
Хельсинки—Торфяновка; Д	3,6	0,6
Торфяновка; П/П	6,0	2,5
Торфяновка—Санкт-Петербург; Д	3,0	0,8
Санкт-Петербург; ТП + Р	16,0	4,0
Санкт-Петербург—Торфяновка; Д	2,7	0,7
Торфяновка; П/П	3,0	0,9
Торфяновка—Хельсинки; Д	3,0	0,6
Порт Хельсинки; Р	1,0	0,3
Примечания: (П + ТП) — погрузка и таможенные процедуры; Д — движение; П/П — прохождение пограничного перехода; (ТП + Р) — таможенные процедуры и разгрузка.		

Данные получены в результате обработки тахограмм (тахограф — специальный прибор, установленный в кабине и позволяющий фиксировать различные режимы работы экипажа, а также параметры движения автомобиля).

Подставив значения средних значений T_i и средних квадратических отклонений σ_i в формулы (6.1) и (6.2), получим $\bar{T}_0 = 42,3$, $\sigma_T = 5,2$ ч (при условии некоррелируемости временных составляющих на отдельных этапах маршрута).

Поскольку коэффициент $x_p = 1,28$ (при $P = 0,9$), по формуле (6.14) находим

$$D_p = \frac{42,3 + 1,28 \times 5,2}{10} = 4,9 \text{ дн.}$$

Таким образом, длительность рейса D_p соответствует условиям контракта и перевозка будет выполнена «точно в срок» с доверительной вероятностью $P = 0,9$.

При вероятности $P = 0,9$ уменьшения времени таможенных процедур и разгрузки в Санкт-Петербурге в два раза ($T_i = 8,0$ ч, $\sigma_i = 2,0$ ч), средняя продолжительность рейса составит $D_p \sim 4$ дн.

Формулы для расчета среднего времени перевозки и среднего количества дней рейса отражают непрерывное время нахождения автомобиля на линии при выполнении данного рейса. Но они не полностью учитывают специфику международных перевозок, обусловленную: во-первых, ограничением режима труда и отдыха водителя или экипажа автомобиля согласно ЕСТР; во-вторых, запретами (ограничениями) на движение большегрузных автомобилей по территории некоторых европейских стран в выходные и праздничные дни; в-третьих, необходимостью проведения ремонтно-профилактических воздействий, в частности устранения отказов, а также другими причинами простоя на линии. Например, проверкой дорожной полицией нагрузок на оси, которая входит в производственную деятельность водителя в течение рабочего дня, иную, чем управление автомобилем.

С учетом специфики международных перевозок формула (6.12) для общей продолжительности рейса должна быть скорректирована и представлена в виде:

$$T_0 = \sum_{i=1}^A t_{i,i+1} + \sum_{j=1}^B \tau_j + \sum_{k=1}^C \Theta_k + \sum_{l=1}^D \phi_l + \sum_{m=1}^E \psi_m + \sum_{n=1}^F \eta_n, \quad (6.15)$$

где ϕ_l — случайная составляющая, отражающая увеличение времени рейса для проведения ремонтно-профилактических воздействий и других причин; ψ_m — случайная составляющая, отражающая ограничения, свя-

занные с ЕСТР; η_n — случайная составляющая, отражающая запреты на движение большегрузных автомобилей; D, E, F — число случаев простоя автомобиля с учетом указанных причин соответственно.

Особенность включения составляющей ψ_m состоит в том, что ограничения ЕСТР связаны с накоплением времени работы водителя в течение дня, недели и двух недель. Следовательно, с момента начала движения водитель должен остановиться для отдыха через 9 ч непрерывного управления и может возобновить движение только после обязательного отдыха. Это приводит к скачкообразному увеличению времени выполнения рейса без изменения пройденного пути. В то же время ежедневный отдых водителя в течение суток должен составлять 11 ч. Следовательно, накопленное время (T_d), связанное с производственной деятельностью водителя в течение дня с учетом первых двух слагаемых формулы (6.15), не может превышать $24 - 11 = 13$ ч. Фактически это время меньше с учетом физиологических потребностей человека.

Таким образом, для каждого дня работы водителя получаем два неравенства-ограничения:

$$\begin{aligned} t_{i,i+1} &< T_y; \\ t_{i,i+1} + \tau_j + \psi_l &< T_d, \end{aligned} \quad (6.16)$$

где T_y — время непрерывного управления автомобилем; $T_d = 24 - T_{om}$; T_{om} — время ежедневного отдыха.

Величины T_y и T_{om} определяются для каждого конкретного случая и зависят от экипажа (один или два водителя), наличия спального места в кабине, общей продолжительности управления в течение недели и двух недель. Аналогично могут быть учтены ограничения при движении большегрузных автомобилей в ряде европейских стран в выходные (праздничные) дни, в ночное время и т. п. Это также приводит к увеличению времени перевозки и должно учитываться при расчете.

Выполненный анализ позволяет сделать вывод, что для определения времени перевозки по формуле (6.15) с учетом случайных составляющих и ограничений (6.16) необходимо воспользоваться методом статистического моделирования. Блок-схема моделирования автомобильной перевозки приведена на рис. 6.6.

Для иллюстрации разработанного алгоритма ограничимся рассмотрением унимодальной перевозки без транзитного пересечения других стран, в частности, наиболее распространенных маршрутов Санкт-Петербург—Котка—Санкт-Петербург и Санкт-Петербург—Хельсинки—Санкт-Петербург через пограничный переход Торфяновка. На первом этапе исследования был организован сбор информации о со-

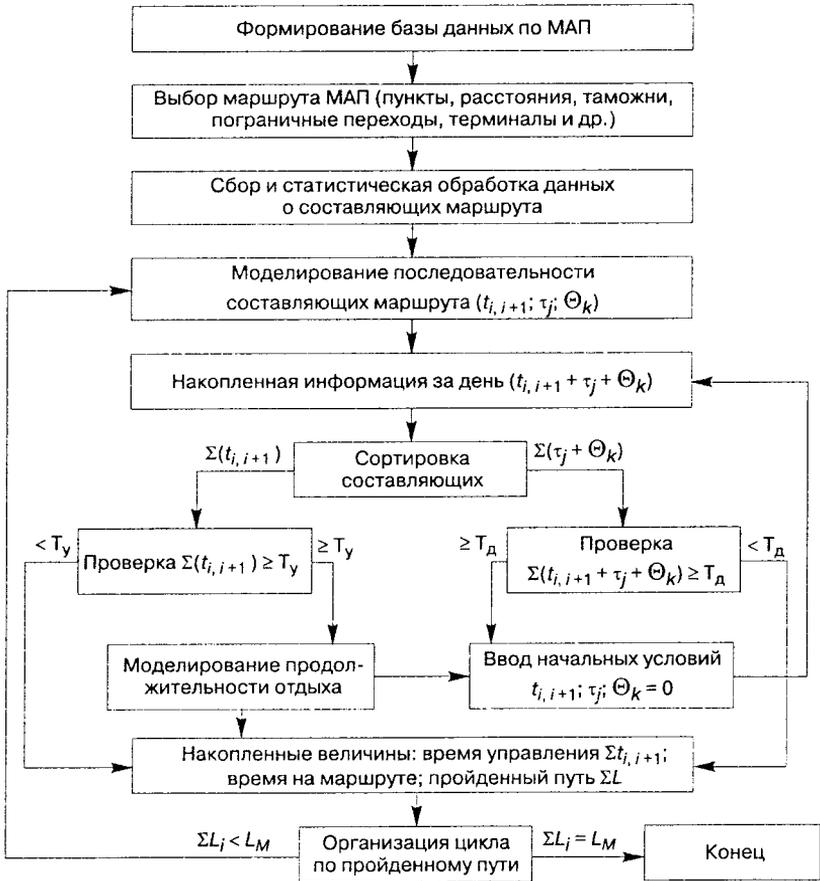


Рис. 6.6. Блок-схема моделирования международной автомобильной перевозки без учета составляющих j и h_n

ставляющих маршрутов в АО «Магдален» с использованием специальных карт, образцы которых приведены в табл. 6.9. В выборку были включены автопоезда с тягачами «Renault», «Volvo» и др., выполняющие контейнерные перевозки.

Следующий этап состоял из статистической обработки полученной информации с целью выяснения законов распределения на данных отрезках маршрута и нахождения средних величин, характеризующих соответствующие составляющие маршрута (табл. 6.10).

Таблица 6.9

Плановые и фактические данные о режиме движения автопоездов на маршрутах Санкт-Петербург—Финляндия (порты)—Санкт-Петербург (пример заполнения)

Модель автомобиля	Время отправления, прибытия*	Маршрут, расстояние, загрузка**	Время на маршруте	
			план*	факт***
«Renault»	20 янв. 15.00	П—К, 301 км, 3,9 т К—Х, 134 км, 0 т Х—П, 440 км, 13 т	П — 15.00 Т — 19.30 Х — 22.00 Х(П) — 8.00 Б — 13.00 П — 19.00	П — 15.00 Т — с 20.40 до 1.30 Х(П) с 8.00 до 15.30 П — 13.00
«Volvo»	26 янв. 6.00	П—К, 301 км, 0 т К—П, 301 км, 23,9 т	П — 6.00 Т — 10.30 К — 12.30 Т — 18.00 П — 21.00	П — 6.00 Т — с 9.15 до 10.30 К — с 12.00 до 15.30 Т — с 13.00 до 19.00 П — 23.00

* Заполняется диспетчерской службой.
 ** П — Санкт-Петербург, К — Котка, Х — Хельсинки, Х(П) — Хельсинки, порт, Т — Торфяновка (пограничный переход), Б — Брусничное (пограничный переход).
 *** Заполняется водителями на маршруте.

Таблица 6.10

Результаты статистической обработки временных составляющих международной перевозки Россия—Финляндия

Составляющие перевозочного процесса	Средние значения, ч	СКО, ч	Закон распределения
СПб.—Торфяновка, д	3,79	0,7	Нормальный
Торфяновка, пп	1,831	1,8	Экспоненциальный
Торфяновка—Котка, д	1,17	0,235	Логарифмически нормальный
Торфяновка—Хельсинки, д	3,8	0,707	Нормальный
Котка, п-р	5,39	2,734	Нормальный
Хельсинки, п-р	4,92	2,524	Нормальный
Хельсинки—Торфяновка, д	3,43	0,6	Нормальный
Котка—Торфяновка, д	1,125	0,25	Нормальный
Торфяновка, пп	3,5	2,19	Нормальный
Торфяновка—СПб., д	3,88	0,607	Нормальный

Исследование корреляционных зависимостей между составляющими перевозочного процесса показало практически полное отсутствие корреляции — коэффициент корреляции находится в пределах 0,1–0,15. Это позволяет считать имеющиеся составляющие независимыми друг от друга.

Пример 6.5. Рассмотрим маршрут международной автомобильной перевозки Санкт-Петербург—Хельсинки (порт)—Санкт-Петербург через пограничный переход в Торфяновке. Допустим, что автопоезд в составе тягача и полуприцепа осуществляет вывоз грузеных контейнеров из порта Хельсинки с последующим возвратом порожних контейнеров. На маршруте работает один водитель. Временные составляющие рейса приведены в табл. 6.10. При моделировании не будем учитывать временную составляющую с прохождением таможенных процедур.

Примем, что время начала первого дня движения — 8 ч утра. Моделируем первую составляющую — время движения Санкт-Петербург—Торфяновка. Согласно табл. 6.10, оно подчиняется нормальному закону распределения с параметрами $\bar{x} = 3,79$, $\sigma = 0,7$. Моделирование случайной величины t_{11} производится по формуле, представленной в табл. 6.4.

Воспользовавшись таблицей случайных чисел [42], находим $\xi_1' = 0,2005$. Тогда $t_{12} = 3,79 + 0,7 \times 0,2005 = 3,93$ ч.

Проверим условия (6.16): $t_{11} < T_y$ — ограничений времени непрерывного управления. Поскольку $3,93$ ч $< 4,5$ ч, то переходим к следующему этапу маршрута — прохождению пограничного перехода. Случайная величина времени прохождения пограничного перехода t_j подчиняется экспоненциальному закону и моделируется по формуле, представленной в табл. 6.4. В [42] находим $\xi = 0,86$,

$$\tau_1 = -1,831 \times \ln 0,86 = 0,27 \text{ ч.}$$

Проверим условие (6.16): $(t_{11} + \tau_{11}) < 13$ и перейдем к следующему этапу.

Случайная составляющая времени движения Торфяновка—Хельсинки подчиняется нормальному закону. При $\xi_1' = 1,1609$

$$t_{23} = 3,8 + 1,1609 \times 0,7 = 4,61 \text{ ч.}$$

Время движения оказалось больше 4,5 ч, следовательно, водитель должен будет сделать перерыв в движении на 45 мин. Проверим условия (6.16):

$$3,93 + 4,61 = 8,54 < 9;$$

$$3,93 + 0,27 + 4,61 + 0,75 = 9,56 < 13.$$

Оба условия выполнены. Принимаем решение о завершении работы в первый день. Первый рабочий день закончился в $8 + 9,56 = 17,56 \approx 18$ ч. Водитель должен отдыхать не менее 11 ч. Второй рабочий день начинается в 6 ч утра. Аналогично осуществляем расчеты временных составляющих второго дня рейса с использованием случайных величин, приведенных в [42].

Погрузка в порту Хельсинки (нормальный закон):

$$Q_1 = 4,92 + 2,52 \times 0,5864 = 6,4 \text{ ч.}$$

Движение Хельсинки—Торфяновка (нормальный закон):

$$t_{34} = 3,43 + 0,6 \times 0,1425 = 3,52 \text{ ч.}$$

Пограничный переход в Торфяновке (нормальный закон):

$$t_2 = 3,5 + 2,19 \times 0,9516 = 5,58 \text{ ч.}$$

Проверяем условие (6.16):

$$6,4 + 3,52 + 5,58 = 15,5 > 13.$$

Даже при возможном уменьшении времени отдыха согласно ЕСТР до 9 ч общее время производственной деятельности превышает 15 ч. В действительности производственная деятельность будет продолжена до прохождения всех процедур, связанных с таможенной, паспортным контролем. Второй рабочий день заканчивается в $6 + 15,5 = 21,5$ ч. Отдых водителя 11 ч. Третий день начинается в 8,5 ч утра.

Смоделируем время движения между Торфяновкой и Санкт-Петербургом:

$$t_{45} = 3,88 + 0,6 \times (-0,5863) = 3,53 \text{ ч.}$$

Таким образом, автопоезд прибудет в Санкт-Петербург на третий день в 12 ч, а общее время рейса составит 52 ч (без учета простоев на таможне в Санкт-Петербурге).

Результаты моделирования для большого количества реализаций и статистической обработки приведены в табл. 6.11, там же даны фактические и плановые величины.

Контрольные вопросы

1. Какова последовательность формирования модели выполнения заказа «точно в срок»?
2. В чем состоит отличие модели «точно в срок», если потребитель указывает срок выполнения заказа (срок доставки) в виде интервала времени?

Таблица 6.11

Результаты плановых, фактических, смоделированных и расчетных значений времени перевозки

Вариант	Маршрут СПб.— Финляндия—СПб.	Параметры	
		среднее значение, ч	СКО, ч
Плановые расчеты	Котка	15	—
	Хельсинки	28	—
Фактические данные	Котка	28,8	9,8
	Хельсинки	41,8	11,9
Результаты моделирования	Котка	38,6	12,4
	Хельсинки	55,1	16,6
Расчет по приближен- ным формулам	Котка	32,7	4,0
	Хельсинки	49,1	4,0

3. С помощью каких вариантов решений можно приблизить срок выполнения заказа к заданному значению?
4. Как можно определить закон распределения случайной величины времени выполнения отдельных операций логистического цикла?
5. Как по графику функции распределения определить вероятность выполнения заказа и гарантированный срок выполнения логистического цикла?
6. Опишите модель доставки грузов «точно в срок» в международном сообщении автомобильным транспортом.
7. Каковы этапы моделирования времени доставки грузов в международном сообщении? Как на основе результатов моделирования определить гарантированный срок доставки?

Раздел 7

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ В ЛОГИСТИКЕ

7.1. Основные положения теории прогнозирования

В снабженческой, производственной и распределительной логистике широко используются методы прогнозирования, поскольку прогнозные оценки развития анализируемых процессов являются основой принятия управленческих решений при оперативном, тактическом и стратегическом планировании. От точности и надежности прогноза зависит эффективность реализации различных логистических операций и функций: от оценки вероятности дефицита продукции на складе до выбора стратегии развития фирмы.

Различным аспектам теории прогнозирования посвящено значительное количество исследований. В большинстве работ *прогноз* определяется как вероятностное научно обоснованное суждение о перспективах, возможных состояниях того или иного явления в будущем и/или об альтернативных путях и сроках их осуществления. Под *методологией прогнозирования* понимается область знаний о методах, способах и системах прогнозирования, а именно [44]:

- метод прогнозирования — способ исследования объекта, направленный на разработку прогноза;
- методика прогнозирования — совокупность одного или нескольких методов;
- система прогнозирования — упорядоченная совокупность методик и средств реализации.

Известно, что теория прогнозирования включает: анализ объекта прогнозирования; методы прогнозирования, подразделяющиеся на математические (формализованные) и экспертные (интуитивные); системы прогнозирования, в частности непрерывного, при котором за счет мониторинга осуществляется корректировка прогнозов в процессе функционирования объекта.

В работах по теории прогнозирования при анализе объектов производится классификация прогнозов, при этом в качестве основных признаков указываются следующие:

- масштабность, отражающая количество значащих переменных при описании объекта;
- сложность, характеризующая степень взаимосвязи переменных;
- детерминированность или стохастичность переменных;
- информационная обеспеченность периода ретроспекции, включая все возможные варианты от объектов с полным количественным обеспечением до объектов, у которых такое обеспечение отсутствует.

Одним из основных классификационных признаков является также период прогноза, при этом большинство авторов выделяют три вида прогнозов: краткосрочные, среднесрочные и долгосрочные. Естественно, что временные интервалы прогнозов зависят от природы объекта, т. е. изучаемой области деятельности. Так, при рассмотрении технико-экономических показателей деятельности фирм период краткосрочного прогноза не превышает 1 года, среднесрочный прогноз строится на период от 1 до 5 лет, долгосрочный — свыше 5 лет.

В работах по прогнозированию классифицируются не только прогнозы, но и методы прогнозирования. Известно большое количество методов прогнозирования, в основном они базируются на двух крайних подходах: эвристическом и математическом.

Эвристические методы включают построение интуитивных прогнозных моделей, которые формируются экспертами на основе целевой установки, предоставленной информации, опыта, интуиции и знаний эксперта. Выделяют индивидуальные (модели типа интервью, генерации идей), коллективные (метод простого ранжирования; метод задания весовых коэффициентов; метод последовательных сравнений; метод парных сравнений) и комбинированные (метод «Дельфи» и его модификации) экспертные оценки.

Методы экспертных оценок применимы для прогнозирования любых процессов: для непрерывных и дискретных, стационарных и нестационарных, вне зависимости от наличия статистики, скачков в развитии процесса и описания математической закономерности. Экспертные методы прогнозирования могут быть использованы для получения как количественных, так и качественных прогнозов. Недостатком методов экспертных оценок являются субъективность оценки и зависимость применения от наличия экспертов, знакомых с прогнозируемой ситуацией.

Экспертные методы прогнозирования рекомендуется использовать в том случае, если:

- нет достаточной статистической информации об изменении анализируемого показателя и влияющих на него факторов;
- показатель не изменяется численно, а выражается качественными признаками;
- анализируемый показатель не может быть описан на основе эволюционного развития, поскольку изменяется скачкообразно и природа этих изменений неизвестна.

Математические методы прогнозирования подразделяются на три группы:

- симплексные (простые) методы экстраполяции по временным рядам (метод наименьших квадратов, экспоненциальное сглаживание и др.);
- статистические методы, включающие корреляционный и регрессионный анализ, факторный анализ и др.;
- комбинированные методы, представляющие собой синтез различных вариантов прогнозов.

При формировании методики прогнозирования целесообразно, по наш взгляд, рассматривать прогноз в узком (I тип прогноза) и в широком (II тип прогноза) смысле.

В узком смысле прогноз выполняется при условии, что основные факторы, определяющие развитие прогнозируемого процесса или явления, не претерпят существенных изменений. Это позволяет выдвигать гипотезы о будущем развитии процессов и явлений, в значительной мере базирующиеся на анализе прошлого.

Прогнозы I типа осуществляются с применением симплексных или статистических методов на основе временных рядов. Для прогнозов I типа характерно, что:

- число значимых переменных включает от 1 до 3 параметров, т. е. по масштабности они относятся к сублокальным прогнозам;
- при использовании одного параметра, например времени, такие прогнозы считаются сверхпростыми, при двух-трех взаимосвязанных параметрах — сложными;
- по степени информационной обеспеченности периода ретроспекции прогнозы I типа могут быть отнесены к объектам с полным информационным обеспечением.

Для повышения точности и достоверности прогнозных оценок I типа целесообразно использование комбинированных методов, при этом

желательно использование большого количества вариантов прогноза, рассчитанных на основе различных подходов или альтернативных источников информации.

Прогноз II типа (в «широком» смысле) подразумевает, что исходные данные для получения оценок определяются с использованием опережающих методов прогнозирования: патентного, публикационного и др. Как правило, прогнозы II типа используются для долгосрочного прогнозирования и разбиваются на два этапа: первый — получение прогнозных оценок основных факторов; второй — собственно прогноз развития процесса или явления. Учитывая объективную сложность и трудоемкость выполнения прогнозов II типа, можно констатировать, что наибольшее распространение получили методы прогнозирования I типа. В дальнейшем мы будем рассматривать только прогнозы I типа.

В ряде работ приводится более полная классификация методов прогнозирования и дается их подробная характеристика, например [47, 61, 63 и др.]. Некоторые методы иллюстрируются примерами, при этом не говорится, как ориентироваться в этих методах, какой из них лучше выбрать для прогноза на основе имеющихся данных.

На наш взгляд, для успеха в построении прогнозов знаний только о способах получения прогнозных оценок недостаточно. Важно четко разграничивать области применения разных методов прогнозирования и в зависимости от объема и характера данных быстро и безошибочно выбирать нужный метод в соответствии с целью получения конкретного прогноза.

На рис. 7.1 представлена схема, позволяющая соотнести цели прогнозирования («Какой прогноз нужен?»), объем исходных данных («Количество точек»), вид данных («Наличие тренда» и др.) для получения корректного прогноза («Какой прогноз возможен?»). В зависимости от вида и количества исходных данных возможны прогнозы на один шаг, на несколько шагов или проверка модели прогнозирования на предмет адаптации к исходным данным.

Прогноз можно получить с помощью разных методов. Для выбора метода важно соотнести имеющееся количество и вид данных с требованиями к минимальному количеству исходных данных, на основе которых можно сделать прогноз (табл. 7.1).

Наиболее часто для прогнозирования I типа используются методы, основанные на анализе временных рядов. Эти методы имеют разную сложность. Так, например, если все имеющиеся данные существенны и имеют равную ценность для прогноза, можно найти среднее всех значений динамического ряда, это и будет являться прогнозом на один



Рис. 7.1. Схема подготовки прогнозных решений

шаг. Такой метод можно применять при любом количестве данных при условии равноценности всех данных. Но если последнее значение динамического ряда наиболее значимо по сравнению с остальными, то оно и может быть принято как прогноз на один шаг. Эти наивные методы прогнозирования практически не требуют каких-либо сложных расчетов.

Таблица 7.1
Общие рекомендации по выбору метода прогнозирования

Метод прогнозирования	Наличие тренда	Наличие сезонности	Требования к минимальному количеству данных		Прогноз возможен	
			несезонные	сезонные	на один шаг	на несколько шагов
Экспертный	Не обязательно	Не обязательно	0	0	Да	Да
Наивный	Да/нет	Да/нет	1	--****	Да	Нет
Экспоненциальное сглаживание (простое)	Нет	Нет	2	--	Да	Нет
Арифметическое сглаживание	Нет	Нет	4	--	Да	Нет
Метод Хольта	Да	Нет	3	--	Да	Нет
Метод экспоненциальных средних (метод Брауна)	Да	Нет	10	--	Да	Да
Экстраполяция тренда	Да	Нет	3	--	Да	Да*
Метод Винтерса	Да	Да	3	--	Да	Да*
Комбинированный прогноз (оценка среднего значения)	Да	Да	--	1 x T**	Да	Да*
Комбинированный прогноз (оценка среднего значения и отклонения)	Да/нет	Да/нет	--	2 x T	Да	Да***
* Прогноз на несколько шагов возможен при соблюдении соотношения длины предпрогнозного периода и периода прогнозирования 3 : 1.	Да/нет	Да/нет	3	--	Да	Нет
** T — периодичность сезонности.	Да/нет	Да/нет	3	--	Да	Нет
*** Прогноз на один период, содержащий сезонность (например, на 1 год поквартильно).	Да/нет	Да/нет	3	--	Да	Нет
**** <—> — метод не используется для учета сезонности.	Да/нет	Да/нет	3	--	Да	Нет

Рассмотрим **методы прогнозирования**, требующие применения специальной вычислительной процедуры, в порядке увеличения объема исходных данных, необходимых для получения прогнозных оценок.

7.2. Простые методы сглаживания данных

К простым методам сглаживания данных можно отнести метод экспоненциального сглаживания с одним параметром и метод арифметического сглаживания. Важнейшая предпосылка любого метода сглаживания состоит в использовании последних данных ряда, поскольку информация имеет свойство устаревания, причем чем ближе данные к интервалу прогноза, тем их вес (или значимость) для прогноза должен быть больше. При прогнозировании по *методу экспоненциального сглаживания с одним параметром* прогнозируемое значение y_{t+1}^* в момент времени $t + 1$ представляет собой сумму фактического значения показателя y_t и прогнозируемого значения y_t^* в момент времени t . Другими словами,

$$y_{t+1}^* = \alpha y_t + (1 - \alpha) y_t^* \quad (7.1)$$

где α — параметр сглаживания, определяющий значение веса, которое имеет самое последнее наблюдение при вычислении прогноза на один шаг; $0 \leq \alpha \leq 1$.

Определение параметра сглаживания имеет большое значение для функционирования модели (7.1). В работе [35] даны следующие рекомендации по выбору параметра сглаживания:

- если в модели наиболее значимым является именно последнее наблюдение, рекомендуется назначать большое значение α . В случае $\alpha = 1$ прогнозное значение будет равно фактическому за предыдущий период;
- если существует практически полное доверие ко всем данным временного ряда и игнорирование значимости последнего наблюдения, то α близко к 0;
- если исследуемый показатель характеризуется низким уровнем случайных воздействий, но подвержен редким и значительным по величине скачкам, то следует выбирать относительно высокое значение α ($\alpha \approx 0,5$).

Модель (7.1) называется однопараметрической моделью Брауна, значение параметра α в которой должно подбираться путем последовательных приближений. Процедура подбора сводится к поиску такого

значения α , которое обеспечивает наименьшую погрешность — среднеквадратичное отклонение:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - y_t^*)^2}{n - m}}, \quad (7.2)$$

где n — число учитываемых периодов времени (можно принять как число данных исходного ряда); m — количество параметров показательного сглаживания (модель (7.1) однопараметрическая, поэтому $m = 1$).

Наилучшее значение параметра α может быть найдено с помощью процедуры *Поиск решения MS Excel*.

Для прогнозирования с использованием модели (7.1) помимо выбора параметра α важно задать начальное условие (или начальное предположение). Существует несколько способов определения начального условия. Во-первых, наиболее часто предполагается, что начальное условие равно фактическому значению показателя при $t = 1$. Заметим, что этот способ доступен при количестве исходных данных $N \geq 2$. Во-вторых, в качестве начального условия выбирается среднее арифметическое значение, рассчитанное по всем доступным к началу прогнозирования данным. В-третьих, при большом объеме данных в качестве начального условия используется среднее значение нескольких наблюдений (например, первой трети имеющихся данных), которые далее не будут участвовать в модели прогнозирования (7.1).

Следует иметь в виду, что экспоненциальное сглаживание не является подходящим методом прогнозирования для монотонно возрастающих или убывающих статистических данных. В первом случае модель (7.1) даст всегда заниженный, а во втором — завышенный прогноз. Метод можно скорректировать, включив в него направление изменения значений прогнозируемого показателя, и такой метод называется методом Хольта или экспоненциальным сглаживанием с учетом тренда. Этот метод мы рассмотрим немного позднее. Модель (7.1) также не может дать удовлетворительный прогноз, если исходные данные подвержены сезонным изменениям. В этом случае необходимы специальные методы прогнозирования.

Пример 7.1. В табл. 7.2 приведены три реализации текущего расхода; для каждой реализации даны величины расхода за день и интегральные характеристики [2].

Воспользуемся значениями спроса первой реализации за 5 дн. В первом приближении примем $\alpha = 0,4$. В качестве начального условия выберем значение спроса в первый день, $y_1^* = 9$ ед. Выполним прогноз

Таблица 7.2
Динамика спроса в течение трех циклов расхода запасов

1-й цикл			2-й цикл			3-й цикл		
день j	спрос, ед.	всего с начала цикла	день j	спрос, ед.	всего с начала цикла	день j	спрос, ед.	всего с начала цикла
1	9	9	11	0	0	21	5	5
2	2	11	12	6	6	22	5	10
3	1	12	13	5	11	23	4	14
4	3	15	14	7	18	24	3	17
5	7	22	15	10	28	25	4	21
6	5	27	16	7	35	26	1	22
7	4	31	17	6	41	27	2	24
8	8	39	18	9	50	28	8	32
9	6	45	19	*	50	29	3	35
10	5	50	20	*	50	30	4	39

* Дефицит.

при $t = 1$, подставив в формулу (7.1) необходимые значения показателя α и начальное условие:

$$y_{1+1}^* = 0,4 \times 9 + (1 - 0,4) \times 9 = 9 \text{ ед.}$$

Прогноз на второй период равен начальному условию. Фактическое значение для второго периода $y_2 = 2$. По формуле (7.1) определим значение экспоненциальной средней для $t = 2$:

$$y_{2+1}^* = 0,4 \times 2 + (1 - 0,4) \times 9 = 6,2 \text{ ед.}$$

Прогноз на третий день составит 6,2 ед.

Экспоненциальная средняя при $t = 3$ и прогноз на четвертый день равны

$$y_{3+1}^* = 0,4 \times 1 + (1 - 0,4) \times 6,2 = 4,12 \text{ ед.}$$

Аналогично определим прогноз на пятый и шестой дни:

$$y_{4+1}^* = 0,4 \times 3 + (1 - 0,4) \times 4,12 = 3,67 \text{ ед.}$$

$$y_{5+1}^* = 0,4 \times 7 + (1 - 0,4) \times 3,67 = 5,00 \text{ ед.}$$

Итак, искомый прогноз на шестой день составляет 5 ед. Определим ошибку прогноза по формуле (7.2):

$$s = \sqrt{\frac{(2-9)^2 + (1-6,2)^2 + (3-4,12)^2 + (7-3,67)^2}{5-1}} = 4,7 \text{ ед.}$$

Найдем интервальный прогноз по формуле (7.8). В табл. 7.3 приведено значение критерия Стьюдента для уровней значимости 0,1; 0,05 и 0,01.

Пусть уровень значимости равен 0,1. Нижняя граница прогноза $y_{\text{нижн}} = 5 - 4,7 \times 2,132 = -5,02$. Примем нижнюю границу, равную нулю. Верхняя граница прогноза $y_{\text{верх}} = 5 + 4,7 \times 2,132 = 11,83$.

Таким образом, методом экспоненциального сглаживания получен прогноз на шестой день: среднее значение спроса 5 ед., ошибка прогноза 4,7 ед., с вероятностью 0,9 ожидается спрос в интервале от 0 до 12 ед.

Таблица 7.3
Значение критерия Стьюдента

k	$t_{0,1}$	$t_{0,05}$	$t_{0,01}$	k	$t_{0,1}$	$t_{0,05}$	$t_{0,01}$
2	2,920	4,303	9,925	19	1,729	2,093	2,861
3	2,353	3,182	5,841	20	1,725	2,086	2,845
4	2,132	2,776	4,604	21	1,721	2,080	2,831
5	2,015	2,571	4,032	22	1,717	2,074	2,819
6	1,953	2,447	3,707	23	1,714	2,069	2,807
7	1,895	2,365	3,499	24	1,711	2,064	2,797
8	1,860	2,306	3,355	25	1,708	2,060	2,787
9	1,833	2,262	3,250	26	1,706	2,056	2,779
10	1,812	2,228	3,169	27	1,703	2,052	2,771
11	1,796	2,201	3,106	28	1,701	2,048	2,763
12	1,782	2,179	3,055	29	1,699	2,045	2,756
13	1,771	2,160	3,012	30	1,697	2,042	2,750
14	1,761	2,145	2,977	40	1,684	2,021	2,704
15	1,753	2,131	2,947	60	1,671	2,000	2,660
16	1,746	2,120	2,921	120	1,658	1,980	2,617
17	1,740	2,110	2,898	∞	1,645	1,960	2,576
18	1,734	2,101	2,878	—	—	—	—

Рассмотрим третью реализацию данных (табл. 7.2) и найдем прогноз на шестой день методом экспоненциального сглаживания при том же параметре $\alpha = 0,4$ и начальных условиях, равным спросу за первый день, т. е. 5 ед. Результаты прогнозирования представлены в табл. 7.4.

Прогнозное значение спроса на шестой день ожидается в среднем на уровне $3,98 \approx 4$ ед., ошибка прогноза $0,94 \approx 1$ ед., интервал прогноза

с вероятностью 0,9 имеет границы от $1,8 \approx 2$ ед. до $6,1 \approx 6$ ед. Прогноз получен с небольшой ошибкой и достаточно узким доверительным интервалом.

Фактический спрос в шестой день третьей реализации составил 1 ед., т. е. вышел за границы прогноза. Это произошло из-за стохастичности спроса, которую не удастся точно предвидеть; все-таки, выбрав надежность прогноза на уровне 0,9, мы оставили вероятность непопадания фактического значения в расчетный интервал прогноза, равную 0,1. Если мы хотим увеличить надежность прогноза, мы можем найти интервальный прогноз с надежностью 0,95. С помощью табл. 7.3 найдем значение критерия Стьюдента для уровня значимости 0,05: $t_{0,05} = 2,776$. Интервальный прогноз в этом случае составит: нижняя граница $4 - 1 \times 2,776 = 1,22 \approx 1$ ед., верхняя граница $4 + 1 \times 2,776 = 6,78 \approx 7$ ед. Как видно из полученных расчетов, при повышении надежности прогнозных оценок ширина доверительного интервала увеличивается.

Таблица 7.4

Промежуточные и итоговые результаты прогнозирования методом экспоненциального сглаживания

t_i , дн.	Фактические данные, y_i	Экспоненциальная средняя, y'_i	Прогноз	$(y_i - y'_i)^2$
1	5	Начальное условие 5	—	—
2	5	5	5	0
3	4	4,6	5	1
4	3	3,96	4,6	2,56
5	4	3,976	3,96	0,0016
6	—	—	3,976	Сумма = 3,5616

Следует отметить, что при рассмотрении метода экспоненциального сглаживания параметр сглаживания был выбран без использования процедуры оптимизации ошибки прогноза, минимум которой получается при наилучшем значении α .

Пример 7.2. Рассмотрим адаптационную модель прогнозирования методом экспоненциального сглаживания.

Данные о спросе за первый цикл (см. табл. 7.2) используем для определения начального условия: средний спрос за день возьмем в качестве экспоненциальной средней для первого дня второго цикла. Рассчитаем средний спрос по данным за первый цикл:

$$\bar{y} = \frac{9+2+1+3+7+5+4+8+6+5}{10} = 5 \text{ дн.}$$

По данным за второй цикл построим модель прогноза. Подберем параметр сглаживания, дающий наименьшую ошибку прогноза. Пусть $\alpha = 0,2$.

По формуле (7.1) определим экспоненциальную среднюю для $t = 11$, т. е. прогноз на двенадцатый день:

$$y_{11+1}^* = 0,2 \times 6 + (1 - 0,2) \times 5 = 5,2,$$

аналогично для $t = 12$:

$$y_{12+1}^* = 0,2 \times 5 + (1 - 0,2) \times 5,2 = 5,16.$$

Дальнейшие расчеты, выполненные таким же образом, представлены в табл. 7.5.

Таблица 7.5
Экспоненциальное сглаживание при $\alpha = 0,2$

День, t	Спрос, y_t , ед.	Экспоненциальная средняя, ед.	Прогноз, y_t^* , ед.	$(y_t - y_t^*)^2$
11	0	5	—	—
12	6	5,2	5	1
13	5	5,16	5,2	0,04
14	7	5,53	5,16	3,39
15	10	6,42	5,53	19,99
16	7	6,54	6,42	0,33
17	6	6,43	6,54	0,28
18	9	6,94	6,43	6,60

Определим ошибку, которую дает наша модель прогнозирования, по формуле (7.2):

$$s = \sqrt{\frac{(6-5)^2 + (5-5,2)^2 + (7-5,16)^2 \dots (9-6,43)^2}{8-1}} = 2,13.$$

Изменим параметр сглаживания. Произведем расчеты прогноза по формуле (7.1) и ошибки прогноза по формуле (7.2) для разных параметров сглаживания α от 0,3 до 0,6. В табл. 7.6 представлены результаты расчетов. Как видно из табл. 7.6, наилучшее значение параметра сглаживания находится в пределах от 0,4 до 0,5, так как ошибка прогноза минимальна для этих параметров сглаживания.

Таблица 7.6
 Экспоненциальное сглаживание при $\alpha = 0,3$, $\alpha = 0,4$, $\alpha = 0,5$, $\alpha = 0,6$

День, t	Спрос, y_t ед.	$\alpha = 0,3$		$\alpha = 0,4$		$\alpha = 0,5$		$\alpha = 0,6$	
		экспоненциальная средняя, ед.	прогноз, y'_t ед.						
11	0	5	–	5	–	5	–	5	–
12	6	5,3	5	5,4	5	5,5	5	5,6	5
13	5	5,21	5,3	5,24	5,4	5,25	5,5	5,24	5,6
14	7	5,75	5,21	5,94	5,24	6,13	5,25	6,30	5,24
15	10	7,02	5,75	7,57	5,94	8,06	6,13	8,52	6,30
16	7	7,02	7,02	7,34	7,57	7,53	8,06	7,61	8,52
17	6	6,71	7,02	6,80	7,34	6,77	7,53	6,64	7,61
18	9	7,40	6,71	7,68	6,80	7,88	6,77	8,06	6,64
Ошибка модели прогноза		2,02		1,99		1,99		2,02	

Определим точное значение параметра сглаживания в поиске решения *MS Excel*, $\alpha = 0,43$, ошибка прогноза 1,99. Учитывая, что ошибка прогноза изменилась незначительно (на несколько тысячных), примем для дальнейшего расчета параметр сглаживания, равный 0,4.

Прогноз на следующий (21-й) день: среднее значение – 8 ед., нижняя граница интервального прогноза с надежностью оценки – $0,9 - 8 - 1,99 \times 1,895 \approx 4$ ед., верхняя граница – $8 + 1,99 \times 1,895 \approx 12$ ед.

Проверим, как адаптируется выбранная модель прогноза к появлению новых данных. Фактическое значение спроса за 21-й дн. 5 ед. не совпало со средним прогнозируемым значением, но находится в доверительном интервале прогноза. С помощью процедуры *Поиска решения MS Excel* определим новое значение параметра сглаживания с учетом новых данных. Параметр сглаживания стал равен 0,31, прогноз на 22-й день – 7 ед., ошибка прогноза – 2,07, нижняя граница прогноза – $7 - 2,07 \times 1,86 = 3$ ед., верхняя граница – 11 ед.

Фактическое значение спроса на 22-й день – 5 ед. Предыдущий интервальный прогноз оказался верным. Новый параметр сглаживания с уче-

том появившихся сведений равен $0,31$, прогноз на 23-й дн. — 6 ед., ошибка прогноза — $2,03$, нижняя граница прогноза — $6 - 2,03 \times 1,833 = 2$ ед., верхняя граница — 10 ед. Фактическое значение за 23-й дн. 4 ед., прогноз также оказался верным. Новое значение параметра сглаживания $0,47$, на 24-й дн. — 5 ед., ошибка прогноза $2,03$, нижняя граница прогноза $5 - 2,03 \times 1,812 = 1$ ед., верхняя граница — 9 ед. Фактическое значение за 24-й дн. 3 ед. Модель прогноза пока предсказывает снижение спроса достаточно верно. Результаты проверки модели прогнозирования представлены в табл. 7.7.

Таблица 7.7
Результаты адаптации модели прогнозирования

День, t	Спрос, ед.	Прогноз спроса				
		параметр α	среднее значение	ошибка прогноза	нижняя граница	верхняя граница
21	5	0,4	8	1,99	4	12
22	5	0,31	7	2,07	3	11
23	4	0,31	6	2,03	2	10
24	3	0,47	5	2,03	1	9
25	4	0,58	4	2,00	0	8
26	1	0,57	4	1,92	1	7
27	2	0,6	2	2,01	0	6
28	8	0,61	2	1,94	0	5
29	3	0,45	5	2,40	1	9
30	4	0,38	4	2,37	0	8

Как видно из табл. 7.7, только один раз прогнозное значение разошлось с фактическим. Это можно считать достаточно хорошим результатом прогнозирования, и с появлением новых данных можно использовать данную модель с учетом изменения параметров сглаживания. При большом количестве данных следует изменить начальные условия и проверить, насколько модель адаптируется к новым данным, еще раз.

Из группы методов арифметического сглаживания наиболее простым является метод скользящего среднего по m узлам. В этом методе среднее фиксированного числа n последних наблюдений используется для оценки следующего значения показателя. Например, если $m = 4$ и существует 12 фактических значений, то прогноз на 13-й период будет определен как

$$y_{13}^* = \frac{y_{12} + y_{11} + y_{10} + y_9}{4}.$$

В общем случае формула скользящего среднего по m узлам имеет вид

$$y_{t+1}^* = \frac{1}{m}(y_t + y_{t-1} + \dots + y_{t-m+1}). \quad (7.3)$$

Недостатками метода простого скользящего среднего является следующее:

- при вычислении среднего все n значений имеют одинаковый вес, равный $1/m$, т. е. последнее значение участвует в прогнозе так же, как и предыдущие. Это противоречит интуитивному представлению, что последние данные окажут большее влияние на величину прогноза;
- модель (7.3) не даст точного прогноза, если данные монотонно возрастают или убывают. Этот метод лучше подойдет для ряда с небольшими случайными отклонениями данных от некоторого постоянного или медленно изменяющегося значения;
- метод предполагает большое количество промежуточных вычислений, что является проблемой, если требуется выполнить прогноз по большому числу наименований продукции. Например, при прогнозировании на основе скользящего среднего по 4 узлам для 10 тыс. наименований требуется рассчитывать и хранить 40 тыс. значений данных.

Первый из указанных недостатков устраняет *метод взвешенного скользящего среднего*. Из названия метода ясно, что данные, используемые для расчета среднего, берутся с разными весами. Например, при $m = 4$ взвешенное среднее на 13-й период будет равно

$$y_{13}^* = \alpha_0 y_{12} + \alpha_1 y_{11} + \alpha_2 y_{10} + \alpha_3 y_9,$$

где $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — веса (неотрицательные числа), которые выбираются исходя из условий, что их сумма равна 1, а более ранние данные имеют меньший вес ($\alpha_0 \geq \alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \alpha_3$).

Поскольку существует бесконечное количество наборов значений весов, которые удовлетворяют указанному условию, лучшим набором весовых коэффициентов следует считать такой, который дает наименьшее среднее квадратическое отклонение прогнозируемых (расчетных) данных от фактических. Для этого можно воспользоваться, например, процедурой *Поиск решения MS Excel*.

Для расчета ошибки прогноза, выполненного методом скользящего среднего, можно воспользоваться формулой (7.2).

Пример 7.3 Исходные данные те же, что и в примере 7.1. Учитывая небольшое количество данных, установим разряд скользящего среднего $m = 3$.

По формуле (7.3) определим прогноз на 6-й день:

$$y_6^* = \frac{1}{3}(1+3+7) = 3,67 \text{ ед.}$$

Для определения ошибки прогноза рассчитываем по формуле (7.3) промежуточные значения, для $t = 4$ $y_4^* = (9 + 2 + 1) : 3 = 4$ ед., для $t = 5$ $y_5^* = (2 + 1 + 3) / 3 = 2$ ед. Ошибку прогноза определим по формуле (7.2).

$$s = \sqrt{\frac{(3-4)^2 + (7-2)^2}{5-3}} = 3,61 \approx 4 \text{ ед.}$$

Нижняя граница прогноза $5 - 4 \times 2,92 = -6,68$, примем нижнюю границу, равной 0; верхняя граница $5 + 4 \times 2,92 = 16,68 \approx 17$ ед. Как видно, из результатов, прогнозная оценка является очень неопределенной.

7.3. Метод экстраполяции тренда

Суть метода экстраполяции тренда состоит в том, что закономерность, действующая внутри анализируемого временного ряда, выступающего в качестве базы прогнозирования, сохраняется и на период прогноза. Прогнозирование в этом случае можно свести к подбору аналитически выраженных моделей трендов типа $y = f(t)$ по данным предпрогнозного периода и экстраполяции полученных трендов на интервале прогноза.

Расчетная формула для получения прогноза может быть записана в аддитивном и мультипликативном виде. Аддитивная модель прогноза имеет вид

$$y_t^* = \bar{y}_t + s_t + v_t + d_t + \varepsilon_t, \quad (7.4)$$

где y_t^* — прогнозные значения временного ряда; \bar{y}_t — среднее значение прогноза (тренд); s_t — составляющая прогноза, отражающая периодические колебания, которые повторяются через примерно одинаковые промежутки в течение небольшого промежутка времени (сезонные колебания или сезонная волна); v_t — составляющая прогноза, отражающая периодические колебания, повторяющиеся в течение длитель-

ного промежутка времени (циклические колебания); d_t — составляющая, позволяющая учесть другие важные для конкретного прогноза факторы, такие как фаза жизненного цикла и другие факторы, определяемые долгосрочной динамикой, или эффект от маркетинговых мероприятий [2]; ε_t — случайная величина отклонения прогноза, обусловленного стохастическим характером социально-экономических процессов (случайные колебания, характеризующиеся абсолютной нерегулярностью величины, частоты, направления возникновения, поэтому их предсказание на основе анализа временного ряда оказывается невозможным).

Мультипликативная модель прогноза имеет вид

$$y_t^* = \bar{y}_t \times I_s \times I_c \times I_d + \varepsilon_t, \quad (7.5)$$

где I_s — коэффициент (индекс), учитывающий сезонные колебания; I_c — коэффициент (индекс), учитывающий циклические колебания; I_d — коэффициент (индекс), учитывающий другие важные для конкретного прогноза факторы (фаза жизненного цикла, эффект от маркетинговых мероприятий и др.); ε_t — случайная величина отклонения прогноза.

В частных случаях количество составляющих моделей (7.4) и (7.5) может быть меньше, например только y_t и ε_t , или больше, если необходимо выделить «сезонные» составляющие применительно к часам суток, к дням недели, месяцам. Случай, соответствующий трем составляющим (тренд, сезонные и случайные колебания), представлен на рис. 7.2.

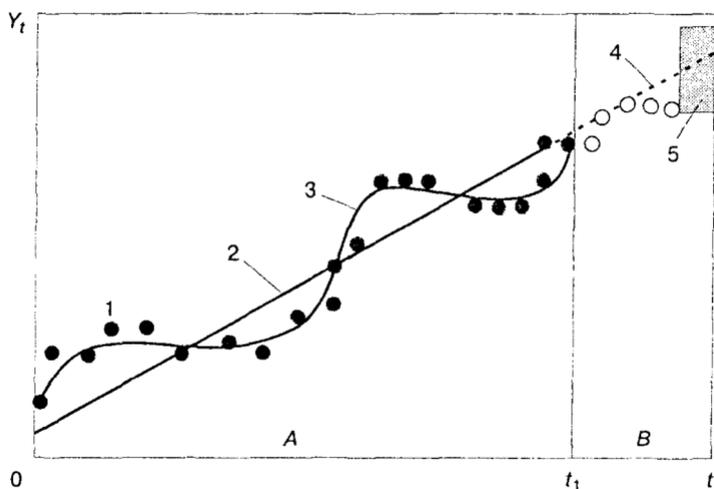


Рис. 7.2. Прогнозирование на основе временных рядов

Рассмотрим простой вариант, когда модели (7.4) или (7.5) содержат только составляющие y_t и ε_t . Процедуру прогнозирования в этом случае можно представить в виде следующей последовательности.

Первый этап — подбор зависимости для описания уравнения тренда. Видом функции задаются, обычно используются полиномы различных порядков, экспоненциальные, степенные функции и т. п. Параметры модели прогнозирования определяются методом наименьших квадратов (МНК), при этом модель тренда должна быть такой, чтобы сумма квадратов отклонений расчетных значений от фактических была бы наименьшей.

Если модель тренда является линейной: $y_t^* = a_0 + a_1 t$, то расчет коэффициентов уравнения a_0 и a_1 производится по формулам:

$$a_0 = \frac{\sum y_i \sum t_i^2 - \sum t_i \sum y_i t_i}{N \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2}; \quad (7.6)$$

$$a_1 = \frac{N \sum y_i t_i - \sum y_i \sum t_i}{N \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2}. \quad (7.7)$$

Второй этап — продолжение полученного тренда за интервал значений, по которым строилась зависимость, или определение точечного прогноза. Для получения значения прогноза на t -й год в уравнение тренда подставляются конкретные значения t . При этом важно помнить о соотношении длины предпрогнозного периода и периода прогноза, их соотношение должно быть не менее чем 3 : 1.

Третий этап — расчет ошибки прогноза. Тренд характеризует лишь средний уровень ряда на каждый момент времени, в том числе и на прогнозный период. Отдельные наблюдения в прошлом (на интервале наблюдения) отклоняются от линии тренда, это дает право предполагать, что и в будущем следует ожидать таких отклонений. Значит, прогноз имеет погрешность, которая помимо колебаний значений от среднего уровня объясняется еще и наличием неопределенности при определении параметров модели тренда, поскольку их оценивание производится на основе ограниченной совокупности данных. Погрешность прогноза можно оценить по среднеквадратическому отклонению:

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i^* - y_i)^2}{k}}, \quad (7.8)$$

где y_i^* — расчетные (теоретические) значения; y_i — фактические значения; k — число степеней свободы, определяемое в зависимости от

числа наблюдений (N) и числа оцениваемых параметров (z); $k = N - z$; для линейного тренда $z = 2$, для параболы второй степени $z = 3$ и т. д.

Погрешность прогноза отражается в виде доверительного интервала, с помощью которого точечный прогноз преобразуется в интервальный.

Четвертый этап — определение интервала прогноза. Доверительный интервал прогноза при небольшом числе наблюдений и при предположении о нормальном распределении прогнозных оценок определяется следующим образом:

$$\Delta y = \bar{y}_t \pm t_\alpha s_y, \quad (7.9)$$

где t_α — табличное значение t -критерия Стьюдента с k степенями свободы и уровнем значимости p .

На рис. 7.3 показан доверительный интервал прогноза, рассчитанный по формуле (7.9), в виде двух параллельных прямых. Однако погрешность прогноза растет при увеличении периода упреждения, так как тренд выявлен на основе данных, охваченных периодом наблюдения, и чем дальше от этого периода, тем выше вероятность ошибочного суждения. На рис. 7.3 увеличение погрешности прогноза, а следовательно, и доверительного интервала прогноза, показано в виде расходящихся линий. При определении интервального прогноза среднеквадратическое отклонение, рассчитанное по формуле (7.8), умножают на коэффициент [61]:

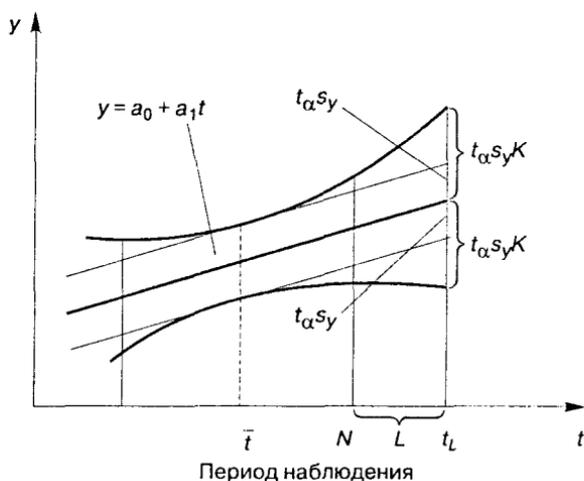


Рис. 7.3. Доверительные интервалы прогноза для линейного тренда

$$K = \sqrt{\frac{N+1}{N} + \frac{(t_L - \bar{t})^2}{\sum_{t=1}^N (t - \bar{t})^2}}, \quad (7.10)$$

где t_L — время, для которого делается экстраполяция, т. е. $t_L = N + L$; t — среднее значение порядкового номера уровня, $\bar{t} = \frac{N+1}{2}$.

Поскольку величины, характеризующие разности $t - \bar{t}$, являются членами ряда с равноотстоящими элементами (например, в ряду с четным числом эти разности равны ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...), сумму квадратов этих отклонений рассчитывается по формуле

$$\sum (t - \bar{t})^2 = \frac{N(N^2 - 1)}{12}. \quad (7.11)$$

Величина $t_L - \bar{t}$ характеризует расстояние от середины динамического ряда до точки прогноза, следовательно,

$$t_L - \bar{t} = N + L - \frac{N+1}{2} = \frac{N+2L-1}{2}. \quad (7.12)$$

Подставляя зависимости (7.11) и (7.12) в выражение (7.10), получим

$$K = \sqrt{\frac{N+1}{N} + \frac{3(N+2L-1)^2}{N(N^2-1)}}. \quad (7.13)$$

Как видно из выражения (7.13), K зависит от продолжительности наблюдения (N) и периода упреждения (L).

Следовательно, формулу (7.9) для определения доверительных границ интервала прогноза можно записать

$$\Delta y = \bar{y}_t \pm t_{\alpha} s_y K. \quad (7.14)$$

Метод наименьших квадратов достаточно прост и легко реализуется на ЭВМ. К недостаткам МНК можно отнести следующее. Во-первых, модель тренда жестко фиксируется и с помощью МНК можно получить достоверный прогноз на небольшой период упреждения. Во-вторых, МНК очень просто реализуется только для линейных зависимостей и нелинейных функций, приводимых к линейному виду.

Пример 7.4. Рассмотрим трендовую модель прогноза, которая позволяет дать прогноз как на один, так и на несколько шагов, если мы хотим быстро реагировать и вносить изменения в систему поставки. Восполь-

звемся первой реализацией для данных, представленных в табл. 7.2. Допустим, что так же, как и в предыдущих примерах, известны значения расхода деталей со склада за пять дней работы.

Выберем уравнение тренда \bar{y}_t в виде линейной зависимости:

$$y_t = a_0 + a_1 t. \quad (7.15)$$

Расчет коэффициентов уравнения a_0 и a_1 производится по формулам (7.6) и (7.7), которые получены на основе метода наименьших квадратов.

Входящие в формулы (7.6) и (7.7) значения сумм рассчитаны в табл. 7.8. Подставляя их значения, находим $a_0 = 45,2$, $a_1 = -3,0$. Таким образом, уравнение прогноза запишется в виде

$$y_t = 45,2 - 3,0t.$$

Для оценки границ интервального прогноза необходимо по формуле (7.8) рассчитать среднее квадратичное отклонение:

$$s_y = \sqrt{\frac{13}{5-2}} = 2,08 \approx 2.$$

Таблица 7.8
Исходные данные и результаты расчета коэффициентов уравнения (7.15) при $N = 5$

t_n , дн.	y_n , ед.	t^2	$y_t t$	Прогноз y^*_t	$(y_t - y_t)^2$
1	41	1	41	42	1
2	39	4	78	39	0
3	38	9	114	36	4
4	35	16	140	33	4
5	28	25	140	30	4
Суммы	$\sum y_t = 181$	$\sum t^2 = 55$	$\sum y_t t = 513$	-	$\sum (y_t - y_t)^2 = 13$

* Значения округлены.

На основании полученных зависимостей y_t и s_y рассчитываются прогнозные оценки:

- среднего времени расхода текущего запаса \bar{T} ;
- страхового запаса y_t с заданной доверительной вероятностью P ;
- вероятности отсутствия дефицита деталей на складе в течение прогнозируемого периода.

Расчет прогнозной величины среднего времени расхода \bar{T} производится по формуле (7.15). Приняв $y_t = 0$, находим:

$$\bar{T} = \frac{-a_0}{a_1} = \frac{-45,2}{-3,0} = 15 \text{ дн.}$$

Рассчитываем страховой запас. В ряде работ по управлению запасами для расчета страхового запаса предлагается использовать формулу

$$y_c = s_y \times t_\beta, \quad (7.16)$$

где t_β — параметр нормального закона распределения, соответствующий доверительной вероятности β .

Параметр t_β определяет для нормального закона число средних квадратических отклонений, которые нужно отложить от центра рассеивания (влево и вправо) для того, чтобы вероятность попадания в полученный участок была равна β . В нашем случае доверительные интервалы откладываются вверх и вниз от среднего значения y_r .

В табл. 7.9 приведены наиболее часто встречающиеся в практических расчетах значения вероятности β и параметра t_β для нормального закона распределения.

Таким образом, страховой запас рассчитывается практически так же, как и границы интервального прогноза, т. е. формула для расчета страхового запаса аналогична формуле (7.8).

Таблица 7.9
Доверительная вероятность β и параметр t_β нормального закона распределения

β	t_β	β	t_β
0,80	1,282	0,92	1,750
0,82	1,340	0,94	1,880
0,84	1,404	0,95	1,960
0,86	1,475	0,96	2,053
0,88	1,554	0,98	2,325
0,90	1,643	0,99	2,576
0,91	1,694	0,999	3,290

В рассматриваемом примере для доверительной вероятности $\beta = 0,9$ находим по табл. 7.9 $t_\beta = 1,643$ и по формуле (7.16) величину страхового запаса:

$$y_c = 2 \times 1,643 = 3,29 \text{ ед.}$$

Примем $y_c = 3,0$ ед.

На рис. 7.4 приведены нижняя и верхняя границы, определенные по формуле (7.16), при $\beta = 0,9$.

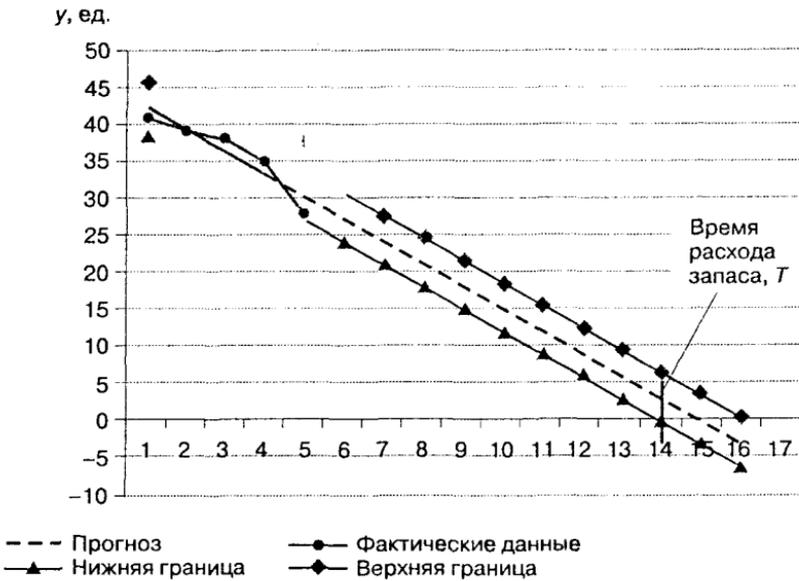


Рис. 7.4. Прогноз текущего расхода деталей на складе ($N = 5$)

Рассчитанное значение страхового запаса соответствует только одному дню наступления дефицита, а именно, согласно прогнозу, $T = 15$. Для учета возможных нарушений срока поставки необходимо также при расчете страхового запаса оценить влияние задержки, связанной с выполнением заказа, в частности с транспортировкой.

К сожалению, по одной реализации невозможно оценить вероятностный характер длительности функциональных циклов поставки. Однако можно предположить, что выявленная тенденция расхода запаса, формула (7.15), сохранится. В этом случае для оценки прогнозной величины страхового запаса можно воспользоваться формулой

$$y_c^* = |a_1|t + t_{\beta} s_y, \quad (7.17)$$

где t — параметр, характеризующий количество дней задержки поставки заказа.

Рассчитаем величину страхового запаса при условии задержки на один день по сравнению с прогнозной оценкой $T = 15$ дн., т. е. на 16-й дн.

По формуле (7.17) находим

$$y_c = |-3.0| \times 1,0 + 1,643 \times 2 = 6,0 \text{ ед.}$$

Аналогично, при $t = 2$ (17-й дн.) $y_c^* = 9,0$ ед.

Для оценки вероятности отсутствия дефицита допустим, что отклонения ежедневного расхода деталей от среднего значения (тренда) подчиняются нормальному закону распределения. Тогда, воспользовавшись уравнением функции нормального закона, определим вероятность отсутствия дефицита по формуле

$$P(y) = 1 - F(y) = 1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{-\frac{(y-y_t)^2}{2\sigma^2}} dy, \quad (7.18)$$

где y_t — уравнение тренда, формула (7.15); σ — среднее квадратическое отклонение, формула (7.9).

Сделаем в интеграле замену переменной:

$$\frac{y - y_t}{\sigma} = x \quad (7.19)$$

и приведем его к виду

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{y-y_t}{\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \quad (7.20)$$

Интеграл (7.20) не выражается через элементарные функции, поэтому для расчетов можно воспользоваться численными методами и ЭВМ или специальными таблицами. Для нормальной функции распределения с параметрами среднее значение $m_x = 0$ и $s_x = 1$.

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (7.21)$$

Очевидно, что $F(y) = \Phi\left(\frac{y - y_t}{\sigma}\right)$.

В табл. 7.10 приведен ряд значений функции $\Phi(x)$ и $P(x)$.

Между параметрами β и x , а также β и $\Phi(x)$ существует соотношение

$$2\Phi(x) - 1 = \beta. \quad (7.22)$$

На рис. 7.5 приведены графики нормальной функции распределения (b) и плотности нормального распределения (a).

Появление дефицита означает, что текущая величина запаса на складе равна нулю, т. е. $y = 0$.

Таблица 7.10
 Значения¹ нормальной функции распределения $\Phi(x)$, вероятности $P(x)$ и параметра x

x	$\Phi(x)$	$P(x)$	x	$\Phi(x)$	$P(x)$
0,00	0,50	0,50	-1,280	0,10	0,90
-0,125	0,45	0,55	-1,405	0,08	0,92
-0,253	0,40	0,60	-1,555	0,06	0,94
-0,385	0,35	0,65	-1,645	0,05	0,95
-0,525	0,30	0,70	-1,75	0,04	0,96
-0,675	0,25	0,75	-2,05	0,02	0,98
-0,842	0,20	0,80	-2,30	0,01	0,99
-1,037	0,15	0,85	-3,10	0,001	0,999

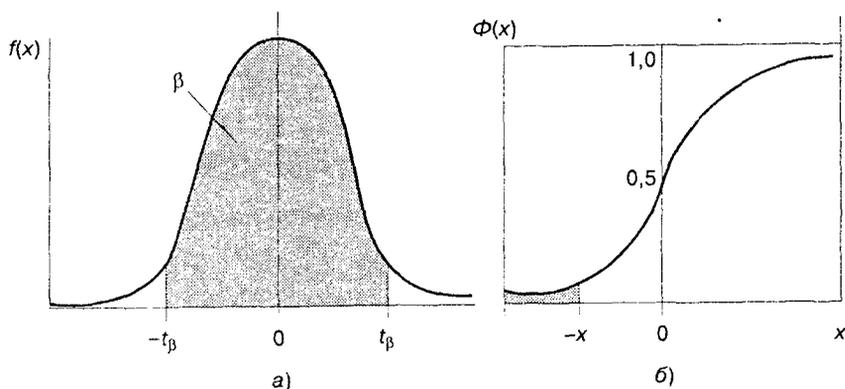


Рис. 7.5. Нормальный закон распределения

Следовательно, для определения вероятности отсутствия дефицита необходимо по формуле (7.9) рассчитать $x = \frac{-\bar{y}_t}{\sigma}$ и по табл. 7.10 с помощью x найти $P(x)$.

Для рассматриваемого примера рассчитаем вероятности отсутствия дефицита деталей на складе на 13-й, 14 и 15-й дн. Так, для $t = 13$ получаем:

$$y_{t=13} = 45,2 - 3,0 \times 13 = 6,2$$

и

$$x = \frac{-6,2}{2} = -3,1.$$

¹ Некоторые значения округлены.

По табл. 7.10 находим $P(T = 13) > 0,999$, т. е. вероятность дефицита ничтожно мала.

Аналогично для $t = 14$ получим $y_{T-14} = 3,2$; $x = -1,6$, и вероятность отсутствия дефицита $P_{T-14} \cong 0,95$.

Наконец, для $t = 15$ вероятность отсутствия дефицита $P \cong 0,5$.

Следует подчеркнуть, что так же, как при оценке прогнозной величины страхового запаса, определение вероятности отсутствия дефицита по одной реализации справедливо только при строгом соблюдении сроков поставки. Если они не соблюдаются, то расчет должен проводиться с учетом рассеивания длительности функциональных циклов поставки.

В заключение определим ошибку прогноза среднего времени T , поскольку имеются реальные данные о текущем расходе в табл. 7.1:

$$\Delta_T = \left| \frac{T_\phi - T_n}{T_n} \right| \times 100\%, \quad (7.23)$$

где T_ϕ, T_n — соответственно фактическая и прогнозная продолжительность цикла, дни.

Подставив значения в (7.23), находим

$$\Delta_T = \left| \frac{10 - 15}{10} \right| \times 100\% = 50\%.$$

Ошибка прогноза велика, но это закономерно, так как нарушено одно из эмпирических правил экстраполяционного прогнозирования: между предпрогнозным периодом t и периодом упреждения (прогноза) $\tau = T - t$ должно соблюдаться соотношение

$$\frac{t}{T-t} = 3. \quad (7.24)$$

Если следовать соотношению (7.24), то при $t = 5$ допустимая величина времени прогноза

$$T = \frac{4}{3}t. \quad (7.25)$$

Следовательно, величина надежного прогноза соответствует $T \cong 7$ дни и период упреждения составляет $\tau = 2$ дни.

Пример 7.5. В работе [2] указывается, что средняя длина функционального цикла расхода запасов составляет $\bar{T} = 10$ дни. Тогда по формуле (7.25) находим $t = 7,5$ дни.

Увеличим длину динамического ряда до $N = 7$ (рис. 7.6). Выполнив аналогичные расчеты (табл. 7.11), получим уравнение тренда:

$$y_t = 47 - 3,9t.$$

Соответственно $s_y = 2,3$.

Рассчитаем среднее прогнозное время расхода запаса со склада:

$$\bar{T} = \frac{-47,0}{-3,9} \cong 12 \text{ дн.}$$

$$\Delta_T = \left| \frac{10 - 12}{10} \right| \times 100\% = 20\%.$$

Рассчитаем величину страхового запаса для 12-го, 13 и 14-го дн. по формуле (7.17). Примем $\beta = 0,95$, т. е. $t_\beta = 1,96$. Тогда:

$$y_c(\tau = 0) = |-3,9| \times 0 + 1,96 \times 2,3 = 4,51 \approx 5,0;$$

$$y_c(\tau = 1) = |-3,9| \times 1 + 1,96 \times 2,3 = 8,41 \approx 8,0;$$

$$y_c(\tau = 2) = |-3,9| \times 2 + 1,96 \times 2,3 = 12,31 \approx 12,0.$$

Определим вероятность дефицита на складе на 10-й дн.

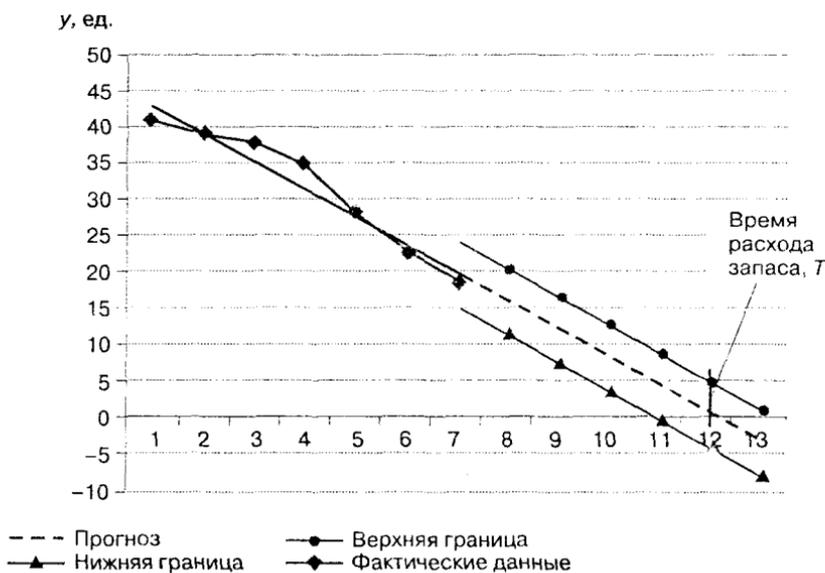


Рис. 7.6. Прогноз текущего расхода деталей на складе ($N = 7$) и ошибка прогноза, формула (7.23)

По формуле (7.19) находим $x = \frac{-(47,3 - 3,9 \times 10)}{2,3} = -3,61$, по табл. 7.10

$P_{T-10} \approx 1,0$, т. е. наличие дефицита маловероятно. Аналогично для $P_{T-11} \approx 0,98$, для $P_{T-12} \approx 0,6$.

Сравнение примеров 7.4 и 7.5 показывает, что увеличение длины предпрогнозного периода позволяет повысить точность прогноза и вероятность отсутствия дефицита в случае увеличения длины функционального цикла.

Таблица 7.11

Исходные данные и результаты расчета коэффициентов уравнения (7.15) при $N = 7$

t_i	y_i	t_i^2	$y_i t_i$	\bar{y}_i^*	$(\bar{y} - y_i)^2$
1	41	1	41	43,1	4,41
2	39	4	78	39,2	0,04
3	38	9	114	35,3	7,29
4	35	16	140	31,4	12,96
5	28	25	140	27,6	0,25
6	23	36	138	23,6	0,36
7	19	49	133	19,7	0,49
$\sum t_i = 28$	$\sum y_i = 223$	$\sum t_i^2 = 140$	$\sum y_i t_i = 784$		$\sum (\bar{y} - y_i)^2 = 25,8$
$a_0 = \frac{223 \times 140 - 28 \times 784}{7 \times 140 - 28^2} = 47,3 \approx 47;$ $a_1 = \frac{7 \times 784 - 223 \times 28}{7 \cdot 140 - 28^2} \approx -3,9$					

Выше говорилось, что доверительные границы прогноза могут быть определены по формуле (7.8), которая включает табличное значение t -критерия Стьюдента с k степенями свободы и уровнем значимости p или с учетом расхождения границ -- по формуле (7.14).

Определим страховой запас по формуле

$$y_i = s_y \times t_{\alpha} \quad (7.26)$$

Число степеней свободы при $N = 7$ и линейной зависимости (7.27) равно $k = 7 - 2 = 5$. Предыдущий расчет страхового запаса выполнялся при доверительной вероятности 0,95, поэтому мы также выберем уро-

вень значимости 0,05. По табл. 7.3 находим для $k = 5$ значение критерия Стьюдента $t_{0,05} = 2,571$. Страховой запас равен

$$y_c = 2,3 \times 2,571 = 5,91 \approx 6 \text{ ед.}$$

На рис. 7.7 показаны нижняя и верхняя границы, определенные по формуле (7.26), при уровне значимости $\alpha = 0,05$, а также границы интервального прогноза с учетом увеличения ошибки прогноза (формула (7.14)).

В качестве примера рассмотрим определение нижней границы доверительного интервала прогноза по формуле (7.14). Для $t = 8$ рассчитаем множитель K по формуле (7.13):

$$K = \sqrt{\frac{7+1}{7} + \frac{3 \times (7+2 \times 1-1)^2}{7 \times (7^2-1)}} = 1,309.$$

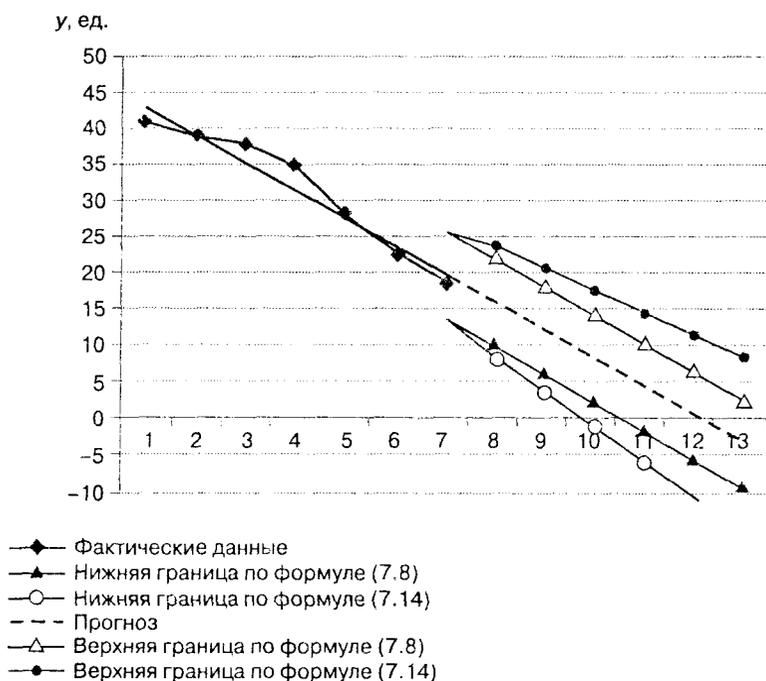


Рис. 7.7. Прогноз текущего расхода деталей на складе ($N = 7$) с учетом объема данных и расхождения границ интервального прогноза

Нижняя граница прогноза для $t = 8$ равна

$$y_8^{\text{нижн}} = 47,3 - 3,9 \times 8 - 2,3 \times 2,571 \times 1,309 = 8,358.$$

Для $t = 12$:

$$K_{12} = \sqrt{\frac{7+1}{7} + \frac{3 \times (7+2 \times 5 - 1)^2}{7 \times (7^2 - 1)}} = 1,852.$$

Нижняя граница прогноза для $t = 12$ равна

$$y_{12}^{\text{нижн}} = 47,3 - 3,9 \times 12 - 2,3 \times 2,571 \times 1,852 = -10,449.$$

Формула (7.26) для расчета страхового запаса учитывает повышенную неопределенность оценки из-за малого объема данных. Выбор нормального распределения при малом N вместо распределения Стьюдента приводит к существенному расхождению прогнозных оценок и к неоправданному сужению доверительного интервала. Подставим в формулу (7.17) вместо параметра нормального распределения значение критерия Стьюдента и рассчитаем величину страхового запаса при условии задержки на один день по сравнению с прогнозной оценкой, т. е. на 13-й дн.:

$$y_c = |-3,9| \times 1,0 + 2,571 \times 2,3 = 9,81 \approx 10 \text{ ед.}$$

Аналогично при $\tau = 2$ (14-й дн.) $y_c = 13,71 \approx 14$ ед.

Расчеты показывают, что страховой запас должен быть увеличен примерно на 2 ед. в день по сравнению с расчетами по формуле (7.16).

Пример 7.6. Рассмотрим ансамбль из трех реализаций расхода деталей на складе. Как и в предыдущем примере, допустим, что информация ограничена 7 дн.

Рассчитаем средние значения и дисперсии для каждого дня прогнозного периода по формулам:

$$\bar{m}_j = \frac{\sum_{i=1}^n m_{ij}}{n}; \quad (7.27)$$

$$D_j = \sum_{i=1}^n \frac{(m_{ij} - \bar{m}_j)^2}{n-1}. \quad (7.28)$$

Например, для 1-го дн. найдем:

$$m_j = \frac{41 + 50 + 45}{3} = 45,3;$$

$$D_j = \frac{(41-45,3)^2 + (50-45,3)^2 + (45-45,3)^2}{3-1} = 19,9.$$

Результаты расчетов приведены в табл. 7.12.

Для аппроксимации средних значений $m(t)$ выберем линейную зависимость

$$m(t) = b_0 + b_1 t. \quad (7.29)$$

Таблица 7.12
Расчет параметров для ансамбля реализаций

t_i	y_{1i}	y_{2i}	y_{3i}	\bar{m}_{yi}	$(m_y - y_{1i})^2$	$(m_y - y_{2i})^2$	$(m_y - y_{3i})^2$	$\sum \frac{(m_y - y_{ji})^2}{n-1}$	σ_i
1	41	50	45	45,3	17,64	22,09	0,09	19,91	4,46
2	39	44	40	41,0	4,0	9,00	1,0	7,0	2,64
3	38	39	36	37,7	0,09	1,69	2,89	2,33	1,52
4	35	32	33	33,3	2,89	1,69	0,09	2,33	1,52
5	28	22	29	26,3	2,89	18,49	7,29	14,33	3,79
6	23	15	28	22,0	1,0	49,0	36	43	6,55
7	19	9	26	18,0	1,0	81,0	64	73	8,54
Суммы									161,9

Воспользовавшись методом наименьших квадратов, найдем коэффициенты b_0 и b_1 . Спрогнозируем среднюю величину времени расхода запаса:

$$T = \frac{-b_0}{b_1} = \frac{-51,6}{-4,92} = 10,49 \text{ дн.}$$

Зависимости $D(t)$ и $\sigma(t)$ имеют явно нелинейный характер, и для точных прогнозов они могут быть аппроксимированы полиномами различных порядков, например, в виде параболы:

$$\sigma(t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2. \quad (7.30)$$

В первом приближении ограничимся средними значениями дисперсии и среднего квадратического отклонения σ , которое рассчитывается по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum D_j}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum (m_y - y_{ij})^2}{N-1}}. \quad (7.31)$$

При подстановке значений из табл. 7.12 находим

$$\sigma = \sqrt{\frac{161,9}{7-1}} = 5,19.$$

Рассчитаем величину страхового запаса.

В первом случае расчет производится по формуле (7.16). Например, при $b = 0,95$ находим

$$y_c = 1,96 \times 5,19 = 10,17 \approx 10.$$

Во втором случае расчет y_c производится по формуле (7.17).

Особенность расчета для ансамбля реализаций состоит в том, что имеется возможность оценки величины $\bar{\tau}$ — среднего количества дней, в которые наблюдается дефицит деталей. В общем случае $\bar{\tau}$ можно рассчитать по формуле

$$\bar{\tau} = \frac{\sum t_i n_i}{\sum n_i}, \quad (7.32)$$

где t_i — число дней дефицита в i -й реализации; $t_i = 0, 1, 2, \dots, n_i$ — количество i -х реализаций.

Так, в рассматриваемом примере в первой реализации ($i = 1$) не наблюдается дефицита, т. е. $t_1 = 0$; у второй ($i = 2$) — два дня дефицита $t_2 = 2$; а у третьей ($i = 3$) нет дефицита.

Тогда по формуле (7.32)

$$\bar{\tau} = \frac{0 \times 2 + 2 \times 1}{3} = 0,66.$$

При подстановке в (7.17) находим

$$y_c^* = 0,66 \times 4,92 + 1,96 \times 5,19 = 3,24 + 10,17 = 13,41.$$

В заключение следует сделать следующие замечания:

1. Рассчитанные величины среднего запаса получены при условии, что наблюдающая величина дефицита и вариация ежедневного расхода — независимые величины. Несомненно, это допущение требует проверки.
2. При наличии большого количества реализаций расчет величины $\bar{\tau}$ должен быть выполнен до проведения прогнозных расчетов.
3. Проверка формул (7.17) и (7.32) может быть осуществлена с использованием имитационного моделирования.

7.4. Экспоненциальное сглаживание с учетом тренда

Ранее мы отмечали, что метод экспоненциального сглаживания (формула (7.1)) не дает удовлетворительных результатов, если данные монотонно возрастают или убывают. В таких случаях может быть приме-

нен метод экспоненциального сглаживания с учетом тренда (метод Хольта (С. С. Holt) или двухпараметрический метод экспоненциального сглаживания) [35, 48, 59]. Модель Хольта состоит из трех уравнений:

- сглаживание данных:

$$a_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1}); \quad (7.33)$$

- сглаживание тренда:

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}; \quad (7.34)$$

- прогноз на период $t + k$:

$$y_{t+k}^* = a_t + b_t k, \quad (7.35)$$

где a_t — сглаженное значение прогнозируемого показателя для периода t ; b_t — оценка прироста тренда, показывающая возможное возрастание или убывание значений за один период; α, β — параметры сглаживания ($0 \leq \alpha \leq 1; 0 \leq \beta \leq 1$); k — количество периодов времени, на которые производится прогноз.

Параметры сглаживания α и β выбираются субъективно или путем минимизации ошибки прогноза. При больших значениях параметров будет иметь место более быстрый отклик на происходящие изменения. Чем больше параметр, тем большему сглаживанию подвергаются данные. И наоборот, если параметры сглаживания будут небольшие, то и реакция модели на изменения в данных будет слабее. Меньшие параметры делают структуру сглаженных значений менее ровной [59].

Ошибка прогноза может быть вычислена по формуле (7.2), в которой $m = 2$ (число параметров модели). Для минимизации ошибки прогноза нужно задать матрицу значений α и β (т. е. все комбинации $\alpha = 0,1, 0,2, \dots, 0,9$ и $\beta = 0,1, 0,2, \dots, 0,9$) и выбрать ту комбинацию, которая даст меньшую ошибку прогнозной модели. При $\alpha = \beta$ имеет место особый случай, поскольку в одинаковой мере производится сглаживание текущего уровня и тренда. Такой вариант называется двойным экспоненциальным сглаживанием Брауна.

Для того чтобы воспользоваться уравнениями (7.33)–(7.35) для получения прогноза, необходимо, как и в простом экспоненциальном сглаживании, определить начальные условия. Во-первых, начальное условие для сглаженных данных можно задать равным первому наблюдению, при этом начальное условие для тренда (b_{t-1}) будет равно нулю [35, 48, 59]. Во-вторых, начальное условие для сглаженных данных можно определить как среднее для первых пяти или шести на-

блюдений. Тогда начальное условие для тренда можно оценить наклоном линии, образованной этими пятью или шестью точками [59].

Пример 7.7. Исходными данными являются значения спроса во второй реализации из табл. 7.2. В качестве начальных условий для сглаживания данных примем значения спроса за первый день $a_{t-1} = 0$ ед., для сглаживания тренда начальные условия $b_{t-1} = 0$.

Параметры сглаживания могут быть заданы субъективно или определены исходя из условия минимума ошибки прогноза. Для того чтобы не перебирать разные значения параметров сглаживания, воспользуемся процедурой *Поиск решения MS Excel*. Наименьшая ошибка прогнозной модели достигается при параметрах $\alpha = 0,73$ и $\beta = 0,1$.

Для $t = 12$ фактическое значение равно 6, по формуле (7.33) определим экспоненциальную среднюю для сглаживания данных:

$$a_{12} = 0,73 \times 6 + (1 - 0,73)(0 + 0) = 4,38 \text{ ед.},$$

по формуле (7.34) — экспоненциальную среднюю для сглаживания тренда:

$$b_{12} = 0,1(4,38 - 0) + (1 - 0,1) \times 0 = 0,44.$$

Прогноз на 13-й дн: $y_{12+1}^* = 4,38 + 0,44 \times 1 = 4,82$.

Для $t = 13$ экспоненциальная средняя для сглаживания данных равна

$$a_{13} = 0,73 \times 5 + (1 - 0,73)(4,38 + 0,44) = 0,45,$$

экспоненциальная средняя для сглаживания тренда равна

$$b_{13} = 0,1(4,95 - 4,38) + (1 - 0,1) \times 0,44 = 0,45.$$

Прогноз на 14-й дн. $y_{13+1}^* = 4,95 + 0,45 \times 1 = 5,4$.

Повторим еще раз расчет для $t = 14$:

$$a_{14} = 0,73 \times 7 + (1 - 0,73)(4,95 + 0,45) = 6,57;$$

$$b_{24} = 0,1(6,57 - 4,95) + (1 - 0,1) \times 0,45 = 0,57,$$

$$y_{14+1}^* = 6,57 + 0,57 \times 1 = 7,14.$$

Для остальных периодов расчет выполнен аналогично. В табл. 7.13 представлены результаты промежуточных расчетов.

Прогноз на 21-й дн. определим по формуле (7.35): $y_{20+1}^* = 8,47 + 0,53 \times 1 = 9,00$ ед.

Прогноз на 22-й день — $y_{20+2}^* = 8,47 + 0,53 \times 2 = 9,53$ ед. Ошибка прогноза определяется по формуле (7.2):

$$s = \sqrt{\frac{36 + 0,033 + 2,553 + 8,199 + 9,023 + 5,611 + 3,903}{8 - 2}} = 3,299.$$

Таблица 7.13
 Экспоненциальное сглаживание с двумя параметрами (первый вариант)

День, t	Спрос, y_t , ед.	Сглаживание данных, a_t	Сглаживание тренда, b_t	Прогноз, \hat{y}_t	$(y_t - \hat{y}_t)^2$
11	0	0	0	—	—
12	6	4,38	0,44	0	36
13	5	4,95	0,45	4,82	0,033
14	7	6,57	0,57	5,40	2,553
15	10	9,23	0,78	7,14	8,199
16	7	7,81	0,56	10,01	9,023
17	6	6,64	0,38	8,37	5,611
18	9	8,47	0,53	7,02	3,903
21*	—	—	—	9,00	—
22*	—	—	—	9,53	—

* 19-й и 20-й дн. — дефицит, см. табл. 7.2.

По табл. 7.3 определим значение критерия Стьюдента для числа степеней свободы $k = n - m = 8 - 2 = 6$ и уровня значимости $0,05$ $t_{0,1} = 1,953$. Нижняя граница прогноза для 21-го дн. равна $y_{\text{нижн}} = 9 - 3,299 \times 1,953 = 2,56 \approx 3$ ед., верхняя граница прогноза равна $y_{\text{верх}} = 9 + 3,299 \times 1,953 = 15,44 \approx 15$ ед. Прогноз, как видно по расчетам, имеет очень широкий доверительный интервал.

Уточним модель прогноза, задав другие начальные условия. А именно: начальным условием для сглаживания данных примем среднее значение спроса за пять последних дней предыдущего цикла (см. первую реализацию в табл. 7.2), а начальным условием для сглаживания тренда — оценку наклона прямой, образованной значениями спроса в первой реализации:

$$a_{\text{нач}} = \frac{5 + 4 + 8 + 6 + 5}{5} = 5,6.$$

Угол наклона прямой, образованной пятью точками первой реализации, можно найти с помощью метода наименьших квадратов по формуле (7.7) или воспользовавшись специальными программами, например *MS Excel*. Начальные условия для оценки тренда равны $b_{\text{нач}} = 0,2$.

Повторим расчеты с новыми начальными условиями и теми же параметрами сглаживания $\alpha = 0,73$ и $\beta = 0,1$.

Для $t = 12$ экспоненциальная средняя для сглаживания данных

$$a_{12} = 0,73 \times 6 + (1 - 0,73)(5,6 + 0,2) = 5,95;$$

экспоненциальная средняя для сглаживания тренда

$$b_{12} = 0,1(5,95 - 5,6) + (1 - 0,1) \times 0,2 = 0,21.$$

Прогноз на 13-й дн. $y^*_{12+1} = 5,95 + 0,21 \times 1 = 6,16$.

Для $t = 13$ экспоненциальная средняя для сглаживания данных равна

$$a_{13} = 0,73 \times 5 + (1 - 0,73)(5,95 + 0,21) = 5,31,$$

экспоненциальная средняя для сглаживания тренда равна

$$b_{13} = 0,1(5,31 - 5,95) + (1 - 0,1) \times 0,21 = 0,13.$$

Прогноз на 14-й дн: $y^*_{13+1} = 5,31 + 0,13 \times 1 = 5,44$.

Для остальных периодов расчет выполнен аналогично. В табл. 7.14 представлены результаты промежуточных расчетов.

Таблица 7.14
Экспоненциальное сглаживание с двумя параметрами (второй вариант)

День, t	Спрос, y_t ед.	Сглаживание данных, a_t	Сглаживание тренда, b_t	Прогноз, y^*_t	$(y_t - y^*_t)^2$
11	0	5,6	0,2	—	—
12	6	5,95	0,21	5,6	0,16
13	5	5,31	0,13	6,16	1,35
14	7	6,58	0,24	5,44	2,42
15	10	9,14	0,48	6,82	10,09
16	7	7,71	0,28	9,62	6,85
17	6	6,54	0,14	7,99	3,96
18	9	8,37	0,31	6,68	5,40
21*	—	—	—	8,68	—
22*	—	—	—	8,99	—

* 19-й и 20-й дн. — дефицит, см. табл. 7.2.

Прогноз на 21-й дн. определим по формуле (7.35): $y^*_{20+1} = 8,37 + 0,31 \times 1 = 8,68$ ед. Прогноз на 22-й дн. — $y^*_{20+2} = 8,37 + 0,31 \times 2 = 8,99$ ед. Ошибка прогноза определяется по формуле (7.2):

$$s = \sqrt{\frac{0,16 + 1,35 + 2,42 + 10,09 + 6,85 + 3,96 + 5,4}{8 - 2}} = 2,245.$$

Расчеты показали, что ошибка прогноза при изменении начальных условий существенно изменилась. Определим интервальный прогноз

для 21-го дня: $y_{\text{нижн}} = 8,68 - 2,245 \times 1,953 = 4,3 \approx 4$ ед., верхняя граница прогноза равна $y_{\text{верх}} = 8,68 + 2,245 \times 1,953 = 13,06 \approx 13$ ед., т. е. интервал прогноза в сравнении с предыдущими расчетами несколько сузился. В рассматриваемой модели есть резерв повышения точности прогноза. Изменение начальных условий, и параметров сглаживания может дать уменьшение ошибки модели прогноза. Не приводя расчетов, отметим, что наименьшая ошибка прогноза в размере 1,773 достигается при $\alpha = 0,04$ и $\beta = 1$.

7.5. Прогноз по данным временного ряда, содержащим сезонную компоненту

При составлении прогноза сезонную компоненту можно учесть как аддитивную составляющую или в виде индекса сезонности. В теории прогнозирования разработаны несколько способов учета сезонности, рассмотрим некоторые из них.

Учет сезонности в трендовых моделях прогнозирования. Алгоритм прогнозирования с учетом сезонной составляющей по трендовым моделям (формулы (7.4) и (7.5)) состоит из пяти этапов.

Первый этап заключается в определении структуры сезонных изменений и периода этих колебаний. Например, через каждые 4 квартала «поведение» показателя повторяется; если данные собраны по месяцам, то структура сезонных колебаний будет повторяться каждые 12 месяцев. Если значение показателя существенно изменяется по дням недели, то можно говорить о «сезонных» колебаниях периодичностью 7 дн.

Второй этап — это оценка и исключение тренда. Для оценки тренда могут использоваться два варианта: линии (кривые) тренда или метод скользящих средних. Второй вариант наиболее часто описывается в литературе по прогнозированию при рассмотрении сезонной компоненты. Поскольку построение трендовых моделей мы рассматривали выше, уделим внимание второму варианту оценки тренда. Метод скользящих средних предусматривает вычисление последовательности скользящих средних по m узлам, где m — продолжительность сезонных колебаний.

Если m — нечетное, то первое значение скользящего среднего (среднее от первого до m -го значения ряда) присваивается $(m + 1)/2$ точке (например, если $m = 7$, первое скользящее среднее присваивается четвертой точке). Аналогично следующее значение скользящего среднего (среднее от второго до $(m + 1)$ -го значения) назначается $(m + 3)/2$ точке и т. д.).

Если m — четное, то задача несколько усложняется, так как средние точки будут расположены между точками, по которым выполнялся расчет. Например, если $m = 4$, то первое скользящее среднее окажется между второй и третьей точками, второе скользящее среднее — между третьей и четвертой и т. д. В этом случае требуется процедура центрирования полученных значений. Центрированное значение находится как среднее от двух скользящих средних, находящихся между точками. Например, центрированное значение для третьей точки — это среднее от скользящих средних, расположенных между второй и третьей, третьей и четвертой точками.

Необходимо отметить, что полученные значения скользящих средних уже не содержат сезонной компоненты, поскольку представляют среднюю величину за определенный период.

Третий этап — определение сезонной компоненты. Дальнейшие расчеты будут зависеть от выбора вида модели прогноза. Для аддитивной модели (7.4) рассчитывается оценка сезонной компоненты как разность между фактическим значением и значением, определенным по трендовой модели (первый вариант оценки тренда). Или фактическим значением и скользящей средней (при нечетном m), или фактическим значением и центрированной средней (при четном m), если использовался второй вариант оценки тренда.

Для мультипликативной модели (7.5) при первом варианте оценки тренда находится отношение фактических значений показателя к расчетным, определенным по трендовой модели. Во втором варианте оценки тренда находится отношение фактических значений показателя к скользящей средней (при нечетном m) или к центрированной средней (при четном m). Такое отношение называется индексом (коэффициентом) сезонности.

Для того чтобы дальше использовать значения сезонной компоненты и коэффициентов сезонности, необходимо найти средние значения оценок (коэффициентов) для каждого сезона. Далее полученные средние значения следует скорректировать таким образом, чтобы сумма оценок сезонной компоненты для аддитивной модели равнялась нулю (это позволит усреднить значения сезонной компоненты за весь период колебаний), а сумма коэффициентов (индексов) сезонности равнялась числу сезонов.

Если в аддитивной модели из фактического значения вычесть сезонную компоненту, а в мультипликативной модели фактическое значение разделить на индекс сезонности, то получим данные, в которых нет сезонности.

Четвертый этап – прогнозирование на основе данных, из которых исключена сезонная составляющая. Этот этап выполняется в том случае, если на втором этапе мы выбрали для оценки тренда метод скользящих средних. Для прогнозирования выбирается трендовая модель с помощью метода наименьших квадратов или экспоненциальное сглаживание.

После исключения из исходных данных сезонности и тренда остается случайная составляющая, отражающая присутствие не поддающихся учету и прогнозу факторов.

Пятый этап – вычисление ошибки модели прогноза. Из фактического значения вычитаются сезонная компонента и тренд (аддитивная модель), для полученных остатков определяется среднее квадратическое отклонение. В мультипликативной модели из фактического значения вычитается произведение индекса сезонности и тренда. По полученным остаткам также рассчитывается ошибка прогноза. Следует напомнить, что чем больше период упреждения прогноза, тем его точность будет меньше.

Пример 7.8. В табл. 7.15 представлены поквартальные данные о количестве реализованных единиц товара за три года.

По данным табл. 7.15 построим график; рис. 7.8. Из графика видно, что периодичность сезонных колебаний равна 4, существует тенденция увеличения размера реализации. На основе имеющихся данных выполним прогноз на четвертый год.

Таблица 7.15
Данные о реализации товара

Год	Квартал	Период, t	Размер реализации, ед. товара
1	I	1	300
	II	2	320
	III	3	325
	IV	4	295
2	I	5	310
	II	6	325
	III	7	340
	IV	8	305
3	I	9	315
	II	10	335
	III	11	350
	IV	12	310

Сначала следует оценить тренд. Для этого к данным табл. 7.15 и рис. 7.8 подберем линию тренда методом наименьших квадратов.

Опуская расчет коэффициентов линейной модели, покажем только результат. Уравнение линейного тренда по данным табл. 7.15 имеет вид

$$y_t = 306,6 + 1,9t. \quad (7.36)$$

Для $t = 1$ $y_1 = 306,6 + 1,9 \times 1 = 308,5$.

Для $t = 2$ $y_2 = 306,6 + 1,9 \times 2 = 310,4$.

Аналогично производится вычисление трендовых значений размера реализации для остальных периодов. Результаты расчета представлены в пятом столбце табл. 7.16. Оценим сезонную составляющую аддитивной модели (см. формулу 7.4) как разность между фактическим размером реализации и значением тренда. Для $t = 1$ оценка сезонной компоненты равна $s_1^* = 300 - 308,5 = -8,5$ ед. Для $t = 2$ $s_2^* = 320 - 310,4 = 9,6$ ед. Рассчитанные аналогично оценки сезонной компоненты аддитивной модели представлены в шестом столбце табл. 7.16.

Произведем оценку сезонной составляющей для мультипликативной модели (см. формулу 7.5) как отношение фактического размера реализации к значению тренда. Для $t = 1$ оценка сезонной компоненты равна $s_1^* = 300/308,5 = 0,972$. Для $t = 2$ $s_2^* = 320/310,4 = 1,031$. Результаты определения сезонной составляющей для мультипликативной модели представлены в последнем столбце табл. 7.16.

Полученные оценки сезонной компоненты пока еще не пригодны для построения прогнозов, поскольку они показывают сезонное отклонение от тренда для конкретного периода времени в исходном ряду.

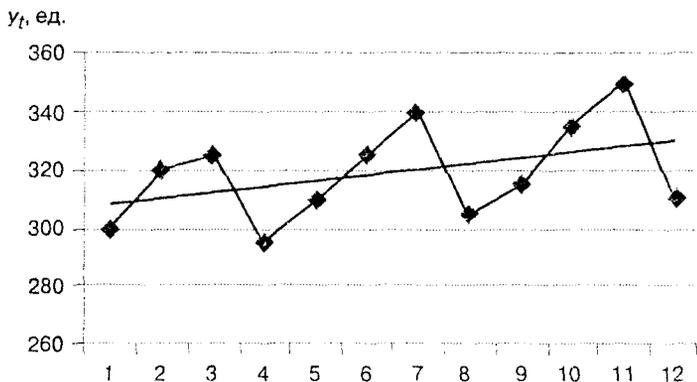


Рис. 7.8. График данных о размере реализации за три года и линия тренда

Таблица 7.16
Расчет оценок сезонной компоненты

Год	Квартал	Размер реализации, ед.	Период, t	Тренд, ед.	Оценка сезонной компоненты аддитивной модели, ед.	Оценка сезонной компоненты мультипликативной модели
1	I	300	1	308,5	-8,5	0,972
	II	320	2	310,4	9,6	1,031
	III	325	3	312,4	12,6	1,040
	IV	295	4	314,3	-19,3	0,939
2	I	310	5	316,2	-6,2	0,980
	II	325	6	318,1	6,9	1,022
	III	340	7	320,1	19,9	1,062
	IV	305	8	322,0	-17,0	0,947
3	I	315	9	323,9	-8,9	0,973
	II	335	10	325,8	9,2	1,028
	III	350	11	327,8	22,2	1,068
	IV	310	12	329,7	-19,7	0,940

Для того чтобы оценки сезонности можно было использовать в целях получения более точного прогноза, скорректированного с учетом сезонных изменений, необходимо найти средние оценки сезонной компоненты.

Рассмотрим *аддитивную модель*. Средняя оценка сезонной составляющей для первого квартала равна

$$s_1 = \frac{-8,5 - 6,2 - 8,9}{3} = -7,9 \text{ ед.}$$

Для второго квартала сезонная компонента может быть оценена как

$$s_2 = \frac{9,6 + 6,9 + 9,2}{3} = 8,6 \text{ ед.}$$

Для третьего и четвертого кварталов $s_3 = 18,2$ ед. и $s_4 = -18,7$ ед.

В моделях с сезонной компонентой предполагается, что сезонные воздействия за период взаимопогашаются. В аддитивной модели это выражается в том, что сумма значений сезонной компоненты по четы-

рем кварталам должна быть равна нулю. Определим сумму средних оценок сезонной компоненты:

$$-7,9 + 8,6 + 18,2 - 18,7 = 0,2.$$

Определим корректирующий коэффициент:

$$k = 0,2/4 = 0,05.$$

Скорректированные значения сезонной компоненты рассчитываются как разность между ее средней оценкой и корректирующим коэффициентом k . Для первого квартала скорректированное значение сезонной компоненты равно $s_1 = -7,9 - 0,05 = -7,95$ ед. Для второго квартала $s_2 = 8,6 - 0,05 = 8,55$ ед. Для третьего квартала $s_3 = 18,2 - 0,05 = 18,15$ ед. Для четвертого квартала $s_4 = -18,7 - 0,05 = -18,75$ ед.

Проверим условие равенства нулю суммы значений скорректированной сезонной компоненты:

$$-7,95 + 8,55 + 18,15 - 18,75 = 0.$$

Таким образом, полученные значения сезонной компоненты рассчитаны верно, и они могут использоваться в аддитивной модели прогноза.

Найдем прогноз на один год по трендовой модели и скорректируем его с учетом сезонности. Продолжим тренд на 13-й, 14, 15 и 16-й кварталы и рассчитаем значение размера реализации на основе выявленной тенденции, для этого в уравнение (7.36) вместо t подставим значения 13-й, 14, 15 и 16-й. Затем к полученным значениям прибавим оценку сезонной компоненты. Для первого квартала ($t = 13$) прогнозное значение равно

$$y_{13} = 306,6 + 1,9 \times 13 + (-7,95) = 331,3 - 7,95 = 323,35 \text{ ед.}$$

Для второго квартала

$$y_{14} = 306,6 + 1,9 \times 14 + 8,55 = 333,2 + 8,55 = 341,75 \text{ ед.}$$

Для третьего квартала

$$y_{15} = 306,6 + 1,9 \times 15 + 18,15 = 335,1 + 18,15 = 353,25 \text{ ед.}$$

Для четвертого квартала

$$y_{16} = 306,6 + 1,9 \times 16 + (-18,75) = 337,0 - 18,75 = 318,25 \text{ ед.}$$

Расчет ошибки, которую дает рассмотренная модель прогноза, показан в табл. 7.17.

Ошибка модели прогноза рассчитывается по формуле (7.8):

$$s_y = \sqrt{\frac{62,63}{12-2}} = 2,5 \text{ ед.}$$

Таблица 7.17
Расчет ошибки аддитивной модели прогноза

Год	Квар-тал	Размер реализации, ед. товара, y_t	Период, t	Тренд, T_t	Сезонная компонента, S_t	Тренд + Сезонность, $T_t + S_t$	$(y_t - (T_t + S_t))^2$
1	I	300	1	308,5	-7,95	300,55	0,3025
	II	320	2	310,4	8,55	318,95	1,1025
	III	325	3	312,4	18,15	330,55	30,8025
	IV	295	4	314,3	-18,75	295,55	0,3025
2	I	310	5	316,2	-7,95	308,25	3,0625
	II	325	6	318,1	8,55	326,65	2,7225
	III	340	7	320,1	18,15	338,25	3,0625
	IV	305	8	322,0	-18,75	303,25	3,0625
3	I	315	9	323,9	-7,95	315,95	0,9025
	II	335	10	325,8	8,55	334,35	0,0025
	III	350	11	327,8	18,15	345,95	16,4025
	6	310	12	329,7	-18,75	310,95	0,9025
Сумма							62,63

Рассмотрим *мультипликативную модель* прогноза. Рассчитаем средние индексы сезонности. Для первого квартала индекс сезонности равен

$$I_{s1} = \frac{0,972 + 0,98 + 0,973}{3} = 0,975.$$

Для второго квартала индекс сезонности

$$I_{s2} = \frac{1,031 + 1,022 + 1,028}{3} = 1,027.$$

Для третьего квартала

$$I_{s3} = \frac{1,04 + 1,062 + 1,068}{3} = 1,057.$$

Для четвертого квартала

$$I_{s4} = \frac{0,939 + 0,947 + 0,94}{3} = 0,942.$$

Взаимооглашаемость сезонных воздействий в мультипликативной модели выражается в том, что сумма значений сезонной компоненты по отдельным периодам должна быть равна числу периодов в цикле.

В нашем примере число периодов в цикле равно четырем. Найдем сумму средних оценок сезонной компоненты:

$$0,975 + 1,027 + 1,057 + 0,942 = 4,002.$$

Определим корректирующий коэффициент:

$$k = 4 / 4,002 = 0,9998 \approx 1.$$

Скорректированные значения сезонной компоненты или индексы сезонности равны произведению средних оценок и корректирующего коэффициента. В нашем примере индексы сезонности не претерпят существенных изменений, поскольку корректирующий коэффициент практически равен 1. Полученные значения индексов сезонности могут использоваться в моделях прогнозов.

Найдем прогноз на четвертый год с помощью мультипликативной модели. Для первого квартала ($t = 13$) прогноз размера реализации равен

$$y_{13} = (306,6 + 1,9 \times 13) \times 0,975 = 331,3 \times 0,975 = 323,018 \text{ ед.}$$

Для второго квартала

$$y_{14} = (306,6 + 1,9 \times 14) \times 1,027 = 333,2 \times 1,027 = 342,196 \text{ ед.}$$

Для третьего квартала

$$y_{15} = (306,6 + 1,9 \times 15) \times 1,057 = 335,1 \times 1,057 = 354,201 \text{ ед.}$$

Для четвертого квартала

$$y_{16} = (306,6 + 1,9 \times 16) \times 0,942 = 337,0 \times 0,942 = 317,454 \text{ ед.}$$

Расчет ошибки, которую дает рассмотренная модель прогноза, показан в табл. 7.18.

Ошибка модели прогноза рассчитывается по формуле (7.8):

$$s_y = \sqrt{\frac{55,331}{12 - 2}} = 2,352 \approx 2 \text{ ед.}$$

Экспоненциальное сглаживание с тремя параметрами, отражающими тренд и сезонность изменений. Данная модель была предложена в 1960 г. Винтерсом. Считается, что модель Винтерса позволяет повысить точность прогноза, когда временной ряд включает тренд и сезонные колебания. Модель Винтерса включает четыре уравнения:

- сглаживание исходного ряда:

$$L_t = \alpha \frac{y_t}{s_{t-s}} + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}); \quad (7.37)$$

Таблица 7.18
Расчет ошибки мультипликативной модели прогноза

Год	Квартал	Размер реализации, ед. товара, y_t	Период, t	Тренд, T_t	Сезонная компонента, S_t	Тренд \times Сезонность, $T_t \times S_t$	$(y_t - (T_t \times S_t))^2$
1	I	300	1	308,5	0,975	300,833	0,693
	II	320	2	310,4	1,027	318,775	1,501
	III	325	3	312,4	1,057	330,134	26,353
	IV	295	4	314,3	0,942	296,083	1,172
2	I	310	5	316,2	0,975	308,333	2,779
	II	325	6	318,1	1,027	326,673	2,800
	III	340	7	320,1	1,057	338,263	3,017
	IV	305	8	322,0	0,942	303,329	2,792
3	I	315	9	323,9	0,975	315,833	0,694
	II	335	10	325,8	1,027	334,572	0,183
	III	350	11	327,8	1,057	346,392	13,015
	IV	310	12	329,7	0,942	310,575	0,331
Сумма							55,331

- сглаживание тренда:

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}; \quad (7.38)$$

- оценка сезонности:

$$S_t = \gamma \frac{y_t}{L_t} + (1 - \gamma)S_{t-s}; \quad (7.39)$$

- прогноз на p периодов вперед:

$$y_{t-p}^* = (L_t + pT_t)S_{t-s+p}, \quad (7.40)$$

где L_t — сглаженное значение ряда; α — параметр сглаживания данных; y_t — фактическое значение показателя для периода t ; β — параметр сглаживания для оценки тренда; T_t — оценка тренда; γ — параметр сглаживания для оценки сезонности; S_t — оценка сезонности; p — количество периодов, на которое строится прогноз; s — длительность периода сезонных колебаний.

Параметры сглаживания должны соответствовать условиям:

$$0 \leq \alpha \leq 1; 0 \leq \beta \leq 1; 0 \leq \gamma \leq 1.$$

Прежде чем применять уравнения (7.37)–(7.40), необходимо задать начальные условия. Существует два варианта выбора начальных условий в модели Винтерса. Первый предполагает, что начальное значение сглаженного ряда (L_s) равно первому наблюдению. Тогда тренд (T_s) равен нулю, а коэффициенты сезонности (S_{t-s}) устанавливаются равными 1. Следует отметить, что начальных условий для сезонности столько, каков период сезонных колебаний, т. е., например, если период колебаний равен 4 (поквартальная сезонность), то требуется установить 4 начальных условия для сезонности. Второй вариант назначения начальных условий предполагает, что начальное значение для сглаженного ряда (L_{t-1}) равно среднему значению за первые s наблюдений. Тогда начальные условия для тренда (T_{t-1}) определяются наклоном прямой, образованной этими наблюдениями. Коэффициенты сезонности равны

$$S_t = \frac{y_t}{L_s}, \quad (7.41)$$

где L_s — начальное условие для сглаживания данных.

Параметры сглаживания могут быть назначены прогнозистом, исходя из его предыдущего опыта прогнозирования, или определены путем минимизации ошибки прогнозирования.

Пример 7.9. Исходные данные те же, что и в примере 7.8 (табл. 7.15). Определим начальные условия. В качестве начальных условий для сглаженных данных выберем среднее значение за первый год:

$$L_s = \frac{300 + 320 + 325 + 295}{4} = 310.$$

Для значений размера реализации товара за первый год определим наклон линии тренда. Для этого достаточно по формуле (7.7) определить коэффициент наклона линейного тренда. Опуская расчет по указанной формуле, укажем лишь результат. Начальное условие для оценки тренда $T_s = -1$. Начальные условия для оценки сезонности (коэффициенты) определим по формуле (7.41):

- для первого квартала $S_1 = 300/310 = 0,968$;
- для второго квартала $S_2 = 320/310 = 1,032$;
- для третьего квартала $S_3 = 325/310 = 1,048$;
- для четвертого квартала $S_4 = 295/310 = 0,952$.

После задания начальных условий необходимо определить параметры сглаживания, которые могут быть выбраны субъективно или исхо-

для из условия минимизации ошибки прогноза. Пусть параметры сглаживания будут равны $\alpha = 0,4$; $\beta = 0,5$; $\gamma = 0,8$.

Для $t = 5$ (первый квартал 2-го года) фактическое значение размера реализации равно 310 ед., коэффициент сезонности для первого квартала предыдущего года равен 0,968. Определим по формуле (7.37) значение для сглаживания данных.

$$L_5 = 0,4 \frac{310}{0,968} + (1 - 0,4)(310 - 1) = 313,533 \text{ ед.}$$

Произведем сглаживание тренда по формуле (7.38). Для этого нам понадобятся результаты сглаживания данных в пятом квартале и начальные условия для сглаживания данных и тренда:

$$T_5 = 0,5(313,533 - 310) + (1 - 0,5)(-1) = 1,267 \text{ ед.}$$

Произведем оценку сезонности. Нам потребуются фактическое значение и ранее рассчитанное значение сглаживания данных для пятого квартала и коэффициент сезонности для первого квартала предыдущего года:

$$S_5 = 0,8 \frac{310}{313,533} + (1 - 0,8) \times 0,968 = 0,985.$$

Прогноз на 6-й период (второй квартал 2-го года) определим по формуле (7.40). Помимо рассчитанных оценок для сглаживания данных и тренда нам потребуется оценка сезонности для второго квартала предыдущего года (второй квартал 1-го года — начальное условие):

$$y_{5+1}^* = (313,533 + 1 \times 1,267) \times 1,032 = 324,955 \text{ ед.}$$

Повторим расчет для $t = 6$. Фактическое значение для второго квартала второго года равно 325 ед., оценка сезонности для второго квартала предыдущего года 1,032. Оценка сглаженных данных равна

$$L_6 = 0,4 \frac{325}{1,032} + (1 - 0,4)(313,533 + 1,267) = 314,818 \text{ ед.}$$

Оценка сглаживания тренда равна

$$T_6 = 0,5(314,818 - 313,533) + (1 - 0,5) \times 1,267 = 1,275 \text{ ед.}$$

Для оценки сезонности потребуется коэффициент сезонности второго квартала предыдущего года, фактическое и сглаженное значения данных. Оценка сезонности для второго квартала равна

$$S_6 = 0,8 \frac{325}{314,818} + (1 - 0,8) \times 1,032 = 1,032.$$

Выполним прогноз на седьмой квартал. Оценка сезонности третьего квартала в предыдущий год равна 1,048. Прогноз на седьмой квартал равен

$$y_{6+1}^* = (314,817 + 1 \times 1,275) \times 1,048 = 331,388 \text{ ед.}$$

Расчет сглаженных значений данных и тренда, а также откорректированная оценка сезонности и прогнозы для остальных кварталов представлены в табл. 7.19.

Для периода $t = 13$ определим по формулам (7.37)–(7.40) прогнозное значение объема заказа на один шаг. Для этого рассчитаем для предыдущего периода значения сглаживания данных и тренда.

Сглаживание данных:

$$L_{12} = 0,4 \times \frac{310}{0,949} + (1 - 0,4) \times (327,571 + 2,521) = 328,709 \text{ ед.}$$

Таблица 7.19
Прогноз размера реализации по методу Винтерса

Год	Квартал	Размер реализации, ед., y_t	Период, t	Сглаживание данных, L_t	Сглаживание тренда, T_t	Сезонность, S_t	Прогноз, y_t	$(y_t - y_t^*)^2$
1	I	300	1	–	–	0,968	–	–
	II	320	2	–	–	1,032	–	–
	III	325	3	–	–	1,048	–	–
	IV	295	4	310	–1	0,952	–	–
2	I	310	5	313,533	1,267	0,985	299,032	120,2914
	II	325	6	314,818	1,275	1,032	324,955	0,00204
	III	340	7	319,379	2,918	1,061	331,388	74,1711
	IV	305	8	321,582	2,561	0,949	306,702	2,897393
3	I	315	9	322,465	1,722	0,978	319,129	17,04685
	II	335	10	324,316	1,786	1,033	334,667	0,111065
	III	350	11	327,571	2,521	1,067	346,102	15,19105
	IV	310	12	328,709	1,829	0,944	313,281	10,76738
4	I	–	13	–	–	–	323,395	–
	II	–	14	–	–	–	341,387	–
	III	–	15	–	–	–	352,699	–
	IV	–	16	–	–	–	312,121	–
Сумма								240,478

Корректировка тренда:

$$T_{12} = 0,5(328,709 - 327,571) + (1 - 0,5) \times 2,521 = 1,829 \text{ ед.}$$

Корректировка сезонности (хотя для прогноза на один год данная откорректированная оценка сезонности не понадобится):

$$S_{12} = 0,8 \times 328,709 + (1 - 0,8) \times 0,949 = 0,944.$$

Прогноз:

- на один квартал $y^*_{12+1} = (328,709 + 1 \times 1,829) \times 0,978 = 323,395$;
- на второй квартал $y^*_{12+2} = (332,591 + 2 \times 1,829) \times 1,033 = 343,277$;
- на третий квартал $y^*_{12+3} = (332,591 + 3 \times 1,829) \times 1,067 = 356,603$;
- на четвертый квартал $y^*_{12+4} = (332,591 + 4 \times 1,829) \times 0,944 = 317,304$.

Найдем ошибку модели прогноза $s_y = \sqrt{\frac{240,478}{12-4}} = 5,483 \approx 5$ ед.

На рис. 7.9 показана графическая интерпретация модели Винтерса.

С помощью процедуры *Поиска решения MS Excel* можно найти параметры сглаживания более точно, что может обеспечить меньшую ошибку модели прогноза.

Анализ Фурье. При применении этого метода сначала также оценивается и удаляется тренд. Для полученных остатков подбирается кривая, которая описывается формулой

$$y_t = a_0 + \sum (a_k \cos kt + b_k \sin kt), \quad (7.42)$$



Рис. 7.9. Прогноз по методу экспоненциального сглаживания с тремя параметрами

где a_0, a_k, b_k — параметры модели, k — номер гармоники (обычно от 1 до 4).

Параметры модели (7.42) определяются по методу наименьших квадратов.

Для применения этого метода необходимо, чтобы количество точек исходного ряда являлось степенью числа 2, например 2, 4, 8, 16, 32, 64.

Пример 7.10. Рассмотрим применение анализа Фурье для данных за второй и третий годы в табл. 7.15. Количество точек, по которым будет строиться модель, равно 8.

Применение анализа Фурье для выявления сезонных колебаний можно представить в виде последовательности.

1. Подберем линию тренда к этим данным, начав нумерацию периодов (t) с первого. Линейная модель тренда имеет вид

$$y_t = 317,32 + 1,43t.$$

2. Найдем значения тренда для точек исходного ряда, из исходного ряда отнимем значения тренда и получим остатки, которые содержат сезонную и случайную компоненты (табл. 7.20).

3. Обратимся к встроенному в *MS Excel* инструменту анализа «Анализ Фурье». Для этого в меню «Сервис» выберем команду «Анализ данных». В появившемся окне найдем инструмент анализа «Анализ Фурье». В качестве входного интервала следует выбрать полученные на предыдущем этапе расчета остатки. Из полученных комплексных чисел необходимо выделить действительную и мнимую части. Для этого используются инженерные функции, для действительной части — «=МНИМ.ВЕЩ()», для мнимой части — «=МНИМ.ЧАСТЬ()». Обозначим выявленную действительную часть как y_d , мнимую часть — y_m .

4. Определим коэффициенты модели (7.42). Коэффициенты a_k определяются следующим образом (на примере двух гармоник):

$$a_0 = \frac{y_{d1}}{N}; a_1 = \frac{y_{d2}}{N}; a_2 = \frac{y_{d3}}{N}, \quad (7.43)$$

где N — количество точек исходного ряда.

Подставим из табл. 7.20 действительную часть и получим:

$$a_0 = \frac{57,7}{8} = 7,218; a_1 = \frac{-11,1}{8} = -1,384; a_2 = \frac{-67,5}{8} = -8,442.$$

Коэффициенты b_k определяются как

$$b_1 = \frac{y_{m2}}{N}; b_2 = \frac{y_{m3}}{N}. \quad (7.44)$$

Таблица 7.20

Результаты промежуточных расчетов с использованием анализа Фурье

Период, t	Размер реализации $Y_t^{\text{факт}}$	Тренд, Y_t	Остатки, $Y_t^{\text{факт}} - Y_t$	Комплексные числа	Действительная часть комплексного числа, U_d	Мнимая часть комплексного числа, U_m	Радианная переменная, τ
1	310	318,75	-8,75	57,744999	57,7	0,0	0,785
2	325	310,446	14,554	-11,0705 + + 2,03647i	-11,1	2,0	1,570
3	340	312,369	27,631	-67,535 - -52,692i	-67,5	-52,7	2,355
4	305	314,292	-9,292	-3,99946 - -2,579529i	-4,0	-2,6	3,140
5	315	316,215	-1,215	37,465	37,5	0,0	3,925
6	335	318,138	16,862	-3,99946 + + 2,57952i	-4,0	2,6	4,710
7	350	320,061	29,939	-67,5349 + + 52,692i	-67,5	52,7	5,495
8	310	321,984	-11,984	-11,07053 - - 2,036470i	-11,1	-2,0	6,280

Подставим из табл. 7.20 мнимую часть и получим

$$b_1 = \frac{2}{8} = 0,25; \quad b_2 = \frac{-52,7}{8} = -6,59.$$

5. Переведем обычную линейную переменную ($t = 1, 2, 3, \dots, 8$) в радианную. Для этого воспользуемся формулой

$$\tau = \frac{2\pi \times t}{N}. \quad (7.45)$$

Например, для $t = 1$ радианная переменная будет равна

$$\frac{2\pi \times 1}{8} = 0,785.$$

6. Рассчитаем гармоники для $t = 1$ ($t = 0,785$).

Первая гармоника:

$$7,218 - 1,384 \times \cos 0,785 + 0,25 \times \sin 0,785 = 6,419.$$

Вторая гармоника:

$$-8,442 \times \cos 1,57 - 6,59 \times \sin 0,157 = -6,593.$$

Сложим гармоники и получим итоговую модель, описывающую остатки (для $t = 1$):

$$6,419 - 6,593 = -0,174.$$

Для других периодов времени расчет гармоник производится аналогично.

Таблица 7.21
Расчет сезонной компоненты по результатам анализа Фурье

Период, t	Радианная переменная, τ	Первая гармоника	Радианная переменная, 2τ	Вторая гармоника	Итоговая модель
1	0,785	6,419	1,57	-6,593	-0,174
2	1,570	7,472	3,14	8,431	15,903
3	2,355	8,376	4,71	6,607	14,982
4	3,140	8,602	6,28	-8,421	0,181
5	3,925	8,019	7,85	-6,620	1,399
6	4,710	6,963	9,42	8,410	15,377
7	5,495	6,062	10,99	6,633	12,695
8	6,280	5,834	12,56	-8,399	-2,566

7. Определим ошибку прогноза. Поскольку значения итоговой модели (табл. 7.21) являются аддитивной сезонной составляющей, составим таблицу, аналогичную табл. 7.17, в которую занесем результаты промежуточных расчетов для определения ошибки модели прогнозирования (табл. 7.22). Сезонная компонента рассчитана как среднее значение сезонности для одноименных кварталов. Например, для второго квартала $(15,903 + 15,377)/2 = 15,64$. В табл. 7.22 выделены прогнозные значения объема реализации на 4-й год.

Ошибка модели прогноза рассчитывается по формуле (7.8):

$$S_y = \sqrt{\frac{725,17}{8-5}} = 15,5 \text{ ед.}$$

Таблица 7.22
 Расчет ошибки модели прогноза, составленной с использованием анализа Фурье

Год	Квар-тал	Размер реализации, ед. товара, y_t	Период, t	Тренд, T_t	Сезонная компонента, S_t	Тренд + + Сезонность, $T_t + S_t$	$(y_t - (T_t + S_t))^2$
2	I	310	1	318,75	0,61	319,36	87,65
	II	325	2	310,446	15,64	326,09	1,18
	III	340	3	312,369	13,84	326,21	190,22
	IV	305	4	314,292	-1,19	313,1	65,604
3	I	315	5	316,215	0,61	316,83	3,34
	II	335	6	318,138	15,64	333,78	1,49
	III	350	7	320,061	13,84	333,9	259,22
	IV	310	8	321,984	-1,19	320,79	116,46
4	I	-	9	323,907	0,61	319,84	-
	II	-	10	325,83	15,64	346,15	-
	III	-	11	327,753	13,84	336,91	-
	IV	-	12	329,676	-1,19	333,17	-
Сумма							725,17

На рис. 7.10 показана графическая интерпретация модели прогноза, сезонная составляющая в которой определена с помощью анализа Фурье.

В приложении Б рассмотрен пример прогнозирования, когда сезонная составляющая имеет периодичность 7, соответствующую дням недели.

7.6. Экспертные методы прогнозирования

Процедура получения экспертных оценок может быть формализована и представлена в виде блок-схемы, рис. 7.11. Рассмотрим некоторые блоки подробнее.

Формирование группы экспертов — важнейшая составляющая экспертного метода. Остановимся на количественной стороне выбора экспертов. Известно, что при прогнозировании в целях минимизации расходов на прогноз стремятся привлечь минимальное число экспертов при условии обеспечения ошибки результата прогнозирования

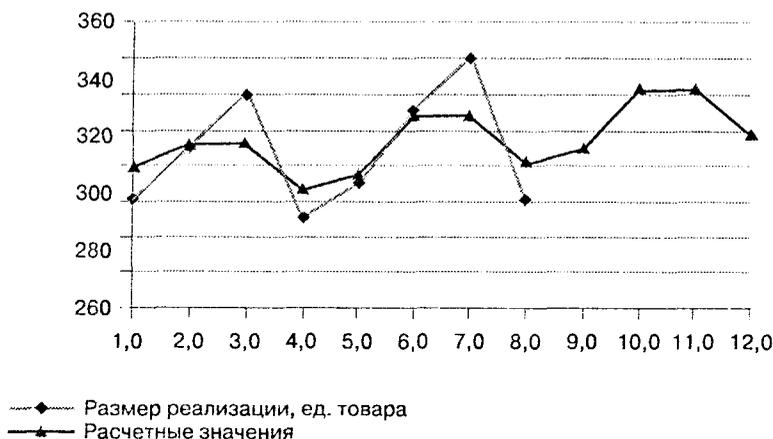


Рис. 7.10. График модели прогнозирования с использованием анализа Фурье

не более E , где $0 < E < 1$. Поэтому рекомендуемое число экспертов может быть определено по формуле

$$N_{\min} = 2,5 + \frac{1,5}{E}. \quad (7.46)$$

При подстановке предельных значений E в формулу (7.46) находим

$N_{\min}(E=0) \rightarrow \infty$, $N_{\min}(E=1) = 4$. Таким образом, минимальное количество экспертов равно 4.

Для определения максимальной численности экспертной группы используется неравенство:

$$N_{\max} \leq 3 \times \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{2 \times K_{\max}}, \quad (7.47)$$

где K_i — компетентность i -го эксперта, рассчитанная на основе анкеты самооценки или иным способом; K_{\max} — максимально возможная компетентность по используемой шкале компетентности экспертов.

После определения числа экспертов переходят к непосредственному поиску специалистов, отбор которых начинается с составления списка компетентных в данной области лиц. Далее все процедуры выбора экспертов основываются на составленном списке. Рассмотрим кратко методы выбора экспертов.



Рис. 7.11. Блок-схема прогноза на основе экспертных опросов

Методы выбора экспертов: самооценка, оценка группой каждого специалиста, оценка на основе результатов прошлой деятельности, определение компетентности кандидатов в эксперты. С помощью самооценок определяют компетентность эксперта, оценивая аргументы, которые послужили ему основанием для ответа, а также степень его знакомства с рассматриваемым вопросом. Аргументы учитывают с помощью коэффициента K_a , который определяется суммированием численных значений по таблице шкалы оценок источников аргументации (табл. 7.23).

Степень знакомства эксперта с обсуждаемой проблемой (K_z) определяется непосредственно экспертом от 0,1 до 1. Коэффициент компетентности — средняя величина коэффициентов K_a и K_z .

Если кандидаты в эксперты знают друг друга, то можно помимо самооценки провести коллективную оценку каждого остальными чле-

Таблица 7.23

Форма таблицы для определения коэффициента аргументации

Источник аргументации	Степень влияния источников		
	высокая	средняя	низкая
1. Произведенный теоретический анализ			
2. Производственный опыт			
3. Обобщение работ отечественных авторов			
4. Обобщение работ зарубежных авторов			
5. Личное знакомство с состоянием дел по обсуждаемому вопросу за рубежом			
6. Интуиция			

нами группы. При этом членам группы предлагается заполнить опросные листы на остальных членов группы. Форма опросного листа представлена в табл. 7.24. Каждый претендент должен обвести соответствующий балл, исходя из того, что 5 характеризует предельную лучшую характеристику, а 1 – предельную худшую.

Более объективными являются методы, основанные на результатах прошлой деятельности специалистов. Простейший метод этого вида – отбор специалистов по стажу работы, ученым званиям и степеням, занимаемой должности, публикациям и т. д.

Существует несколько методов коллективной экспертной оценки, в том числе: метод простого ранжирования; метод задания весовых коэффициентов; метод последовательных сравнений; метод парных сравнений.

Метод простого ранжирования заключается в том, что каждый эксперт располагает признаки в порядке предпочтения. Цифрой 1 обо-

Таблица 7.24

Форма опросного листа для проведения коллективной оценки эксперта

Предельная лучшая характеристика	Альтернативная оценка	Предельная худшая характеристика
Глубокие знания в исследуемой области логистики	5 4 3 2 1	Неглубокие знания в исследуемой области логистики
Большой практический опыт организации логистики на предприятии	5 4 3 2 1	Нет практического опыта организации логистики на предприятии
.....	
.....	

значается наиболее важный признак, цифрой 2 — следующий по важности и т. д. Другой вариант — признаки располагаются в обратной последовательности по важности. После того как данные от экспертов собраны, производится обработка полученных оценок.

Методика статистической обработки данных включает следующие этапы:

- Определение для каждого фактора суммы рангов:

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} = a_{i1} + a_{i2} + \dots + a_{im}, \quad (7.48)$$

где a_{ij} — ранг, присвоенный j -м экспертом i -му фактору; m — число экспертов.

- Определение средней величины суммы рангов:

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m a_{ij}}{k}, \quad (7.49)$$

где k — число факторов.

- Определение суммы квадратов отклонений:

$$S = \sum_{i=1}^k \left(\sum_{j=1}^m a_{ij} - \bar{a} \right)^2. \quad (7.50)$$

- Определение коэффициента конкордации W , позволяющего оценить степень согласованности мнений экспертов (при отсутствии равных рангов):

$$W = \frac{12 \times S}{m^2 \times k \times (k^2 - 1)}. \quad (7.51)$$

Если W существенно отличается от нуля, то можно полагать, что между оценками экспертов существует определенное согласие.

- Оценка неслучайности согласия мнений экспертов производится с помощью критерия Пирсона по величине $\chi^2 = \sqrt{S}$ при числе степеней свободы $n = k - 1$ и заданном уровне значимости α :

$$\chi_m^2(n, \alpha) < \chi^2, \quad (7.52)$$

где $\chi_m^2(n, \alpha)$ — табличное значение.

В случае соблюдения неравенства с доверительной вероятностью $P = 1 - \alpha$ можно утверждать, что мнения экспертов относительно вероятности факторов согласуются не случайно.

Достоинства метода заключаются в сравнительной простоте процедуры получения оценок и в меньшем числе экспертов, которое требуется для оценки показателей (по сравнению с другими методами). Недостаток метода состоит в заведомо равномерном распределении оценок и уменьшении важности признаков.

Метод задания весовых коэффициентов состоит в присвоении всем признакам весовых коэффициентов (коэффициентов важности). Присвоение может производиться так, чтобы сумма баллов была равна какому-нибудь числу, например 100. Иногда наиболее важному признаку предлагается присвоить фиксированное число, например 100, а остальным признакам — задать числа, равные долям от этого числа. Обобщенное мнение экспертов рассчитывается как среднее арифметическое. Очевидно, что чем больше величина коэффициента, тем больше важность этого признака. Для применения результатов экспертного опроса, выполненного по данному методу, также требуется проверка согласованности мнений экспертов.

Метод последовательных сравнений можно представить в виде последовательности.

1. Эксперт i упорядочивает все признаки в порядке уменьшения их значимости: $X_1 > X_2 > X_3 > \dots > X_m$.
2. Эксперт присваивает первому признаку значение, равное единице, а остальным назначает весовые коэффициенты (a_{ji}) в долях единицы.
3. Проводится сравнение первого признака с суммой коэффициентов всех последующих. При этом можно получить один из трех вариантов:

$$a_{1i} > a_{2i} + a_{3i} + \dots + a_{mi};$$

$$a_{1i} = a_{2i} + a_{3i} + \dots + a_{mi};$$

$$a_{1i} < a_{2i} + a_{3i} + \dots + a_{mi}.$$

4. Эксперт выбирает наиболее приемлемый, по его мнению, вариант и проводит в соответствии с ним оценку первого признака.
5. Процедура повторяется с отбраковкой последних признаков по одному до сравнения X_1 с признаками X_2 и X_3 .
6. Эксперт переходит к сравнению X_2 с последующими признаками.
7. Процедура заканчивается, когда возможности сравнения будут исчерпаны.

Преимущество данного метода состоит в том, что эксперт анализирует оценки по совокупности признаков. Однако метод сложен и про-

моздок, его не рекомендуется использовать при количестве признаков более семи.

Метод парных сравнений можно представить в виде последовательности.

1. Каждый i -й эксперт проводит попарную оценку приоритетности признаков (X). При этом каждым i -м экспертом заполняется матрица $E_i = (I_{ikj})$, элементы которой в зависимости от выбора эксперта определяются по формуле

$$I_{ikj} = 1, \text{ если } X_k \geq X_j;$$

$$I_{ikj} = 0, \text{ если } X_k < X_j.$$

2. Определяется сумма матриц всех экспертов. Суммирование проводится по элементам матриц. Элемент суммарной матрицы определяется по следующей формуле:

$$z_{kj} = \sum_{i=1}^m I_{ikj},$$

где m — количество экспертов, k, j — номера признаков, $k, j = 1, 2, \dots, n$.

3. Определяется результирующая матрица R , каждый элемент которой определяется по формуле

$$r_{kj} = 1, \text{ если } Z_{kj} \geq n/2;$$

$$r_{kj} = 0, \text{ если } Z_{kj} < n/2.$$

4. Находится сумма баллов, которую набрал каждый признак.

7.7. Комбинированная оценка прогноза

Каждый из методов прогнозирования имеет преимущества по сравнению с другими методами, но и не лишен недостатков. Абсолютно одинаковые прогнозы получить с помощью разных методов практически очень сложно, поэтому если прогнозные значения, полученные двумя методами, не совпадают, можно говорить о возможности и/или необходимости проведения комбинированного прогноза. Для получения комбинированной оценки прогноза необходимо решить две задачи:

1. Установить область, внутри которой прогнозные результаты, полученные разными методами, могут считаться согласованными.
2. Установить такое соотношение между результатами прогнозов, которое наиболее адекватно отражало бы их связь с наиболее вероятным результатом прогнозирования.

В комбинированной оценке может участвовать несколько прогнозов, полученных разными методами, если эти прогнозы не противоречат друг другу. В противном случае необходимы анализ причин, вызвавших противоречивые результаты, исключение некоторых вариантов прогноза, изменение математических моделей прогнозирования, повторное прогнозирование, анализ и проверка исходных данных.

На рис. 7.12 представлена общая схема получения комбинированного прогноза. Сначала формируется база исходных данных для комбинированного прогноза, которыми являются прогнозные значения, полученные разными методами. Исходные данные должны быть представлены в аналогичном виде. Например, в комбинированной оценке участвуют два прогноза: результаты первого представлены в виде точечной оценки и ошибки прогноза, значит, и результаты второго необходимо привести к точечной оценке и определить ошибку. Если математический прогноз представлен в виде функции распределения, значит, необходимо получить вероятностную оценку значений прогнозируемой величины, полученных эвристическим методом. Часто закон распределения точечных оценок группы экспертов принимается нормальным. Однако если в ходе экспертных оценок получены только возможные границы прогнозируемой величины, можно использовать и равномерное распределение.

Затем оцениваются резко выделяющиеся значения средних оценок прогнозируемого показателя, полученных разными методами. На этом этапе некоторые варианты прогнозов могут быть исключены из комбинированной оценки. Следующим шагом является оценка противоречивости прогнозов. Для решения этой задачи существует несколько методов, мы рассмотрим два из них.

Первый метод предусматривает сравнение точечных и интервальных прогнозов. Точечные прогнозы, естественно, могут не совпадать. При сравнении интервальных прогнозов возможны три случая [63].

1. Доверительные интервалы не имеют общей области:

$$\Delta_0 = 0.$$

В этом случае проводится логический анализ причин противоречивости прогнозов, корректируются исходные данные и проводится повторная проверка согласованности откорректированных прогнозов.

2. Доверительный интервал одного прогноза Δ_1 полностью охватывает доверительный интервал другого прогноза Δ_2 . При этом общая часть равна меньшему доверительному интервалу:

$$\Delta_0 = \Delta_2.$$

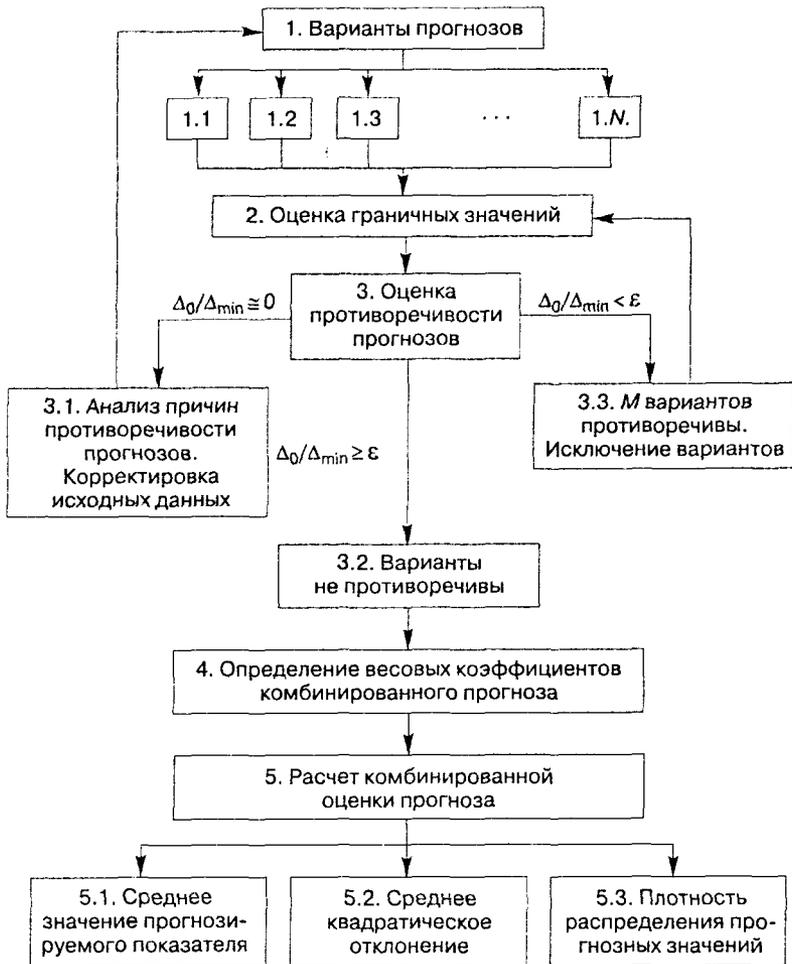


Рис. 7.12. Блок-схема комбинированного прогноза

3. Доверительные интервалы частично перекрываются.

В качестве правила определения противоречивости или непротиворечивости прогнозов может быть принято следующее: результаты прогнозов не противоречат друг другу, если точечные прогнозы принадлежат общей области:

$$Y_1, Y_2, \dots, Y_N \in \Delta_0, \quad (7.53)$$

где Y_i — значение точечной оценки i -го прогноза.

В качестве дополнительного условия непротиворечивости прогнозов может быть принято следующее: величина общей области должна быть такова, что

$$\Delta_0 / \Delta_{\min} \geq \epsilon, \quad (7.54)$$

где ϵ — критерий оценки непротиворечивости прогнозов, $0 < \epsilon \leq 1$.

Величина ϵ определяется прогнозом на основании опыта.

Если условие (7.54) не выполняется, а Δ_0 отличается от нуля, то при комбинированной оценке более чем двух прогнозов возможно исключение противоречивого варианта прогноза или его корректировка и затем — повторная проверка непротиворечивости прогнозов. Если условие (7.54) выполняется, то прогнозы не противоречивы и возможна их совместная обработка для получения комбинированной оценки прогноза.

Для проверки непротиворечивости двух прогнозов можно использовать и другой метод [26, 63]. Полагая обе прогнозные оценки распределенными по нормальному закону, прогнозы можно считать непротиворечивыми, если выполнено неравенство $|t| \leq t_{\text{табл}}(p, \nu)$, где $|t|$ — модуль расчетного критерия Стьюдента; $t_{\text{табл}}(p, \nu)$ — табличное значение критерия Стьюдента для p -го уровня надежности и числа степеней свободы $\nu = N_1 + N_2 - m - 2$ (N_1 — число наблюдений динамического ряда, N_2 — число экспертов). При такой оценке непротиворечивости прогнозов речь фактически идет об использовании методов определения принадлежности выборок к одной генеральной совокупности. Если прогнозные оценки получены по результатам моделирования, то данный критерий для оценки непротиворечивости прогнозов применяться не может.

Совместная обработка прогнозов заключается в определении средневзвешенного результата прогнозов, полученных различными методами с учетом их точности. Чем менее точен результат, тем меньше его вес в окончательном прогнозе. Весовые коэффициенты рассчитываются по формуле

$$\mu_i = \left(\sigma_i^2 \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \right)^{-1}, \quad (7.55)$$

где N — количество прогнозов, участвующих в комбинированной оценке.

После преобразования формулы (7.55) для двух прогнозов получены следующие зависимости для расчета весовых коэффициентов прогнозов:

$$\mu_1 = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \text{ и } \mu_2 = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}.$$

Среднее значение комбинированного прогноза определяется по формуле

$$\bar{Y}_{\text{комб}} = \sum_{i=1}^N \mu_i \times Y_i.$$

Дисперсия комбинированного прогноза рассчитывается по следующей формуле

$$\sigma_{\text{комб}}^2 = \sum_{i=1}^N \mu_i \times \sigma_i^2,$$

где σ_i^2 — дисперсия i -го прогноза.

Определение плотности распределения комбинированного прогноза можно провести в следующей последовательности:

1. После определения количественной оценки прогноза методом экстраполяции полученный интервальный прогноз разбивают на n разрядов на основании функции распределения. Получают n значений прогнозируемого показателя (Y_j , где $j = 1, 2, \dots, n$).
2. Проводится экспертный опрос, в ходе которого эксперты оценивают значимость каждого Y_j с использованием балльной оценки, т. е. экспертный опрос может быть проведен методом простого ранжирования, когда эксперты наиболее значимый вариант прогноза (разряд) оценивают 1, а наименее значимому варианту соответствует балл, равный n .
3. Проводится статистическая обработка экспертных оценок. Каждому Y_j присваивается новый номер таким образом, что разряду с наименьшей суммой баллов присваивается номер 1 и т. д.
4. Полагаем, что Y_1 соответствует наиболее правдоподобная гипотеза H_1 , Y_2 — гипотеза H_2 и т. д. Вероятности гипотез определяются по формуле

$$Q_i = \frac{2(n-i+1)}{n(n+1)}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.56)$$

5. Для «экспертной» плотности распределения находят среднее значение и дисперсия.
6. Прогнозы проверяются на непротиворечивость.
7. Определяются весовые коэффициенты для каждого из прогнозов по формуле (7.55).

8. Определяются для каждого разряда вероятности комбинированного прогноза и, если необходимо, значения функции распределения.

Пример 7.11. Предприятию необходимо сделать прогноз о возможной емкости рынка на основе статистических данных о продажах в исследуемом регионе и путем экспертного опроса. Исходные данные о продажах представлены в табл. 7.25.

Таблица 7.25
Исходные данные для прогноза

Период	1	2	3	4	5
Объем продаж, тыс. ед.	4	5	7	9	7,5

К исходным данным методом наименьших квадратов подберем линейную модель тренда:

$$y_t = 3.2 + 1.1t. \quad (7.57)$$

Прогноз продаж на ближайший период в соответствии с моделью (7.57) составит $y_6 = 3,2 + 1,1 \times 6 = 9,35$ тыс. ед. Ошибка прогноза может быть вычислена по формуле (7.8) и составит 1,14 тыс. ед. Доверительные границы прогноза найдем по формуле (7.9). Число степеней свободы $k = 5 - 2 = 3$, коэффициент Стьюдента для уровня значимости $0,05 = 3,182$. Нижняя граница интервала прогноза равна $9,35 - 1,14 \times 3,182 = 5,72$ тыс. ед., верхняя граница равна $9,35 + 1,14 \times 3,182 = 12,99$ тыс. ед.

Разобьем полученный прогноз на 8 разрядов от 6 до 13 тыс. ед. включительно. Эксперты дали оценку возможных значений прогнозируемого показателя (табл. 7.26).

Коэффициент конкордации, рассчитанный по формуле (7.51), составил 0,86, что говорит о весьма высокой согласованности мнений экспертов.

Обработка результатов экспертного опроса позволила получить ранжированный ряд, представленный во втором столбце табл. 7.27. Чтобы найти среднее значение, следует рассчитать вероятность появления отдельного значения объема продаж по данным экспертных оценок.

Найдем по формуле (7.56) вероятность, с которой возможно получение значения прогнозируемого показателя, равного 6 тыс. ед.: $Q_1 = 2(8 - 6 + 1)/72 = 0,083$. Значение объема перевозок, равное 7 тыс. ед., возможно с вероятностью $Q_2 = 2(8 - 2 + 1)/72 = 0,194$. Аналогично найдем вероятности экспертного прогноза (табл. 7.27, третий столбец).

Таблица 7.26
Результаты экспертного опроса

Значения прогнозируемого показателя, тыс. ед. y_j	Оценки экспертов, балл							Сумма баллов, формула (7.48)	Отклонение суммы баллов от среднего значения, тыс. ед.	Отклонение суммы баллов от среднего значения в квадрате
	1	2	3	4	5	6	7			
6	5	5	8	1	8	7	6	40	8,5	72,25
7	2	1	4	2	4	1	4	18	-13,5	182,25
8	1	3	3	3	3	2	2	17	-14,5	210,25
9	3	2	2	4	7	4	1	23	-8,5	72,25
10	4	4	1	5	2	3	3	22	-9,5	90,25
11	6	6	5	6	6	5	5	39	7,5	56,25
12	7	7	6	7	1	6	8	42	10,5	110,25
13	8	8	7	8	5	8	7	51	19,5	380,25
Среднее значение суммы баллов, формула (7.49)								31,5	-	S = 1174

Среднее значение и дисперсия прогноза, данного экспертами: $Y_3 = \sum y_j Q_j = 8,44$ тыс. ед. и $Y_3^2 = \sum (y_j - y_3)^2 Q_j = 1,84$ тыс. ед. соответственно.

Проверим прогнозы на непротиворечивость. Вспомогательные расчеты для проверки прогнозов по условиям (7.53) и (7.54) приведены

Таблица 7.27
Результаты расчетов плотности распределения комбинированного прогноза

Значения прогнозируемого показателя, тыс. ед. y_j	Ранжированный ряд экспертных оценок	Вероятность прогноза по результатам опроса экспертов, Q_j	Вероятность прогноза, полученного с помощью трендовой модели	Вероятность комбинированного прогноза
6	6	0,083	0,0047	0,027
7	2	0,194	0,0418	0,085
8	1	0,222	0,1736	0,187
9	4	0,139	0,3338	0,279
10	3	0,167	0,2974	0,261
11	5	0,111	0,1228	0,119
12	7	0,056	0,0235	0,032
13	8	0,028	0,0021	0,009

в табл. 7.28, из которой видно, что точечные оценки прогнозов попадают в общую область, значит, прогнозы можно считать непротиворечивыми. Отношение ширины общей области к ширине наименьшего доверительного интервала достаточно большое, что подтверждает непротиворечивость прогнозов.

Определим расчетное значение критерия Фишера:

$$F = \frac{1,84^2}{1,14^2} = 2,614.$$

Табличное значение критерия Фишера для $k_1 = 6$, $k_2 = 3$ степеней свободы равно 8,94. Так как расчетное значение меньше табличного, расхождение дисперсий двух прогнозов незначительно. Расчетное значение критерия Стьюдента равно:

$$t = \frac{|8,44 - 9,35|}{\sqrt{1,84^2 \times 6 + 1,84^2 \times 5}} \sqrt{\frac{5 \times 7 \times (5 + 7 - 2)}{5 + 7}} = 0,889.$$

Таблица 7.28
Проверка прогнозов на непротиворечивость

Вариант прогноза	t-критерий, $t_{\text{табл}}(p, v)$	Границы доверительного интервала		Ширина интервала	Границы общей области		Ширина общей области, Δ_0	$\Delta_0/\Delta_{\text{min}}$
		нижняя	верхняя		нижняя	верхняя		
1 (тренд)	3,182	5,722	12,978	7,256	5,722	12,955	7,233	0,9969
2 (эксперты)	2,447	3,934	12,955	9,022				

По уровню значимости 0,05 и числу степеней свободы $n = 5 + 7 - 1 - 2 = 9$ находим табличное значение критерия Стьюдента, оно равно 2,262. Так как расчетное значение меньше критического, прогнозы непротиворечивы и можно найти комбинированную оценку прогноза.

Найдем весовые коэффициенты прогнозов по формуле (7.55):

$$\mu_1 = \frac{1,84^2}{1,14^2 + 1,84^2} = 0,72, \quad \mu_2 = \frac{1,14^2}{1,14^2 + 1,84^2} = 0,28.$$

Среднее значение комбинированного прогноза равно

$$\bar{Y}_{\text{комб}} = 0,72 \times 9,35 + 0,28 \times 8,44 = 8,096 \text{ тыс. ед.}$$

Дисперсия комбинированного прогноза равна

$$\sigma_{\text{комб}}^2 = 0,72 \times 1,14^2 + 0,28 \times 1,84^2 = 1,887.$$

Среднеквадратическая ошибка комбинированного прогноза соответственно равна

$$\sigma_{\text{комб}} = \sqrt{1,887} = 1,374 \text{ тыс. ед.}$$

Таким образом, комбинированный прогноз объема продаж на один год равен 8,096 тыс. ед., ошибка прогноза 1,374 тыс. ед.

Найдем плотность распределения комбинированного прогноза объема продаж. Плотность распределения оценок, выполненных экспертами, мы уже определили по формуле (7.56), табл. 7.27. Необходимо найти плотность распределения для прогноза, полученного по трендовой модели. Примем, что данные прогнозные оценки распределены нормально. Вероятность прогноза, полученного методом экспоненциального сглаживания, для значения 6 тыс. ед. равна:

$$P_1 = \frac{\Delta Y}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(Y_i - Y_{\text{тренд}})^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{1,14 \sqrt{2} \times 3,14} e^{-\frac{(6-9,35)^2}{2 \times 1,14^2}} = 0,0047,$$

а вероятность комбинированного прогноза для того же значения равна:

$$P_K = 0,72 \times 0,0047 + 0,28 \times 0,083 = 0,027.$$

Для остальных значений прогнозируемого показателя вероятности рассчитываются аналогично, результаты расчетов представлены в табл. 7.27.

7.8. Причинно-следственное прогнозирование

В прогнозировании может быть учтена не только инерционность процессов, заключающаяся в сохранении общей тенденции развития во времени, но и инерционность взаимосвязей — сохранение механизма формирования явления. В этом случае по данным наблюдений подбирается уравнение типа $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, а прогноз получают путем подстановки в уравнение ожидаемых значений независимых переменных x_1, x_2, \dots, x_n . Со статистической точки зрения указанная модель представляет собой уравнение регрессии (простой или множественной). Коэффициенты регрессионной модели могут быть определены методом наименьших квадратов. Повысить точность таких прогнозов можно подбором модели, которая наилучшим образом описывает ис-

ходный ряд. Выбор модели прогнозирования производится по коэффициенту детерминации: чем он выше, тем регрессионная модель лучше описывает взаимосвязь переменных. Однако «механический» подбор модели может только ухудшить результаты прогнозирования. Как известно, полиномы высоких степеней могут практически точно описать исходный ряд данных, однако прогнозы по ним могут дать противоречивый результат.

Примерами причинно-следственного прогнозирования являются прогнозы объемов продаж в зависимости от торговой площади, затрат на рекламу и др.

Контрольные вопросы

1. Что понимается под прогнозом?
2. Какие вы знаете виды прогнозов в зависимости от периода прогнозирования?
3. Когда рекомендуется применять экспертные методы прогнозирования?
4. В чем состоит сущность метода экспоненциального сглаживания?
5. Как можно устанавливать начальное условие для экспоненциального сглаживания?
6. В каких случаях следует выбирать параметр сглаживания a около 1, когда — ближе к 0?
7. Каковы недостатки метода экспоненциального сглаживания?
8. Каковы недостатки метода скользящего среднего?
9. В чем состоит сущность метода экстраполяции тренда?
10. Каковы составляющие аддитивной и мультипликативной моделей прогноза?
11. Каково соотношение длины предпрогнозного периода и периода прогноза?
12. Как составляется интервальный прогноз?
13. В чем сущность метода экспоненциального сглаживания с двумя параметрами?
14. Как устанавливаются начальные условия для сглаживания данных и оценки тренда в методе Хольта?
15. Какова последовательность действий прогнозирования на основе данных, содержащих сезонную компоненту?
16. В чем сущность метода экспоненциального сглаживания с тремя параметрами?

17. Как устанавливаются начальные условия для сглаживания данных, оценки тренда и сезонности в методе Винтерса?
18. В чем сущность причинно-следственного прогнозирования?
19. Какова процедура проведения экспертного прогноза?
20. Какие требования предъявляются к экспертной группе, участвующей в прогнозировании?
21. Объясните сущность методов простого ранжирования, задания весовых коэффициентов, последовательных и парных сравнений.
22. Какова последовательность проведения комбинированного прогноза?
23. Какими способами можно оценить непротиворечивость прогнозов, участвующих в комбинированной оценке?

Раздел 8

ОПТИМАЛЬНЫЙ РАЗМЕР ЗАКАЗА

Наиболее распространенной моделью прикладной теории логистики является модель оптимального или экономичного размера заказа EOQ (Economic Order Quantity) [2, 7, 9 и др.]. Расчет EOQ производится на основе суммарных общих затрат C_{Σ} , которые можно представить в виде функции [7, 46, 47, 53, 60 и др.]:

$$C_{\Sigma} = C_K + C_3 + C_X + C_D + C_T \quad (8.1)$$

Затраты на приобретение C_K определяются стоимостью единицы продукции; в свою очередь, стоимость может быть постоянной или переменной при учете оптовых скидок, которые зависят от объема заказа.

Затраты на оформление заказа C_3 представляют собой постоянные расходы, связанные с размещением заказа у поставщиков и его транспортировкой. Считается, что затраты C_3 не зависят от объема заказа, что, на наш взгляд, являются дискуссионным.

Затраты на хранение запаса C_X отражают затраты на содержание и грузопереработку запаса на складе; затраты C_X включают как процент на инвестированный капитал, так и стоимость хранения, содержания и ухода.

Потери от дефицита запаса C_D включают, во-первых, потенциальные потери прибыли из-за отсутствия запаса, во-вторых, возможные потери из-за утраты доверия покупателей.

В общую зависимость (8.1) включен еще один вид затрат, который мы назвали «скрытые» или «латентные». Это те затраты, которые реально существуют, но не учитываются в расчетных моделях. Примером таких затрат являются расходы на хранение продукции в контейнерах, кузовах автомобилей или железнодорожных вагонах при разгрузке транспортных средств, прибывающих на склад. К «скрытым» можно отнести, на наш взгляд, затраты, которые отражают взаимозависимость и взаимовлияние текущего и страхового запасов. К сожалению, эти вопросы еще не получили должного освещения в литературе по логистике.

Очевидно, что учет различного количества слагаемых в формуле (8.1) приводит к многовариантности расчетных формул для определения ЕОQ. Рассмотрению некоторых из них посвящен данный раздел.

8.1. Основная модель расчета оптимального размера заказа

При формировании основной модели расчета ЕОQ в качестве критерия оптимизации принимается минимум общих затрат C_{Σ} , включающих затраты на выполнение заказов C_3 и затраты на хранение запаса на складе C_X в течение определенного периода времени (год, квартал и т. п.):

$$C = C_3 + C_X = \frac{C_0 A}{S} + \frac{S}{2} C_n i \rightarrow \min, \quad (8.2)$$

где C_0 — затраты на выполнение одного заказа, руб.; A — потребность в заказываемом продукте в течение данного периода, шт.; C_n — цена единицы продукции, хранимой на складе, руб.; i — доля от цены C_n , приходящейся на затраты по хранению; S — искомая величина заказа, шт.

На рис. 8.1 представлены составляющие затрат C_3 и C_X и суммарные затраты C_{Σ} в зависимости от размера заказа.

Из рис. 8.1 видно, что затраты на выполнение заказов с увеличением размера заказа уменьшаются, подчиняясь гиперболической зависимости (кривая 1); затраты на хранение партии поставки возрастают прямо пропорционально размеру заказа (линия 2); кривая общих затрат (кривая 3) имеет вогнутый характер, что говорит о наличии минимума, соответствующего оптимальной партии S_0 .

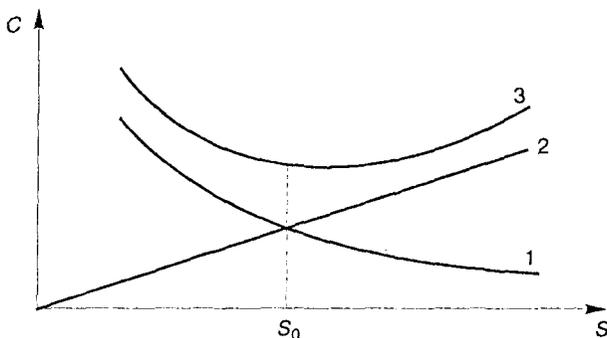


Рис. 8.1. Зависимость затрат от размера заказа: 1 — затраты на выполнение заказа; 2 — затраты на хранение; 3 — суммарные затраты

Значение оптимума S_0 совпадает с точкой пересечения зависимостей C_3 и C_X . Это объясняется тем, что абсцисса точки пересечения S находится из решения уравнения

$$\frac{C_0 A}{S} = \frac{C_n i}{2} S, \quad (8.3)$$

т. е.

$$S = S_0 = \sqrt{\frac{2C_0 A}{C_n i}}. \quad (8.4)$$

При других зависимостях $C_3 = f(S)$ и $C_X = f(S)$ указанное совпадение может не наблюдаться, и в этом случае необходимо применить процедуру оптимизации. Так, для функции (8.2) находим:

$$\frac{dC_z}{dS} = -\frac{C_0 A}{S^2} + \frac{C_n i}{2} = 0. \quad (8.5)$$

Решая уравнение (8.5), приходим к формуле (8.4) для определения EOQ.

Зная S_0 , нетрудно определить количество заказов:

$$N = A/S_0, \quad (8.6)$$

минимальные суммарные затраты за рассматриваемый период:

$$C_{\min} = \sqrt{2C_0 A C_n i}, \quad (8.7)$$

время между заказами:

$$T_3 = D_p S_0 / A = D_p / N, \quad (8.8)$$

где D_p — продолжительность рассматриваемого периода.

Если речь идет о количестве рабочих дней в году, то $D_p = 260$ дн., если о количестве недель, то $D_p = 52$ недели; в общем случае $D_p = 365$ дн.

Формула (8.4) встречается в различных источниках под следующими названиями: Уилсона (наиболее распространенное) или Вильсона, Харриса, Кампа.

Формула (8.4) получена при большом количестве допущений:

- затраты на выполнение заказа C_0 , цена поставляемой продукции C_n и затраты на хранение единицы продукции в течение рассматриваемого периода постоянны;
- период между заказами (поставками) постоянный, т. е. $T_3 = \text{const}$;
- заказ S_0 выполняется полностью мгновенно;

- интенсивность спроса $\lambda = S_0/T_3$ — постоянна;
- емкость склада не ограничена;
- рассматриваются только текущие (регулярные) запасы, другие виды запасов (страховые, подготовительные, сезонные, транзитные и т. д.) не учитываются.

Пример 8.1. Рассмотрим последовательность расчета оптимальной партии заказа. Исходные данные:

- потребность в заказываемом продукте (в год) $A = 1000$ ед.;
- цена единицы продукции $C_n = 600$ руб.;
- доля от цены, приходящаяся на затраты по хранению (в год), $i = 0,25$;
- затраты на выполнение одного заказа $C_0 = 500$ руб.

По формуле (8.4) находим оптимальный размер заказа:

$$S_0 = \sqrt{\frac{2 \times 500 \times 1000}{600 \times 0,25}} \cong 82 \text{ ед.},$$

минимальные суммарные затраты на выполнение заказов и хранение продукции в течение года, формула (8.7):

$$C_{\Sigma \min} = \sqrt{2 \times 500 \times 1000 \times 600 \times 0,25} = 12\,247 \text{ руб.}$$

Определим также количество заказов, формула (8.6):

$$N = \frac{1000}{82} \approx 12$$

и периодичность их выполнения, формула (8.8):

$$T_3 = \frac{260 \times 82}{1000} = 22 \text{ дн.}$$

Анализ ряда работ показал, что трактовка затрат C_0 , связанных с заказом, носит дискуссионный характер. Так, в большинстве работ C_0 включает транспортно-заготовительные затраты: от расходов на заключение договора и поиска поставщиков до оплаты услуг по доставке. Например, в работе [22] затраты на поставку единицы заказываемого продукта включают следующие элементы:

- стоимость транспортировки заказа;
- затраты на разработку условий поставки;
- стоимость контроля выполнения заказа;
- затраты на выпуск каталогов;
- стоимость форм документов.

В других работах, например [47], транспортные затраты не входят в C_0 и представлены в виде дополнительных слагаемых: собственно затрат на транспортировку и затрат, связанных с запасами на время в пути.

Еще один вариант учета транспортных затрат состоит в том, что они учитываются в стоимости единицы продукции C_n , поступившей на склад. Если покупатель сам оплачивает транспортные расходы и несет полную ответственность за груз в пути, то при оценке стоимости товаров, хранящихся на складе в качестве запасов, к их закупочной цене следует прибавить транспортные расходы [2, с. 246].

В табл. 8.1 приведены результаты расчетов оптимальной партии заказа, количество заказов в год и периодичность заказа при $D_p = 260$ дней. Из табл. 8.1 видно, что формула (8.4) охватывает широкий диапазон величин заказов в течение расчетного периода, при этом составляющая i , связанная с оценкой затрат на хранение, в основном колеблется в довольно узком диапазоне 0,2–0,25.

Однако в работе [51] указывается, что величина i в некоторых конкретных расчетах значительно выше ($i = 0,36$). В то же время, проведенные исследования показали, что даже при соблюдении всех ограниче-

Таблица 8.1
Исходные данные и оптимальные размеры заказа, рассчитанные по формуле Уилсона

Исходные данные				S_0 , шт.	Количество заказов N	Периодичность заказа T_3 , дн.	Источник
C_0	A	C_n	i^*				
200	1550	560	0,20	75	20	13	Аникин Б. А. и др. [22]
250	500	40	0,10	250	2	130	Гаджинский А. М., [9]
15	1200	0,1		600	2	130	Неруш Ю. М. [36]
60,8	1200	29,3	0,22	151	8	32	Сергеев В. И. [47]
19	2400	5	0,2	300	6	43	Бауэрсокс Д., Клосс Д. [2]
50	900	45**	0,25	89	10	26	Линдерс М., Фирон Х. [21]
300	3000	5		600	5	52	Shapiro S. F. [70]
25	1000	0,2		500	2	130	Джонсон Д. и др. [12]

* Доля от годовой стоимости запаса на хранение.

** В стоимость хранения включены затраты на транспортировку.

ний допущения, принятые при выводе формулы Уилсона, требуют уточнения, и в первую очередь затрат на хранение.

В модели (8.2) предполагается, что оплата за хранение единицы продукции пропорциональна ее цене, а среднее количество находящейся на хранении продукции при постоянной интенсивности спроса на данный период времени равно

$$\bar{S} = S/2. \quad (8.9)$$

Из рис. 8.2 виден принцип получения зависимости (8.9). Так, если бы за время T был произведен один заказ, равный потребности в заказываемом продукте A , то в среднем на хранении находилось бы $A/2$ продукции. Если два заказа с интервалом $T/2$, то среднее количество хранимой продукции было бы $A/4$ и т. д.

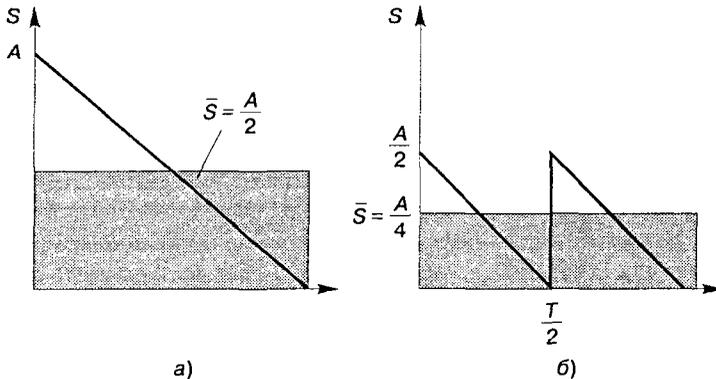


Рис. 8.2. Определение средней величины запаса на складе

Однако практика аренды складских помещений, а также расчеты затрат на хранение на складах ряда фирм говорят о том, что, как правило, учитывается не средний размер партии, а площадь (или объем) склада, которая требуется для всей поступившей партии:

$$C_X = \alpha k S, \quad (8.10)$$

где α — затраты на хранение единицы продукции с учетом занимаемой площади (объема) склада, руб./м² (руб./м³); k — коэффициент, учитывающий пространственные габариты единицы продукции, м²/шт. (м³/шт.).

При подстановке (8.10) в формулу (8.2) получим

$$C_{\Sigma} = \frac{C_0 A}{S} + \alpha k S \rightarrow \min. \quad (8.11)$$

Определим оптимальный размер заказа с использованием стандартной процедуры и после необходимых преобразований находим

$$S_0 = \sqrt{\frac{C_0 A}{\alpha k}}. \quad (8.12)$$

Величина минимальных затрат рассчитывается по формуле

$$C_{\Sigma \min} = 2\sqrt{C_0 A \alpha k}. \quad (8.13)$$

Полученные зависимости показывают, что в общем случае целесообразно представление затрат на хранение в виде двух составляющих:

$$C_X = \Delta_1 C_{X1} + \Delta_2 C_{X2}, \quad (8.14)$$

где Δ_1, Δ_2 — коэффициенты, отражающие степень участия различных видов затрат на хранение, например $\Delta_1 = \Delta_2 = 1$.

Один из возможных вариантов зависимости (8.14) может быть представлен в виде:

$$C_X = \Delta C_{X1} + (1 - \Delta) C_{X2}, \quad (8.15)$$

где Δ — коэффициент, $0 \leq \Delta \leq 1$.

Первая составляющая C_{X1} отражает затраты, связанные со страхованием, учетом рисков, налогами и другими, определяемыми в зависимости от цены единицы товара и средней его величины, формула (8.9). Вторая составляющая C_{X2} , отражающая затраты, связанные с хранением продукции, рассчитывается пропорционально площади (или объему), которую занимает поступивший заказ на складе, формула (8.10). Таким образом, с учетом (8.15) зависимость (8.2) может быть представлена в виде

$$C_{\Sigma} = \frac{C_0 A}{S} + \Delta \frac{S C_n i}{2} + (1 - \Delta) \alpha k S. \quad (8.16)$$

Преимущества дифференцированного учета затрат на хранение заключаются в следующем.

Во-первых, формула (8.16) включает оба ранее рассмотренных подхода: при $\Delta = 1$ приходим к формуле Уилсона (8.4); при $\Delta = 0$ — к формуле (8.12).

Во-вторых, при наличии скидок на цену товара в зависимости от размера партии эта особенность учитывается в первой составляющей C_{X1} , т. е. $C_n = f(S)$.

В-третьих, при учете немедленной разгрузки, т. е. постепенном пополнении (производственного) запаса, когда одновременно происходит перемещение продукции на склад и ее отпуск, фактически требу-

емая площадь (объем) склада меньше, чем поставляемая партия. Это означает, что в формуле (8.16) при расчете C_{X2} учитывается величина S^* , меньшая оптимального размера партии поставки S_0 (соответствующего мгновенной разгрузке).

Очевидно, формула (8.16) для удобства расчетов может быть представлена в виде

$$C_{\Sigma \min} = \frac{AC_0}{S} + \beta C_n i S, \quad (8.17)$$

$$\text{где } \beta = \left(\frac{\Delta}{2} + \frac{(1-\Delta)\alpha k}{C_n i} \right).$$

Пример 8.2. Допустим, что каждая единица продукции, рассмотренная в примере 8.1, упакована в ящик следующих размеров: $a \times b \times c$ ($a = 0,3$ м — ширина; $b = 0,4$ м — длина; $c = 0,3$ м — высота); при хранении допускается штабелирование ящиков в h ярусов ($h = 6$). В табл. 8.2 приведены ставки аренды складских помещений в Санкт-Петербурге.

Таблица 8.2
Ставки аренды складских помещений в Санкт-Петербурге, \$/м² месяц

Дата	Класс С		Класс Б		Класс А	
	ангар	здание		здание		здание
		1-й этаж	Верх	1-й этаж	Верх	1-й этаж
2003 г. (ноябрь)	3,5/3,2*	4,0/3,5	4/3	5,7/4,1	5,3/4,15	7-8
2004 г. (сентябрь)	6,2/5,2	6,4/5	5,2/4,6	7,3/5,25	6,4/5,3	12,0
2005 г. (февраль)	7,3/6,4	7,2/6,0	6,8/5,3	8,5/8,1	7,4/6,3	12,64

* В числителе — оплата теплых помещений, в знаменателе — холодных помещений, все ставки с НДС.

Рассчитаем затраты на хранение единицы продукции при условии, что выбран склад класса С (холодное помещение, первый этаж). Найдем величину α и k , формула (8.10), при условии \$1 = 28 руб.:

$$\alpha = 6 \times 12 \times 28 = 2016 \text{ руб./м}^2 \text{ год.}$$

$$k = \frac{a \times b}{h} = \frac{0,3 \times 0,4}{6} = 0,02 \text{ м}^2/\text{ед.};$$

$$ck = 2016 \times 0,02 = 40 \text{ руб./ед. год.}$$

Используя данные примера 8.1, найдем оптимальный размер заказа:

$$S_0 = \sqrt{\frac{500 \times 1000}{40}} = 112 \text{ ед.};$$

минимальные затраты:

$$C_{\Sigma \min} = 2\sqrt{500 \times 1000 \times 40} = 8944 \text{ руб.}$$

Соответственно количество заказов $N = 9$ и периодичность заказов $T = 29$ дн.

В табл. 8.3 приведены результаты расчетов основных параметров оптимальных размеров заказа для различных Δ . Из табл. 8.3 видно, что различный способ учета затрат на хранение приводит к значительному изменению параметров модели EOQ. Так, соотношение оптимальных размеров заказа составило:

$$\varphi_q = \frac{|q_{\Delta=1} - q_{\Delta=0}|}{q_{\Delta=1}} 100 = \frac{|82 - 112|}{82} 100 \approx 36,6\%,$$

минимальных затрат:

$$\varphi_c = \frac{|C_{\Delta=1} - C_{\Delta=0}|}{C_{\Delta=1}} 100 = \frac{|12\,247 - 8944|}{12\,247} 100 \approx 27\%.$$

Таблица 8.3
Результаты расчета основных параметров EOQ

Параметр	Коэффициент Δ				
	1	0,7	0,5	0,3	0
Оптимальная величина заказа S , ед.	82	88	94	99	112
Минимальные затраты $C_{\Sigma \min}$, тыс. руб.	12,25	11,36	10,67	10,05	8,94
Количество заказов N	12	11	11	10	9
Периодичность поставок T , дн.	22	24	24	26	28,9

В данном примере наблюдается отчетливая тенденция изменения основных параметров при уменьшении коэффициента Δ , но, как показали расчеты, эта тенденция наблюдается не всегда и может носить противоположный характер.

8.2. Учет скидок при расчете оптимальной партии заказа

Не менее важным условием, которое необходимо учитывать при расчете ЕОQ, являются скидки. Известно, что при покупке партии товара большинство фирм дает скидки, величина которых зависит от размера партии S . Наиболее часто в работах по управлению запасами приводятся дискретные зависимости, отражающие взаимосвязь цены единицы продукции C_{nj} и размера партии S_j , при этом возможны различные варианты (табл. 8.4).

Таблица 8.4

Изменение цены единицы продукции и затрат на хранение в зависимости от размера партии поставки

Размер поставки, ед.	Цена единицы продукции, C_{nj} , у. е.	Вариант учета затрат на хранение			
		первый $(i = 0,24)$	второй C_{nj} , у. е. $(i = 0,24)$	третий	
				C_j	C_{nj} , у. е.
1–99	2,5	$C_{nj} = 0,6$	0,60	0,24	0,6
100–199	2,0		0,48	0,20	0,4
200 и более	1,8		0,43	0,20	0,36

Первый вариант, когда цена меняется, а затраты на хранение остаются такими же, т. е. не зависят от изменения цены. С учетом (8.1) и (8.2) зависимость суммарных затрат записывается в виде

$$C_{\Sigma} = AC_{nj} + \frac{AC_0}{S} + \frac{C_n i}{2} S. \quad (8.18)$$

В результате расчета получаем семейство кривых для суммарных затрат $C_{\Sigma}(q)$, при этом оптимальная партия заказа не зависит от величины скидок и определяется по формуле (8.4).

Пример 8.3. Определим величину оптимальной партии заказа с учетом скидок при следующих исходных данных:

- общая потребность $A = 1000$ ед.;
- затраты на выполнение заказа $C_0 = 6,75$ у. е.;
- цена единицы продукции $C_n = 2,5$ у. е.;
- доля от цены (на хранение) $i = 0,24$.

Цены на единицу продукции C_{nj} с учетом скидок возьмем из табл. 8.4.

1. Рассчитаем величину EOQ:

$$S_0^* = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 6,75}{2,5 \times 0,24}} = 150 \text{ ед.};$$

минимальные затраты при $S_0^* = 150$ ед.:

$$C_{\Sigma \min} = 1000 \times 2,0 + \sqrt{2 \times 1000 \times 6,75 \times 0,6} = 2090 \text{ у. е.}$$

2. Определим суммарные затраты C_{Σ} при различных S с учетом скидок по формуле (8.18). Например, при $S = 50$ ед. находим:

$$C_{\Sigma} = 1000 \times 2,5 + \frac{1000 \times 6,75}{50} + \frac{2,5 \times 0,24 \times 50}{2} = 2650 \text{ у. е.}$$

Результаты расчетов приведены в табл. 8.5.

Из анализа полученных результатов следует, что минимальные суммарные затраты $C_{\Sigma} = 1894$ у. е. Таким образом, оптимальная партия заказа $S_0 = 200$ ед. (а не $S_0^* = 150$ ед.), соответственно число заказов $N = 5$, а периодичность заказов $T = 260/5 = 42$ дн.

3. При анализе первого варианта необходимо сделать проверку того, что выбранное значение EOQ $S_0 = 200$ ед. при максимальной скидке

Таблица 8.5
Результаты расчета суммарных затрат с учетом скидок (первый вариант)

Цена единицы товара $C_{п/}$, у. е.	Затраты на приобретение $AC_{п/}$, у. е.	Размер заказа S , ед.	Затраты на выполнение заказа, $\frac{10^3 \times 6,75}{S}$, у. е.	Затраты на хранение $\frac{2,5 \times 0,24}{2} S$, у. е.	Суммарные затраты C_{Σ} , у. е.
2,5	2500	50	135	15,0	2650
		75	90	22,5	2612
		99	68,2	29,7	2598
2,0	2000	100	67,5	30	2097
		150	45,0	45	2090
		199	33,9	59	2094
1,8	1800	200	33,7	60	1894
		250	27,0	75	1902
		300	22,5	90	1912
	
		1000	6,75	300	2107

$C_{nj} = 1,8$ у. е. действительно соответствует минимальным суммарным затратам.

Допустим, что в рассматриваемом примере вместо $C_{nj=3} = 1,8$ у. е. (при $S \geq 200$ ед.) была предложена другая скидка: $C_{nj=3} = 1,9$ у. е. при $S \geq 700$ ед. При подстановке этих значений в формулу (8.18) находим:

$$C_{\Sigma}^{**} = 1000 \times 1,9 + \frac{1000 \times 6,75}{700} + \frac{2,5 \times 0,24}{2} \times 700 = 2120 \text{ у. е.}$$

Из сравнения величины C_{Σ}^{**} и C_{Σ}^* следует, что C_{Σ}^{**} меньше, следовательно, оптимальная партия поставки $S^*_0 = 150$ ед. при цене за единицу продукции $C_{nj} = 2$ у. е. (рис. 8.3).

Второй вариант отражает изменения цены как при оптовых закупках, так и при хранении:

$$C_{\Sigma} = AC_{nj} + \frac{AC_o}{S} + \frac{C_{nj}i}{2} \times S. \quad (8.19)$$

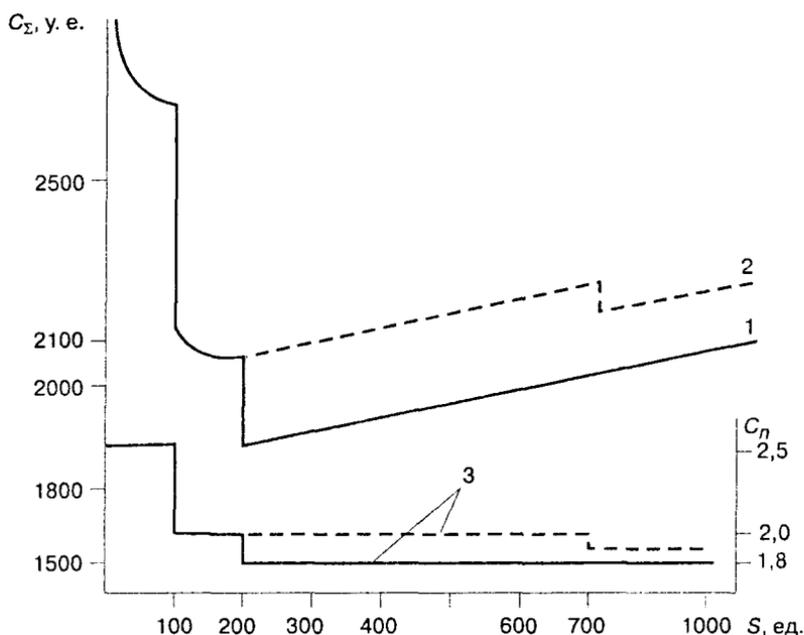


Рис. 8.3. График суммарных затрат с учетом скидок: 1 — суммарные затраты C_{Σ} при учете скидок $S_1 = 100$ ед., $S_2 = 200$ ед.; 2 — суммарные затраты при учете скидок $S_1 = 100$ ед. и $S_2 = 700$ ед.; 3 — цена единицы продукции с учетом скидок

Аналитическая зависимость общих издержек, связанных с запасами, записывается в виде системы уравнений для каждой j -й цены, и для каждого уравнения рассчитывается оптимальная величина заказа S_{0j} . Если величины S_{0j} находятся внутри граничных значений j -й партии, то они сохраняются для дальнейших сравнительных расчетов. Если нет, то расчеты общих издержек производятся для граничных значений j -й цены и они учитываются при сравнении издержек.

Третий, наиболее общий, вариант, в котором между изменениями цены и затрат на хранение не наблюдается однозначной зависимости. По существу, речь идет о том, что изменяются два параметра: C_{nj} и i_j , при этом не обязательно, что границы изменения C_{nj} и i_j совпадают.

Пример 8.4. Рассчитаем оптимальную величину заказа для третьего варианта учета скидок, приведенных в табл. 8.4, и исходных данных примера 8.2.

1. Рассчитаем величины ЕОQ для трех партий поставок с различными ценами:

$$S_{01} = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 6,75}{0,6}} = 150 \text{ ед.}; S_1 \leq 99;$$

$$S_{02} = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 6,75}{0,4}} = 184 \text{ ед.}; 100 \leq S_2 \leq 199;$$

$$S_{03} = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 6,75}{0,36}} = 194 \text{ ед.}; 200 \leq S_3.$$

2. Поскольку величина S_{02} находится внутри границ данной партии, то производится расчет минимальных суммарных затрат по формуле

$$C_{\Sigma \min} = 1000 \times 2,0 + \sqrt{2 \times 1000 \times 6,75 \times 0,4} = 2074 \text{ у. е.}$$

3. Так как для первой S_{01} и третьей S_{03} партий ограничения на размер не соблюдаются, для них C_{Σ} рассчитываются на границах групп:

$$C_{\Sigma 1} = 1000 \times 2,5 + \frac{1000 \times 6,75}{99} + \frac{0,6}{2} \times 99 = 2598 \text{ у. е.};$$

$$C_{\Sigma 3} = 1000 \times 1,8 + \frac{1000 \times 6,75}{200} + \frac{0,36}{2} \times 200 = 1870 \text{ у. е.}$$

Поскольку $C_{\Sigma 3} < C_{\Sigma 2}$, то оптимальная партия поставки $S_{\text{опт}} = 200$ ед.

При увеличении количества ступеней «лестницы скидок», вместо системы уравнений используются непрерывные зависимости, рис. 8.4.

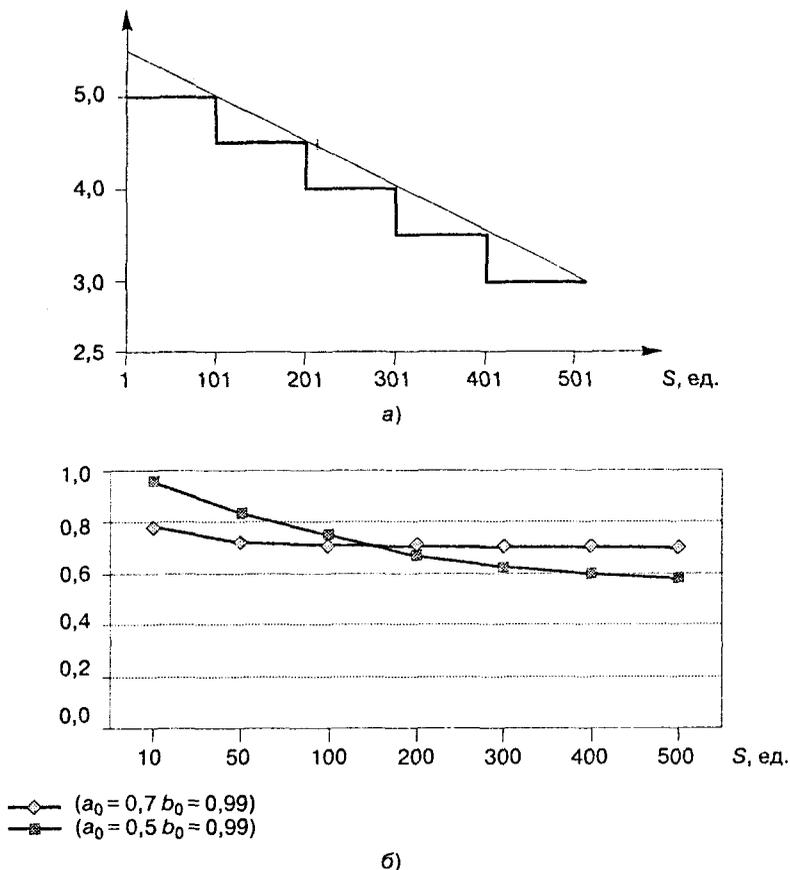


Рис. 8.4. Зависимости, отражающие скидки с цены продукции: а) — дискретная («ступенчатая») зависимость и ее аппроксимация прямой, формула (8.20); б) — нелинейные зависимости скидок, формула (8.21): 1 ($a_0 = 0,7$; $b_0 = 0,99$); 2 ($a_0 = 0,5$; $b_0 = 0,99$)

Например,

$$C_S = C_n(1 - \gamma S) \quad (8.20)$$

или

$$C_S = C_n \left(a_0 + \frac{a_1}{b_0 + b_1 S} \right), \quad (8.21)$$

где γ , a_i , b_i — коэффициенты.

Пример 8.5. Определим C_n и коэффициент γ уравнения (8.20) на основании данных, приведенных в табл. 8.6.

Из рис. 8.4, а видно, что можно применить разные зависимости: по минимуму, по максимуму или средней величине объема закупок при одинаковой цене за единицу товара. Если выбрана зависимость для максимальных значений, то в качестве опорных точек могут быть взяты любые значения из правого столбца таблицы, например 99 ед. и 300 ед.

Таблица 8.6
Скидки с цены за объем закупок [2]

Расходы, \$	Объем закупок, ед.
5,0	1–99
4,5	100–200
4,0	201–300
3,5	301–400
3,0	401–500

Тогда уравнения для определения C_n и γ запишутся в виде:

$$5 = C_n (1 - \gamma \times 99);$$

$$4 = C_n (1 - \gamma \times 300).$$

После преобразований находим $C_n = 5,492$, $\gamma = 0,0009$, т. е.

$$C_s = 5,492(1 - 0,0009S), 1 \leq S < 1110.$$

Рассмотрим зависимость (8.21), рис. 8.4, б. Коэффициент a_0 отражает предельное снижение цены единицы продукции C_n при $S \rightarrow \infty$. Допустим, что коэффициент $a_1 = 1 - a_0$.

Коэффициенты b_0 и b_1 позволяют охарактеризовать изменения кривой C_s . Предположим, что $0 < b_0 < 1$ и коэффициенты b_0 и b_1 связаны соотношением $b_1 = 1 - b_0$.

В табл. 8.7 приведены значения функции C_s при $C_n = 1$ для различных величин заказа S (от 10 до 500), при $a_0 = 0,7$ и $a_0 = 0,5$, а также различных коэффициентах b_0 . Из анализа данных табл. 8.7 следует, что функция (8.21) позволяет довольно гибко учитывать зависимость между величиной скидки и объемом заказа.

Для примера рассчитаем коэффициенты a_1 и b_1 по данным табл. 8.6.

Поскольку предельное уменьшение цены $C_{\min} = \$3$, то $a_0 = 3/5 = 0,6$ и соответственно $a_1 = 0,4$.

Таблица 8.7
Изменение величины скидки в зависимости от объема заказа,
формула (8.21)

Заказ S, шт.	Коэффициенты b_0 (при $a_0 = 0,7$)			Коэффициенты b_0 (при $a_0 = 0,5$)		
	0,7	0,9	0,99	0,7	0,9	0,99
10	0,780	0,860	0,975	0,635	0,751	0,959
50	0,719	0,751	0,901	0,532	0,584	0,836
100	0,710	0,728	0,850	0,516	0,546	0,751
200	0,705	0,714	0,800	0,508	0,524	0,667
300	0,703	0,710	0,775	0,505	0,516	0,625
400	0,702	0,707	0,760	0,504	0,512	0,600
500	0,702	0,705	0,750	0,503	0,509	0,583

Для определения коэффициента b_0 воспользуемся значениями $S = 250$ ед., $C_3 = \$4,0$ и после подстановки в уравнение (8.21) получим

$$4 = 5 \left(0,6 + \frac{0,4}{b_0 + (1 - b_0)250} \right)$$

откуда $b_0 = 0,996$, $b_1 = 1 - b_0 = 0,004$.

Для совершенствования методики расчета ЕОQ с учетом скидок представляет интерес исследование уравнения для общих затрат C_{Σ} при подстановке (8.16) и (8.20) в формулу (8.1):

$$C_{\Sigma}(S) = AC_n(1 - \gamma S) + \frac{AC_0}{S} + \frac{\Delta i}{2} SC_n(1 - \gamma S) + (1 - \Delta)\alpha k S. \quad (8.22)$$

После преобразований получим критериальное уравнение для определения ЕОQ:

$$C_{\Sigma}(S) = kS^2 + LS + M + \frac{N}{S} \rightarrow \min, \quad (8.23)$$

где $k = -\frac{\Delta i C_n \gamma}{2}$; $L = -AC_n \gamma + \frac{\Delta i}{2} C_n + (1 - \Delta)\alpha k$; $M = AC_n$; $N = AC_0$.

Воспользовавшись стандартной процедурой определения минимума, вычислим dC_{Σ}/dS и приравняем нулю. После упрощений находим

$$aS^3 + bS^2 + d = 0, \quad (8.24)$$

где $a = 2k$; $b = L$; $d = -N$.

Для решения кубического уравнения (8.24) можно воспользоваться аналитическим или численным (итерационным) способами.

Аналитический способ. Один из вариантов сводится к следующему:

1. Вводится новая переменная $y = S + (b/3a)$.

2. При подстановке y в уравнение (8.24) после преобразований находим

$$y^3 + 3py + 2q = 0, \quad (8.25)$$

$$\text{где } p = \frac{b^2}{9a^2}; \quad q = \frac{d}{2a} + \frac{b^3}{27a^3}.$$

3. Число действительных корней уравнения (8.25) зависит от знака дискриминанта:

$$D = q^2 + p^3.$$

При $D > 0$ действительный корень равен (формула Кардана)

$$Y_1 = \sqrt[3]{-q + \sqrt{D}} + \sqrt[3]{-q - \sqrt{D}}. \quad (8.26)$$

При $D < 0$ для определения корней уравнения (8.25) используются специальные формулы.

Приближенный способ (метод итераций). Запишем уравнение (8.24) в виде

$$S_{i+1} = \frac{S_0^*}{\sqrt{\xi - 2\Delta\gamma S_i}}, \quad (8.27)$$

$$\text{где } S_0^* = \sqrt{\frac{2AC_0}{C_n i}}; \quad \xi = \Delta + \frac{2(1-\Delta)\alpha k}{C_n i} - \frac{2A\gamma}{i}.$$

Подставив в правую часть $S = S_0^*$, находим первое приближение S_1 и сравниваем с S_0^* , затем подставляем $S = S_1$ и находим S_2 и т. д. Процесс повторяется несколько раз до достижения заданной точности.

Анализ уравнения (8.22) показывает, что при различных сочетаниях входящих в него параметров ($A, C_n, \gamma, C_0, \Delta, i, \alpha k$) кривая общих затрат $C_{\Sigma}(S)$ подчиняется одной из четырех возможных зависимостей.

1. Наиболее распространенной является ситуация при которой составляющая $AC_n(1-\gamma S)$, связанная с закупками продукции, значительно превосходит сумму остальных слагаемых. В этом случае кривая $C_{\Sigma}(S)$ снижается практически монотонно во всем диапазоне изменения S . Данная ситуация является характерной для распределительных логистических каналов, когда затраты на выполнение заказов и хранение продукции составляют менее 10% от затрат на закупку. Величина

размера оптимальной партии ЕОQ определяется предельным значением S_z (в частности $S_z = A$).

Пример 8.6. Определим затраты и величину ЕОQ с учетом скидок при следующих исходных данных: $A = 1200$ ед. в год, $C_n = 900$ руб. за единицу продукции; $\gamma = 0,001$; $C_0 = 15$ тыс. руб. за один заказ; $i = 0,4$; $ak = 900$ руб./ед. продукции в год; $\Delta = 0,5$; граничное значение $S_z = 800$ ед.

Рассчитаем величину C_{Σ} при $S = 100$ ед. При подстановке исходных данных в формулу (8.22) получим

$$C_{\Sigma} = 1200 \times 900(1 - 0,001 \times 100) + \frac{1200 \times 15000}{100} + \frac{0,5 \times 0,4}{2} \times \\ \times 100(1 - 0,001 \times 100) + 0,5 \times 900 \times 100 = 972 + 180 + 8 + 45 = \\ = 1205 \text{ тыс. руб.}$$

Определим также величину оптимальной партии поставки без учета скидок по формуле (8.17):

$$S_0^* = \sqrt{\frac{1200 \times 15000}{(0,1 \times 900 + 450)}} = 182 \text{ ед.}$$

Результаты расчетов приведены в табл. 8.8 и на рис. 8.5. Их анализ показывает:

- зависимость затрат на хранение C_{X1} имеет параболический характер;

Таблица 8.8
Расчет составляющих и суммарных общих затрат с учетом скидок (первый вариант), тыс. руб.

Величина заказа S , ед.	Затраты на закупку C_k	Затраты на выполнение заказа C_3	Затраты на хранение C_{X1}	Затраты на хранение C_{X2}	Суммарные затраты		
					$C_{X1} + C_{X2}$	$C_3 + C_{X1} + C_{X2}$	$C_{\Sigma}(S)$
100	972	180	8	45	53	233	1205
200	864	90	14	90	104	194	1058
300	756	60	19	135	154	214	970
400	648	45	22	180	202	247	895
500	540	36	23	225	248	284	824
600	432	30	22	270	292	322	754
700	324	26	19	315	334	360	684
800	216	23	14	360	374	397	613

Расчетные величины округлены до целых значений.

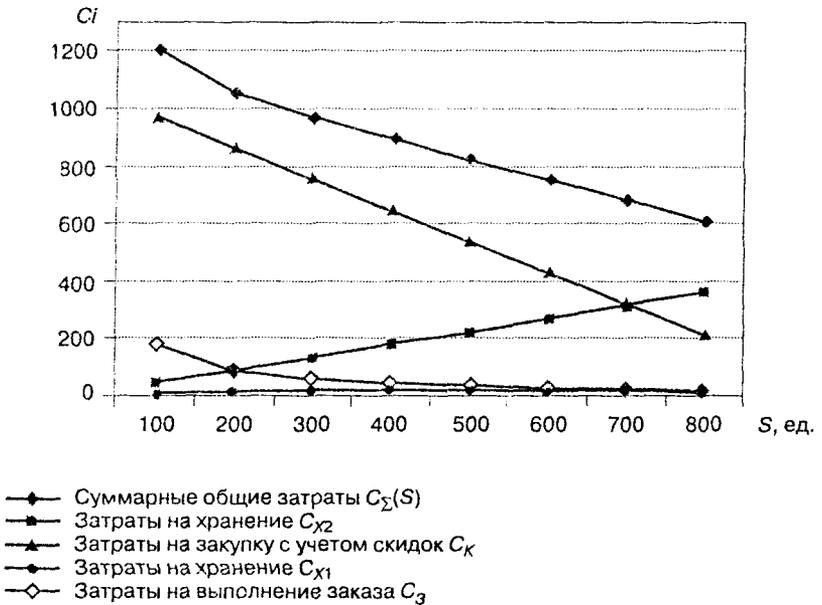


Рис. 8.5. Суммарные общие затраты и их составляющие (первый вариант)

- суммарные затраты на выполнение заказа и хранение ($C_3 + C_{X1} + C_{X2}$) достигают минимального значения C_{\min} при $S \approx 180$ ед.;
- общие суммарные затраты $C_{\Sigma}(S)$ снижаются с небольшими колебаниями и достигают минимума при граничном значении $S_F = 800$ ед., которое и следует выбрать в качестве EОQ.

2. В том случае, когда затраты на хранение продукции C_{X2} , не зависящие от цены C_n и скидков на нее, превосходят значения переменной составляющей затрат на приобретение заказа, т. е.

$$(1 - \Delta)\alpha k > AC_n \gamma, \quad (8.28)$$

у кривой $C_{\Sigma}(S)$ имеется минимальное значение S_{\min} , которое должно быть принято в качестве EОQ.

Данная ситуация является характерной для логистики снабжения, когда затраты на материальные ресурсы (сырье, полуфабрикаты, комплектующие и т. и.) меньше затрат, связанных с хранением, переработкой на складах и транспортировкой.

В табл. 8.9 приведены результаты расчетов $C_{\Sigma}(S)$ и других составляющих общих затрат при следующих исходных данных: $A = 1200$ ед.;

Таблица 8.9
 Расчет составляющих и суммарных общих затрат с учетом скидок
 (второй вариант), тыс. руб.

Величина заказа S , ед.	Затраты на закупку C_k	Затраты на выполнение заказа C_3	Затраты на хранение C_{x1}	Затраты на хранение C_{x2}	Суммарные затраты		
					$C_{x1} + C_{x2}$	$C_3 + C_{x1} + C_{x2}$	$C_{\Sigma}(S)$
100	1026	180	17	90	107	287	1313
200	972	90	33	180	213	303	1275
300	918	60	46	270	316	376	1294
400	864	45	58	360	418	463	1327
500	810	36	68	450	518	554	1364
600	756	30	76	540	616	646	1402
700	702	26	82	630	712	738	1440
800	648	23	86	720	806	829	1477
900	594	20	89	810	899	919	1513

$C_n = 900$ руб./ед.; $\gamma = 0,0005$; $C_0 = 15$ тыс. руб./заказ; $i = 0,5$; $ak = 4500$ руб./ед. в год; $\Delta = 0,8$; $S_T = 900$ ед. (рис. 8.6).

Из рис. 8.6 видно, что область минимальных значений S лежит в диапазоне 150–200 ед. Для точного определения S_{opt} воспользуемся итерационной формулой (8.27).

Рассчитаем величину EОQ для частного случая, когда учитываются только затраты на выполнение заказа и хранение, формула Уилсона (8.4):

$$S_0 = \sqrt{\frac{2 \times 1200 \times 15000}{900 \times 0,5}} = 283 \text{ ед.}$$

Определим также ξ , см. формулу (8.27):

$$\xi = 0,8 + \frac{2(1-0,8) \times 4500}{900 \times 0,5} - \frac{2 \times 1200 \times 0,0005}{0,5} = 2,4.$$

Тогда первое приближение:

$$S_1 = \frac{283}{\sqrt{2,4 - 2 \times 0,0005 \times 0,8 \times 283}} = 192 \text{ ед.}$$

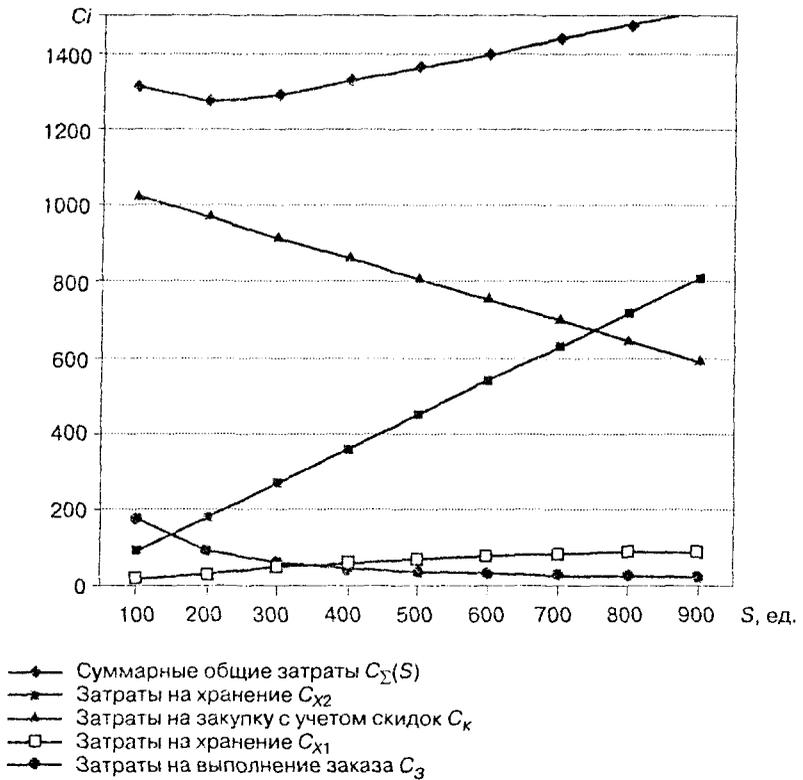


Рис. 8.6. Суммарные общие затраты и их составляющие (второй вариант)

Второе приближение:

$$S_2 = \frac{283}{\sqrt{2,4 - 2 \times 0,0005 \times 0,8 \times 192}} = 189 \text{ ед.}$$

Продолжив вычисления, находим $S_2 = 189$ ед., следовательно, это значение является оптимальным размером заказа.

3. Если переменная составляющая затрат на закупку C_K соизмерима с затратами на хранение продукции C_{X2} , т. е.

$$AC_n \gamma \cong (1 - \Delta) \alpha k, \quad (8.29)$$

то кривая $C_{\Sigma}(S)$ практически остается постоянной в широком диапазоне значений S (при относительно небольших значениях остальных составляющих). Это означает, что размер заказа может быть выбран в до-

статочном широком диапазоне значений S и общие суммарные затраты $C_{\Sigma}(S)$ не являются критерием выбора ЕОQ.

В табл. 8.10 и на рис. 8.7 приведены результаты расчетов затрат при следующих исходных данных: $A = 1200$ ед.; $C_r = 900$ руб.; $C_0 = 1500$ руб., $\gamma = 0,0005$; $ck = 2700$ руб./ед. год; $\Delta = 0,8$; $i = 0,5$; $S_r = 1200$ ед.

Таблица 8.10

Расчет составляющих и суммарных общих затрат с учетом скидок (третий вариант), тыс. руб.

Величина заказа S , ед.	Затраты на закупку C_K	Затраты на выполнение заказа C_3	Затраты на хранение C_{X1}	Затраты на хранение C_{X2}	Суммарные затраты		
					$C_{X1} + C_{X2}$	$C_3 + C_{X1} + C_{X2}$	$C_{\Sigma}(S)$
100	026	180	17	54	71	251	1277
200	972	90	33	108	140	230	1203
300	918	60	46	162	208	268	1186
400	864	45	58	216	274	319	1183
500	810	36	68	270	338	374	1184
600	756	30	76	324	400	430	1186
700	702	26	82	378	460	486	1188
800	648	23	86	432	518	541	1189
900	594	20	89	486	575	595	1189
1000	540	18	90	540	630	648	1188
1100	486	16	89	594	683	699	1185
1200	432	15	86	648	734	749	1181

4. Рассмотрим еще один вариант зависимости для $C_{\Sigma}(S)$, когда соблюдается соотношение (8.29), но суммарные затраты на выполнение заказа C_3 и хранение C_{X1} достаточно велики и становятся соизмеримыми с затратами на приобретение C_K и хранение C_{X2} .

Представим зависимость для суммарных затрат C_3 и C_{X1} в виде

$$C_{\Sigma}^*(S) = \frac{AC_0}{S} + \frac{C_n i}{2} S(1 - \gamma S). \quad (8.30)$$

Выполненные нами расчеты показали, что при определенных сочетаниях величин A , C_0 , C_n , i и γ у зависимости $C_{\Sigma}^*(S)$ вместо традиционного минимума имеется также максимум [34].

В табл. 8.11 приведены результаты расчетов $C_{\Sigma}^*(S)$ и слагаемых формулы (8.30) с учетом и без учета скидок при следующих исходных данных: $A = 1200$ ед.; $C_n = 29,3$ у. е.; $C_0 = 60,8$ у. е., $\gamma = 0,001$; $i = 0,22$ (рис. 8.8).

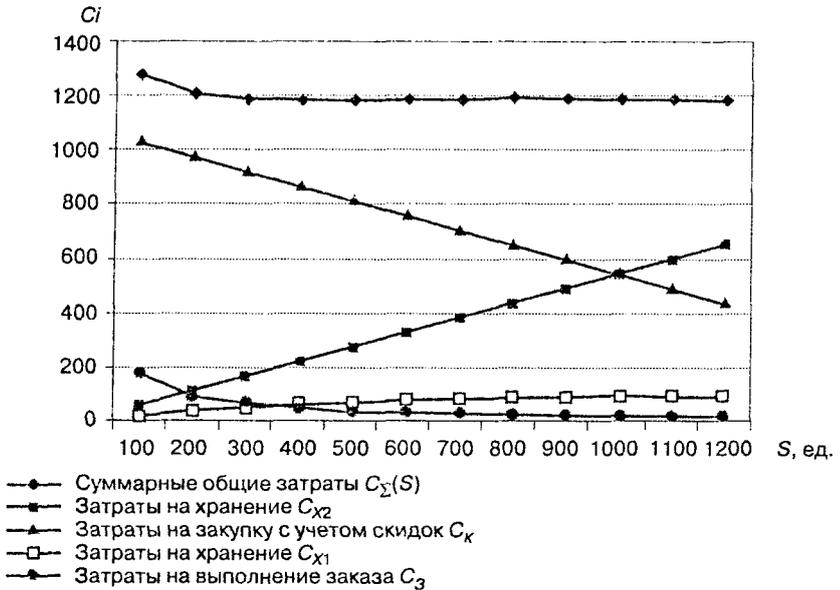


Рис. 8.7. Суммарные общие затраты и их составляющие (третий вариант)

Из рис. 8.8 видно, что у зависимости $C_{\Sigma}^*(S)$ при учете скидков наблюдается область минимума при $S \approx 200$ ед., затем кривая $C_{\Sigma}^*(S)$ возрастает и достигает максимума в области значений S от 350 до 450 ед.; далее кривая $C_{\Sigma}^*(S)$ снижается до граничного значения S_p .

Вывод, который можно сделать из анализа зависимости $C_{\Sigma}^*(S)$ следующий: если величина заказа по каким-то причинам ограничена (поставщик не может отпустить большую партию продукции, не позволяют площадь склада или возможности транспортного средства), например $S < S_p$, то оптимальная величина S_0^* определяется минимумом функции $C_{\Sigma}^*(S) = \min$. Если указанных ограничений не наблюдается, то оптимальная партия поставки определяется величиной S_p , соответствующей минимальным затратам $C_{\Sigma}^*(S_p)$.

Для определения S_0^* воспользуемся формулой (8.27) при условии, что $\Delta = 1$ и $\zeta = 1$. Вначале вычислим S_0 , формула (8.4):

$$S_0 = \sqrt{\frac{2 \times 1200 \times 60,8}{29,3 \times 0,22}} = 151.$$

Таблица 8.11

Расчет составляющих и суммарных затрат на выполнение заказа с учетом скидок на величину заказа, формула (8.30), у. е.

Величина заказа S , ед.	Затраты на выполнение заказа	Затраты на хранение C_x		Суммарные затраты C_{Σ}	
		без учета скидки	с учетом скидки	без учета скидки	с учетом скидки
100	729,6	322,0	290,1	1051,6	1019,7
150	486,4	483,5	411,0	969,9	897,4
200	364,8	644,6	515,7	1009,4	880,5
250	291,8	805,5	604,3	1097,3	896,1
300	243,2	967,0	676,8	1210,2	919,8
400	182,4	1289,2	773,3	1474,6	955,7
500	145,9	1611,5	805,3	1757,4	951,1
600	121,6	1933,8	773,3	2055,4	895,1
700	104,2	2256,1	676,8	2360,3	781,0
800	91,2	2578,4	515,7	2669,6	606,9

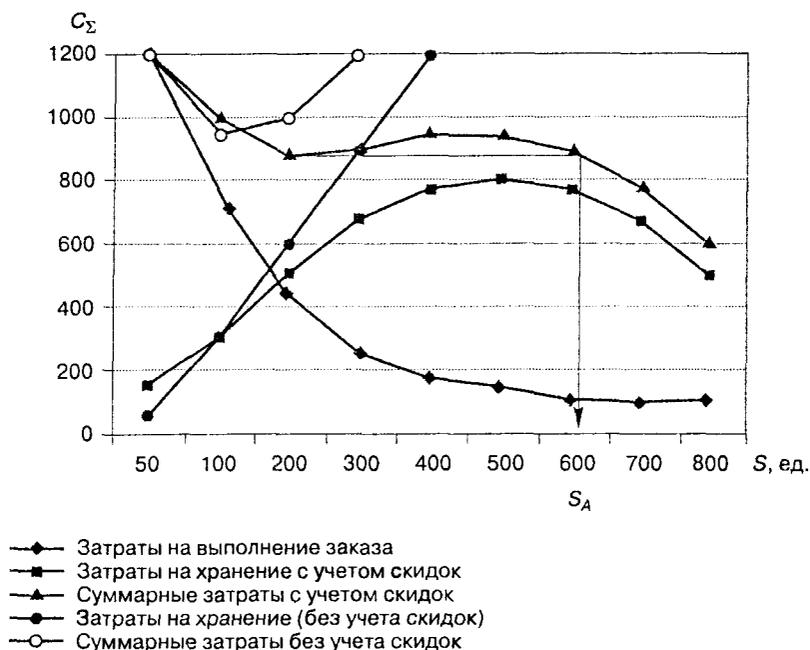


Рис. 8.8. Суммарные затраты на выполнение заказа с учетом скидок на величину заказа, зависимость (8.30)

Тогда первое приближение:

$$S_1 = \frac{151}{\sqrt{1 - 2 \times 0,001 \times 151}} = 181.$$

Второе приближение:

$$S_1 = \frac{151}{\sqrt{1 - 2 \times 0,001 \times 181}} = 189.$$

Продолжив вычисления, находим $S_3 = 191,5$; $S_4 = 192,2$. Ввиду того что $\Delta S = |S_4 - S_3| < 1$, примем $S_{\text{опт}} = 192$.

Выполним пример, доказывающий возможность появления минимальных и максимальных значений у функции общих суммарных затрат $C_{\Sigma}(S)$ при наличии скидок, формула (8.22). Запишем расчетную формулу в виде

$$C_{\Sigma}(S) = AC_n(1 - \gamma S) + \frac{AC_o}{S} + \frac{i}{2}C_n(1 - \gamma S) + \alpha kS. \quad (8.31)$$

Исходные данные: $A = 1200$ ед.; $C_n = 900$ руб.; $C_o = 7500$ руб./заказ, $\gamma = 0,0005$; $\alpha k = 5400$ руб.; $i = 0,5$; $S_r = 1200$ ед. Результаты расчетов приведены в табл. 8.12 (рис. 8.9).

Из анализа полученных результатов следует, что у зависимости $C_{\Sigma}^*(S)$ имеется минимум, при $S \approx 200$ ед. и максимум $C_{\Sigma}^*(S) = 1201$ тыс. руб. В то же время при $S = S_r$ (наибольшая скидка) величина $C_{\Sigma}^*(S) = 1195$ тыс. руб., что превышает минимальное значение общих суммарных затрат $C_{\Sigma \text{min}} = 1168$ тыс. руб. Это означает, что при выборе в качестве EOQ $S = 200$ ед. общие затраты уменьшаются на 2,5% по сравнению с поставками с наибольшими скидками.

8.3. Многономенклатурные поставки

При наличии на складе поставщика широкой номенклатуры продукции (товаров) встает вопрос о возможной организации одновременной поставки потребителю n номенклатур. Аргументами в пользу объединения разных номенклатур в один заказ являются:

- требование поставщика о стоимости каждого заказа не ниже некоторой предельной величины;
- реализация полной загрузки используемых транспортных средств;
- ограничение количества отправок и их периодичности каждому клиенту (синхронизация поставок);

Таблица 8.12
 Расчет составляющих и суммарных общих затрат с учетом скидков
 (четвертый вариант), тыс. руб.

Величина заказа S , ед.	Затраты на закуп- ку C_K	Затраты на выпол- нение заказа C_3	Затраты на хранение		Суммарные затраты		
			C_{X1}	C_{X2}	$C_{X1} + C_{X2}$	$C_3 + C_{X1} + C_{X2}$	$C_{\Sigma}(S)$
100	1026	90	21	54	75	165	1191
200	972	45	40	108	148	198	1165
300	918	30	56	164	220	250	1168
400	864	23	72	216	298	321	1175
500	810	18	84	270	354	372	1182
600	756	15	94	324	418	433	1189
700	702	13	102	378	480	493	1195
800	648	12	108	432	540	552	1200
900	594	10	111	486	597	607	1201
1000	540	9	112	540	652	661	1201
1100	486	8	111	594	705	713	1199
1200	432	7	108	648	756	763	1195

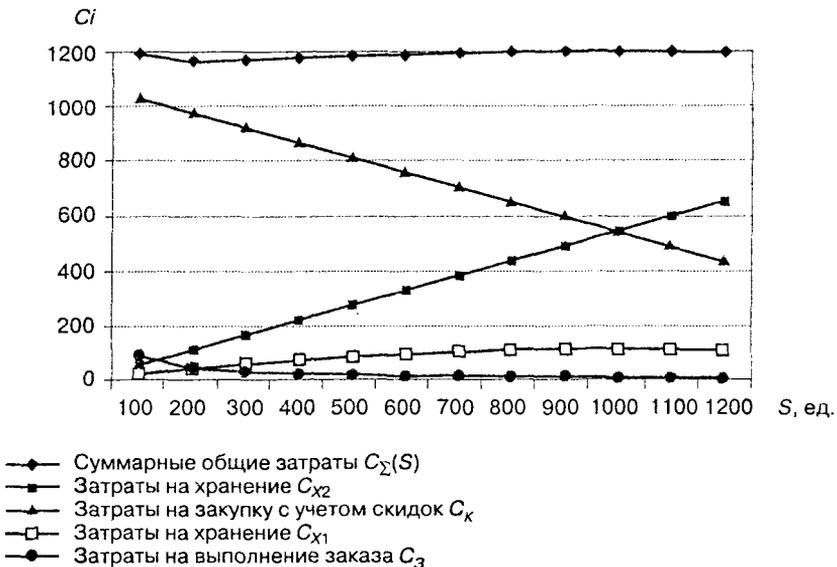


Рис. 8.9. Суммарные общие затраты и их составляющие (четвертый вариант)

- снижение затрат на организацию, комплектацию партий поставок, поставляемых клиенту.

Рассмотрим составляющую затрат, связанную с многономенклатурной поставкой от одного партнера. Очевидно, эти затраты можно представить в виде двух составляющих: постоянной C_0 (определяемой главным образом стоимостью транспортировки) и переменной C_p , зависящей от объема выполняемых на складе операций при формировании заказа. Тогда для каждой i -й номенклатуры затраты, связанные с организацией одной поставки, будут определяться по формуле

$$C_i^* = C_0 + C_p \quad (8.32)$$

а для всей номенклатуры в виде одной поставки:

$$C^*(n) = C_0 + \sum_{i=1}^n C_i = \sum_{i=0}^n C_i. \quad (8.33)$$

При независимых заказах для каждой i -й позиции номенклатуры расчет оптимальной величины заказа S_i , количества заказов N_i , периодичности T_i и минимальных суммарных затрат $C_{\Sigma \min}$ производится по формулам (8.4), (8.6)–(8.8). При подстановке C_i^* вместо C_0 суммирование $C_{\Sigma \min}$ по всей номенклатуре позволяет получить оценку затрат при независимой поставке каждой i -й позиции:

$$C_{\Sigma \min}(n) = \sum_{i=1}^n \sqrt{2(C_0 + C_i)A_i C_{Xi}}. \quad (8.34)$$

При одновременной поставке n позиций номенклатуры ее периодичность T будет отличаться от оптимальных периодичностей независимых поставок T_i для каждой из компонент.

Рассмотрим один из возможных подходов к решению задачи. Запишем основное уравнение для суммарных затрат i -й номенклатуры в виде

$$C_{\Sigma i} = \frac{A_i(C_0 + C_i)}{S_i} + \frac{S_i C_{Xi}}{2} \rightarrow \min. \quad (8.35)$$

Известно, что размер i -й поставки можно определить по формуле

$$S_i = T_i \frac{A_i}{D}. \quad (8.36)$$

При подстановке (8.36) в формулу (8.35) получим

$$C_{\Sigma i} = D \frac{(C_0 + C_i)}{T_i} + \frac{T_i A_i C_{Xi}}{2D} \rightarrow \min. \quad (8.37)$$

Очевидно, что при условии $T_i = T$, т. е. одновременной поставке n позиций номенклатуры, уравнение для суммарных затрат можно представить в виде

$$C_{\Sigma} = \frac{D}{T} \sum_{i=0}^n C_i + \frac{T}{2D} \sum_{i=1}^n A_i C_{Xi}. \quad (8.38)$$

Определим оптимальное значение периодичности многономенклатурной поставки T_0^* , воспользовавшись стандартной процедурой, т. е. возьмем производную по T и приравняем ее нулю:

$$\frac{dC_{\Sigma}}{dT} = -\frac{D}{T^2} \sum_{i=0}^n C_i + \sum_{i=1}^n \frac{A_i C_{Xi}}{2D} = 0. \quad (8.39)$$

Из уравнения (8.39) находим выражение для оптимальной периодичности:

$$T_0^* = D \sqrt{2 \sum_{i=0}^n C_i / \sum_{i=1}^n A_i C_{Xi}}. \quad (8.40)$$

Найдем остальные параметры, характеризующие многономенклатурную поставку:

$$C_{\Sigma n}^* = \sqrt{2 \sum_{i=0}^n C_i \sum_{i=1}^n A_i C_{Xi}}. \quad (8.41)$$

Количество поставок:

$$N^* = D/T_0^*. \quad (8.42)$$

При подстановке T_0^* в формулу (8.38) после преобразований находим выражение для минимальных суммарных затрат:

$$C_{\Sigma n}^* = \sqrt{2 \sum_{i=0}^n C_i \sum_{i=1}^n A_i C_{Xi}}. \quad (8.43)$$

Пример 8.7. Рассмотрим последовательность расчета многономенклатурной поставки, включающей два вида продукции. Исходные данные приведены в табл. 8.13.

Вначале рассчитаем параметры при независимых поставках. Так, для первого вида продукции находим EOQ:

$$S_1 = \sqrt{\frac{2(18+4) \times 3000}{1,5}} = 296,6 \approx 297 \text{ ед.}$$

Количество заказов $N_1 = 3000/297 = 10$.

Периодичность $T_1 = 365/10 = 36,5$ дн.

Таблица 8.13
Исходные данные и результаты расчета EOQ при независимых поставках

Вид продукции	A_i , ед.	Затраты на выполнение заказа, руб.		Затраты на хранение $C_{Х}$, руб./ед. год	S_i , ед.	N_i	T_i , дн.	$C_{\Sigma \min}$, руб.
		C_0	C_i					
1	3000	18	4	1,5	297	10	36,5	445
2	2000	18	2	0,5	400	5	73	200
Сумма	–	–	–	–	697	15	–	645

Минимальные затраты $C_{\Sigma \min 1} = \sqrt{2 \times 3000(18 + 4) \times 1,5} = 445$ руб.

Общее количество заказов $N_{\Sigma} = 10 + 5 = 15$.

Общие затраты при независимых поставках $C_{\Sigma n} = 445 + 200 = 645$ руб.

На рис. 8.10 приведены составляющие суммарных затрат $C_i(T)$ для каждого вида продукции.

Выполним расчеты при условии совместной поставки (табл. 8.14).

Таблица 8.14
Результаты расчета EOQ при многономенклатурной поставке

Вид продукции	A_i	$\lambda_i = \frac{A_i}{D}$	$C_{Хi}$	$C_0 + \sum C_i$	$A_i C_{Хi}$	T_0^*	N	C_{Σ}^*	S_i^*
1	3000	8,2	1,5	18 + 4 + 2 = 24	4500	34,1	11	51,4	280
2	2000	5,5	0,5		1000				188
Сумма	–	–	–	–	5500	–	–	–	468

Время выполнения заказа:

$$C_{\Sigma n} = 445 + 200 = 645 \text{ руб.}$$

Количество заказов:

$$T_0^* = 365 \sqrt{\frac{2 \times (18 + 4 + 2)}{5500}} = 34,1 \text{ дн.}$$

Оптимальное количество каждого вида продукции при совместной поставке:

$$S_1^* = \frac{3000 \times 34,1}{365} \approx 280 \text{ ед.}; S_2^* \approx 188 \text{ ед.}$$

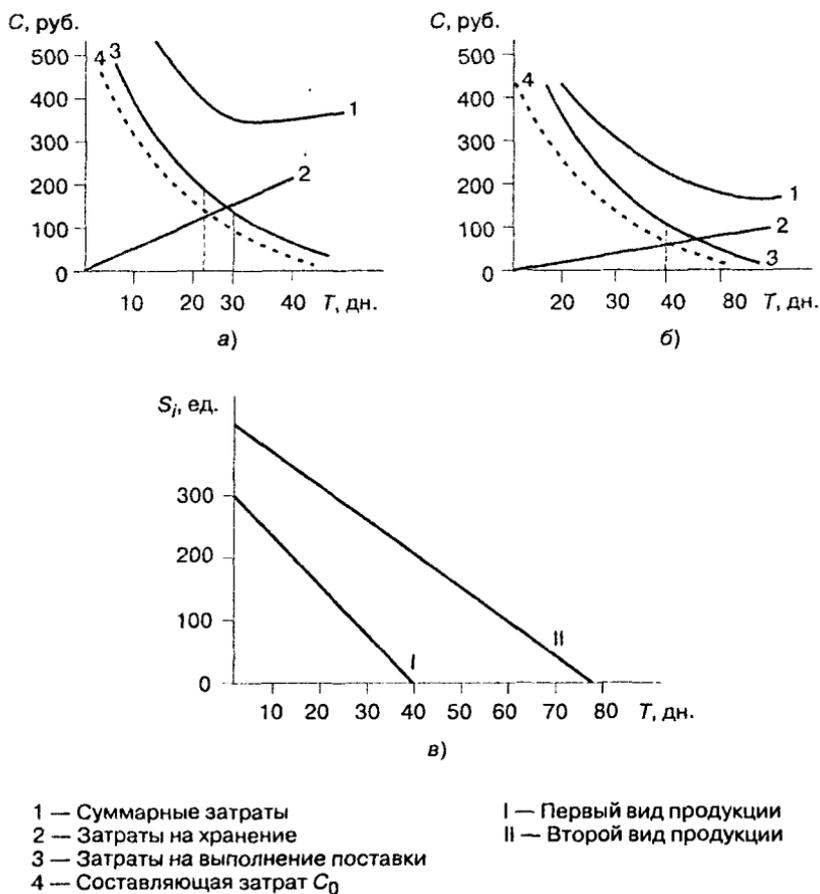


Рис. 8.10. Составляющие суммарных затрат для первого (а) и второго (б) видов продукции и графики расхода $S_i(T)$ (в)

Суммарные затраты (при $T_0^* = 34$ дн.):

$$C_{\Sigma n}^* = \sqrt{2 \times 24 \times 5500} = 514 \text{ руб.}$$

Соответствующие зависимости $C_{\Sigma n}^*$ и $S_i^*(T)$ при многономенклатурной поставке приведены на рис. 8.11. Из рис. 8.11 виден «механизм многономенклатурности»: при объединении в одну партию отправки происходит незначительное увеличение затрат, связанных с выполнением заказа.

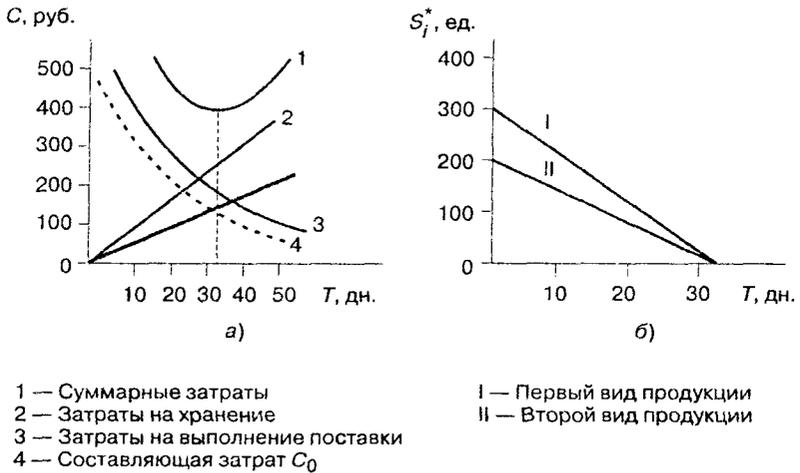


Рис. 8.11. Составляющие затрат (а) и графики расхода (б) при многономенклатурных поставках

Так, при независимых поставках затраты на доставку 42 руб., при одновременной поставке — 24 руб.

Сопоставление суммарных затрат $C_{\Sigma n}$ и $C_{\Sigma n}^*$ при независимых и многопродуктовых поставках показывает, что во втором случае наблюдается значительное уменьшение затрат:

$$\varphi_c = \frac{(645 - 514)}{645} 100 = 20,3\%.$$

Пример 8.8. В табл. 8.15 приведены исходные данные и результаты расчета основных параметров ЕОQ при независимой и одновременной поставке 9 видов продукции от одного поставщика. При расчетах было принято, что $C_0 = 18$ у. е., а $C_i = \text{const} = 2$ у. е.

Из табл. 8.15 следует, что при независимых поставках их количество составляет $\sum N_i = 71$, а суммарные затраты $\sum C_{\Sigma i} = 2753$ у. е.

При подстановке в формулы (8.40)–(8.43) данных табл. 8.15 находим период одновременной поставки:

$$T_0^* = 365 \sqrt{\frac{2 \times (18 + 9 \times 2)}{22200}} = 21 \text{ дн.}$$

Минимальные суммарные затраты:

$$C_{\Sigma 9} = \sqrt{2 \times (18 + 9 \times 2) \times 22200} = 1264 \text{ у. е.}$$

Таблица 8.15
Исходные данные и результаты расчета параметров
многономенклатурной поставки

N	A_i , ед.	$C_{\Sigma i}$, у. е.	S_{0i} , ед.	T_{0i} , дн.	$C_{\Sigma i}$, у. е.	N_i	$AC_{\Sigma i}$, у. е.	S^*_i , ед.
1	3000	1,5	283	34,4	424	11	4500	173
2	2400	1,5	283	38,5	380	10	3600	138
3	3000	1	346	42,1	346	9	3000	173
4	2000	1,5	231	42,1	346	9	3000	115
5	2400	1	310	47	310	8	2400	138
6	2000	1	283	51,6	283	7	2000	115
7	3000	0,5	490	60	245	6	1500	173
8	2400	0,5	438	66,7	219	6	1200	138
9	2000	0,5	400	73	200	5	1000	115
Сумма					2753	71	22200	—

Количество заказов:

$$N^* = 365/21 \approx 18.$$

В табл. 8.15 приведены величины партий поставки каждой позиции номенклатуры.

Таким образом, применение многономенклатурной поставки позволяет снизить суммарные затраты на:

$$\varphi_c = \frac{2753 - 1264}{2753} \times 100 \approx 40\%.$$

Учет ограничений. При расчете многономенклатурных поставок особое значение приобретает учет ограничений, связанных с объемом (площадью) и грузоподъемностью транспортных средств, объемом (площадью) складских помещений, наличием средств для приобретения всей партии и т. д. Следует отметить, что такие же ограничения должны учитываться при однономенклатурных поставках.

Проведенные расчеты показали, что в общем виде учет ограничений указанных параметров производится с использованием формулы

$$T_V = \frac{G_V}{N \sum_{i=1}^n \lambda_i q_i}, \quad (8.44)$$

где G_V — предельные значения физического или экономического показателя; $\lambda = A_i/D$ — интенсивность потребления (расхода) i -го продукта, ед./день; q_i — физический или экономический показатель i -го продукта.

Если период многономенклатурной поставки $T^*_0 \leq T_V$, то ее параметры рассчитываются по формулам (8.40)–(8.43).

Если $T^*_0 > T_V$, то в качестве расчетного периода принимается T_V и производится корректировка N^*_p , S^*_i и $C^*_\Sigma(T_V)$:

$$S^*_i = \frac{A_i}{D} T_V; \quad (8.45)$$

$$N^* = D/T_V; \quad (8.46)$$

$$C^*_\Sigma(T_V) = \frac{D \sum_{i=1}^n C_i}{T_V} + T_V \frac{\sum_{i=1}^n A_i C_{X_i}}{2D}. \quad (8.47)$$

При наличии нескольких критериев выбор варианта производится по формуле

$$T^*_V = \min(T_V, T_q, T_C, \dots), \quad (8.48)$$

где T_V, T_q, T_C — периоды времени, рассчитанные по формуле (8.44) с учетом различных критериев: объем, вес, затраты и т. п.

Пример 8.9. Рассмотрим многономенклатурную поставку ($n = 3$) с учетом ограничения на объем кузова автомобиля $V_0 = 16 \text{ м}^3$. Исходные данные, включающие также объем каждой единицы продукции V_p , приведены в табл. 8.16.

Таблица 8.16
Исходные данные и результаты расчета параметров при независимых поставках с учетом ограничения

Вид продукции	A_i ед.	C_{ni} у. е.	C_{Xi} у. е.	$C_0 + C_n$ у. е.	V_i м^3	S^*_{oi} ед.	N_i	T_n дн.	C_Σ	Проверка ограничения $V \leq V_0$
1	1000	5	1	$18 + 2 = 20$	0,04	200	5	73	200	$8 < 16$
2	600	3	0,6	$18 + 4 = 22$	0,08	210	2,86 (3)*	127,6 (128)*	126	$16,8 \leq 16$
3	400	6	1,2	$18 + 6 = 24$	0,20	126,5	3,16 (3)*	115,5 (121)*	151,8	$25,3 > 16$
3**						80	5	73	168	16
Сумма				—			11	—	494	—

* Округленные значения.

** Вариант с учетом ограничений.

На первом этапе определим параметры однономенклатурных отправок и проверим ограничения на объем кузова. Результаты расчетов (см. табл. 8.16) показывают, что если для второго вида продукции использование данного типа автомобиля является спорным, то для третьего вида необходимо откорректировать параметры поставки.

Подстановка в формулу (8.44) данных табл. 8.16 позволяет получить периодичность поставки с учетом ограничения:

$$T_{V3} = \frac{16 \times 365}{400 \times 0,2} = 73 \text{ дн.}$$

Соответственно остальные параметры:
число поставок:

$$N^* = \frac{365}{73} = 5;$$

размер поставки:

$$S_i^* = \frac{400}{5} = 80 \text{ ед.};$$

суммарные затраты:

$$C_{\Sigma 3} = \frac{400 \times 24}{80} + \frac{80 \times 1,2}{2} = 168 \text{ у. е.}$$

На втором этапе рассчитываются параметры многономенклатурной поставки. Так, периодичность поставки (табл. 8.17):

$$T^* = 365 \sqrt{2 \times (18 + 2 + 4 + 6) / 1840} = 66 \text{ дн.},$$

а минимальные суммарные затраты:

$$C_{\Sigma}^* = \sqrt{2 \times (18 + 2 + 4 + 6) \times 1840} = 332 \text{ у. е.}$$

Величины N — число поставок и размер каждого вида продукции S_i^* приведены в табл. 8.17.

На третьем этапе проверим ограничение по объему кузова. Из сравнения $\sum S_i^* V_i = 30,24 \text{ м}^3$ с допустимым значением $V_0 = 16 \text{ м}^3$ следует, что параметры многономенклатурной поставки должны быть откорректированы.

Рассчитаем T_V по формуле (8.44):

$$T_V = \frac{16 \times 365}{(1000 \times 0,04 + 600 \times 0,08 + 400 \times 0,2)} = \frac{16 \times 365}{168} = 35 \text{ дн.}$$

Таблица 8.17
Исходные данные и результаты расчета параметров при
многономенклатурной поставке с учетом ограничений

Вид продук- ции	A_i , ед.	C_{x_i} , у. е.	A_i , C_{x_i} , у. е.	C_i , у. е.	T_i , дн.	N_i	$C_{\Sigma n}$, у. е.	S_i^* , ед.	$S_i^* \times V_i$, м ³	S_{ik}^* , ед.
1	1000	1	1000	18 + 2 + + 4 + 6 = = 30	66	5,5 (6)	332	180	7,2	96
2	600	0,6	360					108	8,64	58
3	400	1,2	420					72	14,4	36
Сумма	—	—	1840	—				360	30,24	222

Тогда откорректированные величины параметров многономенклатурной поставки составят:
число поставок:

$$N_K^* = \frac{365}{35} = 10,4;$$

размеры поставок каждого вида продукции:

$$S_{1K}^* = 96 \text{ ед.}; S_{2K}^* = 58 \text{ ед.}; S_{3K}^* = 38 \text{ ед.};$$

минимальные общие затраты:

$$C_{\Sigma K}^* = \frac{30 \times 365}{35} + \frac{35 \times 1840}{2 \times 365} = 401 \text{ у. е.}$$

Таким образом, даже с учетом ограничений, затраты при многономенклатурных поставках значительно ниже, чем при независимых поставках.

Многономенклатурные поставки по системе кратных периодов. В 1966 г. профессором Ю. И. Рыжиковым [46] была предложена стратегия организации поставок, суть которой сводилась к объединению преимуществ, свойственных независимым поставкам с оптимальными периодичностями T_i и многономенклатурными поставками с периодичностью T . Для этого вводится система кратных периодов, когда по крайней мере одна номенклатура заказывается в каждом базисном периоде T , а остальные позиции номенклатуры поставляются с периодичностями kT ($k = 1, 2, 3$).

Рассмотрим простой пример поставки 2 видов продукции. Допустим, что одна из позиций номенклатуры имеет наименьшую периодичность поставки $T = 10$ дн. Это означает, что последующие поставки будут производиться с указанной периодичностью и время поставки будет равно $2T = 20$ дн., третьей $3T = 30$ дн. и т. д.

Вторая позиция номенклатуры, поставки которой будут производиться согласно стратегии кратных периодов, имеет периодичность $2T = 20$ дн. Соответственно вторая поставка будет произведена на 40-й дн. и т. д. В результате совмещения поставок двух видов продукции получим следующую последовательность: через 10 дн. поставляется первый вид продукции, на 20-й дн. оба вида продукции, на 30-й дн. — первый вид, на 40-й дн. — оба вида и т. д.

Согласно [46], оптимальный период группирования определяется по формуле

$$T_G^* = D \sqrt{2(C_0 + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{k_i}) / \sum_{i=1}^n A_i C_{Xi} k_i}. \quad (8.49)$$

Данному периоду соответствуют минимальные затраты:

$$C_{\Sigma G}^* = \sqrt{2(C_0 + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{k_i}) \sum_{i=1}^n A_i C_{Xi} k_i}. \quad (8.50)$$

На основе T_G^* определяются величины поставок S_{iG}^* и количество поставок N_G за плановый период (или год).

Из формул (8.49), (8.50) следует, что в зависимости от группировки позиций номенклатуры и отнесения их к тому или иному кратному периоду величины T_G^* и $C_{\Sigma G}^*$ будут изменяться. Поэтому поиск конфигурации группировок позиций номенклатуры представляет собой по существу итерационный процесс, алгоритм которого описан в работе [46]. Не вдаваясь в подробности разработанного алгоритма, укажем несколько его этапов.

1. Позиции номенклатуры ранжируются по возрастанию величин показателей $D^2 C_i / A_i C_{Xi}$. Нетрудно заметить, что ранжирование производится фактически с учетом периодичности независимой поставки каждой позиции номенклатуры T_i .
2. Выбирается начальное приближение для кратного периода; за основу принимается первое значение ранжированного ряда:

$$T_0 = D \sqrt{2(C_0 + C_1) / A_1 C_{X1}}. \quad (8.51)$$

3. Рассчитывается набор коэффициентов $k_i = T_i / T_0$, с помощью которых производится формирование базового варианта групп различной кратности.
4. Каждая позиция номенклатуры закрепляется за определенной группой.

По формулам (8.48) и (8.49) для базового варианта рассчитываются показатели T_i^* и C_i^* , и затем с использованием итерационной процедуры (путем перебора и размещения позиций номенклатуры в группах различной кратности) осуществляется поиск оптимального варианта по критерию минимума суммарных затрат C_j^* .

Выбор T_0 можно осуществить по множеству номенклатур, заказываемых в каждом периоде, при этом первые j позиций номенклатуры из упорядоченного множества заказываются одновременно. Расчетная формула записывается в виде

$$T_0 = D \sqrt{2 \sum_{i=0}^j C_i / \sum_{i=1}^j A_i C_{X_i}}. \quad (8.52)$$

Присоединение к первой группе следующих позиций номенклатуры целесообразно при соблюдении неравенства:

$$C_{j+1} D^2 > A_{j+1} C_{X_{j+1}} \times T^2. \quad (8.53)$$

Тогда условие прекращения накопления группы записывается в виде

$$\frac{C_{j+1}}{A_{j+1} \times C_{X_{j+1}}} > 2 \sum_{i=0}^j C_i / \sum_{i=1}^j A_i C_{X_i}. \quad (8.54)$$

Проверка рекуррентного соотношения начинается со второй позиции номенклатуры, при этом в правой части подставляются значения $\sum_{i=0}^j C_i = C_0 + C_1$ и $A_1 C_{X_1}$. При выполнении условия (8.54) для всех последующих позиций $i > j$ вычисляется оптимальная периодичность T_i и по отношению T_i/T_0 — начальная кратность.

Пример 8.10. В табл. 8.18 приведены данные о двух видах продукции. Попробуем ответить на вопрос о целесообразности применения стратегии кратных периодов.

Таблица 8.18
Исходные данные и результаты расчета при независимой поставке

Вид продукции	A_i ед.	C_0 , у. е.	C_i у. е.	C_{X_i} у. е.	$C_{\Sigma n_i}$ у. е.	T_i дн.	S_i ед.	N_i
1	3000	18	6	1,5	465	37,7	310	9,67 (10)
2	500	18	6	0,5	110	166	227	2,2 (2)
Сумма		—			575	—		12

1. Определим параметры независимых поставок каждого вида продукции (см. табл. 8.18) и совместной поставки:

$$T^* = 365\sqrt{2(18+6+6)(4500+250)} = 41 \text{ дн.}$$

$$C_{\Sigma n}^* = \sqrt{2 \times 30 \times 4750} = 534 \text{ у. е.}$$

Поскольку $C_{\Sigma n} = 575 > C_{\Sigma n}^* = 534$, то объединение в одну поставку целесообразно.

2. Выполним расчеты периодичности и минимальных суммарных затрат при $k = 2$ по формулам (8.49) и (8.50):

$$T_{k=2}^* = 365\sqrt{2(18+6+\frac{6}{2})/(4500+2 \times 250)} = 38 \text{ дн.}$$

$$C_{\Sigma n(k=2)}^* = \sqrt{2 \times 27 \times 5000} = 520 \text{ у. е.}$$

Следовательно, при организации кратных поставок суммарные затраты меньше затрат с независимой, а также совместной (одновременной) поставкой, т. е.

$$C_{\Sigma 2} > C_{\Sigma 2}^* > C_{\Sigma}^* (k=2).$$

3. В табл. 8.19 приведены результаты расчетов $T(k)$ и $C_{\Sigma}(k)$ при различных коэффициентах кратности (рис. 8.12). Поскольку минимум суммарных затрат $C_{\Sigma}(k)$ наблюдается при $k = 2$, можно выбрать следующую стратегию кратных поставок: через каждые 38 дн. поставляется первый вид продукции; второй вид продукции — совместно с первым, через 76 дн.

Таблица 8.19
Результаты расчета параметров поставок при различных коэффициентах кратности

Коэффициент кратности k_i	$C_0 + \sum \frac{C_j}{k_j}$	$\sum A_i C_{xi} k_i$	$T(k_i)$	$C_{\Sigma}(k)$
2	27	5000	38,9	519,6
3	26	5250	36,3	522,5
4	25,5	5500	35,1	529,6
5	25,2	5750	34,7	538,3

Пример 8.11. В табл. 8.20 приведены исходные данные о четырех видах продукции. Требуется выбрать наилучшую стратегию поставок.

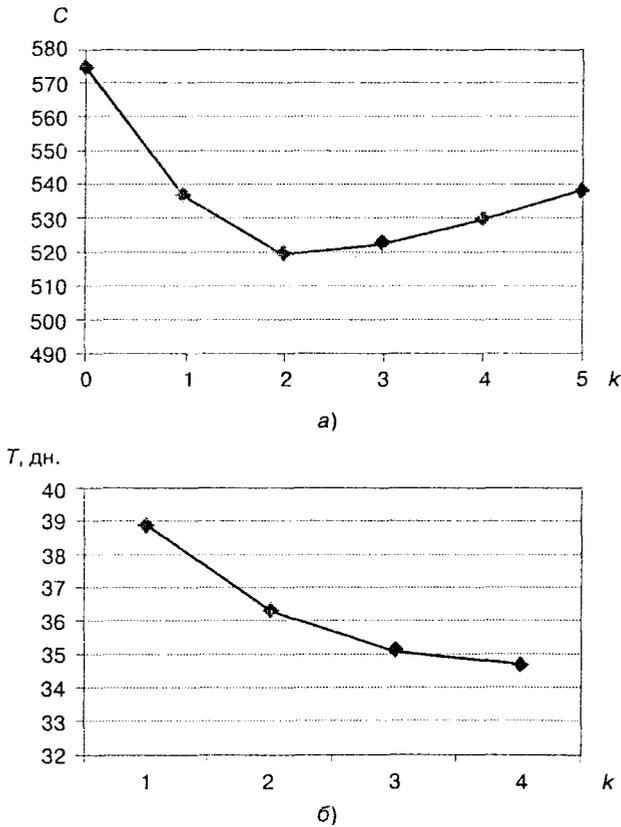


Рис. 8.12. Зависимости суммарных затрат $C_{\Sigma}(k)$ и периода поставок от коэффициента кратности k : а — суммарные затраты $C_{\Sigma}(k)$; б — период поставок $T(k)$

Допустим, что предварительно были рассчитаны параметры независимых поставок каждого вида продукции и приведено их ранжирование.

Определим коэффициенты кратности k_i относительно начального приближения $T_0 = 37,7$ дн. На основании k_i выберем базовый вариант кратности поставок:

- первый и второй вид продукции — $k = 1$;
- третий вид — $k = 2$;
- четвертый вид — $k = 4$.

Таблица 8.20

Исходные данные и результаты расчета при независимой поставке

Вид продукции	A_i ед.	C_0 , у. е.	C_h у. е.	$C_0 + C_h$ у. е.	C_{X_i} , у. е.	T_h дн.	$C_{\Sigma i}$, у. е.	k_i	Базовый вариант k_i
1	3000	18	6	24	1,5	37,7	465	1	1
2	2000		4	22	1,0	38,3	297	1,01	1
3	1000		4	22	0,5	76,6	148	2,03	2
4	500		6	24	0,5	168,5	109	2,47	4
Сумма							1019		

Рассчитаем составляющие формул (8.49), (8.50) для базового варианта кратных периодов:

$$C_0 + \sum_{i=1}^4 \frac{C_i}{k_i} = 18 + 6 + 4 + \frac{4}{2} + \frac{6}{4} = 31,5 \text{ у. е.}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n A_i C_{X_i} k_i &= 3000 \times 1,5 \times 1 + 2000 \times 1 \times 1 + 1000 \times 0,5 \times 2 + \\ &+ 500 \times 0,5 \times 4 = 8500 \text{ у. е.} \end{aligned}$$

Тогда оптимальный период:

$$T^*(k) = 365 \sqrt{2 \times 31,5 / 8500} = 31 \text{ дн.}$$

Минимум суммарных затрат:

$$C_{\Sigma}(k) = \sqrt{2 \times 31,5 \times 8500} = 726 \text{ у. е.}$$

На рис. 8.13 приведена диаграмма, отражающая стратегию кратных поставок.

Учитывая, что при одновременной поставке 4 видов продукции суммарные затраты $C_{\Sigma 4}^* = 742$ у. е. (при $T = 37,4$ дн.), следует выбрать стратегию кратных периодов, позволяющих снизить суммарные затраты до 726 у. е.

8.4. Многопродуктовые заказы

При выводе формул (8.4), (8.7) считалось, что каждый вид продукции не зависит от остальных и он хранится на складе самостоятельно. Однако для промышленных предприятий, а также предприятий розничной и оптовой торговли условия независимости видов продукции друг от друга могут быть нарушены. Основными причинами возник-



Рис. 8.13. Различные варианты стратегии многономенклатурных поставок

новения взаимосвязи между N видами продукции, поставляемой на склад, являются следующие ограничения:

- максимальный размер капитала B , который предполагается вложить в запасы;
- площадь (объем) склада, где размещаются одновременно N видов продукции;
- верхний предел общего числа заказов за определенный период и др.

Помимо указанных одиночных ограничений могут возникнуть ситуации, когда требуется соблюдение нескольких из них или всех одновременно. Например, для промышленных предприятий рассматриваются случаи ограничения, налагаемые планом выпуска продукции и размером капитала [7, с. 167]. В работе [60] анализируется вариант, когда имеется ограничение на число заказов, продаваемых в течение года, и ограничение на максимальные капиталовложения в любой момент времени.

Несмотря на важность каждой из рассмотренных многопродуктовых задач, наибольшее внимание уделено первой из них, учитывающей ограничения на максимальный размер капитала. Поэтому рассмотрим данный вариант подробнее.

На первом этапе рассчитываются оптимальные партии поставок S_{oi} по каждому i -му виду продукции ($i = 1, \dots, N$) по формуле (8.4).

На втором этапе сравниваются затраты, связанные с запасами продукции и капиталом B , выделенным на приобретение продукции:

$$B \geq k \sum_{i=1}^N S_{oi} C_{Pi}, \quad (8.55)$$

где k — коэффициент, введенный для учета неодновременности поступления i -х видов продукции; $0 < k \leq 1$.

В работах [7, 20] принято $k = 0,5$.

Если неравенство (8.55) соблюдается, то поставки осуществляются в объемах, рассчитанных по формуле (8.4). Соответственно переменные затраты на выполнение заказа и хранение при многопродуктовой поставке определяются по формуле:

$$C_{\Sigma} = \sum_{i=1}^N \sqrt{2A_i C_{oi} C_{Pi} \beta}, \quad (8.56)$$

где β — доля от цены C_{Pi} , приходящейся на затраты по хранению (аналогична i в формуле (8.4)).

Третий этап, когда неравенство (8.54) не соблюдается. Для расчета оптимальных значений S_{oi} применяется метод множителей Лагранжа. Исходное уравнение — функция Лагранжа — записывается в виде

$$C_{\Sigma} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{A_i C_{oi}}{S_i} + \frac{S_i C_{Pi} \beta}{2} \right) + z \left(B - k \sum_{i=1}^N S_i C_{Pi} \right), \quad (8.57)$$

где i — индекс, указывающий вид продукции, $i = 1, \dots, N$; z — неопределенный множитель Лагранжа, $z \leq 0$.

Оптимальные значения S_{oi} определяются из решения системы, включающей N уравнений типа $\frac{dC_{\Sigma}}{dS_i} = 0$ и уравнения $\frac{dC_{\Sigma}}{dZ} = 0$. Доказано, что данная система имеет N решений вида

$$S_{oi} = \sqrt{\frac{2A_i C_{oi}}{C_{Pi} (\beta - 2kz^*)}}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (8.58)$$

где z^* — такое значение множителя z , при котором удовлетворяется равенство (8.55).

На основании S_{oi} производятся расчеты количества поставок N_{Pi} и периодичности поставок T_i в течение рассматриваемого периода D .

$$N_{ni} = \frac{A_i}{S_i}, \quad (8.59)$$

$$T_i = \frac{D}{N_{ni}}. \quad (8.60)$$

Для расчета минимальных переменных затрат в работах [7] и [20] приведена формула

$$C_{\Sigma 1} = \sum_{i=1}^N \sqrt{2A_i C_{oi} C_{ni} (\beta - 2kz)}. \quad (8.61)$$

Очевидно, что формула (8.61) была получена авторами по аналогии с формулами (8.7) и (8.56).

Однако проведенные расчеты [23, 25] показали, что формула (8.61) должна быть откорректирована. При подстановке S_{oi} , формула (8.58), в исходное уравнение после преобразований находим

$$C_{\Sigma 2} = \sum_{i=1}^N \sqrt{2A_i C_{oi} C_{ni} \left(\frac{\beta - kz}{\sqrt{\beta - 2kz}} \right)}, \quad (8.62a)$$

или

$$C_{\Sigma 2} = C_{\Sigma 1} \times \left(\frac{\beta - kz}{\beta - 2kz} \right). \quad (8.62b)$$

Из анализа полученных зависимостей следует, что расчет затрат по формуле (8.61) превышает результаты расчетов по формулам (8.62) и может достигнуть почти двукратной величины при уменьшении B .

Таким образом, суммарные затраты, включающие затраты на приобретение запасов B , затраты на выполнение заказов и хранение запасов, будут равны

$$C_{\Sigma}^* = B + C_{\Sigma 2}, \quad (8.63)$$

где $C_{\Sigma 2}$ — затраты, рассчитанные по формулам (8.62).

Для определения множителя Лагранжа z в литературе рассмотрены три варианта. Первый, наиболее распространенный, базируется на численном методе решения [7, 20, 53]. Второй вариант, приведенный в работе [53], рекомендует в качестве первого приближения z эмпирическую зависимость. Третий вариант, предложенный Ю. И. Рыжковым [46], записывается в виде:

$$z^* = \left[\beta - (kV/B)^2 \right] / 2k, \quad (8.64)$$

$$\text{где } V = \sum_{i=1}^N \sqrt{2A_i C_{oi} C_{ni}}.$$

Таким образом, последовательность определения параметров многопродуктовых поставок сводится к следующему:

- выбираем вариант расчета множителя Лагранжа z^* ;
- рассчитываем величины поставок каждого вида продукции S_{oi} , формула (8.58), и минимальных переменных издержек C_{Σ} , формула (8.62а) или (8.62б);
- определяем количество поставок N_{ni} , формула (8.59), и их периодичность T_p , формула (8.60), для каждого вида продукции.

Пример 8.12. Рассчитаем параметры многопродуктовой поставки при наличии ограничений на капитал.

Исходные данные, характеризующие поставки трех видов продукции, приведены в табл. 8.21. При расчетах принято $B = 3600$ у. е.; $\beta = 0,2$; $k = 1$.

Таблица 8.21
Исходные данные и результаты расчета при независимых
однопродуктовых поставках

Вид продукции	A_i ед.	C_{ni} у. е.	$C_{ni}\beta$, у. е.	C_{oi} у. е.	S_{oi} у. е.	$S_{oi}C_{ni}$
1	12000	3	0,6	20	894	2682
2	25000	2	0,4	20	1580	3160
3	6000	6	1,2	20	447	2682

Суммарные затраты на приобретение оптимальных партий поставок составляют:

$$\sum_{i=1}^N S_{oi} C_{ni} = 2682 + 3160 + 2682 = 8524 \text{ у. е.},$$

и эта величина превышает $B = 3600$ у. е., т. е. неравенство (8.55) не соблюдается.

Воспользуемся численным методом определения множителя z , последовательно рассчитывая оптимальные величины S_{oi} по формуле (8.58) и суммируя затраты на закупку. Так, при $z = -0,2$ находим:

$$S_{o1} = \sqrt{\frac{2 \times 12000 \times 20}{3(0,2 - 2 \times 1 \times (-0,2))}} = 516 \text{ ед.}$$

Соответственно $S_{o2} = 912$ ед., $S_{o3} = 258$ ед.

Суммарные затраты:

$$\sum_{i=1}^3 S_{oi} C_{ni} = 516 \times 3 + 912 \times 2 + 258 \times 6 = 4922 \text{ у. е.}$$

Результаты расчетов приведены в табл. 8.22, из которой видно, что множитель Лагранжа может быть принят $z^* = -0,45$.

Таблица 8.22
Определение множителя Лагранжа

z	$S_{o1} C_{n1}$	$S_{o2} C_{n2}$	$S_{o3} C_{n3}$	$\Sigma S_{oi} C_{ni}$	$B - \Sigma S_{oi} C_{ni}$
0	2682	3160	2682	8524	-4924
-0,2	1549	1824	1549	4922	-1322
-0,4	1200	1414	1200	3814	-200
-0,45	1140	1343	1140	3623	-23
-0,50	1095	1291	1095	3481	119

Рассчитаем также z^* по формуле (8.64). При подстановке данных табл. 8.21 получим:

$$V = \sqrt{2 \times 12\,000 \times 3 \times 20} + \sqrt{2 \times 25\,000 \times 2 \times 20} + \sqrt{2 \times 6\,000 \times 6 \times 20} = 3814;$$

$$z^* = \left[0,2 - \left(\frac{3814}{3600} \right)^2 \right] \times 2 = -0,46.$$

Зная, z^* находим переменные затраты, формула (8.61):

$$C_{\Sigma 1} = 3814 \sqrt{0,2 - 2(-0,46)} = 4036 \text{ у. е.}$$

Переменные затраты, формула (8.61a):

$$C_{\Sigma 2} = 3814 \frac{0,2 - (-0,46)}{\sqrt{0,2 - 2(-0,46)}} = 2379 \text{ у. е.}$$

Общие затраты, формула (8.62):

$$C_{\Sigma}^* = 3600 + 2379 = 5979 \text{ у. е.}$$

Величины поставок:

$$S_{o1}^* = \sqrt{\frac{2 \times 12\,000 \times 20}{3 \times (0,2 - (-0,46))}} = 376 \text{ ед.}; S_{o2} = 664 \text{ ед.}; S_{o3} = 118 \text{ ед.}$$

Количество поставок:

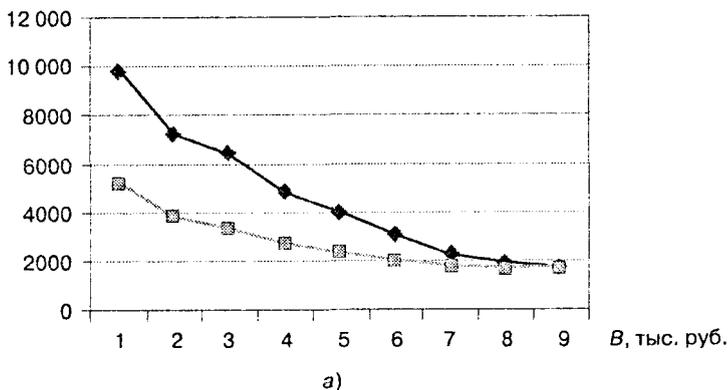
$$N_1 = \frac{12\,000}{376} = 32; N_2 = 38; N_3 = 32.$$

Периодичность поставок:

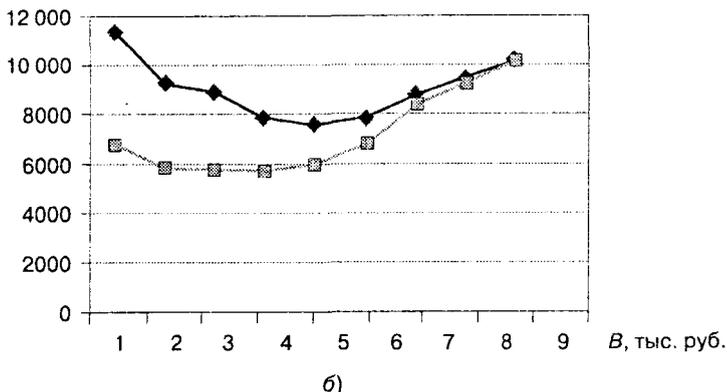
$$T_1 = \frac{365}{32} = 11 \text{ дн.}; T_2 = 9,6 \text{ дн.}; T_3 = 11,4 \text{ дн.}$$

Результаты расчетов многопродуктовых поставок при различных V и k приведены на рис. 8.14 и 8.15.

Переменные
затраты, руб.

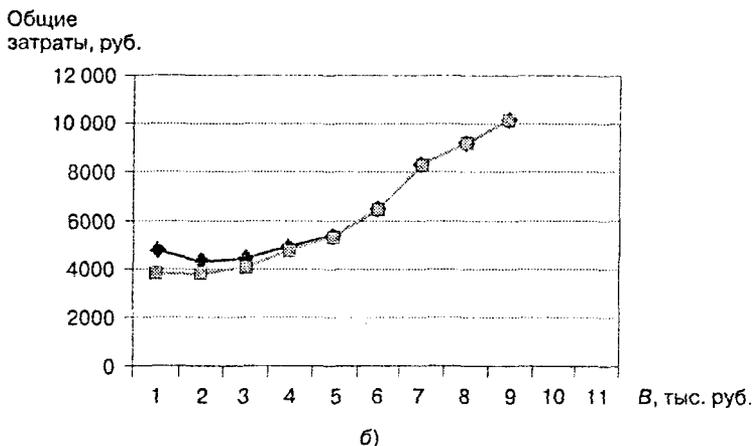
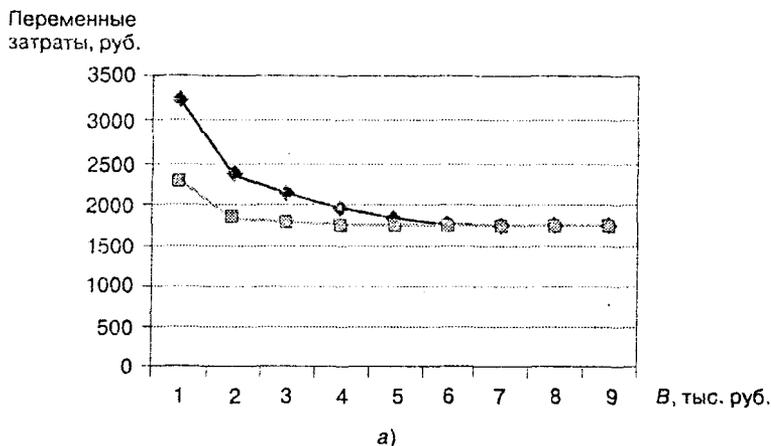


Общие
затраты, руб.



—◆— C1
—■— C2

Рис. 8.14. Зависимость переменных (а) и общих (б) затрат от ограничения на капитал V (при $k = 1$): C1 — расчет по формуле (8.61); C2 — расчет по формуле (8.62)



—◆— C1
—■— C2

Рис. 8.15. Зависимость переменных (а) и общих затрат (б) от ограничения на капитал V (при $k = 1/2$): C1 — расчет по формуле (8.61); C2 — расчет по формуле (8.62)

Из анализа полученных зависимостей следует:

- общие затраты имеют минимум, положение которого меняется в зависимости от разных факторов, и в частности от величины коэффициента неодновременности поступления различных видов продукции k ;

- при расчете переменных затрат по формулам (8.61) и (8.62) наблюдается значительное расхождение результатов, поэтому для практических расчетов следует использовать формулы (8.62).

Алгоритм принятия решения по многопродуктовым поставкам при ограничениях на капитал представлен на рис. 8.16.

Из рис. 8.16 следует, что алгоритм включает три варианта решения многопродуктовых задач. Первый вариант — отсутствие ограничений; для определения оптимальных параметров многопродуктовых поставок используется формула Уилсона. Второй вариант предусматривает наличие одного ограничения на капитал, которое может быть задано в виде неравенства, формула (8.54), либо в виде различных величин ограничений на капитал, необходимых для нахождения минимального размера общих затрат. Третий вариант предусматривает наличие нескольких ограничений; в этом случае при принятии решения по многопродуктовым поставкам необходимо использовать методы многокритериальной оптимизации.

Очевидно, что, несмотря на четкость описанной последовательности вычислений, представляет интерес поиск аналитических зависимостей, позволяющих производить расчеты в «замкнутой» форме и, следовательно, анализировать всевозможные варианты многопродуктовой задачи.

С этой целью нами были продолжены вычисления, которые позволили получить следующие результаты.

Во-первых, при подстановке z^* , формула (8.64), в уравнение (8.58) для величины партий поставки с учетом ограничений после упрощений находим

$$S_i^* = \frac{B}{kV} \sqrt{\frac{2A_i C_{oi}}{C_{mi}}} \quad (8.65)$$

Во-вторых, выполнив аналогичные преобразования, получим аналитическое решение для переменных затрат, включающих затраты на выполнение заказов и хранение продукции:

$$C_{\Sigma 2}^* = \frac{1}{2} \left(\frac{kV^2}{B} + \frac{B\beta}{k} \right) \quad (8.66)$$

Из анализа зависимости (8.66) следует, что в многопродуктовых задачах с ограничением на величину капитала B не соблюдается принцип равенства затрат на выполнение заказа C_T и затрат на хранение C_X , которые соответствуют оптимальной партии поставки согласно фор-

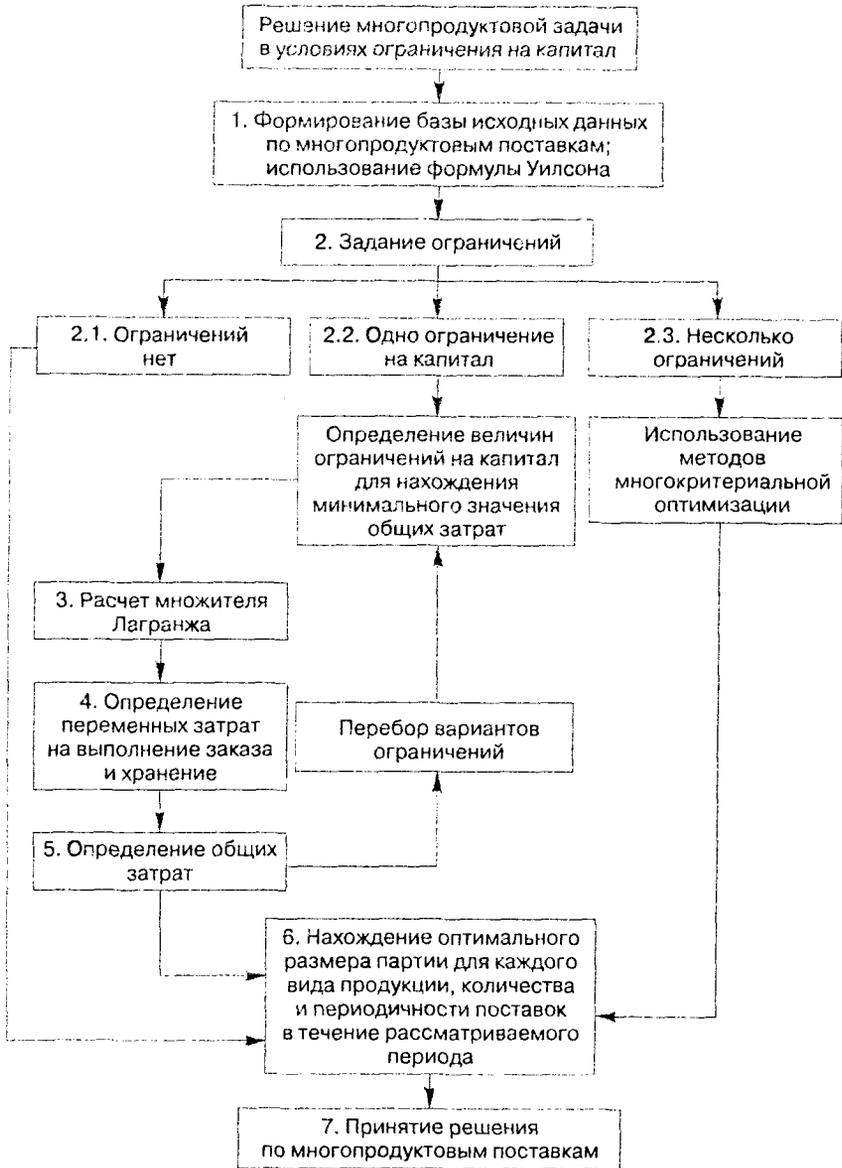


Рис. 8.16. Алгоритм принятия решения при многопродуктовых поставках

муле Уилсона. Так, из формулы (8.66) следует, что затраты на выполнение заказа

$$C_T^* = \frac{kV^2}{2B}. \quad (8.67)$$

Затраты на хранение

$$C_X^* = \frac{B\beta}{2k}. \quad (8.68)$$

Очевидно, что соотношения (8.67) и (8.68) должны соблюдаться при бюджетировании различных логистических служб предприятия, отвечающих за организацию заказов и за хранение продукции.

В-третьих, определим общие затраты, включающие капитал B , затраты на выполнение заказов C_T^* и хранение C_X^* :

$$C_\Sigma^*(B) = B + \frac{1}{2} \left(\frac{kV^2}{B} + \frac{B\beta}{k} \right). \quad (8.69)$$

Анализ зависимости (8.69) показывает, что в силу различного характера составляющих зависимость общих затрат $C_\Sigma^*(B)$ имеет оптимальное значение, которое находится с использованием общепринятой процедуры: определения производной $\frac{dC_\Sigma^*(B)}{dB}$ и приравнивания ее нулю:

$$\frac{dC_\Sigma^*(B)}{dB} = 1 - \frac{kV^2}{2B^2} + \frac{\beta}{2k} = 0. \quad (8.70)$$

Поскольку вторая производная $\frac{d^2C_\Sigma^*(B)}{dB^2} > 0$, то речь идет о минимуме функций $C_\Sigma^*(B)$.

Из уравнения (8.70) находим оптимальное значение капитала вложенного в запасы:

$$B^* = kV \sqrt{\frac{1}{2k + \beta}}. \quad (8.71)$$

При подстановке B^* в формулу (8.68) находим оптимальную величину общих затрат:

$$C_{opt}^* = \sqrt{2k + \beta} \times \sum_{i=1}^N \sqrt{2A_i C_{oi} C_{ni}}. \quad (8.72)$$

Пример 8.13. Рассмотрим пример использования полученных аналитических зависимостей. В табл. 8.23 приведены исходные данные

и результаты расчетов многопродуктовых поставок при отсутствии ограничений на финансовые ресурсы при $\beta = 0,2$ и $D = 365$ дн.

Из табл. 8.23 видно, что максимальные капиталовложения в запасы при оптимальных поставках продукции при $k = 0,5$.

Таблица 8.23

Исходные данные и результаты расчета показателей поставок для трех видов продукции при отсутствии ограничений [60]

Параметры, показатели	Вид продукции			Сумма
	1	2	3	
Потребность в заказываемом продукте A_i , ед.	1000	500	2000	–
Цена единицы продукции S_{0i} , руб.	20	100	50	–
Затраты на выполнение одного заказа C_{ni} , руб.	50	75	100	–
Размеры партии заказа S_{0i} , ед. (формула (8.4))	158	61	200	–
Затраты на заказ и хранение $C_{\Sigma 0}$, руб. (формула (8.7))	633	1225	2000	3858
Стоимость запасов $S_{0i}C_{ni}$, руб., тоже с учетом коэффициента $k = 0,5$	3160 1580	6100 3050	10000 5000	19260 9630
Количество заказов за расчетный период N_i^*	6,3	8,2	10	–
Периодичность поставок T_i , дн.	57,7	44,7	36,5	–
Примечание. При практическом использовании результаты требуют корректировки, например вместо $N_i^* = 6,3$ должно быть 6 или 7.				

$$k \sum S_{0i} C_{ni} = 9630 \text{ руб.}$$

Общие затраты при отсутствии финансовых ограничений $C_{\Sigma} = 9630 + 3858 = 13\,488$ руб.

Допустим, что возможные капиталовложения в запасы $B = 6000$ руб. Согласно (8.55), ограничение является существенным и дальнейшее решение возможно при использовании метода множителей Лагранжа.

Рассчитаем величину V :

$$V = \sqrt{2} \times (\sqrt{1000 \times 20 \times 50} + \sqrt{500 \times 100 \times 75} + \sqrt{2000 \times 50 \times 75}) = 8624 \text{ руб.}$$

По формуле (8.64) определим множитель:

$$z^* = \left[0,2 - (0,5 \times 8624 / 6000)^2 \right] / (2 \times 0,5) = -0,316$$

и переменные затраты, формула (8.62a):

$$C_{\Sigma 2} = 8624 \times \frac{0,2 + 0,5 \times 0,316}{\sqrt{0,2 + 2 \times 0,5 \times 0,316}} = 4307 \text{ руб.}$$

Соответственно затраты, связанные с выполнением заказов C_T и хранением C_X , равны:

$$C_T = \frac{0,5 \times 8624^2}{2 \times 6000} = 3107 \text{ руб.}; \quad C_X = \frac{6000 \times 0,2}{2 \times 0,5} = 1200 \text{ руб.}$$

Общие затраты на запасы, выполнение заказов и хранение:

$$C_{\Sigma} = 6000 + 4307 = 10\,307 \text{ руб.}$$

В табл. 8.24 приведены результаты расчетов величин поставок S_i ; формула (8.58), числа поставок N_{ni} ; формула (8.59), и периодичности поставок T_i ; формула (8.60).

Таблица 8.24
Параметры многопродуктовых поставок

Параметр i -го вида продукции	Ограничение на капитал $B = 6000$ руб.		Оптимальная величина ограничения на капиталовложение $B^* = 3938$ руб.
Общие поставки	—		—
S_1	158	98,4	64,8
S_2	61	38,2	25,1
S_3	200	124,3	81,9
Количество поставок	—		—
N_{n1}^*	6	10	15
N_{n2}^*	8	13	20
N_{n3}^*	10	16	25
ΣN_{ni}	24	39	60
Периодичность поставок, дн.	—		—
T_1	45,6	36,5	24,3
T_2	36,5	28	18,3
T_3	15,2	22,7	14,6
* Величины поставок округлены до целых значений.			

Рассмотрим вариант оптимизации общих затрат. По формуле (8.71) находим величину оптимальных капиталовложений в запасы:

$$B^* = 0,5 \times 8624 \sqrt{\frac{1}{1+0,2}} = 3936 \text{ руб.}$$

и оптимальную величину общих затрат, формула (8.72):

$$C_{\text{опт}}^* = \sqrt{1 + 0,2} \times 8624 = 9450 \text{ руб.}$$

Результаты расчетов S_p , $N_{\text{пр}}$, T_i для оптимального варианта и общих затрат приведены в табл. 8.24; в табл. 8.25 объединены результаты трех вариантов: без ограничений величины капиталовложений B , при наличии ограничений ($B = 6000$ руб.) и при оптимальном значении ограничений.

Таблица 8.25
Результаты расчетов затрат при многопродуктовых поставках

Показатель	Варианты расчета		
	без ограничений	при наличии ограничений	при оптимальной величине ограничения
Капиталовложения в запасы, руб.	9630	6000	3936
Множитель Лагранжа	0	-0,316	-0,990
Переменные затраты, в том числе:	3858	4307	5497
• затраты на поставки продукции	1929	3107	4724
• затраты на хранение	1929	1200	773
Общие затраты $C_2(B)$, руб.	13487	10307	9450

Из анализа полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Оптимизация общих затрат приводит к их абсолютному уменьшению по сравнению с первоначальным вариантом (отсутствие ограничений на капиталовложения в запасы). В то же время наблюдается существенный рост переменных затрат, тенденции изменения которых имеют противоположный характер: затраты, связанные с выполнением заказов, существенно возрастают из-за уменьшения величины партии поставок и роста их количества.
2. Полученные аналитические зависимости позволяют в «замкнутой форме» приводить оценку влияния различных показателей, связанных с многопродуктовыми поставками, на составляющие общих затрат — капиталовложения в запасы, затраты на поставку и затраты на хранение продукции.

3. Наличие оптимальной величины общих затрат является областью принятия стратегических компромиссных решений различных служб предприятия, отвечающих за закупку, транспортировку и хранение продукции.
4. Дальнейшее развитие методов решения многопоменклатурных и многопродуктовых задач требует, на наш взгляд, активного привлечения финансовой логистики, т. е. аналитического инструментария исследования динамики финансовых потоков.

8.5. Перспективы развития модели EOQ

Приведенные в предыдущих разделах материалы показывают, что модель EOQ занимает центральное место в теоретической логистике. Несмотря на то что многие аспекты применения модели достаточно хорошо изучены, ряд направлений требует проведения дальнейших исследований, в частности вопросы ограничений параметров и модификаций формулы Уилсона.

Рассмотрим два примера. В работе [16] приведены данные о поставках металлопродукции железнодорожным транспортом и получена формула для «оптимальной» величины заказа:

$$P_{opt} = \frac{bT_k A}{Z_{np} C_X}, \quad (8.73)$$

где b — масштабный коэффициент (принят $b = 1$); T_k — тариф за поставку одной транзитной (или складской) нормы, руб./вагон; A — суммарный спрос за рассматриваемый период (тонн в год); Z_{np} — норма производственного запаса, т; C_X — стоимость хранения 1 т проката в за-
пасах, руб./т.

Согласно [16], входящая в формулу (8.72) норма производственного запаса Z_{np} включает:

$$Z_{np} = Z_n + Z_c + 0,5P, \quad (8.74)$$

где Z_n — подготовительный запас, т; Z_c — страховой запас, т; P — текущий запас, т.

Исходные данные для расчета по формуле (8.73): $A = 32$ тыс. т в год; $T_k = 2730$ руб./вагон; $C_X = 50$ руб./т в год; $Z_{np} = 2040$ т. Помимо этого, указано, что стоимость одной тонны металла $C_n = 2900$ руб. При подстановке находим:

$$P_{opt} = \frac{1 \times 2730 \times 32000}{2040 \times 50} = 856 \text{ т.}$$

При загрузке одного вагона $Q_B = 60$ т получим количество вагонов при поставке P_{opt} :

$$n_B = \frac{856}{60} \approx 14,2 \cong 14 \text{ вагонов.}$$

На первый взгляд, формула (8.73) не вызывает особых возражений, за исключением производственного запаса Z_{np} , составную часть которого, а именно P — текущий запас, и требуется определить.

Для того чтобы разобраться в сложившейся ситуации, запишем выражение для общих затрат [16, с. 114]:

$$C_{\Sigma} = \frac{bT_k A}{P} + (Z_n + Z_c + 0,5P)C_X. \quad (8.75)$$

Для определения оптимальной величины поставки воспользуемся общепринятой процедурой, т. е. решим уравнение $dC_{\Sigma}/dP = 0$:

$$\frac{dC_{\Sigma}}{dP} = -\frac{bT_k A}{P^2} + 0,5C_X = 0. \quad (8.76)$$

После преобразований находим

$$P^*_{opt} = \sqrt{\frac{2bT_k A}{C_X}}. \quad (8.77)$$

Выражение (8.77) является формулой Уилсона.

При подстановке исходных данных в формулу (8.77) получим:

$$P^*_{opt} = \sqrt{\frac{2 \times 1 \times 2730 \times 32000}{50}} = 1869 \text{ т.}$$

или $n = 31$ вагон.

С одной стороны, величина P^*_{opt} значительно превосходит P_{opt} , но, с другой стороны, формула (8.77) не содержит противоречивого производственного запаса Z_{np} , включающего текущий запас.

Рассмотрим последовательность вывода формулы (8.73).

В работе [16] делается следующая подстановка, см. формулу (8.74):

$$Z_{np} = aP, \quad (8.78)$$

и далее считается, что a является постоянной величиной.

Это позволяет авторам записать уравнения для общих затрат в виде

$$C_{\Sigma} = \frac{bT_k A}{P} + aPC_X \rightarrow \min. \quad (8.79)$$

После дифференцирования получим

$$-\frac{bT_k A}{P^2} + aC_X = 0. \quad (8.80)$$

Следующий шаг вызывает недоумение, так как в уравнение (8.80) подставляется значение $a = 3_{np}/P$, формула (8.78), и после упрощений приходим к формуле (8.73). Аналогичная операция выполняется в работах [13,14], где она получила название «реверсивной».

Ошибка состоит в том, что a не является постоянной величиной, поскольку при вынесении за скобку P в правой части формулы (8.74) получим

$$S_{np} = \left(\frac{3_n}{P} + \frac{3_c}{P} + 0,5 \right) P. \quad (8.81)$$

Таким образом, a — переменная величина, зависящая от текущего запаса. Поэтому операция дифференцирования должна выполняться для функции:

$$\frac{bT_k A}{P} + \left(\frac{3_n}{P} + \frac{S_c}{P} + 0,5 \right) C_X P \rightarrow \min, \quad (8.82)$$

что, как показано выше, приводит к формуле (8.77).

Однако выявленная неточность не является главной, поскольку полученный по формуле (8.73) результат, на наш взгляд, некорректен. Как только величина $q_{\text{онт}}$ превысит массу одного вагона, необходимо заказывать дополнительный подвижной состав, допустим еще один вагон. Но в этом случае затраты, связанные с поставкой продукции, возрастут, т. е. при двух вагонах эти затраты составят $C_3 = 2T_k = 5460$ руб. При подстановке в формулу (8.77) находим

$$q_{\text{онт}}^* = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 2730 \times 32000}{50}} = 2644 \text{ т,}$$

или $n = \frac{2644}{60} = 44$ вагона и т. д.

Очевидно, что в данной постановке задача не имеет оптимального решения с точки зрения минимизации затрат на выполнение заказа и хранение продукции.

Отсюда можно сделать вывод: несоблюдение ограничений приводит к ошибочным расчетам величины EOQ.

В качестве другого примера рассмотрим модификации формулы Уилсона. Известно, что формула Уилсона (EOQ) имеет несколько

модификаций, подробно рассмотренных в ряде работ [7, 14, 18, 60 и др.]. Одной из них является модель с постепенным пополнением запаса и равномерным потреблением (см. табл. 3.2), известная также как «модель размера производственного запаса» (EPQ или POQ).

Отличие данной модели заключается в том, что разгрузка и пополнение запаса происходят не мгновенно, как в модели EOQ, а постепенно, с интенсивностью (темпом) $\mu = S/\tau$, где S — оптимальный размер заказа, τ — период разгрузки.

Формулы для расчета параметров заказа модели EPQ приведены в табл. 8.26. Основное допущение при использовании формул табл. 8.26: интенсивность пополнения μ больше интенсивности расхода λ , т. е. $\mu > \lambda$.

Таблица 8.26
Традиционные и откорректированные зависимости для параметров модели EPQ

Параметр модели	Традиционный вариант		Откорректированный вариант	
	$\mu > \lambda$	$\mu = \lambda$	$\mu > \lambda$	$\mu = \lambda$
Оптимальная партия поставки, S^*_{opt} , ед.	$S\alpha$	∞	$S\beta$	$\sqrt{\frac{2AC_0}{C_x}}$
Максимальная партия, поступающая на склад, S^*_{max} , ед.	S/α	0	S/α^2	0
Количество поставок N^* в плановый период D	$\frac{A}{S\alpha}$	0	$\frac{A}{S\beta}$	$\sqrt{\frac{AC_x}{2C_0}}$
Периодичность поставки T^* , дн.	$D \frac{S\alpha}{A}$	∞	$D \frac{S\beta}{A}$	$D \sqrt{\frac{2C_0}{AC_x}}$
Минимальные суммы C^*_{Σ} , ден. ед.	$\sqrt{\frac{2AC_0C_x}{\alpha}}$	0	$\sqrt{\frac{2AC_0C_x}{\beta}}$	$\sqrt{2AC_0C_x}$

В некоторых работах по логистике указывается, что если $\mu = \lambda$, то «запасов не требуется» и «нет проблемы определения размера заказа». В других работах подчеркивается, что при $\mu = \lambda$ размер текущего запаса постоянный, а сама логистическая система функционирует по принципу «точно в срок».

Однако, согласно табл. 8.26, вышеуказанные утверждения являются, на наш взгляд, дискуссионными и не дают ответов на два вопроса: по-

чему при $\mu = \lambda$ оптимальная партия S_{opt} и периодичность поставки T — бесконечны, а число заказов N и, самое главное, минимальные суммарные затраты C_{Σ}^* равны нулю. Все это противоречит экономической сущности модели Уилсона.

Как ни парадоксально, но ответ прост. При выводе формул для параметров EPQ не учтены затраты C_X^* , связанные с хранением продукции, прибывающей на склад в контейнерах, кузовах автомобилей или железнодорожных вагонах во время разгрузки транспортных средств.

По существу при $\mu = \lambda$ транспортные средства (контейнеры, автомобили и т. п.) должны простаивать в течение периода τ . С другой стороны, если бы стоимость хранения C_X^* была незначительной (существенно меньше, C_X или $C_X^* = 0$, как в модели EPQ), то выполнения части складских операций, связанных именно с хранением на складе, не потребовалось.

Проведенный нами анализ показал, что расчетные формулы для модели EPQ должны быть откорректированы (см. табл. 8.26).

При формировании табл. 8.26 были введены следующие обозначения:

- оптимальная партия заказа (формула Уилсона):

$$S = \sqrt{2AC_o/C_X}; \quad (8.83)$$

- «поправочный» коэффициент для модели EPQ:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\mu}{\mu - \lambda}}; \quad (8.84)$$

- «поправочный» коэффициент для откорректированной модели EPQ:

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\mu - \lambda(1 - (C_X^*/C_X))}}. \quad (8.85)$$

Для иллюстрации полученных зависимостей в табл. 8.27 приведены результаты расчетов для известных и откорректированных моделей при двух условиях ($\mu > \lambda$ и $\mu = \lambda$) и следующих исходных данных:

- потребность в заказываемом продукте $A = 1000$ ед. в год;
- затраты на выполнение одного заказа $C_o = 100$ руб.;
- затраты на хранение единицы продукции (на складе) $C_X = 20$ руб./ед. год;
- количество рабочих дней в год $D = 250$ дней;

Таблица 8.27
 Результаты расчета параметров модели

Параметр модели	Формула Уилсона	Традиционный вариант ($\mu > \lambda$)	Откорректированный вариант	
			$\mu > \lambda$	$\mu = \lambda$
Оптимальная партия поставки, S^*_{opt} , ед.	100	109	93/104	71/141
Максимальная партия, поступившая на склад, S^*_{max} , ед.	100	91	78/87	0
Количество поставок N^* в плановый период D	10	9,2	10,9/9,6	14,3/7,1
Периодичность поставки T^* , дн.	25	27,3	22,7/26	17,5/35
Минимальные суммы C^*_{Σ} , ден. ед.	2000	1820	2154/1920	2828/1410
Примечание. В числителе $C^*_X/C_X = 2$, в знаменателе $C^*_X/C_X = 0,5$.				

- интенсивность пополнения запасов на склад $\mu = 25$ ед./дн.;
- интенсивность расхода запаса со склада $\lambda = 4$ ед./дн.

Затраты на хранение доставленной продукции вне склада C^*_X принимались равными 40 руб./ед., год и 10 руб./ед., год, т. е. отношения $\alpha = C^*_X/C_X$ были взяты равными 2 и 0,5.

Из анализа табл. 8.27 можно сделать следующие выводы:

1. Введение затрат на хранение C^*_X (при постепенной разгрузке транспортных средств) позволяет восстановить экономический смысл модели EPQ.
2. Откорректированная модель является универсальной, так как включает частные случаи в традиционную модель EPQ (при $C^*_X = C_X$) и модель Уилсона EOQ (при $C^*_X = C_X$ и $\lambda/\mu \rightarrow 0$, т. е. «мгновенное пополнение запаса»).
3. Проведенные расчеты показали, что помимо модели EPQ корректировке подлежат другие модификации формулы Уилсона, в частности:
 - ♦ модель экономического размера партии (EBQ) – постепенного пополнения запаса (без расхода) и последующего равномерного расхода;
 - ♦ обобщенная детерминированная модель с учетом потерь от дефицита и постепенным (не мгновенным) пополнением запаса,

находящегося в контейнерах, кузовах автомобилей или железнодорожных вагонах во время их постепенной разгрузки.

Таким образом, среди многообразия возможных направлений исследований модели ЕОQ к важнейшим, на наш взгляд, могут быть отнесены следующие:

- постепенный переход от допущений, принятых при выводе формулы Уилсона и ее модификаций, путем замены линейных (детерминированных, независимых, упрощенных) реальными параметрами (случайными, взаимосвязанными и взаимозависимыми), отражающими большее количество составляющих затрат и различных факторов;
- обязательный учет в модели всевозможных ограничений, связанных с внутренними и внешними факторами и обеспечивающих по сути ее «жизнеспособность»;
- подробный, достоверный анализ всех составляющих затрат (издержек, расходов), их идентификация, однозначная трактовка и классификация;
- разумное усложнение модели, ее дифференциация, без которой невозможно приблизить аналитические зависимости к практическим, прикладным задачам;
- разработка специального пакета программ, позволяющего проводить расчеты всей гаммы возможных вариантов модели ЕОQ, анализировать их и осуществлять выбор эффективных решений.

Контрольные вопросы

1. Дайте краткую характеристику основным составляющим суммарных общих затрат, на основе которых рассчитывается оптимальный или экономичный размер заказа ЕОQ.
2. Как в соответствии с основной моделью расчета определяются оптимальный размер заказа, количество заказов, минимальные суммарные затраты за рассматриваемый период и время между заказами?
3. При каких допущениях была получена формула Уилсона?
4. Как определяются оптимальный размер заказа и минимальные суммарные затраты за рассматриваемый период, если затраты на хранение зависят от площади (или объема) склада, требующейся для всей поступившей партии?
5. Каковы преимущества дифференцированного учета затрат на хранение?

6. Как определяется оптимальный размер заказа с учетом скидок, если цена изменяется, а затраты на хранение не зависят от изменения цены?
7. Как определяется оптимальный размер заказа с учетом скидок, если изменяются цена и затраты на хранение?
8. Как определяется оптимальный размер заказа с учетом скидок, если между изменениями цены и изменяющимися затратами на хранение не наблюдается однозначной зависимости?
9. Каковы преимущества многономенклатурного заказа?
10. Как определяются основные параметры, характеризующие многономенклатурную поставку?
11. Какие ограничения и каким образом учитываются при многономенклатурных поставках?
12. Как определяются основные параметры, характеризующие многономенклатурную поставку, организованную по системе кратных периодов?
13. Как определяются основные параметры, характеризующие многопродуктовую поставку с учетом ограничения максимальной величины капитала, который предполагается вложить в запасы?
14. Охарактеризуйте алгоритм принятия решений при многопродуктовых поставках.

Раздел 9

РАСЧЕТ ТЕКУЩЕГО И СТРАХОВОГО ЗАПАСА

Методы расчета текущего и страхового запаса могут быть разделены на три группы:

- методы, основанные на обработке статистических данных;
- аналитические методы;
- имитационное моделирование и последующая обработка результатов.

В подразделе 9.1 рассмотрены методы нормирования текущего и страхового запасов на основе статистических данных о параметрах поставки и расхода, приводится пример с использованием «искусственных» статистических данных, полученных при имитационном моделировании расхода и поставки. В подразделе 9.2 рассмотрен аналитический подход к определению страхового запаса.

9.1. Общие зависимости для расчета норм запасов

Материальные запасы — это находящиеся на различных стадиях производства (и обращения) продукция производственно-технического назначения, потребительские и другие товары, ожидающие вступления в процесс внутреннего или производственного потребления [45].

Управление запасами — важнейшая функция логистики, которой посвящено большое количество работ отечественных и зарубежных ученых.

Управление запасами предусматривает решение двух основных задач:

- определение размеров запаса;
- разработка системы контроля за фактическим размером запаса и своевременным его наполнением.

В теории логистики запасы классифицируются по ряду признаков. Рассмотрим их деление по функциональному признаку, в соответствии с которым выделяются текущие, страховые (гарантийные), подготовительные, сезонные и другие виды запасов. Наибольший интерес с точ-

ки зрения использования моделей и методов теории логистики представляют задачи определения текущего и страхового запасов.

Напомним, что, согласно терминологическому словарю [45]:

- текущий запас — это основная часть производственных (товарных) запасов, обеспечивающая непрерывность снабжения производственного процесса (оптовой торговли) между двумя очередными поставками;
- страховой, или гарантийный, запас, предназначенный для непрерывного снабжения производства в случае непредвиденных обстоятельств (нарушение сроков, объемов поставок и т. д.), является величиной постоянной и в нормальных условиях — неприкосновенной;
- нормы запасов — расчетное минимальное количество сырья и материалов, которое должно находиться у предприятий и снабженческо-сбытовых организаций для обеспечения бесперебойного снабжения производства или реализации продукции.

В табл. 9.1, 9.2 приведены формулы для расчета норм текущего и страхового производственного запаса, взятые в основном из работы А. Р. Родионова и Р. А. Родионова «Логистика: Нормирование сбытовых запасов и оборотных средств предприятия».¹ Расчет норм запаса по формулам табл. 9.1 и 9.2 предполагает наличие статистических данных о поставках и расходе.

Если величины T_T и T_c выражены в днях, то для расчета нормы текущего и страхового запаса в натуральном выражении используются зависимости:

$$q = T_T \times \lambda; \quad (9.1)$$

$$q^*_c = T_c \times \lambda, \quad (9.2)$$

где λ — среднесуточная потребность, ед./дн.

Из анализа табл. 9.1 и 9.2 следует:

- приведенные зависимости значительно отличаются друг от друга, что, с одной стороны, отражает их специфику (сбытовые, производственные и товарные запасы), а с другой стороны, говорит о том, что нет единого методического подхода;
- отсутствие сравнительных примеров расчета не позволяет отдать предпочтение какой-либо из приведенных формул без проведения дополнительных исследований;

¹ М.: Дело, 2002.

Таблица 9.1
**Формулы для расчета текущей составляющей нормы
 производственного запаса T_T**

Автор метода, год	Расчетная формула	Обозначения
М. П. Айзенберг-Горский, 1956	$T_T = \frac{T_{cp} + S_{cp}}{2} - 1$	T_{cp} — средний интервал между поставками, дн. S_{cp} — средний интервал между суточными отпусками, дн.
А. М. Баскин, 1965	$T_T = \frac{T_{cp} - S_{cp}}{2}$	
Методика Минтяжмаша	$T_T = T_{cp}/2 = \frac{1}{2N} \sum_i^N t_i$	
Н. Д. Фасоляк, 1972	$T_T = \frac{1}{2} \left[T_{cp} + \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (t_i - T_{cp})^2} + (1/R_{cp}) \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Q_i - Q_{cp})^2} \right]$	R_{cp} — среднесуточный расход (в год) t_i — интервал i -й поставки Q_i — объем i -й поставки
Б. К. Федорчук,* 1967	$T_T = \frac{\sum_i^N Q_i t_i}{\frac{N}{2 \sum_i^N Q_i}}$	Q_{cp} — средний объем поставки N — количество поставок (в год)

* Аналогичная формула была использована А. П. Долговым [13], А. М. Зеваковым и В. В. Петровым [16].

Таблица 9.2
**Формулы для расчета страховой составляющей нормы
 производственного запаса T_c**

Автор метода, год	Расчетная формула	Обозначения
К. В. Инютина,* 1969	$T_c = \gamma \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_i - T_{cp})^2 \times Q_i}{\sum_i^N Q_i}}$	t_i — интервал i -й поставки, дн. T_{cp} — средний интервал между поставками, дн. Q_i — объем i -й поставки γ — коэффициент, показывающий надежность обеспечения запасом N — количество поставок
Н. Д. Фасоляк, 1977	$T_c = K \frac{\sum_{j=1}^i (t_j - T_{cp}) Q_j}{\sum_{j=1}^i Q_j}$	K — коэффициент, показывающий надежность обеспечения запасом t_j — величины интервалов, большие T_{cp} M — количество «опоздавших» поставок, т. е. $T_i > T_{cp}$

* Аналогичная формула была использована А. М. Зеваковым и В. В. Петровым [16].

Окончание табл. 9.2

Автор метода, год	Расчетная формула	Обозначения
Е. А. Мельникова и др., 1979	$T_c = \frac{\max Z_m - Z }{\varphi R_{cp}}$	R_{cp} — среднесуточный расход (в год) Z_m — отклонение суточного остатка от среднего уровня перед поставками (Z)
А. С. Хрящев, Б. К. Федорчук, 1980	$T_c = \frac{3\sigma}{R_{cp}} - \frac{Q_{cp}}{2R_{cp}}$	σ — среднеквадратическое отклонение суточных остатков топлива от среднего уровня, вычисленного по скользящей средней
В. А. Щетина и др., 1988	$T_c = \delta \times \sigma_c / \sqrt{n}$	δ — параметр (аргумент) функции Лапласа $\Phi(\delta)$ σ_c — среднеквадратическое отклонение интервала между поставками n — максимальное количество поставок в году ретроспективного периода
А. П. Долгов, 2004	$T_c = b \frac{\sum_j^N (t_j^{on} - T_{cp}) Q_j}{\sum_j^N Q_j^{on}}$	b — интенсивность расхода $t_j^{on} \geq T_{cp}$ Q_j^{on} — размер поставки в так называемой опоздавшей партии

- все основные зависимости получены до 1990 г., т. е. в условиях плановой экономики. Помимо этого, они базируются на статистических данных, полученных в результате наблюдений за поставками и расходами в предыдущие периоды.

Принципиально другой подход к оценке времени и размера текущего запаса, приведенный в разделе 8 (формула Уилсона), базируется не только на данных наблюдений за поставками (расходами), но и на экономических показателях. С учетом формул раздела 8 норма текущего запаса запишется в виде (в днях):

$$T_T = D \sqrt{\frac{C_0}{2AC_n i}}, \quad (9.3)$$

в натуральных единицах:

$$q = \sqrt{\frac{AC_0}{2C_n i}}. \quad (9.4)$$

Пример 9.1. Рассчитаем норму текущего и страхового запаса по данным о поставке и расходе двигателей на складе автотранспортного предприятия, табл. 9.3 и 9.4. [65].

Таблица 9.3
Данные о поставках двигателей на склад

Дата поставки	Интервал между поставками, дн.	Объем поставки, ед.
02 янв.	1	10
13 янв.	11	2
23 янв.	10	2
17 янв.	4	5
30 янв.	3	8
31 янв.	1	16
13 фев.	13	1
18 фев.	5	7
22 фев.	4	9
23 фев.	1	6
24 фев.	1	6

Таблица 9.4
Данные о расходе двигателей на складе

Дата поступления требования	Интервал между требованиями, дн.	Объем требований, ед.
02 янв.	1	5
05 янв.	3	5
11 янв.	6	5
17 янв.	6	6
25 янв.	8	4
31 янв.	6	4
01 фев.	1	2
02 фев.	1	4
03 фев.	1	1
06 фев.	3	1
09 фев.	3	9
10 фев.	1	1
13 фев.	3	7
20 фев.	7	3
24 фев.	4	9

Определим статистические характеристики параметров поставки и расхода двигателей. Вспомогательные расчеты приведены в табл. 9.5.

Средний интервал между поставками:

$$T_{cp} = 54/11 = 4,9 \approx 5 \text{ дн.}$$

Среднее квадратическое отклонение интервала поставки:

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{194,9}{11-1}} = 4,1 \approx 4 \text{ дн.}$$

Средний объем поставки:

$$Q_{cp} = 72/11 = 6,5 \text{ ед.}$$

Среднее квадратическое отклонение объема поставки:

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{184,73}{11-1}} = 4,3 \approx 4 \text{ ед.}$$

Средний интервал между требованиями:

$$S_{cp} = 54/15 = 3,6 \text{ дн.}$$

Среднее квадратическое отклонение интервала расхода:

$$\sigma_S = \sqrt{\frac{83,6}{15-1}} = 2,4 \text{ дн.}$$

Средний объем требования:

$$R_{cp} = 66/15 = 4,4 \text{ ед.}$$

Среднее квадратическое отклонение объема требований:

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{95,6}{15-1}} = 2,6 \text{ ед.}$$

Выполним расчеты нормы текущего запаса по формулам (см. табл. 9.1):
М. П. Айзенберга-Горского:

$$T_T = \frac{5+3,6}{2} - 1 = 3,3 \text{ дн.};$$

А. М. Баскина:

$$T_T = \frac{5-3,6}{2} = 0,7 \text{ дн.};$$

приведенной в методике Минтяжмаша:

$$T_T = \frac{54}{2 \times 11} = 2,45 \text{ дн.};$$

Таблица 9.5
Вспомогательная таблица для расчета параметров поставки и расхода двигателей

Дата поставки	Интервал между поставками, дн.		Объем поставки, ед.		Дата поступления требования	Интервал между требованиями, дн.		Объем требований, ед.	
	T_i	$(T_i - T_{сп})^2$	Q_i	$(Q_i - Q_{сп})^2$		S_i	$(S_i - S_{сп})^2$	R_i	$(R_i - R_{сп})^2$
02 янв.	1	15,3	10	11,93	02 янв.	1	6,76	5	0,36
13 янв.	11	37,1	2	20,66	05 янв.	3	0,36	5	0,36
23 янв.	10	25,9	2	20,66	11 янв.	6	5,76	5	0,36
17 янв.	4	0,8	5	2,39	17 янв.	6	5,76	6	2,56
30 янв.	3	3,6	8	2,12	25 янв.	8	19,36	4	0,16
31 янв.	1	15,3	16	89,39	31 янв.	6	5,76	4	0,16
13 фев.	13	65,5	1	30,75	01 фев.	1	6,76	2	5,76
18 фев.	5	0,0	7	0,21	02 фев.	1	6,76	4	0,16
22 фев.	4	0,8	9	6,02	03 фев.	1	6,76	1	11,56
23 фев.	1	15,3	6	0,30	06 фев.	3	0,36	1	11,56
24 фев.	1	15,3	6	0,30	09 фев.	3	0,36	9	21,16
-	-	-	-	-	10 фев.	1	6,76	1	11,56
-	-	-	-	-	13 фев.	3	0,36	7	6,76
-	-	-	-	-	20 фев.	7	11,56	3	1,96
-	-	-	-	-	24 фев.	4	0,16	9	21,16
Суммы	54	194,9	72	184,73	-	54	83,6	66	95,6

Н. Д. Фасоляка:

$$T_T = \frac{1}{2} \left[5 + 4 + \frac{4}{4,4} \right] \approx 5 \text{ дн.};$$

Б. К. Федорчука:

$$T_T = \frac{1 \times 10 + 11 \times 2 + 10 \times 2 + \dots + 1 \times 6}{2 \times 72} = \frac{208}{144} = 1,44 \text{ дн.}$$

Расчет показал, что норма текущего запаса, рассчитанная по разным формулам, колеблется от 0,7 до 5 дн., т. е. наблюдается почти семикратное расхождение результатов расчета. На наш взгляд, это объясняется присутствием четырех случайных величин, характеризующих процессы поставки и расхода двигателей: интервала времени между поставками, объема поставки, интервала времени между требованиями и объемом требований (расхода), тогда как формулы табл. 9.1, по которым были рассчитаны нормы текущего запаса, учитывают в основном не более двух случайных величин.

Для определения нормы страхового запаса по формулам табл. 9.2 необходимо выполнить вспомогательные расчеты, табл. 9.6.

Таблица 9.6
Вспомогательная таблица для расчета страхового запаса

Дата поставки	Интервал между поставками, дн., T_i	Объем поставки, ед., Q_i	$T_i Q_i$	$(T_i - T_{cp})^2 Q_i$	Q_i для $T_i > T_{cp}$	$(T_i - T_{cp}) Q_i$ для $T_i > T_{cp}$
02 янв.	1	10	10	152,81	—	—
13 янв.	11	2	22	74,20	2	12,18
23 янв.	10	2	20	51,83	2	10,18
17 янв.	4	5	20	4,13	—	—
30 янв.	3	8	24	29,16	—	—
31 янв.	1	16	16	244,50	—	—
13 фев.	13	1	13	65,46	1	8,09
18 фев.	5	7	35	0,06	7	0,64
22 фев.	4	9	36	7,44	—	—
23 фев.	1	6	6	91,69	—	—
24 фев.	1	6	6	91,69	—	—
Суммы	54	72	208	812,96	12	31,09

Рассчитаем норму страхового запаса по формулам:

К. В. Инютиной:

$$T_c = 2\sqrt{\frac{(1-4,9)^2 \times 10 + (11-4,9)^2 \times 2 + \dots + (1-4,9)^2 \times 6}{72}} =$$

$$= 2\sqrt{\frac{812,96}{72}} = 6,7 \text{ дн.};$$

Н. Д. Фасоляка:

$$T_c = \frac{(11-4,9) \times 2 + (10-4,9) \times 2 + (13-4,9) \times 1 + (5-4,9) \times 7}{2+2+1+7} =$$

$$= 2 \frac{31,09}{12} = 5,2 \text{ дн.};$$

В. А. Щетины:

$$T_c = 1,65 \times \frac{4}{\sqrt{11}} = 2,09 \text{ дн.};$$

В. А. Долгова:

$$T_c = \frac{4,4}{3,6} \times \frac{31,09}{12} = 3,16 \text{ дн.};$$

Таким образом, из анализа результатов расчета страхового запаса по формулам табл. 9.2 следует, что диапазон значений колеблется от 2 до 7 дн., что несколько меньше, чем размах таких значений для нормы текущего запаса.

Пример 9.2. Рассчитаем норму текущего и страхового запаса для циклического процесса с ежедневным расходом и фиксированной величиной максимального запаса $Q_{\max} = 25$ ед. Статистические параметры поставки и расхода следующие:

средний интервал между поставками: $T_{cp} = 5$ дн.;

среднее квадратическое отклонение интервала поставки: $\sigma_T = 1$ дн.;

средний расход: $R_{cp} = 5$ ед./дн.;

среднее квадратическое отклонение расхода: $\sigma_R = 2,54$ ед./дн.

На основе имеющихся данных смоделируем процесс поставки и расхода товара. При разработке модели учитывалось следующее:

1. Продолжительность цикла поставки T_j подчиняется определенному закону распределения, вид которого и необходимые статистические параметры заданы. В частном случае это нормальный закон.

2. Ежедневный расход d_j подчиняется закону распределения, вид которого задается. В частном случае это нормальный закон.

3. Моделирование величин d_i продолжается до момента времени T_j , при этом в каждом цикле проверяется условие

$$\sum d_i \geq Q. \quad (9.5)$$

Если условие не соблюдается (не наблюдается дефицита), то при поступлении следующей поставки на складе в виде запаса сохраняется случайное количество изделий $\xi_i = Q - \sum d_i$. Эта случайная величина необходима для моделирования последующих циклов как начальное значение величины запаса на складе (вместе с поставкой Q_{ip}). При раздельном моделировании циклов ξ_i может быть выведена как самостоятельный результат моделирования. Если условие (9.5) соблюдается, то фиксируется как время наступления, так и количество дней дефицита.

4. Предусматривается реализация процессов, у которых начальное значение запаса Q_n отличается от Q , рассчитываемого по формуле

$$Q = \bar{T} \times \bar{D}.$$

Разница $\Delta = Q_n - Q$, по существу, представляет собой страховой запас. Очевидно, варьируя величину Q_n , можно добиться условия, что вероятность отсутствия дефицита будет составлять заданную величину, например $P = 0,95$ или $P = 0,99$.

Таким образом, в результате моделирования формируются массы следующих случайных величин: d — суммарный расход изделий; ξ — остаток на складе на момент поступления новой партии; ψ — количество дней дефицита; η — дефицит изделий. Указанные случайные величины подвергаются традиционной статистической обработке.

На рис. 9.1 показана графическая интерпретация результатов моделирования процесса поставки и расхода.

Результаты моделирования 30 циклов и промежуточные вычисления для расчета нормы запаса приведены в табл. 9.7.

По результатам моделирования получили: средний интервал между поставками

$$T_{cp} = 156/30 = 5,2 \approx 5 \text{ дн.};$$

среднее квадратическое отклонение интервала поставки

$$T_{cp} = \frac{156}{30} = 5,2 \approx 5 \text{ дн.};$$

средний объем поставки

$$Q_{cp} = 791/30 = 26,4 \approx 26 \text{ ед.};$$

Окончание табл. 9.7

Интервал между поставками, дн., T_j	Объем поставки, ед., Q_j	$(T_j - T_{cp})^2$	$(Q_j - Q_{cp})^2$	$T_j Q_j$	$(T_j - T_{cp})^2 Q_j$	$(T_j - T_{cp}) Q_j$ для $T_j > T_{cp}$
5	32	0	36	160	0	–
5	24	0	4	120	0	–
5	23	0	9	115	0	–
5	32	0	36	160	0	–
6	28	1	4	168	28	28
4	16	1	100	64	16	–
4	26	1	0	104	26	–
4	16	1	100	64	16	–
6	22	1	16	132	22	22
6	21	1	25	126	21	21
6	33	1	49	198	33	33
6	33	1	49	198	33	33
2	11	9	225	22	99	–
5	29	0	9	145	0	–
7	34	4	64	238	136	68
4	21	1	25	84	21	–
156	791	34	1295	4256	795	448

Примечание. В последней строке суммы значений в столбцах.

среднее квадратическое отклонение объема поставки

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{1295}{30}} = 6,6 \approx 7 \text{ ед.}$$

Расчет нормы текущего и страхового запаса по формулам табл. 9.1 и 9.2 представлен в табл. 9.8 и 9.9. Кроме норм запаса в табл. 9.8, 9.9 показаны результаты расчета величины запаса в днях (исходя из того, что норма текущего запаса равна половине величины запаса) и натуральных единицах.

Расчет нормы текущего и страхового запаса для циклического процесса с фиксированной величиной максимального размера запаса и ежедневным расходом показал, что разброс полученных значений значительно меньше в сравнении с процессом, где случайными являются четыре величины: интервал между поставками, объем поставки,

Таблица 9.8

Расчет текущего запаса для циклического процесса с $Q_{\max} = 25$ ед.

Автор зависимости для расчета нормы запаса	Норма запаса, дн.	Запас, дн.	Запас,* ед.
Айзенберг-Горский М. П.	$T_T = \frac{5+1}{2} - 1 = 2$	4	20
Баскин А. М.	$T_T = \frac{5-1}{2} = 2$	4	20
Методика Минтяжмаша	$T_T = \frac{156}{2 \times 30} = 2,6$	5,2	26
Фасоляк Н. Д.	$T_T = \frac{1}{2} \left[5 + 1 + \frac{6,6}{26} \right] = 3,13$	6,26	31,3
Федорчук Б. К.	$T_T = \frac{4256}{2 \times 791} = 2,69$		26,9
* Рассчитывается с учетом, что средний расход в день составляет $R_{cp} = 5$ ед.			

Таблица 9.9

Расчет страхового запаса для циклического процесса с $Q_{\max} = 25$ ед.

Автор зависимости для расчета запаса	Запас, дн.	Запас,* ед.
Инютина К. В., Зеваков А. М., Петров В. В.	$T_c = \sqrt{\frac{795}{791}} = 2,006$	10,0
Фасоляк Н. Д.	$T_c = 2 \frac{448}{476} = 1,88$	9,4
Долгов А. П.	$T_c = 5 \frac{448}{476} = 4,71$	23,6
* Рассчитывается с учетом, что средний расход в день составляет $R_{cp} = 5$ ед.		

спрос и интервал между требованиями (см. пример 9.1). Так, разброс текущего запаса составил от 20 до 31 ед. (по результатам моделирования — 26 ед.), разброс значений страхового запаса — от 10 до 24 ед. (по результатам моделирования — 14 ед.). Это сопоставление позволяет сделать вывод, что формулы для расчета нормы запаса (табл. 9.1 и 9.2) могут использоваться для процессов с числом случайных величин, не превышающих две, например случайная продолжительность цикла поставки и случайный ежедневный расход.

9.2. Расчет страхового запаса

Практически в каждой книге по логистике рассматривается классическая модель расходования и пополнения запасов (рис. 9.2). Основными параметрами управления запасами, отмеченными на рис. 9.2, являются:

- параметры заказа: размер заказа (q_n), точка (момент) заказа (t_3), интервал между заказами (τ_3);
- параметры поставок: размер поставки (q_n), момент поставки (τ_n), интервал между поставками (t_n);
- уровень запаса: максимальный (Q_{\max}), средний (\bar{Q}), страховой ($Q_{\text{стр}}$).

Классическая модель расходования и пополнения запасов является идеальной при полностью детерминированных параметрах управления запасами. Большая часть практических ситуаций отличается от идеальной схемы, в них присутствует неопределенность, вызванная различными причинами, но главным образом случайным характером ежедневного спроса d_j и продолжительности логистического цикла T_l . Случайность основных параметров поставок и спроса, а также логистические риски являются причинами создания страховых запасов.

Анализ различных источников позволил сформулировать следующие положения.

1. Реализация текущего запаса в общем случае представляет собой дискретный, не возрастающий случайный процесс, отражающий неста-

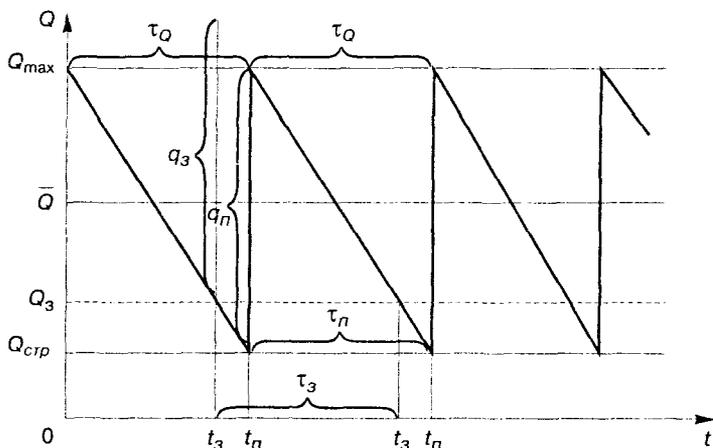


Рис. 9.2. Классическая модель расходования и пополнения запасов

что налагает дополнительные ограничения на возможности ее использования при управлении заказами. Помимо этого, расчет по формуле Уилсона не всегда возможен ввиду трудности и отчасти условности определения значений входящих в нее величин, например годового объема потребления, затрат на поставку и хранение и т. д.

5. Если в момент времени t_j суммарный ежедневный расход $\sum d_i$ достигает начального запаса на складе σ , т. е. возникает ситуация дефицита, то предполагается, что неудовлетворенные заявки продолжают накапливаться до случайного момента T_k — времени поступления нового заказа. Таким образом, при $\sum d_i \geq Q$ речь идет не о реальном, а о прогнозируемом процессе накопления заявок на интервале $\Delta T = T_k - T_j$. Случайные накопленные величины дефицита используются для оценки страхового запаса.

Для расчета величины страхового запаса в условиях неопределенности в работах [2, 51] рекомендована формула

$$Q_{\text{стр}} = k\sigma_c, \quad (9.6)$$

где k — коэффициент, определяемый с помощью табулированной функции $f(k)$; σ_c — общее среднее квадратичное отклонение.

Функция $f(k)$ — функция потерь, которая определяется площадью, ограниченной правой ветвью «кривой нормального распределения». В табл. 9.10 приведены значения k и $f(k)$.

Таблица 9.10
Значения функции потерь $f(k)$ и коэффициента k (фрагмент)

$f(k)$	k	$f(k)$	k
0,3989	0,0	0,0366	1,4
0,3068	0,2	0,0232	1,6
0,2304	0,4	0,0110	1,8
0,1686	0,6	0,0074	2,0
0,1202	0,8	0,0036	2,3
0,0833	1,0	0,0014	2,6
0,0561	1,2	0,0003	3,0

Функция $f(k)$ рассчитывается по формуле

$$f(k) = (1 - S_L)Q/\sigma_c, \quad (9.7)$$

где S_L — величина дефицита; Q — размер заказа.

Величина дефицита S_L в работе [2] называется также «уровнем доступности продуктов» или «желательным уровнем обслуживания». Судя по размерности, S_L может быть названа вероятностью отсутствия дефицита.

Входящее в формулы (9.6) и (9.7) общее среднее квадратическое отклонение рассчитывается по формуле

$$\sigma_c = \sqrt{\bar{T}\sigma_D^2 + \bar{D}^2\sigma_T^2}, \quad (9.8)$$

где \bar{T} , \bar{D} – соответственно среднее значение продолжительности функционального цикла и количество продаж продукта в день; σ_T , σ_D – соответственно средние квадратические отклонения случайных величин T и D .

Формула (9.8) была предложена в 1961 г. Р. Феттером [51, с. 226].

Пример 9.3. Рассчитаем страховой запас при $Q = 300$ ед., $S_L = 0,99$, $\bar{T} = 10$ дн., $\sigma_T = 2$ дн., $\bar{D} = 5$ ед., $\sigma_D = 2,54$ ед. По формуле (9.8) находим

$$\sigma_c = \sqrt{10 \times 2,54^2 + 5^2 \times 2^2} = 13 \text{ ед.}$$

Затем по формуле (9.7)

$$f(k) = (1 - 0,99) \frac{300}{13} = 0,2308$$

и, наконец, по формуле (9.6) при $k = 0,4$ (см. табл. 9.10):

$$Q_{\text{стр}} = 0,4 \times 13 = 5,2 \text{ ед.}$$

Таким образом, страховой запас в 5 ед. «обеспечивает насыщение спроса клиентов на 99% при размере заказа 300 ед.». В табл. 9.11 приведены результаты расчетов также при других Q : 200 и 100 ед. [2].

Таблица 9.11
Зависимость страхового запаса от размера заказа

Размер заказа Q , ед.*	$f(k)$	k	Страховой запас $Q_{\text{стр}}$, ед.
300	0,2307	0,4	5,2
200	0,154	0,65	8,4
100	0,077	1,05	13,6
518,6	0,3989	0	0
50	0,0380	1,4	18,2
13	0,0100	1,85	24,0
5	0,0038	2,28	29,6

* При $Q = 100, 200$ и 300 результаты взяты из [2], остальные расчеты выполнены авторами.

Из табл. 9.11 следует парадоксальный вывод: чем меньше размер заказа Q , тем больше страховой запас $Q_{смп}$.

Поскольку в комментариях к формулам (9.6)–(9.8) ничего не говорится об ограничениях, то был проведен расчет при $Q = \bar{D} = 5$ ед., т. е. при $\bar{T} = 1$ дн. Величина запаса составила $Q_{смп} = 29,6$ ед., следовательно, превзошла среднюю ежедневную поставку в 6 раз.

Полученные результаты настораживают не только с точки зрения страхового запаса, но и возможной вариации «величины дефицита» S_L . Так, при $Q = 300$ ед., $\sigma_c = 13$ ед. варьирование значений функции $f(k)$ от 0,3989 до 0,0003 в формуле (9.7) привело к изменению S_L всего на 0,017, т. е. от $S_L = 0,983$ до $S_L = 1,00$. Но не поддается объяснению область значений, когда «величина дефицита» S_L становится меньше нуля, что противоречит физической сущности данной вероятностной характеристики. Например, в анализируемом примере при $f(k) = 0,4$ и $Q = 5$ ед. находим

$$S_L = 1 - \frac{0,4 \times 13}{5} = -0,04.$$

Попытаемся объяснить возникновение данного «парадокса» с помощью рис. 9.4. В работе [2] расчет страхового запаса произведен при $Q = 50$ ед., $\bar{T} = 10$ дн. В этом случае при заданной вероятности P разбросу случайных величин времени цикла T соответствует линия А, которая может быть названа базовым уровнем (рис. 9.4).

Перенесем нулевой уровень вверх по вертикальной оси ($0'$), тем самым уменьшая \bar{T} . Учитывая, что для реализации ежедневного расхода наблюдается сильное перемешивание и они расходятся в виде «пучка», ограниченного линиями Q_0F , разбросу случайных величин T будет соответствовать линия С, рис. 9.4. Если перенести нулевой уровень в точку $0''$, то продолжительность цикла возрастает и разбросу случайных величин T будет соответствовать линия D.

Таким образом, некорректность расчета по формуле (9.8) состоит в том, что для разных Q и соответственно \bar{T} подставляется одно и то же значение σ_T , поэтому разброс случайных величин T ограничен параллельными линиями B (рис. 9.4).

Формула (9.8) будет верна в случае, если вместо \bar{T} и σ_T соответствующих базовому уровню, будут подставлены среднее и среднее квадратическое отклонение новой продолжительности цикла заказа (\bar{L} , σ_L). Если для новых условий нет данных для определения статистических параметров продолжительности функционального цикла, то для учета изменившихся условий следует ввести в расчет параметр, позволяющий учесть подобие (подобие треугольников на рис. 9.4).

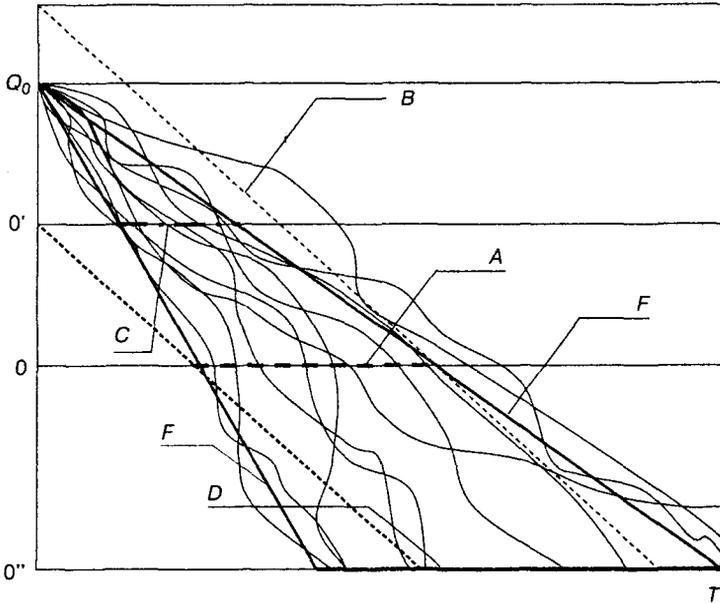


Рис. 9.4. Графическая интерпретация корректировки формулы (9.8)

В качестве такого параметра может использоваться коэффициент вариации.

Допустим, что статистические параметры, характеризующие ежедневный расход (или объем продаж), \bar{D} и σ_D постоянны и не зависят от продолжительности цикла T ; закон распределения ежедневных продаж — нормальный. Для продолжительности цикла, подчиняющегося нормальному закону, среднее значение равно \bar{T} , а среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_T = v_T \times \bar{T}, \quad (9.9)$$

где v_T — коэффициент вариации, определенный на основе статистической обработки для базовой выборки.

Например, если статическая информация собрана для базового уровня цикла заказа с параметрами $\bar{T} = 10$ дн., $\sigma_T = 2$ дн. и $v_T = 0,2$, то для цикла с $\bar{L} = 20$ дн., соответственно $\sigma_{L=20} = 0,2 \times 20 = 4$ дн.

Таким образом, формула (9.8) может быть записана в виде

$$\sigma_c = \sqrt{\bar{L}\sigma_D^2 + \bar{D}^2(v_T\bar{L})^2}, \quad (9.10)$$

где \bar{L} — среднее значение продолжительности цикла заказа, отличное от базового уровня.

Справедливость формулы (9.10) была доказана с помощью имитационного моделирования при различных Q , \bar{L} , v_T , результаты которых оказались близкими к полученным по формуле (9.10).

Для расчета величины страхового запаса в ряде работ используется формула

$$Q_{cmp} = t_p \sigma_c \quad (9.11)$$

где t_p — коэффициент, соответствующий вероятности P отсутствия дефицита продукции на складе; σ_c — среднее квадратическое отклонение.

При подстановке σ_c в формулу (9.11) получим

$$Q_{cmp} = t_p \sqrt{\bar{L} \sigma_D^2 + \bar{D}^2 (v_T \bar{L})^2}. \quad (9.12)$$

Пример 9.4. Рассчитаем величину страхового запаса для $Q = \bar{D} = 5$ ед. и $\sigma_D = 2,54$; $v_T = 0,2$, т. е. при средней ежедневной поставке $\bar{L} = 1$ дн.

При подстановке $t_p = 1,282$, что соответствует вероятности отсутствия дефицита $P = 0,9$, находим:

$$Q_{cmp} = 1,282 \sqrt{1 \times 2,54^2 + 5^2 (0,2 \times 1)^2} = 3,5 \text{ ед.}$$

Соответственно при $P = 0,99$ и $t_p = 2,33$ $Q_{cmp} = 6,36$ ед.

При учете того, что ежедневная поставка $Q = 5$ ед. и страховой запас (при $P = 0,99$) равен $Q_{cmp} = 6$ ед., на складе в начале дня должен находиться запас в 11 ед.

В работе [13] предлагается рассчитывать среднее квадратическое отклонение по формуле:

$$\sigma_c = \sqrt{\bar{T}^2 \sigma_D^2 + \bar{D}^2 \sigma_T^2}. \quad (9.13)$$

Согласно [13], при выводе формулы (9.13) использовалось правило «сложения и свойства дисперсий двух независимых (некоррелированных) совокупностей». Однако остается неясным, для какой зависимости расхода запаса от времени используется указанное правило. На наш взгляд, речь идет о линейной зависимости вида

$$q = Q_0 - dT, \quad (9.14)$$

где Q_0 — неслучайная величина размера поставки; d — интенсивность ежедневного расхода, случайная величина с параметрами \bar{D} , σ_D ; T — случайная величина продолжительности цикла поставки с параметрами \bar{T} , σ_T .

Для примера на рис. 9.5 приведены линии A и B , которые аппроксимируются зависимостью (9.14) и являются реализациями случайного процесса с так называемым *слабым перемешиванием*.

Для расчета среднего квадратического отклонения σ_q воспользуемся методом линеаризации функции случайной величины:

$$\sigma_q^2 = \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial d} \right)^2 \times \sigma_d^2 + \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial T} \right)^2 \times \sigma_T^2. \quad (9.15)$$

При подстановке формулы (9.14) в формулу (9.15) получим

$$\sigma_q^2 = \bar{T}^2 \sigma_d^2 + \bar{D}^2 \sigma_T^2.$$

Таким образом, формула (9.13) будет справедлива, если зависимость расхода от времени является линейной функцией.

Пример 9.5. Рассчитаем величину страхового запаса при $\bar{D} = 5$ ед., $\sigma_D = 2,54$; $v_T = 0,2$, $P = 0,99$, $t_p = 2,33$ по трем вариантам (табл. 9.12).

Первый вариант (I) – по формуле (9.6), при этом среднее квадратическое отклонение рассчитывается по формуле (9.8).

Второй вариант (II) – по формуле (9.12).

Третий вариант (III) – по формуле (9.11), при этом среднее квадратическое отклонение рассчитывается по формуле (9.13).

Как видно из табл. 9.12, размер страхового запаса, полученного по разным вариантам расчета, имеет значительные расхождения (рис. 9.6).

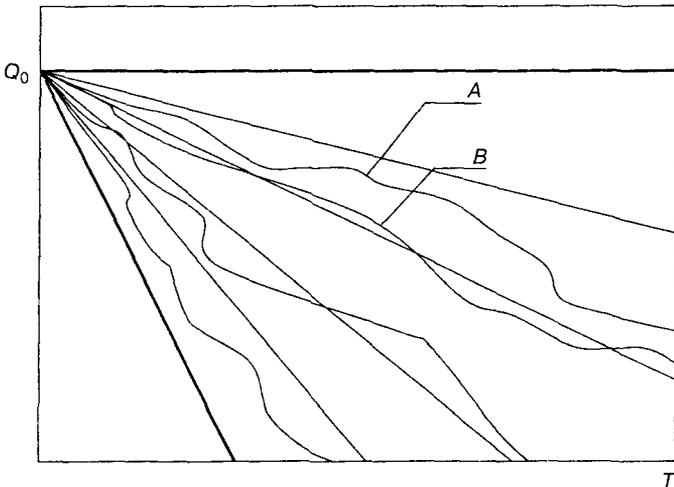


Рис. 9.5. Графическая интерпретация формулы (9.13)

Таблица 9.12
 Результаты расчета страхового запаса по трем вариантам

Объем заказа, Q, ед.	Средняя продолжительность цикла поставки, \bar{T} , дн.	Среднее квадратическое отклонение, ед.			Страховой запас, ед.		
		I (формула (9.8))	II (формула (9.10))	III (формула (9.13))	I (формула (9.6))	II (формула (9.12))	II (формула (9.11))
5	1	10,3	2,7	10,3	22,7	6,3	23,7
25	5	11,5	7,6	16,2	18,4	17,4	37,2
50	10	12,8	12,8	27,3	18,0	29,5	62,8
100	20	15,1	23,0	51,8	16,6	52,9	119,1
200	40	18,9	43,1	102,1	17,0	99,1	234,8
300	60	22,1	63,1	152,7	16,6	145,2	351,3
518	103,6	27,7	106,8	263,3	15,2	245,6	605,7

В заключение рассмотрим вопрос о зависимости между текущим и страховым запасами. Ряд авторов считают, что эти запасы независимы; в других работах приводятся соответствующие уравнения, отражающие взаимосвязь между текущим и страховым запасами, например формула (8.72), или полученные в работах [13, 14] две разные формулы:

$$S^* = \sqrt{Z_r^2 + (EOQ)^2} - Z_r, \quad (9.16)$$

и

$$S^* = (EOQ) \sqrt{\frac{1}{1+2a}}, \quad (9.17)$$

где S^* — оптимальный размер заказа, с учетом наличия гарантийного запаса; Z_r — гарантийный запас, включающий страховой и подготовительный запас; EOQ — оптимальный (максимальный) текущий запас, рассчитываемый по формуле Уилсона (8.4); a — коэффициент, определяющий соотношение максимальной текущей и страховой частей запаса, $a = Z_r/EOQ$ [14, с. 351].

Из формул (9.16), (9.17) следует, что величина S^* непосредственно зависит от величины страхового запаса, который, в свою очередь, должен быть рассчитан по другим формулам.

Следует отметить, что все вышеуказанные формулы получены с использованием так называемой реверсивной операции [14].

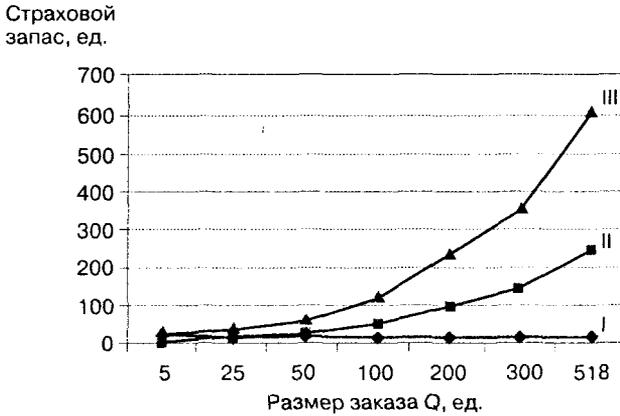


Рис. 9.6. Величина страхового запаса, определенная по вариантам: I — по формулам (9.6) – (9.8); II — по формуле (9.12); III — по формулам (9.11) и (9.13)

Приведем один из возможных подходов к решению данной задачи, учитывая, что вывод расчетных формул зависит от выбранной стратегии управления запасами. Напомним, что к основным стратегиям управления запасами относятся [7, 13, 18 и др.]:

- с фиксированным размером заказа или с использованием точки возобновления заказа ROP;
- с фиксированным интервалом времени между заказами T ;
- двухуровневые системы («минимум-максимум») и др.

Обратимся к формуле для расчета страхового запаса:

$$S_{\text{срп}} = \sqrt{\bar{T} \sigma_D^2 + \bar{D}^2 \sigma_T^2}. \quad (9.18)$$

При фиксированном интервале времени между заказами $T = \text{const}$ и следовательно, $\sigma_T = 0$ с учетом, что $\bar{T} = S/\bar{D}$, запишем формулу (9.18) в виде

$$S_{\text{срп}} = t_p \sigma_D \sqrt{\frac{S}{\bar{D}}}. \quad (9.19)$$

Тогда критериальное уравнение общих затрат запишется в виде

$$C_{\Sigma} = \frac{AC_0}{S} + \frac{C_x S}{2} + C_x t_p \sigma_D \sqrt{\frac{S}{\bar{D}}} \rightarrow \min. \quad (9.20)$$

Таким образом, для определения оптимальной величины текущего запаса $S_{\text{опт}}^*$, учитывающего страховой запас, можно воспользоваться

численным методом. Другой вариант для расчета S^*_{opt} может быть получен из дифференциального уравнения:

$$-\frac{C_o A}{S^2} + \frac{C_X}{2} + \frac{C_X t_p \sigma_D}{2\sqrt{DS}} = 0. \quad (9.21)$$

Тогда итерационная формула для расчета S^*_{opt} имеет вид

$$S_{i+1} = \sqrt{(EOQ)^2 - \frac{t_p \sigma_D}{\sqrt{D}} \sqrt{S_i^3}}. \quad (9.22)$$

Пример 9.6. Рассчитаем текущий и страховой запас при использовании стратегии управления с фиксированным интервалом времени между заказами.

Исходные данные для расчета: $A = 1$ тыс. ед./год; $C_o = 100$ руб.; $C_X = 20$ руб./ед. год; $t_p = 2,0$ (при $P = 0,96$); $\sigma_D = 2,54$ ед./дн.; $D = 5$ ед./дн.

В табл. 9.13 приведены результаты расчета общих затрат, формула (9.20), из которых следует, что оптимальная величина текущего запаса S^*_{opt} находится в диапазоне 85–95 ед.

Для уточнения величины S_{opt} воспользуемся итерационной формулой (9.22). При $S_0 = 95$ ед. находим

$$S_1 = \sqrt{(100)^2 - \frac{2 \times 2,54}{\sqrt{5}} \sqrt{95^3}} = 89 \text{ ед.}$$

Второе приближение при $S_1 = 89$:

$$S_2 = \sqrt{(100)^2 - \frac{2 \times 2,54}{\sqrt{5}} \sqrt{89^3}} = 90.$$

Следовательно, можно принять $S^*_{opt} = 90$ ед.

Для расчета величины страхового запаса воспользуемся формулой (9.19). При подстановке исходных данных и S^*_{opt} находим

$$S_{стр} = 2 \times 2,54 \sqrt{\frac{90}{5}} = 21,5 \approx 22 \text{ ед.}$$

Для сравнения выполним расчеты S^*_{opt} по формуле (9.16):

$$S = \sqrt{22^2 + (100)^2} - 22 = 80 \text{ ед.}$$

и по формуле (9.17):

$$S = (100) \sqrt{\frac{1}{1 + 2 \left(\frac{22}{100} \right)}} = 83 \text{ ед.}$$

Таблица 9.13

Расчет величины текущего запаса (с учетом страхового запаса)

Текущий запас S , ед.	Затраты на выполнение заказа $\frac{AC_0}{S}$, руб.	Затраты на хранение текущего запаса $\frac{C_x S}{2}$, руб.	Затраты на хранение страхового запаса $C_x t_p \sigma_D \sqrt{\frac{S}{D}}$, руб.	Суммарные затраты C_Σ , руб.
50	2000	500	318	2818
75	1333	750	393	2476
85	1176	850	419	2445
90	1111	900	431	2442
95	1053	950	443	2445
100	1000	1000	454	2454
125	800	1250	503	2553

При других стратегиях управления запасами для установления зависимости между оптимальным текущим (ЕОQ) и страховым запасами в связи с усложнением уравнения для общих затрат (9.20) следует, на наш взгляд, использовать имитационное моделирование.

Контрольные вопросы

1. Что такое материальные запасы?
2. Какие основные задачи решаются в управлении запасами?
3. На какие виды разделяют запасы по функциональному признаку?
4. Что такое текущий запас?
5. Что такое страховой запас?
6. Что такое норма запаса?
7. Приведите несколько формул для расчета нормы текущего запаса, основанных на статистических данных о поставках и расходе.
8. Приведите несколько формул для расчета нормы страхового запаса, основанных на статистических данных о поставках и расходе.
9. Назовите основные параметры поставок и заказа.
10. Прокомментируйте классическую модель расходования и пополнения запасов и модель с учетом неопределенности спроса и продолжительности цикла заказа.

11. Какие формулы могут быть использованы для расчета размера страхового запаса?
12. Почему формула для определения среднего квадратического отклонения страхового запаса (формула Р. Феттера) ошибочна при изменении продолжительности функционального цикла?
13. Приведите откорректированный вариант формулы Р. Феттера.

Раздел 10

ТРАНСПОРТНАЯ ЛОГИСТИКА: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ПЕРЕВОЗОК ГРУЗОВ

Предметом транспортной логистики является комплекс задач планирования и управления, связанных с перемещением грузов. Основное внимание в данном разделе будет уделено логистическим аспектам задач, традиционно относимым к теории транспортных процессов, на решение которых направлено большинство публикаций по транспортной логистике отечественных и зарубежных ученых.

Так, например, в работе Ronald H. Ballou [68, с. 197] приведены основные подходы к формированию маршрутов доставки груза потребителям для внутригородского сообщения (рис. 10.1).

Сравнительный анализ «плохого» и «хорошего» вариантов свидетельствует, что формирование маршрутов должно строиться на известных принципах:

- пути следования транспортных средств не должны пересекаться (рис. 10.1, *a–b*);
- выделение групп обслуживаемых потребителей следует осуществлять с учетом максимально эффективного радиуса (рис. 10.1, *b–z*);
- не допускается пересечение сфер обслуживания для разных транспортных средств (рис. 10.1, *d–e*).

10.1. Планирование маршрута доставки груза в смешанном сообщении на основе сетевого графика

Снижение транспортных расходов возможно за счет применения новых технологий перевозки, реорганизации транспортной инфраструктуры и интеграции транспортных систем. Таким образом, главным инструментом в указанном процессе является использование нескольких видов транспорта при доставке грузов. При этом следует отметить, что указанный способ доставки обозначается разными терминами.

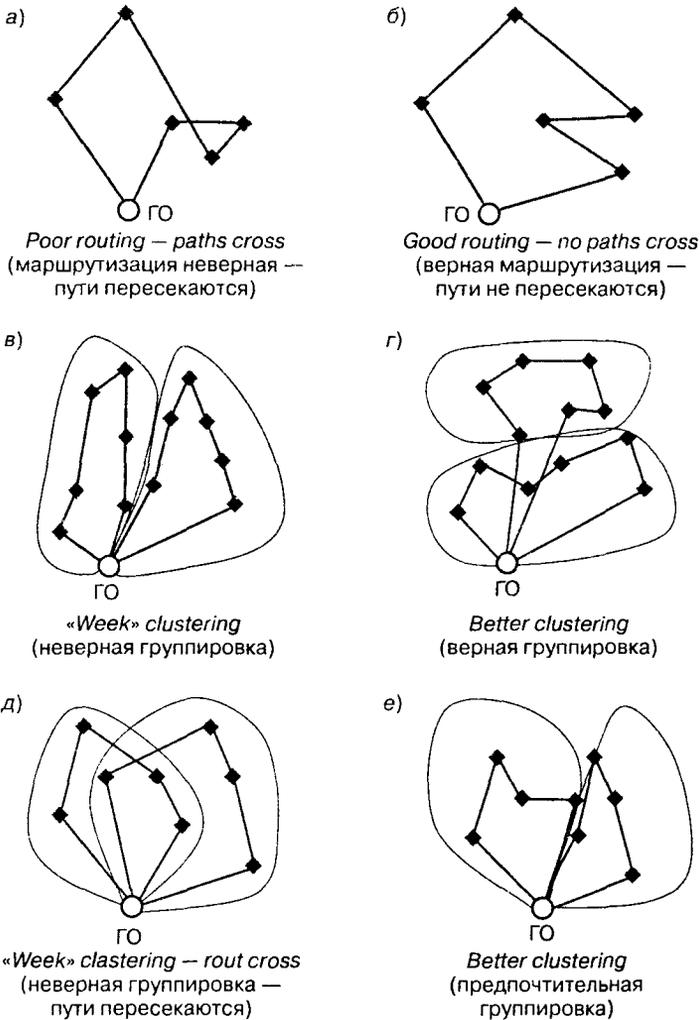


Рис. 10.1. Графическая интерпретация решений задач транспортной логистики (ГО — грузоотправитель)

Н. С. Усков и Н. Г. Вензик [58] привели определение Секретариата Конференции ООН по торговле и развитию (ЮНКТАД), в котором выработаны следующие основные понятия о видах перевозок:

1. Унимодальная (юнимодальная) перевозка — это перевозка грузов одним видом транспорта и одним или несколькими перевозчиками.

2. Интермодальная перевозка — это перевозка грузов с перевалкой между несколькими видами транспорта, при которой один из перевозчиков организует всю транспортировку от пункта происхождения через один или несколько пунктов перевалки до конечного пункта.
3. Сегментированная перевозка возникает, если перевозчик, организующий транспортировку, принимает ответственность лишь за часть перевозки, осуществляемую им самим.
4. Мультимодальная перевозка возникает, если перевозчик, организующий транспортировку, принимает ответственность за всю перевозку с выдачей документа о мультимодальной перевозке.
5. Комбинированная перевозка — это перевозка грузов в одном и том же грузовом месте или транспортном средстве путем комбинации различных видов транспорта.

Обобщающая схема, позволяющая определить основные характеристики каждого вида перевозки, приведена на рис. 10.2.

Однако указанные определения не в полной мере используются в отечественных публикациях. Основной проблемой является то, что все эти определения используют одновременно, подменяя одно другим. Причиной этого, на наш взгляд, является смешение русского и латинского обозначения видов перевозки — смешанные перевозки в латинской транскрипции *combine* (комбинированные), при этом в зарубежных источниках чаще всего можно встретить *multimodal* (мультимодальные).

В настоящем пособии будем придерживаться наиболее общего определения смешанной перевозки, которая при выполнении определенных дополнительных условий становится интермодальной или мультимодальной.

Смешанная перевозка — транспортировка грузовой партии от пункта отправления до пункта назначения, когда в процессе перемещения используется более одного вида транспорта. Смешанная перевозка может осуществляться как при участии предприятий транспортной инфраструктуры (например, терминалов), если такие предприятия являются связующими звеньями между перевозчиками, так и без такового, когда груз последовательно передается от перевозчика к перевозчику с одного вида транспорта на другой. Посредством такой системы доставки выполняются условия «точно в срок» и «от двери до двери» [66].

Можно выделить следующие дополнительные особенности смешанных перевозок:



Рис. 10.2. Группировка видов международных перевозок по формам и условиям их организации

1. Согласованное использование в перевозке более одного вида транспорта.
2. Перевозка организуется и осуществляется одним лицом — оператором смешанной перевозки.
3. Отношения между заказчиком и исполнителем комплексной транспортной услуги (оператором смешанной перевозки) регулируются на основе одного договора.
4. Смешанная перевозка может иметь статус международной. В этом случае место приема груза к перевозке и предполагаемое место его сдачи находятся на территории двух различных государств.

Для планирования смешанной перевозки грузов наиболее актуальным является использование сетевых моделей.

Сетевые модели — важный класс оптимизационных задач, пересекающихся с задачами календарного планирования. Задача сетевого планирования в общем случае сводится к построению рационального плана проведения сложного комплекса работ, состоящего из отдельных элементарных взаимно обусловленных операций. Взаимная обусловленность работ определяется тем, что выполнение некоторых из них нельзя начать раньше, чем будут завершены некоторые опорные операции. Основным материалом для сетевого планирования является структурная таблица комплекса работ, содержащая:

- перечень элементарных работ комплекса;
- перечень работ, на которые опираются элементарные работы;
- время выполнения каждой работы.

Метод сетевого планирования позволяет на основе исходной информации указать сроки начала каждой работы комплекса, вычислить время, необходимое для выполнения всего комплекса работ, выявить критические работы, несвоевременное выполнение которых влечет за собой изменение общего времени выполнения всего комплекса, а также не критические работы, небольшие задержки в выполнении которых не сказываются на общей продолжительности комплекса.

Таким образом, сетевой график позволяет изобразить логическую и временную структуру комплекса работ. Работы на графике изображаются векторами (дугами), проекции которых на ось времени равны времени их выполнения. Моменты завершения работ — это узлы графика (рис. 10.3). Дуге, идущей из i -го события в j -е, присваивается время выполнения t_{ij} . В том случае, если точное время выполнения работы неизвестно, то, зная максимальное t_M , минимальное t_m и наиболее вероятное t_n время, можно определить

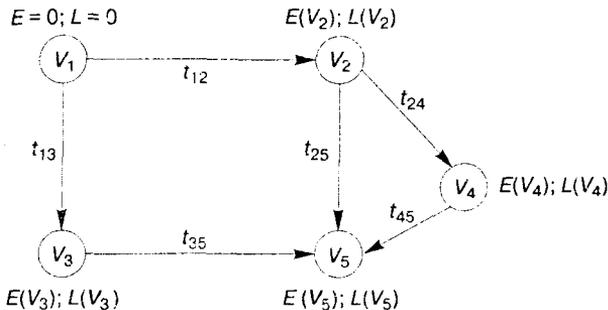


Рис. 10.3. Сетевой график и его характеристики

$$t_{ij} = \frac{t_m + 4t_n + t_M}{6}. \quad (10.1)$$

Двигаясь от начального события к конечному, можно проходить разные маршруты. Время движения по каждому маршруту может не совпадать. В этом случае *полное время* осуществления проекта определяется как максимальное время прохождения какого-либо маршрута. При этом любой путь, время движения по которому равно полному времени, называют *критическим путем*.

Предполагая, что исходное событие V_1 происходит в нулевой момент, определяют *ранние сроки совершения событий* $E(V_i)$. Для исходного события $E(V_1) = 0$. Для остальных работ расчет производится исходя из следующих условий. Пусть в i -е событие входит несколько работ с номерами k, p, \dots, z . Находятся все суммы $E(V_k) + t_{ki}$, $E(V_p) + t_{pi}$, ..., $E(V_z) + t_{zi}$. Величина $E(V_i)$ будет равно максимальной из найденных значений, поскольку событие совершится только после завершения последней, самой поздней работы. Ранее время завершения последней работы и определяет полное время осуществления проекта.

Поздний срок наступления события $L(V_i)$ характеризует последний момент времени, в который может произойти событие при условии неизменности времени выполнения проекта. Находится $L(V_i)$ подобно раннему сроку, но двигаются из конца сети в начало. Для последней работы n принимается $L(V_n) = E(V_i)$. Для нахождения $L(V_i)$ требуется найти, во-первых, все вершины, в которые входят работы из i -й вершины (пусть это будут работы с номерами k, p, \dots, z), далее определяют все разности $L(V_k) - t_{ik}$, $L(V_p) - t_{ip}$, ..., $L(V_z) - t_{iz}$ и минимальная из них — искомый поздний срок $L(V_i)$.

Для всех событий критического пути выполняются следующие два условия: во-первых, ранние и поздние сроки совпадают; во-вторых, продолжительность каждой работы критического пути равна разности между моментами совершения конечного и начального события этой работы.

Если работа не лежит на критическом пути, то у нее обычно есть определенный резерв времени, что позволяет наиболее эффективно распределять ресурсы по работам. Выделяют следующие виды резервов — общие, свободные и независимые.

Общий резерв $R_{ij} = L(V_j) - E(V_i)$ — это время, на которое можно перенести начало работы, не увеличивая общее время выполнения проекта.

Свободный резерв r_{ij} вычисляется следующим образом: $r_{ij} = E(V_j) - E(V_i) - t_{ij}$ и показывает, насколько можно отодвинуть начало работы

i от раннего момента ее возможного начала, не влияя на наступление раннего срока совершения V_j .

При этом следует учитывать, что использование резерва одной работы может уменьшать резервы последующих и предыдущих работ. В некоторых случаях продолжительность времени выполнения работы может быть увеличена без изменения резервов времени предшествующих и последующих работ. Такое возможное увеличение времени работы называется *независимым резервом* P_{ij} и вычисляется следующим образом: $P_{ij} = E(V_j) - L(V_i) - t_{ij}$.

Таким образом, логическое и временное представление работы с помощью сетевых графиков дает возможность планировать и контролировать ход выполнения проекта.

Временная характеристика является одним из определяющих факторов, влияющих на выбор цепи доставки, однако наиболее перспективным является использование многокритериальной оценки; например, дополнительно можно использовать критерии стоимости и приведенной стоимости транспортировки. Поэтому в настоящем исследовании, не описывая подробно элементарные работы агентов, выявим основные параметры сетевого графика при смешанных перевозках, которые будут влиять на принятие управленческого решения в логистической сети.

Транспортный процесс при смешанных перевозках состоит из последовательной доставки груза различными видами транспорта и промежуточной перегрузки (рис. 10.4) [55]. Приведенных технологических схем в ряде случаев может быть более одной, т. е. этапы 2–6 и 8, 9 для разных схем доставки могут не совпадать. Таким образом, планирование смешанной перевозки грузов можно представить как ряд сово-

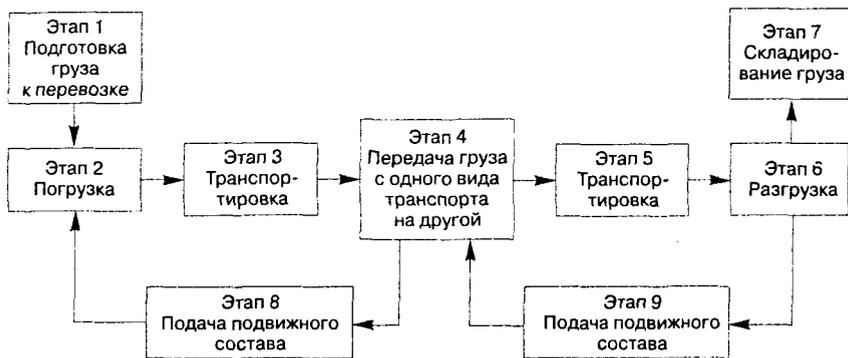


Рис. 10.4. Технологическая схема доставки груза с использованием нескольких видов транспорта

купностей, состоящих из элементарных работ, которые должны быть последовательно выполнены. При этом указанные совокупности являются альтернативными друг другу, т. е. пересечение схем доставки в одном пункте сетевого графика означает только их пространственную, а не временную зависимость.

Из всего вышесказанного следует, что сетевой график, характеризующий доставку груза в смешанном сообщении, будет иметь следующие особенности:

- каждой дуге присваивается только одно значение рассматриваемых критериев, характеризующее потери во временном и/или стоимостном выражении;
- каждому промежуточному пункту (узлу сетевого графика) соответствует одно или несколько значений, определяемых как сумма длин дуг. Количество значений зависит от количества альтернативных вариантов доставки в рассматриваемый пункт;
- сетевой график не требует расчетов раннего и позднего сроков выполнения каждой работы;
- выбор варианта производится на основе сравнения полученных характеристик схемы доставки с заданными условиями.

Учитывая приведенные особенности, сетевой график при смешанных перевозках в общем виде можно представить как пространственно зависимые схемы доставки с учетом различных параметров, используемых для принятия управленческого решения (рис. 10.5). При этом в качестве критериев выбора вариантов доставки предлагается использовать:

- время (T);
- стоимость (C);
- приведенную стоимость, определяемую по формуле

$$C^* = (C_{\text{груза}} + C_T) (1 + \Delta)^n, \quad (10.2)$$

где C^* — оценка стоимости груза и его доставки с учетом фактора времени (интегральная оценка); $C_{\text{груза}}$ — закупочная стоимость груза; C_T — стоимость перевозки; $(1 + \Delta)^n$ — множитель наращивания процентов по процентной ставке Δ за n периодов, $n = T/365$.

Каждой работе V_i соответствуют три значения — время T_i , стоимость доставки C_i и интегрированный показатель C^* , которые определяются как сумма дуг по различным вариантам доставки, — один из указанных показателей при заданных условиях является основным при принятии управленческого решения о выборе варианта доставки. Условной

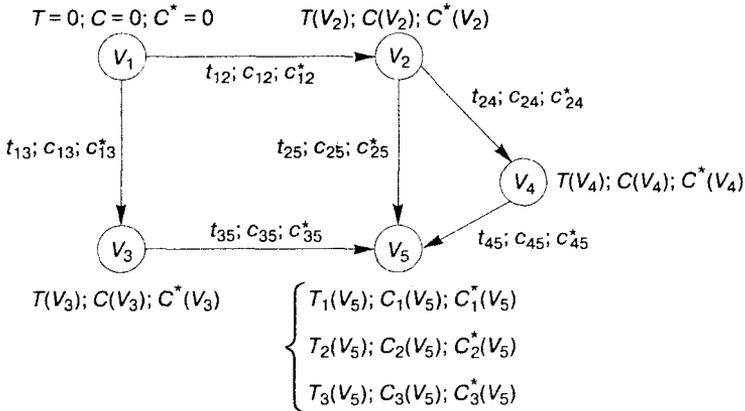


Рис. 10.5. Сетевой график вариантов доставки груза и его характеристики

работе V_1 — «начало доставки, грузоотправитель» — соответствуют три значения, равных нулю.

Дуга сетевого графика представляет собой или процесс непосредственной перевозки груза одним видом транспорта, или выполнение какой-либо работы по погрузке, разгрузке или переработке груза и его оформлению.

Путь следования из одного узла в другой может быть альтернативным, например:

- если дуга означает процесс транспортировки, то наличие двух и более путей свидетельствует о возможности использования на этом маршруте нескольких альтернативных друг другу видов транспорта;
- если дуга означает процесс оформления груза в пункте, то привлечение посредников и отказ от их услуг приведут к появлению нескольких альтернативных друг другу вариантов.

Таким образом, для пунктов, где пересекаются альтернативные пути доставки, появляется несколько суммарных значений T , C и C^* (работа V_5).

Выбор производится на основе одного определяющего на данный момент времени показателя. В случае если важность показателей имеет примерно одинаковое значение и если ни для одной из схем доставки не оказалось, что все значения ниже, чем для любой другой (тогда выбор очевиден), для выбора схемы перевозки можно использовать критерии принятия решения в условиях неопределенности.

Наиболее известны критерии Лапласа, Вальда, Сэвиджа и Гурвица, позволяющие принять решение в условиях неопределенности на основе анализа матрицы возможных результатов: строки соответствуют возможным действиям R_j (вариантам доставки грузов); столбцы — возможным состояниям «природы» S_i (критериям доставки); элементы матрицы — результат при выборе j -го действия и реализации i -го состояния V_{ji} (рис. 10.6) [5].

	S_1	S_2	...	S_i	...	S_n
R_1	V_{11}	V_{12}	...	V_{1i}	...	V_{1n}
R_2	V_{21}	V_{22}	...	V_{2i}	...	V_{2n}
...
R_j	V_{j1}	V_{j2}	...	V_{ji}	...	V_{jn}
...
R_m	V_{m1}	V_{m2}	...	V_{mi}	...	V_{mn}

Рис. 10.6. Общий вид матрицы возможных результатов

Критерий Лапласа опирается на принцип недостаточного основания, согласно которому все состояния природы S_i ($i = \overline{1, n}$) полагаются равновероятными. Таким образом, каждому состоянию S_i соответствует вероятность q_i , определяемая по формуле

$$q_i = \frac{1}{n}. \quad (10.3)$$

Для принятия решения для каждого действия R_j вычисляется среднее арифметическое значение потерь:

$$M_j(R) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_{ji}. \quad (10.4)$$

Среди $M_j(R)$ выбирают минимальное значение, если, как в рассматриваемом случае, матрица возможных результатов представлена матрицей потерь (или максимальное, во всех других ситуациях), которое и будет соответствовать оптимальной стратегии:

$$W = \min\{M_j(R)\}, \quad (10.5)$$

где W — значение параметра, соответствующее оптимальной стратегии (варианту доставки груза).

Критерий Вальда (минимаксный или максиминый критерий), основанный на принципе наибольшей осторожности. В случае когда результат V_{ji} представляет собой потери, при выборе оптимальной стратегии используется минимаксный критерий. Требуется на первом этапе в каждой строке найти наибольший элемент $\max\{V_{ji}\}$, а далее выбирается действие R_j (строка j), которому будет соответствовать наименьший элемент из этих наибольших элементов:

$$W = \min_j \max_i \{V_{ji}\}. \quad (10.6)$$

Критерий Сэвиджа использует матрицу рисков, элементы r_{ji} которой определяют по формуле

$$r_{ji} = V_{ij} - \min_j \{V_{ji}\}. \quad (10.7)$$

Таким образом, r_{ji} есть разность между наилучшим значением в столбце i и значениями V_{ji} при том же i . Согласно критерию, рекомендуется выбрать ту стратегию, при которой величина риска принимает наименьшее значение в самой неблагоприятной ситуации:

$$W = \min_j \max_i \{r_{ji}\}. \quad (10.8)$$

Критерий Гурвица основан на двух следующих предположениях: природа может находиться в самом невыгодном состоянии с вероятностью $(1 - \alpha)$ и в самом выгодном состоянии с вероятностью α , где α — коэффициент доверия. Если элементы матрицы представляют собой потери, то выбирают действие, которое выполняет следующее условие:

$$W = \min_j \left[\alpha \min_i V_{ji} + (1 - \alpha) \max_i V_{ji} \right]. \quad (10.9)$$

Критерий Гурвица устанавливает баланс между случаями крайнего оптимизма и пессимизма путем взвешивания этих двух способов поведения соответствующими весами $(1 - \alpha)$ и α , где $0 \leq \alpha \leq 1$. Значение α определяется в зависимости от склонности лица, принимающего решение, к пессимизму или к оптимизму. При отсутствии ярко выраженной склонности наиболее часто используется $\alpha = 0,5$.

Применение рассмотренных критериев требует однородности данных, образующих матрицу. Таким образом, значения параметров «время», «стоимость» и «приведенная стоимость» по каждому варианту доставки должны быть одной размерности. Поэтому перед определением наилучшего результата по критериям следует перейти от абсо-

лютных к относительным показателям, приравняв минимальное или максимальное значение в каждом столбце, например, к единице, а остальные выразив в долях от единицы.

Рассмотренный алгоритм планирования смешанных перевозок позволяет на конечном этапе получить наиболее оптимальный с точки зрения выбранного критерия способ доставки грузов, под которым понимается выбор не только вида транспорта, но и состава логистических посредников, привлекаемых для выполнения перевозки. Необходимо учитывать, что эффективность различных вариантов доставки может варьироваться в течение всего периода выполнения договорных обязательств, поэтому рассмотренные, но не реализованные варианты предпочтительно не отбрасывать, а оставлять как резервные (например, посредством формирования базы данных вариантов доставки).

Пример 10.1. Необходимо осуществить перевозку 20-футового контейнера из порта Хельсинки (Финляндия) до центрального склада в Москве (Российская Федерация). В табл. 10.1 и на рис. 10.7 приведены возможные маршруты доставки, полученные по результатам исследования деятельности ряда крупных экспедиторских компаний Санкт-Петербурга. При этом следует учитывать, что для маршрутов 2 и 4 автотранспорт используется при доставке груза по Москве от склада временного хранения (СВХ) до центрального склада.

Таблица 10.1
Краткая характеристика вариантов доставки

Номер маршрута	Характеристика	Виды транспорта
1	Хельсинки—Москва	Авто
2	Хельсинки—Москва	Ж/д + авто
3	Через порт Санкт-Петербург	Морской + авто
4	Через порт Санкт-Петербург	Морской + ж/д + авто

Анализируя маршруты доставки с учетом дополнительных недвижимых (нетранспортных) составляющих, можно построить сетевой график, представляющий собой альтернативные пути доставки (рис. 10.8). Учитывая, что количество вариантов схем доставки определяет количество значений параметров, в рассматриваемом примере их будет двенадцать.

Охарактеризуем работы, включаемые в сетевой график, а также параметры время и стоимость для каждой из них (табл. 10.2).

Параметры время и стоимость для каждой схемы доставки определяются как сумма соответствующих значений, а параметр приведен-

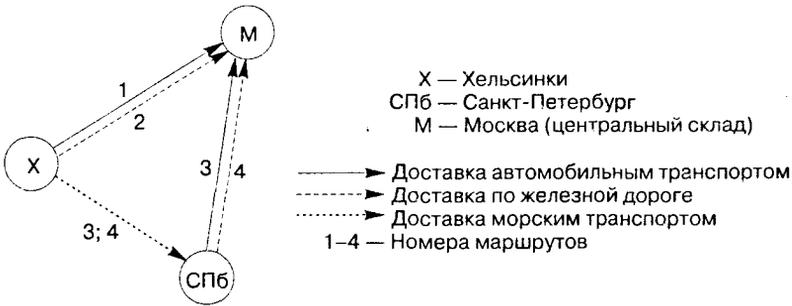


Рис. 10.7. Маршруты по направлению Хельсинки—Москва

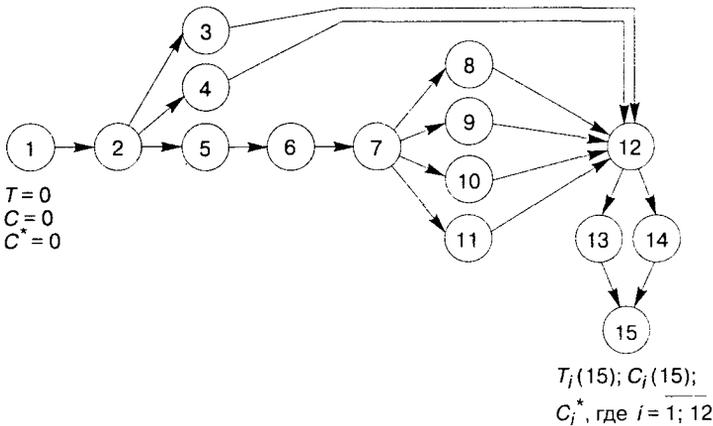


Рис. 10.8. Сетевой график схем доставки грузов по маршруту Хельсинки—Москва (обозначения работ приведены в табл. 10.2)

ной стоимости — по формуле (10.2). При этом примем, что средняя банковская ставка по краткосрочным валютным кредитам равна 15% в год, а для определения величины $C_{\text{груза}}$ воспользуемся данными таможенной статистики. Так, при перевозке в 20-футовом контейнере средняя стоимость груза составляет \$20 тыс. Однако в работе [66] указывается, что, согласно таможенной статистике ГТК РФ, декларируемая иностранными грузовладельцами стоимость транзитных товаров составляет около \$5 тыс. за 1 т. При средней загрузке 20-футового контейнера около 10 т средняя стоимость товаров в транзитных контейнерах составляет \$50 тыс. Примем для проводимых расчетов для 20-футового контейнера $C_{\text{груза}} = 35$ тыс. у. е.

Таблица 10.2
Работы по доставке грузов по направлению Хельсинки—Москва

№ работы	Характеристика работы	Стоимость, \$	Время, дн.	
1	2	Затаможивание груза в Хельсинки	180	1,0
2	3	Оформление документов и погрузка на автомобильный транспорт	200	1,0
2	4	Оформление документов и погрузка на железную дорогу	50	3,0
2	5	Оформление документов и погрузка на судно в п. Хельсинки	250	2,0
5	6	Доставки морским транспортом до п. Санкт-Петербург	600	2,0
6	7	Разгрузка в п. Санкт-Петербург	110	1,0
7	8	Выпуск контейнера из п. Санкт-Петербург собственными силами с таможенной гарантией*	50	3,0
7	9	Выпуск контейнера из п. Санкт-Петербург экспедитором	300	1,0
7	10	Выпуск контейнера из п. Санкт-Петербург под гарантию таможенного перевозчика	—	2,0
7	11	Выпуск груза из п. Санкт-Петербург на железную дорогу	50	4,0
8	12	Доставка автомобильным транспортом до Москвы (СВХ)	650	1,5
9	12			
10	12	Доставка таможенным перевозчиком автомобильного транспорта до Москвы (СВХ)	850	1,5
11	12	Доставка железной дорогой из п. Санкт-Петербург в Москву (СВХ)	389	4,0
3	12	Доставка автомобильным транспортом из Хельсинки до Москвы (СВХ)	1500	4,0
4	12	Доставка железной дорогой из Хельсинки до Москвы (СВХ)	359	7,0
12	13	Таможенная очистка груза в Москве собственными силами	150	4,0
12	14	Таможенная очистка груза в Москве таможенным брокером	300	1,5
13	15	Доставка по Москве автомобильным транспортом от СВХ до терминала	50	0,5
14	15	грузополучателя		

* Для выпуска контейнера собственными силами грузовладелец должен быть владельцем склада временного хранения (СВХ) и иметь возможность оформлять гарантийный сертификат.

10.1. Планирование маршрута доставки груза в смешанном сообщении... 315
Значения параметров по каждому варианту доставки приведены в табл. 10.3.

Таблица 10.3
Результаты расчета параметров для различных схем доставки

№ маршрута	Схема доставки	Время T, дн.	Стоимость C, у. е.	Приведенная стоимость C, у. е.
1(1)	1, 2, 3, 12, 13, 15	10,5	2080	37229,38
1(2)	1, 2, 3, 12, 14, 15	8,0	2230	37344,22
2(3)	1, 2, 4, 12, 13, 15	15,5	1089	36303,83
2(4)	1, 2, 4, 12, 14, 15	13,0	1239	36419,84
3(5)	1, 2, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 15	15,0	2040	37253,36
3(6)	1, 2, 5, 6, 7, 8, 12, 14, 15	12,5	2190	37368,43
3(7)	1, 2, 5, 6, 7, 9, 12, 13, 15	13,0	2290	37476,09
3(8)	1, 2, 5, 6, 7, 9, 12, 14, 15	10,5	2440	37590,83
3(9)	1, 2, 5, 6, 7, 10, 12, 13, 15	14,0	2190	37389,90
3(10)	1, 2, 5, 6, 7, 10, 12, 14, 15	11,5	2340	37504,79
4(11)	1, 2, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 15	18,5	1779	37040,46
4(12)	1, 2, 5, 6, 7, 11, 12, 14, 15	16,0	1929	37155,94

Анализ результатов расчета показывают, что при транспортировке 20-футового контейнера наиболее предпочтительным маршрутом доставки будет:

- по параметру «время»: автомобильным транспортом, таможенные операции в Москве через таможенного брокера;
- по параметрам «стоимость» и «приведенная стоимость»: железнодорожным транспортом, таможенные операции в Москве собственными силами.

Таким образом, в случае если все критерии имеют одинаковое значение, воспользуемся критериями принятия решений в условиях неопределенности.

Для получения сопоставимых результатов приведем параметры (табл. 10.3) в относительный вид, поделив элементы каждого столбца на его минимальное значение (табл. 10.4).

Для рассматриваемых параметров определим значения некоторых критериев.

Критерий Лапласа. Все состояния природы S_i ($i = \overline{1, n}$) полагаются равновероятными. Вероятность q_i определяется по формуле (10.3) и будет равна $q_i = 1/3$.

Таблица 10.4

Относительные значения параметров по маршруту Хельсинки—Москва

№ маршрута	Схема доставки	Относительные значения параметров		
		T	C	C*
1 (1)	1, 2, 3, 12, 13, 15	1,3125	1,9100	1,0255
1 (2)	1, 2, 3, 12, 14, 15	1,0000	2,0478	1,0287
2 (3)	1, 2, 4, 12, 13, 15	1,9375	1,0000	1,0000
2 (4)	1, 2, 4, 12, 14, 15	1,6250	1,1377	1,0032
3 (5)	1, 2, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 15	1,8750	1,8733	1,0262
3 (6)	1, 2, 5, 6, 7, 8, 12, 14, 15	1,5625	2,0110	1,0293
3 (7)	1, 2, 5, 6, 7, 9, 12, 13, 15	1,6250	2,1028	1,0323
3 (8)	1, 2, 5, 6, 7, 9, 12, 14, 15	1,3125	2,2406	1,0355
3 (9)	1, 2, 5, 6, 7, 10, 12, 13, 15	1,7500	2,0110	1,0299
3 (10)	1, 2, 5, 6, 7, 10, 12, 14, 15	1,4375	2,1488	1,0331
4 (11)	1, 2, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 15	2,3125	1,6336	1,0203
4 (12)	1, 2, 5, 6, 7, 11, 12, 14, 15	2,0000	1,7713	1,0235

Строки — возможные действия R_j (варианты доставки грузов); столбцы — возможные состояния «природы» S_i (критерии доставки); элементы матрицы — результат при выборе j -го действия и реализации i -го состояния V_{ji} .

Для первого маршрута доставки найдем по формуле (10.4) среднее арифметическое значение потерь $M_1 = 1/3 \times (1,3125 + 1,9100 + 1,0255) = 1,4160$. Аналогичным образом определяем M_j для всех остальных маршрутов. Минимальное значение M_j будет соответствовать искомому варианту доставки.

Для критерия Вальда на первом этапе следует определить наибольший элемент в каждой строке. Для первого маршрута наибольшее значение 1,9100, для второго — 2,0478.

Критерий Сэвиджа основан на использовании матрицы рисков, элементы которой определяются по формуле (10.7), а затем из них выбирается наибольший.

Для первого варианта доставки: $r_{11} = 1,3125 - 1,00 = 0,3125$; $r_{12} = 1,9100 - 1,00 = 0,9100$; $r_{13} = 1,0255 - 1,00 = 0,0255$. Максимальное значение — 0,9100.

Для определения искомого варианта доставки по критерию Гурвица следует найти сумму произведений наименьшего и наибольшего значений на коэффициент доверия $\alpha = 0,5$.

Для первого варианта $0,5 \times 1,0255 + 0,5 \times 1,9100 = 1,4559$.

Результаты расчетов по всем критериям приведены в табл. 10.5.

Таблица 10.5
Выбор схемы доставки по критериям принятия решения

№ маршрута, j	Критерий Лапласа, $M_j(R)$	Критерий Вальда, $\max(V_{ji})$	Критерий Сэвиджа, $\max(r_{ji})$	Критерий Гурвица, $\alpha \min_i V_{ji} +$ $+(1-\alpha) \max_i V_{ji}$
1 (1)	1,4160	1,9100	0,9100	1,4678
1 (2)	1,3588	2,0478	1,0478	1,5239
2 (3)	1,3125	1,9375	0,9375	1,4688
2 (4)	1,2553	1,6250	0,6250	1,3141
3 (5)	1,5915	1,8750	0,8750	1,4506
3 (6)	1,5343	2,0110	1,0110	1,5202
3 (7)	1,5867	2,1028	1,1028	1,5676
3 (8)	1,5295	2,2406	1,2406	1,6380
3 (9)	1,5970	2,0110	1,0110	1,5205
3 (10)	1,5398	2,1488	1,1488	1,5909
4 (11)	1,6555	2,3125	1,3125	1,6664
4 (12)	1,5983	2,0000	1,0000	1,5117
Минимальное значение	1,2553	1,6250	0,6250	1,3141

Согласно полученному результату, следует выбрать четвертый вариант доставки по второму маршруту, т. е. использовать прямую железнодорожную доставку с привлечением таможенного брокера для проведения таможенной очистки груза в Москве.

10.2. Планирование международной доставки груза через распределительный центр

Все компании для повышения рентабельности и конкурентоспособности стремятся снизить затраты, связанные с транспортировкой. Одно из направлений этой деятельности — усиление специализации и передача ряда функций от компаний — производителей продукции транспортным компаниям.

Известно, что точный расчет логистических затрат в структуре цены товара имеет большое значение для конечного потребителя как один из основных источников экономии; особенно существенным это положение является для международных автомобильных перевозок. Поэтому необходимость поиска новых вариантов экономии затрат в логистике связана с развитием и все более широким использованием технологии и основных концепций и принципов современной логистики, таких, например, как «точно в срок», «от двери до двери» и др.

В настоящее время схема доставки определяется тем, как осуществляется перевозка — напрямую конечному потребителю или через распределительный центр. Рассмотрим пример, иллюстрирующий методику планирования международной перевозки грузов, охватывающий две основные функциональные логистики: транспортную и складскую, который докажет преимущество использования логистических технологий (логистических принципов) при организации международных автомобильных перевозок.

Рассмотрим пример доставки груза в смешанном сообщении. В Российской Федерации имеются 4 дилера (D), реализующих оборудование первого и второго типа, расположенные в городах Мурманск, Вологда, Ярославль и Нижний Новгород. Каждый рабочий день в среднем дилер реализует 10 полных комплектов, т. е. оборудование первого и второго типа. Количество рабочих дней по условиям задачи принимается равным 250. Таким образом, каждый дилер реализует в год 2500 комплектов, все дилеры — 10 тыс. комплектов.

Стоимостные и весовые параметры оборудования, а также страны, из которых осуществляется поставка, приведены в табл. 10.6.

Таблица 10.6
Исходные данные для анализа транспортно-складских издержек

Город (страна поставщика)	Вид продукции	Вес продукции, кг	Стоимость единицы продукции, у. е.	Затраты на хранение* (в год) на единицу продукции, у. е.
Хельсинки (Финляндия)	Оборудование I типа	40	350	51,5
Гамбург (Германия)	Оборудование II типа	80	700	105
* Затраты на хранение приняты из условия так называемого банковского процента — 15% от цены товара.				

Рассматриваются два основных варианта организации перевозок: транзитная форма, когда осуществляются прямые поставки в полностью груженых автопоездах со склада за рубежом каждому дилеру (рис. 10.9, а); складская форма, при которой поставки из-за границы осуществляются на центральный склад в Москве и далее на склад дилера (рис. 10.9, б). Месторасположение центрального склада выбрано по принципу наличия крупного транспортного узла и возможности проведения таможенной очистки груза. Грузоподъемность автопоезда 20 т.

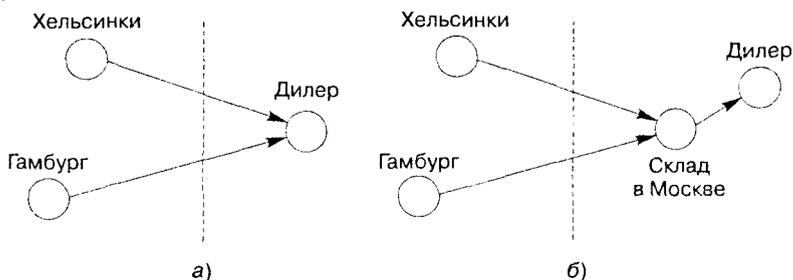


Рис. 10.9. Два основных варианта организации перевозок

В первом случае осуществляется международная автомобильная перевозка, средний тариф при которой составляет 1 у. е. за 1 км. Доставка из Гамбурга осуществляется с использованием морского транспорта до порта Санкт-Петербург, а затем напрямую каждому дилеру. Стоимость перевозки одного контейнера по морю составляет 700 у. е.

Выбор способа доставки от поставщика до распределительного центра может быть произведен с использованием сетевых методов (раздел 10.1). Например, по критерию минимальной стоимости от Хельсинки до Москвы необходимо выбрать железнодорожную перевозку (раздел 10.1), затраты в этом случае (без таможенной очистки) составят 939 у. е. Согласно статистическим данным, стоимость доставки от Санкт-Петербурга до Москвы по железной дороге составит 389 у. е.

Перевозка от центрального склада до каждого дилера оплачивается по внутрироссийским тарифам, которые в зависимости от направления и вида перевозимого груза варьируют в пределах 0,43–0,71 у. е. за 1 км. В расчетах примем тариф равным 0,6 у. е.

Следует подчеркнуть, что не рассматриваются возможные ограничения по объему кузова автопоездов, а также отсутствие продукции на складах при однопродуктовых поставках или консолидированных отправлениях.

Рассмотрим последовательность расчета общих затрат для нескольких вариантов организации перевозок с целью поиска наиболее рационального.

Допустим, что при первой схеме поставок — транзитной — возможны два варианта:

- первый вариант расчета предусматривает прямые поставки с каждого склада за границей непосредственно каждому дилеру в России в полностью груженных автопоездах;
- второй вариант — прямые поставки, но при этом величина загрузки будет рассчитана с использованием формулы Уилсона.

Для второй схемы поставок — складской — рассмотрим:

- третий вариант, при котором перевозка со складов за границей до склада в Москве осуществляется по железной дороге (аналогично для всех рассматриваемых далее вариантов доставки), а со склада в Москве — дилерам на территории России автомобильным транспортом с учетом загрузки, рассчитываемой по формуле Уилсона;
- четвертый вариант, предусматривающий консолидацию товаров на складе в Москве в виде одной отправки (т. е. в виде комплекта оборудования первого и второго типа), при этом перевозки со склада до дилера производятся в полностью груженных автопоездах;
- пятый вариант, напоминающий четвертый, но различие заключается в том, что при перевозке со склада расчет величины поставки производится по формуле Уилсона.

Для транзитной схемы доставки следует определить расстояние перевозки автомобильным транспортом от Хельсинки и Санкт-Петербурга до потребителя (табл. 10.7).

Первый вариант. Определим количество рейсов с учетом грузоподъемности автопоезда, которые необходимо выполнить со складов за границей. Количество рейсов определяется по формуле

$$n_i = \frac{dTg_i}{G}, \quad (10.10)$$

Таблица 10.7

Расстояние перевозки от пункта отправления до пункта назначения при транзитной форме организации поставок

Пункт отправления	Пункт назначения			
	Мурманск	Вологда	Ярославль	Нижний Новгород
Хельсинки	1442	964	1096	1469
Санкт-Петербург	1359	655	762	1128

где n_i — количество рейсов при перевозке i -го вида продукции, $i = 1, 2$; d — среднее количество i -го вида продукции, реализуемое каждым дилером в течение рабочего дня, $d = 10$ ед.; T — количество рабочих дней в рассматриваемом периоде ($T = 250$ дн.); g_i — вес i -го вида продукции, кг; G — грузоподъемность автовоза, $G = 20$ тыс. кг.

Например, при перевозках из Финляндии количество рейсов к одному дилеру составит ($i = 1$):

$$n_1 = \frac{10 \times 250 \times 40}{20\,000} = 5 \text{ рейсов/год.}$$

Соответственно общее число рейсов к одному дилеру рассчитывается по формуле

$$M = \sum_{i=1}^k n_i = \frac{dT}{G} \sum_{i=1}^k g_i, \quad (10.11)$$

а общее число рейсов в год

$$N = D \times M = \frac{dT D}{G} \sum_{i=1}^k g_i, \quad (10.12)$$

где D — количество дилеров, $D = 4$.

Подставляя исходные данные в (10.11) и (10.12), находим:

$$M = 5 + 10 = 15; N = 4 \times 15 = 60.$$

Зная тариф $t = 1$ у. е./км и расстояния перевозки от каждого поставщика до каждого дилера, рассчитаем транспортные затраты при доставке всех видов продукции одному дилеру в течение года:

$$C_T = t \times M \times \sum L_j, \quad (10.13)$$

При подстановке исходных данных в формулу (10.13), а также учитывая стоимость морской доставки до порта Санкт-Петербург, находим транспортные затраты для Мурманска:

$$C_T = 1 \times 15 \times (1442 + 1359) + 700 = 42\,715 \text{ у. е.,}$$

для всех дилеров:

$$C_{T\Sigma} = 42\,715 + 24\,985 + 28\,570 + 39\,655 = 135\,925 \text{ у. е.}$$

Определим вторую составляющую затрат, связанную с хранением продукции на складе дилера. Одна из наиболее распространенных формул записывается в виде

$$C_{Xi} = \frac{1}{2} \times m \times C_{III} \times \Delta, \quad (10.14)$$

где m — величина партии поставки, единиц; $C_{\text{лн}}$ — стоимость единицы i -го вида продукции; Δ — коэффициент, отражающий затраты на хранение единицы продукции в течение расчетного периода (например, года). В рассматриваемом примере «банковский процент».

Для определения величины партии поставки i -го вида продукции воспользуемся формулой

$$m_i = \frac{G}{g_i}. \quad (10.15)$$

При подстановке (10.15) в формулу (10.14) получим

$$C_{X_i} = \frac{GC_{\text{лн}}\Delta}{2g_i}. \quad (10.16)$$

Тогда общие затраты на хранение в течение года всех видов продукции у одного дилера составляют

$$C_X = \sum_{i=1}^k \frac{GC_{\text{лн}}\Delta}{2g_i} = \frac{G\Delta}{2} \sum \frac{C_{\text{лн}}}{g_i}, \quad (10.17)$$

соответственно у всех дилеров

$$C_{X\Sigma} = D \sum_{i=1}^k \frac{GC_{\text{лн}}\Delta}{2g_i} = \frac{DG\Delta}{2} \sum \frac{C_{\text{лн}}}{g_i}. \quad (10.18)$$

При подстановке данных, в частности, из табл. 10.6 для $C_{\text{лн}}\Delta$ получим затраты на хранение у одного дилера в год:

$$C_X = \frac{20\,000 \times 0,15}{2} \left(\frac{350}{40} + \frac{700}{80} \right) = 26\,250 \text{ у. е.},$$

и у всех дилеров $C_{X\Sigma} = 105\,000$ у. е.

Суммарные затраты на транспортировку и хранение в течение года для всех дилеров составят

$$C = 135\,925 + 105\,000 = 240\,925 \text{ у. е.}$$

Второй вариант предусматривает прямые поставки от поставщиков до дилеров в России при определении величины поставки по формуле Уилсона, т. е.

$$q_{\text{опт}i} = \sqrt{\frac{2A_i C_o}{C_{\text{лн}}\Delta}}, \quad (10.19)$$

где $q_{\text{опт}i}$ — оптимальная величина поставки i -го вида продукции, ед.; A_i — планируемый объем поставки i -го вида продукции за рассматри-

ваемый период одному дилеру, $A = 2500$ ед.; C_o — затраты на выполнение одного заказа, у. е.; C_{Hi} — цена единицы i -й продукции, хранимой на складе; Δ — доля от цены C_{Hi} , приходящаяся на затраты по хранению.

После расчета q_{onmi} необходимо проверить выполнение условия (ограничение), связанное с грузоподъемностью подвижного состава:

$$q_{onmi} \leq G. \quad (10.20)$$

В случае несоблюдения соотношения (10.20) величина отправки должна быть ограничена максимальной грузоподъемностью выбранного для перевозок подвижного состава.

Оптимальные затраты рассчитываются по формуле

$$C_{onmi} = \sqrt{2A_i C_o C_{Hi} \Delta}. \quad (10.21)$$

Транспортные C_{Ti} и складские C_{Xi} затраты равны

$$C_{Ti} = C_{Xi} = 0,5 C_{onmi} \quad (10.22)$$

На основании q_{onmi} можно рассчитать количество рейсов в год:

$$N_i = \frac{A_i}{q_{onmi}} \quad (10.23)$$

и периодичность (интервал) поставки дилерам i -й продукции:

$$I_i = \frac{T}{N_i}. \quad (10.24)$$

Для примера рассчитаем оптимальную величину поставки оборудования первого типа из Хельсинки дилеру в Мурманске. При подстановке значений в формулу (10.19) находим

$$q_{onm1} = \sqrt{\frac{2 \times 2500 \times 1442}{350 \times 0,15}} = 370,6 \approx 371 \text{ ед.}$$

Соответственно оптимальные затраты для первого дилера:

$$C_{onm1} = \sqrt{2 \times 2500 \times 1442 \times 350 \times 0,15} = 19\,456 \text{ у. е.,}$$

транспортные и складские затраты

$$C_{T1} = C_{X1} = 0,5 C_{onm1} = 9728 \text{ у. е.}$$

Количество рейсов $N_1 = \frac{2500}{371} = 6,7$, и периодичность поставки $T_1 = \frac{365}{6,7} = 54,3 \approx 54$ дн.

Результаты расчетов для второго варианта приведены в табл. 10.8.

Таблица 10.8

Затраты на выполнение одного заказа и оптимальный размер поставки

Город (страна)	Показатель	Пункт назначения				Сумма
		Мурманск	Вологда	Ярославль	Нижний Новгород	
Хельсинки	C_0	1442	964	1096	1469	—
	q_{opt}	371	303	323	374	—
	N	6,8	8,3	7,7	6,7	29,4
	l	37	30	32	37	—
	C_{opt1}	19 456	15 908	16 962	19 637	71 962
Гамбург	C_0^*	2059	1355	1462	1828	—
	q_{opt}	313	254	264	295	—
	N	8,0	9,8	9,5	8,5	35,8
	l	31	25	26	30	—
	C_{opt2}	32 878	26 672	27 705	30 979	118 234

* С учетом затрат на морскую составляющую (700 у. е.).

Общие логистические издержки составят

$$C_{\Sigma} = C_{opt} = 71\,962 + 118\,234 = 190\,196 \text{ у. е.}$$

Следовательно: $C_T = C_X = 0,5 \times 190\,196 = 95\,098 \text{ у. е.}$

Третий вариант. При расчете транспортных затрат необходимо учитывать, что они включают затраты C_{T1} при перевозках железнодорожным и морским транспортом из-за границы до центрального склада в Москве и транспортную составляющую C_{T2} при определении оптимальных величин поставок по формуле Уилсона (5.34).

Согласно выбранным вариантам доставки, находим

$$C_{T1} = D \times \sum C_{T1i} \times n_i = 4 \times (939 \times 5 + (700 + 389) \times 10) = 62\,340 \text{ у. е.}$$

Расстояния перевозки от центрального склада до дилера на территории России приведены в табл. 10.9.

Таблица 10.9

Расстояние перевозки от Москвы до дилеров

Город	Мурманск	Вологда	Ярославль	Нижний Новгород
Расстояние, км	1695	443	248	403

Результаты расчетов по формуле Уилсона при доставке i -го вида продукции со склада в Москве каждому дилеру приведены в табл. 10.10.

Таблица 10.10

Результаты расчета логистических затрат с использованием формулы Уилсона для третьего варианта организации перевозок (Москва—дилеры)

Оборудование	Показатель	Пункт назначения				Сумма
		Мурманск	Вологда	Ярославль	Нижний Новгород	
I типа	C_0	1017	265,8	148,8	241,8	—
	$q_{опт}$	311	159	119	151	—
	N	8,0	15,7	21,0	16,6	61,3
	l	31	16	12	15	—
	$C_{опт1}$	16 339	8353	6250	7967	38 909
II типа	C_0	1017	265,8	148,8	241,8	—
	$q_{опт}$	220	112	84	107	—
	N	11,4	22,3	29,8	23,4	86,8
	l	22	11	8	11	—
	$C_{опт2}$	23 107	11 813	8839	11 267	55 026

При этом следует помнить, что тариф на внутрироссийскую перевозку составляет 0,6 у. е./км.

Затраты на хранение и транспортировку будут равны между собой, т. е.

$$C_{T2} = C_X = 0,5 \times C_{опт} = 0,5 \times (38\,909 + 55\,026) = 46967,5 \text{ у. е.}$$

Таким образом, транспортные расходы для третьего варианта доставки составят $C_{T\Sigma} = C_{T1} + C_{T2} = 62\,340 + 46967,5 = 109307,5 \text{ у. е.}$

Общие логистические издержки:

$$C_{\Sigma} = 109307,5 + 46967,5 = 156\,275 \text{ у. е.}$$

Четвертый вариант предусматривает консолидацию i -х видов продукции, т. е. в виде одного комплекта, вес которого равен $g_k = \sum g_i = 40 + 80 = 120 \text{ кг}$, а стоимость соответственно $C_k = 350 + 700 = 1050 \text{ у. е.}$

Расчет количества рейсов производится по формуле (10.10), а транспортные затраты рассчитываются по формуле (10.13). Соответственно затраты на хранение определяются по формуле (10.18) при $C_{III} \Delta = 157,5 \text{ у. е.}$ и $g_i = g_k = 120 \text{ кг}$.

Подставляя значения исходных данных по формуле (10.13), находим

$$C_{T2} = 0,6 \times \frac{2500 \times 120}{20\,000} \times (1695 + 443 + 248 + 403) = 20\,101 \text{ у. е.}$$

Общие транспортные затраты (с учетом доставки на склад в Москве):

$$C_{T\Sigma} = 62\,340 + 20\,101 = 82\,441 \text{ у. е.}$$

Затраты на хранение продукции, формула (10.18):

$$C_X = \frac{4 \times 20\,000 \times 0,15}{2} \times \frac{1050}{120} = 52\,500 \text{ у. е.}$$

Общие затраты на транспортировку и хранение для четвертого варианта организации перевозок:

$$C = C_{T\Sigma} + C_X = 134\,941 \text{ у. е.}$$

Пятый вариант. Развивая логистический подход, помимо консолидации продукции на складе рассмотрим преимущества при определении объема поставки по формуле Уилсона, которая в данном случае записывается в виде

$$q_{opt} = \sqrt{\frac{2AC_0}{\Delta\Sigma C_{III}}}, \quad (10.25)$$

и соответственно общие логистические затраты:

$$C_{opt} = D\sqrt{2AC_0\Delta\Sigma C_{III}}. \quad (10.26)$$

Количество оптимальных комплектов в одной отправки первому дилеру в Мурманске будет равно:

$$q_{opt} = \sqrt{\frac{2 \times 2\,500 \times 1017}{0,15 \times 1050}} = 179 \text{ компл.}$$

Значения оптимальной партии (q_{opt}), количество (N) и интервал между заказами (I), а также общие логистические затраты (C_{opt}) для каждого дилера приведены в табл. 10.11.

Таблица 10.11
Суммарные логистические затраты для пятого варианта доставки

Показатель	Пункт назначения				Сумма
	Мурманск	Вологда	Ярославль	Нижний Новгород	
C_0	1017	265,8	148,8	241,8	—
q_{opt}	179	91	68	87	—
N	14,0	27,5	36,8	28,7	106,9
I	18	9	7	9	—
C_{opt}	28 300	14 468	10 825	13 799	67 392

Суммарные затраты на транспортировку с учетом доставки до центрального склада составят: $C_{T\Sigma} = 62\,340 + 33\,696 = 96\,036$ у. е., общие логистические затраты $C = C_{T\Sigma} + C_{\lambda} = 96\,036 + 33\,696 = 129\,732$ у. е.

Результаты проведенных расчетов сведены в табл. 10.12.

Таблица 10.12

Сравнительный анализ логистических затрат для различных вариантов транспортировки и хранения

Вариант, наличие склада	Описание маршрута	Количество рейсов	Общие затраты, у. е.	Транспортировка, у. е.	Хранение, у. е.	Складирование и переработка, у. е.
1, нет	Поставки дилерам в полностью груженых а/п*	60	240 925	135 925	105 000	–
2, нет	Поставки дилерам с оптимальной загрузкой а/п	66	190 196	95 098	95 098	–
3, да	Поставки на склад в полностью груженых а/п; со склада — с оптимальной загрузкой	209	156 275	109 307,5	46 967,5	166 275**
4, да	Поставки на склад в полностью груженых а/п; со склада — консолидированные в полностью груженых а/п	120	134 941	82 441	52 500	144 941*
5, да	Поставки на склад в полностью груженых а/п; со склада с оптимальной (консолидированной) загрузкой	167	129 732	96 036	33 696	139 732**

* а/п — автопоезд.
 ** Общие затраты с учетом затрат на складирование в Москве (принято 10 000 у. е.).

Проанализируем изменение общих затрат на транспортировку и складирование в зависимости от варианта расчета, который, в свою очередь, определяется степенью использования логистических методов (операций). Так, первый вариант условно имеет нулевой уровень использования логистических методов (операций), второй вариант включает один элемент — размер отправки рассчитывается по формуле

Уилсона и т. д. Наконец, пятый вариант включает три элемента: использование центрального склада, консолидацию отправок, оптимизацию партий отправок (по Уилсону). Из табл. 10.12 очевидно, что наблюдается снижение общих транспортно-логистических издержек в зависимости от количества использованных логистических методов (операций) более 40%.

Из анализа результатов, приведенных в табл. 10.12, также следует, что использование смешанных перевозок грузов при доставке через распределительный центр позволяет несколько снизить стоимость перевозки. В то же время снижение складских затрат еще более значительно, а именно более чем в три раза (рис. 10.10).

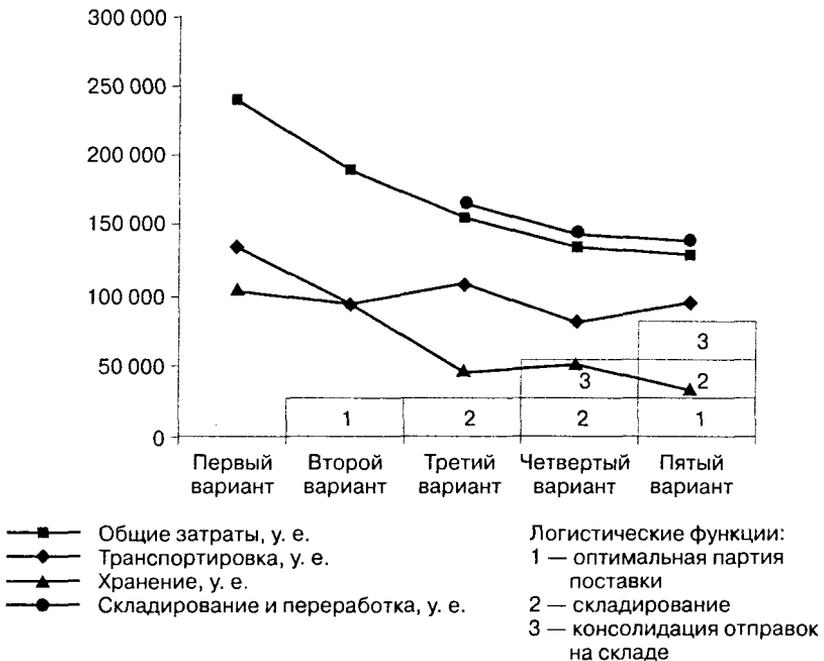


Рис. 10.10. Графики общих затрат, затрат на транспортировку и хранение в зависимости от варианта расчета

10.3. Общий алгоритм планирования грузовых автомобильных перевозок

В период централизованного регулирования экономики планирование перевозок между производителями и потребителями продукции

успешно осуществлялось в рамках задач транспортной маршрутизации.

В этот период основной идеей транспортной задачи было рациональное с точки зрения затрат на перевозку, закрепление потребителей за поставщиками. Применялась она для планирования массовых перевозок сельскохозяйственных грузов, продукции машиностроения и стройматериалов.

Целью маршрутизации перевозок была минимизация общего пробега автомобиля в течение смены посредством, во-первых, «увязки» рейсов при планировании перевозок массовых грузов; во-вторых, организации движения при развозочных, сборных или сборно-развозочных маршрутах. Задача «увязки» рейсов возникала в случае, когда автомобиль в течение смены должен перевезти груз от одного или нескольких отправителей нескольким получателям по маятниковым маршрутам. При развозке продуктов (товаров) со склада в магазины, сборе тары и т. д. решалась задача коммивояжера (второй тип задач маршрутизации).

В период 1990–2000 гг. произошли коренные изменения в экономике страны, выразившиеся в падении производства и разукрупнении предприятий, что привело к нарушению связей между поставщиками и потребителями. На транспорте наметилась тенденция уменьшения объема перевозок. Приватизация, разгосударствление и акционирование в сфере автотранспорта привели к тому, что основная масса автотранспортных предприятий насчитывает в настоящее время не более 10 ед. подвижного состава. Проведенные исследования говорят о том, что при внутригородских перевозках автомобиль в 75–80% случаев выполняет один рейс в день, т. е. снижается трудоемкость диспетчеризации. Параллельно происходила реструктуризация парка автомобилей в пользу малотоннажных и большегрузных машин.

Следует отметить, что произошедшие изменения в характере спроса на транспортные услуги привели к тому, что на сегодняшний день в структуре грузооборота 80% составляют мелкопартионные грузы, перевозимые или по маятниковым, или по развозочным (сборным, сборно-развозочным) маршрутам. При такой схеме организации перевозок не отпадает необходимость решения транспортной задачи. Об этом свидетельствуют и данные проведенного среди автотранспортных предприятий опроса Северо-Западного региона России, основной целью которого было выяснить схему работы автомобиля на маршруте (табл. 10.13).

Таким образом, 52,0% предприятий осуществляют перевозку по кольцевым развозочным или сборным маршрутам и 31% – по маятни-

Таблица 10.13
Статистические данные о маршрутах движения автомобилей

Схема работы автомобиля на маршруте	Количество рейсов, %
Одно место погрузки, одно место разгрузки	31,0
Одно место погрузки, несколько мест разгрузки	43,5
Несколько мест погрузки, одно место разгрузки	8,5
Несколько мест погрузки и разгрузки	17,0

ковым маршрутам. Только 17% респондентов отметили сложную схему организации движения «несколько мест погрузки и разгрузки», 80% из которых занимаются междугородними перевозками, и указанная схема работы с клиентами возникает из-за стремления увеличить степень использования автомобиля по грузоподъемности (грузовместности).

Дальнейшие исследования и опросы перевозчиков показали: в настоящее время классическая транспортная задача решается для крупных фирм, имеющих сеть складов или филиалов, а также для средних и мелких предприятий, для уменьшения транспортных затрат при массовой перевозке сырья или готовой продукции. Решение задачи маршрутизации по-прежнему особенно актуально при внутригородских перевозках.

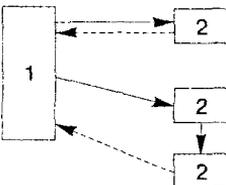
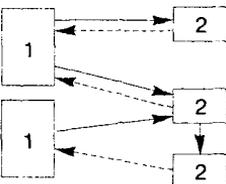
Очевидно, по мере развития рыночной экономики в стране повышение эффективности транспортного процесса требует новых подходов к организации перевозок. Это привело к появлению нового направления — транспортной логистики.

При решении задач по оперативному планированию грузовых автомобильных перевозок основными экономико-математическими моделями являются модели транспортной задачи и задач маршрутизации. Развитие систем доставки грузов показывает, что дальнейшая интенсификация процесса перевозки возможна только за счет внедрения принципа фиксированного времени доставки грузов потребителям, т. е. применения логистического принципа «точно в срок».

С точки зрения организации перевозочного процесса возможны три основные схемы, с которыми сталкиваются автотранспортные предприятия (табл. 10.14).

Первая схема организации перевозок, наиболее простая с точки зрения планирования, — «один к одному» — не требует от автотранспортного предприятия решения ни транспортной задачи, ни задачи маршрутизации.

Таблица 10.14
Схемы организации перевозочного процесса

Условное название схемы	Маршрут	Схема перевозочного процесса
1. Один к одному	Маятниковый	
2. Один ко многим	Маятниковый сборный, развозочный, сборно-развозочный	
3. Многие ко многим	Кольцевой сборный, развозочный, сборно-развозочный	
Примечание. 1, 2 — грузоотправитель или грузополучатель.		

Планирование деятельности автотранспортного предприятия в случае организации перевозки по схеме 2 («один ко многим») требует решения задачи маршрутизации, которая включает в себя решение:

- задачи «увязки» рейсов, если между грузоотправителями и грузополучателями перевозка осуществляется только по маятниковым маршрутам [3];
- задачи коммивояжера, если между грузоотправителями и грузополучателями перевозка осуществляется только по развозочным (сборным или сборно-развозочным) маршрутам [55];
- двух вышеперечисленных типов задач, если при организации перевозочного процесса используются как маятниковые, так и развозочные (сборные или сборно-развозочные) маршруты.

При организации движения по схеме «многие ко многим» требуется на первом этапе решить транспортную задачу, затем задачу маршрутизации (второй этап).

Учитывая возможные варианты схемы организации движения автомобиля на маршруте и временные ограничения, накладываемые на

перевозку, планирование на автотранспортном предприятии можно представить в виде алгоритма (рис. 10.11).

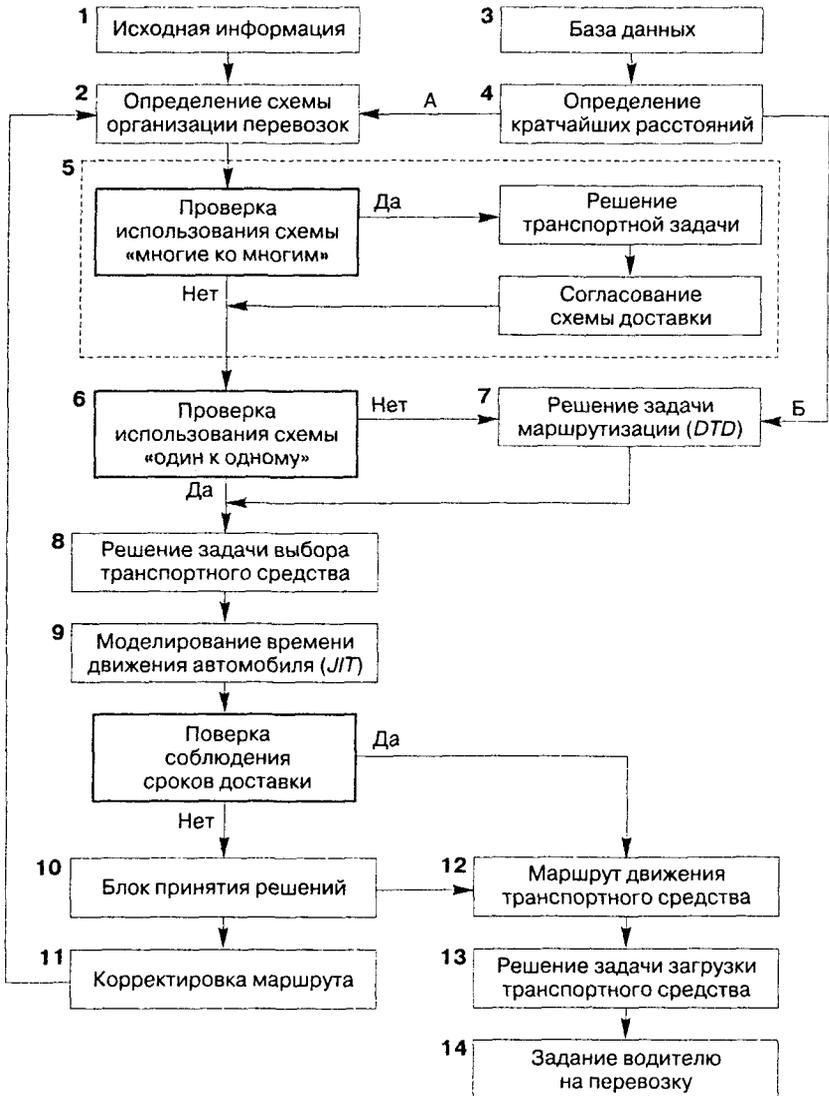


Рис. 10.11. Общий алгоритм планирования грузовых автомобильных перевозок

На основе полученной в первом блоке информации определяется схема организации перевозок (второй блок). Анализ клиентурных заявок позволяет сгруппировать их по схемам согласно табл. 10.14.

Для дальнейших расчетов необходимо определить кратчайшие расстояния от пункта(-ов) погрузки до пункта(-ов) разгрузки (четвертый блок, задача А), воспользовавшись базой данных третьего блока представленного алгоритма. В базе данных каждому варианту проезда между двумя вершинами транспортной сети соответствует расстояние l_i , скорость движения автомобиля v_i и время проезда $t_i = l_i/v_i$. Очевидно, что максимальную производительность подвижного состава обеспечит маршрут, соответствующий минимальному значению t_i . Выбор критерия, по которому находят оптимальное решение, определяется целью, поставленной в задаче. Наиболее часто предусматривается минимизация пробега, который является наиболее простым критерием. Однако применение его, с нашей точки зрения, оправданно для междугородных и международных автомобильных перевозок, когда при примерно одинаковых условиях движения на всех участках маршрута план, оптимальный по пробегу, будет оптимальным и по времени, стоимости и себестоимости перевозок. Для внутригородских перевозок время остается основным критерием.

В пятом блоке, если при перевозке груза используется схема «многие ко многим», решается транспортная задача. Для решения транспортной задачи широко применяется распределительный метод, который имеет несколько разновидностей, отличающихся в основном способом выявления оптимального решения. Наиболее известны три метода решения задач данного типа: метод Хичкова; метод Креко; модифицированный распределительный метод, или метод потенциалов.

В настоящее время классическая транспортная задача с успехом может быть решена с помощью программы *MS Excel*.

На последнем этапе пятого блока — согласование схемы доставки — определяется, по каким маршрутам — маятниковому или развозочному (сборному или сборно-развозочному) — будет перевозиться груз от каждого отправителя к получателям, закрепленным за ним после решения транспортной задачи.

В шестом блоке проверяется условие: используется ли при перевозке груза схема «один к одному». Если условие не выполняется, то на маршруте автомобиль, осуществляющий перевозку груза, обслуживает более одного грузоотправителя и/или грузополучателя, поэтому требуется решать задачи маршрутизации (седьмой блок).

Математическая постановка задачи маршрутизации зависит от типа маршрута, по которому планируется осуществлять перевозку груза, а именно по маятниковым или кольцевому. В первом случае решается задача «увязки» рейсов, а во втором — задача коммивояжера. Дополнительной исходной информацией для рассматриваемых задач является матрица кратчайших расстояний между потребителями, поставщиками и автотранспортным предприятием, которая строится в четвертом блоке предложенного алгоритма (задача Б). Первоначальный набор пунктов в маршруты производится исходя из совместимости грузов — для маятниковых маршрутов, исходя из грузоподъемности транспортного средства — для развозочных (сборных или сборно-развозочных) маршрутов. Для сборно-развозочных маршрутов заключительным этапом решения задачи маршрутизации является проверка возможности одновременного развоза и сбора груза автомобилем выбранной грузоподъемности на маршруте с полученной последовательностью объезда пунктов.

Рассмотрим математическую постановку задачи отыскания маршрута движения автомобиля, осуществляющего развозку некоторого вида груза из некоторого базового пункта по нескольким пунктам, связанным между собой автомобильными дорогами [4]. Пусть число таких пунктов равно n и c_{ij} — расстояние от пункта i до пункта j , $i, j = \overline{0, 1}$, где 0 соответствует базовому пункту. В каждом пункте с номером $1, n$ автомобиль должен побывать ровно один раз, и после развозки всех грузов ему необходимо вернуться в базовый пункт.

Задача состоит в определении порядка посещения автомобилем пунктов с номерами $1, n$ так, чтобы суммарное расстояние, проходимое автомобилем, было минимальным.

Для математической формулировки рассмотренной задачи вводятся переменные x_{ij} , которые могут принимать следующие значения:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если автомобиль из пункта с номером } i \text{ пересезжает в пункт} \\ & \text{с номером } j; \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где $i, j = \overline{0, n}$, $i \neq j$.

Следующая система соотношений образует математическую модель и отражает закономерность функционирования системы развозки грузов по n пунктам из базового пункта:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1; \quad j = \overline{1, n}, \quad i \neq j; \quad (10.27)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1; \quad i = \overline{1, n}, \quad j \neq i; \quad (10.28)$$

$$U_i - U_j + n \times x_{ij} \leq n - 1; \quad i = \overline{1, n}, \quad j \neq i, \quad (10.29)$$

где U_i и U_j — произвольные вещественные значения.

Условия (10.27)–(10.28) исключают циклы (петли) на маршруте, поскольку приезд автомобиля в каждый пункт и выезд из каждого пункта происходит ровно один раз. Условие (10.29) не допускает расщепления замкнутого из $n + 1$ звеньев маршрута автомобиля на несколько замкнутых маршрутов меньшего числа звеньев. В качестве целевой функции в рассмотренной задаче выступает длина маршрута автомобиля, которая подлежит минимизации:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min. \quad (10.30)$$

В качестве целевой функции можно рассматривать не только длину маршрута, но и связанные с ней экономические показатели. Например, затраты на перевозку, а также показатели качества обслуживания, например время доставки грузов.

Сформулированная задача известна как задача коммивояжера. Существует множество математических методов, позволяющих найти как точное, так и приближенное решение поставленной задачи. Среди методов, дающих точное решение, наибольшее распространение получил метод «ветвей и границ» [55].

Приближенный метод Кларка–Райта решения задачи коммивояжера основан на понятии «выгоды», которая получается от объединения двух маятниковых маршрутов в один кольцевой. Использование этого метода дает возможность учесть расположение автотранспортного предприятия.

В восьмом блоке алгоритма решается задача выбора подвижного состава, наиболее полно отвечающего конкретным условиям перевозки. Под выбором транспортного средства понимается определение его специализации и грузоподъемности, при этом исходят из требования обеспечить минимум затрат, прямо или косвенно связанных с доставкой груза. Для маятниковых маршрутов решение указанной задачи производится в полном объеме. Для развозочных (сборных или сборно-развозочных) маршрутов выбор подвижного состава был произведен на

этапе решения задачи маршрутизации: на этом этапе вносятся необходимые с точки зрения затрат на перевозку изменения в распределение подвижного состава, но не затрагивающие количество пунктов на маршруте и порядок их объезда.

Разработанные маршруты не учитывают случайного характера составляющих перевозочного процесса, их количественная оценка может быть получена с использованием статистического моделирования (девятый блок). Моделирование времени движения на отдельных участках маршрута, времени погрузки и разгрузки, времени плановых и незапланированных простоев, времени перерывов и отдыха позволяет построить функции распределения времени прибытия подвижного состава в контрольные пункты (пункт погрузки, разгрузки, пограничный переход, порт и др.). На данном этапе реализуется логистический принцип «точно в срок».

Общее время доставки груза на j -м развозочном маршруте (от j -го грузоотправителя к закрепленным за ним потребителям) определяется по формуле

$$T_{0j} = t_{ij} + \sum_{i=1}^k (t_{гrij} + t_{rij}) + t_{sj}, \quad (10.31)$$

где t_{ij} — время погрузки у j -го грузоотправителя, ч; $t_{гrij}$ — время движения автомобиля с грузом на i -м участке j -го развозочного маршрута (от $i - 1$ -го до i -го пункта маршрута, где нулевым считается пункт погрузки), ч; t_{rij} — время разгрузки у i -го грузополучателя на j -м развозочном маршруте, ч; k — количество пунктов разгрузки на j -м развозочном маршруте; t_{sj} — время на холостой пробег до j -го развозочного маршрута, ч.

Следует отметить, что время перевозки грузов зависит не только от работы автомобиля, но и от организации работы поставщиков и потребителей, в частности от их режима работы (числа перерывов, их длительности и т. д.). Логистический подход к моделированию времени на выполнение транспортных услуг требует увязки работы автомобильного транспорта с режимами работы поставщиков и потребителей груза. Речь в данном случае может идти о выполнении «точно в срок» договорных обязательств автомобильного транспорта перед клиентами (поставщиками и потребителями). Таким образом, задача сводится к определению времени доставки суточного объема грузов «точно в срок». Тогда время начала работы транспортного средства грузов можно определить по формуле

$$T_H = T_{TB} - \sum_j T_{0j} - T_{ин}^1, \quad (10.32)$$

где T_{TB} — время доставки договорного объема грузов «точно в срок», ч; T_0 — время на перевозку суточного объема груза, ч; $T_{ин}^1$ — время на первый нулевой пробег (от автотранспортного предприятия до первого пункта погрузки), ч.

Все составляющие формулы (10.32) являются случайными величинами. При определении общего времени перевозки на j -м развозочном маршруте при каждой реализации статистического моделирования необходимо учитывать, с одной стороны, организацию работы поставщика и потребителя, в частности время начала и окончания обеденных (технологических) перерывов в работе клиентуры, а с другой — ограничения режима труда и отдыха водителя.

Поэтому формула (10.31) должна быть откорректирована и представлена в виде

$$T_{0j} = t_{ij} + \sum_{i=1}^k (t_{rpij} + t_{prij}) + t_{sj} + \eta_j + \sum_{i=1}^k \psi_{ij}, \quad (10.33)$$

где η_j — случайная составляющая, учитывающая обеденные (технологические) перерывы j -го поставщика, ч.; $\sum_{i=1}^k \psi_{ij}$ — случайная составляющая, учитывающая обеденные (технологические) перерывы потребителей, закрепленных за j -м поставщиком, ч.

Включение составляющих η_j и ψ_{ij} обусловлено возможным пересечением составляющих перевозочного процесса и времени обеденных (технологических) перерывов поставщика (потребителя). Погрузка автомобиля не будет выполняться, если на момент прибытия оставшееся время до обеда j -го поставщика Π_j меньше самого времени погрузки, т. е.

$$(Q_{ном}^n - T_0 - T_{sj}) < t_{Пj}, \quad (10.34)$$

где $Q_{ном}^n$ — начало обеденного (технологического) перерыва поставщика, ч; T_0 — начало рабочего времени водителя, ч; T_{sj} — использованное время водителя на перевозку груза, ч.

В этом случае время на выполнение перевозочного процесса возрастает на величину $(\Pi_j + T_{об}^j)$, где $T_{об}^j$ — время обеденного перерыва поставщика на j -м развозочном маршруте, ч.

Погрузка у поставщика также не будет выполняться, если автомобиль прибыл во время обеденного перерыва. Время на выполнение перевозочного процесса возрастает на величину простоя.

Аналогично в пункте разгрузки у i -го потребителя груза на j -м развозочном маршруте операция разгрузки не будет производиться, если

на момент прибытия автомобиля оставшееся время до обеденного перерыва у i -го потребителя меньше самого времени разгрузки, т. е.

$$(Q_{nomij}^n - T_o - T_{cj}) < t_{nij}, \quad (10.35)$$

где Q_{nomij}^n — начало обеденного (технологического) перерыва i -го потребителя на j -м развозочном маршруте, ч.

В этом случае время на выполнение перевозочного процесса возрастает на величину $(R_i + T_{обі}^j)$, где $T_{обі}^j$ — время обеденного перерыва i -го потребителя на j -м развозочном маршруте, ч.

Разгрузка у потребителя также не будет выполняться, если автомобиль прибыл во время обеденного перерыва. В этом случае время на выполнение перевозочных операций должно быть пересчитано.

Необходимо также учитывать, что, во-первых, перерыв для отдыха и питания водителей обычно предусматривается в середине смены или не позднее чем через четыре часа после начала работ, причем продолжительностью не более двух часов (чаще всего время обеденного перерыва водителя составляет один час). Во-вторых, ежедневный отдых водителя в течение суток должен составлять 11 ч (или может быть сокращен до 9 ч при определенных условиях). Это означает, что накопленное время, связанное с производственной деятельностью водителя в течение дня с учетом четырех первых слагаемых формулы (10.33), не может превышать 12 ч ($24 - 11 - 1 = 12$). Таким образом, суммарное время на перевозку не должно превышать

$$\sum_j T_{ij}^1 + T_{in}^1 + T_{in}^2 \leq 24 - T_{om}, \quad (10.36)$$

где T_{om} — время перерывов и ежедневного отдыха водителя, ч; T_{in}^2 — время на второй нулевой пробег (от последнего пункта разгрузки до автотранспортного предприятия), ч.

В седьмом блоке определяется соотношение смоделированных значений времени нахождения автомобиля в наряде (в рейсе) с требованиями клиентов по срокам доставки груза. Например, для внутригородской перевозки определяется возможность обслуживания всех потребителей на маршруте в пределах установленных временных интервалов. Если условие не выполняется, то требуется откорректировать маршрут или, если возможно, время работы складов, грузоподъемность используемого на данном маршруте подвижного состава и заново смоделировать время движения.

В десятом блоке определяется соотношение между смоделированными значениями времени нахождения автомобиля в наряде (в рейсе),

времени прибытия на контрольные пункты с выбранной вероятностью и требованиями клиентов по срокам доставки груза, временными ограничениями, вытекающими из самой перевозки (например, время прибытия на паромную переправу). Если условие не выполняется, т. е. смоделированное значение времени окажется больше ограничения, требуется принять решение (одиннадцатый блок) о возможности и целесообразности организации дополнительного маршрута, корректировки взаимоотношений с клиентами, маршрута движения или внесения других изменений, чтобы максимально удовлетворить требования потребителей услуги.

В случае если принимается решение о корректировке движения на маршрутах или организации дополнительного маршрута перевозки, то требуется повторить выполнение алгоритма со второго по одиннадцатый блок.

При соблюдении сроков доставки получаем оптимальные маршруты движения для каждого транспортного средства (двенадцатый блок), позволяющие с наименьшими затратами полностью удовлетворить требования потребителей, для которых решается задача загрузки транспортного средства (тринадцатый блок). Математическая постановка известна только для задачи о «рюкзаке» или «ранце», в которой качество загрузки транспортного средства обычно оценивается таким показателем, как количество транспортных средств, используемых для перевозки заданных объемов грузов, что оправдано при организации массовых перевозок. Перевозка мелкопартионных грузов различного наименования, требующая составления развозочного маршрута, выдвигает новое требование к оценке качества загрузки транспортного средства, а именно: рациональная загрузка кузова подвижного состава исходя из порядка объезда пунктов на маршруте. Самое простое решение — сформировать заказ каждого клиента на отдельном поддоне, тогда погрузка транспортного средства начинается с заказа последнего клиента. В большинстве случаев груз у грузоотправителя хранится и загружается в подвижной состав по наименованиям, такая задача в настоящее время решения не имеет.

В результате реализации алгоритма получаем задание водителю на рейс (день), в котором отражается количество груза, предъявляемое к перевозке от отправителей получателям, порядок объезда пунктов на маршруте, временные интервалы выполнения перевозки.

Таким образом, предлагаемая иерархия моделей формирует единый подход к формализации методов решения транспортной логистики и теории организации перевозок; охватывает основные типы транс-

портных задач применительно к автомобильным перевозкам в пространстве (распределительная задача, маршрутизация) и во времени; следовательно осуществляется трехуровневая оптимизация по мере редуцирования количества рассматриваемых объектов (поставщики, потребители) и последовательного включения дополнительных факторов, связанных с конкретными маршрутами перевозок.

С целью апробации разработанного алгоритма на условных примерах были выполнены расчеты, подтверждающие эффективность предложенной методики с точки зрения сокращения времени разработки оптимальных маршрутов автомобильных перевозок.

Пример 10.2. Из пунктов a_1 и a_2 необходимо доставить груз в пункты $b_1 - b_{15}$ в требуемом количестве (табл. 10.15).

Таблица 10.15
Количество груза к доставке потребителю

Пункт разгрузки	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}	Всего
Количество груза, т	0,25	0,2	0,4	0,3	0,6	0,7	1,0	0,5	0,6	0,3	0,5	0,15	0,2	0,3	0,3	6,3

1. Согласно алгоритму (рис. 10.11), на втором этапе определяется схема доставки. В соответствии с классификацией, представленной в табл. 10.14, при доставке груза используется схема «многие ко многим».

Условие третьего этапа выполняется, поэтому необходимо решить транспортную задачу (исходная информация приведена в табл. 10.16).

Таблица 10.16
Расстояние между пунктами погрузки и разгрузки

Пункт погрузки	Расстояние до пункта разгрузки, км														
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}
a_1	10	6	7	1	4	5	8	9	5	4	6	10	11	5	2
a_2	5	7	9	8	6	12	15	4	5	7	8	10	8	6	5

2. Для решения транспортной задачи используется процедура *Поиск решения MS Excel* (табл. 10.17). Критерием оптимальности в задаче является минимум транспортной работы в ткм.

3. В результате решения определили два маршрута, связывающие начальный пункт a_1 с десятью пунктами, а именно $b_2, b_3, b_5, b_6, b_7, b_9,$

Таблица 10.17
Результаты решения транспортной задачи

Пункт погрузки	Объем перевозок в пункт, т															Всего
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}	
a_1		0,2	0,4		0,6	0,7	1,0		0,6	0,3	0,5			0,3	0,3	4,9
a_2	0,25			0,3				0,5				0,15	0,2			1,4

b_{10} , b_{11} , b_{14} , b_{15} и a_2 с пятью пунктами — b_1 , b_4 , b_8 , b_{12} , b_{13} . Объем перевозки соответственно на первом маршруте составит 4,9 т и на втором маршруте 1,4 т. Предположим, что на автотранспортном предприятии есть автомобили грузоподъемностью 1,5 и 5,0 т, и они могут быть использованы в данной перевозке. Если на автотранспортном предприятии нет автомобилей подходящей грузоподъемности или для данной перевозки они не могут быть использованы, то необходимо дальнейшее выделение маршрутов, например путем решения транспортной задачи с ограничениями по вывозу из пункта количества груза, равного грузоподъемности автомобиля.

4. Условие четвертого этапа алгоритма не выполняется, поэтому на пятом этапе требуется решить задачу маршрутизации («коммивояжера»), целью которой является определение длины маршрута и порядка объезда автомобилем пунктов на маршруте. Исходной информацией для поставленной задачи будут расстояния между рассматриваемыми на маршруте пунктами (табл. 10.18 и 10.19). Матрица кратчайших расстояний симметричная.

Таблица 10.18
Матрица кратчайших расстояний между пунктами первого маршрута

	a_1															
a_1	∞	b_2														
b_2	6	∞	b_3													
b_3	7	10	∞	b_5												
b_5	4	4	8	∞	b_6											
b_6	5	8	2	11	∞	b_7										
b_7	8	2	7	2	8	∞	b_9									
b_9	5	6	5	8	2	5	∞	b_{10}								
b_{10}	4	3	2	7	11	3	4	∞	b_{11}							
b_{11}	6	7	5	5	8	7	7	6	∞	b_{14}						
b_{14}	5	7	8	2	7	9	3	8	9	∞	b_{15}					
b_{15}	2	4	6	4	3	11	9	3	2	10	∞					

Таблица 10.19

Матрица кратчайших расстояний между пунктами второго маршрута

	a_1						
a_1	∞	b_2					
b_2	5	∞	b_3				
b_3	8	6	∞	b_5			
b_5	4	7	9	∞	b_6		
b_6	10	2	11	4	∞	b_7	
b_7	8	3	5	8	7	∞	b_8

«Задача коммивояжера» решалась методом «ветвей и границ».

Длина первого маршрута составила 28 км, порядок объезда пунктов на маршруте следующий: $a_1 - b_{15} - b_{11} - b_3 - b_6 - b_9 - b_{14} - b_5 - b_7 - b_2 - b_{10} - a_1$. Для второго маршрута — 26 км; $a_2 - b_8 - b_{12} - b_1 - b_{13} - b_4 - a_2$.

5. Перед началом моделирования перевозочного процесса на маршрутах (шестой этап) необходимо задать временные ограничения (время в наряде, время обеденных перерывов, время начала и окончания работы в пунктах) и определить среднее значение, среднее квадратическое отклонение (СКО) и закон распределения случайных величин (табл. 10.20):

- скорости движения на участках маршрутов;
- времени погрузки;
- времени разгрузки.

Пусть все пункты разгрузки работают без обеденного перерыва с 8 до 16 ч, за исключением пункта b_5 (обеденный перерыв с 12 до 13 ч)

Таблица 10.20

Характеристика случайных величин

Случайная величина	Среднее значение	СКО	Закон распределения
Скорость, км/ч	31	2,5	Нормальный
Время простоя под погрузкой на первом маршруте, ч	2	0,5	Нормальный
Время простоя под погрузкой на втором маршруте, ч	1,5	0,4	Нормальный
Время простоя под разгрузкой в пунктах маршрута, ч	0,5	—	Экспоненциальный

и пункта b_{13} (доставка груза должна быть осуществлена до 15 ч). Начало погрузки в 9 ч.

Упрощенно формула для расчета времени движения на маршруте (10.33) может быть представлена следующим образом:

$$T = t_{\text{норр}} + \sum_{i=1}^n \tau_i + \sum_{j=1}^m \theta_j, \quad (10.37)$$

где $t_{\text{норр}}$ — время погрузки в начальном пункте; τ_i — время движения на i -м участке, ч; i — количество участков движения на маршруте; θ_j — время на разгрузку в j -м пункте разгрузки, ч; j — количество пунктов разгрузки на маршруте.

Время движения на участке маршрута определяется по формуле

$$\tau_i = \frac{l_i}{V_i}, \quad (10.38)$$

где l_i — длина i -го участка маршрута, км; V_i — скорость на i -м участке маршрута, км/ч.

Смоделируем перевозочный процесс на первом маршруте.

Для первой реализации время погрузки в пункте a_1 подчиняется нормальному закону и рассчитывается по формуле

$$t_{\text{норр}} = \bar{t}_{\text{норр}} + \sigma \times \xi', \quad (10.39)$$

где ξ' — нормально распределенная случайная величина.

$$t_{\text{норр}} = 2 + 0,5 \times 0,6880 = 2,344 \text{ ч } (\xi' = 0,6880).$$

Автомобиль начнет движение по маршруту в 11.21.

Расстояние $a_1 b_{15}$ 2 км (табл. 10.18). Смоделируем скорость движения автомобиля на рассматриваемом участке (нормальный закон распределения, $\xi' = -0,127$):

$$V_1 = 31 + 2,5 \times (-0,127) = 30,6825 \text{ км/ч.}$$

Время движения: $\tau_1 = 2/30,6825 = 0,0652$ ч, или $\tau_1 = 4$ мин.

Таким образом, в пункт b_{15} автомобиль приедет в 11.25.

Время разгрузки подчиняется экспоненциальному закону и может быть смоделировано по формуле

$$\theta_j = \bar{\theta} \times (-\ln(\xi)). \quad (10.40)$$

где ξ — равномерно распределенное случайное число в интервале $[0; 1]$.

$$\theta_1 = 0,5 \times (-\ln 0,9117) = 0,0462 \text{ ч, } (\xi = 0,9117) \text{ или } \theta_1 = 3 \text{ мин.}$$

Разгрузка в пункте b_{15} закончится в 11.28.

Таблица 10.21
Результаты моделирования перевозочного процесса на первом маршруте

№ реализации	a_1		b_{15}		b_{11}		b_3		b_6		b_9		b_{14}		b_5		b_7		b_2		b_{10}		a_1	
	отпр.	приб.	отпр.	приб.	отпр.	приб.	отпр.	приб.	отпр.	приб.	отпр.	приб.	отпр.	приб.	отпр.	приб.	отпр.	приб.	отпр.	приб.	отпр.	приб.	отпр.	приб.
1	11.21	11.25	11.28	11.31	11.46	11.53	11.57	12.00	12.18	12.21	12.42	12.48	13.23	13.28	14.50	14.54	15.16	15.20	16.18	16.23	17.28	17.37		
2	10.48	10.52	12.14	12.18	12.58	13.05	13.12	13.15	13.25	13.29	14.15	14.20	14.44	14.48	15.11	15.15	15.26	15.30	15.59	16.06	18.05	18.13		
3	10.48	10.52	11.00	11.04	11.47	11.53	12.36	12.40	13.12	13.18	13.58	14.03	15.00	15.40	16.02	16.05	16.20	16.24	16.53	16.59	17.14	17.21		
4	10.37	10.40	10.47	10.51	11.07	11.16	11.34	11.37	12.23	12.25	12.53	12.59	13.56	14.00	14.09	14.13	15.30	15.34	16.09	16.16	17.04	17.11		
5	11.14	11.17	11.22	11.25	11.30	11.39	12.12	12.15	12.41	12.45	12.49	14.19	14.25	14.31	14.34	14.47	14.50	15.02	15.52	15.58	16.01	16.09		
6	10.49	10.52	10.53	10.57	11.40	11.49	12.07	12.10	12.10	12.25	12.46	12.52	13.26	13.30	13.53	14.02	14.59	14.57	15.20	15.26	16.23	16.50		
7	11.47	11.52	12.53	12.57	13.08	13.16	13.35	13.39	14.02	14.06	14.09	14.14	14.15	14.19	14.41	14.45	15.09	15.12	16.09	16.15	17.23	17.29		
8	10.59	11.03	11.18	11.22	11.36	11.45	12.29	12.33	13.19	13.23	13.51	13.57	14.02	14.06	14.14	14.19	14.29	14.32	15.21	15.27	15.37	15.44		
9	11.42	11.46	11.54	11.58	12.39	13.48	13.29	13.33	13.45	13.49	14.23	14.28	14.45	14.49	15.01	15.04	15.16	15.20	15.22	15.28	16.04	16.11		
10	11.29	11.34	11.57	12.02	12.09	12.18	13.25	13.29	14.48	14.52	15.28	15.34	15.46	15.50	16.52	16.55	17.04	17.08	17.11	17.06	18.09	18.17		

Таблица 10.22
Моделирование перевозочного процесса на втором маршруте

№ реализации	a_2		b_8		b_{12}		b_1		b_{13}		b_4		a_2	
	отпр.	приб.	отпр.	приб.	отпр.	приб.	отпр.	приб.	отпр.	приб.	отпр.	приб.	отпр.	приб.
1	10.23	10.29	11.44	11.52	12.56	13.00	13.22	13.29	14.04	14.14	14.34	14.49		
2	9.59	10.08	10.37	10.45	10.55	10.58	11.12	11.17	12.23	12.33	12.39	12.56		
3	10.36	10.44	12.49	12.56	13.56	14.00	14.04	14.09	14.11	14.20	14.30	14.44		
4	11.01	11.10	11.15	11.23	12.49	12.53	13.22	13.27	13.32	13.40	13.54	14.10		
5	10.59	11.06	11.15	11.23	11.31	11.35	11.57	12.03	12.06	12.16	12.39	12.56		
6	11.12	11.20	11.32	11.40	12.15	12.18	12.21	12.26	13.34	13.45	13.47	14.01		
7	9.38	9.46	10.10	10.20	11.59	12.02	12.20	12.26	13.05	13.16	13.14	14.01		
8	10.24	10.32	10.40	10.49	11.55	11.59	13.18	13.23	13.51	14.01	14.06	14.21		
9	10.56	11.03	11.42	11.49	12.17	12.20	12.27	12.32	12.51	13.01	13.35	13.50		
10	10.04	10.11	11.03	11.10	11.17	11.21	12.05	12.11	12.15	12.20	12.45	12.59		

Поступая аналогичным образом (движение—разгрузка), для дальнейших пунктов первого маршрута находим временные интервалы первой реализации:

- 9.00–11.21 — погрузка в a_1 ; 11.21–11.25 — движение на участке a_1b_{15} ;
- 11.25–11.28 — разгрузка в b_{15} ; 11.28–11.31 — движение $b_{15}b_{11}$;
- 11.31–11.46 — разгрузка в b_{11} ;
- 11.46–11.53 — движение $b_{11}b_3$;
- 11.53–11.57 — разгрузка в b_3 и т. д.

Результаты моделирования по десяти реализациям алгоритма для пунктов a_1 и a_2 приведены в табл. 10.21 и 10.22. Необходимо помнить, что разгрузка не производится, если автомобиль прибыл во время обеденного перерыва или если время, оставшееся до начала обеденного перерыва, меньше самого времени разгрузки. В этих случаях определяется время незапланированных простоев t_{np} и затем суммируется по всем реализациям.

Построим график функции распределения времени прибытия автомобиля к последним четырем потребителям на первом маршруте, т. е. в пункты b_5, b_7, b_2 и b_{10} .

График функции распределения показывает, какая часть от общего количества автомобилей прибудет к заданному времени к конкретному потребителю (рис. 10.12).

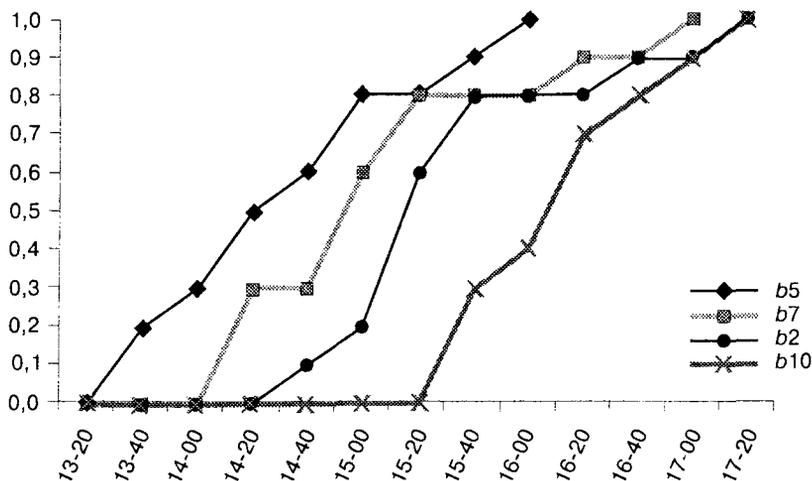


Рис. 10.12. График функции распределения времени прибытия автомобиля в пункт разгрузки на первом маршруте

Анализ результатов моделирования показал:

- временные ограничения будут выполнены полностью на втором маршруте;
- обеденный перерыв в пункте b_5 на первом маршруте не увеличит время работы автомобиля;
- доставка груза на первом маршруте может быть осуществлена к 16.00 с вероятностью 90% только потребителю b_7 . Вероятность обслуживания потребителя b_2 составляет 80%, а b_{10} — только 40%.

Рассмотренный пример показал перспективность применения единого алгоритма планирования автотранспортных перевозок в транспортной логистике. Для активного использования в практической деятельности алгоритм должен быть дополнен, на наш взгляд, матрицей принятия решений, в которой будут отражены все возможные варианты корректировки полученного результата:

- заключение соглашения с поставщиками или потребителями об изменении времени погрузки или разгрузки соответственно, в этом случае корректировка маршрута не требуется;
- корректировка маршрутов, когда пункт из одного маршрута переносится в другой, где есть запас времени, с целью выполнения всех договорных обязательств. Выбирается тот пункт, перемещение которого вызовет наименьшее увеличение транспортной работы;
- использование дополнительного автомобиля на маршруте.

10.4. Алгоритм ускоренного планирования автомобильных перевозок

Рассмотренный в подразделе 10.3 пример выявил проблемы применения общего алгоритма планирования грузовых автомобильных перевозок. Его применение — трудоемкая и занимающая достаточно много времени задача. На каждом этапе предлагается получать оптимальный маршрут, который впоследствии корректируется в зависимости от условий перевозки. Следует также помнить: полученный после реализации алгоритма оптимальный маршрут может не отвечать требованиям клиентов по срокам доставки груза, что приводит к повторному решению некоторых блоков. Отметим, что, во-первых, на практике в основном требуется решать задачи небольшой размерности (для развозочных маршрутов до шести-восьми пунктов) и, во-вторых, не всегда есть возможность применять ЭВМ при оперативном планировании. Таким образом, практическую значимость имеют приближенные методы ре-

шения задач, решаемых при реализации алгоритма, а также оценка времени доставки груза, используемая вместо статистического моделирования.

Для соответствующих блоков общего алгоритма предлагается использовать следующие методы:

1. Для решения транспортной задачи — метод аппроксимации Фогеля, являющийся способом составления первого допустимого плана. Полученное распределение, особенно при небольшой размерности задачи, является оптимальным или достаточно близким к нему.
2. Для составления маршрутов — метод воображаемого луча (метод Свира).
3. Для решения «задачи коммивояжера» — ускоренный метод «ветвей и границ» (решение ведется только по одной «ветке», без проверки на оптимальность других).
4. Вместо моделирования составляющих перевозочного процесса проводится оценка интервалов времени прибытия транспортного средства и времени окончания разгрузки для каждого потребителя по формулам (время доставки груза «точно в срок» $T_{ТВ}$):

$$\text{для верхней границы — } T_{ТВ}^a = T_n + \bar{T}_c + t_\beta \times \sigma_{mc}, \quad (10.41)$$

$$\text{для нижней границы — } T_{ТВ}^n = T_n + \bar{T}_c - t_\beta \times \sigma_{mc}, \quad (10.42)$$

где \bar{T}_c — среднее значение времени доставки груза, ч; σ_{mc} — среднеквадратичное отклонение времени доставки груза, ч; t_β — квантиль нормального распределения, соответствующий вероятности P .

Величины и σ_{mc} определяются по формулам (6.1) и (6.2) соответственно.

Пример 10.3. Предположим, что требуется из двух пунктов, a_1 и a_2 перевезти груз восьми грузополучателям b_1, b_2, \dots, b_8 в объеме (Q). Условия задачи приведены в табл. 10.23.

Таблица 10.23
Объем перевозок груза и расстояние между грузообразующими и грузопоглощающими пунктами

Пункт погрузки		Пункты разгрузки								Итого
		b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	
Объем перевозок Q , т		0,25	0,3	0,45	1,5	0,5	0,6	1,0	1,1	5,7
a_1	Расстояние l , км	10	12	15	11	13	15	14	10	—
a_2	Расстояние l , км	9	18	14	17	11	10	12	8	—

Предположим, что возможное существующее распределение будет выглядеть следующим образом: за пунктом a_1 закреплены грузополучатели b_2, b_3, b_4 и b_7 , за пунктом a_2 — b_1, b_5, b_6 и b_8 .

Общая длина маятниковых маршрутов составит 180 км, а пробег с грузом — 90 км.

Транспортная работа определяется по формуле

$$P = \sum Q_i \times l_i,$$

таким образом:

$$P = 0,25 \times 9 + 0,3 \times 12 + 0,45 \times 15 + \dots + 1,1 \times 8 = 62,95 \text{ ткм.}$$

Решим транспортную задачу методом Фогеля. В каждой строке и столбце матрицы кратчайших расстояний найдем два наименьших элемента и определим абсолютную разность между ними. Например, для первой строки, относящейся к первому пункту погрузки, значения наименьших элементов равны 10 км, таким образом, разность равна нулю. Затем выбираем наибольшую величину разности в строке разностей и в клетку с минимальным элементом заносим максимально возможную загрузку, учитывая при этом ресурсы поставщика и спрос потребителя. При наличии двух одинаковых наибольших разностей загрузку записывают в клетку, имеющую наименьший элемент (табл. 10.24). Если окажется, что спрос потребителя полностью удовлетворен или ресурс поставщика полностью исчерпан, то данная строка или столбец из дальнейшего рассмотрения исключается.

Таблица 10.24
Определение первого загруженного элемента

Пункт погрузки		Пункты разгрузки							Итого	
		b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7		b_8
Объем перевозок $Q, \text{ т}$		0,25	0,3	0,45	1,5	0,5	0,6	1,0	1,1	–
a_1	Расстояние $l, \text{ км}$	10	12	15	11	13	15	14	10	0
a_2	Расстояние $l, \text{ км}$	9	18	14	17	11	10	12	8	1
Строка разностей		1	6	1	6	2	5	2	2	

Наибольшая разность равна шести, минимальный элемент — 11, из пункта a_1 в пункт b_4 перевозится максимально возможный объем — 1,5 т груза. Спрос потребителя полностью удовлетворен, поэтому данный столбец из дальнейшего рассмотрения исключается. Необходимо пересчитать разности (табл. 10.25).

Таблица 10.25
Определение второго загруженного элемента

Пункт погрузки		Пункты разгрузки						Итого	
		b_1	b_2	b_3	b_5	b_6	b_7		b_8
Объем перевозок Q , т		0,25	0,3	0,45	0,5	0,6	1,0	1,1	
a_1	Расстояние l , км	10	12	15	13	15	14	10	0
a_2	Расстояние l , км	9	18	14	11	10	12	8	1
Строка разностей		1	6	1	2	5	2	2	

В табл. 10.25 наибольшая разность в строке разностей – 6, минимальный элемент – 12, таким образом, из пункта a_1 в пункт b_2 перевозится максимально возможный объем – 0,3 т груза. Далее операция повторяется до тех пор, пока не будет составлена допустимая программа распределения (табл. 10.26). В числителе приведен объем перевозок в соответствующий пункт, а в знаменателе – расстояние перевозки.

Таблица 10.26
Решение транспортной задачи

Пункт погрузки		Пункты разгрузки							Итого	
		b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7		b_8
a_1		$\frac{0,25}{10}$	$\frac{0,3}{12}$	–	$\frac{1,5}{11}$	–	–	–	–	2,05
a_2		–	–	$\frac{0,45}{14}$	–	$\frac{0,5}{11}$	$\frac{0,6}{10}$	$\frac{1,0}{12}$	$\frac{1,1}{8}$	3,65

При условии обслуживания потребителей по маятниковым маршрутам общее расстояние перевозки составит

$$L = (10 + 12 + 11 + 14 + 11 + 10 + 12 + 8) \times 2 = 176 \text{ км,}$$

а пробег с грузом $L_g = 88$ км.

Транспортная работа:

$$P = 0,25 \times 10 + 0,3 \times 12 + 0,45 \times 14 + \dots + 1,1 \times 8 = 61,2 \text{ ткм.}$$

Набор пунктов в маршрут выполним методом Свира, используя схему дислокации пунктов относительно друг друга, представленную на рис. 10.13. В квадратных скобках приведена потребность грузополучателей. Грузоподъемность транспортных средств предполагается равной 2,2 т.

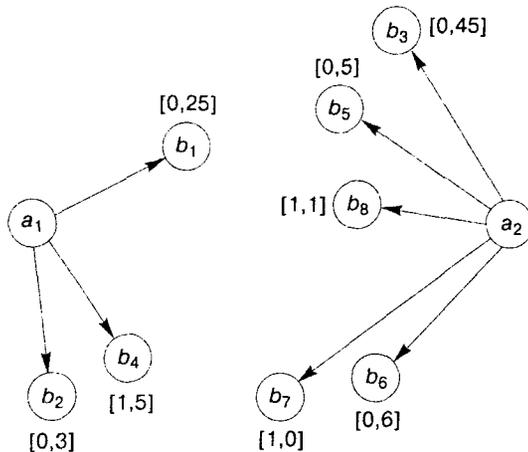


Рис. 10.13. Дислокация грузообразующих и грузопоглощающих пунктов

Согласно методу Свира, воображаемый луч, исходящий из пункта погрузки, например a_1 , вращаясь по, или против часовой стрелки, «стирает» изображения пунктов разгрузки. Маршрут считается сформированным, если включение следующего пункта приведет к превышению объема перевозки над грузоподъемностью транспортного средства. Первым пунктом маршрута будет b_2 с объемом перевозки 0,3 т, следующий пункт — b_4 , суммарный объем составит 1,8 т. Включение пункта b_1 в маршрут также возможно, так как не произойдет превышения грузоподъемности подвижного состава.

Метод Свира для пункта a_2 позволяет получить два маршрута. Первый включает два пункта, b_6 и b_7 , с суммарным объемом перевозки 1,6 т, а второй — три: b_3 , b_5 и b_8 , объем — 2,05 т.

Порядок объезда пунктов на маршруте предлагается определять ускоренным методом «ветвей и границ», для применения которого необходимо определить кратчайшие расстояния между пунктами, включаемыми в один маршрут (табл. 10.27). Предположим, что матрица симметрична.

Применение метода рассмотрим на маршруте, включающем пункты a_1 , b_1 , b_2 и b_4 .

1. Определяем нижнюю границу. Для этого из каждого элемента строки вычитаем наименьший элемент этой строки (табл. 10.28, а). Затем из полученных элементов каждого столбца новой матрицы вычитают наименьший элемент этого столбца (табл. 10.28, б).

Таблица 10.27
Таблица кратчайших расстояний между пунктами маршрутов

a_1	a_1																			
b_1	10	b_1																		
b_2	12	20	b_2																	
b_4	11	19	4	b_4																

Таблица 10.28
Определение нижней границы множества «все решения»

а)		a_1	b_1	b_2	b_4	
	a_1	∞	0	2	1	10
	b_1	0	∞	10	9	10
	b_2	8	16	∞	0	4
	b_4	7	15	0	∞	4

б)		a_1	b_1	b_2	b_4	
	a_1	∞	0	2	1	10
	b_1	0	∞	10	9	10
	b_2	8	16	∞	0	4
	b_4	7	15	0	∞	4
		0	0	0	0	28

Приведенная матрица показана в табл. 10.28. б. Справа и внизу матрицы показаны константы приведения — минимальные элементы, которые вычитались вначале из строк, а затем из столбцов матрицы.

Сумма констант, равная 28, является нижней границей протяженности для всех маршрутов, т. е. для множества «все решения».

2. Нулевые расстояния в клетках матрицы указывают на наличие минимальных по протяженности маршрутов, поэтому при построении развозочного маршрута в первую очередь рассматриваются элементы с нулевыми протяженностями.

Для этого определяют оценки всех элементов приведенной матрицы как сумму наименьших величин протяженности соответствующей строки и столбца. Например, для нулевого элемента $a_1 b_1$ оценка составит 16 (1 + 15). Оценка показывает на потери от невключения данного элемента в маршрут. Проставим ее в правом верхнем углу (табл. 10.29).

Для того чтобы избежать больших потерь, следует в первую очередь включить в маршрут нулевой элемент с наибольшей оценкой. В примере максимальная оценка, равная 16, соответствует двум элементам. В этом случае выбирается любая из пар, например $a_1 b_1$.

3. Для ветвления множества его необходимо разделить на два вида: маршруты первого подмножества будут включать пару $a_1 b_1$, а маршруты второго ее не включают.

Таблица 10.29

Определение оценок для нулевых элементов матрицы

	a_1	b_1	b_2	b_4
a_1	∞	0^{16}	2	1
b_1	0^{16}	∞	10	9
b_2	8	16	∞	0^9
b_4	7	15	0^9	∞

Нижняя граница второго подмножества равна сумме значений нижней границы разделяемого множества и величины оценки пары a_1b_1 , т. е. $28 + 16 = 44$. Строку a_1 и столбец b_1 исключают из рассмотрения, т. е. удаляют из матрицы. Выбор в дальнейшем пары b_1a_1 привел бы к нарушению условия о заезде в каждый пункт только по одному разу. Поэтому пара b_1a_1 блокируется путем проставления в соответствующую клетку матрицы знака блокировки (∞) вместо прежнего значения.

4. Преобразованная и приведенная матрица помещена в табл. 10.30. В процессе вычисления констант появились константы, равные 9 и 7 соответственно. Следовательно, протяженность подмножества, включающего пару a_1b_1 , увеличивается на 16 ($28 + 16 = 44$).

Таблица 10.30

Матрица с исключенными строкой a_1 и столбцом b_1

	a_1	b_2	b_4	
b_1	∞	1	0^1	9
b_2	1	∞	0^1	0
b_4	0^1	0^1	∞	0
	7	0	0	16

Как видно из табл. 10.30, все пары имеют одинаковые оценки, равные 1. Выбираем, например, пару b_1b_4 . Протяженность множества, не включающего пару b_1b_4 , увеличивается на 1 ($44 + 1 = 45$). Исключаем соответствующие столбец и строку из дальнейшего рассмотрения. Столбец b_1 из матрицы удален, поэтому знак блокировки не ставится (табл. 10.31). В процессе вычисления появилась константа 1, поэтому увеличиваем нижнюю границу на 1 ($44 + 1 = 45$).

Полученную матрицу 2×2 легко решить. Недостающими парами пунктов в маршруте будут b_4b_2 и b_2a_1 .

Таблица 10.31
Матрица с исключенными строкой b_1 и столбцом b_4

	a_1	b_2	
b_2	0^∞	∞	1
b_4	0^0	0^∞	0
	0	0	1

Таким образом, получен маршрут $a_1b_1-b_1b_4-b_4b_2-b_2a_1$ протяженностью 45 км.

Решение можно представить в виде схемы, называемой «деревом решений» (рис. 10.14). Для ускоренного метода проверка по всем остальным «ветвям» не проводится в отличие от точного метода «ветвей и границ».

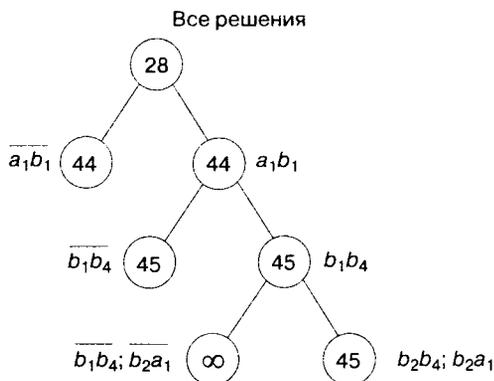


Рис. 10.14. Дерево решений для метода «ветвей и границ»

Аналогичным образом определяем порядок объезда пунктов на двух других маршрутах: $a_2b_6-b_6b_7-b_7a_2$ длиной 25 км; $a_2b_3-b_3b_5-b_5b_8-b_8a_2$ длиной 33 км. Для того чтобы определить последовательность объезда пунктов на маршруте, следует определить транспортную работу. Так при движении от a_1 к пункту b_1 и далее транспортная работа составит: $P_1 = 2,05 \times 10 + 1,8 \times 19 + 0,3 \times 4 = 55,9$ ткм. В случае если транспортное средство от a_1 отправится в первую очередь к пункту b_2 , значение искомого показателя будет равно: $P_1 = 2,05 \times 12 + 1,75 \times 4 + 0,25 \times 19 = 36,35$ ткм. Следовательно, второй вариант будет наиболее предпочтительным. Аналогичным образом определяется порядок объезда пунктов на всех сформированных маршрутах (рис. 10.15).

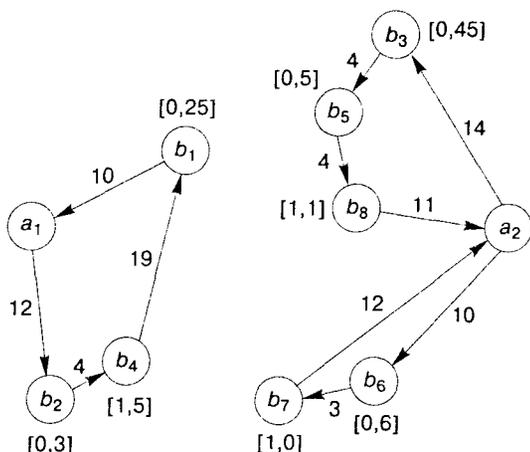


Рис. 10.15. Маршруты движения транспортных средств

Общий пробег автомобилей на маршрутах составит $L = 45 + 25 + 33 = 103$, пробег с грузом $L_g = 35 + 13 + 22 = 70$ км. Суммируя значения транспортной работы для всех маршрутов, имеем: $P = 36,35 + 19 + 39,5 = 94,85$ ткм.

Анализируя полученную оптимизацию маршрутов, получаем снижение общего пробега с грузом и увеличение производительности автомобиля (табл. 10.32).

Таблица 10.32

Итоговая таблица результатов оптимизации

Показатель	Общий пробег	Пробег с грузом	Транспортная работа
Существующее распределение	180	90	62,95
Решение транспортной задачи	176	88	61,2
Решение «задачи коммивояжера»	103	70	94,85

Для определения временных интервалов прибытия подвижного состава в пункты маршрутов воспользуемся формулами (10.41) и (10.42). Характеристики скорости движения, времени простоя под погрузкой и разгрузкой (среднее значение и среднее квадратическое отклонение) представлены в табл. 10.20 (для времени погрузки воспользуемся данными для второго маршрута).

Проведем оценку времени доставки на первом из маршрутов, предполагая, что начало погрузки у поставщика 8 утра. Среднее время доставки груза первому потребителю b_2 будет определяться как сумма средних значений времени погрузки, времени движения и времени разгрузки; среднее квадратичное отклонение рассчитывается как квадратный корень из суммы дисперсий указанных величин.

Среднее значение времени движения определяется как отношение расстояния перевозки (12 км) к среднему значению скорости движения $t_{\text{дв}} = 12/31 = 0,39$. Среднее квадратическое отклонение времени движения ($\sigma_{\text{дв}}$) определяется исходя из утверждения, что значения коэффициентов вариации v для скорости и времени движения равны. Коэффициент вариации для технической скорости равен 0,08 (см. табл. 10.20). Поэтому, $\sigma_{\text{дв}}$ определяется как произведение среднего значения времени движения и коэффициента вариации скорости ($\sigma_{\text{дв}} = 0,39 \times 0,08 = 0,03$ ч).

Коэффициент t_β принимается в зависимости от установленной вероятности нахождения затрат времени в пределах расчетных. Для нормального закона коэффициент может быть выбран по данным, представленным в табл. 10.33.

Таблица 10.33
Значение коэффициента для нормального распределения,
соответствующее вероятности P

Значение коэффициента t_β	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
Вероятность нахождения затрат времени в пределах расчетных, %	38,3	68,3	86,6	95,4	98,8	99,7

При $t_\beta = 1,0$ прибытие подвижного состава в установленные пределы время может ожидаться в 68,3% случаев; при $t_\beta = 2,0$ — в 95,4%, а уже при $t_\beta = 3,0$ практически не должно быть случаев выхода затрат времени за установленные пределы.

Допустимое отклонение времени для определения взаимоотношений с клиентурой предлагается рассчитывать по коэффициенту $t_\beta = 2,5 - 3,0$, что гарантирует большую надежность выполнения обязательств. При составлении расписания работы водителя для стимулирования четкой работы можно принять $t_\beta = 1,0 - 2,0$. В рассматриваемом примере предположим, что $t_\beta = 1,5$.

Верхняя граница времени доставки груза потребителю b_2 при $t_\beta = 1,5$ равна

$$\bar{T}_{e, h}^{\sigma} = (1,50 + 0,39 + 0,50) + 1,5 \times \sqrt{0,4^2 + 0,03^2 + 0,5^2} = 3,35,$$

нижняя граница:

$$\bar{T}_{e b_1}^n = (1,50 + 0,39 + 0,50) - 1,5 \times \sqrt{0,4^2 + 0,03^2 + 0,5^2} = 1,43.$$

Таким образом, время доставки груза первому потребителю на маршруте составит 10.23 ± 0.58 ч. Для второго пункта b_4 среднее время доставки определяется как сумма времени доставки в первый пункт маршрута, времени движения между первым и вторым потребителем и времени разгрузки у второго потребителя. Среднее квадратическое отклонение рассчитывается как квадратный корень из сумм дисперсий указанных величин.

Аналогичным образом рассчитываются интервалы доставки груза остальным потребителям на маршруте и время возвращения в пункт погрузки (табл. 10.34).

Таблица 10.34

Временные интервалы прибытия автомобиля в пункты первого маршрута

Пункт разгрузки	Гарантированное время доставки		Верхняя граница	Нижняя граница
	ч мин	±ч мин		
b_2	10.23	0.58	11.21	9.26
b_4	11.01	1.13	12.14	9.48
b_1	12.08	1.26	13.34	10.42
a_1	12.27	1.26	13.53	11.01

Для двух других маршрутов временные интервалы представлены в табл. 10.35.

Таким образом, получена оценка времени прибытия подвижного состава в пункты маршрута, сравнивая которую с ограничениями потребителей по времени доставки груза, можно принять решение о количестве транспортных средств и их назначению на маршруты. Например, можно ли одним подвижным составом осуществить перевозку на двух маршрутах (втором и третьем), не будет ли при этом нарушено требование «точно в срок»? Требуется также проанализировать вероятность прибытия транспортного средства в пункт разгрузки (погрузки) в обеденный или технологический перерыв, что может увеличить время выполнения перевозки.

Рассмотренный пример свидетельствует о высокой степени надежности результата, полученного при реализации алгоритма ускоренного планирования, поэтому, учитывая, что процедура его применения максимально упрощена, он имеет большую практическую значимость.

Таблица 10.35

Временные интервалы прибытия автомобиля в пункты второго и третьего маршрутов

Пункт разгрузки	Гарантированное время доставки		Верхняя граница	Нижняя граница
	ч мин	±ч мин		
Второй маршрут				
b_6	10.19	0.58	11.17	9.21
b_7	10.55	1.13	12.08	9.42
a_2	11.18	1.13	12.31	10.05
Третий маршрут				
b_3	10.27	0.58	11.25	9.29
b_5	11.05	1.13	12.18	9.52
b_8	11.43	1.26	13.09	10.17
a_2	12.04	1.26	13.30	10.38

10.5. Алгоритм проектирования системы доставки грузов

В современных условиях наиболее актуальным является совместное рассмотрение задач двух функций логистики, а именно: транспортировки и складирования, во взаимозависимости и взаимосвязи. Такой подход основан на следующем предположении: основным фактором, определяющим способ доставки, является характеристика груза, предъявленного к перевозке. Таким образом, можно с уверенностью говорить, что на транспортные затраты будут влиять показатели обслуживания грузопотоков, такие как количество, частота и интервал поставок, размер партии.

Не трудно заметить, что указанные показатели могут быть определены с помощью модели EOQ (Economic Order Quantity), которая предполагает расчет оптимального размера заказа q_{opt} . Основные подходы к определению оптимальной партии заказа приведены в разделе 8 данного учебного пособия.

Для условий данного раздела примем, что затраты на хранение зависят не от среднего размера партии, а от площади склада, в этом случае

$$q_{opt} = \sqrt{\frac{C_0 A}{ak}}, \quad (10.43)$$

где a — затраты на хранение единицы продукции с учетом занимаемой площади (объема) склада, руб./м² (руб./м³); k — коэффициент, учитывающий пространственные габариты единицы продукции, м²/шт. (м³/шт.).

Для уточнения партии заказа следует определить число поставок N (формула (8.6)) и интервал между заказами T (формула (8.8)).

Предполагая, что интервал между заказами может быть только целодневным, при расчетах следует откорректировать число поставок (N^*) и размер партии заказа (q^*).

Из анализа формулы (10.43) видно, что оптимальный размер партии заказа зависит от затрат на складские операции и транспортировку, которые, в свою очередь, определяются системой доставки. Поэтому в современных условиях наиболее перспективным направлением является использование обобщенного алгоритма выбора оптимального варианта логистической сети в виде многошаговой итерационной процедуры (рис. 10.16).

Приведенный обобщенный алгоритм содержит наиболее распространенные задачи, которые предлагается решать в рассматриваемых функциональных логистиках. Так, транспортный блок включает в себя:

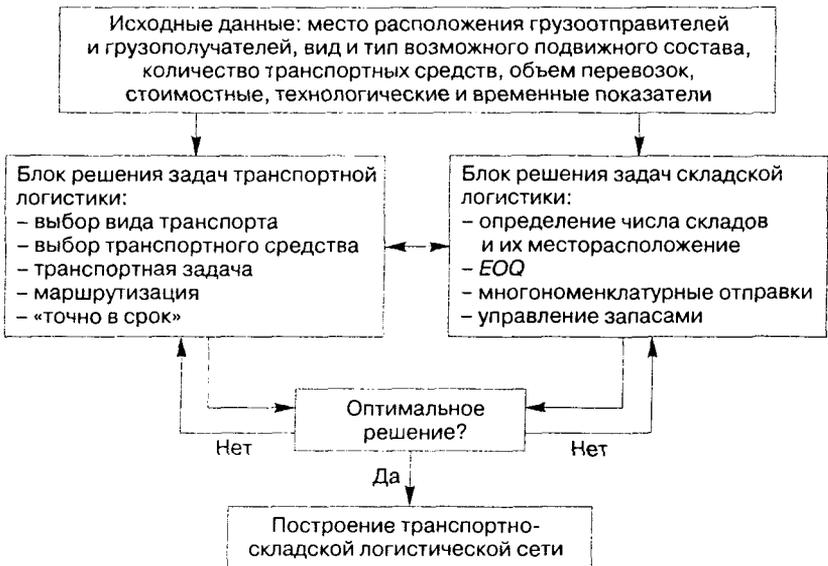


Рис. 10.16. Обобщенный алгоритм выбора и построения транспортно-складской логистической сети

- выбор вида транспорта для всей унимодальной перевозки или на отдельном этапе для смешанной;
- выбор транспортных средств, а также их количества;
- решение транспортной задачи, когда учитывается местоположение грузоотправителей, грузополучателей, а также наличие складов в рассматриваемом регионе;
- решение задачи маршрутизации, которая позволяет реализовать логистический принцип «от двери до двери»;
- моделирование или оценка верхней и нижней границ времени доставки груза в соответствии с логистической концепцией «точно в срок».

Временные характеристики доставки груза определяются с использованием статистических параметров отдельных составляющих перевозочного процесса.

Блок складской логистики включает решение следующих задач:

- определение числа складов и их местоположение, которые могут использоваться в качестве грузообразующих, грузопоглощающих или перевалочных пунктов в рассматриваемой системе доставки;
- определение оптимального размера заказа (*EOQ*) для выявления требуемого количества и грузоподъемности транспортных средств;
- решение задачи управления многономенклатурными запасами, которые влияют на оптимальную загрузку транспортного средства;
- модели управления запасами, которые применяют в своей деятельности потребители.

Найденные варианты доставки проверяются на соответствие по критериям «стоимость» и «время доставки». Такое сравнение проводится на каждом этапе решения рассматриваемых задач. Все варианты, не удовлетворяющие выдвинутым условиям, далее не рассматриваются.

В соответствии с обобщенным алгоритмом поиск решения осуществляется в виде итерационной процедуры с учетом взаимосвязи и взаимовлияния составляющих блоков транспортной и складской логистики. Это означает, что полученный на каждом этапе результат является не только исходным для последующего этапа в рассматриваемом блоке, но и должен учитываться при решении задач в соседнем блоке.

Так, например, для расчета оптимальной партии заказа по формуле Уилсона требуется определение затрат на транспортировку, что невозможно без определения оптимального маршрута доставки, кото-

рый, в свою очередь, зависит от количества и места расположения складов в логистической сети.

Такая сложная зависимость одного блока решаемых задач от другого приводит к необходимости решения задачи транспортно-складской логистики только последовательным перебором наиболее предпочтительных вариантов с последующим усложнением (например, при увеличении количества включаемых в систему складов, при изменении грузоподъемности подвижного состава и пр.). Таким образом, на определенном этапе будут получены варианты с наименьшими затратами на складирование и транспортировку (однокритериальная задача), один из которых может быть принят за оптимальный.

Найденное оптимальное решение является основой для построения транспортно-складской сети в существующих условиях. Однако не следует отбрасывать и другие рассмотренные варианты, которые могут стать оптимальными при изменении требований заказчика, например при увеличении значимости параметра «время». Таким образом, дополнительно в рамках указанного алгоритма будет формироваться информационная база возможных вариантов доставки.

Выполненный нами анализ показал, что в ряде случаев, особенно при организации перевозок в виде сборно-развозочных маршрутов, величина C_0 изменяется в значительных пределах и может быть рассчитана по следующим формулам:

- при почасовой оплате за перевозки:

$$C_0 = d_{чк} E \left(k \sum_{i=0}^n l_{i,i+1} + \sum_{i=1}^n t_{oi} + t_p \sum_{i=1}^n q_i \right); \quad (10.44)$$

- при оплате за перевозки в виде постоянной (почасовой) и переменной составляющих:

$$C_0 = d'_{чк} E \left(k \sum_{i=0}^n l_{i,i+1} + \sum_{i=1}^n t_{oi} + t_p \sum_{i=1}^n q_i \right) + d_{нк} \sum_{i=1}^n l_{i,i+1}; \quad (10.45)$$

где $d_{чк}$, $d'_{чк}$ — почасовой тариф для k -го типа автомобиля, руб./ч; $l_{i,i+1}$ — пробег автомобиля (расстояние) между i -м и $i+1$ пунктами маршрута, км; k — коэффициент, обратный средней скорости движения автомобиля, ч/км; n — количество пунктов на маршруте; t_{oi} — время оформления документов в i -м пункте маршрута (примем $t_{oi} = t_o = \text{const}$); t_p — время разгрузки одной единицы перевозимой продукции, ч/ед.; q_i — количество единиц продукции, разгружаемых в i -м пункте маршрута; $d_{нк}$ — переменный тариф за

перевозку для k -го типа автомобиля, руб./км; $E(\cdot)$ — математический символ, означающий округление до целого числа в сторону увеличения.

Из анализа формул (10.44) и (10.45) следует, что первая из них в зависимости, например, от величины заказа q имеет дискретный характер, вторая — дискретно-непрерывный. Так, формула (10.44) может быть записана в виде

$$C_0 = d_{чк} \times T_{м'} \quad (10.46)$$

где $T_{м'}$ — время выполнения некоторого маршрута (дискретная величина), ч.

В табл. 10.36 приведем значения $T_{м'}$, рассчитанные при следующих исходных данных: $k = 0,05$ ч/км; $t_0 = 0,25$ ч; $t_p = 0,0083$ ч/ед. Время выполнения маршрута было определено при различных величинах заказа q (от 30 до 210 ед.), количестве пунктов разгрузки на маршруте n (от 1 до 3) и условной длине маршрута L (от 10 до 40 км). Так, при $n = 1$, длине $L = 20$ км и величине заказа $q = 60$ ед. находим

$$T_{м'} = E(0,05 \times 20 + 0,25 \times 1 + 0,0083 \times 60) = E(1,75 \text{ ч.}) = 2 \text{ ч.}$$

Таблица 10.36

Время движения на маршруте $T_{м'}$ (для расчета стоимости заказа), ч.

Величина заказа q , ед.	Количество пунктов								
	$n = 1$			$n = 2$			$n = 3$		
	Длина маршрута L , км			Длина маршрута L , км			Длина маршрута L , км		
	10	20	30	10	20	30	10	20	30
30	1	2	2	2	3	3	2	3	3
60	2	2	3	3	3	3	3	3	4
90	2	3	3	3	3	4	3	3	4
120	2	3	3	3	4	4	3	4	4
150	2	3	3	3	4	4	3	4	4
180	3	3	4	3	4	4	4	4	4
210	3	3	4	4	4	5	4	4	5

При подстановке (10.44) в формулу суммарных логистических издержек (см. разд. 8) получаем

$$C_{\Sigma} = \frac{d_{чк} E \left(k \sum_{i=0}^n l_{i,i+1} + \sum_{i=1}^n t_{o_i} + t_p \sum_{i=1}^n q_i \right) \times A}{q} + C_{vp} \times q \rightarrow \min. \quad (10.47)$$

Из анализа зависимости (10.47) следует:

- во-первых, величина стоимости заказа зависит от нескольких параметров, но главным образом от длины маршрута (которая подлежит определению) и суммарной величины отправки $\sum q_i$, которая, в свою очередь, зависит от длины маршрута и является искомой величиной заказа q_{opt} ;
- во-вторых, выполненные расчеты показали, что поиск решения может быть представлен в виде специальной итерационной процедуры, при этом в качестве переменной выбирается величина q ;
- в-третьих, при расчетах необходимо соблюдать ограничения по грузоподъемности автомобиля $\sum q_i \leq q_n$ (где q_n — номинальная грузоподъемность транспортного средства) и общему времени работы на маршруте, т. е. $T_n \leq T_n$ (где T_n — нормативное время работы, например время в наряде).

Пример 10.4. Исходные данные:

- годовая потребность $A = 8000$ ед.;
- количество пунктов разгрузки $n = 1$;
- длина маршрута склад—пункт разгрузки—склад $L = 20$ км;
- почасовой тариф $d_{чк} = 300$ руб./ч;
- номинальная грузоподъемность автомобиля $q_n = 300$ ед.;
- время в наряде $T_n = 8$ ч;
- остальные параметры приведены ранее при расчете табл. 10.36.

1. Определим минимальное время на маршруте, включающее время движения и оформление документов (т. е. $q = 0$):

$$T_{\min} = E(0,05 \times 20 + 1 \times 0,25) = E(1,25 \text{ ч}) = 2 \text{ ч.}$$

Примем $T_{\text{вн}} = 2$ ч.

2. По формуле (10.46) находим стоимость заказа:

$$C_{01} = 300 \times 2 = 600 \text{ руб.}$$

3. Рассчитаем величину оптимальной партии, формула (10.43), при стоимости хранения одной единицы $C_{\text{хр}} = 200$ руб./год:

$$q_{opt1} = \sqrt{\frac{600 \times 8000}{200}} = 155 \text{ ед.}$$

4. Определим действительное время на маршруте при $q_{opt} = 155$ ед.:

$$T_{01} = 0,05 \times 20 + 1 \times 0,25 + 0,0083 \times 155 = 2,55 \text{ ч.}$$

5. Поскольку $T_{o1} > T_{m1}$, то необходимо повторить расчет при

$$T_{m2} = E(T_{o1}) = 3 \text{ ч.}$$

Тогда стоимость заказа при $T_{m2} = 3$ ч:

$$C_{o2} = 300 \times 3 = 900 \text{ руб.,}$$

а оптимальная величина заказа:

$$q_{opt2} = \sqrt{\frac{900 \times 8000}{200}} = 190 \text{ ед.}$$

6. Определим действительное время на маршруте при $q_{opt} = 190$ ед.:

$$T_{o2} = 0,05 \times 20 + 1 \times 0,25 + 0,0083 \times 190 = 2,83 \text{ ч.}$$

7. Из сравнения T_{o2} и T_{m3} следует, что второе приближение является минимальным и должно быть выбрано в качестве оптимального решения.

Таким образом, рассмотренный пример показал наличие некоторого варианта доставки, при котором время останется стабильным и, следовательно, при почасовой оплате не изменятся затраты на транспортировку. Поиск необходимого решения осуществляется посредством последовательного приближения. При этом основной проблемой является определение стоимости выполнения одного заказа при кольцевых маршрутах. Из разработанных нами подходов рассмотрим два, основанных в первом случае на удельных затратах на транспортировку, а во втором — на формуле для многономенклатурных поставок.

Пример 10.5. Рассмотрим подход, основанный на удельных затратах на транспортировку, и проведем расчеты, основываясь на данных, приведенных в подразделе 10.4 для первого маршрута: за пунктом a_1 закреплены b_1 , b_2 и b_p с соответствующей ежедневной потребностью. Обслуживание может быть осуществлено по маятниковым или кольцевым маршрутам (рис. 10.17). В квадратных скобках приведена потребность в грузе (τ).

Для определения времени выполнения договорного объема перевозки (T_w) следует определить составляющие формулы (10.44). Предположим, основываясь на данных проведенных исследований, что скорость движения $V_m = 17,9$ км/ч, тогда $k = 1/17,9 = 0,056$ ч/км.

Погрузка на складе занимает постоянное и не зависящее от количества грузовых мест время, составляющее $t_n = 0,5$ ч. Время на оформление документов и время на разгрузку одного грузового места (далее «коробки») соответственно равны $t_o = 0,15$ ч и $t_p = 0,01$ ч/кор.

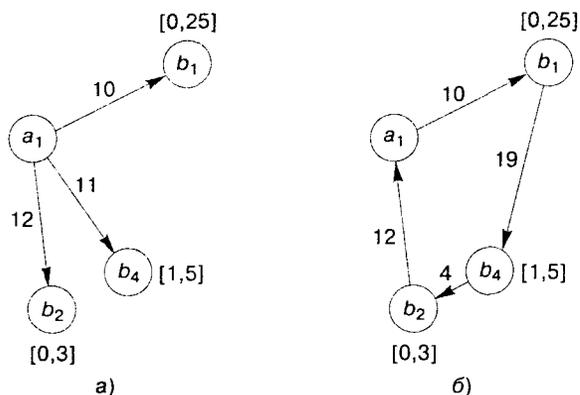


Рис. 10.17. Варианты ежедневного обслуживания пунктов: а) маятниковые маршруты; б) кольцевой маршрут

Таким образом, скорректированная для рассматриваемого примера формула для расчета $T_{\text{ш}}$ примет вид

$$T_{\text{ш}} = E \left(0,056 \times \sum l_i + n \times t_n + m \times t_v + t_p \times \sum_{j=1}^m q_j \right), \quad (10.48)$$

где $\sum l_i$ — общий пробег транспортного средства, км; n — число рейсов; m — количество потребителей, обслуживаемых одним транспортным средством; k_j — требуемое количество коробок у j -го потребителя.

Ставка почасового тарифа при внутригородских перевозках зависит в первую очередь от грузоподъемности подвижного состава (табл. 10.37).

Таблица 10.37
Тарифы на внутригородские перевозки (по данным за 2005 г.)

Грузоподъемность автомобиля, т	Тариф, руб./ч
До 1	160
1–3	230
3–4	270
4–5	300
5–10	350
10–15	450
15–20	460
Свыше 20	460 + 10 за каждую последующую полную и неполную тонну

Характеристика одного грузового места, а также условия хранения на складе потребителя приведены в табл. 10.38.

Таблица 10.38
Характеристика грузового места и складских помещений

Наименование показателя	Значение
1. Масса коробки, т	0,05
2. Площадь коробки, м ²	0,2
3. Стоимость годовой аренды складского помещения, \$/м ²	120
4. Количество ярусов хранения на складе	5
5. Коэффициент использования складской площади	0,6

Учитывая вышеприведенные значения и при условии, что \$1 = = 30 руб., можно определить знаменатель в формуле (10.43), т. е. годовые затраты на хранение одной коробки:

$$ak = \frac{120 \times 30}{5 \times 0,6} \times 0,2 = 240 \text{ руб.}$$

На первом этапе определим суммарные логистические издержки до и после оптимизации транспортных потоков, т. е. для маятниковых и кольцевых маршрутов.

Ежедневная потребность исходя из объема перевозки и массы единицы груза составит $q_{b1} = 5$, $q_{b4} = 30$ и $q_{b2} = 6$ коробок.

При маятниковых маршрутах автомобиль последовательно обслуживает трех потребителей, т. е. выполняет 3 рейса. Следовательно, время выполнения договорного объема перевозок, определенное по формуле (10.48), составит

$$T_{\text{м}} = E[0,056 \times 2 \times (10 + 12 + 11) + 3 \times 0,5 + 3 \times 0,15 + + 0,01 \times (5 + 30 + 6)] = E[6,056] = 7 \text{ ч.}$$

Затраты на перевозку составят:

$$C_{\text{тр}}^{\text{е.ж}} = 230 \times 7 = 1610 \text{ руб./дн.}$$

Количество рабочих дней составит 260 при условии пятидневной поставки в неделю, следовательно, можно определить годовые затраты на транспортировку:

$$C_{\text{тр}} = 260 \times 1610 = 418\,600 \text{ руб.}$$

Годовые затраты на хранение оцениваются исходя из размера заказа каждого потребителя и стоимости хранения одной коробки:

$$C_{\text{хр}} = (5 + 30 + 6) \times 240 = 9840 \text{ руб.}$$

Суммарные логистические издержки составят

$$C_{\Sigma} = 418\,600 + 9840 = 428\,440 \text{ руб.}$$

После оптимизации транспортного потока изменится время выполнения перевозки за счет сокращения, во-первых, общего пробега автомобиля n , во-вторых, количества рейсов ($n = 1$). Для обслуживания кольцевого маршрута привлекается автомобиль грузоподъемностью от 1 до 3 т. Годовые затраты на транспортировку равны

$$C_{\text{пер}} = 260 \times 230 \times E[0,056 \times (10 + 19 + 4 + 12) + 0,5 + 3 \times 0,15 + 0,01 \times 41] = 260 \times 230 \times E[3,88] = 239\,200 \text{ руб.}$$

Затраты на хранение останутся неизменными, поскольку объемы перевозок остались прежними, следовательно, суммарные логистические издержки будут равны $C_{\Sigma} = 239\,200 + 9840 = 249\,040$ руб.

На втором этапе, определим оптимальную партию заказа, учитывая удельные затраты на транспортировку одной коробки по кольцевым маршрутам.

Ежедневно на перевозку 41 коробки тратится 920 руб., следовательно затраты на перевозку одного грузового места составят:

$$C_0 = \frac{920}{41} = 22,4 \text{ руб./кор.}$$

Определим по формуле (10.45) оптимальную величину заказа для потребителя b_1 , учитывая, что годовая потребность $A_1 = 5 \times 260 = 1300$ ед.:

$$q_1 = \sqrt{\frac{22,4 \times 1300}{240}} = 11,02.$$

Дальнейшее уточнение размера заказа предполагает последовательный расчет количества заказов и интервала между заказами. Таким образом, получаем, что $N_1 = 1300/11,02 = 117,97$, $T_1 = 260/117,97 = 2,20 \approx 2$ дн. Найденное значение интервала между заказами позволяет откорректировать количества заказов $N_1^* = 260/2 = 130$ и размер оптимальной партии $q_1^* = 1300/130 = 10$ кор.

Результаты расчетов по всем пунктам приведены в табл. 10.39.

Анализируя интервал между заказами, можно определить маршруты и частоту доставки:

- 130 раз — маятниковый маршрут, на котором обслуживается пункт b_1 , объем перевозки составит 1,5 т ($30 \text{ ед.} \times 0,05 \text{ т}$);
- 130 раз — кольцевой маршрут, перевозка на котором охватывает все три обслуживаемых пункта с объемом перевозки 2,6 т.

Таблица 10.39
**Определение оптимальной партии заказа при стоимости
 транспортировки одной коробки 22,4 руб.**

Потребитель	Размер оптимальной партии, $q_{опт}$	Количество заказов, N	Интервал между заказами, T , дн.	Откорректированное количество заказов, N'	Откорректированная оптимальная партия, q' , кор.
b_1	11,02	117,97	2,20 \approx 2	130	10
b_4	26,98	7800/26,98 = = 289,10	260/289,10 = = 0,90 \approx 1	260	30
b_2	12,07	1560/12,07 = = 129,25	260/129,25 = = 2,01 \approx 2	130	12

Таким образом, для перевозки привлекается автомобиль грузоподъемностью от 1 до 3 т и стоимостью 230 руб./ч.

Определим время рейса и годовые затраты на транспортировку для каждого типа маршрутов:

- для первого маршрута:

$$C_{мп1} = 130 \times 230 \times E(0,056 \times 2 \times 11 + 0,5 + 0,15 + 0,01 \times 30) = 29\,900 \times E(2,182) = 89\,700 \text{ руб.}$$

- для второго маршрута:

$$C_{мп2} = 130 \times 230 \times E[(0,056 \times (10 + 19 + 4 + 12) + 0,5 + 2 \times 0,15 + 0,01 \times 42)] = 29\,900 \times E(3,74) = 19\,600 \text{ руб.}$$

Суммарные затраты на транспортировку составят: $C_{мп} = 209\,300$ руб.

Затраты на хранение будут рассчитаны, основываясь на размере партии поставки, определенной в табл. 10.39. Следовательно:

$$C_{xp} = (10 + 30 + 12) \times 240 = 12\,480 \text{ руб.}$$

Суммарные логистические издержки составят

$$C_{\Sigma} = 209\,300 + 12\,480 = 221\,780 \text{ руб.}$$

На третьем этапе проверяем, не повлияло ли изменение размера заказа на его стоимость, т. е. следует провести расчеты как на втором этапе, с учетом изменившейся удельной стоимости транспортировки одной коробки.

Затраты на перевозку одной коробки определим на основе годовых затрат на перевозку и потребности обслуживаемых пунктов:

$$C_0 = 209\,300 / (1300 + 7800 + 1560) = 19,6 \text{ руб./кор.}$$

Определяем оптимальную партию заказа, количество поставок и интервал между заказами (табл. 10.40).

Таблица 10.40
Оптимальный размер заказа при удельной стоимости перевозки 19,6 руб./коробки

Потребитель	Размер оптимальной партии, $Q_{опт}$	Количество заказов, N	Интервал между заказами, T , дн.	Откорректированное количество заказов, N'	Откорректированная оптимальная партия, q , кор.
b_1	10,30	$1300/10,30 =$ $= 126,21$	$260/126,21 =$ $2,06 \approx 2$	130	10
b_4	25,24	$7800/25,24 =$ $= 309,03$	$260/309,03 =$ $0,84 \approx 1$	260	30
b_2	11,29	$1560/11,29 =$ $= 138,18$	$260/138,18 =$ $1,88 \approx 2$	130	12

Расчет оптимальной партии заказа привел нас к результату, полученному на предыдущем этапе (см. табл. 10.39). Следовательно, имеет место стабильность результатов, которая свидетельствует о законченности цикла.

Результаты проведенных расчетов позволяют определить оптимальную схему обслуживания потребителей с точки зрения суммарных логистических издержек (табл. 10.41).

Следовательно, перераспределение поставок в пункты b_1 и b_2 в сторону увеличения интервала поставки позволило сократить суммарные транспортно-складские затраты на 46,3% по сравнению с ежедневными поставками по маятниковым маршрутам.

Таблица 10.41
Результаты последовательной оптимизации на основе оценки удельной стоимости перевозки одной коробки

Характеристика маршрутов	Суммарные издержки	Затраты на транспортировку	Затраты на хранение
Маятниковые маршруты, ежедневные поставки	428 440	418 600	9480
Кольцевые маршруты, ежедневные поставки	249 040	239 200	9840
Комбинированный маршрут, поставки в b_4 ежедневно, b_2 и b_1 через день	221 780	209 300	12 480

Вторым подходом к решению рассматриваемой задачи является использование методов управления многономенклатурными поставками, которые предполагают определение на первом этапе оптимального интервала поставок и далее оптимальной партии заказа.

Таким образом, для каждого варианта организации перевозок используется алгоритм поиска решения, приведенный на рис. 10.18.

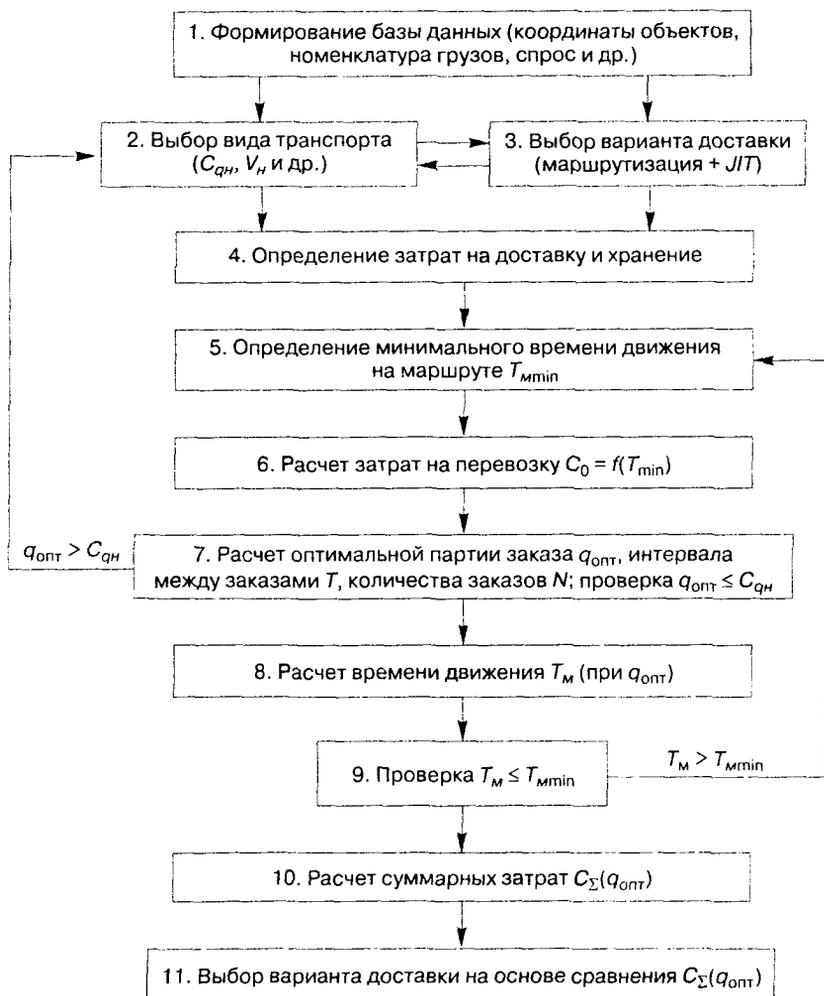


Рис. 10.18. Блок-схема оптимизации грузовых (внутригородских) перевозок

Пример 10.6. Исходные данные те же, что и в примере 10.5.

Первый вариант доставки груза — маятниковые маршруты с оптимальной партией заказа.

1. Во втором блоке алгоритма следует определиться с подвижным составом, который будет привлекаться для перевозок. Предположим, что первоначально используем транспортное средство, по грузоподъемности близкое к ежедневной потребности потребителей. В этом случае на маршрутах a_1b_1 и a_1b_2 следует использовать автомобиль грузоподъемностью до 1 т (часовой тариф, согласно данным табл. 10.37, $d_q = 160$ руб./ч) и на маршруте a_1b_4 — вместимостью от 1 до 3 т ($d_q = 230$ руб./ч).

2. Определим, согласно пятому блоку алгоритма, минимальное время на каждом маятниковом маршруте, включающее время движения и оформление документов (т. е. $q = 0$):

$$T_{\min 1} = E(0,056 \times 2 \times 10 + 0,5 + 0,15) = E(1,77 \text{ ч}) = 2 \text{ ч};$$

$$T_{\min 4} = E(0,056 \times 2 \times 12 + 0,5 + 0,15) = E(1,99 \text{ ч}) = 2 \text{ ч};$$

$$T_{\min 2} = E(0,056 \times 2 \times 11 + 0,5 + 0,15) = E(1,88 \text{ ч}) = 2 \text{ ч}.$$

Примем $T_{,m1} = T_{,m4} = T_{,m2} = 2$ ч.

3. По формуле (10.46) находим стоимость заказа при доставке партии, равной ежедневной потребности потребителя:

$$C_{01} = C_{02} = 160 \times 2 = 320 \text{ руб.}, C_{04} = 230 \times 2 = 460 \text{ руб.}$$

4. Согласно седьмому блоку алгоритма, рассчитаем величину оптимальной партии, формула (10.43), при стоимости хранения одной единицы $C_{xp} = 240$ руб./год:

$$q_{\text{опт}1} = \sqrt{\frac{320 \times 1300}{240}} = 41,63 \text{ кор.};$$

$$q_{\text{опт}4} = \sqrt{\frac{460 \times 7800}{240}} = 122,27 \text{ кор.};$$

$$q_{\text{опт}2} = \sqrt{\frac{320 \times 1560}{240}} = 45,61 \text{ кор.}$$

Как отмечалось ранее, следует провести дальнейшее уточнение размера заказа, которое предполагает первоначально определить количество заказов и интервала между заказами, округление которого и позволяет найти искомую величину (табл. 10.42).

Таблица 10.42
Расчет оптимальной партии заказа при целодневном интервале между заказами

Потребитель	Размер оптимальной партии, q_{opt}	Количество заказов, N	Интервал между заказами, T , дн.	Откорректированное количество заказов, N'	Откорректированная оптимальная партия, q , кор.
b_1	41,63	$1300/41,63 = 31,23$	$260/31,23 = 8,33 = 8$	33	39
b_4	122,27	$7800/122,27 = 63,79$	$260/63,79 = 4,08 = 4$	65	120
b_2	45,61	$1560/45,61 = 34,20$	$260/34,20 = 7,60 = 8$	33	47

Учитывая массу одной коробки, можно определить грузоподъемность транспортного средства для обслуживания соответствующего потребителя, а именно: $q_1^* = 39$ кор., следовательно $C_{qm1} = 39 \times 0,05 = 1,95$ т, для которого $d_{q1} = 230$ руб./ч; аналогичным образом определяем $C_{qm4} = 120 \times 0,05 = 6$ т и $d_{q4} = 350$ руб./ч; $C_{qm2} = 47 \times 0,05 = 2,35$ т и $d_{q2} = 230$ руб./ч. Следовательно, не выполняется условие блока 7, согласно которому оптимальная партия заказа должна быть не больше вместимости транспортного средства.

5. Определим новую стоимость выполнения заказа (блок 6):

$$C_{01} = C_{02} = 230 \times 2 = 460 \text{ руб.}, C_{04} = 350 \times 2 = 700 \text{ руб.}$$

6. Согласно блоку 7 следует по формуле (10.43) рассчитать оптимальную партию заказа и скорректировать ее при условии целодневного интервала между поставками (табл. 10.43):

$$q_{opt1} = \sqrt{\frac{460 \times 1300}{240}} = 49,92 \text{ кор.};$$

$$q_{opt4} = \sqrt{\frac{460 \times 7800}{240}} = 150,83 \text{ кор.};$$

$$q_{opt2} = \sqrt{\frac{320 \times 1560}{240}} = 54,68 \text{ кор.}$$

Учитывая массу одной коробки, можно определить, что в первый пункт следует доставить 2,5 т груза, в четвертый — 7,5 и во второй — 2,7 т, следовательно, часовой тариф на перевозку не изменится.

Таблица 10.43

Размер оптимальной партии заказа при целодневном интервале между заказами

Потребитель	Размер оптимальной партии, q_{opt}	Количество заказов, N	Интервал между заказами, T , дн.	Откорректированное количество заказов, N'	Откорректированная оптимальная партия, q' , кор.
b_1	49,92	$1300/49,92 = 26,04$	$260/26,04 = 9,98 \approx 10$	26	50
b_4	150,83	$7800/150,83 = 51,71$	$260/51,71 = 5,03 \approx 5$	52	150
b_2	54,68	$1560/54,68 = 28,53$	$260/28,53 = 9,11 \approx 9$	29	54

6. Определим действительное время на маршруте (блок 8) при доставке оптимальной партии, учитывая, что время движения было определено на втором этапе (блок 5):

$$T_{M1} = E(1,77 + 0,01 \times 50) = E(2,27) = 3 \text{ ч};$$

$$T_{M4} = E(1,99 + 0,01 \times 150) = E(3,49) = 4 \text{ ч};$$

$$T_{M2} = E(1,88 + 0,01 \times 54) = E(2,42) = 3 \text{ ч}.$$

7. Поскольку $T_M > T_{Mmin}$ (блок 9), то необходимо повторить расчет, начиная со второго до пятого этапа включительно, т. е., согласно блокам 6–9 алгоритма, при $T_{Mmin} = T_M$.

Тогда стоимость выполнения заказа составит

$$C_{01} = C_{02} = 230 \times 3 = 690 \text{ руб.}, C_{04} = 350 \times 4 = 1400 \text{ руб.},$$

а оптимальная величина заказа:

$$q_{opt1} = \sqrt{\frac{690 \times 1300}{240}} = 61,14 \text{ кор.};$$

$$q_{opt4} = \sqrt{\frac{1400 \times 7800}{240}} = 213,31 \text{ кор.};$$

$$q_{opt2} = \sqrt{\frac{690 \times 1560}{240}} = 66,97 \text{ кор.}$$

Уточним оптимальную партию заказа, предполагая, что интервал между заказами может быть только целодневный. На основе полученного результата определим грузоподъемность подвижного состава (C_{qm}) и часовой тариф (d_y) (табл. 10.44).

Таблица 10.44
Оптимальная партия заказа при целодневном интервале между заказами

Потребитель	$q_{опт}$	N	T , дн.	N^*	q^* , кор.	C_{qm} , т	d_c
b_1	61,14	$1300 / 61,14 =$ $\approx 21,26 \approx 22$	12	22	59	2,95	230
b_4	213,31	$7800 / 213,31 =$ $\approx 36,57 \approx 37$	7	37	211	10,55	450
b_2	66,97	$1560 / 66,97 =$ $\approx 23,29 \approx 24$	11	24	65	3,25	270

8. Определим действительное время на маршруте при доставке оптимальной партии заказа:

$$T_{.м1} = E(1,77 + 0,01 \times 59) = E(2,36) = 3 \text{ ч};$$

$$T_{.м4} = E(1,99 + 0,01 \times 211) = E(4,10) = 5 \text{ ч};$$

$$T_{.м2} = E(1,88 + 0,01 \times 65) = E(2,53) = 3 \text{ ч}.$$

9. Из сравнения $T_{.м}$ и $T_{.мин}$ следует, что при прочих равных условиях (часовом тарифе на используемый подвижной состав) решение для пункта b_1 должно быть выбрано в качестве оптимального.

Для пункта b_2 время движения не изменилось, однако привлечение подвижного состава большей грузоподъемности приводит к увеличению стоимости доставки C_{02} с 690 до 810 (270×3) руб. Действительное время движения на маршруте $a_1 b_4$ не удовлетворяет необходимому условию блока 9, т. е. $T_{.м} > T_{.мин}$. Следовательно, необходимо заново провести расчеты для пунктов b_4 и b_2 ($C_{04} = 5 \times 450 = 2250$ руб.).

10. Результаты расчетов показателей блока 7 приведены в табл. 10.45.

Таблица 10.45
Оптимальная партия заказа при целодневном интервале между заказами

Потребитель	$q_{опт}$	N	T , дн.	N^*	q^* , кор.	C_{qm} , т	d_c
b_4	270,42	28,84	9	29	269	13,45	450
b_2	72,56	21,50	12	22	71	3,55	270

11. Определим действительное время движения на маршруте:

$$T_{.м4} = E(1,99 + 0,01 \times 269) = E(4,68) = 5 \text{ ч};$$

$$T_{м2} = E(1,88 + 0,01 \times 71) = E(2,59) = 3 \text{ ч.}$$

12. Условие блока 9 выполняется для всех маршрутов доставки, следовательно, полученные результаты должны рассматриваться как оптимальные. Согласно блоку 11, необходимо определить суммарные логистические издержки при выявленной оптимальной партии заказа для первого варианта доставки — маятниковых маршрутов.

Общие затраты на транспортировку и хранение определим как сумму логистических издержек для каждого i -го обслуживаемого пункта, которые определяются по формуле

$$C_{\Sigma i} = 2 \times \sqrt{C_{0i} \times A_i \times C_{xp}}. \quad (10.49)$$

Согласно проведенным расчетам, затраты на доставку оптимальной партии заказа в размере $q_{opt1} = 59$ кор. в пункт b_1 составят $C_{01} = 690$ руб., в этом случае

$$C_{\Sigma 1} = 2 \times \sqrt{690 \times 1300 \times 240} = 29\,345 \approx 29,3 \text{ тыс. руб.},$$

для пункта b_4 : $q_{opt4} = 269$ кор., $C_{04} = 2250$ руб.:

$$C_{\Sigma 4} = 2 \times \sqrt{2250 \times 7800 \times 240} = 129\,801 \approx 129,8 \text{ тыс. руб.},$$

для пункта b_2 : $q_{opt2} = 71$ кор., $C_{02} = 810$ руб.:

$$C_{\Sigma 2} = 2 \times \sqrt{810 \times 1560 \times 240} = 34\,829 \approx 34,8 \text{ тыс. руб.}$$

Общие логистические издержки составят

$$C_{\Sigma} = 29,3 + 129,8 + 34,8 = 193,9 \text{ тыс. руб.}$$

Второй вариант обслуживания потребителей предполагает частичное использование транспортной оптимизации, т. е. объединение двух потребителей в один кольцевой маршрут. На основе предварительного анализа с точки зрения минимизации общего пробега предпочтительной будет организация маршрутов — кольцевого $a_1 \rightarrow b_2 \rightarrow b_4 \rightarrow a_1$ и маятникового $a_1 b_1$. Таким образом, следует провести расчет для кольцевого маршрута, тогда как для маятникового суммарные логистические издержки составят $C_{\Sigma 1} = 29,3$ тыс. руб.

1. Определим минимальное время на маршруте, необходимое на движение и оформление документов в пункте разгрузки, при этом следует учитывать, что для перевозки привлекается транспортное средство грузоподъемностью от 1 до 3 т стоимостью $d_{2,4} = 230$ руб./ч (блок 5):

$$T_{\text{мин}} = E[(11 + 4 + 12) \times 0,056 + 0,5 + 2 \times 0,15] = E(2,31) = 3 \text{ ч.}$$

2. Затраты на перевозку составят (блок 6):

$$C_0 = 3 \times 230 = 690 \text{ руб.}$$

3. В случае объединении пунктов в один маршрут предлагается использовать методику многономенклатурных поставок, которая предполагает определение первоначально оптимального интервала поставок, а затем партии заказа на основании следующих формул:

$$T_{opt} = D_p \times \sqrt{\frac{C_0}{\sum A_i \times C_{xpi}}}; \quad (10.50)$$

$$q_{opt} = \frac{A}{D_p} \times T_{opt}. \quad (10.51)$$

Расчет оптимальной партии заказа производится отдельно для каждого пункта. Таким образом, получаем (блок 7):

$$T_{opt2,4} = 260 \times \sqrt{\frac{690}{(1560 + 7800) \times 240}} = 4,56 \approx 5 \text{ дн.}$$

$$q_{opt2} = \frac{1560}{260} \times 5 = 30 \text{ кор.}; \quad q_{opt4} = \frac{7800}{260} \times 5 = 150 \text{ кор.}$$

Суммарный объем перевозок составляет 180 кор., что соответствует $9(180 \times 0,05)$ т. Для рассматриваемой перевозки следует привлекать автомобиль стоимостью $d_{2,4} = 350$ руб./ч. Следовательно, не выполняется условие блока 7, предполагающее, что размер оптимальной партии заказ должен быть меньше грузоподъемности автомобиля.

4. Скорректируем стоимость выполнения заказа:

$$C_0 = 3 \times 350 = 1050 \text{ руб.}$$

5. Согласно методике для многономенклатурных поставок получаем следующие значения оптимальной партии заказа:

$$T_{opt2,4} = 260 \times \sqrt{\frac{1050}{(1560 + 7800) \times 240}} = 5,62 \approx 6 \text{ дн.}$$

$$q_{opt2} = \frac{1560}{260} \times 6 = 36 \text{ кор.}; \quad q_{opt4} = \frac{7800}{260} \times 6 = 180 \text{ кор.}$$

Суммарный заказ составит 10,8 т, что предполагает привлечение автомобиля грузоподъемностью от 10 до 15 т стоимостью $d_{2,4} = 450$ руб./ч. Условие блока 7 не выполняется, т. е. необходимо повторить расчет затрат на выполнение перевозки и оптимальный размер партии заказа при новых условиях:

$$C_0 = 3 \times 450 = 1350 \text{ руб.};$$

$$T_{\text{omm}2.4} = 260 \times \sqrt{\frac{1350}{(1560 + 7800) \times 240}} = 6,37 \approx 6 \text{ дн.}$$

Оптимальный размер партии заказ составит 36 и 180 коробок соответственно в пункт b_2 и b_4 .

6. Определим действительное время на маршруте (блок 8):

$$T_m = E(2,312 + 0,01 \times 216) = E(4,47) = 5 \text{ ч.}$$

7. Соотношение действительного и минимального времени движения на маршруте (блок 9) предполагает повторное проведение расчетов по рассматриваемому алгоритму, начиная с пятого блока.

Стоимость доставки выявленных партий заказ на кольцевом маршруте составит

$$C_0 = 5 \times 450 = 2250 \text{ руб.}$$

8. Согласно блоку 7, определим интервал между поставками и размер заказа:

$$T_{\text{omm}2.4} = 260 \times \sqrt{\frac{2250}{(1560 + 7800) \times 240}} = 8,23 \approx 8 \text{ дн.}$$

$$q_{\text{omm}1} = 5 \times 10 = 50 \text{ кор.}; q_{\text{omm}4} = 30 \times 10 = 300 \text{ кор.}; q_{\text{omm}2} = 6 \times 10 = 60 \text{ кор.}$$

Суммарный объем перевозки составляет 288 коробок, или 17,4 т. Следовательно условие блока 7 выполняется.

9. Действительное время движения на маршруте составляет:

$$T_m = E(2,312 + 0,01 \times 288) = E(5,192) = 6 \text{ ч.}$$

Так как $T_m > T_{\text{мин}}$, расчет оптимальной партии заказ необходимо провести при новой стоимости доставки, которая составляет:

$$C_0 = 6 \times 450 = 2700 \text{ руб.}$$

10. Оптимальный интервал между заказами и размер партии определяем соответственно по формулам (10.54) и (10.55):

$$T_{\text{omm}2.4} = 260 \times \sqrt{\frac{2700}{(1560 + 7800) \times 240}} = 9,01 \approx 9 \text{ дн.}$$

$$q_{\text{omm}2} = 6 \times 9 = 54 \text{ кор.}; q_{\text{omm}4} = 30 \times 9 = 270 \text{ кор.}$$

Суммарный объем перевозок за один рейс составляет 324 коробки, или 16,2 т, что не удовлетворяет условию по грузоподъемности авто-

мобиля. Необходимо провести новый расчет стоимости выполнения заказа при условии, что часовой тариф для автомобиля от 15 до 20 т равен 460 руб./ч:

$$C_0 = 6 \times 460 = 2760 \text{ руб.}$$

$$T_{\text{opt}2,4} = 260 \times \sqrt{\frac{2760}{(1560 + 7800) \times 240}} = 9,11 \approx 9 \text{ дн.}$$

Размер партии не изменился, следовательно, цикл расчетов, связанных с определением оптимальных характеристики поставки, следует завершить.

11. Согласно блоку 10 рассматриваемого алгоритма определим суммарные логистические издержки на транспортировку и хранение по формуле (10.49):

$$C_{\Sigma 2,4} = 2 \times \sqrt{2760 \times (7800 + 1560) \times 240} = 157\,481 \approx 157,5 \text{ тыс. руб.}$$

Учитывая затраты на обслуживание первого пункта по маятниковому маршруту, получаем:

$$C_{\Sigma} = 29,3 + 157,5 = 186,8 \text{ тыс. руб.}$$

Третий вариант обслуживания потребителей предполагает использование одного кольцевого маршрута, охватывающего всех потребителей.

1. Минимальное время на маршруте, необходимое на погрузку, движение транспортного средства и оформление документов в каждом пункте разгрузки будет равно

$$T_{\text{min}} = E [(12 + 4 + 19 + 10) \times 0,056 + 0,5 + 3 \times 0,15] = E (3,47) = 4 \text{ ч.}$$

При ежедневной поставке объем перевозок составляет 41 коробку, или 2,05 т, таким образом, часовой тариф привлекаемого транспортного средства составляет $d_{ч1,4,2} = 230$ руб./ч и, следовательно:

$$C_0 = 4 \times 230 = 920 \text{ руб.}$$

2. Определяем оптимальный интервал между поставками и размер партии заказа для каждого пункта (блок 7):

$$T_{\text{opt}1,4,2} = 260 \times \sqrt{\frac{920}{(1300 + 7800 + 1560) \times 240}} = 4,93 \approx 5 \text{ дн.}$$

$$q_{\text{opt}1} = 5 \times 5 = 25 \text{ кор.}; q_{\text{opt}4} = 30 \times 5 = 150 \text{ кор.}; q_{\text{opt}2} = 6 \times 5 = 30 \text{ кор.}$$

Суммарный объем перевозок составляет 205 коробок, или 10,25 т (205 × 0,05); таким образом, для перевозки следует привлекать авто-

Полученные результаты свидетельствуют, что при организации поставок по комбинированному способу обслуживания экономия составит 6,8 тыс. руб.

Сравнение результатов по первому и второму варианту расчетов, т. е. по удельным затратам на обслуживание одного клиента и по многономенклатурным поставкам, свидетельствует в пользу последнего. Так, по первому варианту значение суммарных логистических издержек составило 221,78 тыс. руб., что на 12% хуже варианта маршрута обслуживания потребителей согласно табл. 10.46.

Однако, проводя анализ полученных результатов расчетов, можно заметить, что при использовании удельных затрат рассматриваются варианты, которые от определенного значения все больше приближаются к ежедневным поставкам (оптимальная партия заказа уменьшается). Тогда как при многономенклатурных поставках партия заказа увеличивается и в определенный момент времени можно говорить о нецелесообразности проведения дальнейших расчетов (например, при кольцевом варианте обслуживания потребителей привлекается автомобиль грузоподъемностью более 20 т, что не является оптимальным для большинства внутригородских перевозок).

При этом следует помнить, что выявленная сложная зависимость затрат на транспортировку от размера оптимальной партии заказа свидетельствует о том, что при изменении любого из рассматриваемых параметров, а именно: стоимости хранения единицы груза, расстояния перевозки, часового тарифа, оптимальный вариант обслуживания может существенно измениться.

Контрольные вопросы

1. Что понимается под мультимодальной, интермодальной, смешанной перевозкой?
2. Какие основные параметры используются потребителями при выборе варианта доставки груза в смешанном сообщении?
3. Как используется метод сетевого планирования при планировании смешанной перевозки груза?
4. Какие два основных варианта доставки могут применяться при организации доставки от производителя к дилерам?
5. В чем преимущество прямого варианта доставки?
6. Какие затраты снижаются в случае организации обслуживания дилеров через центральный склад?
7. Какие основные схемы организации перевозочного процесса выделяются при внутригородских перевозках?

8. При организации обслуживания потребителей по схеме «многие ко многим» какие решаются задачи и в какой последовательности?
9. Какие методы решения задач транспортной логистики предлагаются для ускоренного алгоритма планирования внутригородской перевозки?
10. Каким образом реализуется концепция «точно в срок» для внутригородских перевозок?
11. В чем особенность определения оптимальной партии заказа для внутригородского сообщения?
12. Каким образом предлагается определять затраты на выполнение одного заказа при внутригородских перевозках?

Раздел 11

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА И КООРДИНАТ СКЛАДОВ В РЕГИОНЕ

11.1. Определение месторасположения склада

Для решения одной из фундаментальных логистических задач — определения месторасположения распределительного склада в регионе — необходимо знать:

- месторасположение (координаты x_i, y_i) фирм — производителей и потребителей данной продукции (клиентов);
- объемы поставок продукции (Q_i);
- маршруты доставки (характеристику транспортной сети);
- затраты (или тарифы) на транспортные услуги (T_i).

В зависимости от выбранного критерия оптимизации и учета расстояний между поставщиками, потребителями и складом можно выделить несколько типовых случаев. При этом основное внимание уделяется способу учета расстояния между объектами и количеству необходимых складов (табл. 11.1).

Таблица 11.1

Систематизация методов определения месторасположения складов в распределительных логистических системах

Вариант определения координат склада	Количество складов	Способ учета расстояний между объектами	Описание метода
1. Месторасположение склада выбирается на территории одного из объектов распределительной сети	Один	Кратчайшее расстояние: $r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2},$ где x_i, y_i — координаты поставщика, потребителя; x_c, y_c — координаты склада	Минимизация транспортной работы: $E_j = \sum Q_{ij} \times r_{ij} \rightarrow \min.$ На основе комбинаторики перебираются возможные варианты расположения координат склада

Продолжение табл. 11.1

Вариант определения координат склада	Количество складов	Способ учета расстояний между объектами	Описание метода
		«Манхэттенское расстояние»: $d_{ij} = x_i - x_c + y_i - y_c $	Минимизация транспортной работы: $E_j = \sum Q_{ij} \times d_{ij} \rightarrow \min.$ Расстояния рассчитываются для конкретных объектов с координатами $C(x_i, y_i)$
	Несколько складов, количество которых известно; оптимальное количество складов	Оба способа учета расстояния между объектами	Минимизация грузооборота (суммарных логистических затрат) на основе транспортно-производственной задачи
2. Расположение склада определяется с учетом координат размещения объектов складской распределительной системы	Один	«Манхэттенское расстояние»	$P_c = \begin{cases} Q_i x_i - x_c \rightarrow \min; \\ Q_i y_i - y_c \rightarrow \min \end{cases}$
3. Месторасположение склада определяется с учетом выбранного критерия оптимизации (физического или экономического)	Один	Расстояние до объекта определяется от начала координат по оси X и Y	Метод центра тяжести: $X_c = \frac{\sum Q_i x_i}{\sum Q_i};$ $Y_c = \frac{\sum Q_i y_i}{\sum Q_i}.$ Центр тяжести по тарифу: $X_c = \frac{\sum T_i x_i Q_i}{\sum T_i Q_i};$ $Y_c = \frac{\sum T_i y_i Q_i}{\sum T_i Q_i}$

Окончание табл. 11.1

Вариант определения координат склада	Количество складов	Способ учета расстояний между объектами	Описание метода
		Кратчайшее расстояние	Метод центра тяжести по расстоянию: $X_c = \frac{\sum \frac{x_i}{d_i}}{\sum \frac{1}{d_i}};$ $Y_c = \frac{\sum \frac{y_i}{d_i}}{\sum \frac{1}{d_i}}.$ Центр тяжести по грузообороту: $X_c = \frac{\sum Q_i d_i x_i}{\sum Q_i d_i};$ $Y_c = \frac{\sum Q_i d_i y_i}{\sum Q_i d_i}.$
	Несколько складов, количество которых задано; оптимальное количество складов	Кратчайшее расстояние. «Манхэттенское расстояние»	Метод СПБГИЗУ* на основе транспортной задачи; прикладные пакеты программ

* Метод СПБГИЗУ разработан на кафедре логистики и организации перевозок Санкт-Петербургского государственного инженерно-экономического университета.

Пример 11.1. Определим координаты склада при различных вариантах и способах учета расстояния между объектами при следующих исходных данных, представленных в табл. 11.2.

Первый вариант, при котором склад организуется на территории одного из объектов распределительной сети. Приведем расчет для двух способов учета расстояний между объектами.

Таблица 11.2
**Расположение потребителей (клиентов) и поставщиков
 в распределительной логистической сети**

Координаты, км		Тариф за перевозку T_i , руб./ткм	Объем поставки (потребления) Q_i , т
x_i	y_i		
Поставщики			
0	575	0,8	300
300	500	0,5	250
550	600	0,6	150
Итого			700
Потребители (клиенты)			
150	125	1	150
275	300	1	75
400	275	1	125
500	100	1	100
600	550	1	150
Итого			600

11.1.1. Предположим, что расстояния определяют по формуле для кратчайших расстояний. Так, для первого и второго поставщиков расстояние будет равно:

$$r_{12} = \sqrt{(0 - 300)^2 + (575 - 500)^2} = 309,2 \approx 309.$$

Следовательно, в результате расчетов построим матрицу кратчайших расстояний между пунктами (П — поставщики, К — клиенты), анализ которой и позволит определить месторасположение склада по критерию минимального значения транспортной работы P (табл. 11.3).

Значение транспортной работы для каждого пункта определяется как сумма произведений объема перевозок на расстояние; так, например, для первого поставщика оно составит

$$P_1 = 300 \times 0 + 250 \times 309 + 150 \times 551 + 150 \times 474 + 75 \times 389 + \\ + 125 \times 500 + 100 \times 690 + 150 \times 601 = 481\,825 \text{ ткм.}$$

Минимальное значение $P = 329\,850$ ткм соответствует второму поставщику, следовательно, на его территории наиболее выгодно организовать распределительный центр.

Таблица 11.3

Месторасположения склада по кратчайшим расстояниям между пунктами (склад в одном из пунктов)

Пункт	Q_n , т	Расстояния между пунктами, км							
		П1	П2	П3	К1	К2	К3	К4	К5
П1	300	0	309	551	474	389	500	690	601
П2	250	309	0	269	404	202	246	447	304
П3	150	551	269	0	621	407	358	502	71
К1	150	474	404	621	0	215	292	351	619
К2	75	389	202	407	215	0	127	301	410
К3	125	500	246	358	292	127	0	202	340
К4	100	690	447	502	351	301	202	0	461
К5	150	601	304	71	619	410	340	461	0
Транспортная работа, P_n , ткм		481 825	329 850	461 825	516 925	367 975	389 725	563 675	479 150

11.1.2. «Манхэттенское расстояние» предусматривает учет расстояний между объектами на прямоугольной сетке, что наиболее полно соответствует прямоугольному расположению улиц города.

Координаты x_c и y_c могут принимать только те значения, которые приведены в исходной табл. 11.2. Последовательный перебор координат склада и позволит определить минимальное значение транспортной работы. В рассматриваемом примере следует первоначально определить транспортную работу по оси X , далее — по оси Y .

Предположим, что склад расположен у первого поставщика. Тогда разность координат склада и второго потребителя составит:

- по оси X : $d_x = |x_2 - x_1| = |300 - 0| = 300$, следовательно, транспортная работа будет равна $P = d_x Q_2 = 300 \times 250 = 75\,000$;
- по оси Y : $d_y = |y_2 - y_1| = |500 - 575| = 75$, определим транспортную работу, которая будет равна $P = d_y Q_2 = 75 \times 250 = 18\,750$.

Аналогичным образом производятся расчеты для каждой координаты по осям X и Y (табл. 11.4).

Полученные результаты свидетельствуют о том, что территория второго потребителя является оптимальным местоположением склада и при втором способе учета расстояний между пунктами. Транспортная работа при этом будет равна 413 750 ткм.

При анализе приведенных примеров следует помнить, что значения транспортной работы по первому и второму способу расчетов нельзя

сопоставлять, так как траектория движения, а следовательно, и пробег транспортного средства по маршруту существенно различаются.

Второй вариант предполагает, что расстояние между пунктами рассматривается в качестве «манхэттенского». Однако существенным отличием подхода от варианта, представленного в примере 11.1.2, является то, что склад не привязан к пунктам распределительной транспортной сети, а находится в одной из рассматриваемых координат отдельно оси X и Y .

11.2.1. Расчеты проводятся аналогично тем, которые приведены в табл. 11.4. Однако анализ транспортной работы должен проводиться не по итоговой строке, а по значениям, приведенным отдельно по каждой оси координат.

Таким образом, минимальное значение по оси X соответствует координате $x_c = 300$ и по оси $Y - y_c = 500$, где и будет располагаться распределительный центр. Значение $P = 229\,375 + 184\,375 = 413\,750$. Решение в данном случае будет совпадать с результатом, полученным в предыдущем расчете.

Третий вариант [55 и др.]. Рассмотрим определение месторасположение распределительного центра на основании формул в виде координат центра тяжести грузовых потоков с модификацией, которая предполагает включение экономического параметра в виде тарифа.

Очевидно, что при постоянных тарифах, т. е. $T_i = \text{const}$, формулы расчета координат склада по методу центра тяжести совпадают.

С другой стороны, транспортные тарифы T_i играют роль весовых коэффициентов, которые могут принимать различные значения. Однако не следует забывать, что тарифы функционально связаны с грузооборотом (ткм) и объемом перевозок (т), поэтому их упрощенный учет в расчетных зависимостях требует дополнительного обоснования либо введения более сложных зависимостей.

Рассмотрим пример расчета координат склада по первому и второму вариантам. Исходные данные о координатах расположения поставщиков P_i и клиентов K_j , а также вспомогательные расчеты приведены в табл. 11.5.

При подстановке значений в соответствующие зависимости, приведенные для третьего варианта в табл. 11.1, находим:

$$X_{c,3.1} = \frac{390\,625}{1300} = 300;$$

$$Y_{c,3.1} = \frac{555\,625}{1300} = 427,$$

Таблица 11.4
Определение месторасположения склада на основе «манхэттенского расстояния»

Q _i	x _i	x _c = 0		x _c = 300		x _c = 550		x _c = 150		x _c = 275		x _c = 400		x _c = 500		x _c = 600	
		x _i - x _c	d _i Q _i	x _i - x _c	d _i Q _i	x _i - x _c	d _i Q _i	x _i - x _c	d _i Q _i	x _i - x _c	d _i Q _i	x _i - x _c	d _i Q _i	x _i - x _c	d _i Q _i	x _i - x _c	d _i Q _i
300	0	0	0	300	90 000	550	165 000	150	45 000	275	82 500	400	120 000	500	150 000	600	180 000
250	300	300	75 000	0	0	250	62 500	150	37 500	25	6250	100	25 000	200	50 000	300	75 000
150	550	550	82 500	250	37 500	0	0	400	60 000	275	41 250	150	22 500	50	7500	50	7500
150	150	150	22 500	150	22 500	400	60 000	0	0	125	18 750	250	37 500	350	52 500	450	67 500
75	275	275	20 625	25	1 875	275	20 625	125	9375	0	0	125	9375	225	16 875	325	24 375
125	400	400	50 000	100	12 500	150	18 750	250	31 250	125	15 625	0	0	100	12 500	200	25 000
100	500	500	50 000	200	20 000	50	5 000	350	35 000	225	22 500	100	10 000	0	0	100	10 000
150	600	600	90 000	300	45 000	50	7500	450	67 500	325	48 750	200	30 000	100	15 000	0	0
P по оси X		390 625		229 375		339 375		285 625		235 625		254 375		304 375		389 375	
Q _i	y _i	y _c = 575		y _c = 500		y _c = 600		y _c = 125		y _c = 300		y _c = 275		y _c = 100		y _c = 550	
		y _i - y _c	d _i Q _i	y _i - y _c	d _i Q _i	y _i - y _c	d _i Q _i	y _i - y _c	d _i Q _i	y _i - y _c	d _i Q _i	y _i - y _c	d _i Q _i	y _i - y _c	d _i Q _i	y _i - y _c	d _i Q _i
300	575	0	0	75	22 500	25	7500	450	135 000	275	82 500	300	90 000	475	142 500	25	7500
250	500	75	18 750	0	0	100	25 000	375	93 750	200	50 000	225	56 250	400	100 000	50	12 500
150	600	25	3750	100	15 000	0	0	475	71 250	300	45 000	325	48 750	500	75 000	50	7500
150	125	450	67 500	375	56 250	475	71 250	0	0	175	26 250	150	22 500	25	3 750	425	63 750
75	300	275	20 625	200	15 000	300	22 500	175	13 125	0	0	25	1875	200	15 000	250	18 750
125	275	300	37 500	225	28 125	325	40 625	150	18 750	25	3125	0	0	175	21 875	275	34 375
100	100	475	47 500	400	40 000	500	50 000	25	2500	200	20 000	175	17 500	0	0	450	45 000
150	550	25	3750	50	7500	50	7500	425	63 750	250	37 500	275	41 250	450	67 500	0	0
P по оси Y		199 375		184 375		224 375		398 125		264 375		278 125		425 625		189 375	
P		590 000		413 750		563 750		683 750		500 000		532 500		730 000		578 750	

Таблица 11.5

Определение координат склада по методу центра тяжести

Исходные данные				По формулам для центра тяжести		По формулам с применением тарифов		
x_i	y_i	T_i	Q_i	$x_i Q_i$	$y_i Q_i$	$T_i x_i Q_i$	$T_i Q_i$	$T_i y_i Q_i$
0	575	0,8	300	0	172 500	0	240	138 000
300	500	0,5	250	75 000	125 000	37 500	125	62 500
550	600	0,6	150	82 500	90 000	49 500	90	54 000
150	125	1	150	22 500	18 750	22 500	150	18 750
275	300	1	75	20 625	22 500	20 625	75	22 500
400	275	1	125	50 000	34 375	50 000	125	34 375
500	100	1	100	50 000	10 000	50 000	100	10 000
600	550	1	150	90 000	82 500	90 000	150	82 500
Сумма			1300	390 625	555 625	320 125	1055	422 625

второй вариант расчета с учетом весовых коэффициентов в виде тарифа:

$$X_{c,3.2} = \frac{320 \cdot 125}{1055} = 303;$$

$$Y_{c,3.2} = \frac{422 \cdot 675}{1055} = 400.$$

Определим транспортную работу при расположении распределительного центра в точках с координатами (300; 427) и (303; 400). Результаты расчетов транспортной работы по каждой оси приведены в табл. 11.6.

Таким образом, при расчете координат склада по первой формуле транспортная работа составит 442 950 (229 375 + 213 575) и по формуле с учетом тарифов 454 500 (230 125 + 224 375).

Четвертый вариант не выделен в отдельный блок в табл. 11.1, однако при определении расстояния между пунктами по кратчайшему пути в работе [47] предлагается определять координаты склада исходя из условия, что сумма расстояний от данных точек m с учетом спроса Q_i до точки (x_c, y_c) — координат склада — была минимальной. В этом случае целевая функция записывается в виде

$$P(x, y) = \sum_{i=1}^m Q_i \sqrt{(x_c - a_i)^2 + (y_c - b_i)^2} \rightarrow \min, \quad (11.1)$$

где x_i, y_i — координаты i -го поставщика или потребителя.

Таблица 11.6

Транспортная работа при расположении склада в центре тяжести

Исходные данные			С _{3.1} (300; 427)		С _{3.2} (303; 400)	
x_i	y_i	Q_i	$Q_i x_i - x_c $	$Q_i y_i - y_c $	$Q_i x_i - x_c $	$Q_i y_i - y_c $
0	250	300	90 000	44 400	90 900	52 500
250	550	250	0	18 250	750	25 000
550	600	150	37 500	25 950	37 050	30 000
150	125	150	22 500	45 300	22 950	41 250
275	300	75	1875	9525	2100	7500
400	275	125	12 500	19 000	12 125	15 625
500	100	100	20 000	32 700	19 700	30 000
600	550	150	45 000	18 450	44 550	22 500
Сумма			229 375	213 575	230 125	224 375

Принципиальное отличие рассматриваемого варианта заключается в том, что, во-первых, он сформулирован как классическая оптимизационная задача, во-вторых, расстояние между складом и другими объектами определяется как «гипотенуза», тогда как в задачах второго и третьего вариантов рассматриваются расстояния по осям X и Y .

Для нахождения координат склада используется аналитический метод, согласно которому на первом этапе определяется система из двух уравнений в виде частных производных функций $P(x, y)$:

$$\frac{\partial P(x, y)}{\partial X} = 0; \quad \frac{\partial P(x, y)}{\partial Y} = 0. \quad (11.2)$$

Поскольку решение данной системы затруднено, на втором этапе используется итерационный метод. Так, первое приближение для $x^{(1)}$ рассчитывается по формуле

$$x^{(1)} = \frac{\sum_{i=1}^m Q_i x_i}{m \bar{Q}}. \quad (11.3)$$

Входящее в формулу \bar{Q} определяется из уравнения

$$\bar{Q} = \frac{(\max Q_i + \min Q_i)}{2}. \quad (11.4)$$

На третьем этапе значения $x^{(1)}$ подставляется во второе уравнение системы (11.2) для частной производной по Y и находится первое при-

ближение для $y^{(1)}$. Затем $y^{(1)}$ подставляется в уравнение для частной производной по X и находится второе приближение $x^{(2)}$ и т. д. до тех пор, пока разница итераций $P^{(k)}(x, y)$ и $P^{(k-1)}(x, y)$ не станет меньше достаточно малого положительного числа ϵ .

Однако попытка использовать описанный итерационный метод решения влечет за собой такие же трудности, как и аналитическое решение системы (11.2). Это не трудно показать на следующем примере. Запишем в явном виде первое уравнение системы:

$$\frac{\partial P(x, y)}{\partial X} = \sum_{i=1}^m \frac{Q_i(x_c - x_i)}{\sqrt{(x_c - a_i)^2 + (y_c - b_i)^2}} = 0. \quad (11.5)$$

Допустим, что $m = 2$, а $x^{(1)}$ рассчитано по формуле (11.3). Тогда для нахождения $y^{(1)}$ надо решить уравнение

$$\frac{Q_1(y_c - y_1)}{\sqrt{(x^{(1)} - x_1)^2 + (y_c - y_1)^2}} + \frac{Q_2(y_c - y_2)}{\sqrt{(x^{(1)} - x_2)^2 + (y_c - y_2)^2}} = 0. \quad (11.6)$$

После преобразований получим кубическое уравнение для определения $y^{(1)}$: очевидно, что с увеличением m расчетные формулы усложняются, следовательно, использование итерационного подхода не упрощает поиск координат склада.

Пример 11.2. Рассмотрим подход, основанный на непосредственном поиске минимума функции (11.1). Исходные данные для расчетов приведены в табл. 11.2.

Рассчитаем величину транспортной работы при перевозках от производителей на склад и со склада клиентам, выбрав в качестве координат склада следующие значения: $x_1 = 250$, $y_1 = 425$.

Тогда по формуле (11.1) для первого поставщика ($x_1 = 0$, $y_1 = 575$) находим

$$P = 300\sqrt{(0 - 250)^2 + (575 - 425)^2} = 87\,300.$$

Результаты расчетов $P(x_1, y_1)$ для всех поставщиков и клиентов приведены в табл. 11.7: $P(x_1, y_1) \approx 342$ тыс.

Расчеты были выношены в виде трех блоков. В первый блок вошли расчеты для пяти точек (рис. 11.1), координаты которых и результаты расчетов приведены в табл. 11.8.

Анализ результатов позволил выявить направление поиска координат склада (второй блок, три точки), изменив его вдоль координаты $x = 300$. Наконец, минимальное значение транспортной работы оказалось равным $P = 329\,950$ (при принятом в расчетах шаге $\Delta = 25$), что соответствует координатам склада: $x = 300$; $y = 500$.

Таблица 11.7

Определение транспортной работы при координатах склада $x_1 = 250$ км,
 $y_1 = 425$ км

Q_i	Координаты		$R_i = \sqrt{(x_1 - x_i)^2 + (y_1 - y_i)^2}$	$Q_i R_i$
	x_i	y_i		
300	0	575	291	87 300
300	300	500	90	22 500
150	550	600	347	52 050
150	150	125	316	47 400
75	275	300	127	9525
125	400	275	212	26 500
100	500	100	410	41 000
150	600	550	371	55 650
Сумма				341 925

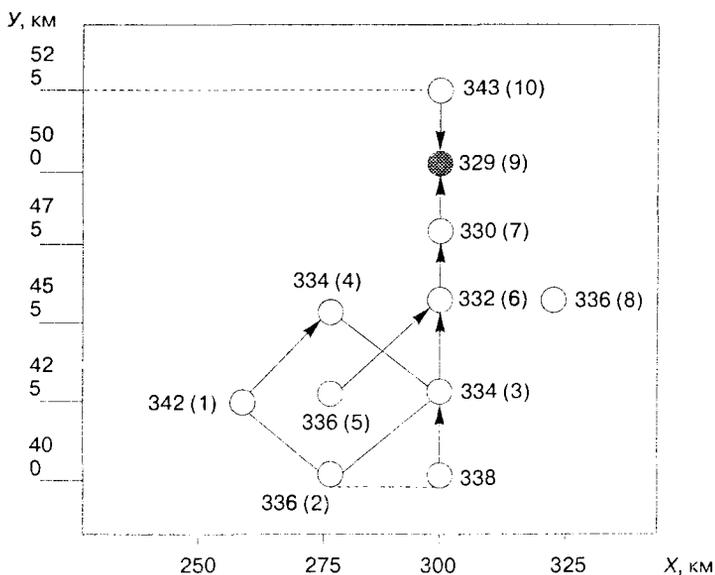


Рис. 11.1. Графическая интерпретация поиска минимума функции $P(x, y)$:
342(1) — транспортная работа, в тыс. км (номер варианта расчета в табл. 11.8)

Следует подчеркнуть, что разница значений $P(x, y)$ между 6-м и 7-м вариантами составляет 0,46%, а между 9-м и 7-м — 0,1%. С одной сто-

Таблица 11.8
Определение координат склада (численный метод)

Расчетный блок	Вариант	Координаты склада		$P(x, y)$
		x	y	
I	1	250	425	342 200
	2	275	400	336 170
	3	300	425	334 200
	4	275	450	333 360
	5	275	425	336 800
II	6	300	450	331 700
	7	300	475	330 030
	8	325	450	336 100
III	9	300	500	329 950
	10	300	525	343 400

Вариант, соответствующий координатам «центра тяжести».
 ** Минимальное значение $P(x, y)$ из приведенных в таблице.

роны это затрудняет поиск минимума функции $P(x, y)$, с другой — говорит о том, что минимуму $P(x, y)$ при заданном выражении целевой функции соответствует область значений, незначительно отличающихся друг от друга. Таким образом, с небольшой погрешностью координаты склада могут быть выбраны внутри этой области, что позволяет учесть все возможные и часто противоречивые ограничения: административные, правовые и т. п.

Отметим, что для поиска минимума $P(x, y)$ можно воспользоваться ускоренным алгоритмом, суть которого сводится к итерационному процессу расчета координат склада по формулам:

$$\bar{x}_{j+1} = \left(\sum_{i=1}^m Q_i x_i / R_{i,j} \right) / \sum_{i=1}^m Q_i / R_{i,j}; \quad (11.7)$$

$$\bar{y}_{j+1} = \left(\sum_{i=1}^m Q_i y_i / R_{i,j} \right) / \sum_{i=1}^m Q_i / R_{i,j}. \quad (11.8)$$

В вышеприведенных формулах расстояние $R_{i,j}$ рассчитывается по формуле:

$$R_{i,j} = \sqrt{(x_i - \bar{x}_{j-1})^2 + (y_i - \bar{y}_{j-1})^2}. \quad (11.9)$$

Вывод зависимостей (11.7), (11.8) покажем на примере первой из них. За основу берутся частные производные $\partial P(x, y)/\partial x$ и $\partial P(x, y)/\partial y$ (см. формулу (11.2)). После суммирования находим

$$\sum_{i=1}^m \frac{Q_i x_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - x_i)^2}} - X \sum_{i=1}^m \frac{Q_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}} = 0.$$

Решая уравнение относительно X , получим формулу, представляющую собой итерационное выражение:

$$x_{j+1} = \frac{\sum_{i=1}^m \frac{Q_i x_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}}}{\sum_{i=1}^m \frac{Q_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}}}. \quad (11.10)$$

Таблица 11.9

Определение координат склада (первая итерация ускоренного алгоритма)

Q_i	x_i	y_i	$(x_i - 300)^2$	$(y_i - 425)^2$	R_i	Q_i/R_i	$Q_i x_i/R_i$	$Q_i y_i/R_i$
300	0	575	90 000	22 500	335	0,895	0	515,9
250	300	500	0	5625	75	3,333	999,9	1666,5
150	550	600	62 500	30 625	305,2	0,491	270,3	294,6
150	150	125	22 500	90 000	335	0,448	67,2	56,0
75	275	300	625	15 625	127,5	0,588	161,8	176,4
125	400	275	10 000	22 500	180,3	0,693	277,3	190,6
100	500	100	40 000	105 625	385,6	0,262	131,0	26,2
150	600	550	90 000	15 625	325	0,461	276,6	253,5
Суммы						7,171	2 184,1	3 179,9

Результаты итерационной процедуры решения приведены в табл. 11.9.

Расчет начинается с первого шага при $\bar{x}_j = \bar{x}_0$ и $\bar{y}_j = \bar{y}_0$, определяемых по формулам для координат «центра тяжести» (см. табл. 11.1).

При подстановке $x_0 = 300$, $y_0 = 425$ по формулам (11.7), (11.8), рассчитываем значения сумм (табл. 11.9) и находим первое приближение:

$$\bar{x}_1 = \frac{2184,9}{7,174} = 303; \quad \bar{y}_1 = \frac{3179,9}{7,171} = 440.$$

Второе приближение для координат склада:

$$\bar{x}_2 = 305; \quad \bar{y}_2 = 460.$$

Транспортная работа для второй итерации:

$$P(\bar{x}_2, \bar{y}_2) = 330 900.$$

При этом следует помнить о дополнительной сложности проведения расчетов по рассмотренной итерационной процедуре. В том случае если координаты предполагаемого склада равны или близки к координатам потребителя или поставщика, формула (11.10) вырождается и стремится к бесконечности (знаменатель равен или близок к нулю). В этом случае рекомендуется область рядом с поставщиками (потребителями) не рассматривать при расчетах по итерационной процедуре, а оценивать ее при помощи методов, рассмотренных ранее.

В заключение сопоставим варианты расчетов координат склада при использовании различных подходов (табл. 11.10 и рис. 11.2).

Анализ результатов позволяет констатировать, что в рассматриваемом условном примере наблюдается незначительная разница значений

Таблица 11.10
Сопоставление результатов расчета координат склада

Вариант расчета	Координаты склада		$P(x, y)$
	x	y	
<i>Первый вариант</i> 1. Склад в пункте сети, кратчайшие расстояния (пример 11.1.1)	300	500	329 850
2. Склад в пункте сети, «манхэттенское расстояние» (пример 11.1.2)	300	500	413 750
<i>Второй вариант</i> «Манхэттенское расстояние»	300	500	413 750
<i>Третий вариант</i> 1. Формула центра тяжести	300	427	334 200
2. Формула центра тяжести с корректировкой по тарифу	303	400	338 250
<i>Четвертый вариант</i> 1. Численный метод поиска минимума	300	500	329 950
2. Ускоренный алгоритм поиска, формулы (11.7), (11.8)	305	460	330 900
<i>Примечание.</i> При расчетах $P(x, y)$ координаты x, y округлены до значений, кратных $\Delta = 25$.			

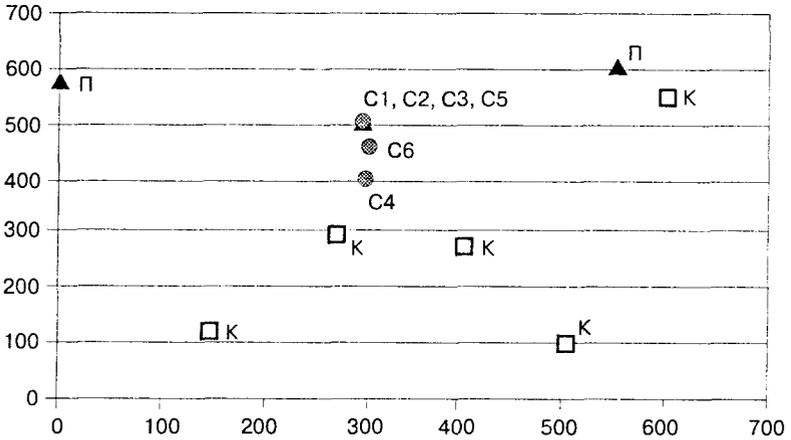


Рис. 11.2. Расположение поставщиков П, клиентов К и складов С (по вариантам)

транспортной работы, рассчитанной при различных подходах к определению координат склада, тогда как сами координаты, в частности по оси y , различаются существенно.

В работе [2] помимо приведенных формул даны итерационные зависимости для определения координат склада x и y по критерию «часы-тонны-километры», в котором помимо объемов перевозных грузов Q_j и расстояний R_{ij} учитывается время перевозки t_{ij} . Считается, что в этом случае координаты склада будут выбраны с минимальными издержками на транспортировку. Однако данное утверждение требует, на наш взгляд, проведения соответствующих расчетов и сравнительного анализа с другими вариантами.

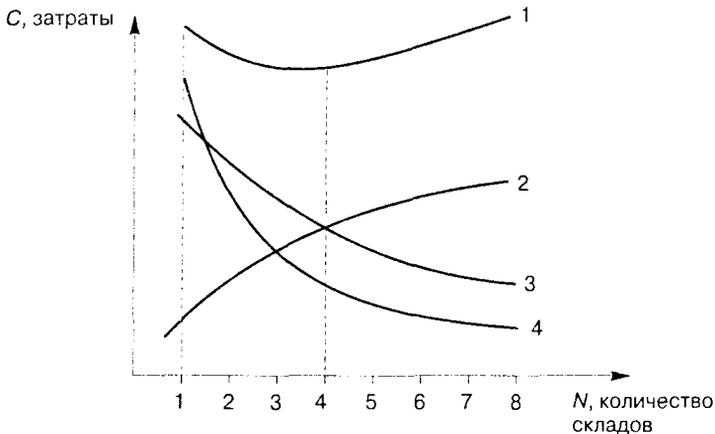
11.2. Транспортная составляющая логистических издержек в зависимости от количества складов в регионе

Одна из наиболее интересных задач теории логистики — определение количества складов в регионе и координат их расположения. Предполагается, что известны:

- координаты поставщиков (x_p, y_p) и потребителей (x_j, y_j) ;
- объемы производимой (Q_j) и потребляемой клиентурой (P_j) продукции;

- характеристики транспортной сети региона (например, для крупного города имеется сеть дорог, позволяющих осуществлять перевозки между поставщиками, потребителями и складами, количество и расположение которых требуется определить).

Данной задаче уделено много внимания в работах зарубежных и отечественных специалистов. Так, в ряде изданий приводятся графики для отдельных составляющих и обобщенных логистических издержек от количества складов (рис. 11.3). Считается, что транспортные затраты и упущенная выгода от продаж уменьшаются с увеличением количества складов, тогда как расходы на содержание запасов, эксплуатацию складского хозяйства и управление складской системой возрастают. Наличие указанных противоречивых тенденций приводит к тому, что зависимость общих затрат на функционирование системы распределения от количества складов имеет параболы характер с явно выраженным оптимумом. К сожалению, отсутствие соответствующих формул и количественных характеристик не позволяет проводить необходимые расчеты, т. е. вышеуказанные зависимости имеют качественный характер, основанный на логике и здравом смысле.



- 1 — Совокупные затраты
- 2 — Затраты на хранение запасов, эксплуатацию складов и на управление системой распределения
- 3 — Общие затраты по доставке товаров
- 4 — Потери из-за удаленности склада от потребителя

Рис. 11.3. Зависимость совокупных затрат на функционирование системы распределения от количества складов

Другое направление, связанное с решением рассматриваемой задачи, может быть охарактеризовано как аналитическое. В этом случае целевая функция для решения оптимального количества складов представляет собой так называемую транспортно-производственную задачу, решение которой предполагает использование алгоритма «комбинаторного поиска последовательных оценок вариантов» [47] или методов динамического программирования. Однако, как и в первом случае, отсутствие примеров расчетов говорит о необходимости дальнейших исследований.

Учитывая важность транспортной составляющей в общих издержках, мы провели расчеты для конкретных ситуаций расположения поставщиков и потребителей в регионе. Каждый расчет включил следующие варианты.

Первый вариант — отсутствие складов. В этом случае решается классическая транспортная задача закрепления n потребителей за m поставщиками. Расстояние между объектами определяется как корень квадратный из суммы квадратов разностей их координат, см. формулу (11.9). Для распределения объемов перевозок используется ускоренный алгоритм Фогеля с последующим поиском оптимального варианта — минимума транспортной работы методом потенциалов.

Второй вариант — один склад. При определении координат склада используется алгоритм численного поиска с минимизацией транспортной работы (см. подраздел 11.1).

Третий вариант — два склада и более в распределительной сети региона.

Особенности расчетов задач третьего варианта характеризуются тем, что, во-первых, вводится условие о примерном равенстве мощностей складов. Если мощности складов могут варьироваться, то задача становится многокритериальной. Во-вторых, расстояние между складами по оси X (или Y) не должно быть меньше определенной величины. Если не ввести это искусственное ограничение, то возможно вырождение общей задачи поиска искомой зависимости транспортных издержек от количества складов при оптимальном варианте.

Рассмотрим итерационный алгоритм поиска координат на примере двух складов (в табл. 11.1 представлен как метод СПБИЭУ).

Первый этап. Выбираются координаты первого и второго складов, затем решается транспортная задача (см. первый вариант) при наличии m поставщиков и двух потребителей (склады).

Второй этап. Вновь решается транспортная задача, но при условии двух поставщиков (склады) и n потребителей.

Третий этап. Результаты расчетов транспортной работы для первого и второго этапов суммируются и фиксируются в качестве первого приближения.

Четвертый этап. По выбранному правилу меняются координаты складов и повторяются расчеты первого—третьего этапов. Поиск вариантов координат складов прекращается в случае, когда разница величин транспортной работы двух последовательных итераций становится меньше заданной величины.

В табл. 11.11 для примера приведены результаты расчетов транспортной работы. Анализ данных позволяет сделать следующие выводы:

1. В реальных логистических распределительных сетях транспортная работа и транспортные издержки не всегда уменьшаются по гиперболической зависимости при увеличении количества складов в регионе.
2. Исследования по поиску решений задачи определения количества складов в регионе должны быть продолжены, при этом расчет транспортной составляющей общих логистических издержек может быть выполнен на основе предложенного алгоритма.

Таблица 11.11
Результаты расчетов транспортной работы при разном количестве складов в регионе

Количество складов	Координаты склада, км; загрузка, т	Транспортная работа, ткм
Нет складов	—	249 500
Один склад	$x_A = 320$ км, $y_A = 370$ км	388 230
Два склада*	1-й вариант: склад А: $x_A = 200$ км; $y_A = 300$ км; 300 т; склад В: $x_B = 400$ км; $y_B = 300$ км; 400 т	334 250
	2-й вариант: склад А: $x_A = 300$ км; $y_A = 200$ км; 300 т; склад В: $x_B = 300$ км; $y_B = 400$ км; 400 т	343 875
Три склада**	склад А: $x_A = 200$ км; $y_A = 400$ км; 200 т; склад В: $x_B = 300$ км; $y_B = 200$ км; 300 т; склад С: $x_C = 400$ км; $y_C = 400$ км; 200 т	343 150
* Приведены результаты после нескольких итераций.		
** Приведен один из вариантов.		

11.3. Алгоритм оценки влияния размещения складской сети на транспортные расходы

Рассмотренный в предыдущем подразделе подход к оценке транспортной составляющей логистических издержек при выборе количества и расположения складов в регионе представляет собой принципиально новое направление исследований. При количестве складов больше двух традиционно транспортная задача решается дважды: сначала от m поставщиков к k складам, затем от k складов к n потребителям.

С целью обработки предложенного подхода были проведены дополнительные расчеты с использованием алгоритма, блок-схема которого приведена на рис. 11.4. Рассмотрим подробнее этапы расчета.

Первый этап. Решение задачи оптимального закрепления потребителей за поставщиками однородной продукции при прямых поставках.

Если расположение поставщиков и потребителей задано координатами их размещения на плоскости, то кратчайшие расстояния между поставщиками и потребителями L_{ij} , км могут быть определены по формуле

$$L_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}, \quad (11.11)$$

где x_i, y_i — координаты поставщика; x_j, y_j — координаты потребителя.

Поскольку минимизируется транспортная работа P , ткм, то целевая функция имеет вид

$$P = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n L_{ij} \times Q_{ij} \times W_{ij} \rightarrow \min, \quad (11.12)$$

где $i = (1, \dots, m)$ — поставщики; $j = (1, \dots, n)$ — потребители; Q_{ij} — объем груза, перевозимого от i -го поставщика к j -му потребителю, т; W_{ij} — произведение весовых долей i -го поставщика и j -го потребителя.

При проектировании распределительной сети часто требуется учесть дополнительные факторы, влияющие на план оптимального закрепления потребителей за поставщиками, например невозможность прямых транзитных поставок от i -го поставщика к j -му потребителю или приоритетность j -го потребителя по отношению к другим. Названные факторы учитываются весовыми долями i -го поставщика W_i и j -го потребителя W_j .

Расчет суммарных расходов на перевозку S производится по формуле

$$S = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Z_{ij} \times I_{ij} \times C_0, \quad (11.13)$$

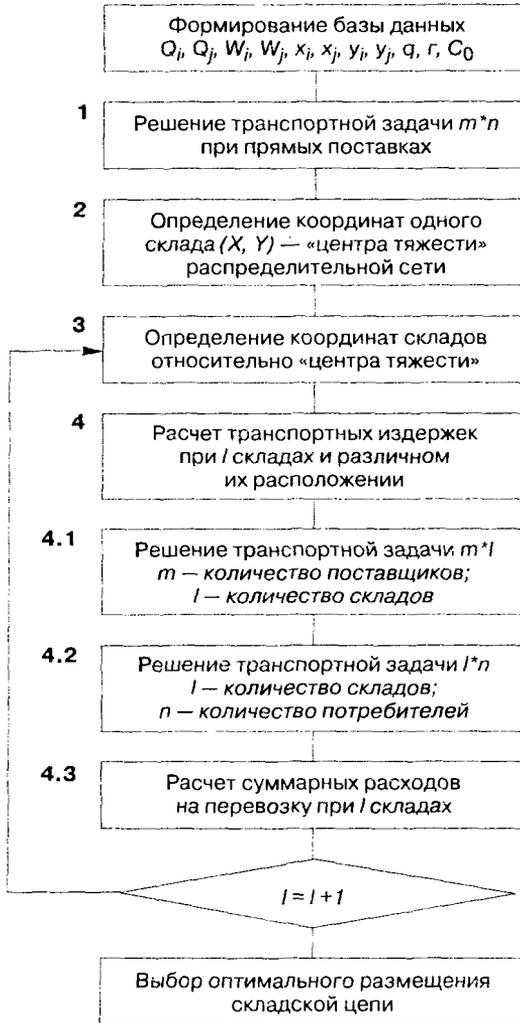


Рис. 11.4. Алгоритм определения транспортных расходов для различного количества складов

где Z_{ij} — количество груженых рейсов от i -го поставщика к j -му потребителю; C_0 — тариф на перевозку, у. е./км.

Количество груженых рейсов Z_{ij} рассчитывается следующим образом:

$$Z_{ij} = Q_{ij} / q_{ij} \times \gamma_{ij} \quad (11.14)$$

где q_{ij} — номинальная грузоподъемность подвижного состава, используемого при перевозке от i -го поставщика к j -му потребителю, т; γ_{ij} — коэффициент использования грузоподъемности подвижного состава, используемого при перевозке от i -го поставщика к j -му потребителю.

Второй этап. Решение задачи позиционирования склада.

При решении задачи позиционирования склада целевая функция имеет вид

$$P = \sum_{i=1}^m L_i \times Q_i \times W_i + \sum_{j=1}^n L_j \times Q_j \times W_j \rightarrow \min, \quad (11.15)$$

где L_i, L_j — соответственно расстояние от склада до i -го поставщика и до j -го потребителя; Q_i, Q_j — соответственно объем груза, перевозимый на склад от i -го поставщика и со склада до j -го потребителя.

Расстояние от склада до i -го поставщика или j -го потребителя находится по формуле (11.11), где $X = x_i, Y = y_i$ — искомые координаты склада, при которых достигается минимум целевой функции (11.15).

Транспортные расходы рассчитываются по формуле

$$S = \sum_{i=1}^m Z_i \times L_i \times C_0 + \sum_{j=1}^n Z_j \times L_j \times C_0, \quad (11.16)$$

где Z_i, Z_j — соответственно количество ездов от i -го поставщика до склада и от склада до j -го потребителя.

Третий этап. Определение координат складов относительно «центра тяжести».

Принимают найденные координаты склада X и Y в качестве «центра тяжести» размещения складской сети и устанавливают правила нахождения координат складов относительно «центра тяжести». Расстояние от складов до «центра тяжести» определяют по правилу:

- определяют расстояния между координатами максимально удаленных друг от друга пунктов:

$$\begin{aligned} \Delta X &= \max(x_i, x_j) - \min(x_i, x_j); \\ \Delta Y &= \max(y_i, y_j) - \min(y_i, y_j), \end{aligned} \quad (11.17)$$

где x_i, y_i — координаты поставщиков; x_j, y_j — координаты потребителей;

- выбирают минимальное расстояние и определяют радиус окружности R , на которой диаметрально располагаются склады:

$$\begin{aligned} \Delta &= \min(\Delta X, \Delta Y); \\ R &= 0,1 \times \Delta, \end{aligned} \quad (11.18)$$

склады располагают сначала горизонтально, а затем вертикально относительно осей координат;

- первоначально принятый радиус $R = 0,1\Delta$ увеличивают до $0,2\Delta$, затем до $0,3\Delta$ и т. д.

Четвертый этап. Расчет минимальных суммарных расходов на перевозку при различном расположении складов.

При наличии двух и более складов целевая функция имеет вид

$$P = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l L_{ik} \times Q_{ik} \times W_{ik} + \sum_{k=1}^l \sum_{j=1}^n L_{kj} \times Q_{kj} \times W_{kj} \rightarrow \min, \quad (11.19)$$

где $i = (1, \dots, m)$ — поставщики; $k = (1, \dots, l)$ — склады; $j = (1, \dots, n)$ — потребители; L_{ik}, L_{kj} — соответственно расстояние от i -го поставщика до k -го склада и от k -го склада до j -го потребителя; Q_{ik}, Q_{kj} — соответственно объемы перевозок грузов от i -го поставщика до k -го склада и от k -го склада до j -го потребителя; W_{ik}, W_{kj} — соответственно произведение весовых долей i -го поставщика и k -го склада, k -го склада и j -го потребителя.

Расстояния от i -го поставщика до k -го склада и от k -го склада до j -го потребителя вычисляются по формуле (11.11).

Суммарные расходы на перевозку рассчитываются по формуле

$$S = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l Z_{ik} \times L_{ik} \times C_0 + \sum_{k=1}^l \sum_{j=1}^n Z_{kj} \times L_{kj} \times C_0, \quad (11.20)$$

где Z_{ik}, Z_{kj} — соответственно количество груженых рейсов от i -го поставщика до k -го склада и от k -го склада до j -го потребителя.

Количество груженых рейсов вычисляется по формуле (11.14).

Пример 11.3. По приведенному выше алгоритму были проведены моделирование размещения складской сети и оценка ее влияния на транспортные расходы. Все расчеты были проведены в *MS Excel* с помощью процедуры *Поиск решения*. Расчеты были проведены для двух вариантов. В первом варианте доставка грузов от поставщиков на склады и развозка его со складов потребителям производится однотипным подвижным составом, имеющим грузоподъемность q , равную 10 т, при $\gamma = 1$. Во втором варианте доставка грузов от поставщиков на склады и от поставщиков потребителям при прямых поставках осуществляется подвижным составом, имеющим грузоподъемность q , равную 10 т, при $\gamma = 1$, а развозка его потребителям производится малотоннажным подвижным составом, имеющим грузоподъемность q , равную 1,5 т, при $\gamma = 1$. Величина тарифа на перевозку C_0 при осуществлении перевозки

крупнотоннажным подвижным составом принята равной 1,3 у. е., а при перевозках малотоннажным подвижным составом — 0,4 у. е. Во всех вариантах значение W_{ij} принято равным 1. Исходные данные для расчета представлены в табл. 11.12.

Таблица 11.12
Исходные данные для расчета

Поставщики			Потребители		
объем предложения, т	координаты, км		объем спроса, т	координаты, км	
	x_i	y_i		x_j	y_j
100	200	125	100	575	400
50	300	400	50	400	100
150	550	300	150	400	250
150	150	725	150	700	600
750	275	300	750	200	350
125	800	675	125	275	575
300	500	100	300	600	700
500	750	550	500	550	650

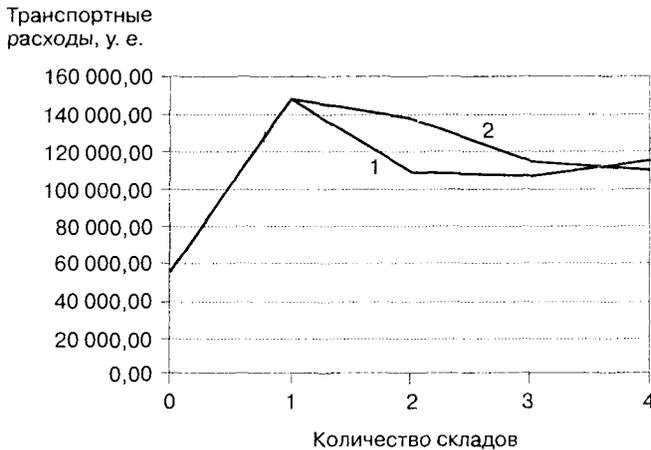
Результаты расчетов по первому варианту представлены в табл. 11.13 и на рис. 11.5.

Таблица 11.13
Результаты расчета величины транспортных расходов в зависимости от количества складов и их расположения по первому варианту

Расположение складов	Радиус	Величина транспортных расходов, у. е. при количестве складов				
		нет	1 склад	2 склада	3 склада	4 склада
Горизонтальное	0,1Δ	52 409	148 078	126 092	125 452	123 671
Вертикальное		52 409	148 078	133 599	128 022	125 522
Горизонтальное	0,2Δ	52 409	148 078	111 697	110 445	106 461
Вертикальное		52 409	148 078	126 225	116 923	109 434
Горизонтальное*	0,3Δ	52 409	148 078	108 477	106 532	114 798
Вертикальное		52 409	148 078	128 903	111 843	104 116
Горизонтальное	0,4Δ	52 409	148 078	118 683	118 445	114 300
Вертикальное**		52 409	148 078	137 870	114 171	110 587

* Минимум транспортных расходов при двух и трех складах.

** Максимум транспортных расходов при одном складе.



- 1 — Минимум транспортных расходов
2 — Максимум транспортных расходов

Рис. 11.5. Зависимость транспортных расходов от количества складов и их расположения по первому варианту

Результаты расчетов по второму варианту представлены в табл. 11.14 и на рис. 11.6.

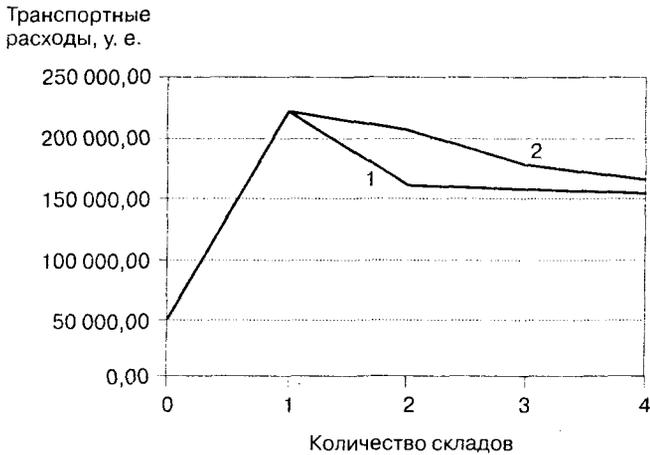
Таблица 11.14

Результаты расчета величины транспортных расходов в зависимости от количества складов и их расположения по второму варианту

Расположение складов	Радиус	Величина транспортных расходов, у. е. при количестве складов				
		нет	1 склад	2 склада	3 склада	4 склада
Горизонтальное	0,1Δ	52 409	222 853	191 227	187 762	187 814
Вертикальное		52 409	222 853	200 311	193 342	188 478
Горизонтальное	0,2Δ	52 409	222 853	166 286	162 205	161 460
Вертикальное		52 409	222 853	188 636	174 965	162 833
Горизонтальное*	0,3Δ	52 409	222 853	160 109	157 616	154 720
Вертикальное		52 409	222 853	191 407	170 816	153 677
Горизонтальное	0,4Δ	52 409	222 853	177 474	178 676	161 772
Вертикальное**		52 409	222 853	205 101	176 589	165 237

* Минимум транспортных расходов при двух и трех складах.

** Максимум транспортных расходов при одном складе.



- 1 — Минимум транспортных расходов
2 — Максимум транспортных расходов

Рис. 11.6. Зависимость транспортных расходов от количества складов и их расположения по второму варианту

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы:

- 1) при прямых транзитных связях между производителями и потребителями величина транспортных расходов минимальна;
- 2) на величину транспортных расходов сильное влияние оказывает не только количество складов в распределительной сети, но и их пространственное расположение относительно поставщиков и потребителей;
- 3) величина транспортных расходов сильно возрастает при мелкопартиционной отправке товаров со складов потребителям малотоннажным подвижным составом (сравните графики на рис. 8.5 и рис. 8.6);
- 3) для конкретной распределительной сети можно найти оптимальное количество складов, при котором величина транспортных расходов будет минимальна, но при изменении координат поставщиков и потребителей, а также координат самих складов величина транспортных расходов изменится и надо будет искать новое решение;
- 4) полученные зависимости отличны от известных зависимостей суммарных расходов на транспортировку от числа складов, приведенных в литературе;

5) дальнейшие исследования должны быть направлены на построение таких алгоритмов решения задачи оптимального размещения складской сети, которые позволили бы учесть наличие одного или нескольких складов в регионе, многономенклатурность товаров, а также другие факторы, влияющие на оптимальное месторасположение складской сети.

Контрольные вопросы

1. Какие основные подходы существуют к определению местоположения склада в логистической распределительной сети?
2. Какие методы учета расстояний между объектами распределительной сети используются при определении местоположения склада?
3. Что понимается под «манхэттенским расстоянием» между объектами?
4. Какие основные проблемы выделяются при использовании укороченного метода расчета координат склада?
5. Каким образом можно избежать вырождения формулы при определении координат склада в случае их совпадении с местоположением пункта распределительной сети?
6. В чем сущность итерационного метода определения координат склада?
7. На решении какой задачи теории транспортных процессов основано определение оптимального количества складов при итерационном методе?
8. Каким образом определяется первоначальное расположение одного склада?
9. На основе какого предположения выделяются местоположения двух и более складов?

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Применение анализа ABC при логистическом управлении складами и терминалами¹

Рассмотрим применение метода ABC к решению задачи оптимального размещения товарных позиций на складе с учетом одно-, двух- и трехмерного расположения грузовых единиц. Необходимо подчеркнуть, что проблема расположения товарных групп ABC рассматривалась в ряде работ [9, 48, 68 и др.]. Однако полного содержательного алгоритма ни в одной из них не приводится.

Рассмотрим модель склада площадью 1250 м^2 ($25 \times 50 \text{ м}$) и высотой 12 м. Ассортимент склада включает 100 позиций, размещенных в случайном порядке. Предположим, что груз хранится на поддонах стандартного размера ($1000 \times 1200 \text{ мм}$) в пакетированном виде, отпущается целыми грузовыми пакетами и все операции с ним полностью механизированы.

Вариант случайного размещения запаса на складе был взят из таблицы [9, с. 386]. Допустим, что размер одного места хранения составляет $1,4 \times 1,1 \times 1,5 \text{ м}$ (длина \times ширина \times высота), а расстояния проходов и проездов — $a = 4 \text{ м}$, $b = 6 \text{ м}$. Тогда упрощенная схема склада будет выглядеть следующим образом (рис. П-1). На рисунке цифрами обозначено количество заказов по определенной позиции за период.

Далее необходимо составить матрицу минимальных расстояний до i -го места хранения, которая может быть получена с помощью математических вычислений с учетом размеров проездов, проходов, мест хранения, а также размеров самого склада или некоторого измерительного прибора.

Рассмотрим несколько вариантов расположения товарных позиций на складе, приводящих к снижению суммарного пробега автопогрузчиков. Эти варианты условно можно объединить в 3 блока.

¹ Раздел написан при участии А. А. Лукьянова.

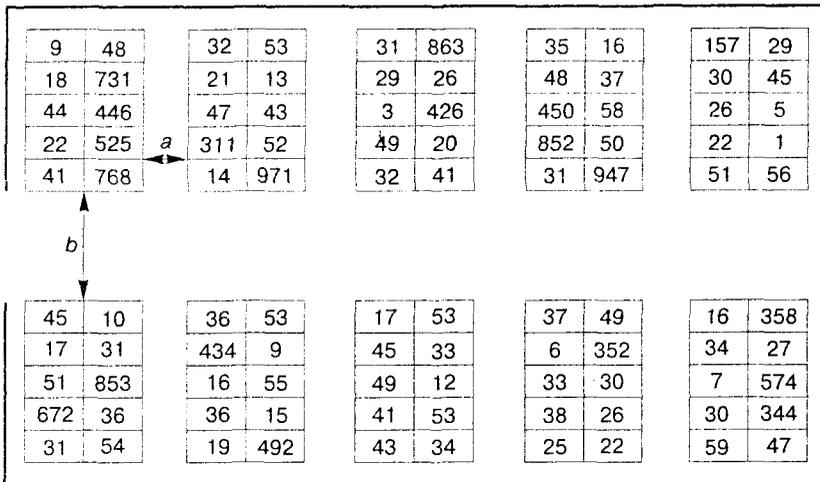


Рис. П-1. Случайное размещение товарных позиций на складе

1-й блок. Сравнивается несколько вариантов укладки товаров без модернизации самого склада.

1.1. В работе [9, с. 387] предложено частично оптимизированное размещение товарных позиций на складе только для группы А.

1.2. Двухмерное оптимизированное размещение товарных позиций на складе без учета матрицы расстояний. Данные группировки, полученные с помощью анализа АВС по «эмпирическому» методу [34], можно представить, не учитывая расстояния от входа до *i*-го места хранения.

1.3. Двухмерное оптимизированное размещение товарных позиций на складе с учетом матрицы расстояний. Предлагаются два варианта распределения товарных позиций с учетом матрицы расстояний: распределение «чет-нечет», распределение «по часовой стрелке».

Вариант распределения «чет-нечет» товарных позиций на складе с учетом матрицы расстояний предлагается производить следующим образом. Приблизительное расстояние, которое необходимо проехать автопогрузчику, необходимо проработать по возрастанию, причем если в матрице расстояний встречаются равные расстояния, то сначала нумеруются расстояния, расположенные на упрощенной схеме склада справа от выхода (участка отгрузки), а затем симметричное ему расстояние относительно центрального проезда.

Вариант распределения «по часовой стрелке» с учетом матрицы расстояний аналогичен предыдущему, только расстояния нумеруются от-

носителю выхода (участка отгрузки) по часовой стрелке по мере их увеличения.

Необходимо отметить, что выбор варианта распределения не может оказать существенного влияния на конечный результат, так как в предлагаемых вариантах равжируются одни и те же расстояния, а их отличие заключается лишь в том, что по-разному нумеруются одинаковые расстояния. В дальнейших расчетах будем использовать только распределение «чет-нечет». Упрощенная схема склада при двухмерном оптимизированном размещении товарных позиций с учетом матрицы расстояний представлена на рис. П-2.

Результаты вычислений можно представить в виде табл. П-1, из которой видно, что суммарный пробег техники при последнем варианте расположения товаров на складе существенно сократится (на 45%).

2-й блок. Рассматривается тот же склад, у которого есть система стеллажей, но в нем предусмотрена стеллажная система хранения (двух- и пятирусная). Фактически это означает, что вместимость склада возрастает в 2 раза при двухъярусном расположении, в 5 раз — при пятирусном и т. п.

446	51	50	<i>37</i>	<i>36</i>	<i>27</i>	<i>26</i>	<i>15</i>	<i>13</i>	<i>3</i>
731	56	54	45	43	<i>31</i>	<i>31</i>	<i>18</i>	<i>17</i>	<i>6</i>
852	311	59	47	45	<i>33</i>	<i>32</i>	<i>22</i>	<i>20</i>	<i>9</i>
863	426	352	49	48	<i>35</i>	<i>34</i>	<i>26</i>	<i>22</i>	<i>10</i>
971	574	492	53	53	41	41	<i>30</i>	<i>29</i>	<i>16</i>
947	525	450	53	52	41	38	<i>30</i>	<i>29</i>	<i>16</i>
853	358	344	49	48	<i>34</i>	<i>33</i>	<i>25</i>	<i>22</i>	<i>9</i>
768	157	58	47	45	<i>32</i>	<i>31</i>	<i>21</i>	<i>19</i>	<i>7</i>
672	55	53	44	43	<i>31</i>	<i>30</i>	<i>17</i>	<i>16</i>	<i>5</i>
434	51	49	<i>36</i>	<i>36</i>	<i>27</i>	<i>26</i>	<i>14</i>	<i>12</i>	<i>1</i>

971 Группа А

51 Группа В

27 Группа С

Рис. П-2. Двухмерное оптимизированное размещение товарных позиций на складе с учетом матрицы расстояний (распределение «чет-нечет»)

Таблица П-1
Сравнение вариантов по 1-му блоку

Вариант расположения товарных позиций на складе	Суммарный пробег техники, м	Уменьшение суммарного пробега, %
Случайное	272685,4	—
Частично оптимизированное	173756,6	36*
Двухмерное оптимизированное без учета матрицы расстояний	159912,4	41
Двухмерное оптимизированное с учетом матрицы расстояний (распределение «чет-нечет»)	151128,6	45
* Расчет производился по формуле: $(272685,4 - 173756,6) / 272685,4 \times 100 = 36\%$, таким образом, все варианты сравнивались со случайным.		

2.1. Трехмерное оптимизированное размещение товарных позиций на складе с учетом матрицы расстояний и высоты при расположении паллетов на двухъярусном стеллаже должно производиться следующим образом: паллеты с наибольшим средним количеством заказов должны находиться на нижней полке, а паллеты с наименьшим средним количеством заказов — на верхней. Упрощенная схема склада при таком расположении паллетов представлена на рис. П-3 (числа в данном случае обозначают номер стека, в котором два яруса). Например, цифра 1 — это первое отделение стеллажа, в котором два яруса.

Очевидно, что увеличение количества ячеек приводит к перераспределению товара ближе к зоне отгрузки и часть ячеек освобождается.

2.2. Трехмерное оптимизированное размещение товарных позиций на складе с учетом матрицы расстояний и высоты при расположении паллетов на пятиярусном стеллаже должно производиться следующим образом: паллеты с наибольшим средним количеством заказов должны находиться на нижней полке, а паллеты с наименьшим средним количеством заказов — на верхней (рис. П-4).

2.3. Интересным представляется вариант, когда часть груза хранится не на паллетах, а в ящиках, что приводит к появлению свободного места в ячейках. Однако этого можно избежать, разместив нескольких видов груза в одной ячейке при условии, что груз нельзя делить на разные ячейки, а также невозможно разместить одновременно паллет и ящики в одной ячейке. Ввиду достаточно большого объема расчетов и пояснений этот вариант подробно не рассматривается.

13	31	33	51	53	71	73	89	91	99
7	23	25	43	45	63	65	83	85	97
5	19	21	39	41	59	61	79	81	95
3	15	17	35	37	55	57	75	77	93
1	9	11	27	29	47	49	67	69	87
2	10	12	28	30	48	50	68	70	88
4	16	18	36	38	56	58	76	78	94
6	20	22	40	42	60	62	80	82	96
8	24	26	44	46	64	66	84	86	98
14	32	34	52	54	72	74	90	92	100

2	Группа А	34	Группа С
14	Группа В	52	Пустые места

Рис. П-3. Трехмерное оптимизированное размещение товарных позиций на складе с учетом матрицы расстояний (распределение «чет-нечет») при двухъярусном расположении паллетов

Результаты моделирования по второму блоку можно представить в виде табл. П-2, из которой видно, что суммарный пробег техники при последнем варианте расположения товаров на складе достаточно существенно сократится (на 45%).

3-й блок. Переход от первого блока ко второму с учетом капитальных вложений и других дополнительных затрат. В этом случае последний вариант сравнивается с первоначальным.

В последних трех вариантах второго блока при условии модернизации склада размещение товарных позиций на складе приводит к появлению пустых мест: для трехмерного оптимизированного размещения товарных позиций на складе с учетом матрицы расстояний (распределение «чет-нечет») при двухъярусном расположении паллетов — на 50%; для трехмерного оптимизированного размещения товарных позиций на складе с учетом матрицы расстояний (распределение «чет-нечет») при расположении паллетов на пятиярусном стеллаже — на 80%; для трехмерного оптимизированного размещения товарных позиций на складе с учетом матрицы расстояний при расположении паллетов на пятиярусном стеллаже с условием размещения в одной ячейке

13	31	33	51	53	71	73	89	91	99
7	23	25	43	45	63	65	83	85	97
5	19	21	39	41	59	61	79	81	95
3	15	17	35	37	55	57	75	77	93
1	9	11	27	29	47	49	67	69	87

2	10	12	28	30	48	50	68	70	88
4	16	18	36	38	56	58	76	78	94
6	20	22	40	42	60	62	80	82	96
8	24	26	44	46	64	66	84	86	98
14	32	34	52	54	72	74	90	92	100

2 Группа А
14 Группа В

34 Группа С
52 Пустые места

Рис. П-4. Трехмерное оптимизированное размещение товарных позиций на складе с учетом матрицы расстояний (распределение «чет-нечет») при расположении паллетов на пятиярусном стеллаже

Таблица П-2
Сравнение вариантов по 2-му блоку

Вариант расположения товарных позиций на складе	Суммарный пробег техники, м	Уменьшение суммарного пробега, %
Случайное, скорректированное с учетом наличия стеллажей	185820,0	—
Трехмерное оптимизированное размещение товарных позиций на складе с учетом матрицы расстояний (распределение «чет-нечет») при двухъярусном расположении паллетов	116490,8	37
Трехмерное оптимизированное размещение товарных позиций на складе с учетом матрицы расстояний (распределение «чет-нечет») при расположении паллетов на пятиярусном стеллаже	88386,4	52
Трехмерное оптимизированное размещение товарных позиций на складе с учетом матрицы расстояний при расположении паллетов на пятиярусном стеллаже с условием размещения в одной ячейке нескольких товаров	82992,0	55

нескольких товаров — на 82%. Эти освобожденные зоны можно сдать в аренду, что будет приносить дополнительный доход, однако при этом необходимы капитальные вложения на сооружение стеллажей.

Следует отметить, что мы рассматривали только одну часть, затрагивающую снижение суммарного пробега автопогрузчиков. В действительности при переходе к *n*-ярусному хранению перед нами встает более сложная задача, касающаяся как учета временных, связанных с обслуживанием клиентов, и энергетических затрат на операции «подъема/опускания» груза, так и экономической целесообразности внедрения проекта, т. е. расчета таких показателей, как величина капитальных вложений, срок окупаемости, доходность и др. Таким образом, предприятию необходимо самостоятельно решить, на каком варианте ему следует остановиться, исходя из собственных возможностей. Однако необходимо отметить, что даже без модернизации, а только при рациональном размещении товаров на складе наблюдается значительная экономия.

Проведенные расчеты показали, что расположение грузовых единиц с использованием анализа ABC для одномерного, двухмерного и трехмерного распределения позволяет сократить суммарный пробег техники в пропорции 1 : 1,41 : 1,45 : 1,68 : 1,70 по сравнению с первоначальным (случайным) расположением товарных позиций на складе с возможными уточнениями в зависимости от построения маршрута электропогрузчика, причем применение *n*-мерного расположения грузов приводит к существенному повышению эффективности грузоперерабатывающего процесса на складе.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Прогноз объема заказа с учетом сезонной компоненты

В табл. П-3 представлены данные о количестве заказываемых товаров на складе по дням в течение последовательных 8 недель. Необходимо найти прогноз на одну неделю.

Таблица П-3
Данные о количестве отпущенного со склада товара, ед.

Дни недели	Недели							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Понедельник	300	278	303	288	306	293	285	278
Вторник	314	296	300	306	320	304	310	326
Среда	286	285	295	290	288	290	300	340
Четверг	283	288	289	283	279	295	285	275
Пятница	320	318	317	299	317	322	327	320
Суббота	370	347	355	358	368	357	373	368
Воскресенье	234	257	264	244	228	278	252	240

Построим по данным табл. П-3 график, рис. П-5. По данному рисунку видно, что временной ряд содержит сезонные колебания с периодичностью 7. По графику можно установить наличие приблизительно равной амплитуды колебаний, это свидетельствует о возможном применении аддитивной модели, формула (7.4). Рассчитаем трендовую, сезонную и случайную компоненты *аддитивной модели*.

1. Проведем выравнивание исходных уровней ряда методом скользящей средней. Для этого просуммируем значения ряда последовательно за каждые семь дней со сдвигом на один шаг и, разделив полученные суммы на 7, найдем скользящие средние. Следует отметить, что полученные значения уже не содержат сезонной компоненты. По-

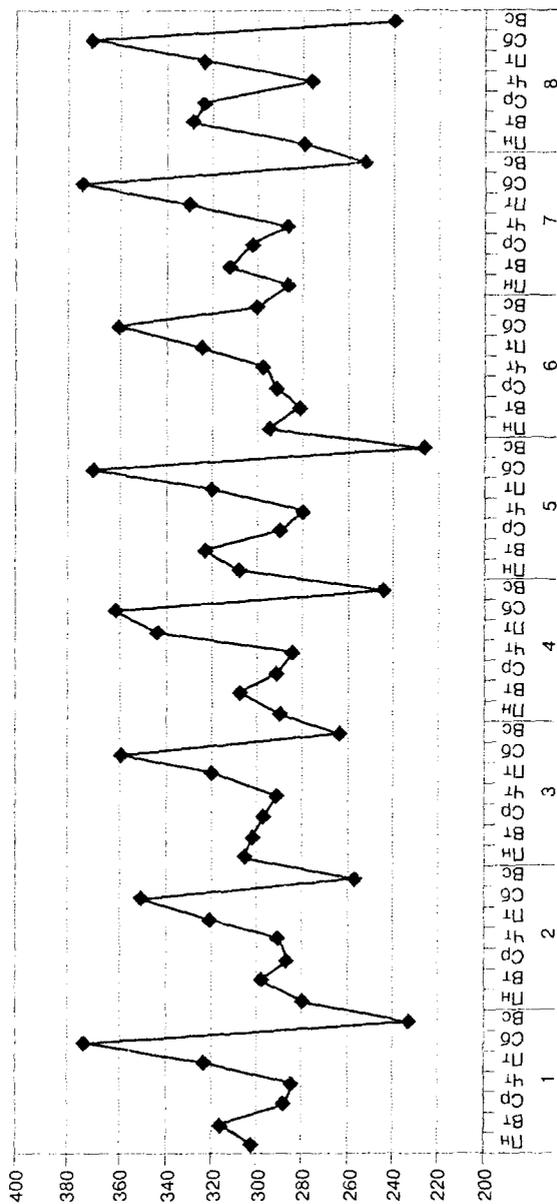


Рис. П-5. Данные о количестве отпущенного товара по дням недели

сколькx разряд скользящей средней нечетный, процедуры центрирования не требуется. Первое рассчитанное значение скользящей средней соответствует периоду 4, второе значение — периоду 5 и т. д. (табл. П-4).

Найдем оценки сезонной компоненты как разность между фактическими значениями исходного ряда и скользящими средними. Оценка сезонной компоненты представлена в последнем столбце табл. П-4.

Таблица П-4
Расчет оценок сезонной компоненты в аддитивной модели

Недели	Дни*	Период, t	Количество товара, ед.	Скользящие средние	Оценка сезонной компоненты
1	Пн	1	300	—	—
	Вт	2	314	—	—
	Ср	3	286	—	—
	Чт	4	283	301,00	-18,00
	Пт	5	320	297,86	22,14
	Сб	6	370	295,29	74,71
	Вс	7	234	295,14	-61,14
2	Пн	8	278	295,86	-17,86
	Вт	9	296	295,57	0,43
	Ср	10	285	292,29	-7,29
	Чт	11	288	295,57	-7,57
	Пт	12	318	299,14	18,86
	Сб	13	347	299,71	47,29
	Вс	14	257	301,14	-44,14
3	Пн	15	303	301,29	1,71
	Вт	16	300	301,14	-1,14
	Ср	17	295	302,29	-7,29
	Чт	18	289	303,29	-14,29
	Пт	19	317	301,14	15,86
	Сб	20	355	302,00	53,00
	Вс	21	264	301,29	-37,29
4	Пн	22	288	300,43	-12,43
	Вт	23	306	297,86	8,14
	Ср	24	290	298,29	-8,29
	Чт	25	283	295,43	-12,43
	Пт	26	299	298,00	1,00

Окончание табл. П-4

Недели	Дни*	Период, t	Количество товара, ед.	Скользящие средние	Оценка сезонной компоненты
4	Сб	27	358	300,00	58,00
	Вс	28	244	299,71	-55,71
5	Пн	29	306	299,14	6,86
	Вт	30	320	301,71	18,29
	Ср	31	288	303,14	-15,14
	Чт	32	279	300,86	-21,86
	Пт	33	317	299,00	18,00
	Сб	34	368	296,71	71,29
	Вс	35	228	297,00	-69,00
6	Пн	36	293	299,29	-6,29
	Вт	37	304	300,00	4,00
	Ср	38	290	298,43	-8,43
	Чт	39	295	305,57	-10,57
	Пт	40	322	304,43	17,57
	Сб	41	357	305,29	51,71
	Вс	42	278	306,71	-28,71
7	Пн	43	285	305,29	-20,29
	Вт	44	310	306,00	4,00
	Ср	45	300	308,29	-8,29
	Чт	46	285	304,57	-19,57
	Пт	47	327	303,57	23,43
	Сб	48	373	305,86	67,14
	Вс	49	252	311,57	-59,57
8	Пн	50	278	310,14	-32,14
	Вт	51	326	309,14	16,86
	Ср	52	340	308,43	31,57
	Чт	53	275	306,71	-31,71
	Пт	54	320	-	-
	Сб	55	368	-	-
	Вс	56	240	-	-

* Здесь и далее в таблицах приняты следующие обозначения дней недели: Пн — понедельник, Вт — вторник, Ср — среда, Чт — четверг, Пт — пятница, Сб — суббота, Вс — воскресенье.

Используем полученные оценки для расчета значений сезонной компоненты S_i (см. формулу 7.4). Для этого найдем средние за каждый день недели оценки сезонности, табл. П-5. Напомним, что в аддитивной модели сумма значений сезонной составляющей по всем дням недели должна быть равна нулю.

Таблица П-5
Расчет значений сезонной компоненты в аддитивной модели

Показатели	Недели	Дни недели, i						
		пн	вт	ср	чт	пт	сб	вс
	1	–	–	–	–18,00	22,14	74,71	–61,14
	2	–17,86	0,43	–7,29	–7,57	18,86	47,29	–44,14
	3	1,71	–1,14	–7,29	–14,29	15,86	53,00	–37,29
	4	–12,43	8,14	–8,29	–12,43	1,00	58,00	–55,71
	5	6,86	18,29	–15,14	–21,86	18,00	71,29	–69,00
	6	–6,29	4,00	–8,43	–10,57	17,57	67,14	–59,57
	7	–20,29	4,00	–8,29	–19,57	23,43	67,14	–59,57
	8	–32,14	16,86	31,57	–31,71	–	–	–
Средняя оценка сезонной компоненты для i -го дня недели	–	–11,49	7,22	–3,31	–17,00	16,69	62,65	–55,20
Скорректированная сезонная компонента, S_i	–	–11,43	7,29	–3,25	–16,94	16,76	62,71	–55,14

Для данного примера определим сумму средних оценок сезонной компоненты:

$$-11,49 + 7,22 - 3,31 - 17,00 + 16,69 + 62,65 - 55,2 = -0,44.$$

Определим корректирующий коэффициент:

$$k = -0,44/7 = -0,06286.$$

Скорректированные значения сезонной компоненты рассчитываются как разность между ее средней оценкой и корректирующим коэффициентом k , см. нижнюю строчку в табл. П-5.

Проверим условие равенства нулю суммы значений скорректированной сезонной компоненты:

$$-11,43 + 7,29 - 3,25 - 16,94 + 16,76 + 62,71 - 55,14 = 0.$$

Таким образом, получены следующие значения сезонной компоненты:

- понедельник: $S_1 = -11,43$;
- вторник: $S_2 = 7,29$;
- среда: $S_3 = -3,25$;
- четверг: $S_4 = -16,94$;
- пятница: $S_5 = 16,76$;
- суббота: $S_6 = 62,71$;
- воскресенье: $S_7 = -55,14$.

2. Модель (формула 7.4) помимо сезонной компоненты, которую мы уже определили, содержит как минимум тренд (тенденцию) и ошибку. Выявим тренд, предварительно исключив из фактических данных сезонную составляющую (гр. 4 табл. П-6). Полученные разности содержат только тенденцию и случайную компоненту. Для определения компоненты \bar{y}_t в модели (7.4) подберем линейный тренд методом наименьших квадратов (формулы 7.6 и 7.7).

Получено следующее уравнение тренда:

$$\bar{y}_t = 0,1633 \times t + 296,97. \quad (\text{П-1})$$

Подставляя в уравнение (П-1) значения $t = 1, \dots, 56$, найдем компоненту \bar{y}_t для каждого момента времени (гр. 5 табл. 7.22).

3. Найдем случайную компоненту. Для этого из фактических данных вычтем тренд и сезонную компоненту (гр. 6 табл. П-6). Это абсолютная ошибка. Сумма квадратов ошибки составляет 6846,93. Общая сумма квадратов отклонений значений исходного ряда от его среднего уровня составляет 63721,13. По отношению к общей сумме квадратов полученная сумма квадратов ошибки составляет 10,75%. Следовательно, можно сказать, что аддитивная модель объясняет 89,25% общей вариации уровней временного ряда отпущенных со склада единиц товара.

Таблица П-6

Расчет выровненных значений тренда и случайной компоненты

Период, t	Количество единиц товара, y_t	Сезонная компонента, S_t	$\bar{y}_t + \varepsilon_t = y_t - S_t$	Тренд, \bar{y}_t (формула 7.42)	$\varepsilon_t = y_t - \bar{y}_t - S_t$	ε_t^2
1	300	-11,43	311,43	297,13	14,30	204,35
2	314	7,29	306,71	297,30	9,42	88,69

Продолжение табл. П-6

Период, t	Количество единиц товара, y_t	Сезонная компонен- та, S_t	$\bar{y}_t + \varepsilon_t =$ $= y_t - S_t$	Тренд, \bar{y}_t (формула 7.42)	$\varepsilon_t = y_t -$ $-\bar{y}_t - S_t$	ε_t^2
3	286	-3,25	289,24	297,46	-8,22	67,49
4	283	-16,94	299,94	297,62	2,32	5,36
5	320	16,76	303,24	297,79	5,46	29,79
6	370	62,71	307,29	297,95	9,34	87,16
7	234	-55,14	289,14	298,11	-8,97	80,47
8	278	-11,43	289,43	298,28	-8,85	78,28
9	296	7,29	288,71	298,44	-9,73	94,58
10	285	-3,25	288,24	298,60	-10,36	107,29
11	288	-16,94	304,94	298,77	6,17	38,10
12	318	16,76	301,24	298,93	2,32	5,36
13	347	62,71	284,29	299,09	-14,81	219,25
14	257	-55,14	312,14	299,26	12,89	166,07
15	303	-11,43	314,43	299,42	15,01	225,27
16	300	7,29	292,71	299,58	-6,87	47,18
17	295	-3,25	298,24	299,75	-1,50	2,25
18	289	-16,94	305,94	299,91	6,03	36,35
19	317	16,76	300,24	300,07	0,17	0,03
20	355	62,71	292,29	300,24	-7,95	63,21
21	264	-55,14	319,14	300,40	18,74	351,32
22	288	-11,43	299,43	300,56	-1,13	1,29
23	306	7,29	298,71	300,73	-2,01	4,05
24	290	-3,25	293,24	300,89	-7,64	58,44
25	283	-16,94	299,94	301,05	-1,11	1,24
26	299	16,76	282,24	301,22	-18,97	359,90
27	358	62,71	295,29	301,38	-6,09	37,13
28	244	-55,14	299,14	301,54	-2,40	5,76
29	306	-11,43	317,43	301,71	15,72	247,21
30	320	7,29	312,71	301,87	10,85	117,62
31	288	-3,25	291,24	302,03	-10,79	116,37
32	279	-16,94	295,94	302,20	-6,26	39,15

Окончание табл. П-6

Период, t	Количество единиц товара, y_t	Сезонная компонента, S_t	$\bar{y}_t + \varepsilon_t = y_t - S_t$	Тренд, \bar{y}_t (формула 7.42)	$\varepsilon_t = y_t - \bar{y}_t - S_t$	ε_t^2
33	317	16,76	300,24	302,36	-2,11	4,47
34	368	62,71	305,29	302,52	2,76	7,64
35	228	-55,14	283,14	302,69	-19,54	381,91
36	293	-11,43	304,43	302,85	1,58	2,50
37	304	7,29	296,71	303,01	-6,30	39,66
38	290	-3,25	293,24	303,18	-9,93	98,61
39	295	-16,94	311,94	303,34	8,60	73,96
40	322	16,76	305,24	303,50	1,74	3,04
41	357	62,71	294,29	303,67	-9,38	87,98
42	278	-55,14	333,14	303,83	29,31	859,33
43	285	-11,43	296,43	303,99	-7,56	57,20
44	310	7,29	302,71	304,16	-1,44	2,08
45	300	-3,25	303,24	304,32	-1,07	1,15
46	285	-16,94	301,94	304,48	-2,54	6,47
47	327	16,76	310,24	304,65	5,60	31,36
48	373	62,71	310,29	304,81	5,48	30,00
49	252	-55,14	307,14	304,97	2,17	4,71
50	278	-11,43	289,43	305,14	-15,71	246,69
51	326	7,29	318,71	305,30	13,42	179,99
52	340	-3,24	343,24	305,46	37,78	1427,58
53	275	-16,94	291,94	305,62	-13,69	187,31
54	320	16,76	303,24	305,79	-2,54	6,47
55	368	62,71	305,29	305,95	-0,67	0,44
56	240	-55,14	295,14	306,11	-10,97	120,38

4. Выполним прогноз на одну неделю по дням. В уравнение (П-1) подставим значения $t = 57, \dots, 63$ и получим значение спроса на товар, соответствующие линии тренда. Прибавим к значениям тренда сезонную составляющую – это будут прогнозные значения спроса на товар

на ближайшую неделю. Количественно значения прогноза приведены в табл. П-7.

Таблица П-7
Прогноз спроса на товар

Дни недели	Период, t	Среднее значение прогноза (по тренду), ед.	Сезонная компонента, ед.	Прогноз с учетом сезонности, ед.
Пн	57	306,28	-11,43	294,85
Вт	58	306,44	7,29	313,73
Ср	59	306,60	-3,24	303,36
Чт	60	306,77	-16,94	289,83
Пт	61	306,93	16,76	323,69
Сб	62	307,09	62,71	369,81
Вс	63	307,26	-55,14	252,12

Найдем среднюю квадратическую ошибку прогноза по формуле (7.8):

$$S_y = \sqrt{\frac{204,35 + 88,69 + 67,49 + \dots + 0,44 + 120,38}{56 - 2}} = 11,26 \text{ ед.}$$

Рассмотрим *мультипликативную модель прогноза* для тех же самых данных, представленных в табл. П-3.

1. Сначала следует выровнять исходный ряд методом скользящей средней так же, как мы делали в аддитивной модели, т. е. рассчитываются семиразрядные скользящие средние, значение первой будет соответствовать четвертому периоду, значение второй — пятому периоду и т. д.

Найдем оценки сезонной компоненты как частное от деления фактических значений ряда на скользящую среднюю (табл. П-8).

Таблица П-8
Расчет оценок сезонной компоненты в мультипликативной модели

Недели	Дни	Период, t	Количество товара, ед.	Скользящие средние	Оценка сезонной компоненты
1	Пн	1	300	—	—
	Вт	2	314	—	—
	Ср	3	286	—	—
	Чт	4	283	301,00	0,940

Продолжение табл. П-8

Недели	Дни	Период, t	Количество товара, ед.	Скользящие средние	Оценка сезонной компоненты
1	Пт	5	320	297,86	1,074
	Сб	6	370	295,29	1,253
	Вс	7	234	295,14	0,793
2	Пн	8	278	295,86	0,940
	Вт	9	296	295,57	1,001
	Ср	10	285	292,29	0,975
	Чт	11	288	295,57	0,974
	Пт	12	318	299,14	1,063
	Сб	13	347	299,71	1,158
	Вс	14	257	301,14	0,853
3	Пн	15	303	301,29	1,006
	Вт	16	300	301,14	0,996
	Ср	17	295	302,29	0,976
	Чт	18	289	303,29	0,953
	Пт	19	317	301,14	1,053
	Сб	20	355	302,00	1,175
	Вс	21	264	301,29	0,876
4	Пн	22	288	300,43	0,959
	Вт	23	306	297,86	1,008
	Ср	24	290	298,29	0,953
	Чт	25	283	295,43	0,939
	Пт	26	299	298,00	1,119
	Сб	27	358	300,00	1,170
	Вс	28	244	299,71	0,799
5	Пн	29	306	299,14	1,003
	Вт	30	320	301,71	1,061
	Ср	31	288	303,14	0,950
	Чт	32	279	300,86	0,927
	Пт	33	317	299,00	1,060
	Сб	34	368	296,71	1,255
	Вс	35	228	297,00	0,777

Окончание табл. П-8

Недели	Дни	Период, t	Количество товара, ед.	Скользящие средние	Оценка сезонной компоненты
6	Пн	36	293	299,29	0,990
	Вт	37	304	300,00	0,944
	Ср	38	290	298,43	0,983
	Чт	39	295	305,57	0,967
	Пт	40	322	304,43	1,060
	Сб	41	357	305,29	1,159
	Вс	42	278	306,71	0,963
7	Пн	43	285	305,29	0,925
	Вт	44	310	306,00	1,004
	Ср	45	300	308,29	0,964
	Чт	46	285	304,57	0,936
	Пт	47	327	303,57	1,077
	Сб	48	373	305,86	1,220
	Вс	49	252	311,57	0,816
8	Пн	50	278	310,14	0,905
	Вт	51	326	309,14	1,064
	Ср	52	340	308,43	1,047
	Чт	53	275	306,71	0,905
	Пт	54	320	–	–
	Сб	55	368	–	–
	Вс	56	240	–	–

Используем полученные оценки для расчета индекса сезонности I_s для модели (7.5). Для этого найдем средние за каждый день недели оценки сезонной компоненты. В нашем примере число периодов в цикле (неделе) равно 7 (семь дней), поэтому сумма значений индексов по дням недели должна быть равна 7. Расчет индексов сезонности приведен в табл. П-9.

Найдем сумму средних оценок сезонной компоненты:

$$0,961 + 1,011 + 0,978 + 0,943 + 1,072 + 1,207 + 0,819 = 6,991.$$

Определим корректирующий коэффициент:

$$k = 7/6,991 = 1,001.$$

Скорректированные значения сезонной компоненты или индексы сезонности равны произведению средних оценок и корректирующего коэффициента. Проверим условие равенства суммы индексов сезонности 7:

$$0,962 + 1,012 + 0,98 + 0,944 + 1,074 + 1,208 + 0,82 = 7.$$

Таблица П-9

Расчет значений сезонной компоненты в мультипликативной модели

Показатели	Неде- ли	Дни недели, <i>i</i>						
		Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
	1	–	–	–	0,940	1,074	1,253	0,793
	2	0,940	1,001	0,975	0,974	1,063	1,158	0,853
	3	1,006	0,996	0,976	0,953	1,053	1,175	0,876
	4	0,959	1,008	0,953	0,939	1,119	1,170	0,799
	5	1,003	1,061	0,950	0,927	1,060	1,255	0,777
	6	0,990	0,944	0,983	0,967	1,060	1,220	0,816
	7	0,925	1,004	0,964	0,936	1,077	1,220	0,816
	8	0,905	1,064	1,047	0,905	–	–	–
Средняя оценка сезонной компоненты для <i>i</i> -го дня недели		0,961	1,011	0,978	0,943	1,072	1,207	0,819
Скорректированная сезонная компонента, S_i		0,962	1,012	0,980	0,944	1,074	1,208	0,820

Итак, получены следующие индексы сезонности:

- понедельник: $I_{s1} = 0,962$;
- вторник: $I_{s2} = 1,012$;
- среда: $I_{s3} = 0,98$;
- четверг: $I_{s4} = 0,944$;
- пятница: $I_{s5} = 1,074$;
- суббота: $I_{s6} = 1,208$;
- воскресенье: $I_{s7} = 0,82$.

2. Определение тренда. Разделим каждое значение исходного ряда на выявленную сезонную компоненту. Тем самым мы получим величины, содержащие только тренд и случайную компоненту, гр. 4 табл. П-10.

Подберем линию тренда к данным гр. 4 табл. П-10 методом наименьших квадратов. Получим уравнение линейного тренда:

$$\bar{y}_t = 0,11,98 \times t + 298,77. \quad (\text{П-2})$$

Подставляя в уравнение (П-2) значения $t = 1, \dots, 56$, найдем значения компоненты \bar{y}_t , гр. 5 табл. П-10.

Таблица П-10

Расчет выровненных значений тренда и случайной компоненты

Период, t	Количество единиц товара, y_t	Сезонная компонента, I_s	$\bar{y}_t \times S_t = y_t / I_{st}$	Тренд, \bar{y}_t (формула 7.43)	$\varepsilon_t = y_t / (\bar{y}_t \times S_t)$	ε_t^2
1	300	0,962	311,79	298,89	1,04	1,09
2	314	1,012	310,16	299,01	1,04	1,08
3	286	0,980	291,95	299,13	0,98	0,95
4	283	0,944	299,82	299,25	1,00	1,00
5	320	1,074	298,06	299,37	1,00	0,99
6	370	1,208	306,29	299,49	1,02	1,05
7	234	0,820	285,50	299,61	0,95	0,91
8	278	0,962	288,92	299,73	0,96	0,93
9	296	1,012	292,38	299,85	0,98	0,95
10	285	0,980	290,93	299,97	0,97	0,94
11	288	0,944	305,11	300,09	1,02	1,03
12	318	1,074	296,20	300,21	0,99	0,97
13	347	1,208	287,25	300,33	0,96	0,91
14	257	0,820	313,57	300,45	1,04	1,09
15	303	0,962	314,90	300,57	1,05	1,10
16	300	1,012	296,33	300,69	0,99	0,97
17	295	0,980	301,14	300,81	1,00	1,00
18	289	0,944	306,17	300,93	1,02	1,04
19	317	1,074	295,27	301,05	0,98	0,96
20	355	1,208	293,87	301,17	0,98	0,95
21	264	0,820	322,11	301,29	1,07	1,14
22	288	0,962	299,32	301,41	0,99	0,99
23	306	1,012	302,26	301,53	1,00	1,00
24	290	0,980	296,03	301,65	0,98	0,96
25	283	0,944	299,82	301,77	0,99	0,99
26	299	1,074	316,69	301,88	1,05	1,10

Окончание табл. П-10

Период, t	Количество единиц товара, y_t	Сезонная компонен- та, I_s	$\bar{y}_t \times S_t =$ $= y_t / I_{st}$	Тренд, \bar{y}_t (формула 7.43)	$\varepsilon_t = y_t /$ $(\bar{y}_t \times S_t)$	ε_t^2
27	358	1,208	296,36	302,00	0,98	0,96
28	244	0,820	297,71	302,12	0,99	0,97
29	306	0,962	318,02	302,24	1,05	1,11
30	320	1,012	316,09	302,36	1,05	1,09
31	288	0,980	293,99	302,48	0,97	0,94
32	279	0,944	295,58	302,60	0,98	0,95
33	317	1,074	295,27	302,72	0,98	0,95
34	368	1,208	304,64	302,84	1,01	1,01
35	228	0,820	278,18	302,96	0,92	0,84
36	293	0,962	304,51	303,08	1,00	1,01
37	304	1,012	276,58	303,20	0,91	0,83
38	290	0,980	296,03	303,32	0,98	0,95
39	295	0,944	312,53	303,44	1,03	1,06
40	322	1,074	299,92	303,56	0,99	0,98
41	357	1,208	295,53	303,68	0,97	0,95
42	278	0,820	363,59	303,80	1,20	1,43
43	285	0,962	296,20	303,92	0,97	0,95
44	310	1,012	306,21	304,04	1,01	1,01
45	300	0,980	306,24	304,16	1,01	1,01
46	285	0,944	301,93	304,28	0,99	0,98
47	327	1,074	304,58	304,40	1,00	1,00
48	373	1,208	308,77	304,52	1,01	1,03
49	252	0,820	307,47	304,64	1,01	1,02
50	278	0,962	288,92	304,76	0,95	0,90
51	326	1,012	322,02	304,88	1,06	1,12
52	340	0,980	326,66	305,00	1,07	1,15
53	275	0,944	291,34	305,12	0,95	0,91
54	320	1,074	298,06	305,24	0,98	0,95
55	368	1,208	304,64	305,36	1,00	1,00
56	240	0,820	292,83	305,48	0,96	0,92

3. Найдем случайную компоненту. Для этого фактические данные разделим на произведение значения тренда и сезонной компоненты (гр. 6 табл. П-10). Это абсолютная ошибка. Сумма квадратов ошибки составляет 56,1. Общая сумма квадратов отклонений значений исходного ряда от его среднего уровня составляет 63721,13. По отношению к общей сумме квадратов полученная сумма квадратов ошибки составляет 0,09% (!). Следовательно, можно сказать, что мультипликативная модель объясняет 99,9% общей вариации уровней временного ряда отпущенных со склада единиц товара.

4. Выполним прогноз на одну неделю по дням. В уравнение (П-2) подставим значения $t = 57, \dots, 63$ и получим значения спроса на товар, соответствующие линии тренда. Умножим значения тренда на индекс сезонности и получим прогнозные значения спроса на товар на ближайшую неделю. Количественно значения прогноза приведены в табл. П-11.

Найдем среднюю квадратическую ошибку прогноза по формуле (7.8):

$$S_y = \sqrt{\frac{1,09 + 1,08 + 0,95 + \dots + 1 + 0,92}{56 - 2}} = 1,02 \text{ ед.}$$

Таблица П-11
Прогноз спроса на товар

Дни недели	Период, t	Среднее значение прогноза (по тренду), ед.	Сезонная компонента (индекс сезонности)	Прогноз с учетом сезонности, ед.
Понедельник	57	305,60	0,962	294,05
Вторник	58	305,72	1,012	309,50
Среда	59	305,84	0,980	299,61
Четверг	60	305,96	0,944	288,80
Пятница	61	306,08	1,074	328,61
Суббота	62	306,20	1,208	369,89
Воскресенье	63	306,32	0,820	251,06

В нашем примере оказалось, что прогнозирование по мультипликативной модели дает меньшую ошибку прогноза.

Рассмотрим модель экспоненциального сглаживания с тремя параметрами (формулы (7.19)–(7.22)). Определим начальные условия. В качестве начальных условий для сглаженных данных выберем среднее значение за первую неделю:

$$L_s = \frac{300 + 314 + 286 + 283 + 320 + 370 + 234}{7} = 301.$$

Для значений количества единиц товара, отпущенных со склада за первую неделю, определим наклон линии тренда. Для этого достаточно по формуле (7.7) определить коэффициент наклона линейного тренда. Опуская расчет по указанной формуле, укажем лишь результат. Начальное условие для оценки тренда равно для нашего примера ($-1,857$). Начальные условия для оценки сезонности определим по формуле (7.23):

- для понедельника $S_1 = 300/301 = 0,997$;
- для вторника $S_2 = 314/301 = 1,043$;
- для среды $S_3 = 286/301 = 0,950$;
- для четверга $S_4 = 283/301 = 0,940$;
- для пятницы $S_5 = 320/301 = 1,063$;
- для субботы $S_6 = 370/301 = 1,229$;
- для воскресенья $S_7 = 234/301 = 0,777$.

Для исходных данных, представленных в начале подраздела в табл. П-3, и выбранных начальных условий с помощью процедуры *Поиска решений MS Excel* были подобраны параметры сглаживания, при которых модель Винтерса дает наименьшую ошибку: $a = 0,15$; $b = 0,10$; $g = 0,23$.

В табл. П-12 приводятся результаты расчета прогноза на основе модели экспоненциального сглаживания с тремя параметрами. В табл. 7.28 курсивом отмечены начальные условия.

Для периода $t = 8$ определим по формулам (7.19)–(7.22) прогнозное значение объема заказа на один шаг.

Таблица П-12
Прогноз объема заказа по методу Винтерса

Неделя	День недели	Период, t	Исходный ряд, ед.	Сглаженный ряд, L_t ед.	Тренд, T_t ед.	Сезонность, S_t	Прогноз, Y_{t+p}	Квадрат ошибки
1	Пн	1	300	–	–	0,997	–	–
	Вт	2	314	–	–	1,043	–	–
	Ср	3	286	–	–	0,950	–	–
	Чт	4	283	–	–	0,940	–	–
	Пт	5	320	–	–	1,063	–	–
	Сб	6	370	–	–	1,229	–	–
	Вс	7	234	301,00	-1,857	0,777	–	–

Продолжение табл. П-12

Неделя	День недели	Период, t	Исходный ряд, ед.	Сглаженный ряд, $L_{\text{ед.}}$	Тренд, $T_{\text{ед.}}$	Сезонность, S_t	Прогноз, Y_{t+p}	Квадрат ошибки
2	Пн	8	278	296,20	-2,152	0,983	298,15	405,99
	Вт	9	296	292,55	-2,302	1,036	306,75	115,55
	Ср	10	285	291,66	-2,161	0,956	275,78	84,94
	Чт	11	288	291,95	-1,915	0,951	272,19	250,08
	Пт	12	318	291,35	-1,783	1,070	308,34	93,37
	Сб	13	347	288,51	-1,889	1,223	355,95	80,09
	Вс	14	257	293,02	-1,248	0,800	222,82	1168,16
3	Пн	15	303	294,15	-1,009	0,994	286,92	258,72
	Вт	16	300	292,62	-1,061	1,034	303,69	13,64
	Ср	17	295	294,02	-0,814	0,967	278,84	261,30
	Чт	18	289	294,77	-0,658	0,958	278,78	104,42
	Пт	19	317	294,44	-0,625	1,071	314,59	5,82
	Сб	20	355	293,29	-0,677	1,220	359,38	19,23
	Вс	21	264	298,04	-0,133	0,820	234,17	890,13
4	Пн	22	288	296,72	-0,252	0,989	296,14	66,28
	Вт	23	306	296,41	-0,258	1,033	306,40	0,16
	Ср	24	290	296,69	-0,204	0,969	286,41	12,88
	Чт	25	283	296,35	-0,218	0,957	283,91	0,83
	Пт	26	340	299,22	0,092	1,086	317,22	518,94
	Сб	27	358	298,45	0,006	1,215	365,24	52,36
	Вс	28	244	298,34	-0,006	0,819	244,69	0,47
5	Пн	29	306	299,96	0,157	0,996	294,96	121,93
	Вт	30	320	301,51	0,297	1,040	310,09	98,14
	Ср	31	288	301,11	0,227	0,966	292,59	21,10
	Чт	32	279	299,92	0,084	0,951	288,38	87,98
	Пт	33	317	298,82	-0,034	1,080	325,84	78,09
	Сб	34	368	299,36	0,024	1,219	363,17	23,36
	Вс	35	228	296,31	-0,285	0,808	245,31	299,69
6	Пн	36	293	295,76	-0,311	0,995	294,81	3,28
	Вт	37	280	291,65	-0,693	1,021	307,18	738,55
	Ср	38	290	292,28	-0,560	0,972	281,21	77,33

Окончание табл. П-12

Неделя	День недели	Период, t	Исходный ряд, ед.	Сглаженный ряд, L_t , ед.	Тренд, T_t , ед.	Сезонность, S_t	Прогноз, Y_{t+p}	Квадрат ошибки
6	Чт	39	295	294,41	-0,289	0,963	277,38	310,31
	Пт	40	322	294,70	-0,232	1,083	317,75	18,04
	Сб	41	357	294,24	-0,254	1,217	358,85	3,42
	Вс	42	298	304,88	0,838	0,847	237,53	3656,80
7	Пн	43	285	302,92	0,558	0,982	304,10	364,68
	Вт	44	310	303,48	0,558	1,021	309,99	0,00
	Ср	45	300	304,69	0,623	0,975	295,64	18,97
	Чт	46	285	303,97	0,488	0,957	293,89	79,02
	Пт	47	327	304,09	0,451	1,081	329,78	7,71
	Сб	48	373	304,81	0,478	1,219	370,75	5,06
8	Вс	49	252	304,17	0,366	0,843	258,51	42,36
	Пн	50	278	301,40	0,052	0,969	299,16	447,76
	Вт	51	326	304,03	0,310	1,033	307,92	326,98
	Ср	52	320	307,80	0,657	0,990	296,78	539,02
	Чт	53	275	305,39	0,350	0,944	295,15	405,91
	Пт	54	320	304,31	0,207	1,075	330,62	112,79
	Сб	55	368	304,14	0,169	1,217	371,17	10,05
9	Вс	56	240	301,48	-0,115	0,832	256,41	269,27
	Пн	57	-	-	-	-	291,90	-
	Вт	58	-	-	-	-	311,22	-
	Ср	59	-	-	-	-	298,11	-
	Чт	60	-	-	-	-	284,14	-
	Пт	61	-	-	-	-	323,33	-
	Сб	62	-	-	-	-	366,00	-
	Вс	63	-	-	-	250,14	-	
Сумма							12164,99	

1. Сглаживание данных:

$$L_8 = 0,15 \times \frac{278}{0,997} + (1 - 0,15) \times (301 + (-1,857)) = 296,2 \text{ ед.}$$

2. Корректировка тренда:

$$T_8 = 0,1 \times (296,2 - 301) + (1 - 0,1) \times (-1,857) = -2,152 \text{ ед.}$$

3. Корректировка сезонности:

$$S_8 = 0,23 \times \frac{278}{296,2} + (1 - 0,23) \times 0,997 = 0,983.$$

4. Прогноз на один период:

$$y^*_{8+1} = (296,2 + 1 \times (-2,152)) \times 1,043 = 306,75.$$

Аналогично выполнены расчеты, представленные в табл. П-12. Покажем, как получен прогноз по дням недели на 9-ю неделю.

Для $t = 56$ определим:

$$L_{56} = 0,15 \times \frac{240}{0,843} + (1 - 0,15) \times (304,14 + 0,169) = 301,48 \text{ ед.}$$

$$T_{56} = 0,1 \times (304,14 - 301,48) + (1 - 0,1) \times 0,169 = -0,115 \text{ ед.}$$

$$S_{56} = 0,23 \times \frac{240}{301,48} + (1 - 0,23) \times 0,843 = 0,832.$$

Прогноз на один шаг ($t = 57$, понедельник):

$$y^*_{56+1} = (301,48 + 1 \times (-0,115)) \times 0,969 = 291,9 \approx 292 \text{ ед.}$$

Прогноз на два шага ($t = 58$, вторник):

$$y^*_{56+2} = (301,48 + 2 \times (-0,115)) \times 1,033 = 311,22 \approx 311 \text{ ед.}$$

Прогноз на три шага ($t = 59$, среда):

$$y^*_{56+3} = (301,48 + 3 \times (-0,115)) \times 0,99 = 298,11 \approx 298 \text{ ед.}$$

Прогноз на четыре шага ($t = 60$, четверг):

$$y^*_{56+4} = (301,48 + 4 \times (-0,115)) \times 0,944 = 284,14 \approx 284 \text{ ед.}$$

Прогноз на пять шагов ($t = 61$, пятница):

$$y^*_{56+5} = (301,48 + 5 \times (-0,115)) \times 1,075 = 323,33 \approx 323 \text{ ед.}$$

Прогноз на шесть шагов ($t = 62$, суббота):

$$y^*_{56+6} = (301,48 + 6 \times (-0,115)) \times 1,217 = 366,0 \text{ ед.}$$

Прогноз на семь шагов ($t = 63$, воскресенье):

$$y^*_{56+7} = (301,48 + 7 \times (-0,115)) \times 0,832 = 250,14 \approx 250 \text{ ед.}$$

Найдем ошибку прогноза:

$$S_y = \sqrt{\frac{12164,99}{56-7}} = 15,76 \text{ ед.}$$

На рис. П-6 показана графическая интерпретация модели Винтерса.

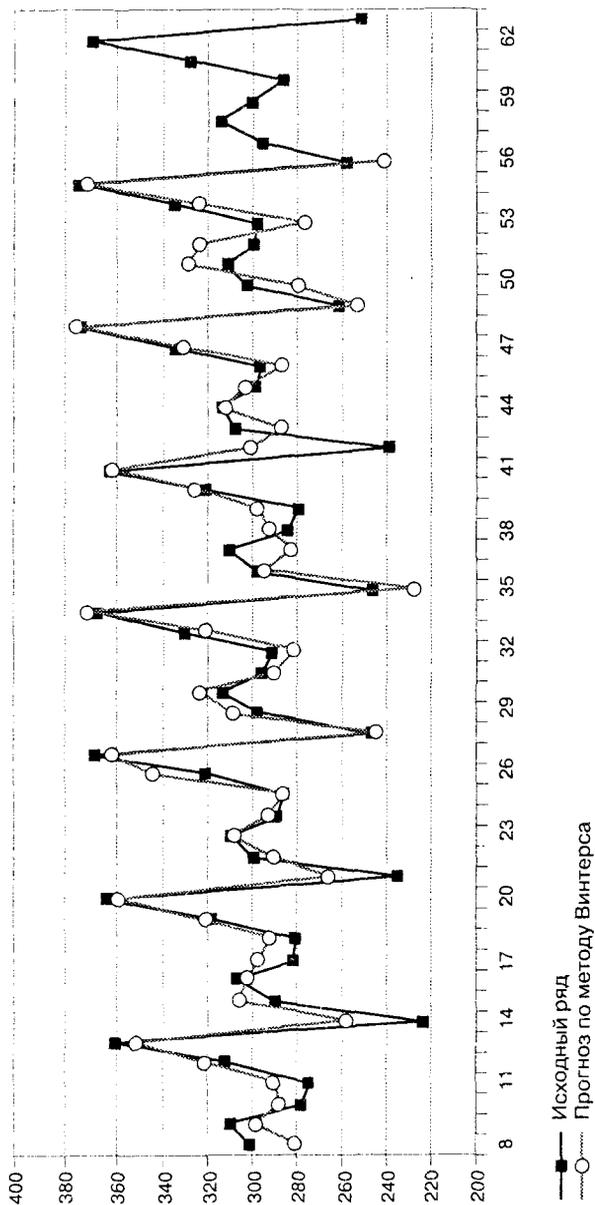


Рис. П-6. Прогноз по методу экспоненциального сглаживания с тремя параметрами

Рассмотрим применение анализа Фурье для выявления сезонной составляющей. Гармоническая модель, позволяющая описать ряд, содержащий сезонные колебания, соответствует формуле (7.18). Параметры данной модели определяются по методу наименьших квадратов, однако их расчет достаточно трудоемок, поэтому мы рассмотрим применение анализа Фурье с использованием электронных таблиц *MS Excel*. Встроенная надстройка *MS Excel* «Анализ Фурье» применяется для ряда, количество наблюдений в котором является степенью числа 2, т. е. 4, 8, 16, 32, 64, 128 и т. д. Поэтому для выявления сезонной составляющей воспользуемся последними 32 значениями ряда, представленного в табл. П-3.

Применение анализа Фурье для выявления сезонных колебаний можно представить в виде следующей последовательности:

1. Подберем к исходному ряду, состоящему из последних 32 наблюдений, тренд методом наименьших квадратов. В нашем примере это будет линейный тренд $y_t^* = 0,0464 \times t + 303,15$.

2. Из исходного ряда отнимем значения тренда и получим остатки, которые содержат сезонную и случайную компоненты.

3. Обратимся к встроенному в *MS Excel* инструменту анализа «Анализ Фурье». Для этого в меню «Сервис» выберем команду «Анализ данных». В появившемся окне найдем инструмент анализа «Анализ Фурье». В качестве входного интервала следует выбрать полученные на предыдущем этапе расчета остатки. Из полученных комплексных чисел необходимо выделить действительную и мнимую части. Для этого используются инженерные функции, для действительной части — «=МНИМ.ВЕЩ()», для мнимой части — «=МНИМ.ЧАСТЬ()». Обозначим выявленную действительную часть как y_d , мнимую часть — y_m .

4. Определим коэффициенты модели (7.18). Коэффициенты a_k для определяются следующим образом (на примере четырех гармоник):

$$a_0 = \frac{y_{d1}}{N}; a_1 = \frac{y_{d2}}{N}; a_2 = \frac{y_{d3}}{N}; a_3 = \frac{y_{d3}}{N}; a_4 = \frac{y_{d5}}{N}. \quad (\text{П-3})$$

Подставим из табл. П-13 действительную часть и получим:

$$a_0 = \frac{-0,3}{32} = -0,009; a_1 = \frac{14,3}{32} = 0,447, \text{ и т. д.}$$

Коэффициенты b_k определяются как

$$b_1 = \frac{y_{m2}}{N}.$$

Подставим из табл. П-13 мнимую часть и получим:

$$b_1 = \frac{72,7}{32} = 2,271; b_2 = \frac{-56}{32} = -1,749, \text{ и т. д.}$$

5. Переведем обычную линейную переменную ($t = 1, 2, 3, \dots, 32$) в радианную. Для этого воспользуемся формулой (7.46):

$$\tau = \frac{2\pi \times t}{N}.$$

Например, для $t = 1$ радианная переменная будет равна

$$\frac{2 \times \pi \times 1}{32} = 0,196.$$

В табл. П-13 представлены результаты определения остатков, действительной и мнимой частей комплексных чисел.

Таблица П-13

Результаты промежуточных расчетов с использованием анализа Фурье

Период, t	Факт	Тренд	Остатки	Комплексные числа	Y_d	Y_m	τ
1	283	303,2	-20,2	-0,2991999999999303	-0,3	0,0	0,196
2	340	303,24	36,76	14,2986589746017 + + 72,670534328307i	14,3	72,7	0,392
3	358	303,29	54,71	57,410929488736 - - 55,975426240817i	57,4	-56,0	0,589
4	244	303,34	-59,34	-57,4211154829643 + - 22,72490735755i	-57,4	22,7	0,785
5	306	303,38	2,618	130,76678661764 + + 63,6513386651901i	130,8	63,7	0,9813
6	320	303,43	16,57	-203,13694341326 - - 185,343386186541i	-203,1	-185,3	1,176
7	288	303,47	-15,47	-12,7447106387264 - - 79,352319484142i	-12,7	-79,4	1,374
8	279	303,52	-24,52	14,1972955900109 - - 8,21832717356457i	14,2	-8,2	1,570
9	317	303,57	13,43	-104,2576 - - 118,7424 i	-104,3	-118,7	1,766
10	368	303,61	64,39	-474,227750540015 - - 406,62232318467i	-474,2	-406,6	1,963
11	228	303,66	-75,66	-37,5177474063879 - - 122,75453912943i	-37,5	-122,8	2,159
12	293	303,71	-10,71	52,4817524366122 + + 34,947636736972i	52,5	34,9	2,355

Окончание табл. П-13

Период, <i>t</i>	Факт	Тренд	Остатки	Комплексные числа	U_d	U_m	τ
13	280	303,75	-23,75	-33,2819866176396 - - 96,863861334809 <i>i</i>	-33,3	-96,9	2,551
14	290	303,8	-13,8	-87,7825206651347 + + 15,358677248099 <i>i</i>	-87,8	15,4	2,747
15	295	303,85	-8,846	279,821128556378 + + 107,59195411389 <i>i</i>	279,8	107,6	2,944
16	322	303,89	18,11	155,529823100148 - - 27,4515147157728 <i>i</i>	155,5	-27,5	3,140
17	357	303,94	53,06	-34,2576000000001	-34,3	0,0	3,336
18	298	303,99	-5,985	155,529823100148 + + 27,4515147157719 <i>i</i>	155,5	27,5	3,533
19	285	304,03	-19,03	279,821128556378 - - 107,591954113891 <i>i</i>	279,8	-107,6	3,729
20	310	304,08	5,922	-87,7825206651345 - - 15,358677248099 <i>i</i>	-87,8	-15,4	3,925
21	300	304,12	-4,124	-33,2819866176395 + + 96,863861334809 <i>i</i>	-33,3	96,9	4,121
22	285	304,17	-19,17	52,4817524366125 - - 34,9476367369727 <i>i</i>	52,5	-34,9	4,317
23	327	304,22	22,78	-37,5177474063874 + + 122,75453912943 <i>i</i>	-37,5	122,8	4,514
24	373	304,26	68,74	-474,227750540014 + + 406,62232318467 <i>i</i>	-474,2	406,6	4,710
25	252	304,31	-52,31	-104,2576 + 118,7424 <i>i</i>	-104,3	118,7	4,906
26	278	304,36	-26,36	14,1972955900112 + + 8,21832717356432 <i>i</i>	14,2	8,2	5,103
27	326	304,4	21,6	-12,7447106387261 + + 79,352319484142 <i>i</i>	-12,7	79,4	5,299
28	320	304,45	15,55	-203,13694341326 + + 185,343386186541 <i>i</i>	-203,1	185,3	5,495
29	275	304,5	-29,5	130,76678661764 - - 63,6513386651902 <i>i</i>	130,8	-63,7	5,691
30	320	304,54	15,46	-57,4211154829642 - - 22,724907357555 <i>i</i>	-57,4	-22,7	5,887
31	368	304,59	63,41	57,4109294887361 + + 55,9754262408178 <i>i</i>	57,4	56,0	6,084
32	240	304,63	-64,63	14,2986589746011 - - 72,6705343283079 <i>i</i>	14,3	-72,7	6,280

6. Рассчитаем гармоники для $t = 1$ ($t = 0,196$).

Первая гармоника:

$$\begin{aligned} & -0,009 + 0,447 \times \cos 0,196 + 2,271 \times \sin 0,196 = \\ & = -0,009 + 0,447 \times 0,981 + 2,271 \times 0,19 = 0,8717. \end{aligned}$$

Вторая гармоника:

$$1,794 \times \cos 0,39 + (-1,749) \times \sin 0,39 = 0,9886.$$

Третья гармоника:

$$(-1,794) \times \cos 0,589 + 0,71 \times \sin 0,589 = -1,0979.$$

Четвертая гармоника:

$$4,086 \times \cos 0,785 + 1,989 \times \sin 0,785 = 4,2967.$$

Пятая гармоника:

$$(-6,358) \times \cos 0,981 + (-5,792) \times \sin 0,981 = -8,3437.$$

Сложим все гармоники и получим итоговую модель, описывающую остатки, полученные от вычитания тренда из исходного ряда:

$$0,8717 + 0,9886 + (-1,0979) + 4,2967 + (-8,3437) = -3,2846.$$

Для других периодов времени расчет гармоник производится аналогично.

Для определения ошибки, которую даст при прогнозировании полученная модель, необходимо к трендовому значению прибавить значение итоговой модели, а затем из фактического значения вычесть эту сумму. Получится абсолютное отклонение расчетного значения от фактического, которое потом возводится в квадрат, а квадраты разностей суммируются.

Для первого периода времени покажем расчет отклонения.

Значение по тренду:

$$y^*_1 = 0,0464 \times 1 + 303,15 = 303,2.$$

Сумма трендового значения и итоговой модели:

$$303,2 + (-2,285) = 299,9.$$

Разность между расчетным и фактически значением:

$$283 - 299,9 = -16,9.$$

Сумма квадратов разностей по всем точкам ряда составляет 39725,97.
Ошибка модели:

$$s = \sqrt{39725,97/(32-6)} = 39,09.$$

Не трудно заметить, что рассматриваемая модель является аддитивной. Для определения сезонной компоненты для каждого дня недели необходимо составить табл. П-16. Мы опустим процедуру *Составление таблицы*, поскольку это было рассмотрено выше. Отметим, что сезонная компонента получена следующая:

- понедельник $S_1 = -3,50$;
- вторник: $S_2 = -8,94$;
- среда: $S_3 = -6,86$;
- четверг: $S_4 = 0,30$;
- пятница: $S_5 = 6,83$;
- суббота: $S_6 = 8,43$;
- воскресенье: $S_7 = 3,75$.

Прогноз на:

- понедельник $y^*_{32} = 0,0464 \times 32 + 303,15 - 3,5 = 302,3$;
- вторник $y^*_{33} = 0,0464 \times 33 + 303,15 - 8,94 = 296,9$;
- среду $y^*_{34} = 0,0464 \times 34 + 303,15 - 6,86 = 299,0$;
- четверг $y^*_{35} = 0,0464 \times 35 + 303,15 + 0,3 = 306,2$;
- пятницу $y^*_{36} = 0,0464 \times 36 + 303,15 + 6,83 = 312,8$;
- субботу $y^*_{37} = 0,0464 \times 37 + 303,15 + 8,43 = 314,5$;
- воскресенье $y^*_{38} = 0,0464 \times 38 + 303,15 + 3,75 = 309,8$.

Итак, мы рассмотрели четыре способа выявления сезонной компоненты: аддитивную модель, мультипликативную модель, метод экспоненциального сглаживания с тремя параметрами, гармонический анализ Фурье (рис. П-7). В нашем примере оказалось, что наименьшую ошибку дает мультипликативная модель, т. е. применение индексов сезонности.

Рассмотрим другой пример, в котором данные представлены поквартально. В табл. П-14 представлено определение оценок сезонной компоненты в аддитивной и мультипликативной моделях. Поскольку сезонные колебания имеют периодичность, равную 4 кварталам, в данном примере помимо определения скользящих средних требуется рассчитать центрированные значения средних.

В табл. П-15 и П-16 показан расчет сезонной компоненты в аддитивной и мультипликативной модели соответственно. Значение корректирующего коэффициента в аддитивной модели равно $(-0,365)$, в мультипликативной — $1,001$.

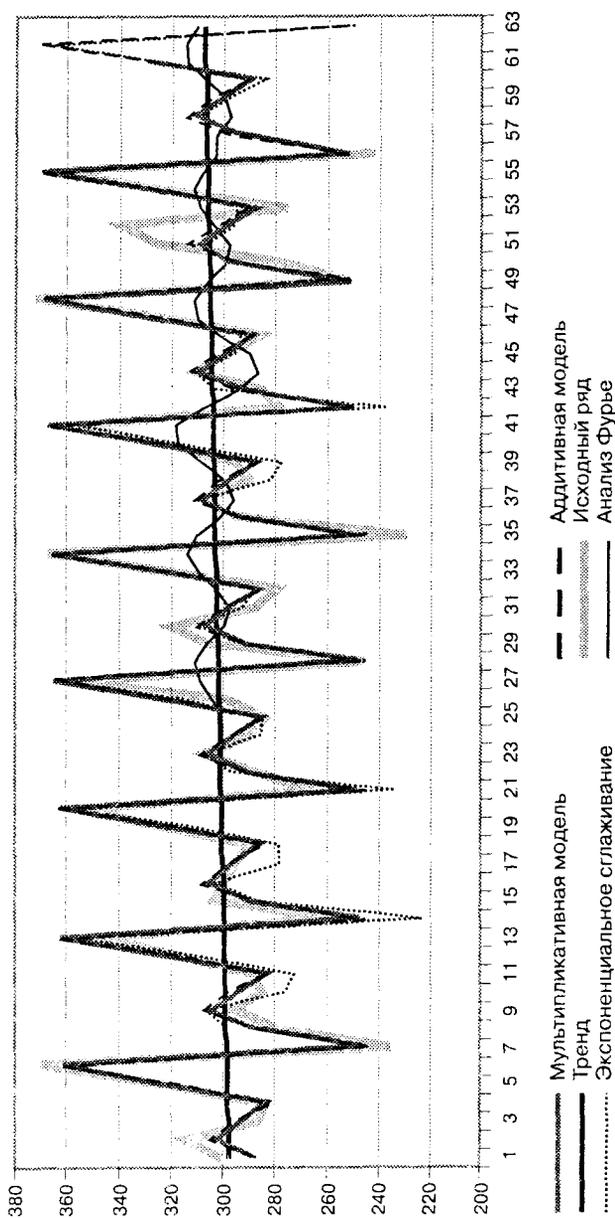


Рис. П-7. Графическая интерпретация результатов моделирования динамического ряда и прогноза на одну неделю

Таблица П-14
Расчет оценок сезонной компоненты в аддитивной и мультипликативной моделях

Год	Квартал	Период, t	Количество товара, ед.	Скользящие средние	Центрированные скользящие средние	Оценка сезонной компоненты	
						аддитивная модель	мультипликативная модель
1	1	1	300	–	–	–	–
	2	2	320	–	–	–	–
	3	3	325	310	311,25	13,75	1,044
	4	4	295	312,5	313,125	–18,13	0,942
2	1	5	310	313,75	315,625	–5,63	0,982
	2	6	325	317,5	318,75	6,25	1,020
	3	7	340	320	320,625	19,38	1,060
	4	8	305	321,25	322,5	–17,50	0,946
3	1	9	315	323,75	325	–10,00	0,969
	2	10	335	326,25	326,875	8,13	1,025
	3	11	350	327,5	328,125	21,88	1,067
	4	12	310	328,75	329,375	–19,38	0,941
4	1	13	320	330	330,625	–10,63	0,968
	2	14	340	331,25	332,5	7,50	1,023
	3	15	355	333,75	–	–	–
	4	16	320	–	–	–	–

Таблица П-15
Расчет значений сезонной компоненты в аддитивной модели

Показатель	Годы	Квартал				Сумма
		1	2	3	4	
	1	–	–	13,75	–18,13	
	2	–5,63	6,25	19,38	–17,50	
	3	–10,00	8,13	21,88	–19,38	
	4	–10,63	7,50	–	–	
Средняя оценка сезонной компоненты для i -го квартала		–8,75	7,29	18,33	–18,33	–1,46
Скорректированная сезонная компонента, S_i		–8,39	7,66	18,70	–17,97	0,00

Таблица П-16
Расчет значений сезонной компоненты в мультипликативной модели

Показатель	Годы	Квартал				Сумма
		1	2	3	4	
	1	–	–	1,044	0,942	
	2	0,982	1,020	1,060	0,946	
	3	0,969	1,025	1,067	0,941	
	4	0,968	1,023	–	–	
Средняя оценка сезонной компоненты для i -го квартала		0,973	1,022	1,057	0,943	3,996
Скорректированная сезонная компонента, S_i		0,974	1,024	1,058	0,944	4,000

В табл. П-17 представлен прогноз спроса по аддитивной и мультипликативной моделям. Модель тренда имеет вид $y_t^* = 2,09 \times t + 305,55$.

Ошибка прогноза в аддитивной модели равна 2,53 ед., в мультипликативной – 1,07.

Таблица П-17
Прогноз спроса на товар

Квартал	Период, t	Среднее значение прогноза (по тренду), ед.	Сезонная компонента		Прогноз с учетом сезонности, ед.	
			аддитивная модель	мультипликативная модель	аддитивная модель	мультипликативная модель
1	17	341,08	-8,39	0,974	332,69	332,2731
2	18	343,17	7,66	1,023	350,83	351,2289
3	19	345,26	18,70	1,058	363,96	365,3793
4	20	347,35	-17,97	0,944	329,38	327,9207

Наименьшую ошибку модели экспоненциального сглаживания с тремя параметрами даст следующее сочетание: $a = 0,44$; $b = 0,42$; $g = 0,67$. Начальные условия модели выбраны следующие: для сглаживания ряда – среднее за первый год, т. е. $(300 + 320 + 325 + 295)/4 = 310$; для учета тренда – коэффициент линейной модели, соответствующий наклону тренда, подобранного по данным первого года, т. е. (-1) ; для учета сезонности в первом квартале $300/310 = 0,968$, во втором квар-

тале — $320/310 = 1,032$, в третьем квартале — $325/310 = 1,048$, в четвертом квартале — $295/310 = 0,952$. Произведя расчет по формулам (7.19)–(7.22), получили следующие значения прогноза на:

- первый квартал 5-го года $(335,86 + 1 \times 2,436) \times 0,974 = 329,5$ ед.;
- второй квартал 5-го года $(335,86 + 2 \times 2,436) \times 1,031 = 351,33$ ед.;
- третий квартал 5-го года $(335,86 + 3 \times 2,436) \times 1,067 = 366,2$ ед.;
- четвертый квартал 5-го года $(335,86 + 4 \times 2,436) \times 0,95 = 328,38$ ед.

Ошибка прогноза составляет 4,9 ед.

На рис. П-8 показаны графики рассмотренных моделей для нашего примера.



Рис. П-8. Графическая интерпретация результатов прогнозирования

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аникин Б. А., Тяпухин А. П.* Коммерческая логистика: Учебник. — М.: Велбиг; Проспект, 2005. 432 с.
2. *Бауэрсокс Дональд Дж., Клосс Дейвид Дж.* Логистика: интегрированная цепь поставок. — М.: Олимп-Бизнес, 2001. — 640 с.
3. *Беленький А. С., Левнер Е. В.* Применение моделей и методов теории расписаний в задачах оптимального планирования на грузовом транспорте: Обзор // Автоматика и телемеханика. 1989. № 1. С. 3–77.
4. *Беляев В. М., Володина О. П.* Подход к формированию системы доставки грузов «точно в срок» // Бизнес и логистика-98: Сб. материалов 2-й международной конференции-семинара «Логистика и бизнес-98», Москва 28–29 января 1998 г. — М.: Браундес, 1998. С. 232.
5. *Бенсон Д., Уайхед Дж.* Транспорт и доставка грузов / Пер. с англ. — М.: Транспорт, 1990. 279 с.
6. *Бережной В. И., Порохля Т. А., Цвирицько И. А.* Управление материальными потоками микрологической системы автотранспортного предприятия. — Ставрополь: СевКаз ГТУ, 2002. 198 с.
7. *Букаи Дж., Кенигсберг Э.* Научное управление запасами / Пер. с англ. — М.: Наука, 1967. 423 с.
8. *Гаврилов Д. А.* Управление производством на базе стандарта MRP II. — СПб.: Питер, 2003. 352 с.
9. *Гаджинский А. М.* Логистика: Учебник для высших и средних учебных заведений. — 3-е изд. перераб. и доп. — М.: ИВЦ «Маркетинг», 2000. 375 с.
10. *Гаджинский А. М.* Практикум по логистике. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: ИВЦ «Маркетинг», 2001. 180 с.
11. *Глухов В. В.* Математические методы и модели для менеджмента. — СПб.: Лань, 2005. 528 с.
12. *Джонсон Дж.* и др. Современная логистика. 7-е изд. — М.: Вильямс, 2002. 624 с.
13. *Долгов А. П.* Теория запасов и логистический менеджмент: методология системной интеграции и принятия эффективных решений. — СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2004. 272 с.
14. *Долгов А. П., Козлов В. К., Уваров С. А.* Логистический менеджмент фирмы: концепция, методы и модели: Учебное пособие. — СПб.: Бизнес-пресса, 2005. 384 с.
15. *Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемных Ю. П.* Математические методы в экономике: Учебник. — М.: Изд-во МГУ; Диас, 1997.

16. *Зеваков А. М., Петров В. В.* Логистика производственных и товарных запасов: Учебник. — СПб.: Изд-во Михайлова В. А., 2002. 320 с.
17. *Кожин А. П., Мезенцев В. Н.* Математические методы в планировании и управлении грузовыми автомобильными перевозками: Учебник для вузов. — М.: Транспорт, 1994. 304 с.
18. Корпоративная логистика. 300 ответов на вопросы профессионалов / Под общ. и науч. редакцией проф. В. И. Сергеева. — М.: ИНФРА-М, 2004. 976 с.
19. *Кристофер М.* Логистика и управление цепочками поставок / Пер. с англ. под общ. ред. В. С. Лукинского. — СПб.: Питер, 2005. 316 с.
20. *Кузин Б., Юрьев В., Шахдинаров Г.* Методы и модели управления фирмой. — СПб.: Питер, 2001. 432 с.
21. *Линдерс Майкл Р., Фирон Харольд Е.* Управление снабжением и запасами. Логистика. — СПб.: Виктория плюс, 2002. 768 с.
22. Логистика: Учебное пособие / Под ред. Б. А. Авикина. — М.: 2000. 352 с.
23. *Лукинский В. В.* Управление запасами: аналитические решения многопродуктовых задач // Вестник ИНЖЕКОНА. Вып. 4 (9). — СПб.: СПбГИЭУ, 2005. С. 235–239.
24. *Лукинский В. С.* и др. Логистика автомобильного транспорта: Учебное пособие. — М.: Финансы и статистика, 2004.
25. *Лукинский В. С., Дерюжина Е. Ю.* Решение многопродуктовых задач при ограничении финансовых ресурсов // Сб. трудов 3-й между. науч.-прак. конференции. — Киев.: НАУ, 2005.
26. *Лукинский В. С., Зайцев Е. И.* Прогнозирование надежности автомобилей. — Л.: Политехника, 1991. 220 с.
27. *Лукинский В. С., Пластуняк И. А., Штин А. А.* Применение сетевых графиков для планирования международных смешанных перевозок грузов. — Международные Автомобильные Перевозки (МАП). 2005. № 1. С. 55–57.
28. *Лукинский В. С., Плетнева Н. Г.* Транспортная логистика: алгоритм многокритериального выбора маршрута перевозки // Вестник ИНЖЕКОНА. Вып. 4(5). — СПб.: СПбГИЭУ, 2004. С. 156–162.
29. *Лукинский В. С., Плетнева Н. Г.* Эволюция моделей и методов теории логистики // Вестник ИНЖЕКОНА. Вып. 4 (9). — СПб.: СПбГИЭУ, 2005. С. 222–230.
30. Международные автомобильные перевозки. Ч. I. Организационные и правовые аспекты: Учебное пособие / Под ред. Ю. С. Сухина, В. С. Лукинского. — СПб.: СПбГИЭА, 2000. 170 с.
31. Международные автомобильные перевозки. Ч. II. Экономические и управленческие аспекты: Учебное пособие / Под ред. Ю. С. Сухина, В. С. Лукинского. — СПб.: СПбГИЭУ, 2001. 204 с.
32. Менеджмент: Учебное пособие / Под ред. В. И. Подлесных. — СПб.: Бизнес-пресса, 2002. 472 с.

33. Методические основы управления снабжением запасными частями автотранспортных предприятий // В. С. Лукинский, В. И. Бережной и др. — Ставрополь: Интеллект-сервис, 1997. 69 с.
34. Модели и методы теории логистики / Под ред. В. С. Лукинского. — СПб.: Питер, 2003. 176 с.
35. *Мур Дж., Уэдерфорд Л. Р.* Экономическое моделирование в Microsoft Excel. 6-изд. / Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2004. 1024 с.
36. *Неруш Ю. М.* Логистика: Учебник для вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000. 389 с.
37. *Никифоров В. С.* Мультимодальная перевозка и транспортная логистика: Учебное пособие. — Новосибирск: НГАВТ, 1999. 103 с.
38. *Николайчук В. Е.* Логистика: СПб.: Питер, 2001. 160 с.
39. *Оганесян М. Д.* Методы разделения товарных групп в ABC-анализе. — Логистика и управление цепями поставок. 2004. № 2–3. С. 56–59.
40. Определение эксплуатационной надежности автомобилей в опорных автотранспортных предприятиях: Учебное пособие / Под ред. В. С. Лукинского — Л.: ЛНСИ, 1976. 48 с.
41. *Плетнева Н. Г., Лукинский В. В.* Моделирование международной перевозки в соответствии с логистической концепцией «точно в срок» // Вестник ИНЖЕКОПА. Вып. 2(3). — СПб.: СПбГИЭУ, 2004. С. 115–118.
42. *Плетнева Н. Г., Лукинский В. В., Пластуяк И. А.* Моделирование производственных процессов на транспорте: Учебное пособие. — СПб.: СПбГИЭУ, 2003. 110 с.
43. Практикум по логистике: Учебное пособие / Под ред. Б. А. Анкина. — М.: ИНФРА-М, 1999. 270 с.
44. Рабочая книга по прогнозированию / Отв. ред. И. В. Бестужев-Лада. — М.: Мысль, 1982. 430 с.
45. *Родников А. Н.* Логистика: Терминологический словарь. — М.: Экономика, 1995. 251 с.
46. *Рыжиков Ю. И.* Теория очередей и управления запасами. — СПб.: Питер, 2001. 384 с.
47. *Сергеев В. И.* Менеджмент в бизнес-логистике. — М.: Филлинь, 1997. 772 с.
48. *Сковронек Ч., Сарциш-Вольский З.* Логистика на предприятии: Учеб.-метод. пособ. / Пер. с польск. — М.: Финансы и статистика, 2004. 400 с.
49. *Смехов А. А.* Основы транспортной логистики: Учебник для вузов. — М.: Транспорт, 1995. 197 с.
50. *Стерлигова А. Н.* Управление запасами широкой номенклатуры: с чего начать? // Логинфо. 2004. № 1.
51. *Сток Дж. Р., Ламберт Д. М.* Стратегическое управление логистикой: Пер. с 4-го англ. изд. — М.: ИНФРА-М, 2005. 797 с.

52. Стратегия реинжиниринга автотранспортных предприятий: Учебное пособие / В. М. Бобкова, В. С. Лукинский, В. В. Лукинский, А. Э. Троянов — СПб.: СПбГИЭУ, 2005. 115 с.
53. *Taha Хэмди А.* Введение в исследование операций. 6-е изд. / Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2001. 912 с.
54. Транспортировка в логистике: Учебное пособие / В. С. Лукинский, В. В. Лукинский, И. А. Пластуняк, Н. Г. Плетнева. — СПб.: СПбГИЭУ, 2005. 39 с.
55. Транспортная логистика: Учебное пособие / Под общей ред. Л. Б. Миротина. — М.: Экзамен, 2002. 512 с.
56. *Уваров С. А.* Логистика: общая концепция, теория и практика. — СПб.: ИВЕСТ-НП, 1996. 232 с.
57. *Уотерс Д.* Логистика. Управление цепью поставок. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. 503 с.
58. *Усков Н. С., Вензик Н. Г.* Управление внешнеторговыми перевозками: Учебное пособие. — М.: ГУУ, 2000. 71 с.
59. *Ханк Д. Э., Уичери Д. У., Рэйтс А. Дж.* Бизнес-прогнозирование, 7- изд. / Пер. с англ. — М.: Вильямс. 2003. 656 с.
60. *Хедли Дж., Уайтти Т.* Анализ систем управления запасами. — М.: Наука, 1969. 512 с.
61. *Четыркин Е. М.* Статистические методы прогнозирования. М.: Статистика, 1975. 184 с.
62. *Чудаков А. Д.* Логистика: Учебник. — М.: Изд-во РДЛ, 2001. 480 с.
63. *Чуев Ю. В., Михайлов Ю. Б., Кузьмин В. И.* Прогнозирование количественных оценок процессов. М.: Сов. радио, 1975. 400 с.
64. *Шикин Е. В., Чхарташвили А. Г.* Математические модели и методы в управлении: Учебное пособие. — М.: Дело, 2000. 440 с.
65. *Щетина В. А., Лукинский В. С., Сергеев В. И.* Снабжение запасными частями на автомобильном транспорте. — М.: Транспорт, 1988. 112 с.
66. Экономика и организация внешнеторговых перевозок: Учебник / Под ред. К. В. Холопова. — М.: Юристъ, 2000. 684 с.
67. Эффективность логистического управления: Учебник для вузов / Под общ. ред. Л. Б. Миротина. — М.: Экзамен, 2004. 448 с.
68. *Ballou Ronald H.* Business Logistics Management. — Prentice-Hall International, Inc., 1999.
69. *Coyle John J., Bardi Edward J., Langlay John Jr.* The Management of Business Logistics. A. Supply Chain Perspective, 7-е — South-Western devise of Thomson Harming, 2003.
70. *Shapiro J. F.* Modeling the Supply Chain — Duxbury / Thomson Leading, 2001. 586 с.

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ТЕОРИИ ЛОГИСТИКИ

2-е издание

Серия «Учебное пособие»

Заведующий редакцией
Ведущий редактор
Выпускающий редактор
Литературный редактор
Художественный редактор
Корректоры
Верстка

*С. Жильцов
В. Фасульян
Е. Маслова
В. Мамаев
Е. Дьяченко
М. Котова, Н. Сулейманова
А. Полянский*

ООО «Интер Пресс», 198206, Санкт-Петербург, Петергофское шоссе, д. 73, лит. А29.
Налоговая льгота — общероссийский классификатор продукции ОК 005-93, том 2:
95 3005 — литература учебная.

Подписано в печать 06.02.08. Формат 60 × 90/16. Усл. п. л. 11.
Доп. тираж 3000 экз. Заказ № 72.

Отпечатано с готовых диапозитивов в ООО «Типография Правда 1906»,
195299, Санкт-Петербург, Киришская ул., 2.
Тел.: (812) 531-20-00, 531-25-55

